

Nhóm Toán và $\text{\LaTeX}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT 4 MÃ ĐỀ GỐC

MÔN TOÁN

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT

2020

Tháng 8/2020

Câu hỏi	Mã đề thi																							
	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	C	D	C	C	A	D	B	C	A	A	C	C	C	D	D	B	D	D	D	A	A	B	A	D
2	B	C	A	A	A	A	D	B	D	D	C	B	A	B	B	D	C	C	C	A	A	A	C	C
3	B	C	A	C	C	C	C	D	D	D	C	C	C	B	B	C	D	C	A	C	C	A	B	A
4	D	B	B	B	D	D	B	B	B	D	C	B	D	D	C	B	A	D	A	D	B	C	B	A
5	D	A	C	C	A	A	C	D	D	C	C	C	A	D	C	C	B	A	A	D	D	D	A	D
6	A	B	C	B	D	D	D	D	C	A	A	B	C	D	A	A	B	A	B	A	A	D	B	D
7	C	C	D	B	A	D	D	C	D	C	A	A	C	B	D	D	C	C	C	B	C	A	B	B
8	A	C	D	D	D	D	B	D	B	A	B	C	B	D	C	D	D	D	C	A	C	C	A	B
9	D	C	C	C	D	D	D	D	B	A	C	C	A	A	C	B	B	D	C	D	D	D	D	B
10	D	C	A	A	A	D	C	D	A	C	A	B	A	A	D	D	B	D	B	D	C	C	D	B
11	B	B	D	B	A	C	A	B	D	C	A	A	D	A	B	A	B	C	D	A	C	C	B	C
12	C	B	B	A	D	C	D	D	C	B	A	A	D	D	B	A	D	A	C	C	A	C	A	B
13	D	C	A	B	A	C	D	D	D	D	C	A	C	C	A	B	D	D	D	D	B	C	B	B
14	B	D	C	B	C	D	A	A	D	B	D	C	D	A	D	D	C	D	A	D	D	B	A	D
15	B	C	D	C	A	A	C	A	C	A	D	C	A	D	D	B	D	A	A	D	A	A	B	D
16	A	A	C	C	B	B	C	B	C	A	C	C	B	C	D	D	A	D	B	B	A	D	C	C
17	B	C	B	D	C	C	A	C	B	C	A	B	A	A	C	C	D	D	A	C	D	D	C	B
18	C	B	A	C	C	A	C	C	D	B	C	D	A	B	A	C	C	A	B	D	D	B	A	C
19	B	A	C	A	D	A	C	C	D	D	C	D	B	B	A	A	B	D	B	B	C	B	D	C
20	B	A	C	D	B	B	B	A	C	D	C	C	A	D	A	A	B	B	A	B	C	A	A	C
21	C	D	A	B	D	D	A	C	A	B	D	C	D	D	C	D	D	C	B	C	C	D	C	C
22	C	B	B	A	C	D	D	A	B	A	A	D	A	D	D	C	A	A	D	D	A	A	C	C
23	C	C	D	D	D	B	A	A	B	A	B	D	A	D	D	C	A	A	D	D	C	B	C	C
24	B	D	D	C	D	B	A	A	B	A	B	A	B	A	D	A	A	C	B	B	D	C	C	B
25	C	B	A	A	B	B	C	B	A	D	D	C	C	C	B	B	B	D	B	B	D	A	A	A
26	A	B	D	D	D	C	D	C	C	B	A	D	D	B	B	A	C	A	C	C	C	A	A	A
27	C	C	A	A	A	C	D	A	A	A	C	D	D	D	D	A	C	B	A	A	D	C	A	D
28	A	B	A	A	C	C	C	C	A	C	D	C	A	C	A	C	A	C	D	D	C	C	C	B
29	B	A	A	A	A	D	B	A	C	B	A	A	A	C	C	B	C	A	D	D	A	D	A	D
30	A	A	D	C	A	A	A	A	B	A	C	D	A	C	A	D	C	A	D	D	D	A	A	D
31	C	D	A	B	A	A	B	A	C	B	A	D	D	D	C	D	A	B	A	B	A	A	A	C
32	C	D	C	C	D	D	B	C	D	D	A	A	B	D	A	D	B	A	B	D	D	B	B	D
33	C	B	C	C	D	B	C	B	C	D	D	A	B	D	B	D	A	B	A	D	D	B	A	C
34	B	C	C	A	D	B	D	A	A	D	B	D	C	B	D	B	D	D	D	D	B	C	A	C
35	A	C	C	C	C	D	A	D	A	B	A	C	B	D	B	C	A	C	C	D	C	C	C	D
36	C	A	A	A	B	D	C	D	A	C	A	D	D	D	C	B	B	A	D	A	A	D	B	A
37	A	A	C	C	A	C	D	A	A	D	C	B	B	B	C	A	D	A	A	C	A	A	C	B
38	A	D	A	A	C	B	C	C	A	D	C	C	C	B	C	A	B	D	A	A	D	D	C	B
39	B	B	C	C	A	D	C	A	B	A	C	C	C	C	C	A	B	B	B	A	B	B	C	D
40	B	D	A	A	B	B	A	B	D	A	B	D	B	A	B	D	B	A	D	A	A	B	A	B
41	A	D	A	B	C	C	A	C	B	A	C	A	A	B	C	A	B	D	D	D	B	A	C	A
42	A	B	C	D	D	B	D	A	A	A	B	A	A	D	A	A	C	D	A	D	A	A	C	A
43	A	C	C	C	B	B	D	A	A	A	D	A	A	D	A	A	B	B	C	C	A	A	B	A
44	B	D	C	D	D	D	C	B	A	D	B	B	C	A	B	C	C	B	C	C	C	A	B	D
45	C	D	D	B	B	C	D	C	D	A	C	C	C	A	B	D	C	D	C	A	C	B	B	D
46	A	C	C	C	C	B	A	A	B	B	D	A	B	A	A	A	C	D	A	A	C	D	C	C
47	A	A	D	D	C	D	A	C	D	D	B	D	C	A	D	A	B	B	A	D	A	B	A	A
48	B	A	A	A	C	D	A	C	D	D	C	B	C	D	D	A	C	B	B	A	C	B	A	A
49	C	D	D	D	D	D	A	C	A	A	D	D	B	D	A	C	D	A	C	D	D	C	A	B
50	C	A	D	D	C	D	B	C	B	D	D	B	D	B	A	D	A	A	C	A	C	B	B	C

Mục lục

Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 101	2
Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 102	21
Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 103	39
Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 104	57

ĐÁP ÁN THAM KHẢO MÃ ĐỀ 101

1. C	2. B	3. B	4. D	5. D	6. A	7. C	8. A	9. D	10. D
11. B	12. C	13. D	14. B	15. B	16. A	17. B	18. C	19. B	20. B
21. C	22. C	23. C	24. B	25. C	26. A	27. C	28. A	29. B	30. A
31. C	32. C	33. C	34. B	35. A	36. C	37. A	38. A	39. B	40. B
41. A	42. A	43. A	44. B	45. C	46. A	47. A	48. B	49. C	50. C

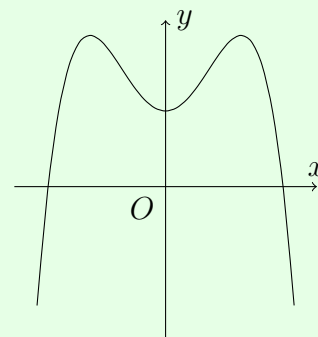
Câu 1. Đồ thị của hàm số nào ở dưới đây có dạng đường cong như hình bên?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1.$



Lời giải.

Từ đồ thị suy ra hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$, $a \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$ nên có hệ số $a < 0$.

Trong các hàm số đã cho, thì hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**



Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là

A. $x = -2.$

B. $x = 3.$

C. $x = 2.$

D. $x = -3.$

Lời giải.

Ta có: $3^{x-1} = 9 = 3^2 \Leftrightarrow x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = 3.$

Chọn đáp án **B**



Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -5.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số đã cho, suy ra giá trị cực tiểu của hàm số bằng -5 .

Chọn đáp án **(B)**



Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			4			$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số đã cho, suy ra trên khoảng $(-1; 0)$ thì hàm số đồng biến.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $3; 4; 5$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 10 .

B. 20 .

C. 12 .

D. 60 .

Lời giải.

Ta có thể tích khối hộp bằng $3 \times 4 \times 5 = 60$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 5i$ là

A. $\bar{z} = -3 - 5i$.

B. $\bar{z} = 3 + 5i$.

C. $\bar{z} = -3 + 5i$.

D. $\bar{z} = 3 - 5i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 5i$ là $\bar{z} = -3 - 5i$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 8$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π .

B. 192π .

C. 48π .

D. 64π .

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \ell = 48\pi$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 8. Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{256\pi}{3}$.

B. 64π .

C. $\frac{64\pi}{3}$.

D. 256π .

Lời giải.

Ta có $V_{kc} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} = \frac{256\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 9. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

- A. $5 \log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5} \log_a b$.

 **Lời giải.**

Ta có: $\log_{a^5} b = \frac{1}{5} \log_a b$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 6. B. 18. C. 9. D. 3.

 **Lời giải.**

Bán kính của (S) là $\sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 1}{x - 1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

 **Lời giải.**

Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x + 1}{x - 1} = 4$ nên $y = 4$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 1}{x - 1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. 10π . C. $\frac{50\pi}{3}$. D. 10π .

 **Lời giải.**

Thể tích khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{50\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. D. $x = 10$.

 **Lời giải.**

$$\log_3(x - 1) = 2$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 10.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 10$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 14. $\int x^2 dx$ bằng

A. $2x + C$.

B. $\frac{1}{3}x^3 + C$.

C. $x^3 + C$.

D. $3x^3 + C$.

 **Lời giải.**

Ta có: $\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 15. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

A. 36.

B. 720.

C. 6.

D. 1.

 **Lời giải.**

Số cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là $6! = 720$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 16.

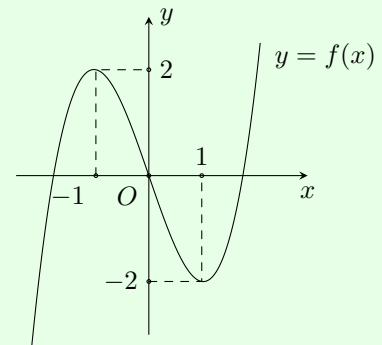
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

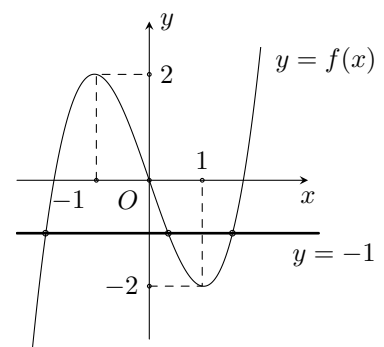


 **Lời giải.**

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = -1$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là 3.



Chọn đáp án **(A)**



Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 2; 1)$.

B. $(3; 0; 0)$.

C. $(0; 0; 1)$.

D. $(0; 2; 0)$.

 **Lời giải.**

Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ lên trục Ox là $(3; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 12.

 **Lời giải.**

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 2 = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$.

B. $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$.

C. $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$.

D. $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

 **Lời giải.**

Đường thẳng $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -5; 3)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

 **Lời giải.**

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8.

B. 9.

C. 6.

D. $\frac{3}{2}$.

 **Lời giải.**

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 22. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $5 + i$.

B. $-5 + i$.

C. $5 - i$.

D. $-5 - i$.

 **Lời giải.**

Ta có $z_1 + z_2 = (3 - 2i) + (2 + i) = 5 - i$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 23. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

A. 5.

B. 9.

C. 6.

D. $\frac{3}{2}$.

 **Lời giải.**

Ta có

$$\int_1^3 2f(x) dx = 2 \int_1^3 f(x) dx = 2 \cdot 3 = 6.$$

Chọn đáp án **C**



Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần thực của z bằng

A. 1.

B. -3 .

C. -1 .

D. 3.

Lời giải.

Số phức $z = -3 + i$ nên phần thực của z là -3 .

Chọn đáp án **B**



Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_5 x$ xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Suy ra tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình

$$x^3 + 3x^2 = 3x^2 + 3x \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3}. \end{cases}$$

Do phương trình trên có 3 nghiệm suy ra hai đồ thị có 3 giao điểm.

Chọn đáp án **A**



Câu 27.

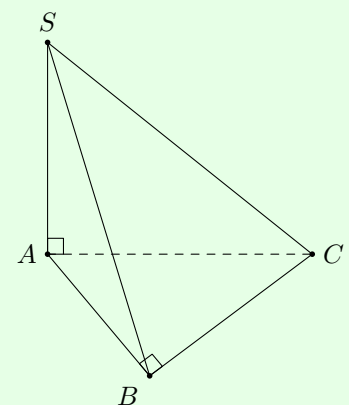
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{15}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .



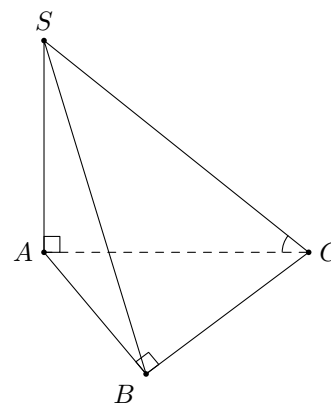
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (ABC) suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SCA}$.

Do tam giác ABC vuông tại B nên theo định lý Pi-ta-go ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{5}.$$

Xét tam giác $\triangle SAC$ vuông tại A có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **C**



Câu 28. Cho hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của

$$\int_1^2 [2 + f(x)] dx \text{ bằng}$$

A. 5.

B. 3.

C. $\frac{13}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \int_1^2 [2 + f(x)] dx = (2x + x^2) \Big|_1^2 = 5.$$

Chọn đáp án **A**



Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

A. 36.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{4\pi}{3}$.

D. 36π .

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 |x^2 - 4 - (2x - 4)| dx \\ &= \int_0^2 |x^2 - 2x| dx \\ &= \int_0^2 (2x - x^2) dx \\ &= \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích của hình phẳng đã cho bằng $\frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **B**



Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x + 2y - z + 1 = 0$. B. $2x - 2y + 3z - 17 = 0$.
C. $3x + 2y - z - 1 = 0$. D. $2x - 2y + 3z + 17 = 0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Vì mặt phẳng (α) vuông góc với d nên $\vec{u}_d = (3; 2; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) . Suy ra phương trình mặt phẳng (α) là $3x + 2y - z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 31. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1 - z_0$ là

A. $N(-2; 2)$. B. $M(4; 2)$. C. $P(4; -2)$. D. $Q(2; -2)$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3 + 2i \\ z = -3 - 2i \end{cases}$

Vì z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0 = -3 + 2i$.

Số phức $1 - z_0 = 1 - (-3 + 2i) = 4 - 2i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức $1 - z_0$ là $P(4; -2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 1)$, $B(1; 1; 0)$ và $C(3; 4; -1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{BC} = (2; 3; -1)$.

Khi đó, đường thẳng đi qua $A(1; 0; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{BC} = (2; 3; -1)$ sẽ có phương trình

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Nhìn vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy, hàm số có đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = -1$, $x = 1$ và hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Vậy hàm số có hai điểm cực đại là $x = -1$ và $x = 1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

A. $(4; +\infty)$.

B. $(-4; 4)$.

C. $(-\infty; 4)$.

D. $(0; 4)$.

Lời giải.

Ta có $3^{x^2-13} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-13} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 13 < 3 \Leftrightarrow x^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 4$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $(-4; 4)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 35. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 8π .

B. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$.

D. 16π .

Lời giải.

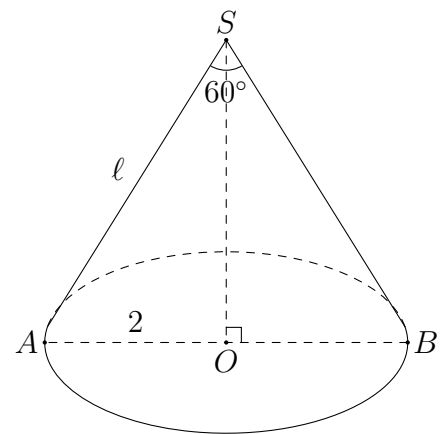
Ta có $\widehat{ASO} = \frac{1}{2}\widehat{ASB} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$.

$\triangle OSA$ vuông tại O có

$$\sin \widehat{ASO} = \frac{AO}{SA} \Rightarrow SA = \frac{AO}{\sin \widehat{ASO}} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4 = \ell.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi r \ell = \pi \cdot 2 \cdot 4 = 8\pi.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$.

B. -40 .

C. $-32\sqrt{2}$.

D. -45 .

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 24$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \in [2; 19] \\ x = -2\sqrt{2} \notin [2; 19] \end{cases}$

$$f(2) = -40; \quad f(19) = 6043; \quad f(2\sqrt{2}) = -32\sqrt{2}.$$

Vậy $\min_{[2; 19]} f(x) = -32\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 37. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Mô-đun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{26}$.

C. 26.

D. 50.

Lời giải.

Ta có $\bar{w} = 3 - i$ nên $z \cdot \bar{w} = (1 + 2i) \cdot (3 - i) = 5 + 5i$. Do đó $|z \cdot \bar{w}| = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 38. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(a^2b)} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng
A. 3. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 2.

 **Lời giải.**

$$\begin{aligned} 4^{\log_2(a^2b)} &= 3a^3 \\ \Leftrightarrow (a^2b)^{\log_2 4} &= 3a^3 \\ \Leftrightarrow (a^2b)^2 &= 3a^3 \\ \Leftrightarrow a^4b^2 &= 3a^3 \\ \Leftrightarrow ab^2 &= 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)f'(x)$ là
A. $\frac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$. **B.** $\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. **C.** $\frac{2x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. **D.** $\frac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$.

 **Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} \int g(x) dx &= \int (x+1)f'(x) dx \\ &= (x+1)f(x) - \int f(x) dx \\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}} - \int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} dx \\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}} - \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2+2)}{\sqrt{x^2+2}} \\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{x^2+2} + C \\ &= \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ là
A. $[4; 7)$. **B.** $(4; 7]$. **C.** $(4; 7)$. **D.** $(4; +\infty)$.

 **Lời giải.**

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m-4}{(x+m)^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ khi và chỉ khi

$$y' > 0, \forall x \in (-\infty; -7) \Leftrightarrow \begin{cases} m-4 > 0 \\ -m \notin (-\infty; -7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ -m \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m \leq 7.$$

Vậy $m \in (4; 7]$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 41. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

- A.** Năm 2028. **B.** Năm 2047. **C.** Năm 2027. **D.** Năm 2046.

 **Lời giải.**

- Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A trong năm 2019 là $T_0 = 600$ ha.
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó một năm là $T_1 = T_0 + T_0 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)$.
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó hai năm là $T_2 = T_1 + T_1 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)^2$.
- ...
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó n năm là $T_n = T_0(1 + 6\%)^n = 600(1 + 6\%)^n$.

Do diện tích rừng trồng mới đạt trên 1000 ha nên ta có

$$600(1 + 6\%)^n > 1000 \Leftrightarrow n > \log_{1+6\%} \frac{1000}{600} \approx 8,77.$$

Do đó, năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha là

$$2019 + 9 = 2028.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A.** $\frac{172\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{76\pi a^2}{3}$. **C.** $84\pi a^2$. **D.** $\frac{172\pi a^2}{9}$.

 **Lời giải.**

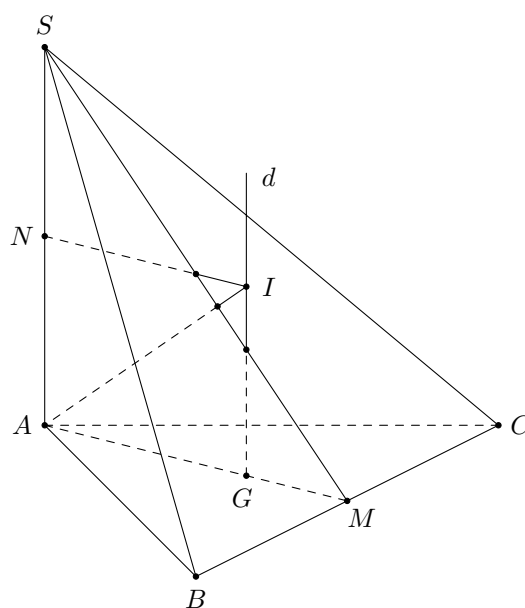
Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác ABC , dựng đường thẳng d đi qua G và song song với SA . Gọi N là trung điểm của SA , qua N dựng đường thẳng NI vuông góc với SA với $I \in d$. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMA} = 60^\circ$ có $AM = 2a\sqrt{3}$.

Ta có $SA = AM \cdot \tan \widehat{SMA} = 6a$.

Suy ra $IG = NA = \frac{SA}{2} = 3a$.

Lại có $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$.



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \frac{\sqrt{129}a}{3}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = \frac{172\pi a^2}{3}$.

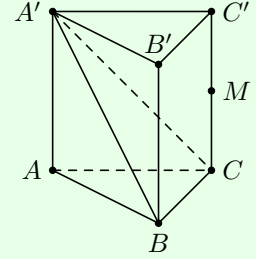
Chọn đáp án **A**

□

Câu 43.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A.** $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.



Lời giải.

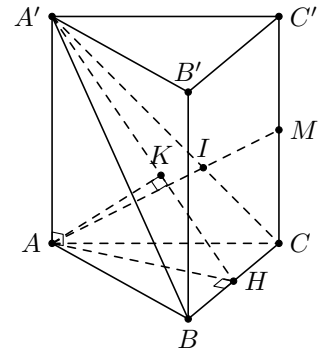
Đặt I là giao điểm của AM và $A'C$. Suy ra $AM \cap (A'BC) = I$. Do đó

$$\frac{d(M, (A'BC))}{d(A, (A'BC))} = \frac{MI}{AI}.$$

Mà $MC \parallel AA'$ nên $\frac{MI}{AI} = \frac{MC}{AA'} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}d(A, (A'BC))$.

Kẻ $AH \perp BC$ tại H . Kẻ $AK \perp A'H$ tại K . Ta có



- $\begin{cases} AA' \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AH)$. Mà $AK \subset (A'AH)$ nên suy ra $AK \perp BC$.

- $\begin{cases} AK \perp BC \\ AK \perp A'H \end{cases} \Rightarrow AK \perp (A'BC)$ tại K . Suy ra $d(A, (A'BC)) = AK$.

- AH là đường cao tam giác đều cạnh bằng a nên $AH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

- Tam giác $A'AH$ vuông tại A và có đường cao AK nên

$$AK = \frac{AA' \cdot AH}{\sqrt{AA'^2 + AH^2}} = \frac{\sqrt{21}a}{7}.$$

$$\text{Suy ra } d(M, (A'BC)) = \frac{AK}{2} = \frac{\sqrt{21}a}{14}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4 [f(x+1)]^2$ là

A. 11.

B. 9.

C. 7.

D. 5.

Lời giải.

Giả sử $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ với $a \neq 0$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} d = 0 \\ e = 3 \\ a + b + c + d + e = -2 \\ a - b + c - d + e = -2 \\ 4a + 3b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e = 3 \\ d = 0 \\ b = 0 \\ a = 5 \\ c = -10 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 5x^4 - 10x^2 + 3.$$

Hàm số $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có

$$\begin{aligned} g'(x) &= 4x^3 [f(x+1)]^2 + 2x^4 f(x+1) \cdot f'(x+1) \\ &= 2x^3 f(x+1) [2f(x+1) + x f'(x+1)] \quad (*) \\ g'(x) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nghiệm bội ba)} \\ f(x+1) = 0 \quad (1) \\ 2f(x+1) + x f'(x+1) = 0. \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\bullet \text{ Ta có } (1) \Leftrightarrow 5(x+1)^4 - 10(x+1)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = \frac{5+\sqrt{10}}{5} \\ (x+1)^2 = \frac{5-\sqrt{10}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \pm \sqrt{\frac{5+\sqrt{10}}{5}} \\ x = -1 \pm \sqrt{\frac{5-\sqrt{10}}{5}}. \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Đặt } x+1 = t, \text{ phương trình (2) trở thành } 2(5t^4 - 10t^2 + 3) + (t-1)(20t^3 - 20t) = 0$$

$$\Leftrightarrow h(t) = 15t^4 - 10t^3 - 20t^2 + 10t + 0 = 0. \quad (3)$$

$$\text{Xét } h'(t) = 10(6t^3 - 3t^2 - 4t + 1) = 10(t-1)(6t^2 + 3t - 1).$$

Phương trình $h'(t) = 0$ có các nghiệm $t_1 = \frac{-3-\sqrt{33}}{12}$, $t_2 = \frac{-3+\sqrt{33}}{12}$, $t_3 = 1$. Do đó ta có bảng biến thiên của $h(t)$ như sau:

t	$-\infty$	t_1	t_2	1	$+\infty$
$h'(t)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$h(t)$	$+\infty$	$h(t_1)$	$h(t_2)$	-2	$+\infty$

Do $h(t_1) < 0$, $h(t_2) > 0$ nên phương trình $h(t) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt và $t = 1$, $t = \pm\sqrt{\frac{5+\sqrt{10}}{5}}$, $t = \pm\sqrt{\frac{5-\sqrt{10}}{5}}$ không là nghiệm phương trình (3). Do đó phương trình $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm phân biệt là các nghiệm đơn và nghiệm bội ba.

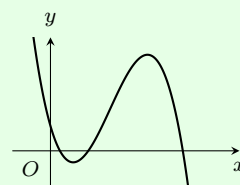
Vậy hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 45.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A.** 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$ và thì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hai điểm cực trị của hàm số đều dương nên
$$\begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b < 0 \\ c < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0. \end{cases}$$

Vậy $b, d > 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

- A.** $\frac{25}{42}$. **B.** $\frac{5}{21}$. **C.** $\frac{65}{126}$. **D.** $\frac{55}{126}$.

Lời giải.

Số các số có 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ là $A_9^4 = 3024$.

Gọi không gian mẫu Ω là tập hợp các cách lấy ra 1 số từ tập $S \Rightarrow |\Omega| = 3024$.

Gọi A là biến cố “lấy được một số có 4 chữ số từ tập S sao cho không có 2 chữ số nào liên tiếp cùng chẵn”. Các khả năng có thể xảy ra là

- Số tạo thành có 4 chữ số đều là lẻ, có $A_5^4 = 120$ số.
- Số tạo thành có 3 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn.
 - Lấy ra 3 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^3 cách.
 - Lấy ra 1 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^1 cách.
 - Xếp 4 chữ số vừa lấy ra có $4!$ cách.

Vậy số các số có 3 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn lấy ra từ tập S là $C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot 4! = 960$ số.

- Số tạo thành có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn.
 - Lấy ra 2 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^2 cách.
 - Lấy ra 2 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^2 cách.
 - Xếp các chữ số lẻ vào vị trí 1, 3 và các chữ số chẵn vào các vị trí 2, 4 hoặc đảo lại có $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ cách. Xếp hai số lẻ ở giữa, hai số chẵn ở hai đầu có 4 cách.

Vậy số các số có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ sao cho 2 chữ số chẵn không đứng cạnh nhau là $12 \cdot C_5^2 \cdot C_4^2 = 720$ số.

Do đó $|A| = 120 + 960 + 720 = 1800$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1800}{3024} = \frac{25}{42}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

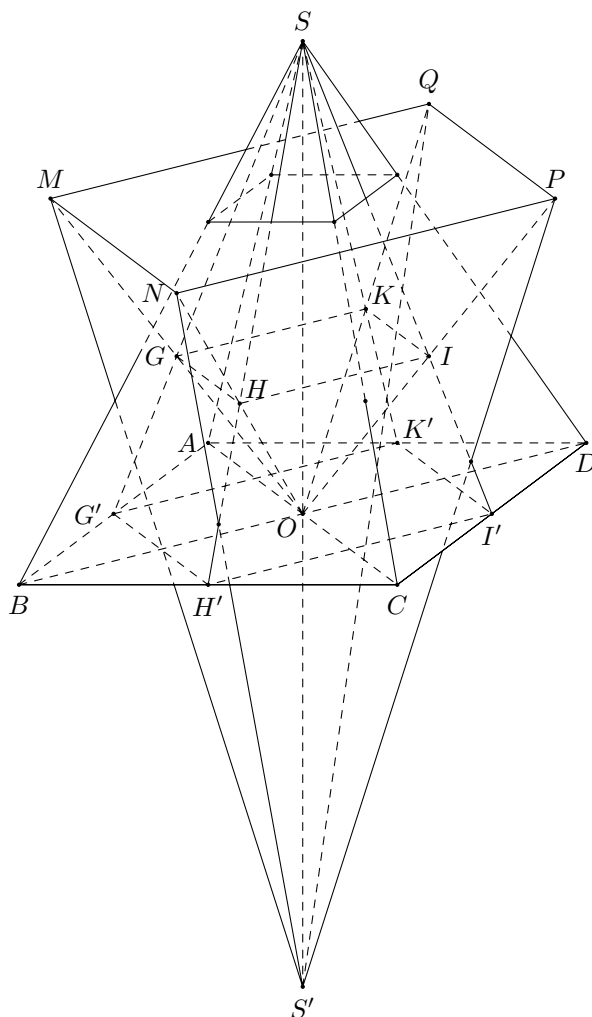
A. $\frac{20\sqrt{14}a^3}{81}$.

B. $\frac{40\sqrt{14}a^3}{81}$.

C. $\frac{10\sqrt{14}a^3}{81}$.

D. $\frac{2\sqrt{14}a^3}{9}$.

Lời giải.



Gọi G', H', I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA .

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}a^2$.

Gọi G, H, I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA .

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\frac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \frac{4}{9} \cdot S_{G'H'I'K'} = \frac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4 \cdot S_{GHIK} = \frac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{14}}{2}a$.

Ta có $d(O, (MNPQ)) = 2 \cdot d(O, (GHK)) = \frac{2}{3}SO \Rightarrow d(S', (MNPQ)) = \frac{5}{3}SO = \frac{5\sqrt{14}}{6}a$.

Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

$$V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(S', (MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{9}a^2 \cdot \frac{5\sqrt{14}}{6}a = \frac{20\sqrt{14}a^3}{81}.$$

Chọn đáp án **A**



Câu 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x + 6y$ bằng

A. $\frac{33}{4}$.

B. $\frac{65}{8}$.

C. $\frac{49}{8}$.

D. $\frac{57}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3. \quad (*)$$

Đặt $t = 2(x + y - 1)$. Do x, y không âm nên $t \geq -2$. Khi đó $(*)$ trở thành

$$(t - 1) + y \cdot (2^t - 2) \geq 0 \Rightarrow t \geq 1 \quad \text{hay} \quad x + y \geq \frac{3}{2}.$$

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 + 4x + 6y \\ &= (x + 2)^2 + (y + 3)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}(x + 2 + y + 3)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + 5\right)^2 - 13 = \frac{65}{8}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ x + 2 = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

Vậy $\min P = \frac{65}{8}$.

