

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

- Câu 1. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{4}$?
- A. $M(1; 2; 5)$. B. $N(1; -2; 5)$. C. $Q(-1; 2; -5)$. D. $P(2; 3; 4)$.
- Câu 2. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là
- A. $(-1; 2; 3)$ B. $(1; -2; -3)$ C. $(-1; -2; -3)$ D. $(1; 2; 3)$
- Câu 3. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?
- A. $\vec{n}_3(1; -1; 3)$. B. $\vec{n}_4(2; -1; 3)$. C. $\vec{n}_2(2; 1; -1)$. D. $\vec{n}_1(2; 1; 3)$.
- Câu 4. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của véc tơ $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ là:
- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(2; -3; -1)$.
- Câu 5. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(3; 2; 1)$, $\vec{b}(-2; 0; 1)$. Vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ có độ dài bằng
- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. 3.
- Câu 6. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$?
- A. $\vec{n}_2(2; 1; -1)$. B. $\vec{n}_3(2; -1; 1)$. C. $\vec{n}_4(2; 0; -3)$. D. $\vec{n}_1(2; 1; 1)$.
- Câu 7. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 3; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A. $(0; 2; 2)$. B. $(-2; 4; -2)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(0; 1; 1)$.
- Câu 8. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$; cho điểm $A(1; 3; -2)$ và $(P): 2x + y - 2z - 3 = 0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng:
- A. 1. B. 2. C. $\frac{2}{3}$. D. 3.
- Câu 9. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là
- A. $\vec{n} = (3; 0; -1)$. B. $\vec{n} = (-1; 0; -1)$. C. $\vec{n} = (3; -1; 0)$. D. $\vec{n} = (3; -1; 2)$.
- Câu 10. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-7}{1}$ nhận vector nào dưới đây là một vector chỉ phương?
- A. $(2; 4; 1)$. B. $(-2; 4; -1)$. C. $(1; -4; 2)$. D. $(-2; -4; 1)$.
- Câu 11. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ có bán kính R là

A. $R = 18$.

B. $R = 6$.

C. $R = 9$.

D. $R = 3$.

Câu 12. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$, $B(2;3;2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(3;5;1)$.

B. $(1;2;3)$.

C. $(3;4;1)$.

D. $(2;2;3)$.

Câu 13. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1;2;3)$, $\vec{v} = (0;-1;1)$. Tìm tọa độ của vectơ tích có hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $(5;1;-1)$.

B. $(5;-1;-1)$.

C. $(-1;-1;-1)$.

D. $(-1;-1;5)$.

Câu 14. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;2)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(3;4;1)$.

B. $(-1;-2;3)$.

C. $(3;5;1)$.

D. $(1;2;3)$.

Câu 15. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n} = (2;3;-1)$.

B. $\vec{n} = (2;3;0)$.

C. $\vec{n} = (-2;0;-3)$.

D. $\vec{n} = (2;0;-3)$.

Câu 16. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$.

B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Câu 17. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, gọi A là điểm thuộc mặt cầu tâm I bán kính R . Chọn phương án đúng.

A. $IA = R$.

B. $IA < R$.

C. $IA > R$.

D. $IA = R^2$.

Câu 18. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, điểm $A(1,2,3)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $x - 2y + z = 0$.

B. $x + 2y + 3z = 0$.

C. $x - 2y + 3z = 0$.

D. $x + 2y + 3z = 1$.

Câu 19. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Ox có phương trình nào dưới đây

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 20. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là

A. $(1;0;3)$.

B. $(1;-2;3)$.

C. $(0;2;0)$.

D. $(-1;2;-3)$.

Câu 21. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$ là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = -1$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = -1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 0$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.

Câu 22. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Trong không gian, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{3-z}{-1}$.

Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d

A. $\vec{u}_d = (1;2;1)$.

B. $\vec{u}_d = (1;-2;-1)$.

C. $\vec{u}_d = (-1;2;-1)$.

D. $\vec{u}_d = (2;1;3)$.

- Câu 23. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 5 = 0$ bằng
- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{-4}{3}$. D. $\frac{4}{9}$.
- Câu 24. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là
- A. $(0;1;0)$. B. $(2;1;0)$. C. $(0;0;-1)$. D. $(2;0;0)$.
- Câu 25. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?
- A. $\vec{n}(2;1;3)$. B. $\vec{n}(2;-1;3)$. C. $\vec{n}(2;3;1)$. D. $\vec{n}(2;-1;-3)$.
- Câu 26. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(5;4;3)$ đến trục Ox bằng
- A. 4. B. 5. C. 3. D. 25.
- Câu 27. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$. Tọa độ tâm của mặt cầu là
- A. $(-2;1;-3)$. B. $(2;1;3)$. C. $(2;-1;3)$. D. $x + y - z + 3 = 0$.
- Câu 28. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{2z-1}{4}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?
- A. $\vec{u}_2 = (2;-3;4)$. B. $\vec{u}_3 = (2;3;4)$. C. $\vec{u}_4 = (2;3;-4)$. D. $\vec{u}_1 = (2;-3;2)$.
- Câu 29. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+5}{-6}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?
- A. $\vec{u} = (1;-3;-5)$. B. $\vec{u} = (1;-2;3)$. C. $\vec{u} = (2;4;6)$. D. $\vec{u} = (-1;2;3)$.
- Câu 30. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tọa độ tâm của (S) là:
- A. $(1;2;3)$. B. $(-1;-2;-3)$. C. $(-1;2;-3)$. D. $(1;-2;3)$.
- Câu 31. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(5;7;11)$ lên trục Oz có tọa độ là
- A. $(0;7;11)$. B. $(5;7;0)$. C. $(5;0;0)$. D. $(0;0;11)$.
- Câu 32. (Chuyên ĐHTT Vĩnh - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua $A(-1;-1;1)$ và nhận $\vec{u}(1;2;3)$ làm vector chỉ phương có phương trình chính tắc là
- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$. B. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.
- Câu 33. (Chuyên ĐHTT Vĩnh - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) là
- A. $\vec{i} = (1;0;0)$. B. $\vec{n} = (0;1;1)$. C. $\vec{j} = (0;1;0)$. D. $\vec{k} = (0;0;1)$.

Câu 34. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}(3;2;5), \vec{v}(4;1;3)$. Tọa độ của $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(1;-1;2)$. B. $(1;-1;-2)$. C. $(-1;1;-2)$. D. $(-1;1;2)$.

Câu 35. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;-4)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(2;3;0)$. B. $(0;3;0)$. C. $(0;3;-4)$. D. $(2;0;-4)$.

Câu 36. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-2;4;3)$ và đi qua $M(0;2;2)$ có phương trình là

- A. $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=3$. B. $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=9$.
C. $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=3$. D. $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 37. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y+2=0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}=(-2;-3;1)$. B. $\vec{n}=(-2;-3;0)$. C. $\vec{n}=(2;3;1)$. D. $\vec{n}=(2;3;2)$.

Câu 38. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{2y+1}{4}=\frac{-z+2}{3}$.

Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của Δ ?

- A. $\vec{u}_3=(3;4;-3)$. B. $\vec{u}_4=(3;2;-3)$. C. $\vec{u}_1=(3;4;3)$. D. $\vec{u}_2=(1;-1;2)$.

Câu 39. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $A(3;-4;6)$ đến trục Oz .

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 40. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, góc giữa mặt phẳng $(\alpha):\sqrt{2}x+y+z-5=0$ và mặt phẳng (Oxy) là?

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 41. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;1;3)$, $B(-2;5;4)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1;-4;-1)$. B. $(-3;6;7)$. C. $(3;-6;1)$. D. $(-1;4;1)$.

Câu 42. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2021;0;-1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $M \in Oy$. B. $M \in (Oyz)$. C. $M \in (Oxz)$. D. $M \in (Oxy)$.

Câu 43. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$ là

- A. $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z+5=0$. B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$. D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 44. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng

$$d:\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1-4t \\ z=5t \end{cases} \text{ đi qua điểm nào sau đây?}$$

- A. $M(2; -1; 0)$. B. $M(8; 9; 10)$. C. $M(3; -4; 5)$. D. $M(5; 5; 5)$.

Câu 45. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$. D. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 46. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (1; 3; -2)$. D. $\vec{n} = (1; -2; -3)$.

Câu 47. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0$ có tâm là

- A. $M(4; -2; 8)$. B. $N(2; -1; -4)$. C. $P(-2; 1; -4)$. D. $Q(-4; 2; -8)$.

Câu 48. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -3; 0)$, $C(0; 0; 1)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là:

- A. $\vec{n} = (2; -3; 1)$. B. $\vec{n} = (3; -2; 6)$. C. $\vec{n} = (2; 3; 1)$. D. $\vec{n} = (2; -3; -1)$.

Câu 49. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, các mặt phẳng có phương trình sau đây, mặt phẳng nào song song với trục tung.

- A. $x - 2z - 1 = 0$. B. $y - 2 = 0$. C. $x + 2y + z = 0$. D. $x + z = 0$.

Câu 50. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình chính tắc $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{1}$. Trong các véc tơ dưới đây, một véc tơ chỉ phương của d là

- A. $\vec{u} = (-2; 4; -2)$ B. $\vec{u} = (1; -2; -1)$ C. $\vec{u} = (-1; -2; -1)$ D. $\vec{u} = (-1; 0; -3)$

Câu 51. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $-2x + 3y - 5z + 5 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (-2; -3; 5)$ B. $\vec{n} = (-2; 3; 5)$ C. $\vec{n} = (2; 3; 5)$ D. $\vec{n} = (2; -3; 5)$

Câu 52. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

- A. $N(1; 0; 3)$. B. $P(1; 0; 0)$. C. $Q(0; 2; 0)$. D. $M(0; 2; 3)$.

Câu 53. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-1; 3; 2)$, $\vec{b} = (-3; -1; 2)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. 10. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 54. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (1; 3; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương.
 B. Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (2; 3; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương.
 C. Đường thẳng d đi qua điểm $N(0; 1; 2)$.
 D. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 1)$.

- Câu 55. (Sở Vĩnh Phúc - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $I(2; -4; 4); R = \sqrt{35}$. B. $I(-1; 2; -2); R = \sqrt{34}$.
 C. $I(1; -2; 2); R = \sqrt{34}$. D. $I(1; -2; 2); R = 4$.
- Câu 56. (Sở Vĩnh Phúc - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 0; 1)$ và pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; -2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) .
- A. $x - y + 2z - 2 = 0$. B. $y - 2z + 1 = 0$.
 C. $y - 2z + 2 = 0$. D. $y + 2z - 2 = 0$.
- Câu 57. (Sở Lào Cai - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ là:
- A. $(-1; -8; 2)$. B. $(7; 4; -4)$. C. $(1; 8; -2)$. D. $(-7; -4; 4)$.
- Câu 58. (Sở Lào Cai - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây không thuộc Δ ?
- A. $M(0; 2; 1)$. B. $N(1; 0; 1)$. C. $F(3; -4; 5)$. D. $E(2; -2; 3)$.
- Câu 59. (Sở Lào Cai - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$ và $C(-10; 5; 3)$.
 Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?
- A. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 2)$. D. $\vec{n} = (1; 8; 2)$.
- Câu 60. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng:
- A. 6. B. 9. C. 18. D. 3.
- Câu 61. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?
- A. $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$. B. $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (-2; 5; -2)$. D. $\vec{u}_1 = (2; -5; 2)$.
- Câu 62. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên mặt Oxz có tọa độ là
- A. $(0; 2; 0)$. B. $(0; 0; 5)$. C. $(1; 0; 5)$. D. $(0; 2; 5)$.
- Câu 63. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; 4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là
- A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{-4} = 1$.
 C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 0$.

