

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề kiểm tra có 01 trang)

Câu 1 (1,0 điểm). Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 1}{-2n^2 + n + 4}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4}$.

Câu 3 (1,0 điểm). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - 4x^2 + x - 2}{x^2 - x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2x - 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$.

Xét tính liên tục của hàm số tại điểm $x_0 = 2$.

Câu 4 (2,0 điểm). Tìm đạo hàm của các hàm số sau :

a) $y = x^4 - (m+2)x^2 + 3m^2 + 7$ (m là tham số).

b) $y = \frac{2x^2 - x + 3}{x - 1}$.

c) $y = \sqrt{5x^2 - 3x + 1}$.

d) $y = \cos^2\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 5 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 7x - 3$ biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng -10 .

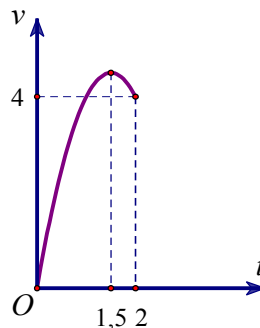
Câu 6 (2,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SD = a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SA .

a) Chứng minh rằng mặt phẳng (SCD) vuông góc với mặt phẳng (SAD) .

b) Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng (MCD) và $(ABCD)$.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O với $AD = 2AB = 2a$. Mặt bên SAD vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}, SD = a$. Gọi M là trung điểm của DO . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 8 (1,0 điểm). Một vật chuyển động trong 2 giờ theo quy luật $s = at^3 + bt^2$ với t (h) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (km) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Biết rằng kể từ lúc bắt đầu chuyển động, sau 1,5 giờ vận tốc của vật có giá trị lớn nhất và sau 2 giờ vật có vận tốc bằng 4 (km/h). Đồ thị vận tốc của vật được minh họa như hình vẽ bên. Tính quãng đường s mà vật đi chuyển được trong 2 giờ đó.



.....HẾT.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....; Lớp:.....

Câu	Đáp án	Điểm	Lưu ý khi chấm
Câu 1 (1,0 điểm)	Tính giới hạn: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 1}{-2n^2 + n + 4}$.	1	
	$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(3 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2} \right)}{n^2 \left(-2 + \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2} \right)}$	0,5	
	$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}}{-2 + \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2}}$	0,25	
	$= -\frac{3}{2}$.	0,25	
Câu 2 (1,0 điểm)	Tính giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4}$.	1	
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{(x^2 - 4)(x + \sqrt{x+2})}$	0,25	
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)(x + \sqrt{x+2})}$	0,25	
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x+2)(x + \sqrt{x+2})}$	0,25	
	$= \frac{3}{16}$.	0,25	
Câu 3 (1,0 điểm)	Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - 4x^2 + x - 2}{x^2 - x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2x - 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại điểm $x_0 = 2$.	1	
	$f(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$.	0,25	
	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 4x^2 + x - 2}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x^2 + 1)}{(x-2)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 1}{x+1} = 3$	0,25	
	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$	0,25	
	Vậy hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$.	0,25	
Câu 4 (2,0 điểm)	Tính đạo hàm của các hàm số sau: a) $y = x^4 - (m+2)x^2 + 3m^2 + 7$ (m là tham số).	1	
	$y' = 4x^3 - 2(m+2)x$.	0,5	
	b) $y = \frac{2x^2 - x + 3}{x-1}$	0,5	
	$y' = \frac{(2x^2 - x + 3)'(x-1) - (2x^2 - x + 3)(x-1)'}{(x-1)^2}$	0,25	