Chọn đáp án **B**



Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

A. 59.

B. 58.

C. 116.

D. 115.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0. \end{cases}$

Đặt $k = x + y$, suy ra $k \in \mathbb{Z}^+$. Ta có $x^2 \geq x, \forall x \in \mathbb{Z}$.

Suy ra hàm số $f(y) = \log_4(x^2 + y) - \log_3(x + y)$ xác định trên $\mathcal{D} = (-x; +\infty)$.

Ta xét bất phương trình $f(y) \geq 0$. (*)

Ta có $f'(y) = \frac{1}{(x^2 + y) \ln 4} - \frac{1}{(x + y) \ln 3} \leq 0$ (vì $x^2 \geq x \Rightarrow x^2 + y \geq x + y$ hay $\frac{1}{x^2 + y} - \frac{1}{x + y} \leq 0$ và $\ln 4 > \ln 3 > 0$).

Suy ra $f(y)$ nghịch biến trên $\mathcal{D}$.

Xét $g(k) = f(k - x) = \log_4(x^2 + k - x) - \log_3 k$ xác định trên $(0; +\infty)$.

Do f nghịch biến trên $\mathcal{D}$ nên g cũng nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Ta có $g(1) = \log_4(x^2 - x + 1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{Z}$.

Do đó với mỗi $x \in \mathbb{Z}$, xét trên tập số thực phương trình $g(k) = 0$ luôn có nghiệm duy nhất $k_0 \in [1; +\infty)$, vì

- $\lim_{k \rightarrow 0^+} g(k) = +\infty$ vì $\begin{cases} \lim_{k \rightarrow 0^+} \log_4(x^2 - x + k) = \log_4(x^2 - x) > 0 & (\text{hằng số theo } x \text{ nguyên}) \\ \lim_{k \rightarrow 0^+} \log_3 k = -\infty. \end{cases}$

- $\lim_{k \rightarrow +\infty} g(k) = \lim_{k \rightarrow +\infty} [(\log_4(x^2 - x + k) - \log_4 k) + (\log_4 k - \log_3 k)] = -\infty$. Vì

$$\square \lim_{k \rightarrow +\infty} \log_4(x^2 - x + k) - \log_4 k = \lim_{k \rightarrow +\infty} \log_4 \left(\frac{x^2 - x}{k} + 1 \right) = \log_4 1 = 0.$$

$$\square \lim_{k \rightarrow +\infty} (\log_4 k - \log_3 k) = \lim_{k \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{\log_4 3} \right) \log_4 k = -\infty.$$

Khi đó với mọi $k \in \mathbb{Z}$ mà $1 \leq k \leq k_0$ thì $g(k) \geq g(k_0) \geq 0$, nên bất phương trình (*) có ít nhất k_0 nghiệm.

Suy ra yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{aligned} g(728) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \log_4(x^2 - x + 728) &\leq \log_3 728 \\ \Leftrightarrow x^2 - x + 728 &\leq 4^{\log_3 728} \\ \Leftrightarrow -57 &\leq x \leq 58 \quad (\text{vì } x \text{ nguyên}). \end{aligned}$$

Vậy $x \in \{-57; -56; \dots; 58\}$.

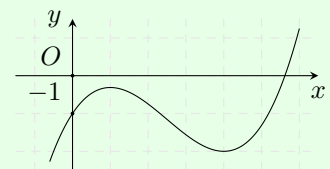
Khi đó có 116 giá trị x thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 50.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là

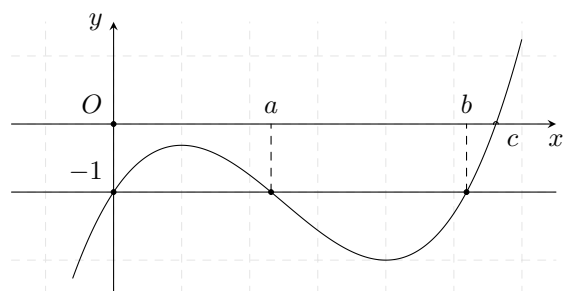
- A.** 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.



Lời giải.

Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

- Phương trình $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a > 0 \\ x = b > 0. \end{cases}$
- Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = c > b$.



Do đó, ta có

$$f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = 0 & (1) \\ x^3 f(x) = a & (2) \\ x^3 f(x) = b. & (3) \end{cases}$$

Khi đó

- Phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = c. \end{cases}$
- Phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^3}$. Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị (C₁): $g(x) = \frac{a}{x^3}$.
Với $a > 0$ ta có $g'(x) = -\frac{3a}{x^4} < 0, \forall x \neq 0$.
Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x) = \frac{a}{x^3}$ là

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	—		—
$g(x)$	$0 \searrow -\infty$		$+\infty \searrow 0$

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ và đồ thị (C), ta suy ra

- Trên khoảng $(-\infty; 0)$, ta thấy

x	$-\infty$	0
$g(x)$	$0 \searrow -\infty$	
$f(x)$	$-\infty \nearrow -1$	

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_1 \in (-\infty; 0)$.

- Trên khoảng $(0; c)$, ta thấy $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ nên phương trình (2) vô nghiệm.
- Trên nửa khoảng $[c; +\infty)$, ta thấy

x	c	$+\infty$
$g(x)$	$\frac{a}{c^3} \searrow 0$	
$f(x)$	$0 \nearrow +\infty$	

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_2 \in (c; +\infty)$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).

- Phương trình (3) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{b}{x^3}$.

Tương tự như trên, ta có phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2).

Vậy phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án ☒

□

ĐÁP ÁN THAM KHẢO MÃ ĐỀ 102

1. D	2. C	3. D	4. B	5. A	6. B	7. C	8. C	9. D	10. C
11. B	12. B	13. C	14. D	15. C	16. A	17. C	18. B	19. A	20. A
21. D	22. B	23. C	24. D	25. B	26. B	27. C	28. B	29. A	30. A
31. D	32. D	33. B	34. C	35. C	36. A	37. A	38. D	39. B	40. D
41. D	42. B	43. C	44. D	45. D	46. C	47. A	48. A	49. D	50. A

Câu 1. Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng

A. 7. B. $\frac{4}{3}$. C. 64. D. 12.

Lời giải.

Ta có: $\int_1^5 3f(x) dx = 3 \int_1^5 f(x) dx = 3 \cdot 4 = 12$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ lên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 2; 0)$. B. $(0; 0; 5)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 5)$.

Lời giải.

Áp dụng công thức hình chiếu điểm $M(a; b; c)$ lên trục Ox có tọa độ $M_x(a; 0; 0)$.
Hình chiếu của điểm $A(1; 2; 5)$ lên trục Ox có tọa độ là $(1; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π . B. 12π . C. 16π . D. 24π .

Lời giải.

Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl = 24\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, biết điểm $M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

A. 3. B. -1. C. -3. D. 1.

Lời giải.

Điểm $M(-1; 3)$ được biểu diễn bởi số phức $z = -1 + 3i$. Do đó phần thực của z là -1 .

Chọn đáp án **(B)**



Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 8. **D.** $\frac{2}{3}$.

 **Lời giải.**

Do (u_n) là cấp số nhân nên ta có: $u_2 = q \cdot u_1 = 6$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 6. Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $5 - i$. **B.** $5 + i$. **C.** $-5 - i$. **D.** $-5 + i$.

 **Lời giải.**

Ta có $z_1 + z_2 = 3 + 2i + 2 - i = 5 + i$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** 3. **D.** 9.

 **Lời giải.**

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 1) = 3$ là

A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

 **Lời giải.**

Ta có $\log_2(x - 1) = 3 \Leftrightarrow (x - 1) = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 9$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 9. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x + 1}{x - 1}$ là

A. $y = 1$. **B.** $y = \frac{1}{5}$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 5$.

 **Lời giải.**

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5x + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 5$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = 5$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 10. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 8π . **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** 32π .

 Lời giải.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 2 = \frac{32\pi}{3}$.

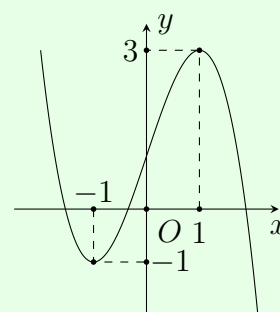
Chọn đáp án **(C)**



Câu 11.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$.

- A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.



 Lời giải.

Nhận thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 1$ tại 3 điểm nên phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 12. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

- A.** $\frac{1}{2} + \log_a b$. **B.** $\frac{1}{2} \log_a b$. **C.** $2 + \log_a b$. **D.** $2 \log_a b$.

 Lời giải.

Ta có biến đổi $\log_{a^2} b = \frac{1}{2} \log_a b$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 9$ là

- A.** $x = -3$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = -4$.

 Lời giải.

Phương trình viết lại như sau: $3^{x-2} = 9 \Leftrightarrow x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 14. $\int x^3 dx$ bằng

- A.** $4x^4 + C$. **B.** $x^4 + C$. **C.** $3x^2 + C$. **D.** $\frac{1}{4}x^4 + C$.

 Lời giải.

Ta có: $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 15. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** 6. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 3.

 Lời giải.

Ta có: $V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 2 = 2$.

Chọn đáp án **C**



Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; 4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1.$

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1.$

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1.$

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1.$

Lời giải.

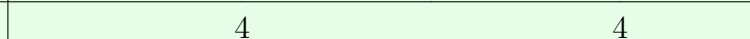
Đây là phương trình đoạn chắn có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, với mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Chọn đáp án **A**



Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$							

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(1; +\infty).$

B. $(-1; 1).$

C. $(0; 1).$

D. $(-1; 0).$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (0; 1)$ và $(-\infty; -1)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		-3	2	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. $3.$

B. $2.$

C. $-2.$

D. $-3.$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = 3$ nên $y_{CD} = 2$.

Chọn đáp án **B**



Câu 19. Trong không gian $(Oxyz)$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$. Véc-tơ nào

dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A.** $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$. **B.** $\vec{u}_1 = (2; -5; 2)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; 5; -2)$. **D.** $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

 **Lời giải.**

Đường thẳng d có phương trình $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$.

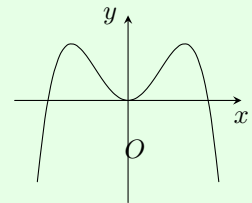
Đây là dạng phương trình chính tắc nên véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 20.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A.** $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$.
C. $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x$.



 **Lời giải.**

Nhìn dạng đồ thị hàm số bậc bốn và hệ số $a < 0$ nên ta chọn $y = -x^4 + 2x^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 21. Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A.** 64π . **B.** $\frac{64\pi}{3}$. **C.** 256π . **D.** $\frac{256\pi}{3}$.

 **Lời giải.**

Ta có $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{256\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 22. Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc ?

- A.** 7. **B.** 5040. **C.** 1. **D.** 49.

 **Lời giải.**

Ta có $7! = 5040$ cách xếp.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 23. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A.** 16. **B.** 12. **C.** 48. **D.** 8.

 **Lời giải.**

Ta có $V = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 24. Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 5i$ là

- A.** $\bar{z} = 2 - 5i$. **B.** $\bar{z} = 2 + 5i$. **C.** $\bar{z} = -2 + 5i$. **D.** $\bar{z} = -2 - 5i$.

 **Lời giải.**

Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 5i$ là $\bar{z} = -2 - 5i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_6 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = \log_6 x$ là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 26. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -36 . B. $-14\sqrt{7}$. C. $14\sqrt{7}$. D. -34 .

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 21 = 3(x^2 - 7)$ nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{7}$ vì $x \in [2; 19]$.

Ta có bảng biến thiên

x	2	$\sqrt{7}$	19
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	-34	$-14\sqrt{7}$	6403

Vậy $\min_{[2; 19]} f(x) = -14\sqrt{7}$.

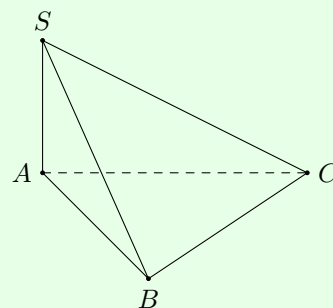
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 27.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = a\sqrt{3}$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .



Lời giải.

Do SA vuông góc với đáy nên $(SC; (ABC)) = \widehat{SCA}$ và $SA \perp AC$.

Do tam giác ABC vuông tại B nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{3}$.

Suy ra $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ nên $\widehat{SCA} = 30^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy là 30° .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+	0	—	+

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

 Lời giải.

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu là $x = -1$ và $x = 1$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x + 2y - 3z - 9 = 0$. **B.** $x + y - 2z - 6 = 0$.
C. $x + 2y - 3z + 9 = 0$. **D.** $x + y - 2z + 6 = 0$.

 Lời giải.

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$ suy ra véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (1; 2; -3)$.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d nhận véc-tơ $\vec{u}_d = (1; 2; -3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$(x-1) + 2(y-1) - 3(z+2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z - 9 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 30. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 12.

 Lời giải.

$$\begin{aligned} 4^{\log_2(ab)} &= 3a \\ \Leftrightarrow \log_2(ab) &= \log_4(3a) \\ \Leftrightarrow \log_2(ab) &= \log_2(3a)^{\frac{1}{2}} \\ \Leftrightarrow ab &= (3a)^{\frac{1}{2}} \\ \Leftrightarrow (ab)^2 &= 3a \\ \Leftrightarrow ab^2 &= 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 31. Cho hai số phức $z = 2 + 2i$ và $w = 2 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

A. 40. **B.** 8. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

 Lời giải.

Ta có $z \cdot \bar{w} = (2 + 2i)(2 - i) = 6 + 2i$.

Khi đó $|z \cdot \bar{w}| = 2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$ bằng

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{13}{6}$. **C.** $\frac{13\pi}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

 Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$ là $\int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 33. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị hàm số là

$$x^3 - x^2 = -x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{5}. \end{cases}$$

- Với $x = -\sqrt{5} \Rightarrow y = -5 - 5\sqrt{5}$.
- Với $x = 0 \Rightarrow y = 0$.
- Với $x = \sqrt{5} \Rightarrow y = -5 + 5\sqrt{5}$.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị trên là 3.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 34. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng
A. $\frac{23}{4}$. **B.** 7. **C.** 9. **D.** $\frac{15}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\int_1^2 [2 + f(x)] dx = 2 \int_1^2 dx + \int_1^2 f(x) dx = 2x \Big|_1^2 + F(x) \Big|_1^2 = 2x \Big|_1^2 + x^3 \Big|_1^2 = 9.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 1; 1)$ và $C(3; 4; 0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là
A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (2; 3; -1)$. Đường thẳng cần tìm song song với BC do đó nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ chỉ phương. Vì vậy, đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 36. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 50π . B. $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 100π .

Lời giải.

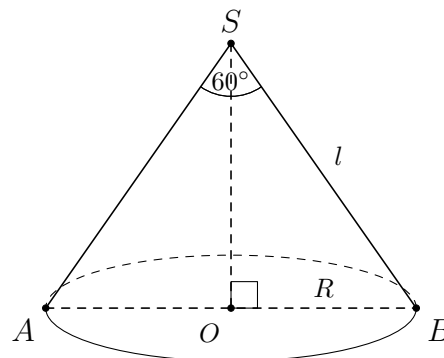
Giả sử khối nón có đỉnh là S , tâm đáy là O .

Gọi AB là đường kính ở đáy của hình nón.

Xét tam giác SBO vuông tại O , ta có $SB = \frac{OB}{\sin 30^\circ} = 10$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 5 \cdot 10 = 50\pi.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là

- A. $(-5; 5)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(0; 5)$.

Lời giải.

Ta có $3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-23} < 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 23 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Suy ra, tập nghiệm của bất phương trình là $(-5; 5)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 38. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

- A. $M(-2; 2)$. B. $Q(4; -2)$. C. $N(4; 2)$. D. $P(-2; -2)$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + 2i \\ z = 3 - 2i \end{cases}$

Theo đề, suy ra $z_0 = 3 + 2i$, nên $1 - z_0 = 1 - (3 + 2i) = -2 - 2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là điểm có tọa độ $(-2; -2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 39. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -8)$ là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(5; 8]$. C. $[5; 8)$. D. $(5; 8)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m-5}{(x+m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -8)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m-5 > 0 \\ -m \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m \leq 8$.

Vậy tập hợp các giá trị m thỏa mãn điều kiện là $(5; 8]$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $52\pi a^2$. B. $\frac{172\pi a^2}{3}$. C. $\frac{76\pi a^2}{9}$. D. $\frac{76\pi a^2}{3}$.

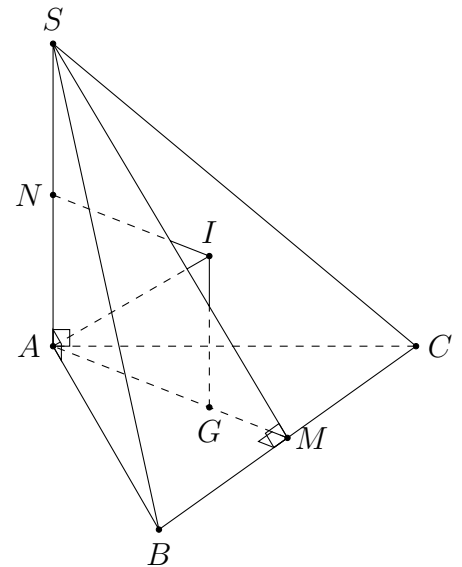
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của cạnh BC , vì tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$, lại có $SA \perp (ABC)$, suy ra $SA \perp BC$, suy ra $SM \perp BC$.

Do đó $((SBC), (ABC)) = \widehat{SMA} = 30^\circ$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , qua G dựng đường thẳng $d \parallel SA$, suy ra d là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $d \subset (SAM)$.

Gọi N là trung điểm cạnh SA , qua N dựng mặt phẳng $(\alpha) \perp SA$, mặt phẳng (α) cắt đường thẳng d tại điểm I , suy ra $IA = IS = IB = IC$, suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.



Ta có $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = 2a\sqrt{3}$, suy ra $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $\tan 30^\circ = \frac{SA}{AM} \Rightarrow SA = AM \cdot \tan 30^\circ = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2a$, suy ra $AN = \frac{1}{2}SA = a$.

Suy ra $IA = \sqrt{AG^2 + AN^2} = \sqrt{\left(\frac{4a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{19}}{\sqrt{3}}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp là $S = 4\pi \cdot IA^2 = \frac{4\pi \cdot 19a^2}{3} = \frac{76\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1)f'(x)$ là

- A. $\frac{x^2+2x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$. B. $\frac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$. C. $\frac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}} + C$. D. $\frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int g(x) dx = \int (x+1)f'(x) dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$.

Khi đó $\int g(x) dx = (x+1) \cdot f(x) - \int f(x) dx = (x+1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} - \int \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx$.

Đặt $t = \sqrt{x^2+3} \Rightarrow t^2 = x^2+3 \Rightarrow t dt = x dx$.

Từ đó ta có $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx = \int \frac{t dt}{t} = \int dt = t + C$. Suy ra $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx = \sqrt{x^2+3} + C$.

Vậy $\int g(x) dx = (x+1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} - \sqrt{x^2+3} + C = \frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C.$

Chọn đáp án **(D)**



Câu 42. Trong năm 2019, diện tích trồng rừng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích trồng rừng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha ?

- A.** Năm 2043. **B.** Năm 2025. **C.** Năm 2024. **D.** Năm 2042.

Lời giải.

- Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A trong năm 2019 là $T_0 = 1000$ ha.
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó một năm là $T_1 = T_0 + T_0 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%).$
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó hai năm là $T_2 = T_1 + T_1 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)^2.$
- ...
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó n năm là $T_n = T_0(1 + 6\%)^n = 1000(1 + 6\%)^n.$

Do diện tích rừng trồng mới đạt trên 1400 ha nên ta có

$$1000(1 + 6\%)^n > 1400 \Leftrightarrow n > \log_{(1+6\%)} \frac{1400}{1000} \approx 5,26.$$

Do đó, năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha là

$$2019 + 6 = 2025.$$

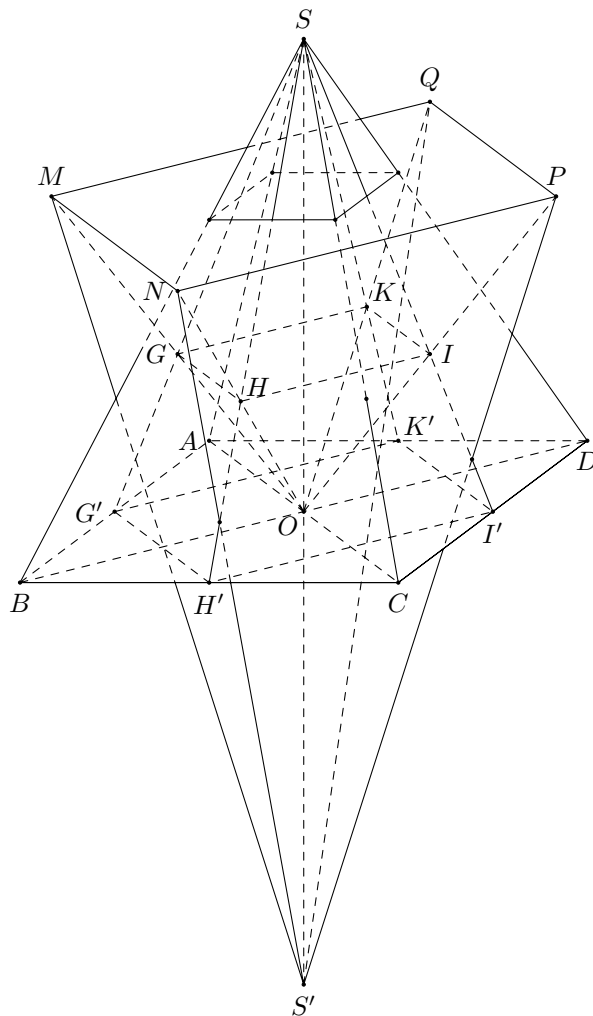
Chọn đáp án **(B)**



Câu 43. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

- A.** $\frac{40\sqrt{10}a^3}{81}.$ **B.** $\frac{10\sqrt{10}a^3}{81}.$ **C.** $\frac{20\sqrt{10}a^3}{81}.$ **D.** $\frac{2\sqrt{10}a^3}{9}.$

Lời giải.



Gọi G' , H' , I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB , BC , CD và DA .

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}a^2$.

Gọi G , H , I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB , SBC , SCD và SDA .

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\frac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \frac{4}{9} \cdot S_{G'H'I'K'} = \frac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4 \cdot S_{GHIK} = \frac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}a$.

Ta có $d(O, (MNPQ)) = 2 \cdot d(M, (GHIK)) = \frac{2}{3}SO \Rightarrow d(S', (MNPQ)) = \frac{5}{3}SO = \frac{5\sqrt{10}}{6}a$.

Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

$$V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(S', (MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{9}a^2 \cdot \frac{5\sqrt{10}}{6}a = \frac{20\sqrt{10}a^3}{81}.$$

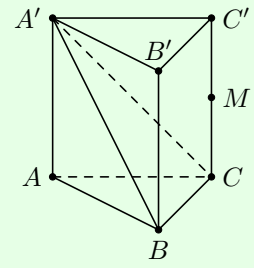
Chọn đáp án 

□

Câu 44.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$. D. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.



Lời giải.

Vì M là trung điểm của CC' nên $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}d(C', (A'BC))$.

Vì $AA'C'C$ là hình chữ nhật nên $d(C', (A'BC)) = d(A, (A'BC))$.

Suy ra $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}d(A, (A'BC))$.

Dựng $\begin{cases} AK \perp BC \text{ tại } K & (1) \\ AH \perp A'K \text{ tại } H. & (2) \end{cases}$

Ta có $AA' \perp BC$ (do $AA' \perp (ABC) \supset BC$). (3)

Từ (1), (3) $\Rightarrow BC \perp (AA'K)$. Suy ra $AH \perp BC$. (4)

Từ (2), (4) $\Rightarrow AH \perp (A'BC)$ tại H .

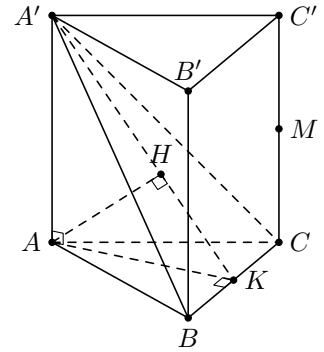
$\Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH$.

Xét $\triangle A'AH$ vuông tại A và có đường cao AH nên

$$AH = \frac{AA' \cdot AK}{\sqrt{AA'^2 + AK^2}} = \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{57}a}{19}.$$

Vậy $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}AH = \frac{\sqrt{57}a}{19}$.

Chọn đáp án **D**



Câu 45. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^2 [f(x-1)]^4$ là

- A. 7. B. 8. C. 5. D. 9.

Lời giải.

Hàm số $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có

$$\begin{aligned} g'(x) &= 2x [f(x-1)]^4 + 4x^2 [f(x-1)]^3 \cdot f'(x-1) \\ &= 2x [f(x-1)]^3 [f(x-1) + 2xf'(x-1)] \\ g'(x) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nghiệm đơn)} \\ f(x-1) = 0 \quad (1) \\ f(x-1) + 2xf'(x-1) = 0. \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f'(x) = a(x+1)x(x-1) = a(x^3 - x)$.

Suy ra $f(x) = a\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right) + C$.

Mặt khác, đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua 2 điểm có tọa độ $(0; -1)$, $(1; 3)$ nên

$$\begin{cases} C = -1 \\ -\frac{1}{4}a + C = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = -1 \\ a = -16. \end{cases}$$

Do đó $f(x) = -16\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right) - 1 = -4x^4 + 8x^2 - 1$.

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow -4(x-1)^4 + 8(x-1)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ (x-1)^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \\ x = 1 \pm \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}. \end{cases}$$

Ta thấy bốn nghiệm này là bốn nghiệm bội ba của phương trình $g'(x) = 0$.

Đặt $x-1 = t$, phương trình (2) trở thành

$$(-4t^4 + 8t^2 - 1) + 2(t+1)(-16t^3 + 16t) = 0 \Leftrightarrow -36t^4 - 32t^3 + 40t^2 + 32t - 1 = 0. \quad (3)$$

Xét $h(t) = -36t^4 - 32t^3 + 40t^2 + 32t - 1$, có $h'(t) = -144t^3 - 96t^2 + 80t + 32$.

Phương trình $h'(t) = 0$ có các nghiệm $t = -1, t = -\frac{1}{3}, t = \frac{2}{3}$.

Do đó bảng biến thiên của $h(t)$ như sau:

t	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\infty$
$h'(t)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$h(t)$	$-\infty$	3	$-\frac{175}{27}$	$\frac{581}{27}$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra phương trình (3) có 4 nghiệm t phân biệt nên phương trình (2) có 4 nghiệm x phân biệt. Ta cần kiểm tra 4 nghiệm của phương trình (2) có trùng với 5 nghiệm trong

tập hợp $\left\{0; 1 \pm \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}; 1 \pm \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}\right\}$ hay không.

• $x = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow h(-1) = 3 \neq 0 \Rightarrow x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình (2);

• $x = 1 + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow h\left(\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}\right) \approx -89,6 \neq 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$
không phải là nghiệm của phương trình (2);

• $x = 1 - \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow t = -\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow h\left(-\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}\right) \approx -13,9 \neq 0 \Rightarrow x = 1 - \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$
không phải là nghiệm của phương trình (2);

- $x = 1 + \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}} \Rightarrow h\left(\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}\right) \approx 13,9 \neq 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}$ không phải là nghiệm của phương trình (2);
- $x = 1 - \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}} \Rightarrow t = -\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}} \Rightarrow h\left(-\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}\right) \approx -6,5 \neq 0 \Rightarrow x = 1 - \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}$ không phải là nghiệm của phương trình (2);

Do đó phương trình $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm bội lẻ phân biệt.

Vậy hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

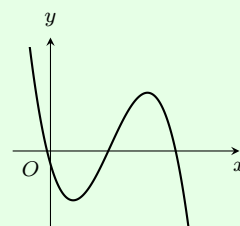
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 46.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.



Lời giải.

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy $a < 0$ và đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hai điểm cực trị của hàm số đều dương nên $\begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0. \end{cases}$

Vậy chỉ có hệ số $b > 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

- A.** $\frac{17}{42}$. **B.** $\frac{41}{126}$. **C.** $\frac{31}{126}$. **D.** $\frac{5}{21}$.

Lời giải.

Tập các số S được lấy ra có tất cả $A_9^4 = 3024$ số, suy ra $n(\Omega) = 3024$.

Gọi A là biến cố lấy được số thuộc tập S mà số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ. Ta có các trường hợp sau.

- TH1: Số đó có thứ tự: lẻ, chẵn, lẻ, chẵn, lúc đó có $5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 240$ số.
- TH2: Số đó có thứ tự: lẻ, chẵn, chẵn, tùy ý, lúc đó có $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 = 360$ số.
- TH3: Số đó có thứ tự: chẵn, chẵn, chẵn, tùy ý, lúc đó có $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 = 144$ số.
- TH4: Số đó có thứ tự: chẵn, chẵn, lẻ, chẵn, lúc đó có $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 120$ số.
- TH5: Số đó có thứ tự: chẵn, lẻ, chẵn, tùy ý, lúc đó có $4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 6 = 360$ số.

Như vậy ta tính được $n(A) = 240 + 360 + 144 + 120 + 360 = 1224$, suy ra xác suất cần tính là

$$P(A) = \frac{1224}{3024} = \frac{17}{42}.$$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 48. Xét các số thực dương không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 6x + 4y$ bằng

A. $\frac{65}{8}$.

B. $\frac{33}{4}$.

C. $\frac{49}{8}$.

D. $\frac{57}{8}$.

Lời giải.

Ta có biến đổi giả thiết ban đầu thành

$$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3. \quad (1)$$

Đặt $t = 2(x + y - 1)$. Do x, y không âm nên ta suy ra $t \geq -2$. Khi đó (1) trở thành

$$(t - 1) + y \cdot (2^t - 2) \geq 0.$$

Để ý rằng nếu $t < 1$ thì $VT < 0$, như vậy ta suy ra $t \geq 1$ hay là $x + y \geq \frac{3}{2}$. Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 + 6x + 4y = (x + 3)^2 + (y + 2)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}(x + 3 + y + 2)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + 5\right)^2 - 13 = \frac{65}{8}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ x + 3 = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\frac{65}{8}$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

A. 55.

B. 28.

C. 29.

D. 56.

Lời giải.