- Câu 64. (Sở Yên Bái - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu của M lên trục Ox là điểm
A. $R(1;0;0)$. **B.** $S(0;0;3)$. **C.** $P(1;0;3)$. **D.** $Q(0;2;0)$.
- Câu 65. (Sở Yên Bái - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$ và $B(-3;0;4)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là
A. $(4;-2;-4)$. **B.** $(-2;-2;4)$. **C.** $(-4;2;4)$. **D.** $(-1;-1;2)$.
- Câu 66. (Sở Yên Bái - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2;4;6)$, gọi K' là hình chiếu của K trên trục Oz . Khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là
A. $(1;0;0)$. **B.** $(0;0;3)$. **C.** $(0;2;0)$. **D.** $(1;2;3)$.
- Câu 67. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(-1;2;-3)$.
- Câu 68. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận vector $\vec{n} = (1;2;3)$ làm vector pháp tuyến.
A. $2x + 4y + 6z + 1 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z + 1 = 0$.
C. $x + 2y - 3z - 1 = 0$. **D.** $2x - 4z + 6 = 0$
- Câu 69. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .
A. $OA = 5$. **B.** $OA = 9$. **C.** $OA = \sqrt{5}$. **D.** $OA = 3$.
- Câu 70. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là
A. $(0;0;1)$. **B.** $(0;-2;1)$. **C.** $(2;-2;0)$. **D.** $(2;0;1)$.
- Câu 71. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây có tâm thuộc mặt phẳng (Oxz) ?
A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 4z + 5 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 5 = 0$.
- Câu 72. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (-2;1;-3)$, $\vec{b} = (-1;-3;2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.
A. $\vec{c} = (4;-7;7)$. **B.** $\vec{c} = (0;-7;-7)$. **C.** $\vec{c} = (0;-7;7)$. **D.** $\vec{c} = (0;7;-7)$.
- Câu 73. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2;-3;4)$ và nhận $\vec{n} = (-2;4;1)$ làm vector pháp tuyến
A. $-2x + 4y + z - 12 = 0$. **B.** $2x - 4y - z + 10 = 0$.
C. $-2x + 4y + z + 11 = 0$. **D.** $2x - 4y - z - 12 = 0$.
- Câu 74. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 1 = 0$ và điểm $A(1;2;0)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng
A. $\frac{9}{\sqrt{14}}$. **B.** $\frac{9}{14}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{14}}$. **D.** $\frac{9}{14}$.

Câu 75. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}(1; 0; 1)$. B. $\vec{u}(1; 0; -2)$. C. $\vec{u}(-1; 0; 1)$. D. $\vec{u}(1; 0; 2)$.

Câu 76. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(1; 1; -1)$. Gọi A, B và C lần lượt là hình chiếu của E trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (ABC) ?

- A. $M(2; 1; -1)$. B. $Q(1; 1; 1)$. C. $N(0; 1; 1)$. D. $P(1; -1; 1)$.

Câu 77. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

- A. $R = 3\sqrt{2}$. B. $R = 4$. C. $R = 1$. D. $R = 2$.

Câu 78. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t; (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - t \end{cases}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (1; 3; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; -3; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (0; 3; -1)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$.

Câu 79. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -4)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $(1; 2; -4)$. B. $(0; 2; -4)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(1; 0; -4)$.

Câu 80. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 4)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b}$

- A. $(5; -1; -10)$. B. $(0; 3; 0)$. C. $(-3; 3; 6)$. D. $(5; -1; 10)$.

Câu 81. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1; 6; 0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài MA với $M \in d$?

- A. $5\sqrt{3}$. B. $\sqrt{30}$. C. $4\sqrt{2}$. D. 6.

Câu 82. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (3; -2; 1)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương. B. $\vec{a} \perp \vec{b}$. C. $|\vec{a}| = \sqrt{14}$. D. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3; 2)$.

Câu 83. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6z - 3 = 0$. Bán kính R của mặt cầu (S) là

- A. $R = 4$. B. $R = 16$. C. $R = \sqrt{11}$. D. $R = \sqrt{10}$.

Câu 84. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 5 = 0$. Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; -3; 5)$. B. $\vec{n} = (1; 3; 0)$. C. $\vec{n} = (1; 0; -3)$. D. $\vec{n} = (1; -3; 0)$.

- Câu 85. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Trong không gian , cho điểm . Biết là hình chiếu vuông góc của trên trục . Độ dài đoạn thẳng bằng
- A. . B. . C. . D. .
- Câu 86. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Trong không gian tọa độ , cho mặt cầu có bán kính bằng
- A. . B. . C. . D. .
- Câu 87. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Trong không gian , cho ba điểm . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng ?
- A. . B. . C. . D. .
- Câu 88. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{4} = y-3 = \frac{z+2}{3}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của d ?
- A. $\vec{u} = (4; 1; 3)$. B. $\vec{u} = (4; 0; 3)$. C. $\vec{u} = (4; -1; 2)$. D. $\vec{u} = (3; 3; -2)$.
- Câu 89. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -4; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
- A. $(0; -4; 0)$. B. $(1; -4; 0)$. C. $(0; -4; 3)$. D. $(1; 0; 3)$.
- Câu 90. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2; 6; -3)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (Oyz) có phương trình là
- A. $z = -3$. B. $y = 6$. C. $x + z = 12$. D. $x = 2$.
- Câu 91. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): 4x^2 + (2y-6)^2 + (2z+8)^2 = 64$. Bán kính của (S) bằng
- A. 8. B. $4\sqrt{2}$. C. 4. D. 16.
- Câu 92. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+3t \\ z = 5-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Một véc-tơ chỉ phương của d là
- A. $\vec{u}_2 = (-1; 3; -1)$. B. $\vec{u}_4 = (1; 3; -1)$. C. $\vec{u}_1 = (1; 3; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (1; 2; 5)$.
- Câu 93. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là
- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(-2; 4; -6)$. C. $(2; -4; 6)$. D. $(1; -2; 3)$.
- Câu 94. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy có tọa độ là?
- A. $(-1; 0; 1)$. B. $(0; 2; 0)$. C. $(0; 0; 1)$. D. $(-1; 2; 0)$.
- Câu 95. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng
- A. $\frac{5\sqrt{11}}{11}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{11}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{12}}{3}$.

- Câu 96. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 0), B(3; 4; -4)$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng AB ?
- A. $\vec{u}_1 = (2; 2; -4)$. B. $\vec{u}_2 = (4; -2; -4)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (-2; -1; 2)$.
- Câu 97. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10z - 8 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là
- A. $I(4; 0; -5), R = \sqrt{33}$. B. $I(4; 0; -5), R = 7$.
C. $I(4; -5; 4), R = \sqrt{57}$. D. $I(-4; 5; -4), R = \sqrt{57}$.
- Câu 98. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:
- A. 1. B. $\sqrt{21}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{3}$.
- Câu 99. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 1 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của (α) ?
- A. $(1; 2; -1)$ B. $(1; 2; 0)$ C. $(1; -2; 0)$ D. $(-1; 2; 0)$
- Câu 100. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(3; 4; 1)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là
- A. $x - 3 = 0$. B. $z - 1 = 0$. C. $y - 4 = 0$. D. $3x + 4y + z = 0$.
- Câu 101. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $A(1; 3; 5)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào sau đây
- A. $(1; 3; 0)$. B. $(1; 0; 5)$. C. $(0; 3; 5)$. D. $(1; 0; 0)$.
- Câu 102. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$. Tâm (S) có tọa độ là
- A. $(-2; 0; 1)$. B. $(-2; 0; -1)$. C. $(2; 0; 1)$. D. $(2; 0; -1)$.
- Câu 103. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Ox có tọa độ là
- A. $(0; 0; 5)$. B. $(2; 0; 0)$. C. $(0; 1; 5)$. D. $(0; 1; 0)$.
- Câu 104. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 5 = 0$ là
- A. $\vec{n}_1 = (3; -2; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -3; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 3; 2)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 3; -1)$.
- Câu 105. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$ đi qua điểm nào sau đây?
- A. $Q(1; 0; -2)$. B. $M(-1; 0; 2)$. C. $N(2; 3; 1)$. D. $P(1; 0; 2)$.
- Câu 106. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 1; 2)$ và đi qua điểm $A(-4; -1; 0)$ là
- A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$. B. $(x+4)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

- Câu 107. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) là:
 A. $A(1; -2; 0)$. B. $A(1; 0; 3)$. C. $A(0; -2; 3)$. D. $A(1; -2; 3)$.
- Câu 108. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3), B(-1; 2; 5)$. Tọa độ trung điểm I của AB là
 A. $I(1; 0; 4)$. B. $I(4; -4; 8)$. C. $I(-2; 1; 3)$. D. $I(0; 2; 0)$.
- Câu 109. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y - 2z + 3 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?
 A. $B(2; 3; 1)$. B. $C(2; 1; 2)$. C. $A(1; 2; 3)$. D. $D(1; 3; 2)$.
- Câu 110. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là
 A. $(1; -2; 3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $(1; 2; -3)$.
- Câu 111. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.
 A. $r = 2\sqrt{2}$. B. $r = \sqrt{2}$. C. $r = 4$. D. $r = \sqrt{26}$.
- Câu 112. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(\alpha): -x + y + 2z - 3 = 0$?
 A. $N(-2; 1; 3)$. B. $Q(-2; -1; 3)$. C. $P(1; 2; 3)$. D. $M(2; 3; 1)$.
- Câu 113. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 1 = 0$ có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là:
 A. $I(0; -2; 0), R = \sqrt{3}$. B. $I(2; 0; 0), R = 3$. C. $I(0; 2; 0), R = \sqrt{3}$. D. $I(-2; 0; 0), R = 3$.
- Câu 114. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$. Véc-tơ nào sau đây **không** phải là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?
 A. $\vec{a} = (3; -3; 0)$. B. $\vec{a} = (1; -1; 3)$. C. $\vec{a} = (1; -1; 0)$. D. $\vec{a} = (-1; 1; 0)$.
- Câu 115. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0), \vec{b} = (1; 1; 0), \vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
 A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. B. $\vec{b} \perp \vec{a}$. C. $\vec{b} \perp \vec{c}$. D. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.
- Câu 116. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?
 A. $M(1; 2; 0)$. B. $P(0; 1; 2)$. C. $Q(0; 0; 2)$. D. $N(1; 0; 2)$.
- Câu 117. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng
 A. $\sqrt{5}$. B. 5 . C. 2 . D. $\sqrt{6}$.
- Câu 118. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
 A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.

- Câu 119. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ điểm A là
- A. $A(3;4;-5)$. B. $A(3;4;5)$. C. $A(-3;-4;5)$. D. $A(-3;4;5)$.
- Câu 120. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(3;0;1)$ nhận véc-tơ nào dưới đây làm véc-tơ pháp tuyến?
- A. $\vec{n}_3 = (-1;1;4)$. B. $\vec{n}_1 = (1;-1;4)$. C. $\vec{n}_4 = (2;-2;8) - 2$. D. $\vec{n}_2 = (1;1;4)$.
- Câu 121. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$ có bán kính bằng
- A. $\sqrt{6}$. B. 9. C. 3. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 122. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc M' của điểm $M(1;1;2)$ trên Oy có tọa độ là:
- A. $(0;-1;0)$. B. $(1;0;0)$. C. $(0;0;2)$. D. $(0;1;0)$.
- Câu 123. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(2;1;3)$, $C(0;3;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
- A. $G(3;6;6)$ B. $G(1;2;2)$ C. $G(0;6;6)$ D. $G\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$
- Câu 124. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u}(2;0;-1)$. Tìm vector $\vec{v}$ biết $\vec{v}$ cùng phương với $\vec{u}$ và $\vec{u} \cdot \vec{v} = 20$
- A. $(4;0;-2)$ B. $(-8;0;4)$ C. $(8;0;-4)$ D. $(8;0;4)$
- Câu 125. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxy) là
- A. $y = 0$. B. $z = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $x = 0$.
- Câu 126. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ ?
- A. $\vec{u} = (2;-2;1)$. B. $\vec{u} = (1;2;-3)$. C. $\vec{u} = (-1;-2;3)$. D. $\vec{u} = (2;2;1)$.
- Câu 127. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên trục Oy là
- A. $(1;0;3)$. B. $(1;0;0)$. C. $(0;0;3)$. D. $(0;2;0)$.
- Câu 128. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 3 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?
- A. $M(1;1;-3)$. B. $N(-2;1;-3)$. C. $E(1;1;3)$. D. $F(2;-2;1)$.
- Câu 129. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là
- A. $(-2;-4;4)$. B. $(1;2;-2)$. C. $(1;2;2)$. D. $(-1;-2;2)$.
- Câu 130. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với trục Oy có phương trình là
- A. $x = 1$. B. $y = 2$. C. $z = 3$. D. $x + 2y + 3z = 0$.