	$y' = \frac{2x^2 - 4x - 2}{(x-1)^2}$	0,25	
	c) $y = \sqrt{5x^2 - 3x + 1}$	0,5	
	$y' = \frac{(5x^2 - 3x + 1)'}{2\sqrt{5x^2 - 3x + 1}}$	0,25	
	$y' = \frac{10x - 3}{2\sqrt{5x^2 - 3x + 1}}$	0,25	
	d) $y = \cos^2\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$	0,5	
	$y' = 2\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)\left(\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)\right)'$	0,25	
	$y' = -2\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)'$ $y' = -6\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$	0,25	
Câu 5 (1,0 điểm)	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 7x - 3$ biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng -10 .	1	
	$f'(x) = 3x^2 + 6x - 7, f'(x_0) = 10$.	0,25	
	$f'(x_0) = 10 \Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 - 7 = -10 \Leftrightarrow x_0 = -1$	0,25	
	$y_0 = 6$	0,25	
	Phương trình tiếp tuyến $\Delta: y = -10x - 4$	0,25	
Câu 6 (2,0 điểm)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SD = a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SA .	2	
	a) Chứng minh rằng mặt phẳng (SCD) vuông góc với mặt phẳng (SAD) .	1	
	$CD \perp AD$ ($ABCD$ là hình vuông)	0,25	
	$CD \perp SA$ ($SA \perp (ABCD)$)	0,25	
	$\Rightarrow CD \perp (SAD)$	0,25	
	$\Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$.	0,25	
	b) Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng (MCD) và $(ABCD)$.	1	
	$\begin{cases} (MCD) \cap (ABCD) = CD \\ MD \perp CD, MD \subset (MCD) \\ AD \perp CD, AD \subset (ABCD) \end{cases}$ $\Rightarrow ((MCD), (ABCD)) = (MD, AD) = \widehat{MDA}$	0,25	
	$SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = 2a$	0,25	
	$MA = a$	0,25	
	$\tan \widehat{MDA} = \frac{MA}{AD} = 1$	0,25	
Câu 7 (1,0 điểm)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O với $AD = 2AB = 2a$. Mặt bên SAD vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}, SD = a$. Gọi M là trung điểm của DO . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC) .	1	

	Gọi H là hình chiếu của S trên cạnh AD. $\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SH \perp AD, SH \subset (SAD) \end{cases}$ $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Gọi N là hình chiếu của H trên cạnh BC. $\begin{cases} BC \perp HN \\ BC \perp SH \end{cases}$ $\Rightarrow BC \perp (SHN)$ $\Rightarrow (SBC) \perp (SHN)$ Gọi K là hình chiếu của H trên cạnh SN. $\begin{cases} (SBC) \perp (SHN) \\ (SBC) \cap (SHN) = SN \\ HK \perp SN, HK \subset (SHN) \end{cases}$ $\Rightarrow HK \perp (SBC)$ tại K Vậy $d(H, (SBC)) = HK$.	0,25	
	$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SD^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.	0,25	
	$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy $d(H, (SBC)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.	0,25	
	Vì $DM \cap (SBC) = B$ nên $d(M, (SBC)) = \frac{BM}{BD} d(D, (SBC)) = \frac{3}{4} d(D, (SBC))$ Mà $DH \parallel (SBC)$ nên $d(D, (SBC)) = d(H, (SBC))$. Vậy $d(M, (SBC)) = \frac{3}{4} d(D, (SBC)) = d(H, (SBC)) = \frac{3}{4} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{7} = \frac{3\sqrt{21}}{28} a$.	0,25	
Câu 8 (1,0 điểm)	Một vật chuyển động trong 2 giờ theo quy luật $s = at^3 + bt^2$ với t (h) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (km) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Biết rằng kể từ lúc bắt đầu chuyển động, sau 1,5 giờ vận tốc của vật có giá trị lớn nhất và sau 2 giờ vật có vận tốc bằng 4 (km/h). Đồ thị vận tốc của vật được minh họa như hình vẽ bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 2 giờ đó.	1	
	$v = 3at^2 + 2bt$	0,25	
	$\begin{cases} -\frac{2b}{2.3a} = 1,5 \\ 12a + 4b = 4 \end{cases}$	0,25	
	$\begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = 3 \end{cases}$	0,25	
	$s = -\frac{2}{3}t^3 + 3t^2$, $s(2) = \frac{20}{3}$ km Vậy quãng đường s mà vật di chuyển được trong 2 giờ là $\frac{20}{3}$ km.	0,25	