Với x, y là các số nguyên thì $x^2 + y \geq x + y > 0$, do đó để các biểu thức xác định thì $x + y \geq 1$. Cố định x , khi đó $y \in [-x + 1; +\infty)$ và xét hàm số

$$f(y) = \log_4(x^2 + y) - \log_3(x + y).$$

Ta có

$$f'(y) = \frac{1}{(x^2 + y) \ln 4} - \frac{1}{(x + y) \ln 3} < 0, \forall y \geq -x + 1.$$

Do đó $f(y)$ là hàm số nghịch biến trên $[-x + 1; +\infty)$. Ta có bảng biến thiên

y	$-x + 1$	$-x + 242$
$f(y)$	$f(-x + 1)$	$f(-x + 242)$

Chú ý rằng $f(-x+1) = \log_4(x^2 - x + 1) > 0$ nên yêu cầu bài toán tương đương

$$\begin{aligned} \log_4(x^2 - x + 242) - \log_3 242 &= f(-x+242) \leq 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - x + 242 &\leq 4^{\log_3 242}. \end{aligned}$$

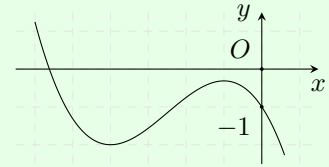
Suy ra $-27,37 \leq x \leq 28,37$, hay $x \in \{-27, -26, \dots, 28\}$, tức có 56 giá trị của x thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

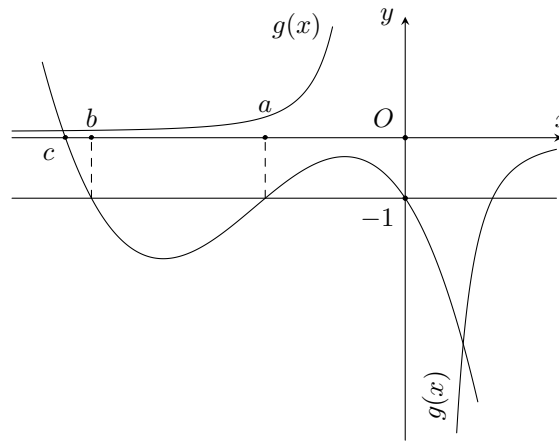
Câu 50.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là

- A.** 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.



Lời giải.



Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

- Phương trình $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a < 0 \\ x = b < 0. \end{cases}$
- Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = c < b$.

Do đó, ta có

$$f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = 0 & (1) \\ x^3 f(x) = a & (2) \\ x^3 f(x) = b. & (3) \end{cases}$$

Khi đó

- Phương trình (1) tương đương $\begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = c. \end{cases}$
- Phương trình (2) tương đương $f(x) = \frac{a}{x^3}$. Đặt $g(x) = \frac{a}{x^3}$. Ta có $g'(x) = -\frac{3a}{x^4} > 0, \forall x \neq 0$, bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	+		+
$g(x)$	$0 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 0$

Vẽ đồ thị hàm số $g(x)$ trên cùng trục tọa độ với đồ thị hàm số $f(x)$, ta thấy chúng có hai giao điểm có hoành độ khác 0 và c , tức phương trình (2) có hai nghiệm khác 0 và c .

- Tương tự, phương trình (3) có hai nghiệm, hiển nhiên hai nghiệm này khác 0, c và khác hai nghiệm của phương trình (2) (vì nếu trùng nghiệm của phương trình (2) thì $a = b$).

Vậy phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **A**



ĐÁP ÁN THAM KHẢO MÃ ĐỀ 103

1. C	2. A	3. B	4. C	5. B	6. C	7. D	8. D	9. C	10. A
11. D	12. B	13. A	14. C	15. D	16. C	17. B	18. D	19. C	20. C
21. A	22. B	23. D	24. D	25. A	26. D	27. A	28. A	29. A	30. D
31. A	32. C	33. C	34. A	35. C	36. A	37. C	38. A	39. C	40. A
41. A	42. D	43. C	44. C	45. D	46. C	47. D	48. A	49. D	50. D

Câu 1. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 15π . B. 25π . C. 30π . D. 75π .

Lời giải.

Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 5 \cdot 3 = 30\pi$.

Chọn đáp án **C**



Câu 2. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{20\pi}{3}$. B. 20π . C. $\frac{10}{3}$. D. 10π .

Lời giải.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 5 = \frac{20\pi}{3}$.

Chọn đáp án **A**



Câu 3. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Giá trị của $\int_1^2 3f(x) dx$ bằng

A. 5. B. 6. C. $\frac{2}{3}$. D. 8.

Lời giải.

Ta có $\int_1^2 3f(x) dx = 3 \int_1^2 f(x) dx = 3 \cdot 2 = 6$.

Chọn đáp án **B**



Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_3 = (3; -1; -2)$. B. $\vec{u}_4 = (4; 2; 3)$. C. $\vec{u}_2 = (4; -2; 3)$. D. $\vec{u}_1 = (3; 1; 2)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (4; -2; 3)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 5. Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 16π . **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** 32π . **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án **B**



Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 5; 2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 5; 2)$. **B.** $(0; 5; 0)$. **C.** $(3; 0; 0)$. **D.** $(0; 0; 2)$.

Lời giải.

Điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có hình chiếu vuông góc trên trục Ox có tọa độ là $(x_0; 0; 0)$.

Suy ra $A(3; 5; 2)$ có hình chiếu vuông góc trên trục Ox có tọa độ là $(3; 0; 0)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là

A. $x = 6$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 11$. **D.** $x = 10$.

Lời giải.

Phương trình $\log_2(x-2) = 3 \Leftrightarrow x-2 = 2^3 \Leftrightarrow x = 10$.

Chọn đáp án **D**



Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2 . **B.** -2 . **C.** 3 . **D.** -1 .

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ với giá trị cực tiểu bằng -1 .

Chọn đáp án **D**



Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. **C.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải.

Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) với $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ là

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 9$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $x = -2$.

D. $x = -1$.

 **Lời giải.**

Phương trình $3^{x+1} = 9 \Leftrightarrow x + 1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 11. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 6; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 28.

B. 14.

C. 15.

D. 84.

 **Lời giải.**

Thể tích của khối hộp đã cho $V = 2 \cdot 6 \cdot 7 = 84$.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 12. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 12.

B. 2.

C. 3.

D. 6.

 **Lời giải.**

Thể tích của khối chóp đã cho $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3 = 2$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$

A. $\bar{z} = 2 + 5i$.

B. $\bar{z} = -2 + 5i$.

C. $\bar{z} = 2 - 5i$.

D. $\bar{z} = -2 - 5i$.

 **Lời giải.**

Vì số phức đã cho là $z = 2 - 5i$ nên số phức liên hợp của nó là $\bar{z} = 2 + 5i$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64.

B. 81.

C. 12.

D. $\frac{3}{4}$.

 **Lời giải.**

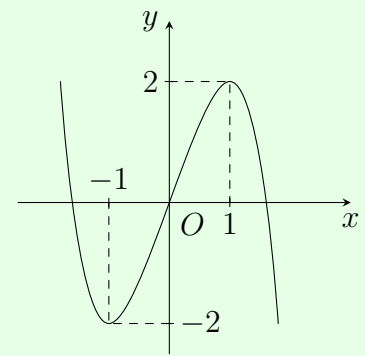
Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 4 = 12$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 15.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **D**



Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $3 + i$. B. $-3 - i$. C. $3 - i$. D. $-3 + i$.

Lời giải.

Ta có: $z_1 + z_2 = 3 - i$.

Chọn đáp án **C**



Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$			3		3	
	$-\infty$			2		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **B**



Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ là

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$, nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

Chọn đáp án **D**



Câu 19.

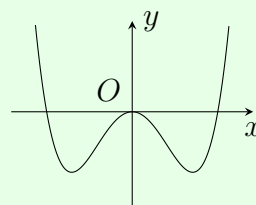
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = x^3 - 3x^2$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.



Lời giải.

Hình đã cho là đồ thị của hàm số trùng phương, với hệ số $a > 0$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 16$. Bán kính mặt cầu (S) bằng

A. 32.

B. 8.

C. 4.

D. 16.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{16} = 4$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

A. -2.

B. 2.

C. 1.

D. -1.

Lời giải.

$M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z suy ra $z = -2 + i$, do đó phần thực của z bằng -2.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_3 x$ xác định khi $x > 0$, do đó tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 23. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 1.

B. 25.

C. 5.

D. 120.

Lời giải.

Mỗi cách xếp là một hoán vị của 5 học sinh, do đó có $5! = 120$ cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 24. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

A. $3 + \log_a b$.

B. $3 \log_a b$.

C. $\frac{1}{3} + \log_a b$.

D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b$.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 25. $\int x^4 dx$ bằng

A. $\frac{1}{5}x^5 + C.$

B. $4x^3 + C.$

C. $x^5 + C.$

D. $5x^5 + C.$

Lời giải.

Ta có $\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 26. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của

$\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng

A. 20.

B. 22.

C. 26.

D. 28.

Lời giải.

Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = \int_1^3 1 dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 + x^3 \Big|_1^3 = 2 + (27 - 1) = 28.$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 27. Cho hình nón có bán kính bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $18\pi.$

B. $36\pi.$

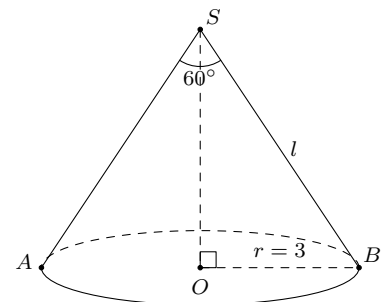
C. $6\sqrt{3}\pi.$

D. $12\sqrt{3}\pi.$

Lời giải.

Ta có $\widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{OSB} = 30^\circ \Rightarrow l = \frac{3}{\sin 30^\circ} = 6.$

Diện tích xung quanh của hình nón $S = \pi rl = 18\pi.$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 2$ và $y = 3x - 2$ bằng

A. $\frac{9}{2}.$

B. $\frac{9\pi}{2}.$

C. $\frac{125}{6}.$

D. $\frac{125\pi}{6}.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^2 - 2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 3.$$

$$\text{Suy ra } S = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^3 = \frac{9}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-7} < 4$ là

A. $(-3; 3)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

 **Lời giải.**

Ta có $2^{x^2-7} < 4 \Leftrightarrow x^2 - 7 < 2 \Leftrightarrow x^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-3; 3)$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 30. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 3.

B. 6.

C. 2.

D. 4.

 **Lời giải.**

Ta có $9^{\log_3(ab)} = 4a \Leftrightarrow 3^{2\log_3(ab)} = 4a \Leftrightarrow 3^{\log_3(ab)^2} = 4a \Leftrightarrow (ab)^2 = 4a \Leftrightarrow ab^2 = 4$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $2x + 3y + z - 3 = 0$.

B. $2x - y + 2z - 9 = 0$.

C. $2x + 3y + z + 3 = 0$.

D. $2x - y + 2z + 9 = 0$.

 **Lời giải.**

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

Vì (P) vuông góc với d nên (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3; 1)$.

Mặt khác, (P) đi qua $M(2; -1; 2)$ nên phương trình của (P) là

$$2(x - 2) + 3(y + 1) + (z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + z - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 32.

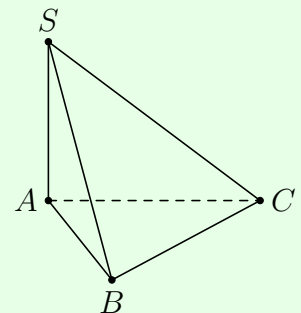
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 3a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{30}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .



 **Lời giải.**

Gọi φ là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy (ABC) .
Chiếu SC lên mặt phẳng (ABC) ta được AC . Do đó $\varphi = \widehat{SCA}$.
Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có

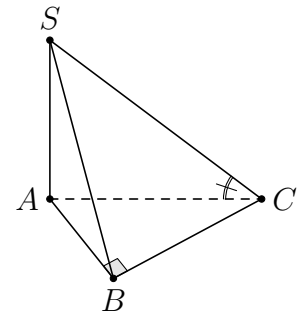
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 9a^2} = a\sqrt{10}.$$

Xét tam giác SAC vuông tại A , ta có

$$\tan \varphi = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{30}}{a\sqrt{10}} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là 60° .

Chọn đáp án **C**



□

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

- A.** $P(-1; -3)$. **B.** $M(-1; 3)$. **C.** $N(3; -3)$. **D.** $Q(3; 3)$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$ có hai nghiệm là $-2 \pm 3i$, do đó $z_0 = -2 + 3i$.

Suy ra $1 - z_0 = 3 - 3i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là $N(3; -3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; 1; 2)$ và $C(2; 3; 1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

- A.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{3}$.
C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (1; 2; -1)$.

Khi đó, đường thẳng đi qua $A(1; 2; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (1; 2; -1)$ sẽ có phương trình

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A.** $20\sqrt{10}$. **B.** -63 . **C.** $-20\sqrt{10}$. **D.** -52 .

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 30$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10} \\ x = -\sqrt{10} \end{cases}$.

Do xét trên đoạn $[2; 19]$ nên ta nhận $x = \sqrt{10}$.

Khi đó $f(2) = -52$, $f(19) = 6289$, $f(\sqrt{10}) = -20\sqrt{10} \approx -63,25$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[2; 19]$ là $f(\sqrt{10}) = -20\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

 **Lời giải.**

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 thuộc tập xác định của hàm số và $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định, dấu của $f'(x)$ khi đi qua x_0 phải đổi dấu từ âm sang dương.

Từ đó suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ và $x = 2$.

Vậy hàm số có hai điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **A**



Câu 37. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 1 + i$. Mô-đun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. 8. C. $2\sqrt{10}$. D. 40.

 **Lời giải.**

Ta có: $z \cdot \bar{w} = (4 + 2i) \cdot (1 - i) = 6 - 2i$.

Suy ra $|6 - 2i| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **C**



Câu 38. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + 5x$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

 **Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3 + x^2 = x^2 + 5x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5}. \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm có ba nghiệm phân biệt nên hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm.

Chọn đáp án **A**



Câu 39. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 900 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700 ha?

- A. Năm 2029. B. Năm 2051. C. Năm 2030. D. Năm 2050.

 **Lời giải.**

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 900 \cdot (1 + 0,06)^n > 1700 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} \frac{1700}{900} \approx 10,9$.

Vậy sau 11 năm tức năm 2030 thì tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700 ha.

Chọn đáp án **C**



Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{43\pi a^2}{3}$. B. $\frac{19\pi a^2}{3}$. C. $\frac{43\pi a^2}{9}$. D. $21\pi a^2$.

Lời giải.

Kẻ AM vuông góc BC ($M \in BC$). Suy ra $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$. Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy là góc $\widehat{SMA} = 60^\circ$.

Ta có AM là đường cao của tam giác đều cạnh $2a$ nên $AM = a\sqrt{3}$. Tam giác SMA vuông tại A nên

$$SA = AM \cdot \tan \widehat{SMA} = AM \cdot \tan 60^\circ = 3a.$$

Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC , suy ra bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác tam giác ABC là

$$AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

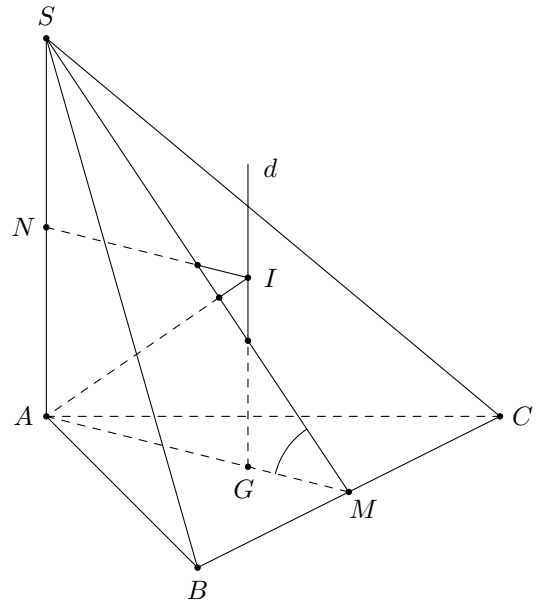
Dựng mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng SA , cắt SA tại N và cắt d tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$R = IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \sqrt{\frac{SA^2}{4} + AG^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} + \frac{4a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{129}}{6}.$$

Suy ra diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$S = 4 \cdot \pi \cdot R^2 = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{129}}{6}\right)^2 = \frac{43\pi a^2}{3}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 41. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5)$ là

- A. $(2; 5]$. B. $[2; 5)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(2; 5)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x+2}{x+m}$ xác định khi $x \neq -m$.

$$\text{Ta có } y = \frac{x+2}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m-2}{(x+m)^2}.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -m \notin (-\infty; -5) \\ m-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m \geq -5 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 5.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)f'(x)$ là

A. $\frac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$. B. $\frac{x+1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$. C. $\frac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}} + C$. D. $\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} + C$.

 **Lời giải.**

Ta có $\int g(x) dx = \int (x+1)f'(x) dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$. Khi đó

$$\begin{aligned} \int g(x) dx &= (x+1)f(x) - \int f(x) dx \\ &= \frac{(x+1)x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}} + C \\ &= \frac{(x+1)x}{\sqrt{x^2+1}} - \sqrt{x^2+1} + C \\ &= \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} + C. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\frac{9}{35}$. B. $\frac{16}{35}$. C. $\frac{22}{35}$. D. $\frac{19}{35}$.

 **Lời giải.**

Số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau là $A_7^4 = 840$. Suy ra số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = A_7^4 = 840$.

Gọi A là biến cố “số được chọn **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn”.

- Trường hợp 1: Số được chọn không có chữ số chẵn, có $P_4 = 4! = 24$ số.
- Trường hợp 2: Số được chọn có 1 chữ số chẵn, có $C_3^1 \cdot C_4^3 \cdot 4! = 288$ số.
- Trường hợp 3: Số được chọn có 2 chữ số chẵn. Chọn 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ, có $C_3^2 \cdot C_4^2$ cách. Xếp trước 2 chữ số lẻ, có $2!$ cách xếp. Xếp 2 chữ số chẵn vào 2 trong 3 vị trí trước, sau và giữa các chữ số lẻ, có A_3^2 cách. Suy ra có $C_3^2 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 216$ số.

Do đó $n(A) = 24 + 288 + 216 = 528$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{528}{840} = \frac{22}{35}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4 [f(x-1)]^2$ là

A. 7.

B. 5.

C. 9.

D. 11.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta thấy hàm số có dạng $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$. Đồ thị hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ đi qua các điểm $(0; 3)$, $(1; -1)$ và đạt cực trị tại điểm $(1; -1)$ nên ta suy ra

$$\begin{cases} c = 3 \\ b = -8 \Rightarrow f(x) = 4x^4 - 8x^2 + 3. \\ a = 4 \end{cases}$$

$$f'(x) = 16x^3 - 16x = 16x(x^2 - 1).$$

Hàm số $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có

$$\begin{aligned} g'(x) &= 4x^3 [f(x-1)]^2 + 2x^4 f(x-1) \cdot f'(x-1) \\ &= 2x^3 f(x-1) [2f(x-1) + x f'(x-1)] \\ g'(x) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 0 & (1) \\ f(x-1) = 0 & (2) \\ 2f(x-1) + x f'(x-1) = 0. & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

- Phương trình (1) có nghiệm $x = 0$ (nghiệm bội ba).

$$\bullet \text{ Phương trình (2)} \Leftrightarrow 4(x-1)^4 - 8(x-1)^2 + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = \frac{3}{2} \\ (x-1)^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}.$$

Nên phương trình (2) có 4 nghiệm đơn.

- Phương trình (3) ta đặt $t = x - 1$

$$\begin{aligned} (3) &\Rightarrow 2f(t) + (t+1) \cdot f'(t) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2(4t^4 - 8t^2 + 3) + (t+1) \cdot 16 \cdot t \cdot (t^2 - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 24t^4 + 16t^3 - 32t^2 - 16t + 6 = 0. \quad (4) \end{aligned}$$

Bấm máy giải phương trình (4) thu được 4 nghiệm phân biệt không trùng với nghiệm của phương trình (2) (vì phương trình (2) có 4 nghiệm theo t là $\left(t = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}, t = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ thế vào phương trình (4) không

thỏa). Từ đó suy ra phương trình (3) có 4 nghiệm khác 5 nghiệm phía trên.

Từ (1), (2) và (3) suy ra hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 45. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 2x + 4y$ bằng

A. $\frac{33}{8}$.

B. $\frac{9}{8}$.

C. $\frac{21}{4}$.

D. $\frac{41}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3 \Leftrightarrow (2x - 3) \cdot 4^{-x} + y \cdot 4^{y-1} \geq 0 \Leftrightarrow 2y \cdot 2^{2y} \geq (3 - 2x) \cdot 2^{3-2x}. \quad (1)$$

- Xét trường hợp 1: $3 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$. Khi đó,

$$(1) \text{ đúng với mọi giá trị } \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow P = x^2 + y^2 + 2x + 4y \geq \frac{21}{4}. \quad (2)$$

- Xét trường hợp 2: $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{3}{2}$.

Xét hàm số $f(t) = t \cdot 2^t$, với $t \geq 0$.

$\Rightarrow f'(t) = 2^t + t \cdot 2^t \cdot \ln 2 > 0$, với mọi $t \geq 0$.

$$(1) \Rightarrow f(2y) \geq f(3 - 2x) \Leftrightarrow 2y \geq 3 - 2x \Leftrightarrow y \geq \frac{3}{2} - x. \text{ Khi đó,}$$

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 + 2x + 4y \geq x^2 + \left(\frac{3}{2} - x\right)^2 + 2x + 4\left(\frac{3}{2} - x\right) \\ &\Leftrightarrow P \geq 2x^2 - 5x + \frac{33}{4} = 2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{41}{8} \geq \frac{41}{8}. \quad (3) \end{aligned}$$

Từ (2) và (3) suy ra giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{41}{8}$ khi $x = \frac{5}{4}$, $y = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 46.

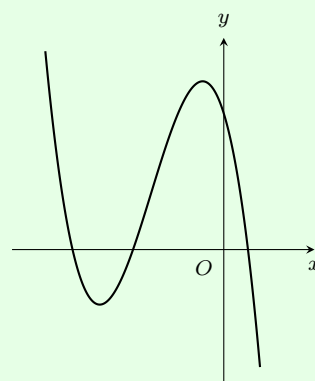
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$ và khi $x = 0$ thì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Hai điểm cực trị của hàm số đều âm nên } \begin{cases} \frac{-2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b > 0 \\ c < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}.$$

Vậy có đúng một số dương trong các số a, b, c, d ($d > 0$).

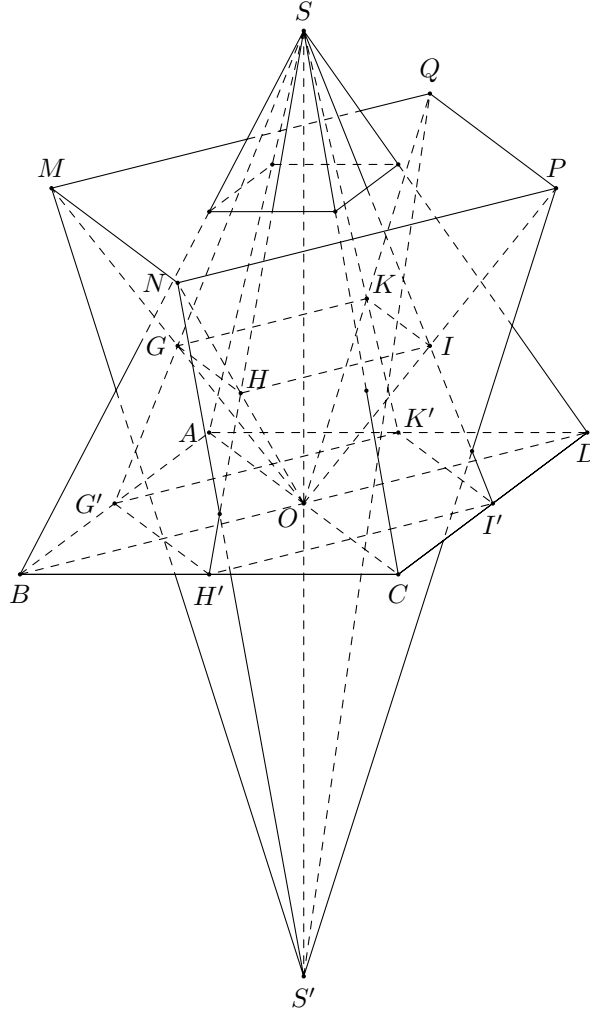
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q là điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ bằng.

- A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{9}$. B. $\frac{40\sqrt{6}a^3}{81}$. C. $\frac{10\sqrt{6}a^3}{81}$. D. $\frac{20\sqrt{6}a^3}{81}$.

 **Lời giải.**



Gọi G', H', I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA .

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}a^2$.

Gọi G, H, I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA .

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\frac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \frac{4}{9} \cdot S_{G'H'I'K'} = \frac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4 \cdot S_{GHIK} = \frac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{2}a$.

Ta có $d(O, (MNPQ)) = 2 \cdot d(O, (GHIK)) = \frac{2}{3}SO \Rightarrow d(S', (MNPQ)) = \frac{5}{3}SO = \frac{5\sqrt{6}}{6}a$.

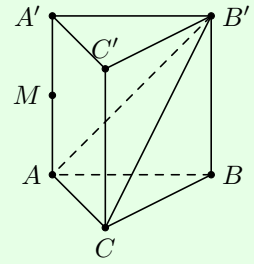
Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

$$V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(S', (MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{9}a^2 \cdot \frac{5\sqrt{6}}{6}a = \frac{20\sqrt{6}a^3}{81}.$$

Câu 48.

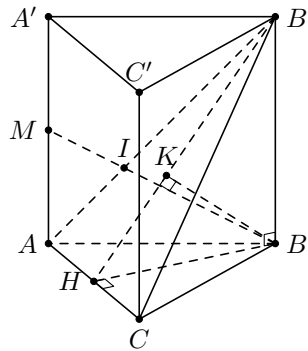
Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

- A.** $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.



Lời giải.

- Cách 1



Đặt I là giao điểm của BM và $B'A$. Suy ra $BM \cap (AB'C) = I$. Do đó $\frac{d(M, (AB'C))}{d(B, (AB'C))} = \frac{MI}{BI}$.

Mà $MA \parallel BB'$ nên $\frac{MI}{BI} = \frac{MA}{BB'} = \frac{1}{2}$. Suy ra $d(M, (AB'C)) = \frac{1}{2}d(B, (AB'C))$.

Kẻ $BH \perp CA$ tại H . Kẻ $BK \perp B'H$ tại K . Ta có

$$- \begin{cases} BB' \perp CA \\ BH \perp CA \end{cases} \Rightarrow CA \perp (B'BH).$$

Mà $BK \subset (B'BH)$ nên suy ra $BK \perp CA$.

$$- \begin{cases} BK \perp CA \\ BK \perp B'H \end{cases} \Rightarrow BK \perp (AB'C) \text{ tại } K. \text{ Suy ra } d(B, (AB'C)) = BK.$$

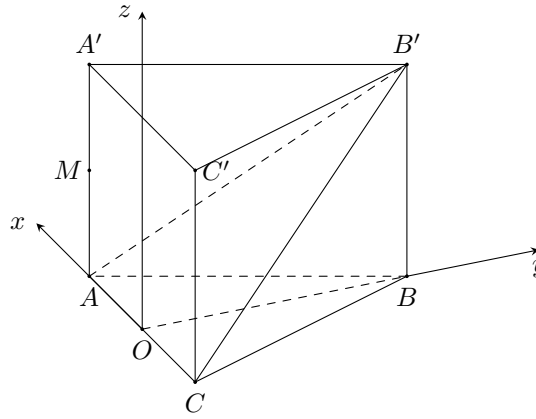
$$- BH \text{ là đường cao tam giác đều cạnh bằng } a \text{ nên } BH = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

- Tam giác $B'BH$ vuông tại B và có đường cao BK nên

$$BK = \frac{BB' \cdot BH}{\sqrt{BB'^2 + BH^2}} = \frac{2\sqrt{57}a}{19}.$$

$$\text{Suy ra } d(M, (AB'C)) = \frac{BK}{2} = \frac{\sqrt{57}a}{19}.$$

- Cách 2



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó $A\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $C\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $B\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, $B'\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 2a\right)$, $M\left(\frac{a}{2}; 0; a\right)$.

$$\overrightarrow{AB'} = \left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 2a\right) = \frac{a}{2}(-1; \sqrt{3}; 4) = \frac{a}{2}\vec{m}; \quad \overrightarrow{AC} = (-a; 0; 0) = -a(1; 0; 0) = -a\vec{i}.$$

Mặt phẳng $(AB'C)$ qua $A\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{m}, \vec{i}] = (0; 4; -\sqrt{3})$ nên có phương trình $4y - \sqrt{3}z = 0$.

$$\text{Suy ra } d(M, (AB'C)) = \frac{|\sqrt{3}a|}{\sqrt{4^2 + 3}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}} = \frac{a\sqrt{57}}{19}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2 + y) \geq \log_2(x + y)$?

A. 89.

B. 46.

C. 45.

D. 90.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0. \end{cases}$$

Đặt $k = x + y$, suy ra $k \in \mathbb{Z}^+$. Ta có $x^2 \geq x$, $\forall x \in \mathbb{Z}$.

Suy ra hàm số $f(y) = \log_3(x^2 + y) - \log_2(x + y)$ xác định trên $\mathcal{D} = (-x; +\infty)$.

Ta xét bất phương trình $f(y) \geq 0$.

$$\text{Ta có } f'(y) = \frac{1}{(x^2 + y) \ln 3} - \frac{1}{(x + y) \ln 2} \leq 0 \text{ (vì } x^2 \geq x \Rightarrow x^2 + y \geq x + y \text{ hay } \frac{1}{x^2 + y} - \frac{1}{x + y} \leq 0 \text{ và } \ln 3 > \ln 2 > 0).$$

Suy ra hàm số $f(y)$ nghịch biến trên $\mathcal{D}$.

Xét $g(k) = f(k - x) = \log_3(x^2 + k - x) - \log_2 k$ xác định trên $(0; +\infty)$.

Do f nghịch biến trên $\mathcal{D}$ nên g cũng nghịch biến $(0; +\infty)$.

Ta có $g(1) = \log_3(x^2 - x + 1) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{Z}$.

Mặt khác với mỗi $x \in \mathbb{Z}$, xét trên tập số thực phương trình $g(k) = 0$ luôn có nghiệm duy nhất $k_0 \in [1; +\infty)$, vì

$$\bullet \lim_{k \rightarrow 0^+} g(k) = +\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{k \rightarrow 0^+} \log_3(x^2 - x + k) = \log_3(x^2 - x) > 0 \text{ (hằng số theo } x \text{ nguyên)} \\ \lim_{k \rightarrow 0^+} \log_2 k = -\infty. \end{cases}$$

$$\bullet \lim_{k \rightarrow +\infty} g(k) = \lim_{k \rightarrow +\infty} [(\log_3(x^2 - x + k) - \log_3 k) + (\log_3 k - \log_2 k)] = -\infty. \text{ Vì}$$

$$\begin{aligned}
- \lim_{k \rightarrow +\infty} [\log_3(x^2 - x + k) - \log_3 k] &= \lim_{k \rightarrow +\infty} \log_3 \left(\frac{x^2 - x}{k} + 1 \right) = \log_3 1 = 0. \\
- \lim_{k \rightarrow +\infty} (\log_3 k - \log_2 k) &= \lim_{k \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{\log_3 2} \right) \log_3 k = -\infty.
\end{aligned}$$

Khi đó với mọi $k \in \mathbb{Z}$ mà $1 \leq k \leq k_0$ thì $g(k) \geq g(k_0) \geq 0$ nên bất phương trình (*) có ít nhất k_0 nghiệm.