- Câu 131. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Điểm nào sau đây **không thuộc** mặt phẳng (P) ?
- A. $E(0;0;1)$. B. $F(1;0;0)$. C. $N(2;-1;3)$. D. $M(3;2;2)$.
- Câu 132. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ có bán kính bằng
- A. 4. B. 16. C. 2. D. 1.
- Câu 133. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; -2; 3)$ và $\vec{v} = (0; 1; -1)$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng
- A. -5. B. 5. C. $2\sqrt{7}$. D. -2.
- Câu 134. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) là
- A. $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 1; -2)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 1; 2)$.
- Câu 135. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 2; 1)$ và $B(1; 4; -5)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là
- A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 14$. B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 18$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 18$. D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 14$.
- Câu 136. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; 1; -2)$ và điểm $N(0; -1; 1)$ có một vectơ chỉ phương là
- A. $\vec{u} = (1; 2; -3)$. B. $\vec{u} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{u} = (1; 2; 3)$. D. $\vec{u} = (1; -2; -3)$.
- Câu 137. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}(-2; 3; 0), \vec{b}(4; 2; -1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là
- A. $(-2; -5; -1)$. B. $(6; -1; -1)$. C. $(2; 5; -1)$. D. $(-6; 1; 1)$.
- Câu 138. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .
- A. $I(-1; 0; -5); R = 16$. B. $I(-1; 0; 5); R = 16$. C. $I(-1; 0; 5); R = 4$. D. $I(1; 0; -5); R = 4$.
- Câu 139. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 0), B(0; 2; 0)$ và $C(0; 0; -3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là
- A. $-6x + 3y - 2z - 1 = 0$. B. $x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z + 1 = 0$.
C. $x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z - 1 = 0$. D. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.C	4.A	5.D	6.D	7.D	8.B	9.A	10.D
11.D	12.D	13.B	14.D	15.C	16.B	17.A	18.A	19.A	20.A
21.D	22.C	23.A	24.C	25.B	26.B	27.A	28.D	29.D	30.D
31.D	32.C	33.A	34.D	35.C	36.D	37.B	38.C	39.B	40.D
41.D	42.C	43.C	44.A	45.D	46.B	47.C	48.B	49.A	50.B

51.D	52.D	53.C	54.B	55.C	56.C	57.C	58.A	59.B	60.D
61.A	62.C	63.C	64.A	65.C	66.B	67.C	68.A	69.D	70.B
71.C	72.D	73.D	74.A	75.B	76.B	77.D	78.C	79.C	80.A
81.B	82.A	83.A	84.C	85.B	86.A	87.B	88.A	89.D	90.D
91.C	92.A	93.D	94.B	95.A	96.D	97.B	98.C	99.B	100.B
101.C	102.D	103.B	104.D	105.C	106.C	107.C	108.A	109.B	110.D
111.A	112.D	113.C	114.B	115.C	116.A	117.A	118.D	119.A	120.D
121.D	122.D	123.B	124.C	125.B	126.A	127.D	128.C	129.B	130.B
131.C	132.C	133.A	134.D	135.D	136.A	137.D	138.D	139.D	

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{4}$?

- A. $M(1;2;5)$. B. $N(1;-2;5)$. C. $Q(-1;2;-5)$. D. $P(2;3;4)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $N(1;-2;5)$ vào phương trình đường thẳng d thấy thỏa mãn.

Câu 2. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1;2;3)$ B. $(1;-2;-3)$ C. $(-1;-2;-3)$ D. $(1;2;3)$

Lời giải

Chọn B

♦ Tâm mặt cầu là $I(1;-2;-3)$.

Câu 3. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3(1;-1;3)$. B. $\vec{n}_4(2;-1;3)$. C. $\vec{n}_2(2;1;-1)$. D. $\vec{n}_1(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_2(2;1;-1)$.

Câu 4. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của véc tơ $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ là:

- A. $(-1;2;-3)$. B. $(-3;2;-1)$. C. $(2;-1;-3)$. D. $(2;-3;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-\vec{i} = (-1;0;0)$, $2\vec{j} = (0;2;0)$, $-3\vec{k} = (0;0;-3)$ nên $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1;2;-3)$

Câu 5. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(3;2;1)$, $\vec{b}(-2;0;1)$. Vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ có độ dài bằng

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (3-2; 2+0; 1+1) = (1;2;2) \Rightarrow |\vec{u}| = 3$

Câu 6. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$?

- A. $\vec{n}_2 = (2;1;-1)$. B. $\vec{n}_3 = (2;-1;1)$. C. $\vec{n}_4 = (2;0;-3)$. D. $\vec{n}_1 = (2;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có: một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$ là $\vec{n}_1 = (2;1;1)$.

- Câu 7. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(-1;3;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A. $(0;2;2)$. B. $(-2;4;-2)$. C. $(-1;2;-1)$. D. $(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1-1}{2} = 0 \\ y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1 \\ z_0 = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2+0}{2} = 1 \end{cases}$$

♦ Ta có $\begin{cases} x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1-1}{2} = 0 \\ y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1 \\ z_0 = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2+0}{2} = 1 \end{cases}$. Vậy tọa độ trung điểm là $(0;1;1)$.

- Câu 8. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$; cho điểm $A(1;3;-2)$ và $(P): 2x + y - 2z - 3 = 0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng:
- A. 1. B. 2. C. $\frac{2}{3}$. D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{♦ Ta có } d(A; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 - 2 \cdot (-2) - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 2.$$

- Câu 9. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là
- A. $\vec{n} = (3;0;-1)$. B. $\vec{n} = (-1;0;-1)$. C. $\vec{n} = (3;-1;0)$. D. $\vec{n} = (3;-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

♦ Theo lý thuyết, $\vec{n} = (3;0;-1)$ là một vector pháp tuyến.

- Câu 10. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-7}{1}$ nhận vector nào dưới đây là một vector chỉ phương?
- A. $(2;4;1)$. B. $(-2;4;-1)$. C. $(1;-4;2)$. D. $(-2;-4;1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{v} = (2;4;-1) = (-1)(-2;-4;1) = (-1)\vec{u}.$$

Vậy vector $\vec{u} = (-2;-4;1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng.

- Câu 11. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ có bán kính R là
- A. $R=18$. B. $R=6$. C. $R=9$. D. $R=3$.

Lời giải

Chọn D

- Câu 12. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$, $B(2;3;2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
- A. $(3;5;1)$. B. $(1;2;3)$. C. $(3;4;1)$. D. $(2;2;3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (2;2;3).$$

Câu 13. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 2; 3)$, $\vec{v} = (0; -1; 1)$. Tìm tọa độ của vectơ tích có hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

- A. $(5; 1; -1)$. B. $(5; -1; -1)$. C. $(-1; -1; -1)$. D. $(-1; -1; 5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $[\vec{u}, \vec{v}] = (5; -1; -1)$.

Câu 14. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$\vec{a} - \vec{b} = (2 - 1; 3 - 1; 2 - (-1)) = (1; 2; 3)$.

Câu 15. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n} = (2; 3; -1)$. B. $\vec{n} = (2; 3; 0)$. C. $\vec{n} = (-2; 0; -3)$. D. $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

Lời giải

Chọn C

$(\alpha): 2x + 3z - 1 = 0 \Rightarrow \vec{n} = (2; 0; 3) = -(-2; 0; -3)$.

Vậy $\vec{n} = (-2; 0; -3)$ là một vectơ pháp tuyến của (α) .

Câu 16. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; 4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Câu 17. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, gọi A là điểm thuộc mặt cầu tâm I bán kính R . Chọn phương án đúng.

- A. $IA = R$. B. $IA < R$. C. $IA > R$. D. $IA = R^2$.

Lời giải

Chọn A

♦ Ta có $IA = R$.

Câu 18. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, điểm $A(1; 2; 3)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào dưới đây?

- A. $x - 2y + z = 0$. B. $x + 2y + 3z = 0$. C. $x - 2y + 3z = 0$. D. $x + 2y + 3z = 1$.

Lời giải

Chọn A

♦ Vì $1 - 2 \cdot 2 + 3 = 0$ nên điểm $A(1; 2; 3)$ thuộc mặt phẳng $x - 2y + z = 0$.

Câu 19. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Ox có phương trình nào dưới đây

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

♦ Đường thẳng Ox đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có véc tơ chỉ phương $i(1;0;0)$ nên có phương trình

là: $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 20. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là

A. $(1;0;3)$.

B. $(1;-2;3)$.

C. $(0;2;0)$.

D. $(-1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn A

♦ Hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là: $H(1;0;3)$

Câu 21. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$ là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = -1$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = -1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 0$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$ là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.

Câu 22. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Trong không gian, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{3-z}{-1}$.

Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của d

A. $\vec{u}_d = (1;2;1)$.

B. $\vec{u}_d = (1;-2;-1)$.

C. $\vec{u}_d = (-1;2;-1)$.

D. $\vec{u}_d = (2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta viết lại phương trình đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Nên véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (-1;2;-1)$.

Câu 23. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 5 = 0$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{-4}{3}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d_{M,(P)} = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 3 - 5|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{4}{3}$.

Câu 24. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(0;1;0)$.

B. $(2;1;0)$.

C. $(0;0;-1)$.

D. $(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x; y; z)$ trên trục Oz là $M'(0; 0; z)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz là $M'(0; 0; -1)$.

Câu 25. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}(2; 1; 3)$. B. $\vec{n}(2; -1; 3)$. C. $\vec{n}(2; 3; 1)$. D. $\vec{n}(2; -1; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}(2; -1; 3)$.

Câu 26. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(5; 4; 3)$ đến trục Ox bằng

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 25.

Lời giải.

CHỌN C

Hình chiếu vuông góc của $A(5; 4; 3)$ lên Ox là điểm $A'(5; 0; 0)$.

Vậy $\overline{A'A}(0; 4; 3) \Rightarrow AA' = 5$

Câu 27. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$. Tọa độ tâm của mặt cầu là

- A. $(-2; 1; -3)$. B. $(2; 1; 3)$. C. $(2; -1; 3)$. D. $x + y - z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Tâm $I(-2; 1; -3)$.

Câu 28. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{2z-1}{4}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2; -3; 4)$. B. $\vec{u}_3 = (2; 3; 4)$. C. $\vec{u}_4 = (2; 3; -4)$. D. $\vec{u}_1 = (2; -3; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{2z-1}{4} \Leftrightarrow d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-\frac{1}{2}}{2}$.

Do đó vector chỉ phương của d là: $\vec{u} = (2; -3; 2)$.

Câu 29. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+5}{-6}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u} = (1; -3; -5)$. B. $\vec{u} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{u} = (2; 4; 6)$. D. $\vec{u} = (-1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có $\vec{m} = (2; -4; -6)$ là một vector chỉ phương của d . Do $\vec{m} = (2; -4; -6)$ cùng phương với $\vec{u} = (-1; 2; 3)$ suy ra $\vec{u} = (-1; 2; 3)$ là một vector chỉ phương của d .

Câu 30. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tọa độ tâm của (S) là:

- A. $(1; 2; 3)$. B. $(-1; -2; -3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(1; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ có tâm là $I(1; -2; 3)$.

Câu 31. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; 7; 11)$ lên trục Oz có tọa độ là

- A. $(0; 7; 11)$. B. $(5; 7; 0)$. C. $(5; 0; 0)$. D. $(0; 0; 11)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $M(a; b; c)$ lên trục Oz là điểm có tọa độ $(0; 0; c)$. Do đó hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; 7; 11)$ lên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; 11)$.

Câu 32. (Chuyên ĐHTT Vĩnh - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua $A(-1; -1; 1)$ và nhận $\vec{u}(1; 2; 3)$ làm vector chỉ phương có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$. B. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ qua $A(-1; -1; 1)$ và nhận $\vec{u}(1; 2; 3)$ làm vector chỉ phương có phương trình chính tắc là: $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$

Câu 33. (Chuyên ĐHTT Vĩnh - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) là

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$. B. $\vec{n} = (0; 1; 1)$. C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$. D. $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có trục Ox vuông góc với mặt phẳng (Oyz) nên ta có thể chọn vector đơn vị của trục Ox là $\vec{i} = (1; 0; 0)$ làm vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) .

Câu 34. (Chuyên ĐHTT Vĩnh - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}(3; 2; 5), \vec{v}(4; 1; 3)$. Tọa độ của $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(1; -1; 2)$. B. $(1; -1; -2)$. C. $(-1; 1; -2)$. D. $(-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ của $\vec{u} - \vec{v}$ là $\vec{u} - \vec{v} = (-1; 1; 2)$.

Câu 35. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; -4)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(2; 3; 0)$. B. $(0; 3; 0)$. C. $(0; 3; -4)$. D. $(2; 0; -4)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(2; 3; -4)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $(0; 3; -4)$.

Câu 36. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 4; 3)$ và đi qua $M(0; 2; 2)$ có phương trình là

A. $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=3$. B. $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=9$.

C. $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=3$. D. $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $R = IM = \sqrt{(0+2)^2+(2-4)^2+(2-3)^2} = 3$.

Phương trình mặt cầu (S) đã cho là $(S):(x+2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 37. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+2=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}=(-2;-3;1)$. B. $\vec{n}=(-2;-3;0)$. C. $\vec{n}=(2;3;1)$. D. $\vec{n}=(2;3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P): 2x+3y+2=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;3;0)$.