Suy ra yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{aligned}
&g(127) \leq 0 \\
&\Leftrightarrow \log_3(x^2 - x + 127) \leq \log_2 127 \\
&\Leftrightarrow x^2 - x + 127 \leq 3^{\log_2 127} \\
&\Leftrightarrow x^2 - x + 127 \leq 3^{\log_2 127} \\
&\Leftrightarrow -44 \leq x \leq 45 \quad (\text{vì } x \text{ nguyên}).
\end{aligned}$$

Vậy $x \in \{-44; -43; \dots; 45\}$.

Khi đó có 90 giá trị x thỏa bài toán.

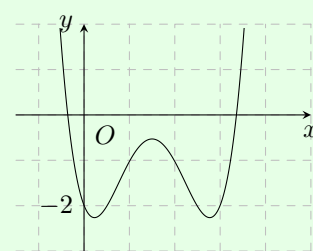
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 50.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^2 f(x)) + 2 = 0$ là

- A.** 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 9.



Lời giải.

Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

$$\bullet \text{ Phương trình } f(x) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \\ x = b \\ x = c. \end{cases} \text{ với } 0 < a < b < c < m.$$

$$\bullet \text{ Phương trình } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = n < 0 \\ x = m > 0. \end{cases}$$

Do đó, ta có

$$f(x^2 f(x)) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 f(x) = 0 & (1) \\ x^2 f(x) = a & (2) \\ x^2 f(x) = b & (3) \\ x^2 f(x) = c & (4) \end{cases}$$

Khi đó

$$\bullet \text{ Phương trình (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m \\ x = n. \end{cases}$$

- Phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^2}$ (vì $x = 0$ không là nghiệm của phương trình (2)). Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị $(C_1): g(x) = \frac{a}{x^2}$.

Với $g'(x) = -\frac{2a}{x^3} < 0, \forall x > 0$ và $g'(x) = -\frac{2a}{x^3} > 0, \forall x < 0$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).

- Phương trình (3) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{b}{x^3}$.

Tương tự như trên, ta có phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2).

- Phương trình (4) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{c}{x^2}$.

Tương tự như trên, ta có phương trình (4) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1), (2) và (3).

Vậy phương trình $f(x^2 f(x)) + 2 = 0$ có 9 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **D**

□

ĐÁP ÁN THAM KHẢO MÃ ĐỀ 104

1. C	2. A	3. C	4. B	5. C	6. B	7. B	8. D	9. C	10. A
11. B	12. A	13. B	14. B	15. C	16. A	17. D	18. C	19. A	20. D
21. B	22. A	23. D	24. C	25. A	26. D	27. A	28. A	29. B	30. C
31. B	32. B	33. D	34. C	35. C	36. A	37. D	38. A	39. B	40. A
41. B	42. A	43. B	44. D	45. B	46. C	47. D	48. C	49. D	50. D

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

 **Lời giải.**

Hàm số $y = \log_4 x$ xác định khi $x > 0$. Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 2. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 42π . B. 147π . C. 49π . D. 21π .

 **Lời giải.**

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 7 \cdot 3 = 42\pi$.

Chọn đáp án **A**



Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (4; -2; 3)$. B. $\vec{u}_4 = (4; 2; -3)$. C. $\vec{u}_3 = (3; -1; -2)$. D. $\vec{u}_1 = (3; 1; 2)$.

 **Lời giải.**

Dựa vào định nghĩa ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (3; -1; -2)$.

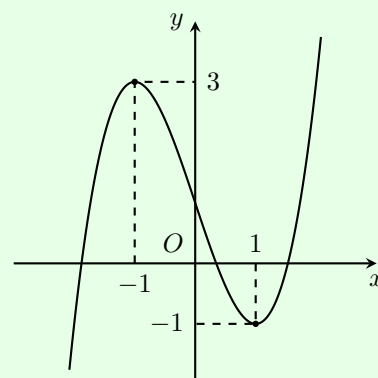
Chọn đáp án **C**



Câu 4.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.



Lời giải.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ bằng số giao điểm giữa hai đồ thị $\begin{cases} (C) : y = f(x) \\ (d) : y = 2. \end{cases}$

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta nhận thấy rằng số giao điểm giữa (C) và (d) là 3. Vậy số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là 3.

Chọn đáp án **B**



Câu 5. Biết $\int_2^3 f(x) dx = 6$. Giá trị của $\int_2^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 36. B. 3. C. 12. D. 8.

Lời giải.

Ta có $\int_2^3 2f(x) dx = 2 \int_2^3 f(x) dx = 2 \cdot 6 = 12$.

Chọn đáp án **C**



Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án **B**



Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8; 1; 2)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(8; 0; 0)$. C. $(0; 1; 2)$. D. $(0; 0; 2)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x; y; z)$ trên trục Ox có dạng $(x; 0; 0)$.

Chọn đáp án **B**



Câu 8. Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x + 2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 9. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 8π .

B. $\frac{8\pi}{3}$.

C. $\frac{16\pi}{3}$.

D. 16π .

Lời giải.

Ta có thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \frac{16\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 10.

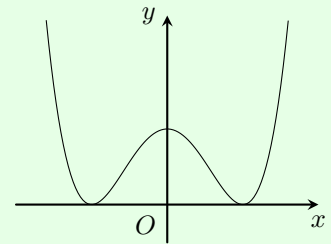
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.



Lời giải.

Đồ thị đã cho có 3 cực trị nên loại hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ và $y = x^3 - 3x^2 + 1$ đều là hàm số bậc 3 nên chỉ có tối đa 2 cực trị. Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên loại hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^4 + 2x^2 + 1) = -\infty$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 11. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^4} b$ bằng

A. $4 + \log_a b$.

B. $\frac{1}{4} \log_a b$.

C. $4 \log_a b$.

D. $\frac{1}{4} + \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^4} b = \frac{1}{4} \log_a b$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng

A. 4.

B. 32.

C. 16.

D. 8.

Lời giải.

$(S): x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4^2$. Do đó bán kính của (S) là 4.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 5i$ là

A. $\bar{z} = -3 - 5i$.

B. $\bar{z} = 3 + 5i$.

C. $\bar{z} = -3 + 5i$.

D. $\bar{z} = 3 - 5i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 5i$ là $\bar{z} = 3 + 5i$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 14. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 7.

B. 42.

C. 12.

D. 14.

 **Lời giải.**

Thể tích của khối hộp đã cho là $V = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 15. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 24.

B. 12.

C. 8.

D. 6.

 **Lời giải.**

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 8 = 8$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	1	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 0)$.

B. $(-3; 3)$.

C. $(0; 3)$.

D. $(-\infty; -3)$.

 **Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -3 .

C. -1 .

D. 2.

 **Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số là 2.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64. B. 81. C. 12. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 4 \cdot 3 = 12$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 19. Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 16π . C. 32π . D. $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu đã cho là $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-1; 2)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

A. 1. B. 2. C. -2. D. -1.

Lời giải.

Vì số phức z có điểm biểu diễn là $M(-1; 2)$ nên $z = -1 + 2i$, do đó z có phần thực bằng -1 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 21. $\int x^5 dx$ bằng

A. $5x^4 + C$. B. $\frac{1}{6}x^6 + C$. C. $x^6 + C$. D. $6x^6 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int x^5 dx = \frac{1}{6}x^6 + C$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 2) = 2$ là

A. $x = 11$. B. $x = 10$. C. $x = 7$. D. $x = 8$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(x - 2) = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 11$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 24. Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

A. 8.

B. 1.

C. 40320.

D. 64.

Lời giải.

Số cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc là $8! = 40320$.

Chọn đáp án **C**



Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $4 - 2i$.

B. $-4 + 2i$.

C. $4 + 2i$.

D. $-4 - 2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = 4 - 2i$.

Chọn đáp án **A**



Câu 26.

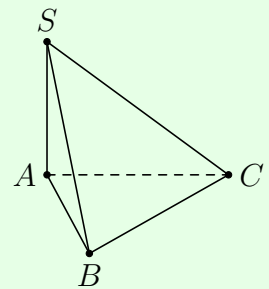
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = \sqrt{2}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .



Lời giải.

Góc giữa SC và (ABC) là $\widehat{SCA}$. Ta có

$$\bullet AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3}a.$$

$$\bullet \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ.$$

Chọn đáp án **D**



Câu 27. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(a^2b)} = 4a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Ta có

$$9^{\log_3(a^2b)} = \left(3^{\log_3(a^2b)}\right)^2 = (a^2b)^2 = a^4b^2.$$

Suy ra

$$a^4b^2 = 4a^3 \Leftrightarrow ab^2 = 4.$$

Chọn đáp án **A**



Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -2; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x + 2y - 2z + 5 = 0$.

B. $3x - 2y + 2z - 17 = 0$.

C. $3x - 2y + 2z + 17 = 0$.

D. $x + 2y - 2z - 5 = 0$.

 Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Do $(P) \perp d$ nên (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{u} = (1; 2; -2)$.

Phương trình của (P) là

$$(x - 3) + 2(y + 2) - 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z + 5 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng
A. -72 . **B.** $-22\sqrt{11}$. **C.** -58 . **D.** $22\sqrt{11}$.

 Lời giải.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 19]$, có $f'(x) = 3x^2 - 33$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{11} \notin (2; 19) \\ x = \sqrt{11} \in (2; 19). \end{cases}$

Lại có $f(2) = -58$, $f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$, $f(19) = 6232$. Vậy $\min_{[2; 19]} f(x) = -22\sqrt{11}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1} < 8$ là
A. $(0; 2)$. **B.** $(-\infty; 2)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.

 Lời giải.

Ta có $2^{x^2-1} < 8 \Leftrightarrow 2^{x^2-1} < 2^3 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 3 \Leftrightarrow x^2 < 4 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 31. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ là
A. $\frac{125\pi}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{125}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

 Lời giải.

Phương trình $x^2 - 3 = x - 3 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ là

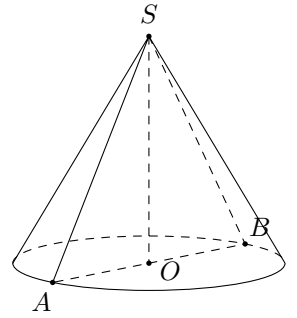
$$S = \int_0^1 |(x^2 - 3) - (x - 3)| dx = \int_0^1 (x - x^2) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \bigg|_0^1 = \frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 32. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
A. $\frac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. **B.** 32π . **C.** 64π . **D.** $\frac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

 Lời giải.

Ta gọi góc ở đỉnh là $\widehat{ASB}$ và O là tâm đáy thì $\triangle SOA$ vuông tại O như hình vẽ, có $\widehat{ASO} = 30^\circ$. Do đó $SO = OA \cot 30^\circ = 4\sqrt{3}$.
 Vậy diện tích xung quanh của hình nón là



$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot \ell = \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{SO^2 + OA^2} = 32\pi.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1 - z_0$ là
A. $M(3; -3)$. **B.** $P(-1; 3)$. **C.** $Q(1; 3)$. **D.** $N(-1; -3)$.

Lời giải.

Ta có $z^2 - 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow z = 2 \pm 3i$.

Do z_0 là nghiệm có phần ảo dương nên $z_0 = 2 + 3i$.

Vậy $1 - z_0 = -1 - 3i$. Do đó điểm biểu diễn của $1 - z_0$ là $N(-1; -3)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực đại đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên và do $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên ta thấy $x = -2$ và $x = 2$ là hai điểm cực đại của hàm số.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 0)$, $B(1; 0; 1)$ và $C(3; 1; 0)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (2; 1; -1)$. Gọi d là đường thẳng cần tìm nên d nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ chỉ phương. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 36. Cho hai số phức $z = 1 + 3i$ và $w = 1 + i$. Mô-đun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

A. $2\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 20.

D. 8.

 **Lời giải.**

Ta có $\bar{w} = 1 - i$. Khi đó $z \cdot \bar{w} = (1 + 3i)(1 - i) = 4 + 2i \Rightarrow |z \cdot \bar{w}| = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 37. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

 **Lời giải.**

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số là số nghiệm của phương trình

$$x^3 - x^2 = -x^2 + 3x \Leftrightarrow x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt nên số giao điểm của hai đồ thị là 3.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 38. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của

$$\int_1^3 [1 + f(x)] dx \text{ bằng}$$

A. 10.

B. 8.

C. $\frac{26}{3}$.

D. $\frac{32}{3}$.

 **Lời giải.**

$$\text{Ta có } \int_1^3 [1 + f(x)] dx = x \Big|_1^3 + \int_1^3 f(x) dx = 2 + F(x) \Big|_1^3 = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 10.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x + 1)f'(x)$ là

A. $\frac{x + 4}{2\sqrt{x^2 + 4}} + C$.

B. $\frac{x - 4}{\sqrt{x^2 + 4}} + C$.

C. $\frac{x^2 + 2x - 4}{2\sqrt{x^2 + 4}} + C$.

D. $\frac{2x^2 + x + 4}{\sqrt{x^2 + 4}} + C$.

 **Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}\int g(x) dx &= \int (x+1)f'(x) dx \\&= \int (x+1) df(x) \\&= (x+1)f(x) - \int f(x) dx \\&= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} d(x^2+4) \\&= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{x^2+4} + C \\&= \frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}} + C.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**



Câu 40. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 800 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha?

A. Năm 2029. **B.** Năm 2028. **C.** Năm 2048. **D.** Năm 2049.

Lời giải.

- Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A trong năm 2019 là $T_0 = 800$ ha.
- Diện tích rừng trồng của tỉnh A sau đó một năm là $T_1 = T_0 + T_0 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)$.
- Diện tích rừng trồng của tỉnh A sau đó hai năm là $T_2 = T_1 + T_1 \cdot 6\% = T_1(1 + 6\%) = T_0(1 + 6\%)^2$.
- ...
- Diện tích rừng trồng của tỉnh A sau đó n năm là $T_n = T_0(1 + 6\%)^n$.

Do diện tích rừng trồng mới đạt trên 1400 ha nên

$$800(1 + 6\%)^n > 1400 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} \frac{1400}{800} \approx 9,604.$$

Do đó năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha là

$$2019 + 10 = 2029.$$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{43\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{19\pi a^2}{3}$. **C.** $\frac{19\pi a^2}{9}$. **D.** $13\pi a^2$.

Lời giải.

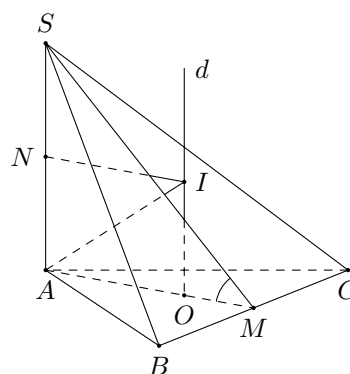
Gọi M là trung điểm BC , ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Do đó góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $\widehat{SMA} = 30^\circ$.

Tam giác SAM vuông tại A có $SA = AM \tan 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a$.

Gọi O là trọng tâm $\triangle ABC$, qua O dựng d song song SA , ta có $d \perp (ABC)$.

Gọi N trung điểm SA , dựng $NI \perp SA, I \in d$, ta có I tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$R = IA = \sqrt{NA^2 + NI^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{57}}{6}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = \frac{19\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 42. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ là

A. $(3; 6]$. **B.** $(3; 6)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $[3; 6)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m-3}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -6)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-3 > 0 \\ -m \notin (-\infty; -6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 6.$$

Vậy với $m \in (3; 6]$ thì hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{13}{35}$. **C.** $\frac{9}{35}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $A_7^4 = 840$.

Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S có 840 cách.

Chọn được số **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ gồm các trường hợp:

TH1: Số gồm 3 chữ số chẵn và 1 chữ số lẻ có $C_3^3 \cdot C_4^1 \cdot 4! = 96$ số.

TH2: Số gồm 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ. Có 3 cách xếp 2 số lẻ không liên tiếp ở các vị trí 1-3, 1-4 và 2-4. Chọn 2 số lẻ và xếp vào 2 vị trí có A_4^2 cách. Chọn 2 số chẵn và xếp vào 2 vị trí có A_3^2 cách. Do đó trường hợp này có $3 \cdot A_4^2 \cdot A_3^2 = 216$ số.

Do đó số cách chọn được số **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ là $96 + 216 = 312$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{312}{840} = \frac{13}{35}$.

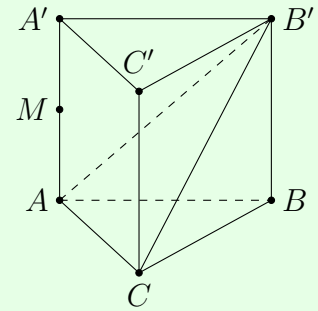
Chọn đáp án **(B)**



Câu 44.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

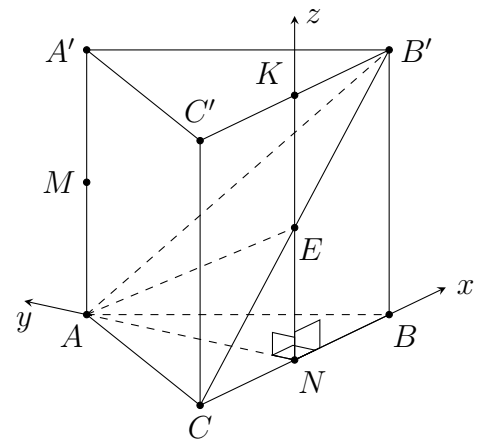
- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.



Lời giải.

Gọi N và K lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Gọi E là giao điểm của CB' và NK thì E là trung điểm của NK . Dễ dàng chứng minh được NB , NA , NK đôi một vuông góc.

Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó ta có tọa độ các điểm $C\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $A\left(0, \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, $K(0; 0; a)$, $A'\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; a\right)$, $E\left(0; 0; \frac{a}{2}\right)$, $M\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right)$.



Ta có phương trình mặt phẳng (ACE) (cũng là mặt phẳng $(AB'C)$) là

$$\frac{x}{-\frac{a}{2}} + \frac{y}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} + \frac{z}{\frac{a}{2}} = 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{3} \cdot x - 2y - 2\sqrt{3} \cdot z + a\sqrt{3} = 0.$$

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

$$d(M, (AB'C)) = \frac{\left| 2\sqrt{3} \cdot 0 - 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} \cdot \frac{a}{2} + a\sqrt{3} \right|}{\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2 + (2\sqrt{3})^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$$

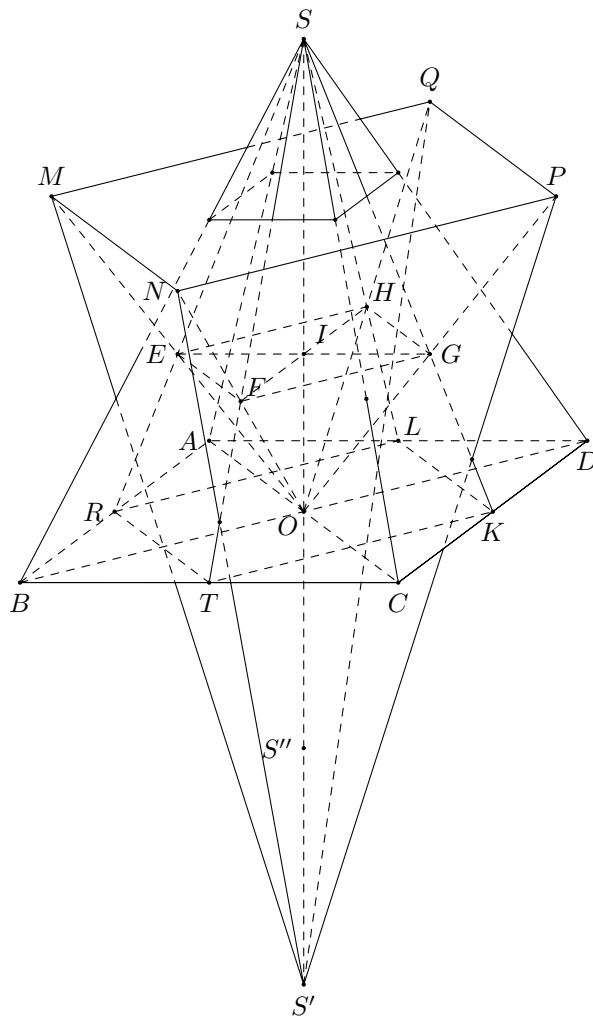
Chọn đáp án **(D)**



Câu 45. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{9}$. B. $\frac{20\sqrt{2}a^3}{81}$. C. $\frac{40\sqrt{2}a^3}{81}$. D. $\frac{10\sqrt{2}a^3}{81}$.

Lời giải.



Gọi R, T, K, L theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA và E, F, G, H theo thứ tự là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Xét phép vị tự tâm O tỉ số $\frac{1}{2}$. Phép vị tự này biến các điểm M, N, P, Q lần lượt thành các điểm E, F, G, H và biến điểm S' thành điểm S'' là trung điểm của OS' . Ta có tứ giác $EFGH$ là hình vuông, và

$$\frac{FG}{TK} = \frac{SG}{SK} = \frac{2}{3} \Rightarrow FG = \frac{2}{3}TK = \frac{1}{3}BD = \frac{a\sqrt{2}}{3},$$

$$IS'' = IO + OS'' = \frac{1}{3}SO + \frac{1}{2}SO = \frac{5}{6}SO = \frac{5}{6} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{12}.$$

Suy ra

$$V_{S''.EFGH} = \frac{1}{3}S''I \cdot S_{EFGH} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5a\sqrt{2}}{12} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{5a^3\sqrt{2}}{162}.$$

Vì hình chóp $S'.MNPQ$ là ảnh của hình chóp $S''.EFGH$ qua phép vị tự tỉ số 2 nên

$$V_{S'.MNPQ} = 2^3 \cdot V_{S''.EFGH} = 8 \cdot \frac{5a^3\sqrt{2}}{162} = \frac{20a^3\sqrt{2}}{81}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	3	$-\infty$		

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^2 [f(x+1)]^4$ là

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 5.

Lời giải.

Do $f(x)$ là hàm bậc bốn nên $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có

$$g'(x) = 2x [f(x+1)]^4 + 4x^2 [f(x+1)]^3 \cdot f'(x+1) = 2x [f(x+1)]^3 \cdot [f(x+1) + 2x \cdot f'(x+1)].$$

Suy ra

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ [f(x+1)]^3 = 0 \\ f(x+1) + 2x \cdot f'(x+1) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Ta có bảng biến thiên của hàm $f(x+1)$

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$		
$f'(x+1)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x+1)$	$-\infty$	3	-2	3	$-\infty$		

Suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khác 0 (mỗi nghiệm bội ba).

Ta biến đổi phương trình (2) thành

$$(2) \Leftrightarrow f(x+1) = -2x \cdot f'(x+1).$$

Đây chính là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f(x+1)$ và $y = -2x \cdot f'(x+1)$.

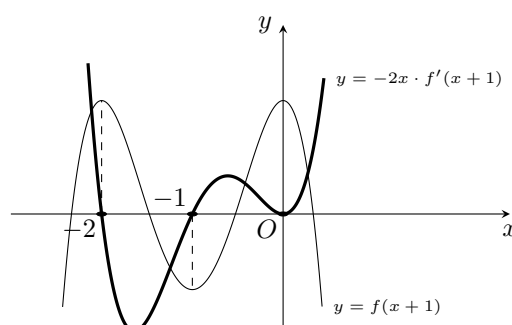
Ta có $y = -2x \cdot f'(x+1)$ là hàm số bậc bốn có hệ số $a > 0$ và

$$-2x \cdot f'(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+1 = 1 \\ x+1 = 0 \\ x+1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = -2. \end{cases}$$

Hình dáng đồ thị của hai hàm số $y = f(x+1)$ và $y = -2x \cdot f'(x+1)$ như hình bên. Từ đó suy ra phương trình (2) có 4 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy phương trình $g'(x) = 0$ có tối đa 9 nghiệm. Bây giờ ta sẽ kiểm tra các nghiệm này có trùng với nhau hay không.

- Đầu tiên ta thấy phương trình (1) và (2) không nhận $x = 0$ là nghiệm.
- Tiếp theo ta sẽ kiểm tra phương trình (1) và (2) có nghiệm chung $x \neq 0$ hay không bằng cách xét hệ phương trình sau



$$\begin{aligned} & \begin{cases} [f(x+1)]^3 = 0 \\ f(x+1) + 2x \cdot f'(x+1) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} f(x+1) = 0 & (i) \\ f'(x+1) = 0 & (ii) \end{cases} \end{aligned}$$

Từ bảng biến thiên của $f(x+1)$ và điều kiện $x \neq 0$ ta thấy (ii) $\Leftrightarrow x \in \{-2; -1\}$. Thế các nghiệm của (ii) vào phương trình (i) ta thấy không thỏa, nên (i) và (ii) không có nghiệm chung.

Do đó phương trình $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm phân biệt (đơn và bội ba), từ đây ta có thể kết luận hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C** □

Câu 47. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x + 2y$ bằng

A. $\frac{33}{8}$.

B. $\frac{9}{8}$.

C. $\frac{21}{4}$.

D. $\frac{41}{8}$.

 **Lời giải.**

Ta có

$$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3. \quad (1)$$

Đặt $t = 2(x + y - 1)$. Do x, y không âm nên $t \geq -2$. Khi đó (1) trở thành

$$(t - 1) + y \cdot (2^t - 2) \geq 0. \quad (2)$$

Khi đó nếu $t < 1$ thì $t - 1 < 0$ và $2^t - 2 < 0$, $y \geq 0$ nên (2) không thỏa mãn. Khi đó $t \geq 1$ hay $x + y \geq \frac{3}{2}$. Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 + 4x + 2y \\ &= (x + 2)^2 + (y + 1)^2 - 5 \\ &\geq \frac{1}{2}(x + 2 + y + 1)^2 - 5 \\ &\geq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + 3\right)^2 - 5 = \frac{41}{8}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ x + 2 = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

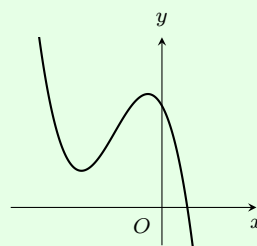
Vậy $\min P = \frac{41}{8}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 48.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$ và khi $x = 0$ thì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hai điểm cực trị của hàm số đều âm nên
$$\begin{cases} \frac{-2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b > 0 \\ c < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0. \end{cases}$$

Vậy $d > 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2 + y) \geq \log_2(x + y)$?

- A. 80. B. 79. C. 157. D. 158.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x + y \geq 1$.

Đặt $t = x + y$, suy ra $t \in \mathbb{N}^*$.

Bất phương trình đã cho trở thành $\log_3(x^2 - x + t) - \log_2 t \geq 0$. (*)

Xét hàm số $f(t) = \log_3(x^2 - x + t) - \log_2 t$ trên $[1; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{(x^2 - x + t) \ln 3} - \frac{1}{t \ln 2}$.

Từ giả thiết $x \in \mathbb{Z}$ suy ra $x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x^2 - x + t \geq t \geq 1$. Mặt khác $\ln 3 > \ln 2 > 0$.
Do đó

$$(x^2 - x + t) \ln 3 > t \ln 2 > 0 \Rightarrow \frac{1}{(x^2 - x + t) \ln 3} < \frac{1}{t \ln 2} \Rightarrow f'(t) < 0.$$

Suy ra $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Ta có

- $f(1) = \log_3(x^2 - x + 1) - \log_2 1 = \log_3(x^2 - x + 1) \geq 0$ (do $x^2 - x + 1 \geq 1$).
- $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = -\infty$.

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ như sau

t	1	$+\infty$
$f'(t)$	—	
$f(t)$	$f(1)$	$-\infty$

Suy ra phương trình $f(t) = 0$ có nghiệm duy nhất là $t_0 \in [1; +\infty)$.

Khi đó, (*) trở thành $f(t) \geq f(t_0) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq t \leq t_0 \\ t \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Theo giả thiết, ta suy ra $t_0 \leq 255$.

Khi đó

$$\begin{aligned} t_0 \leq 255 &\Leftrightarrow f(255) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \log_3(x^2 - x + 255) \leq \log_2 255 \\ &\Leftrightarrow x^2 - x + 255 < 6520,42 \\ &\Leftrightarrow x^2 - x - 6265,42 < 0 \\ &\Leftrightarrow -78,656 < x < 79,656. \end{aligned}$$

Vì x là số nguyên nên $x \in \{-78, -77, \dots, 79\}$.

Vậy có 158 giá trị x thỏa mãn bài toán.

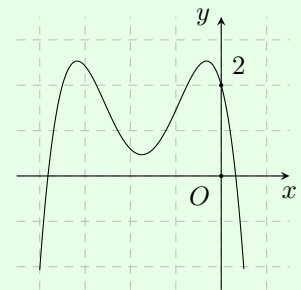
Chọn đáp án **D**

□

Câu 50.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^2 f(x)) - 2 = 0$ là

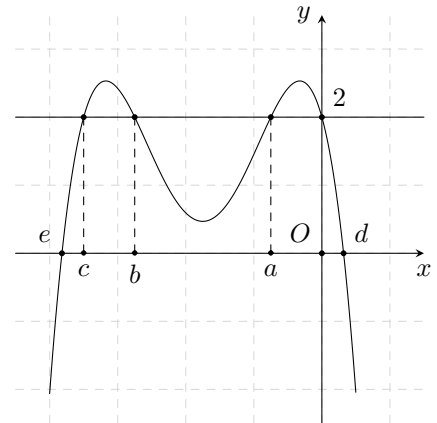
- A.** 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 9.



Lời giải.

Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

- Phương trình $f(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \in (-1; 0) \\ x = b \in (-3; -2) \\ x = c \in (-4; -3) \end{cases}$
- Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = d \in (0; 1) \\ x = e \in (-4; -3) \end{cases}$



Do đó, ta có

$$f(x^2 f(x)) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 f(x) = 0 & (1) \\ x^2 f(x) = a & (2) \\ x^2 f(x) = b & (3) \\ x^2 f(x) = c & (4) \end{cases}$$

Khi đó

- Phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = d \\ x = e \end{cases}$

- Phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^2}$. Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị (C₁): $g(x) = \frac{a}{x^2}$.

Với $a \in (-1; 0)$ ta có $g'(x) = -\frac{2a}{x^3}$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x) = \frac{a}{x^2}$ là

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-		+
$g(x)$	0 ↘ $-\infty$		$-\infty$ ↗ 0

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ và đồ thị (C), ta suy ra

- Trên khoảng $(-\infty; e)$, ta thấy

x	$-\infty$	e
$g(x)$	0 ↘ $\frac{a}{e^2}$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗ 0	

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_1 \in (-\infty; e)$.

- Trên các nửa khoảng $[e; 0)$ và $(0; d]$, ta thấy $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ nên phương trình (2) vô nghiệm.
- Trên khoảng $(d; +\infty)$, ta thấy

x	d	$+\infty$
$g(x)$	$\frac{a}{d^2}$ ↗ 0	
$f(x)$	0 ↘ $-\infty$	

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_2 \in (d; +\infty)$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).

- Tương tự như trên, ta có mỗi phương trình (3), (4) đều có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2).

Vậy phương trình $f(x^2 f(x)) - 2 = 0$ có 9 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **D**

□

Nhóm Toán và $\text{\LaTeX}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT 4 MÃ ĐỀ GỐC

MÔN TOÁN

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT

2020

Tháng 8/2020

Câu hỏi	Mã đề thi																							
	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	C	D	C	C	A	D	B	C	A	A	C	C	C	D	D	B	D	D	D	A	A	B	A	D
2	B	C	A	A	A	A	D	B	D	D	C	B	A	B	B	D	C	C	C	A	A	A	C	C
3	B	C	A	C	C	C	C	D	D	D	C	C	C	B	B	C	D	C	A	C	C	A	B	A
4	D	B	B	B	D	D	B	B	B	D	C	B	D	D	C	B	A	D	A	D	B	C	B	A
5	D	A	C	C	A	A	C	D	D	C	C	C	A	D	C	C	B	A	A	D	D	D	A	D
6	A	B	C	B	D	D	D	D	C	A	A	B	C	D	A	A	B	A	B	A	A	A	B	D
7	C	C	D	B	A	D	D	C	D	C	A	A	C	B	D	D	C	C	C	C	C	C	A	B
8	A	C	D	D	D	D	B	D	B	A	B	C	B	D	D	D	D	C	B	A	C	A	D	B
9	D	C	C	C	D	D	D	D	B	A	C	C	A	A	C	B	B	D	C	A	D	D	D	B
10	D	C	A	A	A	D	C	D	A	C	A	B	A	A	D	D	B	D	B	D	C	C	D	B
11	B	B	D	B	A	C	A	B	D	C	A	A	D	A	B	A	B	C	D	A	C	C	B	C
12	C	B	B	A	D	C	D	D	C	B	A	A	D	D	B	A	A	C	C	D	A	C	A	B
13	D	C	A	B	A	C	D	D	D	D	C	A	C	D	C	B	D	D	D	D	B	C	B	B
14	B	D	C	B	C	D	A	A	D	B	D	C	D	A	D	D	C	D	A	D	D	B	A	D
15	B	C	D	C	A	A	C	A	C	A	D	C	A	D	D	B	D	A	A	D	A	A	B	D
16	A	A	C	C	B	B	C	B	C	A	C	C	B	C	D	D	A	D	B	B	A	D	C	C
17	B	C	B	D	C	C	A	C	B	C	A	B	A	A	C	C	D	D	A	C	D	D	C	B
18	C	B	A	C	C	A	C	C	D	B	C	D	A	B	A	C	C	A	B	A	D	D	A	C
19	B	A	C	A	D	A	C	C	D	D	C	D	B	B	A	A	B	D	B	B	B	B	D	C
20	B	A	C	D	B	B	B	A	C	D	C	C	A	D	A	A	B	B	A	B	C	A	A	C
21	C	D	A	B	D	D	A	C	A	B	D	C	D	D	C	D	D	C	B	C	C	D	C	C
22	C	B	B	A	C	D	D	A	B	A	A	D	A	D	D	C	A	A	D	D	A	A	C	C
23	C	C	D	D	D	B	A	A	B	A	B	D	A	D	D	C	A	A	D	D	C	B	C	C
24	B	D	D	C	D	B	A	A	B	A	B	A	B	A	D	A	A	C	B	B	C	B	C	B
25	C	B	A	A	B	B	C	B	A	D	D	C	C	C	B	B	B	D	B	B	D	A	C	A
26	A	B	D	D	D	C	D	C	C	B	A	D	D	B	B	A	C	A	A	C	C	C	A	A
27	C	C	A	A	A	C	D	A	A	A	C	D	D	D	D	C	A	B	A	A	D	C	A	D
28	A	B	A	A	C	C	C	C	A	C	D	C	A	C	A	C	A	D	A	C	C	C	C	B
29	B	A	A	A	A	D	B	A	C	B	C	A	B	C	C	B	C	C	D	D	A	D	C	B
30	A	A	D	C	A	A	A	A	B	A	A	D	A	C	A	D	C	A	D	D	D	A	A	D
31	C	D	A	B	A	B	B	A	C	B	A	D	B	D	C	D	D	B	A	B	A	A	A	C
32	C	D	C	C	D	D	C	C	D	D	C	A	B	D	A	D	A	D	B	A	D	B	B	D
33	C	B	C	C	D	B	C	B	C	D	D	A	B	D	B	D	D	B	A	D	D	B	A	C
34	B	C	C	A	D	B	D	A	A	D	B	D	C	B	D	B	D	D	D	D	C	C	D	A
35	A	C	C	C	D	D	A	D	A	B	A	C	B	D	B	C	C	C	C	D	C	C	C	C
36	C	A	A	A	B	D	C	D	A	C	A	D	D	D	C	B	B	A	D	A	A	A	C	B
37	A	A	C	C	A	C	D	A	A	D	B	C	C	D	C	A	D	A	D	C	A	D	B	A
38	A	D	A	A	C	B	C	C	A	D	B	C	B	B	C	B	A	D	A	A	B	D	C	B
39	B	B	C	C	A	D	C	C	B	A	C	C	C	C	C	A	B	B	A	A	B	B	C	D
40	B	D	A	A	B	A	A	B	D	A	B	D	B	A	C	D	B	A	D	A	A	B	A	B
41	A	D	A	B	C	B	A	A	A	A	A	A	B	B	C	A	C	D	D	D	B	A	C	A
42	A	B	C	C	D	B	D	A	A	A	B	A	A	D	A	A	B	D	A	D	A	A	C	A
43	A	C	C	C	B	B	D	A	A	A	D	A	A	D	A	A	C	B	B	C	C	A	B	A
44	B	D	C	D	D	B	C	B	A	D	B	B	C	A	B	C	C	C	C	C	C	A	B	D
45	C	D	D	B	B	C	D	C	D	A	C	C	C	A	B	D	C	B	A	A	C	B	B	D
46	A	C	C	C	C	B	A	A	B	B	D	A	B	A	A	A	C	D	A	A	C	D	C	C
47	A	A	D	D	C	D	A	C	D	D	B	D	C	A	D	A	B	B	A	D	A	B	A	A
48	B	A	A	C	C	D	C	D	D	D	C	B	C	D	D	A	C	B	A	C	A	B	A	A
49	C	D	D	D	D	D	A	C	A	A	D	D	B	D	A	C	D	A	C	D	D	C	A	B
50	C	A	D	D	C	D	B	C	B	D	D	B	D	B	A	D	A	A	C	A	C	B	B	C

Mục lục

I	ĐỀ THI	3
	Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 101	5
	Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 102	10
	Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 103	15
	Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 104	20
II	LỜI GIẢI CHI TIẾT	25
	Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 101	27
	Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 102	39
	Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 103	51
	Đề thi tốt nghiệp THPT 2020 môn Toán - Mã đề 104	62

PHẦN



ĐỀ THI

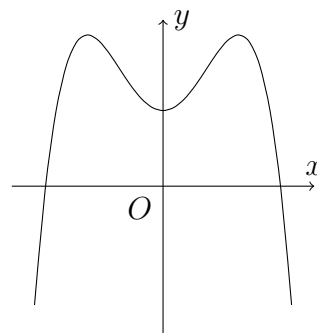
Câu 1. Đồ thị của hàm số nào ở dưới đây có dạng đường cong như hình bên?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1.$



Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là

A. $x = -2.$

B. $x = 3.$

C. $x = 2.$

D. $x = -3.$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -5.

C. 0.

D. 2.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1).$

B. $(0; 1).$

C. $(-1; 1).$

D. $(-1; 0).$

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 10.

B. 20.

C. 12.

D. 60.

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 5i$ là

A. $\bar{z} = -3 - 5i.$

B. $\bar{z} = 3 + 5i.$

C. $\bar{z} = -3 + 5i.$

D. $\bar{z} = 3 - 5i.$

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 8$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $24\pi.$

B. $192\pi.$

C. $48\pi.$

D. $64\pi.$

Câu 8. Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. 64π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. 256π .

Câu 9. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

- A. $5 \log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5} \log_a b$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 6. B. 18. C. 9. D. 3.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 1}{x - 1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 12. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. 10π . C. $\frac{50\pi}{3}$. D. 10π .

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. D. $x = 10$.

Câu 14. $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$.

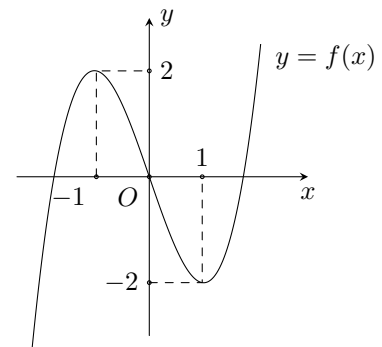
Câu 15. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 36. B. 720. C. 6. D. 1.

Câu 16.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.



Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 2; 1)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(0; 0; 1)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 12.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \frac{x - 3}{2} = \frac{y - 4}{-5} = \frac{z + 1}{3}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $5 + i$. B. $-5 + i$. C. $5 - i$. D. $-5 - i$.

Câu 23. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần thực của z bằng

- A. 1. B. -3. C. -1. D. 3.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

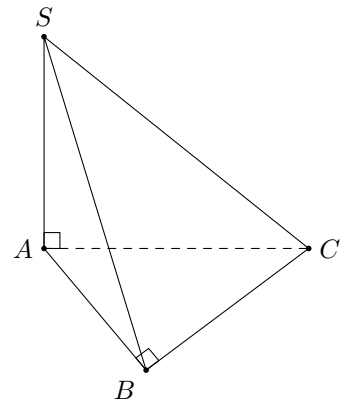
Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 27.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{15}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .



Câu 28. Cho hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 3. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

- A. 36. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. 36π .

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $3x + 2y - z + 1 = 0$. B. $2x - 2y + 3z - 17 = 0$.
C. $3x + 2y - z - 1 = 0$. D. $2x - 2y + 3z + 17 = 0$.

Câu 31. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1 - z_0$ là

- A. $N(-2; 2)$. B. $M(4; 2)$. C. $P(4; -2)$. D. $Q(2; -2)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 1)$, $B(1; 1; 0)$ và $C(3; 4; -1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{-1}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$.
 D. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+ 0 - 0 +					- 0 -

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-4; 4)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(0; 4)$.

Câu 35. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 8π . B. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 16π .

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. $32\sqrt{2}$. B. -40 . C. $-32\sqrt{2}$. D. -45 .

Câu 37. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Mô-đun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $\sqrt{26}$. C. 26. D. 50.

Câu 38. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(a^2b)} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 12. D. 2.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)f'(x)$ là

- A. $\frac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$. B. $\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. C. $\frac{2x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. D. $\frac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$.

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ là

- A. $[4; 7)$. B. $(4; 7]$. C. $(4; 7)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 41. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

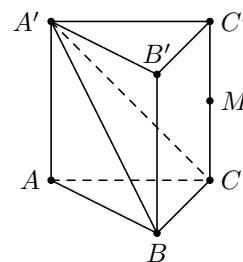
- A. Năm 2028. B. Năm 2047. C. Năm 2027. D. Năm 2046.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{172\pi a^2}{3}$. B. $\frac{76\pi a^2}{3}$. C. $84\pi a^2$. D. $\frac{172\pi a^2}{9}$.

Câu 43.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



- A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

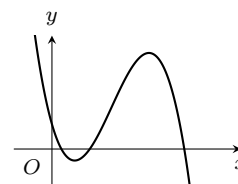
Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4 [f(x+1)]^2$ là

- A.** 11. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 45.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.



Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

- A. $\frac{25}{42}$. B. $\frac{5}{21}$. C. $\frac{65}{126}$. D. $\frac{55}{126}$.

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

- A. $\frac{20\sqrt{14}a^3}{81}$. B. $\frac{40\sqrt{14}a^3}{81}$. C. $\frac{10\sqrt{14}a^3}{81}$. D. $\frac{2\sqrt{14}a^3}{9}$.

Câu 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x + 6y$ bằng

- A. $\frac{33}{4}$. B. $\frac{65}{8}$. C. $\frac{49}{8}$. D. $\frac{57}{8}$.

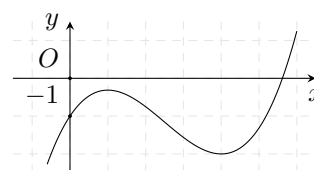
Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

- A.** 59. **B.** 58. **C.** 116. **D.** 115.

Câu 50.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là

- A. 8. B. 5. C. 6. D. 4.



Câu 1. Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng

- A. 7. B. $\frac{4}{3}$. C. 64. D. 12.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ lên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 2; 0)$. B. $(0; 0; 5)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 5)$.

Câu 3. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 48π . B. 12π . C. 16π . D. 24π .

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, biết điểm $M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- A. 3. B. -1 . C. -3 . D. 1.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 6. B. 9. C. 8. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 6. Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $5 - i$. B. $5 + i$. C. $-5 - i$. D. $-5 + i$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 6. B. 18. C. 3. D. 9.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 1) = 3$ là

- A. 10. B. 8. C. 9. D. 7.

Câu 9. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x + 1}{x - 1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = \frac{1}{5}$. C. $y = -1$. D. $y = 5$.

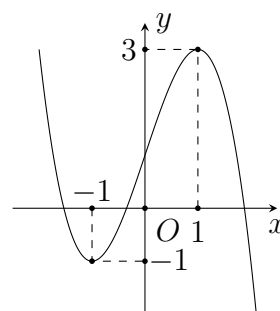
Câu 10. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 8π . C. $\frac{32\pi}{3}$. D. 32π .

Câu 11.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$.

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.



Câu 12. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_a b$. B. $\frac{1}{2} \log_a b$. C. $2 + \log_a b$. D. $2 \log_a b$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 9$ là

- A.** $x = -3$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = -4$.

Câu 14. $\int x^3 dx$ bằng

- A.** $4x^4 + C$. **B.** $x^4 + C$. **C.** $3x^2 + C$. **D.** $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 15. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** 6. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; 4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	4	1	4	$-\infty$		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(-1; 0)$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		-3	2	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

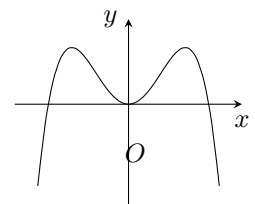
Câu 19. Trong không gian $(Oxyz)$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A.** $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$. **B.** $\vec{u}_1 = (2; -5; 2)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; 5; -2)$. **D.** $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

Câu 20.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A.** $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$.
C. $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x$.



Câu 21. Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A.** 64π . **B.** $\frac{64\pi}{3}$. **C.** 256π . **D.** $\frac{256\pi}{3}$.

Câu 22. Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc ?

- A.** 7. **B.** 5040. **C.** 1. **D.** 49.

Câu 23. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng
A. 16. **B.** 12. **C.** 48. **D.** 8.

Câu 24. Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 5i$ là
A. $\bar{z} = 2 - 5i$. **B.** $\bar{z} = 2 + 5i$. **C.** $\bar{z} = -2 + 5i$. **D.** $\bar{z} = -2 - 5i$.

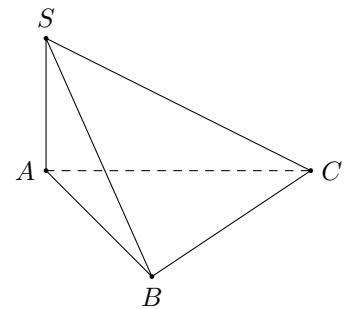
Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_6 x$ là
A. $[0; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(-\infty; +\infty)$.

Câu 26. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng
A. -36. **B.** $-14\sqrt{7}$. **C.** $14\sqrt{7}$. **D.** -34.

Câu 27.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = a\sqrt{3}$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 90° .



Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x + 2y - 3z - 9 = 0$. **B.** $x + y - 2z - 6 = 0$.
C. $x + 2y - 3z + 9 = 0$. **D.** $x + y - 2z + 6 = 0$.

Câu 30. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 12.

Câu 31. Cho hai số phức $z = 2 + 2i$ và $w = 2 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

A. 40. **B.** 8. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$ bằng

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{13}{6}$. **C.** $\frac{13\pi}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 33. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 34. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** 7. **C.** 9. **D.** $\frac{15}{4}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 1; 1)$ và $C(3; 4; 0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$.

Câu 36. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 50π . B. $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 100π .

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là

- A. $(-5; 5)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(0; 5)$.

Câu 38. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

- A. $M(-2; 2)$. B. $Q(4; -2)$. C. $N(4; 2)$. D. $P(-2; -2)$.

Câu 39. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -8)$ là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(5; 8]$. C. $[5; 8)$. D. $(5; 8)$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $52\pi a^2$. B. $\frac{172\pi a^2}{3}$. C. $\frac{76\pi a^2}{9}$. D. $\frac{76\pi a^2}{3}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1)f'(x)$ là

- A. $\frac{x^2+2x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$. B. $\frac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$. C. $\frac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}} + C$. D. $\frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$.

Câu 42. Trong năm 2019, diện tích trồng rừng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích trồng rừng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha?

- A. Năm 2043. B. Năm 2025. C. Năm 2024. D. Năm 2042.

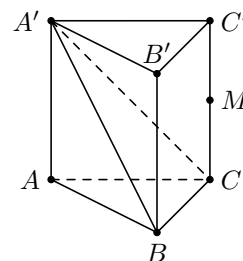
Câu 43. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

- A. $\frac{40\sqrt{10}a^3}{81}$. B. $\frac{10\sqrt{10}a^3}{81}$. C. $\frac{20\sqrt{10}a^3}{81}$. D. $\frac{2\sqrt{10}a^3}{9}$.

Câu 44.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$. D. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.



Câu 45. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$		3		3	
	$-\infty$		-1		$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^2 [f(x-1)]^4$ là

A. 7.

B. 8.

C. 5.

D. 9.

Câu 46.

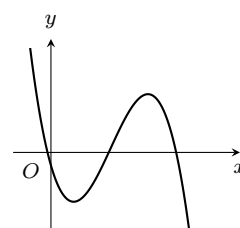
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.



Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\frac{17}{42}$.

B. $\frac{41}{126}$.

C. $\frac{31}{126}$.

D. $\frac{5}{21}$.

Câu 48. Xét các số thực dương không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 6x + 4y$ bằng

A. $\frac{65}{8}$.

B. $\frac{33}{4}$.

C. $\frac{49}{8}$.

D. $\frac{57}{8}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

A. 55.

B. 28.

C. 29.

D. 56.

Câu 50.

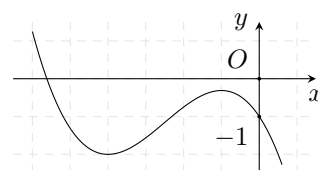
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 8.



Câu 1. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 15π . B. 25π . C. 30π . D. 75π .

Câu 2. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{20\pi}{3}$. B. 20π . C. $\frac{10}{3}$. D. 10π .

Câu 3. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Giá trị của $\int_1^2 3f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 6. C. $\frac{2}{3}$. D. 8.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_3 = (3; -1; -2)$. B. $\vec{u}_4 = (4; 2; 3)$. C. $\vec{u}_2 = (4; -2; 3)$. D. $\vec{u}_1 = (3; 1; 2)$.

Câu 5. Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. 16π . B. $\frac{32\pi}{3}$. C. 32π . D. $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 5; 2)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 5; 2)$. B. $(0; 5; 0)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 0; 2)$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là

- A. $x = 6$. B. $x = 8$. C. $x = 11$. D. $x = 10$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-1	3		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. -2. C. 3. D. -1.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 9$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Câu 11. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 6; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 28. B. 14. C. 15. D. 84.

Câu 12. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 12. B. 2. C. 3. D. 6.

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$

- A. $\bar{z} = 2 + 5i$. B. $\bar{z} = -2 + 5i$. C. $\bar{z} = 2 - 5i$. D. $\bar{z} = -2 - 5i$.

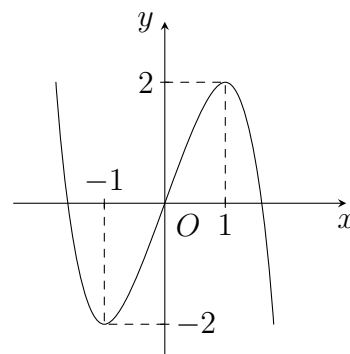
Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 64. B. 81. C. 12. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 15.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.



Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $3 + i$. B. $-3 - i$. C. $3 - i$. D. $-3 + i$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			3		3			
	$-\infty$			2				$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-2; +\infty)$.

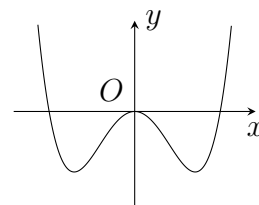
Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Câu 19.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^3 - 3x^2$.
C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.



Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 16$. Bán kính mặt cầu (S) bằng

- A. 32. B. 8. C. 4. D. 16.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- A. -2 . B. 2 . C. 1 . D. -1 .

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 23. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 1. B. 25. C. 5. D. 120.

Câu 24. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

- A. $3 + \log_a b$. B. $3 \log_a b$. C. $\frac{1}{3} + \log_a b$. D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 25. $\int x^4 dx$ bằng

- A. $\frac{1}{5}x^5 + C$. B. $4x^3 + C$. C. $x^5 + C$. D. $5x^5 + C$.

Câu 26. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng

- A. 20. B. 22. C. 26. D. 28.

Câu 27. Cho hình nón có bán kính bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 18π . B. 36π . C. $6\sqrt{3}\pi$. D. $12\sqrt{3}\pi$.

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 2$ và $y = 3x - 2$ bằng

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{9\pi}{2}$. C. $\frac{125}{6}$. D. $\frac{125\pi}{6}$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-7} < 4$ là

- A. $(-3; 3)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 30. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 2. D. 4.

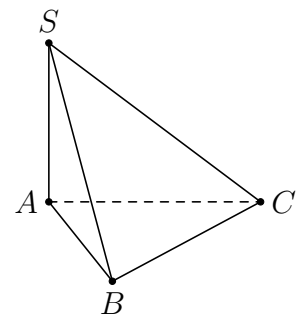
Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $2x + 3y + z - 3 = 0$. B. $2x - y + 2z - 9 = 0$.
C. $2x + 3y + z + 3 = 0$. D. $2x - y + 2z + 9 = 0$.

Câu 32.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 3a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{30}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng



- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

- A. $P(-1; -3)$. B. $M(-1; 3)$. C. $N(3; -3)$. D. $Q(3; 3)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; 1; 2)$ và $C(2; 3; 1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{3}$.

C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{3}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$.

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

A. $20\sqrt{10}$.

B. -63 .

C. $-20\sqrt{10}$.

D. -52 .

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Câu 37. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 1 + i$. Mô-đun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 8.

C. $2\sqrt{10}$.

D. 40.

Câu 38. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + 5x$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 39. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 900 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700 ha?

A. Năm 2029.

B. Năm 2051.

C. Năm 2030.

D. Năm 2050.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{43\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{19\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{43\pi a^2}{9}$.

D. $21\pi a^2$.

Câu 41. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5)$ là

A. $(2; 5]$.

B. $[2; 5)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(2; 5)$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)f'(x)$ là

A. $\frac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$.

B. $\frac{x+1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$.

C. $\frac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}} + C$.

D. $\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} + C$.

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\frac{9}{35}$.

B. $\frac{16}{35}$.

C. $\frac{22}{35}$.

D. $\frac{19}{35}$.

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4 [f(x-1)]^2$ là

- A. 7. B. 5. C. 9. D. 11.

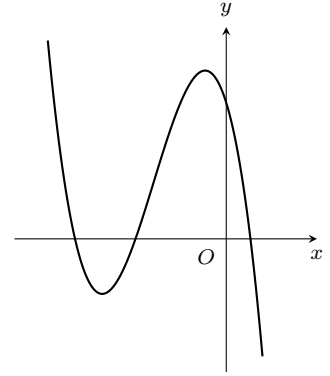
Câu 45. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 2x + 4y$ bằng

- A. $\frac{33}{8}$. B. $\frac{9}{8}$. C. $\frac{21}{4}$. D. $\frac{41}{8}$.

Câu 46.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.



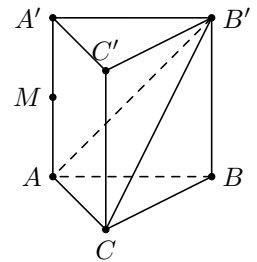
Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q là điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ bằng.

- A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{9}$. B. $\frac{40\sqrt{6}a^3}{81}$. C. $\frac{10\sqrt{6}a^3}{81}$. D. $\frac{20\sqrt{6}a^3}{81}$.

Câu 48.

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.



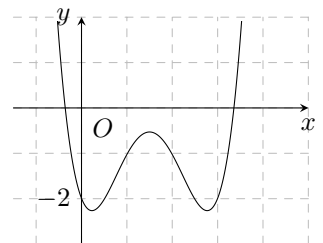
Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2 + y) \geq \log_2(x + y)$?

- A. 89. B. 46. C. 45. D. 90.

Câu 50.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^2 f(x)) + 2 = 0$ là

- A. 8. B. 12. C. 6. D. 9.



Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 42π . B. 147π . C. 49π . D. 21π .

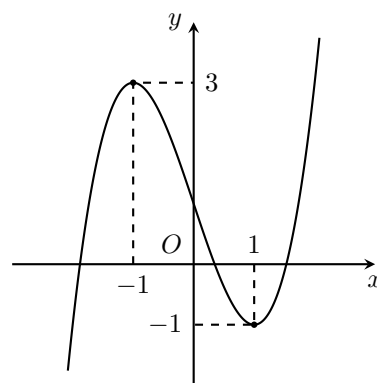
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (4; -2; 3)$. B. $\vec{u}_4 = (4; 2; -3)$. C. $\vec{u}_3 = (3; -1; -2)$. D. $\vec{u}_1 = (3; 1; 2)$.

Câu 4.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.
Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.



Câu 5. Biết $\int_2^3 f(x) dx = 6$. Giá trị của $\int_2^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 36. B. 3. C. 12. D. 8.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8; 1; 2)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(8; 0; 0)$. C. $(0; 1; 2)$. D. $(0; 0; 2)$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

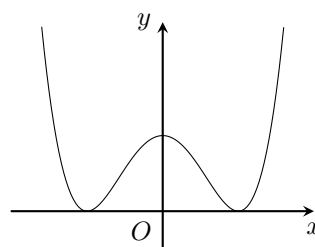
Câu 9. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. 8π . B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{16\pi}{3}$. D. 16π .

Câu 10.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.



Câu 11. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^4} b$ bằng

- A. $4 + \log_a b$. B. $\frac{1}{4} \log_a b$. C. $4 \log_a b$. D. $\frac{1}{4} + \log_a b$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng

- A. 4. B. 32. C. 16. D. 8.

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 5i$ là

- A. $\bar{z} = -3 - 5i$. B. $\bar{z} = 3 + 5i$. C. $\bar{z} = -3 + 5i$. D. $\bar{z} = 3 - 5i$.

Câu 14. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 7. B. 42. C. 12. D. 14.

Câu 15. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 24. B. 12. C. 8. D. 6.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-1	1		-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 0)$. B. $(-3; 3)$. C. $(0; 3)$. D. $(-\infty; -3)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -3. C. -1. D. 2.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 64. B. 81. C. 12. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 19. Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 16π . C. 32π . D. $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-1; 2)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- A. 1. B. 2. C. -2. D. -1.

Câu 21. $\int x^5 dx$ bằng

- A. $5x^4 + C$. B. $\frac{1}{6}x^6 + C$. C. $x^6 + C$. D. $6x^6 + C$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 2) = 2$ là

- A. $x = 11$. B. $x = 10$. C. $x = 7$. D. $x = 8$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 24. Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 8. B. 1. C. 40320. D. 64.

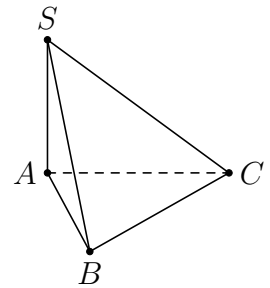
Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $4 - 2i$. B. $-4 + 2i$. C. $4 + 2i$. D. $-4 - 2i$.

Câu 26.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = \sqrt{2}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .



Câu 27. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(a^2b)} = 4a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 6.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -2; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $x + 2y - 2z + 5 = 0$. B. $3x - 2y + 2z - 17 = 0$.
C. $3x - 2y + 2z + 17 = 0$. D. $x + 2y - 2z - 5 = 0$.

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -72 . B. $-22\sqrt{11}$. C. -58 . D. $22\sqrt{11}$.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1} < 8$ là

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 31. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ là

- A. $\frac{125\pi}{6}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{125}{6}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 32. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. B. 32π . C. 64π . D. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1 - z_0$ là

- A. $M(3; -3)$. B. $P(-1; 3)$. C. $Q(1; 3)$. D. $N(-1; -3)$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		$-$	0	$-$

Số điểm cực đại đã cho là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 0)$, $B(1; 0; 1)$ và $C(3; 1; 0)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

B. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Câu 36. Cho hai số phức $z = 1 + 3i$ và $w = 1 + i$. Mô-đun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

A. $2\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 20.

D. 8.

Câu 37. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 38. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng

A. 10.

B. 8.

C. $\frac{26}{3}$.

D. $\frac{32}{3}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x + 1)f'(x)$ là

A. $\frac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}} + C$.

B. $\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}} + C$.

C. $\frac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}} + C$.

D. $\frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}} + C$.

Câu 40. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 800 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha?

A. Năm 2029.

B. Năm 2028.

C. Năm 2048.

D. Năm 2049.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{43\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{19\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{19\pi a^2}{9}$.

D. $13\pi a^2$.

Câu 42. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ là

A. $(3; 6]$.

B. $(3; 6)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $[3; 6)$.

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{13}{35}$.

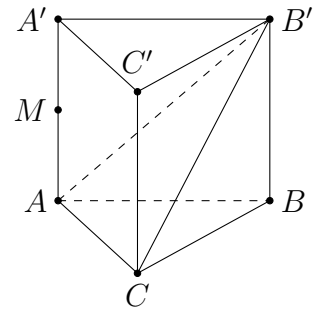
C. $\frac{9}{35}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Câu 44.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.



Câu 45. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{9}$. B. $\frac{20\sqrt{2}a^3}{81}$. C. $\frac{40\sqrt{2}a^3}{81}$. D. $\frac{10\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	3	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^2 [f(x+1)]^4$ là

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 5.

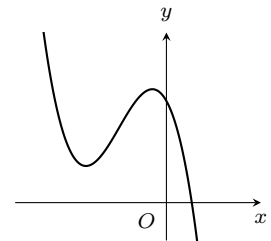
Câu 47. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x + 2y$ bằng

- A. $\frac{33}{8}$. B. $\frac{9}{8}$. C. $\frac{21}{4}$. D. $\frac{41}{8}$.