Suy ra $\vec{n}=(-2;-3;0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 38. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng

$$\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{2y+1}{4} = \frac{-z+2}{3}.$$

Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của Δ ?

A. $\vec{u}_3=(3;4;-3)$. B. $\vec{u}_4=(3;2;-3)$. C. $\vec{u}_1=(3;4;3)$. D. $\vec{u}_2=(1;-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 39. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $A(3;-4;6)$ đến trục Oz .

A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Hạ $AH \perp Oz \Rightarrow H(0;0;6)$. Khi đó $d(A;Oz) = AH = \sqrt{9+16+0} = 5$.

Câu 40. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, góc giữa mặt phẳng $(\alpha): \sqrt{2}x+y+z-5=0$ và mặt phẳng (Oxy) là?

A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải

Chọn D

Ta có VTPT của (α) và (Oxy) lần lượt là $\vec{n}=(\sqrt{2};1;1)$ và $\vec{k}=(0;0;1)$. Gọi β là góc giữa mặt

phẳng (α) và (Oxy) , khi đó $\cos \beta = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 60^\circ$.

Câu 41. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;1;3)$, $B(-2;5;4)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;-4;-1)$. B. $(-3;6;7)$. C. $(3;-6;1)$. D. $(-1;4;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;4;1)$.

Câu 42. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2021; 0; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $M \in Oy$. B. $M \in (Oyz)$. C. $M \in (Oxz)$. D. $M \in (Oxy)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm $M(2021; 0; -1) \in (Oxz)$.

Câu 43. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$ là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 5 = 0$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$ là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$

Câu 44. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5t \end{cases} \text{ đi qua điểm nào sau đây?}$$

- A. $M(2; -1; 0)$. B. $M(8; 9; 10)$. C. $M(3; -4; 5)$. D. $M(5; 5; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy đường thẳng đã cho đi qua điểm $M(2; -1; 0)$.

Câu 45. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$. D. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 46. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (1; 3; -2)$. D. $\vec{n} = (1; -2; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Câu 47. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0$ có tâm là

- A. $M(4; -2; 8)$. B. $N(2; -1; -4)$. C. $P(-2; 1; -4)$. D. $Q(-4; 2; -8)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 22$

Vậy tâm mặt cầu có tọa độ là $(-2; 1; -4)$.

- Câu 48. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;1)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là:
- A. $\vec{n} = (2;-3;1)$. B. $\vec{n} = (3;-2;6)$. C. $\vec{n} = (2;3;1)$. D. $\vec{n} = (2;-3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6z - 6 = 0$.

Vậy mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-2;6)$.

- Câu 49. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, các mặt phẳng có phương trình sau đây, mặt phẳng nào song song với trục tung.
- A. $x - 2z - 1 = 0$. B. $y - 2 = 0$. C. $x + 2y + z = 0$. D. $x + z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: mặt phẳng song song với trục Oy có dạng: $ax + cz + d = 0$ nên loại B, C.

Nhận thấy $O(0;0;0) \notin x - 2z - 1 = 0$ nên chọn đáp án A.

- Câu 50. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình chính tắc $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{1}$. Trong các véc tơ dưới đây, một véc tơ chỉ phương của d là
- A. $\vec{u} = (-2;4;-2)$ B. $\vec{u} = (1;-2;-1)$ C. $\vec{u} = (-1;-2;-1)$ D. $\vec{u} = (-1;0;-3)$

Lời giải:

Chọn B

Từ phương trình đường thẳng d ta thấy đường thẳng d có 1 véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2;-1)$.

- Câu 51. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $-2x + 3y - 5z + 5 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là
- A. $\vec{n} = (-2;-3;5)$ B. $\vec{n} = (-2;3;5)$ C. $\vec{n} = (2;3;5)$ D. $\vec{n} = (2;-3;5)$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đã cho có véc tơ pháp tuyến tỉ lệ dạng $k(-2;3;-5) \Rightarrow \vec{n} = (2;-3;5)$.

- Câu 52. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là
- A. $N(1;0;3)$. B. $P(1;0;0)$. C. $Q(0;2;0)$. D. $M(0;2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M \in (Oyz) \Leftrightarrow M = (0; s_1; s_2)$.

Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $M(0;2;3)$.

- Câu 53. (Sở Vĩnh Phúc - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-1;3;2)$, $\vec{b} = (-3;-1;2)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
- A. 10. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot (-3) + 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 = 4$.

Câu 54. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (1; 3; 2)$ là một véc-tơ chỉ phương.
B. Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (2; 3; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương.
 C. Đường thẳng d đi qua điểm $N(0; 1; 2)$.
 D. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào phương trình suy ra đường thẳng có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

Câu 55. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(2; -4; 4); R = \sqrt{35}$. B. $I(-1; 2; -2); R = \sqrt{34}$.
C. $I(1; -2; 2); R = \sqrt{34}$. D. $I(1; -2; 2); R = 4$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{1 + (-2)^2 + 2^2 + 25} = \sqrt{34}$.

Câu 56. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 0; 1)$ và pháp

tuyến $\vec{n} = (0; 1; -2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $x - y + 2z - 2 = 0$. B. $y - 2z + 1 = 0$.
C. $y - 2z + 2 = 0$. D. $y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 0; 1)$ và pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; -2)$.

$\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) : $y - 2z + 2 = 0$.

Câu 57. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ là:

- A. $(-1; -8; 2)$. B. $(7; 4; -4)$. **C. $(1; 8; -2)$.** D. $(-7; -4; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B(x; y; z)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = (x - 4; y - 6; z + 3)$

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = -3 \\ y - 6 = 2 \\ z + 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \\ z = -2 \end{cases}.$$

Câu 58. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}. \text{ Điểm nào dưới đây không thuộc } \Delta?$$

- A.** $M(0;2;1)$. **B.** $N(1;0;1)$. **C.** $F(3;-4;5)$. **D.** $E(2;-2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2} \Rightarrow \frac{-1}{1} = \frac{2}{-2} = \frac{0}{2}$ ta được mệnh đề sai nên điểm M không thuộc đường thẳng Δ .

Câu 59. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$ và $C(-10;5;3)$.

Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A.** $\vec{n} = (1;2;0)$. **B.** $\vec{n} = (1;2;2)$. **C.** $\vec{n} = (1;-2;2)$. **D.** $\vec{n} = (1;8;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;1;-2)$, $\overrightarrow{AC} = (12;6;0)$.

Mặt phẳng (ABC) có một vector pháp tuyến là $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12;24;24) = 12(1;2;2)$.

Do đó: $\vec{n} = (1;2;2)$ cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

Câu 60. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng:

- A.** 6. **B.** 9. **C.** 18. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 61. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A.** $\vec{u}_2 = (3;4;-1)$. **B.** $\vec{u}_4 = (3;4;1)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-2;5;-2)$. **D.** $\vec{u}_1 = (2;-5;2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 62. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên mặt Oxz có tọa độ là

- A.** $(0;2;0)$. **B.** $(0;0;5)$. **C.** $(1;0;5)$. **D.** $(0;2;5)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 63. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{-4} = 1$.
C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. **D.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 0$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (2;3;0)$.

$$\overrightarrow{AC} = (2; 0; 4).$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; -8; -6) = 2(6; -4; -3).$$

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(-2; 0; 0)$ và nhận $\vec{n} = (6; -4; -3)$ làm một VTPT nên có phương

$$\text{trình: } 6(x+2) - 4(y-0) - 3(z-0) = 0 \Leftrightarrow 6x - 4y - 3z + 12 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1.$$

Câu 64. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu của M lên trục Ox là điểm

- A.** $R(1; 0; 0)$. **B.** $S(0; 0; 3)$. **C.** $P(1; 0; 3)$. **D.** $Q(0; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi N là hình chiếu của M lên trục Ox .

$$\text{Do } N \in Ox \Rightarrow N(a; 0; 0).$$

$$\text{Do } N \text{ là hình chiếu của } M \text{ lên trục } Ox \Rightarrow MN \perp Ox \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{i} = 0.$$

$$\text{Trong đó: } \overrightarrow{MN} = (a-1; -2; -3), \vec{i} = (1; 0; 0).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{i} = (a-1) + 0 + 0 = 0 \Leftrightarrow a = 1.$$

$$\text{Vậy } N(1; 0; 0) \Rightarrow N \equiv R$$

Câu 65. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$ và $B(-3; 0; 4)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

- A.** $(4; -2; -4)$. **B.** $(-2; -2; 4)$. **C.** $(-4; 2; 4)$. **D.** $(-1; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-4; 2; 4).$$

Câu 66. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu của K trên trục Oz . Khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là

- A.** $(1; 0; 0)$. **B.** $(0; 0; 3)$. **C.** $(0; 2; 0)$. **D.** $(1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

$$K' \text{ là hình chiếu của } K \text{ trên trục } Oz \Rightarrow K'(0; 0; 6).$$

$$\text{Trung điểm của } OK' \text{ có tọa độ là } (0; 0; 3).$$

Câu 67. (Sở Tuyên Quang - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A.** $(-1; -2; -3)$. **B.** $(1; 2; 3)$. **C.** $(1; -2; 3)$. **D.** $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Tâm của } (S) \text{ có tọa độ là } (1; -2; 3).$$

Câu 68. (Sở Tuyên Quang - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận vector $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm vector pháp tuyến.

- A.** $2x + 4y + 6z + 1 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z + 1 = 0$.
C. $x + 2y - 3z - 1 = 0$. **D.** $2x - 4z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng $2x + 4y + 6z + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; 3)$ (thỏa mãn)

mặt phẳng $x - 2y + 3z + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ (không thỏa mãn)

mặt phẳng $x + 2y - 3z - 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -3)$ (không thỏa mãn)

mặt phẳng $2x - 4z + 6 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 0; -2)$ (không thỏa mãn)

Câu 69. (Sở Tuyên Quang - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

A. $OA = 5$.

B. $OA = 9$.

C. $OA = \sqrt{5}$.

D. $OA = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{OA} = (2; 2; 1) \Rightarrow OA = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$.

Câu 70. (Sở Tuyên Quang - 2021) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0; 0; 1)$.

B. $(0; -2; 1)$.

C. $(2; -2; 0)$.

D. $(2; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $M'(0; -2; 1)$

Câu 71. (Sở Tuyên Quang - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây có tâm thuộc mặt phẳng (Oxz) ?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 4z + 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Lựa chọn các phương án và loại trừ, chỉ có phương án C và D là có thể, nhưng loại D vì $1^2 + 2^2 = 5$.

Câu 72. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a} = (-2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-1; -3; 2)$. Tìm tọa độ của vec tơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

A. $\vec{c} = (4; -7; 7)$.

B. $\vec{c} = (0; -7; -7)$.

C. $\vec{c} = (0; -7; 7)$.

D. $\vec{c} = (0; 7; -7)$.

Lời giải

Chọn D

♦ Có $\vec{a} = (-2; 1; -3)$ và $-2\vec{b} = (2; 6; -4)$. Suy ra $\vec{c} = (-2 + 2; 1 + 6; -3 - 4) = (0; 7; -7)$

Câu 73. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -3; 4)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 4; 1)$ làm vector pháp tuyến

A. $-2x + 4y + z - 12 = 0$.

B. $2x - 4y - z + 10 = 0$.

C. $-2x + 4y + z + 11 = 0$.

D. $2x - 4y - z - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng có phương trình là:

$$(P): -2(x - 2) + 4(y + 3) + 1.(z - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x + 4y + z + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4y - z - 12 = 0$$

Câu 74. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 1 = 0$ và điểm

$A(1; 2; 0)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** $\frac{9}{\sqrt{14}}$. **B.** $\frac{9}{14}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{14}}$. **D.** $\frac{9}{14}$.

Lời giải

Chọn A

♦ Ta có $d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}} = \frac{9}{\sqrt{14}}$.

Câu 75. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng

d ?

- A.** $\vec{u}(1; 0; 1)$. **B.** $\vec{u}(1; 0; -2)$. **C.** $\vec{u}(-1; 0; 1)$. **D.** $\vec{u}(1; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}(1; 0; -2)$.

Câu 76. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(1; 1; -1)$. Gọi A, B và C lần lượt là hình chiếu của E trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (ABC) ?

- A.** $M(2; 1; -1)$. **B.** $Q(1; 1; 1)$. **C.** $N(0; 1; 1)$. **D.** $P(1; -1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

♦ Do A, B và C lần lượt là hình chiếu của E trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz nên $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; -1)$

♦ Khi đó mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-1} = 1 \Leftrightarrow x + y - z = 1$. Ta thấy điểm $Q(1; 1; 1) \in (ABC)$.