Câu 48.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.



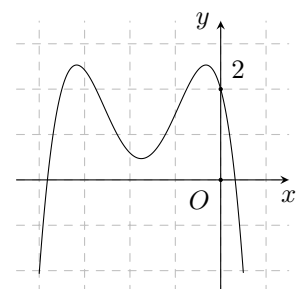
Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2 + y) \geq \log_2(x + y)$?

- A. 80. B. 79. C. 157. D. 158.

Câu 50.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^2 f(x)) - 2 = 0$ là

- A. 6. B. 12. C. 8. D. 9.



PHẦN



LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO MÃ ĐỀ 101

1.C	2.B	3.B	4.D	5.D	6.A	7.C	8.A	9.D	10.D
11.B	12.C	13.D	14.B	15.B	16.A	17.B	18.C	19.B	20.B
21.C	22.C	23.C	24.B	25.C	26.A	27.C	28.A	29.B	30.A
31.C	32.C	33.C	34.B	35.A	36.C	37.A	38.A	39.B	40.B
41.A	42.A	43.A	44.B	45.C	46.A	47.A	48.B	49.C	50.C

Câu 1.

Từ đồ thị suy ra hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$, $a \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$ nên có hệ số $a < 0$.

Trong các hàm số đã cho, thì hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**



Câu 2.

Ta có: $3^{x-1} = 9 = 3^2 \Leftrightarrow x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn đáp án **B**



Câu 3.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số đã cho, suy ra giá trị cực tiểu của hàm số bằng -5 .

Chọn đáp án **B**



Câu 4.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số đã cho, suy ra trên khoảng $(-1; 0)$ thì hàm số đồng biến.

Chọn đáp án **D**



Câu 5.

Ta có thể tích khối hộp bằng $3 \times 4 \times 5 = 60$.

Chọn đáp án **D**



Câu 6.

Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 5i$ là $\bar{z} = -3 - 5i$

Chọn đáp án **A**



Câu 7.

Ta có $S_{xq} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \ell = 48\pi$.

Chọn đáp án **C**



Câu 8.

Ta có $V_{kc} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} = \frac{256\pi}{3}$.

Chọn đáp án **A**



Câu 9.

Ta có: $\log_{a^5} b = \frac{1}{5} \log_a b$.

Chọn đáp án **D**



Câu 10.

Bán kính của (S) là $\sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án **D**



Câu 11.

Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x+1}{x-1} = 4$ nên $y = 4$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 12.

Thể tích khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{50\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 13.

$$\log_3(x-1) = 2$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 10.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 10$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 14.

Ta có: $\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 15.

Số cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là $6! = 720$.

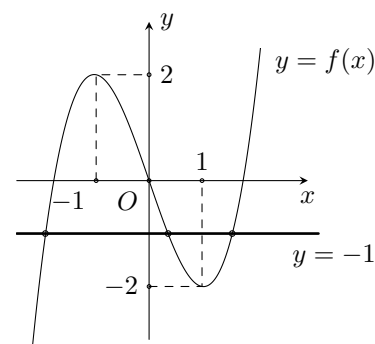
Chọn đáp án **(B)**

Câu 16.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = -1$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là 3.



Chọn đáp án **(A)**

Câu 17.

Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ lên trục Ox là $(3; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 18.

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 2 = 4$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 19.

Đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -5; 3)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 20.

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 21.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 22.

Ta có $z_1 + z_2 = (3 - 2i) + (2 + i) = 5 - i$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 23.

Ta có

$$\int_1^3 2f(x) dx = 2 \int_1^3 f(x) dx = 2 \cdot 3 = 6.$$

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 24.

Số phức $z = -3 + i$ nên phần thực của z là -3 .

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 25.

Hàm số $y = \log_5 x$ xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Suy ra tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 26.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình

$$x^3 + 3x^2 = 3x^2 + 3x \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3}. \end{cases}$$

Do phương trình trên có 3 nghiệm suy ra hai đồ thị có 3 giao điểm.

Chọn đáp án **(A)** ☐

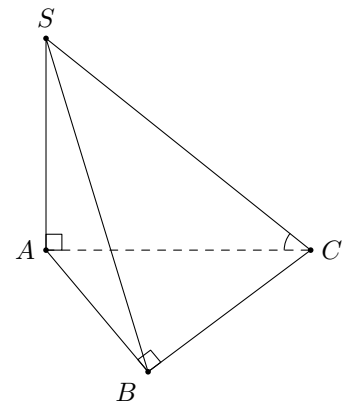
Câu 27.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (ABC) suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SCA}$.

Do tam giác ABC vuông tại B nên theo định lý Pi-ta-go ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{5}.$$

Xét tam giác $\triangle SAC$ vuông tại A có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 28.

Ta có: $\int_1^2 [2 + f(x)] dx = (2x + x^2) \Big|_1^2 = 5$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 29.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 |x^2 - 4 - (2x - 4)| \, dx \\ &= \int_0^2 |x^2 - 2x| \, dx \\ &= \int_0^2 (2x - x^2) \, dx \\ &= \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích của hình phẳng đã cho bằng $\frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 30.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Vì mặt phẳng (α) vuông góc với d nên $\vec{u}_d = (3; 2; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) . Suy ra phương trình mặt phẳng (α) là $3x + 2y - z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 31.

Ta có $z^2 + 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3 + 2i \\ z = -3 - 2i. \end{cases}$

Vì z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0 = -3 + 2i$.

Số phức $1 - z_0 = 1 - (-3 + 2i) = 4 - 2i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức $1 - z_0$ là $P(4; -2)$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 32.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (2; 3; -1)$.

Khi đó, đường thẳng đi qua $A(1; 0; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (2; 3; -1)$ sẽ có phương trình

$$\frac{x - 1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z - 1}{-1}.$$

Chọn đáp án **(C)**



Câu 33.

Nhìn vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy, hàm số có đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = -1$, $x = 1$ và hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Vậy hàm số có hai điểm cực đại là $x = -1$ và $x = 1$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 34.

Ta có $3^{x^2-13} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-13} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 13 < 3 \Leftrightarrow x^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 4$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $(-4; 4)$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 35.

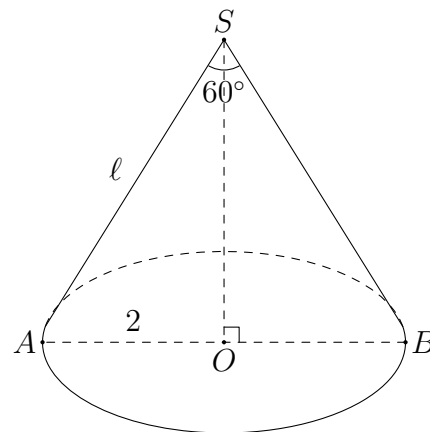
Ta có $\widehat{ASO} = \frac{1}{2}\widehat{ASB} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$.

$\triangle OSA$ vuông tại O có

$$\sin \widehat{ASO} = \frac{AO}{SA} \Rightarrow SA = \frac{AO}{\sin \widehat{ASO}} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4 = \ell.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi r \ell = \pi \cdot 2 \cdot 4 = 8\pi.$$



Chọn đáp án **A**

Câu 36.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 24$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \in [2; 19] \\ x = -2\sqrt{2} \notin [2; 19] \end{cases}$.

$$f(2) = -40; \quad f(19) = 6043; \quad f(2\sqrt{2}) = -32\sqrt{2}.$$

Vậy $\min_{[2; 19]} f(x) = -32\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 37.

Ta có $\bar{w} = 3 - i$ nên $z \cdot \bar{w} = (1 + 2i) \cdot (3 - i) = 5 + 5i$. Do đó $|z \cdot \bar{w}| = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 38.

$$\begin{aligned} 4^{\log_2(a^2b)} &= 3a^3 \\ \Leftrightarrow (a^2b)^{\log_2 4} &= 3a^3 \\ \Leftrightarrow (a^2b)^2 &= 3a^3 \\ \Leftrightarrow a^4b^2 &= 3a^3 \\ \Leftrightarrow ab^2 &= 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

Câu 39.

Ta có

$$\begin{aligned} \int g(x) dx &= \int (x+1)f'(x) dx \\ &= (x+1)f(x) - \int f(x) dx \\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}} - \int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} dx \\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}} - \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2+2)}{\sqrt{x^2+2}} \\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{x^2+2} + C \\ &= \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

Câu 40.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m-4}{(x+m)^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ khi và chỉ khi

$$y' > 0, \forall x \in (-\infty; -7) \Leftrightarrow \begin{cases} m-4 > 0 \\ -m \notin (-\infty; -7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ -m \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m \leq 7.$$

Vậy $m \in (4; 7]$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 41.

- Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A trong năm 2019 là $T_0 = 600$ ha.
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó một năm là $T_1 = T_0 + T_0 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)$.
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó hai năm là $T_2 = T_1 + T_1 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)^2$.
- ...
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó n năm là $T_n = T_0(1 + 6\%)^n = 600(1 + 6\%)^n$.

Do diện tích rừng trồng mới đạt trên 1000 ha nên ta có

$$600(1 + 6\%)^n > 1000 \Leftrightarrow n > \log_{1+6\%} \frac{1000}{600} \approx 8,77.$$

Do đó, năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha là

$$2019 + 9 = 2028.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 42.

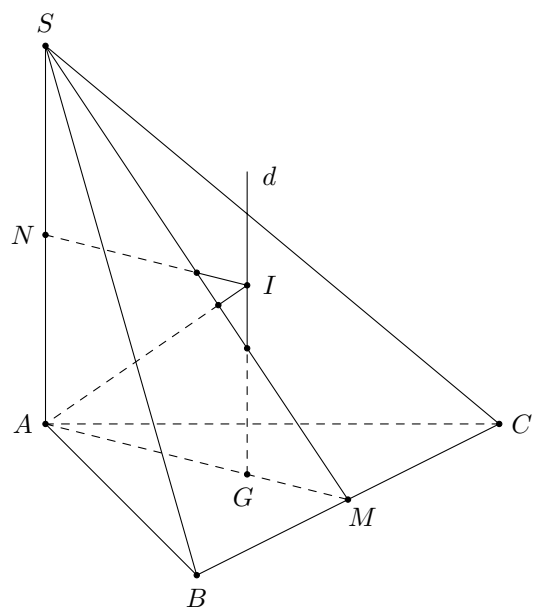
Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác ABC , dựng đường thẳng d đi qua G và song song với SA . Gọi N là trung điểm của SA , qua N dựng đường thẳng NI vuông góc với SA với $I \in d$. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMA} = 60^\circ$ có $AM = 2a\sqrt{3}$.

Ta có $SA = AM \cdot \tan \widehat{SMA} = 6a$.

Suy ra $IG = NA = \frac{SA}{2} = 3a$.

Lại có $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$.



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \frac{\sqrt{129}a}{3}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = \frac{172\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 43.

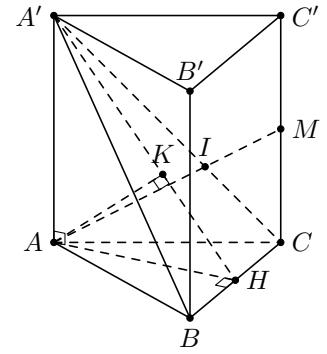
Đặt I là giao điểm của AM và $A'C$. Suy ra $AM \cap (A'BC) = I$. Do đó

$$\frac{d(M, (A'BC))}{d(A, (A'BC))} = \frac{MI}{AI}.$$

Mà $MC \parallel AA'$ nên $\frac{MI}{AI} = \frac{MC}{AA'} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}d(A, (A'BC))$.

Kẻ $AH \perp BC$ tại H . Kẻ $AK \perp A'H$ tại K . Ta có



- $\begin{cases} AA' \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AH)$. Mà $AK \subset (A'AH)$ nên suy ra $AK \perp BC$.
- $\begin{cases} AK \perp BC \\ AK \perp A'H \end{cases} \Rightarrow AK \perp (A'BC)$ tại K . Suy ra $d(A, (A'BC)) = AK$.

- AH là đường cao tam giác đều cạnh bằng a nên $AH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

- Tam giác $A'AH$ vuông tại A và có đường cao AK nên

$$AK = \frac{AA' \cdot AH}{\sqrt{AA'^2 + AH^2}} = \frac{\sqrt{21}a}{7}.$$

$$\text{Suy ra } d(M, (A'BC)) = \frac{AK}{2} = \frac{\sqrt{21}a}{14}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 44.

Giả sử $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ với $a \neq 0$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} d = 0 \\ e = 3 \\ a + b + c + d + e = -2 \\ a - b + c - d + e = -2 \\ 4a + 3b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e = 3 \\ d = 0 \\ b = 0 \\ a = 5 \\ c = -10 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 5x^4 - 10x^2 + 3.$$

Hàm số $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có

$$\begin{aligned} g'(x) &= 4x^3 [f(x+1)]^2 + 2x^4 f(x+1) \cdot f'(x+1) \\ &= 2x^3 f(x+1) [2f(x+1) + x f'(x+1)] \quad (*) \end{aligned}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nghiệm bội ba)} \\ f(x+1) = 0 \quad (1) \\ 2f(x+1) + x f'(x+1) = 0. \quad (2) \end{cases}$$

- Ta có $(1) \Leftrightarrow 5(x+1)^4 - 10(x+1)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = \frac{5+\sqrt{10}}{5} \\ (x+1)^2 = \frac{5-\sqrt{10}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \pm \sqrt{\frac{5+\sqrt{10}}{5}} \\ x = -1 \pm \sqrt{\frac{5-\sqrt{10}}{5}} \end{cases}.$

- Đặt $x + 1 = t$, phương trình (2) trở thành $2(5t^4 - 10t^2 + 3) + (t - 1)(20t^3 - 20t) = 0$

$$\Leftrightarrow h(t) = 15t^4 - 10t^3 - 20t^2 + 10t + 0 = 0. \quad (3)$$

Xét $h'(t) = 10(6t^3 - 3t^2 - 4t + 1) = 10(t - 1)(6t^2 + 3t - 1)$.

Phương trình $h'(t) = 0$ có các nghiệm $t_1 = \frac{-3 - \sqrt{33}}{12}$, $t_2 = \frac{-3 + \sqrt{33}}{12}$, $t_3 = 1$. Do đó ta có bảng biến thiên của $h(t)$ như sau:

t	$-\infty$	t_1	t_2	1	$+\infty$
$h'(t)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$h(t)$	$+\infty$	$h(t_1)$	$h(t_2)$	-2	$+\infty$

Do $h(t_1) < 0$, $h(t_2) > 0$ nên phương trình $h(t) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt và $t = 1$, $t = \pm\sqrt{\frac{5 + \sqrt{10}}{5}}$, $t = \pm\sqrt{\frac{5 - \sqrt{10}}{5}}$ không là nghiệm phương trình (3). Do đó phương trình $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm phân biệt là các nghiệm đơn và nghiệm bội ba.

Vậy hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 45.

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$ và thì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hai điểm cực trị của hàm số đều dương nên $\begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b < 0 \\ c < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0. \end{cases}$

Vậy $b, d > 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 46.

Số các số có 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ là $A_9^4 = 3024$.

Gọi không gian mẫu Ω là tập hợp các cách lấy ra 1 số từ tập $S \Rightarrow |\Omega| = 3024$.

Gọi A là biến cố "lấy được một số có 4 chữ số từ tập S sao cho không có 2 chữ số nào liên tiếp cùng chẵn". Các khả năng có thể xảy ra là

- Số tạo thành có 4 chữ số đều là lẻ, có $A_5^4 = 120$ số.
- Số tạo thành có 3 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn.
 - Lấy ra 3 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^3 cách.
 - Lấy ra 1 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^1 cách.
 - Xếp 4 chữ số vừa lấy ra có $4!$ cách.

Vậy số các số có 3 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn lấy ra từ tập S là $C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot 4! = 960$ số.

- Số tạo thành có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn.
 - Lấy ra 2 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^2 cách.
 - Lấy ra 2 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^2 cách.

- Xếp các chữ số lẻ vào vị trí 1, 3 và các chữ số chẵn vào các vị trí 2, 4 hoặc đảo lại có $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ cách. Xếp hai số lẻ ở giữa, hai số chẵn ở hai đầu có 4 cách.

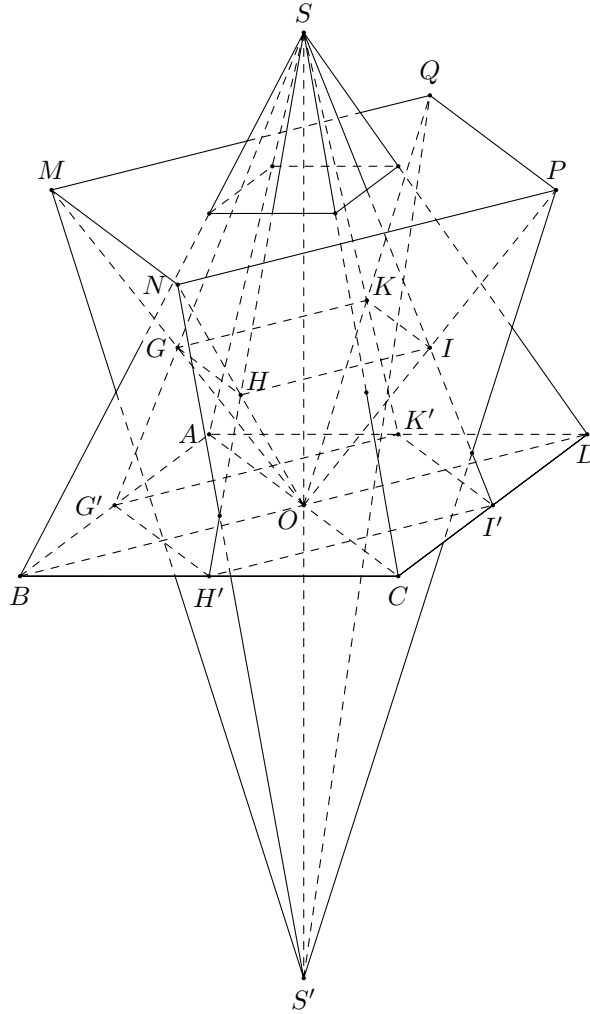
Vậy số các số có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ sao cho 2 chữ số chẵn không đứng cạnh nhau là $12 \cdot C_5^2 \cdot C_4^2 = 720$ số.

Do đó $|A| = 120 + 960 + 720 = 1800$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1800}{3024} = \frac{25}{42}$.

Chọn đáp án **A**
Câu 47.

□



Gọi G', H', I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA .

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}a^2$.

Gọi G, H, I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA .

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\frac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \frac{4}{9} \cdot S_{G'H'I'K'} = \frac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4 \cdot S_{GHIK} = \frac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{14}}{2}a$.

Ta có $d(O, (MNPQ)) = 2 \cdot d(O, (GHIK)) = \frac{2}{3}SO \Rightarrow d(S', (MNPQ)) = \frac{5}{3}SO = \frac{5\sqrt{14}}{6}a$.

Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

$$V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(S', (MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{9}a^2 \cdot \frac{5\sqrt{14}}{6}a = \frac{20\sqrt{14}a^3}{81}.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 48.

Ta có

$$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3. \quad (*)$$

Đặt $t = 2(x + y - 1)$. Do x, y không âm nên $t \geq -2$. Khi đó $(*)$ trở thành

$$(t - 1) + y \cdot (2^t - 2) \geq 0 \Rightarrow t \geq 1 \quad \text{hay} \quad x + y \geq \frac{3}{2}.$$

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 + 4x + 6y \\ &= (x + 2)^2 + (y + 3)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}(x + 2 + y + 3)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + 5\right)^2 - 13 = \frac{65}{8}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ x + 2 = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

Vậy $\min P = \frac{65}{8}$.

Chọn đáp án **B**

Câu 49.

Điều kiện $\begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0. \end{cases}$

Đặt $k = x + y$, suy ra $k \in \mathbb{Z}^+$. Ta có $x^2 \geq x, \forall x \in \mathbb{Z}$.

Suy ra hàm số $f(y) = \log_4(x^2 + y) - \log_3(x + y)$ xác định trên $\mathcal{D} = (-x; +\infty)$.

Ta xét bất phương trình $f(y) \geq 0$. (*)

Ta có $f'(y) = \frac{1}{(x^2 + y) \ln 4} - \frac{1}{(x + y) \ln 3} \leq 0$ (vì $x^2 \geq x \Rightarrow x^2 + y \geq x + y$ hay $\frac{1}{x^2 + y} - \frac{1}{x + y} \leq 0$ và $\ln 4 > \ln 3 > 0$).

Suy ra $f(y)$ nghịch biến trên $\mathcal{D}$.

Xét $g(k) = f(k - x) = \log_4(x^2 + k - x) - \log_3 k$ xác định trên $(0; +\infty)$.

Do f nghịch biến trên $\mathcal{D}$ nên g cũng nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Ta có $g(1) = \log_4(x^2 - x + 1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{Z}$.

Do đó với mỗi $x \in \mathbb{Z}$, xét trên tập số thực phương trình $g(k) = 0$ luôn có nghiệm duy nhất $k_0 \in [1; +\infty)$, vì

$$\bullet \lim_{k \rightarrow 0^+} g(k) = +\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{k \rightarrow 0^+} \log_4(x^2 - x + k) = \log_4(x^2 - x) > 0 & (\text{hằng số theo } x \text{ nguyên}) \\ \lim_{k \rightarrow 0^+} \log_3 k = -\infty. \end{cases}$$

$$\bullet \lim_{k \rightarrow +\infty} g(k) = \lim_{k \rightarrow +\infty} [(\log_4(x^2 - x + k) - \log_4 k) + (\log_4 k - \log_3 k)] = -\infty. \text{ Vì}$$

$$\square \lim_{k \rightarrow +\infty} \log_4(x^2 - x + k) - \log_4 k = \lim_{k \rightarrow +\infty} \log_4 \left(\frac{x^2 - x}{k} + 1 \right) = \log_4 1 = 0.$$

$$\square \lim_{k \rightarrow +\infty} (\log_4 k - \log_3 k) = \lim_{k \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{\log_4 3}\right) \log_4 k = -\infty.$$

Khi đó với mọi $k \in \mathbb{Z}$ mà $1 \leq k \leq k_0$ thì $g(k) \geq g(k_0) \geq 0$, nên bất phương trình (*) có ít nhất k_0 nghiệm.

Suy ra yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{aligned} g(728) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \log_4 (x^2 - x + 728) &\leq \log_3 728 \\ \Leftrightarrow x^2 - x + 728 &\leq 4^{\log_3 728} \\ \Leftrightarrow -57 &\leq x \leq 58 \quad (\text{vì } x \text{ nguyên}). \end{aligned}$$

Vậy $x \in \{-57; -56; \dots; 58\}$.

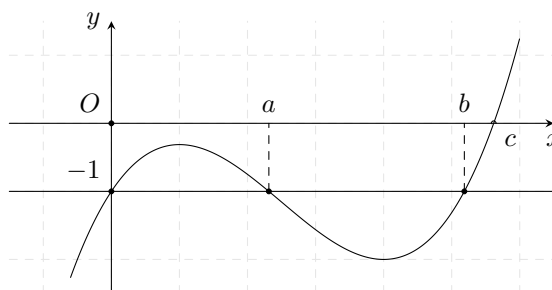
Khi đó có 116 giá trị x thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C**

Câu 50.

Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

- Phương trình $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a > 0 \\ x = b > 0. \end{cases}$
- Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = c > b$.



Do đó, ta có

$$f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = 0 & (1) \\ x^3 f(x) = a & (2) \\ x^3 f(x) = b. & (3) \end{cases}$$

Khi đó

- Phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = c. \end{cases}$
- Phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^3}$. Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị $(C_1): g(x) = \frac{a}{x^3}$.
Với $a > 0$ ta có $g'(x) = -\frac{3a}{x^4} < 0, \forall x \neq 0$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x) = \frac{a}{x^3}$ là

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-		
$g(x)$	$0 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 0$	

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ và đồ thị (C), ta suy ra

- Trên khoảng $(-\infty; 0)$, ta thấy

x	$-\infty$	0
$g(x)$	0	$-\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-1

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_1 \in (-\infty; 0)$.

- Trên khoảng $(0; c)$, ta thấy $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ nên phương trình (2) vô nghiệm.
- Trên nửa khoảng $[c; +\infty)$, ta thấy

x	c	$+\infty$
$g(x)$	$\frac{a}{c^3}$	0
$f(x)$	0	$+\infty$

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_2 \in (c; +\infty)$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).

- Phương trình (3) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{b}{x^3}$.

Tương tự như trên, ta có phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2).

Vậy phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án 



ĐÁP ÁN THAM KHẢO MÃ ĐỀ 102

1.D	2.C	3.D	4.B	5.A	6.B	7.C	8.C	9.D	10.C
11.B	12.B	13.C	14.D	15.C	16.A	17.C	18.B	19.A	20.A
21.D	22.B	23.C	24.D	25.B	26.B	27.C	28.B	29.A	30.A
31.D	32.D	33.B	34.C	35.C	36.A	37.A	38.D	39.B	40.D
41.D	42.B	43.C	44.D	45.D	46.C	47.A	48.A	49.D	50.A

Câu 1.

Ta có: $\int_1^5 3f(x) dx = 3 \int_1^5 f(x) dx = 3 \cdot 4 = 12$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 2.

Áp dụng công thức hình chiếu điểm $M(a; b; c)$ lên trục Ox có tọa độ $M_x(a; 0; 0)$.
Hình chiếu của điểm $A(1; 2; 5)$ lên trục Ox có tọa độ là $(1; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 3.

Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl = 24\pi$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 4.

Điểm $M(-1; 3)$ được biểu diễn bởi số phức $z = -1 + 3i$. Do đó phần thực của z là -1 .

Chọn đáp án **(B)**



Câu 5.

Do (u_n) là cấp số nhân nên ta có: $u_2 = q \cdot u_1 = 6$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 6.

Ta có $z_1 + z_2 = 3 + 2i + 2 - i = 5 + i$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 7.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 8.

Ta có $\log_2(x - 1) = 3 \Leftrightarrow (x - 1) = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 9$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 9.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5x + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 5$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = 5$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 10.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 2 = \frac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 11.

Nhận thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 1$ tại 3 điểm nên phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 12.

Ta có biến đổi $\log_{a^2} b = \frac{1}{2} \log_a b$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 13.

Phương trình viết lại như sau: $3^{x-2} = 9 \Leftrightarrow x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 14.

Ta có: $\int x^3 dx = \frac{1}{4} x^4 + C$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 15.

Ta có: $V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 2 = 2$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 16.

Đây là phương trình đoạn chắn có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, với mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 17.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (0; 1)$ và $(-\infty; -1)$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 18.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = 3$ nên $y_{\text{CD}} = 2$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 19.

Đường thẳng d có phương trình $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$.

Đây là dạng phương trình chính tắc nên véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 20.

Nhìn dạng đồ thị hàm số bậc bốn và hệ số $a < 0$ nên ta chọn $y = -x^4 + 2x^2$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 21.

Ta có $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{256\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 22.

Ta có $7! = 5040$ cách xếp.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 23.

Ta có $V = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$.

Chọn đáp án **(C)**

**Câu 24.**

Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 5i$ là $\bar{z} = -2 - 5i$.

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 25.**

Tập xác định của hàm số $y = \log_6 x$ là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

**Câu 26.**

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 21 = 3(x^2 - 7)$ nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{7}$ vì $x \in [2; 19]$.

Ta có bảng biến thiên

x	2	$\sqrt{7}$	19
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	—34	$-14\sqrt{7}$	6403

Vậy $\min_{[2;19]} f(x) = -14\sqrt{7}$.

Chọn đáp án **(B)**

**Câu 27.**

Do SA vuông góc với đáy nên $(SC; (\widehat{ABC})) = \widehat{SCA}$ và $SA \perp AC$.

Do tam giác ABC vuông tại B nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{3}$.

Suy ra $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ nên $\widehat{SCA} = 30^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy là 30° .

Chọn đáp án **(C)**

**Câu 28.**

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu là $x = -1$ và $x = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

**Câu 29.**

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$ suy ra véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (1; 2; -3)$.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d nhận véc-tơ $\vec{u}_d = (1; 2; -3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$(x-1) + 2(y-1) - 3(z+2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z - 9 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)**

**Câu 30.**

$$4^{\log_2(ab)} = 3a$$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) = \log_4(3a)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) = \log_2(3a)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow ab = (3a)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow (ab)^2 = 3a$$

$$\Leftrightarrow ab^2 = 3.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 31.

Ta có $z \cdot \bar{w} = (2 + 2i)(2 - i) = 6 + 2i$.

Khi đó $|z \cdot \bar{w}| = 2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 32.

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$ là $\int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 33.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị hàm số là

$$x^3 - x^2 = -x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{5}. \end{cases}$$

- Với $x = -\sqrt{5} \Rightarrow y = -5 - 5\sqrt{5}$.
- Với $x = 0 \Rightarrow y = 0$.
- Với $x = \sqrt{5} \Rightarrow y = -5 + 5\sqrt{5}$.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị trên là 3.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 34.

Ta có

$$\int_1^2 [2 + f(x)] dx = 2 \int_1^2 dx + \int_1^2 f(x) dx = 2x \Big|_1^2 + F(x) \Big|_1^2 = 2x \Big|_1^2 + x^3 \Big|_1^2 = 9.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 35.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (2; 3; -1)$. Đường thẳng cần tìm song song với BC do đó nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vì vậy, đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 36.

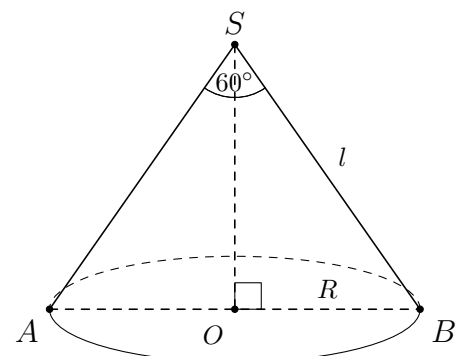
Giả sử khối nón có đỉnh là S , tâm đáy là O .

Gọi AB là đường kính ở đáy của hình nón.

Xét tam giác SBO vuông tại O , ta có $SB = \frac{OB}{\sin 30^\circ} = 10$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 5 \cdot 10 = 50\pi.$$



Chọn đáp án (A)

Câu 37.

Ta có $3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-23} < 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 23 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Suy ra, tập nghiệm của bất phương trình là $(-5; 5)$.

Chọn đáp án (A)

Câu 38.

Phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + 2i \\ z = 3 - 2i. \end{cases}$

Theo đề, suy ra $z_0 = 3 + 2i$, nên $1 - z_0 = 1 - (3 + 2i) = -2 - 2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là điểm có tọa độ $(-2; -2)$.

Chọn đáp án (D)

Câu 39.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m-5}{(x+m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -8)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m-5 > 0 \\ -m \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m \leq 8$.