Câu 77. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

- A.** $R = 3\sqrt{2}$. **B.** $R = 4$. **C.** $R = 1$. **D.** $R = 2$.

Lời giải

Chọn D

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 4 = 2^2$.

Vậy $R = 2$.

Câu 78. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t; (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A.** $\vec{u}_1 = (1; 3; -1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (1; -3; -1)$. **C.** $\vec{u}_3 = (0; 3; -1)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1; 2; 5)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 79. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -4)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $(1; 2; -4)$. B. $(0; 2; -4)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(1; 0; -4)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -4)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là: $M'(1; 2; 0)$.

* *Ghi nhớ:* tọa độ hình chiếu của một điểm trên mặt phẳng tọa độ nào, các tọa độ tương ứng giữ nguyên, tọa độ còn lại bằng 0.

Câu 80. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 4)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b}$

- A. $(5; -1; -10)$. B. $(0; 3; 0)$. C. $(-3; 3; 6)$. D. $(5; -1; 10)$.

Lời giải

Chọn A

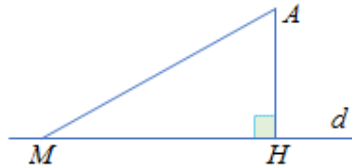
Ta có: $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b} = (1; 1; -2) - 2(-2; 1; 4) = (5; -1; -10)$.

Câu 81. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1; 6; 0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài MA với $M \in d$?

- A. $5\sqrt{3}$. B. $\sqrt{30}$. C. $4\sqrt{2}$. D. 6.

Lời giải

Chọn B



♦ $AM \geq AH \Rightarrow \min AM = AH$ khi $M \equiv H$

♦ d có một vector chỉ phương $\vec{u}_d = (1; -1; 2)$ và $E(1; 0; 0) \in d$; $\vec{AE} = (0; -6; 0)$

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, ta có:

$$\min AM = AH = d(A, d) = \frac{\left| [\vec{u}_d; \vec{AE}] \right|}{|\vec{u}_d|} = \sqrt{30}.$$

Câu 82. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -2; 1)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương. B. $\vec{a} \perp \vec{b}$. C. $|\vec{a}| = \sqrt{14}$. D. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3; 2)$.

Lời giải

Chọn D

+) $\frac{3}{1} \neq \frac{-2}{1} \neq \frac{1}{-1}$ nên $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương.

+) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

+) $|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{14}$.

+) $\vec{a} - \vec{b} = (3 - 1; -2 - 1; 1 + 1) = (2; -3; 2)$.

Câu 83. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6z - 3 = 0$. Bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $R = 4$.

B. $R = 16$.

C. $R = \sqrt{11}$.

D. $R = \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{4+0+9+3} = 4$.

Câu 84. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 5 = 0$. Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1; -3; 5)$.

B. $\vec{n} = (1; 3; 0)$.

C. $\vec{n} = (1; 0; -3)$.

D. $\vec{n} = (1; -3; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 0; -3)$.

Câu 85. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian , cho điểm . Biết là hình chiếu vuông góc của trên trục . Độ dài đoạn thẳng bằng

A. .

B. .

C. .

D. .

Lời giải

Chọn B

♦ là hình chiếu vuông góc của trên trục

Câu 86. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian tọa độ , cho mặt cầu có bán kính bằng

A. .

B. .

C. .

D. .

Lời giải

Chọn A

Ta có:

Câu 87. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian , cho ba điểm . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng

?

A. .

B. .

C. .

D. .

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có . Gọi là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng

♦ Khi đó, . Vậy một véc-tơ pháp tuyến của là

Câu 88. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$d: \frac{x-3}{4} = y-3 = \frac{z+2}{3}$. Vector nào dưới đây là vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u} = (4; 1; 3)$.

B. $\vec{u} = (4; 0; 3)$.

C. $\vec{u} = (4; -1; 2)$.

D. $\vec{u} = (3; 3; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình ta thấy véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (4; 1; 3)$.

Câu 89. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -4; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(0; -4; 0)$. B. $(1; -4; 0)$. C. $(0; -4; 3)$. D. $(1; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(a; b; c)$ lên mặt phẳng (Oxz) là $(a; 0; c)$.

Do đó hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -4; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; 0; 3)$.

- Câu 90. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2; 6; -3)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (Oyz) có phương trình là

- A. $z = -3$. B. $y = 6$. C. $x + z = 12$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng song song với (Oyz) có VTPT là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Do đó phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (Oyz) là

$$1(x-2) + 0(y-6) + 0(z+3) = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

- Câu 91. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): 4x^2 + (2y-6)^2 + (2z+8)^2 = 64$. Bán kính của (S) bằng

- A. 8. B. $4\sqrt{2}$. C. 4. D. 16.

Lời giải

Chọn C

$$(S): 4x^2 + (2y-6)^2 + (2z+8)^2 = 64 \Leftrightarrow x^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 16.$$

Do đó, bán kính của (S) : $R = 4$

- Câu 92. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+3t \\ z = 5-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Một vectơ chỉ phương của } d \text{ là}$$

- A. $\vec{u}_2 = (-1; 3; -1)$. B. $\vec{u}_4 = (1; 3; -1)$. C. $\vec{u}_1 = (1; 3; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (1; 2; 5)$.

Lời giải

Chọn A

- Câu 93. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(-2; 4; -6)$. C. $(2; -4; 6)$. D. $(1; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính

$$R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 + 2} = 4.$$

- Câu 94. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy có tọa độ là?

- A. $(-1; 0; 1)$. B. $(0; 2; 0)$. C. $(0; 0; 1)$. D. $(-1; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Tổng quát: Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ lên trục Oy là $(0; y_M; 0)$.

Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy có tọa độ là $(0; 2; 0)$.

Câu 95. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

- A. $\frac{5\sqrt{11}}{11}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{11}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{12}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } d(M; (P)) = \frac{|1-3 \times 2+1-1|}{\sqrt{1^2+(-3)^2+1^2}} = \frac{5\sqrt{11}}{11}.$$

Câu 96. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0), B(3;4;-4)$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{u}_1 = (2;2;-4)$. B. $\vec{u}_2 = (4;-2;-4)$. C. $\vec{u}_3 = (2;1;2)$. D. $\vec{u}_4 = (-2;-1;2)$.

Lời giải

Chọn D

♦ Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{AB} = (4;2;-4)$

♦ Ta thấy: $\vec{AB} = -2\vec{u}_4$ nên đáp án D.

Câu 97. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+10z-8=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(4;0;-5), R=\sqrt{33}$. B. $I(4;0;-5), R=7$.
C. $I(4;-5;4), R=\sqrt{57}$. D. $I(-4;5;-4), R=\sqrt{57}$.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-8x+10z-8=0 \Leftrightarrow (x-4)^2+y^2+(z+5)^2=49$.

♦ Suy ra mặt cầu (S) có tâm là $I(4;0;-5)$ và bán kính $R=7$.

Câu 98. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:

- A. 1. B. $\sqrt{21}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-2;4)$ xuống trục Ox suy ra $H(1;0;0)$.

Vậy khoảng cách từ M đến trục Ox bằng độ dài $MH = \sqrt{0^2+(-2)^2+(4)^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 99. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y-1=0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $(1;2;-1)$ B. $(1;2;0)$ C. $(1;-2;0)$ D. $(-1;2;0)$

Lời giải

Chọn B

Vector pháp tuyến của $(\alpha): x+2y-1=0$ là $\vec{n} = (1;2;0)$. Chọn đáp án B

Câu 100. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(3;4;1)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A. $x-3=0$. B. $z-1=0$. C. $y-4=0$. D. $3x+4y+z=0$.

Lời giải

Chọn B

♦ Mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oxy) có vector chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$ (ta loại 3 đáp án A, C, D).

♦ Mặt phẳng qua $A(3; 4; 1)$ nên ta có phương trình là $z - 1 = 0$.

Câu 101. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $A(1; 3; 5)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào sau đây

- A. $(1; 3; 0)$. B. $(1; 0; 5)$. C. $(0; 3; 5)$. D. $(1; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Hình chiếu vuông góc của $A(1; 3; 5)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $(0; 3; 5)$.

Câu 102. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$. Tâm (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 0; 1)$. B. $(-2; 0; -1)$. C. $(2; 0; 1)$. D. $(2; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 103. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 0; 5)$. B. $(2; 0; 0)$. C. $(0; 1; 5)$. D. $(0; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Do hình chiếu vuông góc của một điểm $M(a; b; c)$ lên trục Ox có tọa độ là $(a; 0; 0)$. Do đó hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Ox có tọa độ $(2; 0; 0)$.

Câu 104. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 5 = 0$ là

- A. $\vec{n}_1 = (3; -2; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -3; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 3; 2)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 5 = 0$ là $\vec{n}_4 = (2; 3; -1)$

Câu 105. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng

$(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $Q(1; 0; -2)$. B. $M(-1; 0; 2)$. C. $N(2; 3; 1)$. D. $P(1; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$ đi qua điểm $N(2; 3; 1)$.

Câu 106. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 1; 2)$ và đi qua điểm $A(-4; -1; 0)$ là

- A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$. B. $(x+4)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn C

$IA = (-1; -2; -2) \Rightarrow IA = \sqrt{1+4+4} = 3$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;1;2)$ và có bán kính $R=IA=3$ có phương trình là:

$$(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9.$$

Câu 107. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) là:

- A.** $A(1;-2;0)$. **B.** $A(1;0;3)$. **C.** $A(0;-2;3)$. **D.** $A(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là:

$$A(0;-2;3).$$

* Ghi nhớ: tọa độ hình chiếu của một điểm trên mặt phẳng tọa độ nào, các tọa độ tương ứng giữ nguyên, tọa độ còn lại bằng 0.

Câu 108. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3), B(-1;2;5)$. Tọa độ trung điểm I của AB là

- A.** $I(1;0;4)$. **B.** $I(4;-4;8)$. **C.** $I(-2;1;3)$. **D.** $I(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm AB nên tọa độ $I(1;0;4)$.

Câu 109. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y-2z+3=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A.** $B(2;3;1)$. **B.** $C(2;1;2)$. **C.** $A(1;2;3)$. **D.** $D(1;3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2 \times 2 - 3 \times 1 - 2 \times 2 + 3 = 0$ đúng. Vậy $C(2;1;2) \in (P)$.

Câu 110. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+3=0$. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A.** $(1;-2;3)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 111. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

- A.** $r = 2\sqrt{2}$. **B.** $r = \sqrt{2}$. **C.** $r = 4$. **D.** $r = \sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$ có tâm $I(1;-1;2)$ nên bán kính

$$r = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2 + 2} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 112. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(\alpha): -x+y+2z-3=0$?

- A.** $N(-2;1;3)$. **B.** $Q(-2;-1;3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $M(2;3;1)$.

Lời giải

Chọn D

Thay lần lượt tọa độ các điểm M, N, P, Q vào mặt phẳng (α) ta nhận thấy $-2+3+2.1-3=0$. Do đó điểm $M(2;3;1)$ thuộc (α) : $-x+y+2z-3=0$.

Câu 113. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 1 = 0$ có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là:

- A. $I(0;-2;0), R=\sqrt{3}$. B. $I(2;0;0), R=3$. C. $I(0;2;0), R=\sqrt{3}$. D. $I(-2;0;0), R=3$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 1 = 0$ có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là

$$I(0;2;0), R = \sqrt{0^2 + (2)^2 + 0^2 - 1} = \sqrt{3}.$$

Câu 114. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$.

Vector nào sau đây **không** phải là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{a} = (3; -3; 0)$. B. $\vec{a} = (1; -1; 3)$. C. $\vec{a} = (1; -1; 0)$. D. $\vec{a} = (-1; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -1; 0)$.

Ta có $\vec{a} = (-1; 1; 0) = -(1; -1; 0) = -\vec{n}$. Vậy $\vec{a} = (-1; 1; 0)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Tương tự $\vec{a} = (3; -3; 0) = 3(1; -1; 0) = 3\vec{n}$. Vậy $\vec{a} = (3; -3; 0)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Do vector $\vec{a} = (1; -1; 3)$ không cùng phương với vector $\vec{n} = (1; -1; 0)$. Nên $\vec{a} = (1; -1; 3)$ không là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 115. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0), \vec{b} = (1; 1; 0), \vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. B. $\vec{b} \perp \vec{a}$. C. $\vec{b} \perp \vec{c}$. D. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } |\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 1.1 + 1.1 + 0.1 = 2 \Rightarrow \vec{b} \text{ không vuông góc với } \vec{c}.$$

Câu 116. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $M(1; 2; 0)$. B. $P(0; 1; 2)$. C. $Q(0; 0; 2)$. D. $N(1; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) là $M(1; 2; 0)$.

Câu 117. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. 2. D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn

A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=d=0 \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{5}.$$

Vậy bán kính R của mặt cầu (S) bằng $\sqrt{5}$.

Câu 118. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(0;1;0)$. B. $(2;1;0)$. C. $(0;1;-1)$. **D. $(2;0;-1)$.**

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(2;0;-1)$.

Câu 119. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

- A. $A(3;4;-5)$.** B. $A(3;4;5)$. C. $A(-3;-4;5)$. D. $A(-3;4;5)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ của điểm A cũng là tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$, suy ra: $A(3;4;-5)$.

Câu 120. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(3;0;1)$ nhận véc-tơ nào dưới đây làm véc-tơ pháp tuyến?

- A. $\vec{n}_3 = (-1;1;4)$.** B. $\vec{n}_1 = (1;-1;4)$. C. $\vec{n}_4 = (2;-2;8) - 2$. D. $\vec{n}_2 = (1;1;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;-2;1)$, $\overrightarrow{AC} = (2;-2;0)$.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2;2;8)$.

Suy ra $\vec{n}_2 = \frac{1}{2}\vec{n} = (1;1;4)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (ABC) .

Câu 121. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{6}$.** B. 9. C. 3. **D. $\sqrt{3}$.**

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

♦ Suy ra bán kính của mặt cầu bằng $\sqrt{3}$.

Câu 122. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc M' của điểm $M(1;1;2)$ trên Oy có tọa độ là:

- A. $(0;-1;0)$.** B. $(1;0;0)$. C. $(0;0;2)$. **D. $(0;1;0)$.**

Lời giải

Chọn D

♦ Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;1;2)$ trên Oy có tọa độ là: $M'(0;1;0)$

* Ghi nhớ: tọa độ hình chiếu của một điểm lên trục nào, tọa độ tương ứng giữ nguyên, các tọa độ còn lại bằng 0.

Câu 123. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(2;1;3)$, $C(0;3;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

A. $G(3;6;6)$

B. $G(1;2;2)$

C. $G(0;6;6)$

D. $G\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$

Lời giải

Chọn BTọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 2 \end{cases}$$

Câu 124. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u}(2;0;-1)$. Tìm vector $\vec{v}$ biết $\vec{v}$ cùng phương với $\vec{u}$ và $\vec{u} \cdot \vec{v} = 20$

A. $(4;0;-2)$

B. $(-8;0;4)$

C. $(8;0;-4)$

D. $(8;0;4)$

Lời giải

Chọn CVì $\vec{v}$ cùng phương với $\vec{u}$ nên $\vec{v} = k\vec{u} = (2k;0;-k)$, với $k > 0$.Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4k + k = 5k = 20 \Leftrightarrow k = 4$ Vậy $\vec{v} = (8;0;-4)$

Câu 125. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(0xy)$ là

A. $y = 0$.

B. $z = 0$.

C. $x + y + z = 0$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn B♦ Phương trình mp $(0xy)$ là: $z = 0$

Câu 126. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{1}$$

Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ ?

A. $\vec{u} = (2; -2; 1)$.

B. $\vec{u} = (1; 2; -3)$.

C. $\vec{u} = (-1; -2; 3)$.

D. $\vec{u} = (2; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn A.Đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{1}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$.

Câu 127. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên trục Oy là

A. $(1;0;3)$.

B. $(1;0;0)$.

C. $(0;0;3)$.

D. $(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn D.Hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên trục Oy là $M'(0;2;0)$.

Câu 128. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 3 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $M(1;1;-3)$.

B. $N(-2;1;-3)$.

C. $E(1;1;3)$.

D. $F(2;-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm E vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $2.1 - 2.1 + 3 - 3 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$

Vậy điểm $E \in (P)$. Ta chọn **C**.

Câu 129. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A.** $(-2; -4; 4)$. **B.** $(1; 2; -2)$. **C.** $(1; 2; 2)$. **D.** $(-1; -2; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta viết lại phương trình mặt cầu (S) là: $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$

Vậy tâm mặt cầu có tọa độ: $(1; 2; -2)$.

Câu 130. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với trục Oy có phương trình là

- A.** $x = 1$. **B.** $y = 2$. **C.** $z = 3$. **D.** $x + 2y + 3z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Theo đề bài, mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 2; 3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

Vậy $(P): y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = 2$.

Câu 131. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Điểm nào sau đây **không thuộc** mặt phẳng (P) ?

- A.** $E(0; 0; 1)$. **B.** $F(1; 0; 0)$. **C.** $N(2; -1; 3)$. **D.** $M(3; 2; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Thay $N(2; -1; 3)$ vào pt mp $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ ta được: $2 - 2(-1) + 3 - 1 \neq 0$

Vậy $N \notin (P)$.

Câu 132. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ có bán kính bằng

- A.** 4. **B.** 16. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Câu 133. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; -2; 3)$ và $\vec{v} = (0; 1; -1)$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A.** -5. **B.** 5. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1.0 + (-2).1 + 3.(-1) = -5$.

Câu 134. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases} \text{ . Một vectơ chỉ phương của đường thẳng } (d) \text{ là}$$

A. $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 1; -2)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u}_4 = (-1; 1; 2)$.

Câu 135. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-3; 2; 1)$ và $B(1; 4; -5)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 14$. B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 18$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 18$. D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 14$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu đường kính $AB \Rightarrow$ tâm $I(-1; 3; -2)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{4^2 + 2^2 + (-6)^2}}{2} = \sqrt{14}$ Suy ra có phương trình là: $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 14$.

Câu 136. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian Oxyz, đường thẳng đi qua điểm $M(1; 1; -2)$ và điểm $N(0; -1; 1)$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (1; 2; -3)$. B. $\vec{u} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{u} = (1; 2; 3)$. D. $\vec{u} = (1; -2; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng đi qua điểm $M(1; 1; -2)$ và điểm $N(0; -1; 1)$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (-1; -2; 3) = -(1; 2; -3)$.

Câu 137. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a}(-2; 3; 0), \vec{b}(4; 2; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(-2; -5; -1)$. B. $(6; -1; -1)$. C. $(2; 5; -1)$. D. $(-6; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có $\vec{a} - \vec{b} = (-6; 1; 1)$

Câu 138. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. $I(-1; 0; -5); R=16$. B. $I(-1; 0; 5); R=16$. C. $I(-1; 0; 5); R=4$. D. $I(1; 0; -5); R=4$.

Lời giải

Chọn D

Theo đầu bài ta có $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 16$.

Suy ra tọa độ tâm I là $I(1; 0; -5)$, bán kính $R=4$.

Câu 139. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(-1; 0; 0), B(0; 2; 0)$ và $C(0; 0; -3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $-6x + 3y - 2z - 1 = 0$. B. $x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z + 1 = 0$.
C. $x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z - 1 = 0$. D. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;-3)$ nên phương trình mặt
chẵn của mặt phẳng (ABC) là: $(ABC): \frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$.

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

- Câu 1. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π . Tính bán kính mặt cầu (S) .
- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.
- Câu 2. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$ và mặt phẳng (P) không qua O , song song mặt phẳng (Q) và $d((P),(Q))=1$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc mặt phẳng (P) ?
- A. $M(1;2;3)$. B. $N(2;2;0)$. C. $K(0;1;3)$. D. $P(3;1;1)$.
- Câu 3. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$, $d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Xét sự tương đối của hai đường thẳng đã cho.
- A. Chéo nhau. B. Trùng nhau. C. Song song. D. Cắt nhau.
- Câu 4. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu của điểm $M(1;-3;-5)$ trên mặt phẳng (Oxy) , K là điểm đối xứng với M qua trục Oz . Tính HK .
- A. 8. B. 5. C. $\sqrt{65}$. D. $\sqrt{10}$.
- Câu 5. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{-2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{1}$. Gọi đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) . Trong các điểm sau đây, điểm nào không thuộc d' .
- A. $H(-5;9;3)$. B. $K(-10;16;5)$. C. $M(0;2;1)$. D. $N(1;2;0)$.
- Câu 6. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+3y-z+2=0$. Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là
- A. $\begin{cases} x=2-t \\ y=-3-3t \\ z=1+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-3-3t \\ z=1-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-3t \\ z=1-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=3+3t \\ z=-1-t \end{cases}$.
- Câu 7. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(0;4;-1)$ là
- A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$. B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.
- Câu 8. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A=(4;1;0)$ và $B=(2;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là
- A. $x+y-z-4=0$. B. $3x+z-4=0$. C. $3x+z-2=0$. D. $x+y-z-2=0$.

- Câu 9. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(2;1;1)$ và $C(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là
A. $x - y - 2z - 3 = 0$. **B.** $x + y - 2z - 3 = 0$. **C.** $x + y - 2z + 1 = 0$. **D.** $x - y - 2z + 1 = 0$.
- Câu 10. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$ và $C(0;0;-6)$. Tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có tọa độ là
A. $(-2; -4; 6)$. **B.** $(1; 2; -3)$. **C.** $(2; 4; -6)$. **D.** $(-1; -2; 3)$.
- Câu 11. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d là
A. $(-2; 0; 1)$. **B.** $(-4; -1; 0)$. **C.** $(0; 1; 2)$. **D.** $(-1; -1; 3)$.
- Câu 12. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba $A(1;1;-2)$, $B(3;1;0)$, $C(2;2;1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng
A. $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.
- Câu 13. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;0)$ và hai mặt phẳng $(P): x - y + z = 0$; $(Q): 2x - z + 1 = 0$. Đường thẳng qua $A(1;-2;0)$, song song với (P) và (Q) có phương trình là
A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$.
- Câu 14. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1,-1,-2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) .
A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-3}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{-3}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.
- Câu 15. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:
A. $\frac{\sqrt{17}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{17}}{16}$. **C.** 16 . **D.** $\frac{16}{\sqrt{17}}$.
- Câu 16. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1;2;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng
A. $\frac{2\sqrt{17}}{9}$. **B.** $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{17}}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{17}}{3}$.
- Câu 17. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\cos \alpha = -\frac{4}{9}$. **B.** $\sin \alpha = \frac{4}{9}$. **C.** $\cos \alpha = \frac{4}{9}$. **D.** $\sin \alpha = -\frac{4}{9}$.

- Câu 18. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$, song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) .
- A. $x + y - 1 = 0$. B. $-5x + 3y + 3 = 0$. C. $x + y + 1 = 0$ D. $-5x + 3y - 2 = 0$.
- Câu 19. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 0; -1)$ và song song với mặt phẳng $x - y + z + 2 = 0$ là?
- A. $x - y + z + 1 = 0$. B. $x - y + z + 2 = 0$. C. $x - y + z - 1 = 0$. D. $x - y + z = 0$.
- Câu 20. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) lần lượt là.
- A. $I(4; -1; 0), R = 2$. B. $I(-4; 1; 0), R = 4$. C. $I(-4; 1; 0), R = 2$. D. $I(4; -1; 0), R = 4$.
- Câu 21. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1; 1; -1)$ và $Q(2; 3; 2)$ là
- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$.
- Câu 22. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 8 = 0$ có phương trình là
- A. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$. B. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
- Câu 23. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng cắt tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C và nhận $G(673; 674; 675)$ làm trọng tâm của tam giác ABC là
- A. $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 1$. B. $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 0$.
C. $\frac{x}{673} + \frac{y}{674} + \frac{z}{675} = 1$. D. $\frac{x}{673} + \frac{y}{674} + \frac{z}{675} = 0$.
- Câu 24. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của điểm $M(0; 1; 2)$ qua mặt phẳng $x + y + z = 0$ là:
- A. $(-2; -1; 0)$. B. $(0; -1; -2)$. C. $(0; 1; -2)$. D. $(2; -1; 0)$.
- Câu 25. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ cắt mặt phẳng $(P): x + y + z = 3\sqrt{3}$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r . Khi đó giá trị của r là:
- A. 4. B. $\frac{5}{3}$. C. 5. D. 3.
- Câu 26. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; -1)$ và $B(-2; 0; -3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là
- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z - 1 = 0$.