Vậy tập hợp các giá trị m thỏa mãn điều kiện là $(5; 8]$.

Chọn đáp án (B)

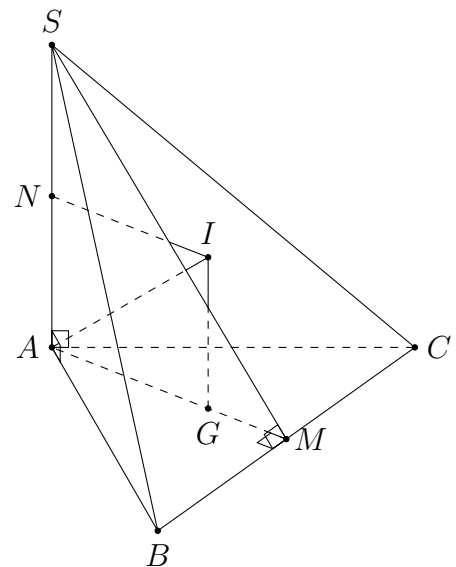
Câu 40.

Gọi M là trung điểm của cạnh BC , vì tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$, lại có $SA \perp (ABC)$, suy ra $SA \perp BC$, suy ra $SM \perp BC$.

Do đó $((SBC), (ABC)) = \widehat{SMA} = 30^\circ$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , qua G dựng đường thẳng $d \parallel SA$, suy ra d là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $d \subset (SAM)$.

Gọi N là trung điểm cạnh SA , qua N dựng mặt phẳng $(\alpha) \perp SA$, mặt phẳng (α) cắt đường thẳng d tại điểm I , suy ra $IA = IS = IB = IC$, suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.



Ta có $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = 2a\sqrt{3}$, suy ra $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $\tan 30^\circ = \frac{SA}{AM} \Rightarrow SA = AM \cdot \tan 30^\circ = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2a$, suy ra $AN = \frac{1}{2}SA = a$.

Suy ra $IA = \sqrt{AG^2 + AN^2} = \sqrt{\left(\frac{4a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{19}}{\sqrt{3}}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp là $S = 4\pi \cdot IA^2 = \frac{4\pi \cdot 19a^2}{3} = \frac{76\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 41.

Ta có $\int g(x) dx = \int (x+1)f'(x) dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x). \end{cases}$

Khi đó $\int g(x) dx = (x+1) \cdot f(x) - \int f(x) dx = (x+1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} - \int \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx$.

Đặt $t = \sqrt{x^2+3} \Rightarrow t^2 = x^2+3 \Rightarrow t dt = x dx$.

Từ đó ta có $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx = \int \frac{t dt}{t} = \int dt = t + C$. Suy ra $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx = \sqrt{x^2+3} + C$.

Vậy $\int g(x) dx = (x+1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} - \sqrt{x^2+3} + C = \frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 42.

- Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A trong năm 2019 là $T_0 = 1000$ ha.
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó một năm là $T_1 = T_0 + T_0 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)$.
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó hai năm là $T_2 = T_1 + T_1 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)^2$.
- ...
- Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó n năm là $T_n = T_0(1 + 6\%)^n = 1000(1 + 6\%)^n$.

Do diện tích rừng trồng mới đạt trên 1400 ha nên ta có

$$1000(1 + 6\%)^n > 1400 \Leftrightarrow n > \log_{(1+6\%)} \frac{1400}{1000} \approx 5,26.$$

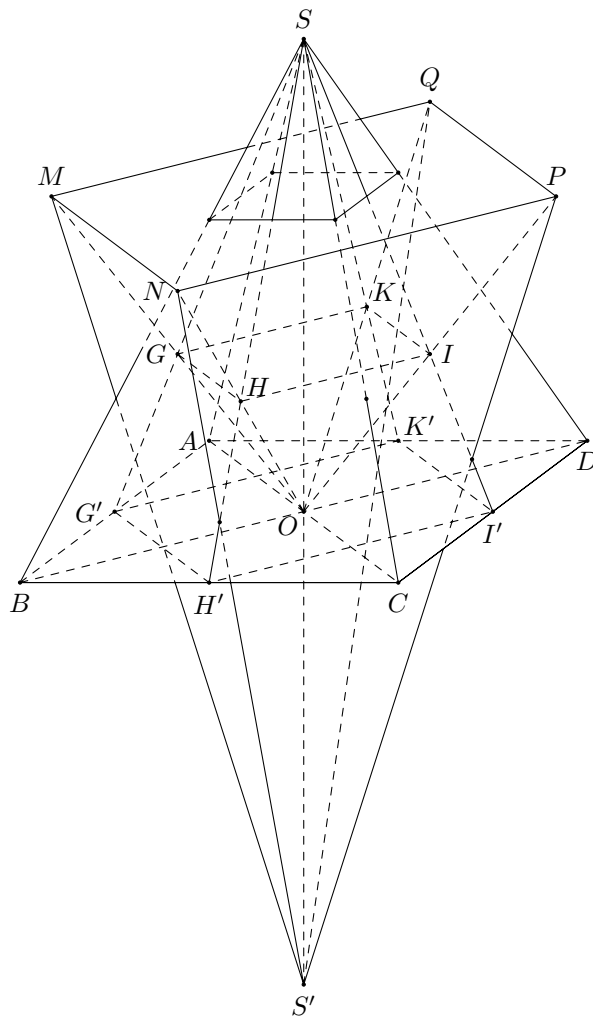
Do đó, năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha là

$$2019 + 6 = 2025.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 43.



Gọi G', H', I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA .

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}a^2$.

Gọi G, H, I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA .

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\frac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \frac{4}{9} \cdot S_{G'H'I'K'} = \frac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4 \cdot S_{GHIK} = \frac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}a$.

Ta có $d(O, (MNPQ)) = 2 \cdot d(M, (GHIK)) = \frac{2}{3}SO \Rightarrow d(S', (MNPQ)) = \frac{5}{3}SO = \frac{5\sqrt{10}}{6}a$.

Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

$$V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(S', (MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{9}a^2 \cdot \frac{5\sqrt{10}}{6}a = \frac{20\sqrt{10}a^3}{81}.$$

Chọn đáp án 

Câu 44.

□

Vì M là trung điểm của CC' nên $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}d(C', (A'BC))$.
 Vì $AA'C'C$ là hình chữ nhật nên $d(C', (A'BC)) = d(A, (A'BC))$.
 Suy ra $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}d(A, (A'BC))$.

Đựng $\begin{cases} AK \perp BC \text{ tại } K & (1) \\ AH \perp A'K \text{ tại } H. & (2) \end{cases}$

Ta có $AA' \perp BC$ (do $AA' \perp (ABC) \supset BC$). (3)

Từ (1), (3) $\Rightarrow BC \perp (AA'K)$. Suy ra $AH \perp BC$. (4)

Từ (2), (4) $\Rightarrow AH \perp (A'BC)$ tại H .

$\Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH$.

Xét $\triangle A'AH$ vuông tại A và có đường cao AH nên

$$AH = \frac{AA' \cdot AK}{\sqrt{AA'^2 + AK^2}} = \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{57}a}{19}.$$

Vậy $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}AH = \frac{\sqrt{57}a}{19}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 45.

Hàm số $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có

$$\begin{aligned} g'(x) &= 2x[f(x-1)]^4 + 4x^2[f(x-1)]^3 \cdot f'(x-1) \\ &= 2x[f(x-1)]^3[f(x-1) + 2xf'(x-1)] \\ g'(x) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nghiệm đơn)} \\ f(x-1) = 0 \quad (1) \\ f(x-1) + 2xf'(x-1) = 0. \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f'(x) = a(x+1)x(x-1) = a(x^3 - x)$.

Suy ra $f(x) = a\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right) + C$.

Mặt khác, đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua 2 điểm có tọa độ $(0; -1)$, $(1; 3)$ nên

$$\begin{cases} C = -1 \\ -\frac{1}{4}a + C = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = -1 \\ a = -16. \end{cases}$$

Do đó $f(x) = -16\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right) - 1 = -4x^4 + 8x^2 - 1$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow -4(x-1)^4 + 8(x-1)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ (x-1)^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \pm \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \\ x = 1 \pm \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}. \end{cases}$

Ta thấy bốn nghiệm này là bốn nghiệm bội ba của phương trình $g'(x) = 0$.

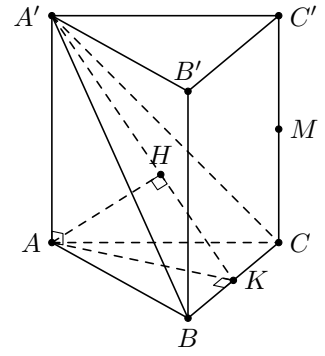
Đặt $x-1 = t$, phương trình (2) trở thành

$$(-4t^4 + 8t^2 - 1) + 2(t+1)(-16t^3 + 16t) = 0 \Leftrightarrow -36t^4 - 32t^3 + 40t^2 + 32t - 1 = 0. \quad (3)$$

Xét $h(t) = -36t^4 - 32t^3 + 40t^2 + 32t - 1$, có $h'(t) = -144t^3 - 96t^2 + 80t + 32$.

Phương trình $h'(t) = 0$ có các nghiệm $t = -1, t = -\frac{1}{3}, t = \frac{2}{3}$.

Do đó bảng biến thiên của $h(t)$ như sau:



t	$-\infty$	-1		$-\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$-\infty$
$h'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$h(t)$			3			$\frac{581}{27}$		
	$-\infty$				$-\frac{175}{27}$			$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra phương trình (3) có 4 nghiệm t phân biệt nên phương trình (2) có 4 nghiệm x phân biệt. Ta cần kiểm tra 4 nghiệm của phương trình (2) có trùng với 5 nghiệm trong

tập hợp $\left\{0; 1 \pm \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}; 1 \pm \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}\right\}$ hay không.

- $x = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow h(-1) = 3 \neq 0 \Rightarrow x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình (2);
- $x = 1 + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow h\left(\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}\right) \approx -89,6 \neq 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$ không phải là nghiệm của phương trình (2);
- $x = 1 - \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow t = -\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow h\left(-\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}\right) \approx -13,9 \neq 0 \Rightarrow x = 1 - \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$ không phải là nghiệm của phương trình (2);
- $x = 1 + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow h\left(\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}\right) \approx 13,9 \neq 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}$ không phải là nghiệm của phương trình (2);
- $x = 1 - \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow t = -\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow h\left(-\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}\right) \approx -6,5 \neq 0 \Rightarrow x = 1 - \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}$ không phải là nghiệm của phương trình (2);

Do đó phương trình $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm bội lẻ phân biệt.

Vậy hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 46.

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy $a < 0$ và đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hai điểm cực trị của hàm số đều dương nên $\begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0. \end{cases}$

Vậy chỉ có hệ số $b > 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 47.

Tập các số S được lấy ra có tất cả $A_9^4 = 3024$ số, suy ra $n(\Omega) = 3024$.

Gọi A là biến cố lấy được số thuộc tập S mà số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ. Ta có các trường hợp sau.

- TH1: Số đó có thứ tự: lẻ, chẵn, lẻ, chẵn, lúc đó có $5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 240$ số.

- TH2: Số đó có thứ tự: lẻ, chẵn, chẵn, tùy ý, lúc đó có $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 6 = 360$ số.
- TH3: Số đó có thứ tự: chẵn, chẵn, chẵn, tùy ý, lúc đó có $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 = 144$ số.
- TH4: Số đó có thứ tự: chẵn, chẵn, lẻ, chẵn, lúc đó có $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 120$ số.
- TH5: Số đó có thứ tự: chẵn, lẻ, chẵn, tùy ý, lúc đó có $4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 6 = 360$ số.

Như vậy ta tính được $n(A) = 240 + 360 + 144 + 120 + 360 = 1224$, suy ra xác suất cần tính là

$$P(A) = \frac{1224}{3024} = \frac{17}{42}.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 48.

Ta có biến đổi giả thiết ban đầu thành

$$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3. \quad (1)$$

Đặt $t = 2(x + y - 1)$. Do x, y không âm nên ta suy ra $t \geq -2$. Khi đó (1) trở thành

$$(t - 1) + y \cdot (2^t - 2) \geq 0.$$

Để ý rằng nếu $t < 1$ thì $VT < 0$, như vậy ta suy ra $t \geq 1$ hay là $x + y \geq \frac{3}{2}$. Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 + 6x + 4y = (x + 3)^2 + (y + 2)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}(x + 3 + y + 2)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + 5\right)^2 - 13 = \frac{65}{8}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ x + 3 = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\frac{65}{8}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 49.

Với x, y là các số nguyên thì $x^2 + y \geq x + y > 0$, do đó để các biểu thức xác định thì $x + y \geq 1$. Cố định x , khi đó $y \in [-x + 1; +\infty)$ và xét hàm số

$$f(y) = \log_4(x^2 + y) - \log_3(x + y).$$

Ta có

$$f'(y) = \frac{1}{(x^2 + y) \ln 4} - \frac{1}{(x + y) \ln 3} < 0, \quad \forall y \geq -x + 1.$$

Do đó $f(y)$ là hàm số nghịch biến trên $[-x + 1; +\infty)$. Ta có bảng biến thiên

y	$-x + 1$	$-x + 242$
$f(y)$	$f(-x + 1)$	$f(-x + 242)$

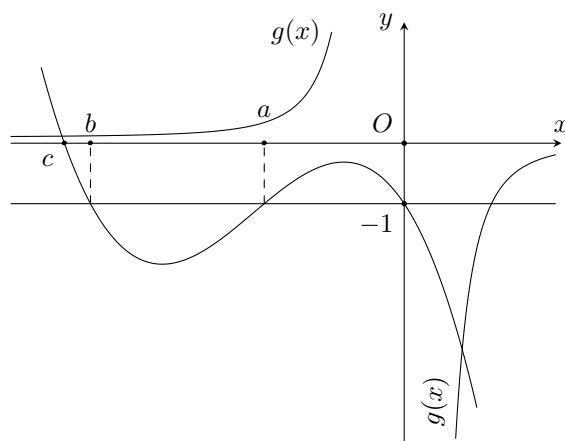
Chú ý rằng $f(-x + 1) = \log_4(x^2 - x + 1) > 0$ nên yêu cầu bài toán tương đương

$$\begin{aligned} \log_4(x^2 - x + 242) - \log_3 242 &= f(-x + 242) \leq 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - x + 242 &\leq 4^{\log_3 242}. \end{aligned}$$

Suy ra $-27,37 \leq x \leq 28,37$, hay $x \in \{-27, -26, \dots, 28\}$, tức có 56 giá trị của x thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **D**

Câu 50.



Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

- Phương trình $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a < 0 \\ x = b < 0. \end{cases}$
- Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = c < b$.

Do đó, ta có

$$f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = 0 & (1) \\ x^3 f(x) = a & (2) \\ x^3 f(x) = b. & (3) \end{cases}$$

Khi đó

- Phương trình (1) tương đương $\begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = c. \end{cases}$
- Phương trình (2) tương đương $f(x) = \frac{a}{x^3}$. Đặt $g(x) = \frac{a}{x^3}$. Ta có $g'(x) = -\frac{3a}{x^4} > 0, \forall x \neq 0$, bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	$+$	
$g(x)$	$0 \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 0$	

Vẽ đồ thị hàm số $g(x)$ trên cùng trục tọa độ với đồ thị hàm số $f(x)$, ta thấy chúng có hai giao điểm có hoành độ khác 0 và c , tức phương trình (2) có hai nghiệm khác 0 và c .

- Tương tự, phương trình (3) có hai nghiệm, hiển nhiên hai nghiệm này khác 0, c và khác hai nghiệm của phương trình (2) (vì nếu trùng nghiệm của phương trình (2) thì $a = b$).

Vậy phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **A**



ĐÁP ÁN THAM KHẢO MÃ ĐỀ 103

1. C	2. A	3. B	4. C	5. B	6. C	7. D	8. D	9. C	10. A
11. D	12. B	13. A	14. C	15. D	16. C	17. B	18. D	19. C	20. C
21. A	22. B	23. D	24. D	25. A	26. D	27. A	28. A	29. A	30. D
31. A	32. C	33. C	34. A	35. C	36. A	37. C	38. A	39. C	40. A
41. A	42. D	43. C	44. C	45. D	46. C	47. D	48. A	49. D	50. D

Câu 1.

Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 5 \cdot 3 = 30\pi$.

Chọn đáp án **C**



Câu 2.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 5 = \frac{20\pi}{3}$.

Chọn đáp án **A**



Câu 3.

Ta có $\int_1^2 3f(x) dx = 3 \int_1^2 f(x) dx = 3 \cdot 2 = 6$.

Chọn đáp án **B**



Câu 4.

Đường thẳng $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (4; -2; 3)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 5.

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án **B**



Câu 6.

Điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có hình chiếu vuông góc trên trục Ox có tọa độ là $(x_0; 0; 0)$.

Suy ra $A(3; 5; 2)$ có hình chiếu vuông góc trên trục Ox có tọa độ là $(3; 0; 0)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 7.

Phương trình $\log_2(x-2) = 3 \Leftrightarrow x-2 = 2^3 \Leftrightarrow x = 10$.

Chọn đáp án **D**



Câu 8.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ với giá trị cực tiểu bằng -1 .

Chọn đáp án **D**



Câu 9.

Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) với $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ là

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 10.

Phương trình $3^{x+1} = 9 \Leftrightarrow x + 1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 11.

Thể tích của khối hộp đã cho $V = 2 \cdot 6 \cdot 7 = 84$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 12.

Thể tích của khối chóp đã cho $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3 = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 13.

Vì số phức đã cho là $z = 2 - 5i$ nên số phức liên hợp của nó là $\bar{z} = 2 + 5i$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 14.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 4 = 12$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 15.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 16.

Ta có: $z_1 + z_2 = 3 - i$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 17.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 18.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$, nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 19.

Hình đã cho là đồ thị của hàm số trùng phương, với hệ số $a > 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 20.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{16} = 4$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 21.

$M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z suy ra $z = -2 + i$, do đó phần thực của z bằng -2 .

Chọn đáp án **(A)**

Câu 22.

Hàm số $y = \log_3 x$ xác định khi $x > 0$, do đó tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 23.

Mỗi cách xếp là một hoán vị của 5 học sinh, do đó có $5! = 120$ cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 24.

Ta có $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 25.

Ta có $\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 26.

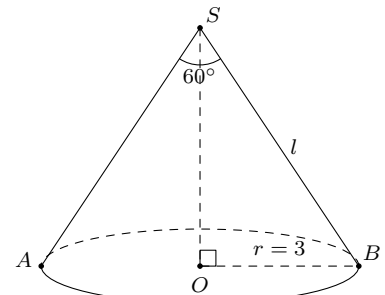
Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = \int_1^3 1 dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 + x^3 \Big|_1^3 = 2 + (27 - 1) = 28$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 27.

Ta có $\widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{OSB} = 30^\circ \Rightarrow l = \frac{3}{\sin 30^\circ} = 6$.

Diện tích xung quanh của hình nón $S = \pi r l = 18\pi$.



Chọn đáp án **(A)**

Câu 28.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^2 - 2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 3.$$

Suy ra $S = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}\right) \Big|_0^3 = \frac{9}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 29.

Ta có $2^{x^2-7} < 4 \Leftrightarrow x^2 - 7 < 2 \Leftrightarrow x^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-3; 3)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 30.

Ta có $9^{\log_3(ab)} = 4a \Leftrightarrow 3^{2\log_3(ab)} = 4a \Leftrightarrow 3^{\log_3(ab)^2} = 4a \Leftrightarrow (ab)^2 = 4a \Leftrightarrow ab^2 = 4$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 31.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

Vì (P) vuông góc với d nên (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3; 1)$.

Mặt khác, (P) đi qua $M(2; -1; 2)$ nên phương trình của (P) là

$$2(x - 2) + 3(y + 1) + (z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + z - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)**

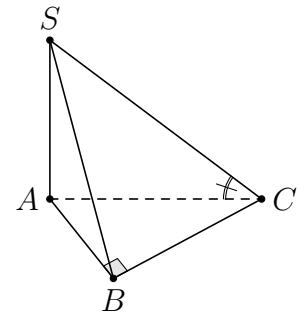
Câu 32.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy (ABC) .
Chiếu SC lên mặt phẳng (ABC) ta được AC . Do đó $\varphi = \widehat{SCA}$.
Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 9a^2} = a\sqrt{10}.$$

Xét tam giác SAC vuông tại A , ta có

$$\tan \varphi = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{30}}{a\sqrt{10}} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ.$$



Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là 60° .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 33.

Phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$ có hai nghiệm là $-2 \pm 3i$, do đó $z_0 = -2 + 3i$.

Suy ra $1 - z_0 = 3 - 3i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là $N(3; -3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 34.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (1; 2; -1)$.

Khi đó, đường thẳng đi qua $A(1; 2; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (1; 2; -1)$ sẽ có phương trình

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 35.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 30$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10} \\ x = -\sqrt{10} \end{cases}$.

Do xét trên đoạn $[2; 19]$ nên ta nhận $x = \sqrt{10}$.

Khi đó $f(2) = -52$, $f(19) = 6289$, $f(\sqrt{10}) = -20\sqrt{10} \approx -63,25$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[2; 19]$ là $f(\sqrt{10}) = -20\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 36.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 thuộc tập xác định của hàm số và $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định, dấu của $f'(x)$ khi đi qua x_0 phải đổi dấu từ âm sang dương.

Từ đó suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ và $x = 2$.

Vậy hàm số có hai điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 37.

Ta có: $z \cdot \bar{w} = (4 + 2i) \cdot (1 - i) = 6 - 2i$.

Suy ra $|6 - 2i| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 38.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3 + x^2 = x^2 + 5x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm có ba nghiệm phân biệt nên hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 39.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 900 \cdot (1 + 0,06)^n > 1700 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} \frac{1700}{900} \approx 10,9$.

Vậy sau 11 năm tức năm 2030 thì tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700 ha.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 40.

Kẻ AM vuông góc BC ($M \in BC$). Suy ra $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$. Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy là góc $\widehat{SMA} = 60^\circ$.

Ta có AM là đường cao của tam giác đều cạnh $2a$ nên $AM = a\sqrt{3}$. Tam giác SMA vuông tại A nên

$$SA = AM \cdot \tan \widehat{SMA} = AM \cdot \tan 60^\circ = 3a.$$

Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC , suy ra bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác tam giác ABC là

$$AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

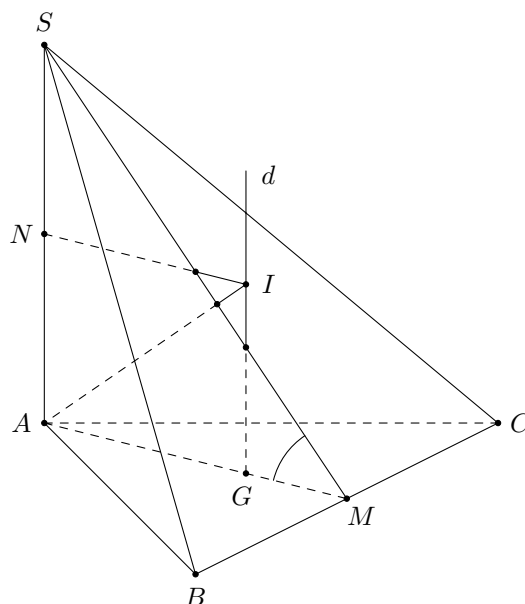
Dựng mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng SA , cắt SA tại N và cắt d tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$R = IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \sqrt{\frac{SA^2}{4} + AG^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} + \frac{4a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{129}}{6}.$$

Suy ra diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$S = 4 \cdot \pi \cdot R^2 = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{129}}{6} \right)^2 = \frac{43\pi a^2}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

Câu 41.

Hàm số $y = \frac{x+2}{x+m}$ xác định khi $x \neq -m$.

Ta có $y = \frac{x+2}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m-2}{(x+m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -m \notin (-\infty; -5) \\ m-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m \geq -5 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 5.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 42.

Ta có $\int g(x) dx = \int (x+1)f'(x) dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x + 1 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$. Khi đó

$$\begin{aligned} \int g(x) dx &= (x+1)f(x) - \int f(x) dx \\ &= \frac{(x+1)x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}} + C \\ &= \frac{(x+1)x}{\sqrt{x^2+1}} - \sqrt{x^2+1} + C \\ &= \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} + C. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

Câu 43.

Số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau là $A_7^4 = 840$. Suy ra số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = A_7^4 = 840$.

Gọi A là biến cố “số được chọn **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn”.

- Trường hợp 1: Số được chọn không có chữ số chẵn, có $P_4 = 4! = 24$ số.
- Trường hợp 2: Số được chọn có 1 chữ số chẵn, có $C_3^1 \cdot C_4^3 \cdot 4! = 288$ số.
- Trường hợp 3: Số được chọn có 2 chữ số chẵn. Chọn 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ, có $C_3^2 \cdot C_4^2$ cách. Xếp trước 2 chữ số lẻ, có $2!$ cách xếp. Xếp 2 chữ số chẵn vào 2 trong 3 vị trí trước, sau và giữa các chữ số lẻ, có A_3^2 cách. Suy ra có $C_3^2 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 216$ số.

Do đó $n(A) = 24 + 288 + 216 = 528$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{528}{840} = \frac{22}{35}.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 44.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta thấy hàm số có dạng $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$. Đồ thị hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ đi qua các điểm $(0; 3)$, $(1; -1)$ và đạt cực trị tại điểm $(1; -1)$ nên ta suy ra

$$\begin{cases} c = 3 \\ b = -8 \Rightarrow f(x) = 4x^4 - 8x^2 + 3. \\ a = 4 \end{cases}$$

$$f'(x) = 16x^3 - 16x = 16x(x^2 - 1).$$

Hàm số $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có

$$\begin{aligned} g'(x) &= 4x^3 [f(x-1)]^2 + 2x^4 f(x-1) \cdot f'(x-1) \\ &= 2x^3 f(x-1) [2f(x-1) + x f'(x-1)] \\ g'(x) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 0 & (1) \\ f(x-1) = 0 & (2) \\ 2f(x-1) + x f'(x-1) = 0. & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

- Phương trình (1) có nghiệm $x = 0$ (nghiệm bội ba).

• Phương trình (2) $\Leftrightarrow 4(x-1)^4 - 8(x-1)^2 + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = \frac{3}{2} \\ (x-1)^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$.

Nên phương trình (2) có 4 nghiệm đơn.

- Phương trình (3) ta đặt $t = x - 1$

$$\begin{aligned} (3) &\Rightarrow 2f(t) + (t+1) \cdot f'(t) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2(4t^4 - 8t^2 + 3) + (t+1) \cdot 16 \cdot t \cdot (t^2 - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 24t^4 + 16t^3 - 32t^2 - 16t + 6 = 0. \quad (4) \end{aligned}$$

Bấm máy giải phương trình (4) thu được 4 nghiệm phân biệt không trùng với nghiệm của phương trình (2) (vì phương trình (2) có 4 theo t là $\left(t = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}, t = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ thế vào phương trình (4) không thỏa). Từ đó suy ra phương trình (3) có 4 nghiệm khác 5 nghiệm phía trên. Từ (1), (2) và (3) suy ra hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

Câu 45.

Ta có

$$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3 \Leftrightarrow (2x-3) \cdot 4^{-x} + y \cdot 4^{y-1} \geq 0 \Leftrightarrow 2y \cdot 2^{2y} \geq (3-2x) \cdot 2^{3-2x}. \quad (1)$$

- Xét trường hợp 1: $3-2x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$. Khi đó,

$$(1) \text{ đúng với mọi giá trị } \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow P = x^2 + y^2 + 2x + 4y \geq \frac{21}{4}. \quad (2)$$

- Xét trường hợp 2: $3-2x > 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{3}{2}$.

Xét hàm số $f(t) = t \cdot 2^t$, với $t \geq 0$.

$\Rightarrow f'(t) = 2^t + t \cdot 2^t \cdot \ln 2 > 0$, với mọi $t \geq 0$.

$$(1) \Rightarrow f(2y) \geq f(3-2x) \Leftrightarrow 2y \geq 3-2x \Leftrightarrow y \geq \frac{3}{2} - x. \text{ Khi đó,}$$

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 + 2x + 4y \geq x^2 + \left(\frac{3}{2} - x\right)^2 + 2x + 4\left(\frac{3}{2} - x\right) \\ &\Leftrightarrow P \geq 2x^2 - 5x + \frac{33}{4} = 2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{41}{8} \geq \frac{41}{8}. \quad (3) \end{aligned}$$

Từ (2) và (3) suy ra giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{41}{8}$ khi $x = \frac{5}{4}, y = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 46.

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$ và khi $x = 0$ thì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

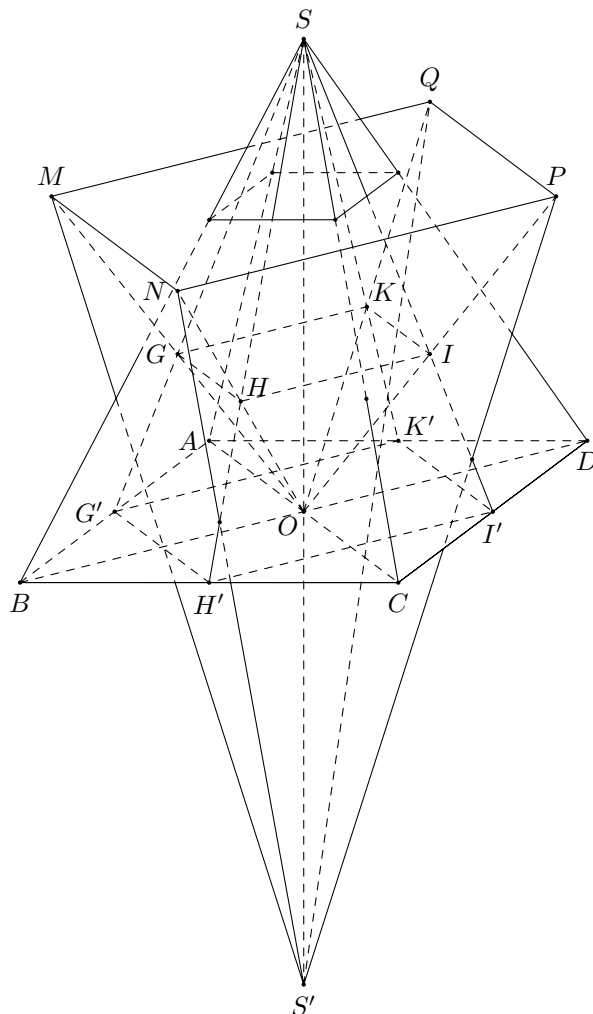
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Hai điểm cực trị của hàm số đều âm nên } \begin{cases} \frac{-2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b > 0 \\ c < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}.$$

Vậy có đúng một số dương trong các số a, b, c, d ($d > 0$).

Chọn đáp án **C**

Câu 47.



Gọi G' , H' , I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB , BC , CD và DA .