- Câu 27. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) ?
- A. $3x - y - 2z - 6 = 0$. B. $3x - y + 2z - 6 = 0$.
C. $3x - y + 2z + 6 = 0$. D. $3x + y - 2z - 14 = 0$.
- Câu 28. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0), B(2; 0; 2), C(2; -1; 3), D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là
- A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$.
- Câu 29. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 1; 0), B(0; 1; 0), C(-1; 0; 2)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?
- A. $\vec{u} = (0; 2; 1)$. B. $\vec{u} = (0; -2; 1)$. C. $\vec{u} = (-2; 1; 0)$. D. $\vec{u} = (1; -2; 0)$.
- Câu 30. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0)$ và $B(5; 1; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- A. $3x + 2y - z - 14 = 0$. B. $2x - y - z + 5 = 0$. C. $2x - y - z - 5 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 3 = 0$.
- Câu 31. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 1; 3), B(2; 1; 5)$ và $C(4; 3; -3)$ không thẳng hàng. Mặt phẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với AB có phương trình là
- A. $2x - y - z - 1 = 0$. B. $2x - 2z - 1 = 0$. C. $x - z + 1 = 0$. D. $x + y - z + 3 = 0$.
- Câu 32. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -5; 1)$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:
- A. $x + y + 3 = 0$. B. $x + z - 3 = 0$. C. $y + 5 = 0$. D. $x - 2 = 0$.
- Câu 33. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $2x - 2y - z + 7 = 0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Điểm $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) . Tổng $a + b + c$ bằng
- A. -3 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .
- Câu 34. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1), B(3; -1; 1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là
- A. $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$. B. $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.
C. $(x + 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 2$. D. $(x + 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 4$.
- Câu 35. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1), B(0; 2; 1)$ và điểm $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là
- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}$. B. $x - 3y + z - 1 = 0$. C. $x - 3y + z + 1 = 0$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

- Câu 36. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 1 = 0$ và $(\beta): x + 2y + 3z + 4 = 0$. Một véc tơ chỉ phương của Δ có tọa độ là
- A. $(1; -2; 1)$. B. $(1; 1; -1)$. C. $(1; -1; 0)$. D. $(2; -1; -1)$.
- Câu 37. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A. $(P): x + y - z = 0$. B. $(\alpha): x - y + 1 = 0$.
C. $(\beta): x + z = 0$. D. $(Q): x + y + 2z = 0$.
- Câu 38. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z + m = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị m dương để khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (α) bằng 1.
- A. -3 . B. 3 . C. 6 . D. -6 .
- Câu 39. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): -2x + y - 3z + 2 = 0$ có phương trình là:
- A. $(P): 2x - y + 3z - 9 = 0$. B. $(P): x - y - 3z + 11 = 0$.
C. $(P): 2x - y + 3z - 11 = 0$. D. $(P): 2x - y + 3z + 11 = 0$.
- Câu 40. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ với điểm $M(-3; 1; 4)$ và gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) ?
- A. $4x - 12y + 3z - 12 = 0$. B. $4x + 12y - 3z - 12 = 0$.
C. $4x - 12y - 3z + 12 = 0$. D. $4x - 12y - 3z - 12 = 0$.
- Câu 41. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; -1; 0), B(-1; 0; 1), C(2; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là
- A. $x + 3y + z + 2 = 0$. B. $3x + y + 5z - 2 = 0$. C. $3x + y + 5z + 2 = 0$. D. $3x - y + 5z - 2 = 0$.
- Câu 42. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; -1; 1), B(-1; 1; 0)$ và $C(0; -1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với BC .
- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{2}$.
- Câu 43. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và điểm $I(1; -1; 1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .
- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Câu 44. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1} \text{ và mặt phẳng } (P): x - y + 2z + 5 = 0. \text{ Gọi } M \text{ là giao điểm của } \Delta \text{ và } (P).$$

Tính độ dài OM .

- A. $3\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $5\sqrt{2}$.

Câu 45. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết

phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 0$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$.

Câu 46. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian cho ba điểm $A(5; -2; 0)$, $B(-2; 3; 0)$ và $C(0; 2; 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(1; 1; -2)$. C. $(2; 0; -1)$. D. $(1; 2; 1)$.

Câu 47. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong của góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC là

A. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. B. $(-2; 11; 1)$. C. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. D. $\left(\frac{11}{2}; -2; 1\right)$.

Câu 48. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x - 2y + 3z + 1 = 0$ có phương trình là

- A. $x - 2y + 3z + 6 = 0$. B. $x - 2y + 3z + 16 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 6 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 16 = 0$.

Câu 49. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 5 = 0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là

- A. $(2; 1; -1)$. B. $(3; -1; -2)$. C. $(1; 3; -2)$. D. $(1; 3; 2)$.

Câu 50. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; 5; -1)$, $B(7; x; 1)$, $C(9; 2; y)$. Để A, B, C thẳng hàng, khi đó giá trị $x + y$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 7.

Câu 51. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3 = 0$. Đường thẳng Δ qua $A(1; 2; -3)$ vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 \end{cases}$.

Câu 52. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$ và đi qua điểm $A(3; -4; 5)$ là

- A. $3x - 4y + 5z - 26 = 0$. B. $-x + 2y - 3z + 26 = 0$.

C. $-3x + 4y - 5z - 26 = 0$.

D. $x - 2y + 3z + 26 = 0$.

Câu 53. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(1; -2; 0)$.

B. $(-1; 2; 3)$.

C. $(0; 0; 3)$.

D. $(1; -2; -3)$.

Câu 54. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -1; 2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Ox là

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 6$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 2$.

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$.

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$.

Câu 55. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 0), B(1; 1; 2), C(1; 0; 2)$. Diện tích tam giác ABC bằng

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 56. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(5; 4; 7)$. Phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 17$.

B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 17$.

C. $(x-5)^2 + (y-4)^2 + (z-7)^2 = 17$.

D. $(x-6)^2 + (y-2)^2 + (z-10)^2 = 17$.

Câu 57. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 1.

B. 3.

C. $\sqrt{7}$.

D. $\sqrt{10}$.

Câu 58. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; 4)$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $6x + 4y + 3z - 1 = 0$.

B. $6x + 4y + 3z - 36 = 0$.

C. $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

D. $6x + 4y + 3z + 12 = 0$.

Câu 59. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 2)$ và bán kính $R = 3$.

A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 60. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z + 5 = 0$. Bán kính của mặt

cầu (S) là

A. $R = \sqrt{14}$.

B. $R = 14$.

C. $R = 4$.

D. $R = 2$.

Câu 61. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1; 2; -2)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$$

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x + y - 2z + 6 = 0$.

B. $x + 2y - 3z - 11 = 0$.

C. $x + 2y - 3z - 6 = 0$.

D. $x + 2y - 3z + 9 = 0$.

- Câu 62. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4;2;-1)$ và $B(2;1;0)$ là
- A. $M(-4;0;0)$. B. $M(5;0;0)$. C. $M(4;0;0)$. D. $M(-5;0;0)$.
- Câu 63. (Sở Yên Bái - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;2)$, $B(2;5;4)$. Viết phương trình của mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB .
- A. $(P): y - z + 7 = 0$. B. $(P): y + z - 7 = 0$. C. $(P): y + z + 7 = 0$. D. $y - z - 7 = 0$.
- Câu 64. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-3)$, $B(2;-2;1)$, $C(-1;3;4)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC có phương trình là
- A. $2x - y - 7z + 3 = 0$. B. $x - 4y + 4z - 3 = 0$.
C. $3x - 5y - 3z + 2 = 0$. D. $3x - 5y - 3z - 2 = 0$.
- Câu 65. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là
- A. $P(0;-1;0)$. B. $Q(0;0;1)$. C. $M(3;0;0)$. D. $N(0;-1;1)$.
- Câu 66. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là
- A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 14t \end{cases}$.
- Câu 67. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Bán kính mặt cầu tâm $I(4;2;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 12x - 5z - 19 = 0$.
- A. $\frac{39}{\sqrt{13}}$. B. 13. C. 39. D. 3.
- Câu 68. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$, $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) .
- A. $(Q): -x + y + z = 0$. B. $(Q): 2x - y + 3 = 0$.
C. $(Q): 3x - y + z = 0$. D. $(Q): x + z = 0$.
- Câu 69. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z = 0$. Khoảng cách giữa đường thẳng d và $mp(\alpha)$ bằng
- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. 0. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
- Câu 70. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và điểm $M(1;2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để điểm M thuộc đường thẳng d .

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 0$. D. $m = -2$.

Câu 71. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có tâm $I(-1; 2; -3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) . Tính bán kính R của mặt cầu đó.

- A. $R = 1$. B. $R = 2$. C. $R = 3$. D. $R = \sqrt{13}$.

Câu 72. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a}(2; 1; -2)$, $\vec{b}(1; 2; -4)$, $\vec{c}(-1; -3; 3)$. Gọi $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$. Tìm tọa độ của $\vec{u}$

- A. $(-4; 19; -23)$. B. $(-4; -19; -23)$. C. $(-4; 19; 23)$. D. $(-4; -19; 23)$.

Câu 73. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian, cho mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) . Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp chỉ phương của (P) ?

- A. $\vec{a}$. B. $\vec{b}$. C. $\vec{c}$. D. $\vec{d}$.

Câu 74. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian, cho mặt phẳng (P) và điểm M . Gọi d là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P) . Giá trị biểu thức MM' bằng

- A. MM' . B. MM' . C. MM' . D. MM' .

Câu 75. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian, cho điểm M và

đường thẳng d . Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- A. $2x - 3y - 4z + 1 = 0$. B. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$.
C. $2x + 3y - 4z - 2 = 0$. D. $4x + 6y - 8z + 2 = 0$.

Câu 76. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0; 2; 1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(1; 0; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $2x - 3y - 4z + 1 = 0$. B. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$.
C. $2x + 3y - 4z - 2 = 0$. D. $4x + 6y - 8z + 2 = 0$.

Câu 77. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 \\ z = -3 + 6t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d_1, d_2 chéo nhau. B. $d_1 \equiv d_2$. C. $d_1 \perp d_2$. D. $d_1 \in d_2$.

Câu 78. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$. Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0$ và $(\beta): x - 2z - 3 = 0$. Góc φ là góc giữa d và (P) , tính φ .

- A. $\varphi = 45^\circ$. B. $\varphi = 30^\circ$. C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\varphi = 60^\circ$.

Câu 79. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 6 = 0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là điểm nào sau đây?

- A. $(2; 8; 2)$. B. $\left(3; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$. C. $\left(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$. D. $(1; 3; 5)$.

Câu 80. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(-1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; -2)$.

Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 2; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$.

Câu 81. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- A. $x - y + 2z + 9 = 0$. B. $x - y + 2z - 9 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 9 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 14 = 0$.

Câu 82. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 5)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng qua A vuông góc với (P) là:

- A. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$.

Câu 83. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = z+1$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $(2; 3; 0)$. B. $(2; 3; 1)$. C. $(1; -2; -1)$. D. $(-1; 2; 1)$.

Câu 84. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; -1; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Tọa độ điểm M là điểm đối xứng với điểm A qua d là

- A. $M(0; -1; 2)$. B. $M(2; -5; 3)$. C. $M(-1; 0; 2)$. D. $M(2; -3; 5)$.

Câu 85. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$ diện tích của tam giác ABC bằng.

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 86. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(2; 2; -1), \vec{c}(4; 0; -4)$. Tọa độ của vector $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

- A. $(-7; 0; -4)$. B. $(7; 0; 4)$. C. $(-7; 0; 4)$. D. $(7; 0; -4)$.

Câu 87. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với d có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$.