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}a^2$.

Gọi G , H , I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB , SBC , SCD và SDA .

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\frac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \frac{4}{9} \cdot S_{G'H'I'K'} = \frac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4 \cdot S_{GHIK} = \frac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{2}a$.

Ta có $d(O, (MNPQ)) = 2 \cdot d(O, (GHIK)) = \frac{2}{3}SO \Rightarrow d(S', (MNPQ)) = \frac{5}{3}SO = \frac{5\sqrt{6}}{6}a$.

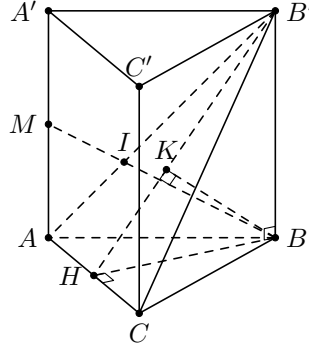
Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

$$V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(S', (MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{9}a^2 \cdot \frac{5\sqrt{6}}{6}a = \frac{20\sqrt{6}a^3}{81}.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 48.

- Cách 1



Đặt I là giao điểm của BM và $B'A$. Suy ra $BM \cap (AB'C) = I$. Do đó $\frac{d(M, (AB'C))}{d(B, (AB'C))} = \frac{MI}{BI}$.

Mà $MA \parallel BB'$ nên $\frac{MI}{BI} = \frac{MA}{BB'} = \frac{1}{2}$. Suy ra $d(M, (AB'C)) = \frac{1}{2}d(B, (AB'C))$.

Kẻ $BH \perp CA$ tại H . Kẻ $BK \perp B'H$ tại K . Ta có

$$- \begin{cases} BB' \perp CA \\ BH \perp CA \end{cases} \Rightarrow CA \perp (B'BH).$$

Mà $BK \subset (B'BH)$ nên suy ra $BK \perp CA$.

$$- \begin{cases} BK \perp CA \\ BK \perp B'H \end{cases} \Rightarrow BK \perp (AB'C) \text{ tại } K. \text{ Suy ra } d(B, (AB'C)) = BK.$$

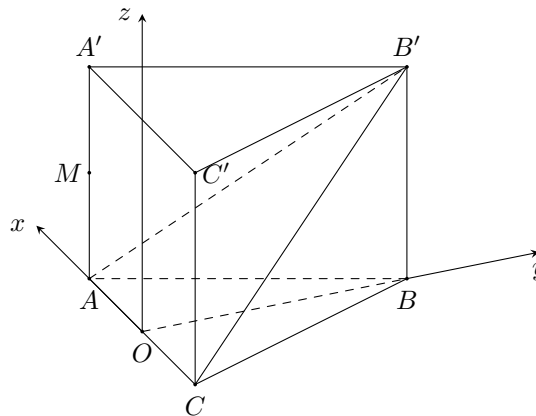
$$- BH \text{ là đường cao tam giác đều cạnh bằng } a \text{ nên } BH = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

- Tam giác $B'BH$ vuông tại B và có đường cao BK nên

$$BK = \frac{BB' \cdot BH}{\sqrt{BB'^2 + BH^2}} = \frac{2\sqrt{57}a}{19}.$$

$$\text{Suy ra } d(M, (AB'C)) = \frac{BK}{2} = \frac{\sqrt{57}a}{19}.$$

• Cách 2



Đựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó $A\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $C\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $B\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$,

$$B'\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 2a\right), M\left(\frac{a}{2}; 0; a\right).$$

$$\overrightarrow{AB'} = \left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 2a\right) = \frac{a}{2}(-1; \sqrt{3}; 4) = \frac{a}{2}\vec{m}; \quad \overrightarrow{AC} = (-a; 0; 0) = -a(1; 0; 0) = -a\vec{i}.$$

Mặt phẳng $(AB'C)$ qua $A\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{m}, \vec{i}] = (0; 4; -\sqrt{3})$ nên có phương trình $4y - \sqrt{3}z = 0$.

$$\text{Suy ra } d(M, (AB'C)) = \frac{|\sqrt{3}a|}{\sqrt{4^2 + 3}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}} = \frac{a\sqrt{57}}{19}.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 49.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0. \end{cases}$$

Đặt $k = x + y$, suy ra $k \in \mathbb{Z}^+$. Ta có $x^2 \geq x, \forall x \in \mathbb{Z}$.

Suy ra hàm số $f(y) = \log_3(x^2 + y) - \log_2(x + y)$ xác định trên $\mathcal{D} = (-x; +\infty)$.

Ta xét bất phương trình $f(y) \geq 0$.

$$\text{Ta có } f'(y) = \frac{1}{(x^2 + y) \ln 3} - \frac{1}{(x + y) \ln 2} \leq 0 \text{ (vì } x^2 \geq x \Rightarrow x^2 + y \geq x + y \text{ hay } \frac{1}{x^2 + y} - \frac{1}{x + y} \leq 0 \text{ và } \ln 3 > \ln 2 > 0).$$

Suy ra hàm số $f(y)$ nghịch biến trên $\mathcal{D}$.

Xét $g(k) = f(k - x) = \log_3(x^2 + k - x) - \log_2 k$ xác định trên $(0; +\infty)$.

Do f nghịch biến trên $\mathcal{D}$ nên g cũng nghịch biến $(0; +\infty)$.

Ta có $g(1) = \log_3(x^2 - x + 1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{Z}$.

Mặt khác với mỗi $x \in \mathbb{Z}$, xét trên tập số thực phương trình $g(k) = 0$ luôn có nghiệm duy nhất $k_0 \in [1; +\infty)$, vì

$$\bullet \lim_{k \rightarrow 0^+} g(k) = +\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{k \rightarrow 0^+} \log_3(x^2 - x + k) = \log_3(x^2 - x) > 0 \text{ (hằng số theo } x \text{ nguyên)} \\ \lim_{k \rightarrow 0^+} \log_2 k = -\infty. \end{cases}$$

$$\bullet \lim_{k \rightarrow +\infty} g(k) = \lim_{k \rightarrow +\infty} [(\log_3(x^2 - x + k) - \log_3 k) + (\log_3 k - \log_2 k)] = -\infty. \text{ Vì}$$

$$- \lim_{k \rightarrow +\infty} [\log_3(x^2 - x + k) - \log_3 k] = \lim_{k \rightarrow +\infty} \log_3 \left(\frac{x^2 - x}{k} + 1 \right) = \log_3 1 = 0.$$

$$- \lim_{k \rightarrow +\infty} (\log_3 k - \log_2 k) = \lim_{k \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{\log_3 2} \right) \log_3 k = -\infty.$$

Khi đó với mọi $k \in \mathbb{Z}$ mà $1 \leq k \leq k_0$ thì $g(k) \geq g(k_0) \geq 0$ nên bất phương trình $(*)$ có ít nhất k_0 nghiệm.

Suy ra yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{aligned} g(127) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \log_3(x^2 - x + 127) &\leq \log_2 127 \\ \Leftrightarrow x^2 - x + 127 &\leq 3^{\log_2 127} \\ \Leftrightarrow x^2 - x + 127 &\leq 3^{\log_2 127} \\ \Leftrightarrow -44 &\leq x \leq 45 \text{ (vì } x \text{ nguyên)}. \end{aligned}$$

Vậy $x \in \{-44; -43; \dots; 45\}$.

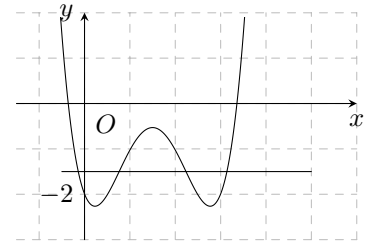
Khi đó có 90 giá trị x thỏa bài toán.

Chọn đáp án **D**

Câu 50.

Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

- Phương trình $f(x) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \\ x = b \\ x = c. \end{cases}$ với $0 < a < b < c < m$.



- Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = n < 0 \\ x = m > 0. \end{cases}$

Do đó, ta có

$$f(x^2 f(x)) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 f(x) = 0 & (1) \\ x^2 f(x) = a & (2) \\ x^2 f(x) = b & (3) \\ x^2 f(x) = c. & (4) \end{cases}$$

Khi đó

- Phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m \\ x = n. \end{cases}$
- Phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^2}$ (vì $x = 0$ không là nghiệm của phương trình (2)). Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị $(C_1): g(x) = \frac{a}{x^2}$.
Với $g'(x) = -\frac{2a}{x^3} < 0, \forall x > 0$ và $g'(x) = -\frac{2a}{x^3} > 0, \forall x < 0$.
Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).
- Phương trình (3) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{b}{x^3}$.
Tương tự như trên, ta có phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2).
- Phương trình (4) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{c}{x^2}$.
Tương tự như trên, ta có phương trình (4) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1), (2) và (3).

Vậy phương trình $f(x^2 f(x)) + 2 = 0$ có 9 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **D**

□

ĐÁP ÁN THAM KHẢO MÃ ĐỀ 104

1.C	2.A	3.C	4.B	5.C	6.B	7.B	8.D	9.C	10.A
11.B	12.A	13.B	14.B	15.C	16.A	17.D	18.C	19.A	20.D
21.B	22.A	23.D	24.C	25.A	26.D	27.A	28.A	29.B	30.C
31.B	32.B	33.D	34.C	35.C	36.A	37.D	38.A	39.B	40.A
41.B	42.A	43.B	44.D	45.B	46.C	47.D	48.C	49.D	50.D

Câu 1.

Hàm số $y = \log_4 x$ xác định khi $x > 0$. Vậy tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 2.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 7 \cdot 3 = 42\pi$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 3.

Dựa vào định nghĩa ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (3; -1; -2)$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 4.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ bằng số giao điểm giữa hai đồ thị $\begin{cases} (C) : y = f(x) \\ (d) : y = 2. \end{cases}$

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta nhận thấy rằng số giao điểm giữa (C) và (d) là 3.
Vậy số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là 3.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 5.

Ta có $\int_2^3 2f(x) dx = 2 \int_2^3 f(x) dx = 2 \cdot 6 = 12$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 6.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 7.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x; y; z)$ trên trục Ox có dạng $(x; 0; 0)$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 8.

Ta có $3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x + 2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 9.

Ta có thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \frac{16\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 10.

Đồ thị đã cho có 3 cực trị nên loại hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ và $y = x^3 - 3x^2 + 1$ đều là hàm số bậc 3 nên chỉ có tối đa 2 cực trị. Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên loại hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^4 + 2x^2 + 1) = -\infty$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 11.

Ta có $\log_{a^4} b = \frac{1}{4} \log_a b$.

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 12.

$(S): x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4^2$. Do đó bán kính của (S) là 4.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 13.

Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 5i$ là $\bar{z} = 3 + 5i$.

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 14.

Thể tích của khối hộp đã cho là $V = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 15.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 8 = 8$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 16.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 17.

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số là 2.

Chọn đáp án **(D)** ☐

Câu 18.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 4 \cdot 3 = 12$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 19.

Thể tích khối cầu đã cho là $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 20.

Vì số phức z có điểm biểu diễn là $M(-1; 2)$ nên $z = -1 + 2i$, do đó z có phần thực bằng -1 .

Chọn đáp án **(D)** ☐

Câu 21.

Ta có $\int x^5 dx = \frac{1}{6} x^6 + C$.

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 22.

Ta có $\log_3(x - 2) = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 11$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 23.

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** ☐

Câu 24.

Số cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc là $8! = 40320$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 25.

Ta có $z_1 + z_2 = 4 - 2i$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 26.

Góc giữa SC và (ABC) là $\widehat{SCA}$. Ta có

- $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3}a$.
- $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 27.

Ta có

$$9^{\log_3(a^2b)} = \left(3^{\log_3(a^2b)}\right)^2 = (a^2b)^2 = a^4b^2.$$

Suy ra

$$a^4b^2 = 4a^3 \Leftrightarrow ab^2 = 4.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 28.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Do $(P) \perp d$ nên (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{u} = (1; 2; -2)$.

Phương trình của (P) là

$$(x - 3) + 2(y + 2) - 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z + 5 = 0.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 29.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 19]$, có $f'(x) = 3x^2 - 33$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{11} \notin (2; 19) \\ x = \sqrt{11} \in (2; 19). \end{cases}$

Lại có $f(2) = -58$, $f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$, $f(19) = 6232$. Vậy $\min_{[2; 19]} f(x) = -22\sqrt{11}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 30.

Ta có $2^{x^2-1} < 8 \Leftrightarrow 2^{x^2-1} < 2^3 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 3 \Leftrightarrow x^2 < 4 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 31.

Phương trình $x^2 - 3 = x - 3 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ là

$$S = \int_0^1 |(x^2 - 3) - (x - 3)| \, dx = \int_0^1 (x - x^2) \, dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{6}.$$

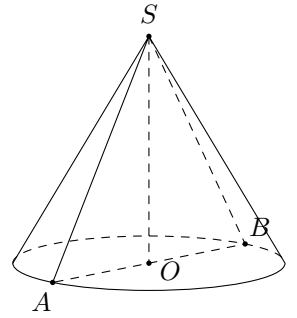
Chọn đáp án **(B)**

Câu 32.

Ta gọi góc ở đỉnh là $\widehat{ASB}$ và O là tâm đáy thì $\triangle SOA$ vuông tại O như hình vẽ, có $\widehat{ASO} = 30^\circ$. Do đó $SO = OA \cot 30^\circ = 4\sqrt{3}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot \ell = \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{SO^2 + OA^2} = 32\pi.$$



Chọn đáp án **(B)**

Câu 33.

Ta có $z^2 - 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow z = 2 \pm 3i$.

Do z_0 là nghiệm có phần ảo dương nên $z_0 = 2 + 3i$.

Vậy $1 - z_0 = -1 - 3i$. Do đó điểm biểu diễn của $1 - z_0$ là $N(-1; -3)$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 34.

Dựa vào bảng biến thiên và do $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên ta thấy $x = -2$ và $x = 2$ là hai điểm cực đại của hàm số.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 35.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (2; 1; -1)$. Gọi d là đường thẳng cần tìm nên d nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ chỉ phương. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 36.

Ta có $\bar{w} = 1 - i$. Khi đó $z \cdot \bar{w} = (1 + 3i)(1 - i) = 4 + 2i \Rightarrow |z \cdot \bar{w}| = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 37.

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số là số nghiệm của phương trình

$$x^3 - x^2 = -x^2 + 3x \Leftrightarrow x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3}. \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt nên số giao điểm của hai đồ thị là 3.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 38.

Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = x \Big|_1^3 + \int_1^3 f(x) dx = 2 + F(x) \Big|_1^3 = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 10$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 39.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \int g(x) dx &= \int (x+1)f'(x) dx \\
 &= \int (x+1) df(x) \\
 &= (x+1)f(x) - \int f(x) dx \\
 &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} d(x^2+4) \\
 &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{x^2+4} + C \\
 &= \frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}} + C.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

Câu 40.

□

- Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A trong năm 2019 là $T_0 = 800$ ha.
- Diện tích rừng trồng của tỉnh A sau đó một năm là $T_1 = T_0 + T_0 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)$.
- Diện tích rừng trồng của tỉnh A sau đó hai năm là $T_2 = T_1 + T_1 \cdot 6\% = T_1(1 + 6\%) = T_0(1 + 6\%)^2$.
- ...
- Diện tích rừng trồng của tỉnh A sau đó n năm là $T_n = T_0(1 + 6\%)^n$.

Do diện tích rừng trồng mới đạt trên 1400 ha nên

$$800(1 + 6\%)^n > 1400 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} \frac{1400}{800} \approx 9,604.$$

Do đó năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha là

$$2019 + 10 = 2029.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 41.

□

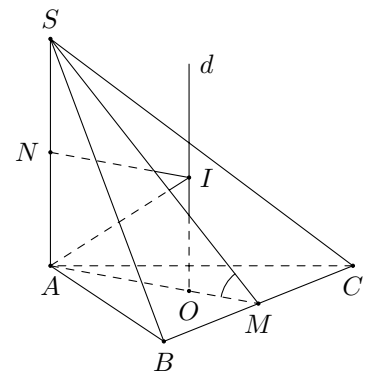
Gọi M là trung điểm BC , ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Do đó góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $\widehat{SMA} = 30^\circ$.

Tam giác SAM vuông tại A có $SA = AM \tan 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a$.

Gọi O là trọng tâm $\triangle ABC$, qua O dựng d song song SA , ta có $d \perp (ABC)$.

Gọi N trung điểm SA , dựng $NI \perp SA, I \in d$, ta có I tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$R = IA = \sqrt{NA^2 + NI^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{57}}{6}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoài tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = \frac{19\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 42.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m-3}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -6)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-3 > 0 \\ -m \notin (-\infty; -6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 6.$$

Vậy với $m \in (3; 6]$ thì hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 43.

Số phần tử của tập S là $A_7^4 = 840$.

Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S có 840 cách.

Chọn được số **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ gồm các trường hợp:

TH1: Số gồm 3 chữ số chẵn và 1 chữ số lẻ có $C_3^3 \cdot C_4^1 \cdot 4! = 96$ số.

TH2: Số gồm 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ. Có 3 cách xếp 2 số lẻ không liên tiếp ở các vị trí 1-3, 1-4 và 2-4. Chọn 2 số lẻ và xếp vào 2 vị trí có A_4^2 cách. Chọn 2 số chẵn và xếp vào 2 vị trí có A_2^2 cách. Do đó trường hợp này có $3 \cdot A_4^2 \cdot A_2^2 = 216$ số.

Do đó số cách chọn được số **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ là $96 + 216 = 312$ cách.

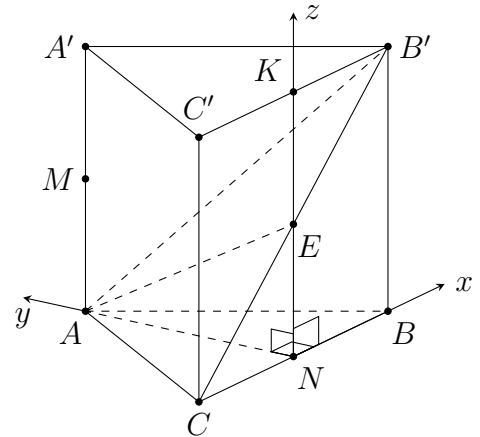
Vậy xác suất cần tìm là $\frac{312}{840} = \frac{13}{35}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 44.

Gọi N và K lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Gọi E là giao điểm của CB' và NK thì E là trung điểm của NK . Dễ dàng chứng minh được NB , NA , NK đôi một vuông góc.

Chọn hệ trục như hình vẽ, khi đó ta có tọa độ các điểm $C\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $A\left(0, \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, $K(0; 0; a)$, $A'\left(0, \frac{a\sqrt{3}}{2}; a\right)$, $E\left(0; 0; \frac{a}{2}\right)$, $M\left(0, \frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right)$.

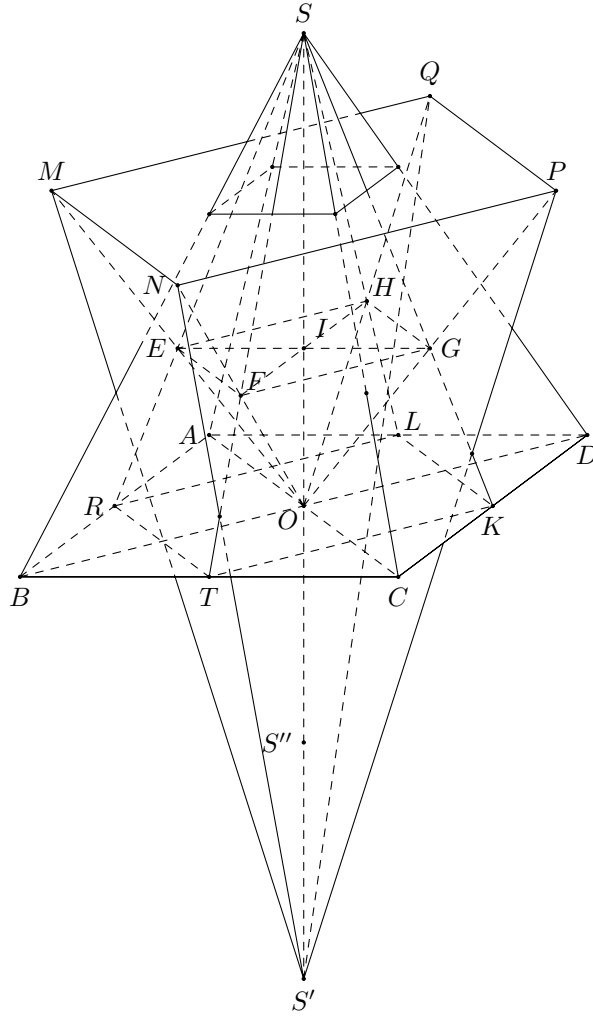


Ta có phương trình mặt phẳng (ACE) (cũng là mặt phẳng $(AB'C)$) là

$$\frac{x}{-\frac{a}{2}} + \frac{y}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} + \frac{z}{\frac{a}{2}} = 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{3} \cdot x - 2y - 2\sqrt{3} \cdot z + a\sqrt{3} = 0.$$

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

$$d(M, (AB'C)) = \frac{\left| 2\sqrt{3} \cdot 0 - 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} \cdot \frac{a}{2} + a\sqrt{3} \right|}{\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2 + (2\sqrt{3})^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$$



Gọi R, T, K, L theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA và E, F, G, H theo thứ tự là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Xét phép vị tự tâm O tỉ số $\frac{1}{2}$. Phép vị tự này biến các điểm M, N, P, Q lần lượt thành các điểm E, F, G, H và biến điểm S' thành điểm S'' là trung điểm của OS' . Ta có tứ giác $EFGH$ là hình vuông, và

$$\frac{FG}{TK} = \frac{SG}{SK} = \frac{2}{3} \Rightarrow FG = \frac{2}{3}TK = \frac{1}{3}BD = \frac{a\sqrt{2}}{3},$$

$$IS'' = IO + OS'' = \frac{1}{3}SO + \frac{1}{2}SO = \frac{5}{6}SO = \frac{5}{6} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{12}.$$

Suy ra

$$V_{S''.EFGH} = \frac{1}{3}S''I \cdot S_{EFGH} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5a\sqrt{2}}{12} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{5a^3\sqrt{2}}{162}.$$

Vì hình chóp $S'.MNPQ$ là ảnh của hình chóp $S''.EFGH$ qua phép vị tự tỉ số 2 nên

$$V_{S'.MNPQ} = 2^3 \cdot V_{S''.EFGH} = 8 \cdot \frac{5a^3\sqrt{2}}{162} = \frac{20a^3\sqrt{2}}{81}.$$

Do $f(x)$ là hàm bậc bốn nên $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có

$$g'(x) = 2x[f(x+1)]^4 + 4x^2[f(x+1)]^3 \cdot f'(x+1) = 2x[f(x+1)]^3 \cdot [f(x+1) + 2x \cdot f'(x+1)].$$

Suy ra

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ [f(x+1)]^3 = 0 \\ f(x+1) + 2x \cdot f'(x+1) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Ta có bảng biến thiên của hàm $f(x+1)$

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$			
$f'(x+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x+1)$			3		3			
	$-\infty$			-2			$-\infty$	

Suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khác 0 (mỗi nghiệm bội ba).

Ta biến đổi phương trình (2) thành

$$(2) \Leftrightarrow f(x+1) = -2x \cdot f'(x+1).$$

Đây chính là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f(x+1)$ và $y = -2x \cdot f'(x+1)$.

Ta có $y = -2x \cdot f'(x+1)$ là hàm số bậc bốn có hệ số $a > 0$ và

$$-2x \cdot f'(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+1 = 1 \\ x+1 = 0 \\ x+1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = -2. \end{cases}$$

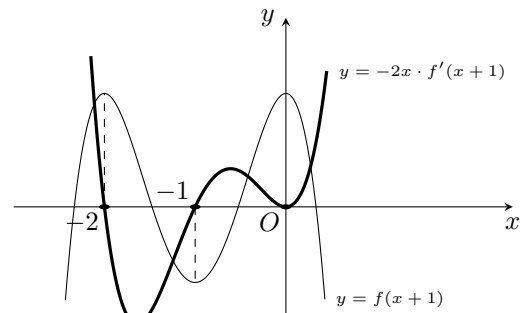
Hình dáng đồ thị của hai hàm số $y = f(x+1)$ và $y = -2x \cdot f'(x+1)$ như hình bên. Từ đó suy ra phương trình (2) có 4 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy phương trình $g'(x) = 0$ có tối đa 9 nghiệm. Bây giờ ta sẽ kiểm tra các nghiệm này có trùng với nhau hay không.

- Đầu tiên ta thấy phương trình (1) và (2) không nhận $x = 0$ là nghiệm.
- Tiếp theo ta sẽ kiểm tra phương trình (1) và (2) có nghiệm chung $x \neq 0$ hay không bằng cách xét hệ phương trình sau

$$\begin{cases} [f(x+1)]^3 = 0 \\ f(x+1) + 2x \cdot f'(x+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x+1) = 0 & (i) \\ f'(x+1) = 0 & (ii) \end{cases}$$

Từ bảng biến thiên của $f(x+1)$ và điều kiện $x \neq 0$ ta thấy $(ii) \Leftrightarrow x \in \{-2; -1\}$. Thế các nghiệm của (ii) vào phương trình (i) ta thấy không thỏa, nên (i) và (ii) không có nghiệm chung.



Do đó phương trình $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm phân biệt (đơn và bội ba), từ đây ta có thể kết luận hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

Câu 47.

Ta có

$$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3. \quad (1)$$

Đặt $t = 2(x + y - 1)$. Do x, y không âm nên $t \geq -2$. Khi đó (1) trở thành

$$(t - 1) + y \cdot (2^t - 2) \geq 0. \quad (2)$$

Khi đó nếu $t < 1$ thì $t - 1 < 0$ và $2^t - 2 < 0$, $y \geq 0$ nên (2) không thỏa mãn. Khi đó $t \geq 1$ hay $x + y \geq \frac{3}{2}$. Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 + 4x + 2y \\ &= (x + 2)^2 + (y + 1)^2 - 5 \\ &\geq \frac{1}{2}(x + 2 + y + 1)^2 - 5 \\ &\geq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + 3\right)^2 - 5 = \frac{41}{8}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ x + 2 = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

Vậy $\min P = \frac{41}{8}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 48.

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$ và khi $x = 0$ thì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hai điểm cực trị của hàm số đều âm nên $\begin{cases} \frac{-2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b > 0 \\ c < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0. \end{cases}$

Vậy $d > 0$.

Chọn đáp án **C**

Câu 49.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x + y \geq 1.$

Đặt $t = x + y$, suy ra $t \in \mathbb{N}^*$.

Bất phương trình đã cho trở thành $\log_3(x^2 - x + t) - \log_2 t \geq 0. \quad (*)$

Xét hàm số $f(t) = \log_3(x^2 - x + t) - \log_2 t$ trên $[1; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{(x^2 - x + t) \ln 3} - \frac{1}{t \ln 2}.$

Từ giả thiết $x \in \mathbb{Z}$ suy ra $x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x^2 - x + t \geq t \geq 1$. Mặt khác $\ln 3 > \ln 2 > 0$.

Do đó

$$(x^2 - x + t) \ln 3 > t \ln 2 > 0 \Rightarrow \frac{1}{(x^2 - x + t) \ln 3} < \frac{1}{t \ln 2} \Rightarrow f'(t) < 0.$$

Suy ra $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Ta có

- $f(1) = \log_3(x^2 - x + 1) - \log_2 1 = \log_3(x^2 - x + 1) \geq 0$ (do $x^2 - x + 1 \geq 1$).
- $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = -\infty$.

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ như sau

t	1	$+\infty$
$f'(t)$		—
$f(t)$	$f(1)$ $\searrow$	$-\infty$

Suy ra phương trình $f(t) = 0$ có nghiệm duy nhất là $t_0 \in [1; +\infty)$.

Khi đó, (*) trở thành $f(t) \geq f(t_0) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq t \leq t_0 \\ t \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

Theo giả thiết, ta suy ra $t_0 \leq 255$.

Khi đó

$$\begin{aligned} t_0 \leq 255 &\Leftrightarrow f(255) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \log_3(x^2 - x + 255) \leq \log_2 255 \\ &\Leftrightarrow x^2 - x + 255 < 6520,42 \\ &\Leftrightarrow x^2 - x - 6265,42 < 0 \\ &\Leftrightarrow -78,656 < x < 79,656. \end{aligned}$$

Vì x là số nguyên nên $x \in \{-78, -77, \dots, 79\}$.

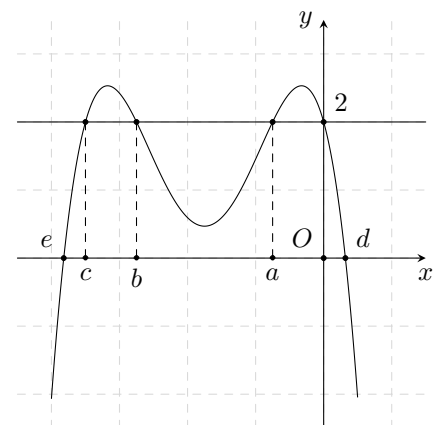
Vậy có 158 giá trị x thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 50.

Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

- Phương trình $f(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \in (-1; 0) \\ x = b \in (-3; -2) \\ x = c \in (-4; -3) \end{cases}$.
- Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = d \in (0; 1) \\ x = e \in (-4; -3) \end{cases}$.



Do đó, ta có

$$f(x^2 f(x)) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 f(x) = 0 & (1) \\ x^2 f(x) = a & (2) \\ x^2 f(x) = b & (3) \\ x^2 f(x) = c & (4) \end{cases}$$

Khi đó

- Phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = d \\ x = e. \end{cases}$
- Phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^2}$. Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị (C₁): $g(x) = \frac{a}{x^2}$.
 Với $a \in (-1; 0)$ ta có $g'(x) = -\frac{2a}{x^3}$.
 Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x) = \frac{a}{x^2}$ là

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$		$+$
$g(x)$	$0 \searrow$ $-\infty$		$-\infty \nearrow 0$

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ và đồ thị (C), ta suy ra

- Trên khoảng $(-\infty; e)$, ta thấy

x	$-\infty$	e
$g(x)$	0	$\frac{a}{e^2}$
	$\nearrow$	
$f(x)$	$-\infty$	0
	$\nearrow$	

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_1 \in (-\infty; e)$.

- Trên các nửa khoảng $[e; 0)$ và $(0; d]$, ta thấy $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ nên phương trình (2) vô nghiệm.
- Trên khoảng $(d; +\infty)$, ta thấy

x	d	$+\infty$
$g(x)$	$\frac{a}{d^2}$	0
	$\nearrow$	
$f(x)$	0	$-\infty$
	$\searrow$	

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_2 \in (d; +\infty)$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).

- Tương tự như trên, ta có mỗi phương trình (3), (4) đều có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2).

Vậy phương trình $f(x^2 f(x)) - 2 = 0$ có 9 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **D**

□