- Câu 88. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(0; -1; 2)$ song song với hai đường $A_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}; d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ có phương trình là
- A. $2x + 4y + z + 3 = 0$ B. $2x + z - 2 = 0$ C. $-2x - z - 2 = 0$ D. $4x + 4y - z + 6 = 0$
- Câu 89. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 2; -2), B(-3; 5; 1), C(1; -1; -2)$ Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
- A. $G(0; -2; -1)$. B. $G(2; 5; -2)$. C. $G(0; 2; 3)$. D. $G(0; 2; -1)$.
- Câu 90. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(1; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác O) sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC là
- A. $x + y - 3z + 11 = 0$. B. $x + y + 3z - 7 = 0$. C. $x + y - 3z - 11 = 0$. D. $x + y + 3z + 7 = 0$.
- Câu 91. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng
- $$\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}.$$
- Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2) . B. (Δ_1) và (Δ_2) song song với nhau.
C. (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau và vuông góc với nhau. D. (Δ_1) cắt và không vuông góc với (Δ_2) .
- Câu 92. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 2; 3), B(-3; 0; 0), C(0; -3; 0), D(0; 0; 6)$. Tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$?
- A. 1. B. 3. C. 6. D. 9.
- Câu 93. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .
- lần lượt có phương trình $x + y - z + 1 = 0$ và $2x - y + 2z - 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?
- A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$ B. $\vec{n}_1 = (1; -4; -3)$ C. $\vec{n}_2 = (1; 4; -3)$ D. $\vec{n}_4 = (1; -2; -2)$
- Câu 94. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) với tâm $I(1; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Biết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Khi đó mặt cầu (S) có phương trình là:
- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$.
- Câu 95. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3), B(3; 0; -1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình
- A. $x - y - 2z + 1 = 0$. B. $x + y - z + 1 = 0$. C. $x + y - 2z + 7 = 0$. D. $x + y - 2z + 1 = 0$.
- Câu 96. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là
- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

- Câu 97. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 49$ tiếp xúc với mặt phẳng nào sau đây?
- A. $(\beta): 2x - y - 2z + 16 = 0$. B. $(\gamma): 2x + y - 2z - 16 = 0$.
C. $(\alpha): 3x - 2y - 6z + 16 = 0$. D. $(\delta): 2x - y - 2z - 16 = 0$.
- Câu 98. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ vuông góc với đường thẳng nào sau đây?
- A. $d_1: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -2t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. B. $d_2: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $d_4: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 5t \end{cases}$. D. $d_3: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$.
- Câu 99. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Tọa độ hình chiếu của $A(2; -6; 3)$ lên đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{1}$ là
- A. $A_4(7; -6; 2)$. B. $A_1(-2; 0; -1)$. C. $A_2(1; -2; 1)$. D. $A_3(4; -4; 1)$.
- Câu 100. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Phương trình mặt phẳng qua $A(0; 0; -2)$, $B(2; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$ là
- A. $(\alpha): 4x + 5y - z - 2 = 0$. B. $(\delta): -5x - 7y + z + 2 = 0$.
C. $(\beta): 9x - 3y - 7z - 14 = 0$. D. $(\gamma): 5x + 7y - 2z - 4 = 0$.
- Câu 101. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là:
- A. $y + 2z - 5 = 0$. B. $2x - y + 1 = 0$. C. $-y + 2z - 3 = 0$. D. $2x - y - 1 = 0$.
- Câu 102. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 3; 2)$, $B(5; 4; 0)$. Tìm tọa độ điểm C để tứ giác $OABC$ là hình bình hành?
- A. $(-4; -1; 2)$. B. $(4; -1; -2)$. C. $(4; -2; 1)$. D. $(4; 1; -2)$.
- Câu 103. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$
- A. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau B. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau
C. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 D. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2
- Câu 104. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -1; 0)$ và $B(2; 0; -1)$ có phương trình tham số là
- A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -t \\ z = -1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$.
- Câu 105. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và điểm $I(1; 0; 3)$. Mặt cầu có tâm là điểm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4.$

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2.$

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4.$

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 16.$

Câu 106. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): -x + y - z + 7 = 0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = -t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 - t \\ z = -t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = -1 \end{cases}$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.C	5.C	6.A	7.D	8.D	9.D	10.B
11.C	12.A	13.C	14.C	15.D	16.B	17.B	18.C	19.D	20.D
21.C	22.C	23.A	24.A	25.A	26.A	27.B	28.D	29.A	30.C
31.C	32.C	33.B	34.B	35.C	36.A	37.D	38.B	39.D	40.D
41.B	42.A	43.A	44.A	45.A	46.A	47.C	48.C	49.D	50.A
51.D	52.B	53.D	54.D	55.C	56.B	57.A	58.C	59.D	60.D
61.B	62.C	63.B	64.D	65.D	66.B	67.D	68.D	69.A	70.D
71.A	72.D	73.B	74.A	75.D	76.C	77.A	78.D	79.C	80.D
81.B	82.A	83.C	84.D	85.C	86.D	87.A	88.B	89.D	90.C
91.A	92.B	93.B	94.B	95.D	96.C	97.A	98.D	99.D	100.B
101.D	102.D	103.B	104.B	105.A	106.B				

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 1. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π . Tính bán kính mặt cầu (S) .

A. 5.

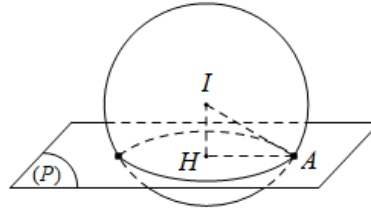
B. 6.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của I trên (P) .

$$\Rightarrow HI = d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + (-2) + 5|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3.$$

Gọi A là một điểm thuộc đường tròn giao tuyến, suy ra

+) HA là bán kính đường tròn giao tuyến.

+) IA là bán kính mặt cầu (S) và $IA = \sqrt{IH^2 + HA^2}$.

Theo đề bài có $\pi \cdot HA^2 = 16\pi \Rightarrow HA = 4 \Rightarrow IA = 5$.

Câu 2. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$ và mặt phẳng (P) không qua O , song song mặt phẳng (Q) và $d((P), (Q)) = 1$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $M(1;2;3)$.B. $N(2;2;0)$.C. $K(0;1;3)$.D. $P(3;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) nên mặt phẳng (P) có

dạng $x+2y+2z+D=0$ ($D \neq 0, D \neq -3$)

$$\text{Theo giả thiết, } d((P), (Q)) = 1 \Rightarrow \frac{|D+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} D=0 \\ D=-6 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta có $D=-6$ nên phương trình của mặt phẳng (P) là

$x+2y+2z-6=0$ Điểm thuộc mặt phẳng (P) là $N(2;2;0)$.

Câu 3. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$, $d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Xét sự tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau.

B. Trùng nhau.

C. Song song.

D. Cắt nhau.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\begin{cases} \vec{u}_1 = (2; 1; -2) \\ \vec{u}_2 = (-2; -1; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_1 = -\vec{u}_2$. Do đó d_1 song song hoặc trùng với d_2 .

Gọi điểm $M(1; 0; -2) \in d_1$. Thay M vào d_2 ta được: $\frac{1+2}{-2} = \frac{0-1}{-1} = \frac{-2}{2}$ (vô lí).

Vậy $d_1 \parallel d_2$.

Câu 4. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oxy) , K là điểm đối xứng với M qua trục Oz . Tính HK .

- A. 8. B. 5. C. $\sqrt{65}$. D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\begin{cases} H(1; -3; 0) \in (Oxy) \\ K(-1; 3; -5) \end{cases} \Rightarrow HK = \sqrt{(-1-1)^2 + (3+3)^2 + (-5-0)^2} = \sqrt{65}$.

Câu 5. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{-2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{1}$. Gọi đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) . Trong các điểm sau đây, điểm nào không thuộc d' .

- A. $H(-5; 9; 3)$. B. $K(-10; 16; 5)$. C. $M(0; 2; 1)$. D. $N(1; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\{M\} = d \cap (P)$. Khi đó $M \in d \Rightarrow M(4-2t; -2+2t; -1+t)$.

Mặt khác $M \in (P) \Rightarrow (4-2t) + (-2+2t) - (-1+t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(0; 2; 1)$.

Đường thẳng d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) nên d' sẽ đi qua điểm $M(0; 2; 1)$.

Câu 6. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - z + 2 = 0$.

Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(\alpha): x + 3y - z + 2 = 0 \Rightarrow$ VTPT của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_\alpha = (1; 3; -1)$.

Do d vuông góc với mặt phẳng (α) nên d nhận $\vec{n}_\alpha = (1; 3; -1)$ làm VTCP

hay d nhận $\vec{u} = (-1; -3; 1)$ làm VTCP.

Mặt khác d đi qua điểm M nên d có phương trình là $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 7. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$R = IA = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$$

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$ là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Câu 8. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A = (4; 1; 0)$ và $B = (2; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x + y - z - 4 = 0$. B. $3x + z - 4 = 0$. C. $3x + z - 2 = 0$. D. $x + y - z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của AB , ta có $M(3; 0; 1)$.

Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB : $\begin{cases} \text{đi qua } M \\ \text{vtp } \overrightarrow{AB} = (-2; -2; 2) = -2(1, 1, -1) \end{cases}$

Phương trình $(x-3) + (y-0) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 2 = 0$.

Câu 9. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 1; 1)$ và $C(1; 2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $x - y - 2z - 3 = 0$. B. $x + y - 2z - 3 = 0$. C. $x + y - 2z + 1 = 0$. D. $x - y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có: $\overrightarrow{BC} = (-1; 1; 2)$.

♦ phẳng (P) qua A vuông góc với BC nhận $\overrightarrow{BC}$ là một VTPT, khi đó phương trình (P) là:
 $-(x-1) + (y-2) + 2z = 0 \Leftrightarrow x - y - 2z + 1 = 0$.

Câu 10. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$ và $C(0; 0; -6)$. Tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có tọa độ là

A. $(-2; -4; 6)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(2; 4; -6)$. D. $(-1; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn B

♦ Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$, khi đó phương trình mặt cầu ngoại tiếp có dạng: $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

♦ Mặt cầu (S) đi qua 4 điểm O, A, B, C nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4 - 4a + d = 0 \\ 16 - 8b + d = 0 \\ 36 + 12c + d = 0 \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -3 \\ d = 0 \end{cases}$$

♦ Vậy tâm $I(1; 2; -3)$.

Câu 11. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và đường thẳng

$d: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d là

A. $(-2; 0; 1)$.

B. $(-4; -1; 0)$.

C. $(0; 1; 2)$.

D. $(-1; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

- ♦ Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d , ta có $H(-2+2t; t; 1+t)$.
- ♦ Có: $\overrightarrow{AH} = (-3+2t; -2+t; 2+t)$, vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_d} = (2; 1; 1)$.
- ♦ Vì $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2(-3+2t) + (-2+t) + (2+t) = 0 \Leftrightarrow -6+6t = 0 \Leftrightarrow t = 1$.
- ♦ Vậy: $H(0; 1; 2)$

Câu 12. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba $A(1; 1; -2), B(3; 1; 0), C(2; 2; 1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng

A. $\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

- ♦ Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 0; 2), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2; -4; 2)$.
- ♦ Vậy tam giác ABC có diện tích: $S = \frac{1}{2} \cdot \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 + (2)^2} = \sqrt{6}$.

Câu 13. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 0)$ và hai mặt phẳng $(P): x - y + z = 0; (Q): 2x - z + 1 = 0$. Đường thẳng qua $A(1; -2; 0)$, song song với (P) và (Q) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn C

- ♦ Gọi Δ là đường thẳng cần lập.
- ♦ Mặt phẳng (P) và (Q) có VTPT lần lượt là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; -1; 1), \overrightarrow{n_{(Q)}} = (2; 0; -1)$.
- ♦ Do đường thẳng Δ song song với (P) và (Q) nên đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{n_{(Q)}}] = (1; 3; 2)$.
- ♦ Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; -2; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta} = (1; 3; 2)$ có phương trình là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2}$.

Câu 14. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1, -1, -2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{-3}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

- $\vec{n} = (1; -2; -3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)
- Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P)
- Vì $d \perp (P)$ nên $\vec{n} = (1; -2; -3)$ là một vectơ chỉ phương của d

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{-3}$

Câu 15. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:

- A. $\frac{\sqrt{17}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{17}}{16}$. C. 16. D. $\frac{16}{\sqrt{17}}$.

Lời giải

Chọn D

- Đường thẳng d_1 đi qua $A(0;1;-1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2;1;-2)$.
- Đường thẳng d_2 đi qua $B(1;2;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (1;2;-2)$.
- Ta có: $\vec{AB} = (1;1;4)$; $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (2;2;3)$; $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} = 2.1 + 2.1 + 3.4 = 16$
- Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng này là: $d = \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|} = \frac{16}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{16}{\sqrt{17}}$.

Câu 16. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1;2;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{17}}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{17}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{17}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Gọi } \begin{cases} M(1;2;3) \in \Delta \\ \vec{u} = (2;-2;1) \end{cases} \\ \vec{AM} = (2;0;3) \\ [\vec{AM}, \vec{u}] = (6;4;-4) \\ \Rightarrow d(A, \Delta) = \frac{|[\vec{AM}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{6^2 + 4^2 + (-4)^2}}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1}} = \frac{2\sqrt{17}}{3}. \end{aligned}$$

Câu 17. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos \alpha = -\frac{4}{9}$. B. $\sin \alpha = \frac{4}{9}$. C. $\cos \alpha = \frac{4}{9}$. D. $\sin \alpha = -\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u} = (1;2;-2)$

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (2;-1;2)$

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|1.2 + 2.(-1) + (-2).2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{4}{9}$$

Câu 18. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$, song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

- A. $x + y - 1 = 0$. B. $-5x + 3y + 3 = 0$. C. $x + y + 1 = 0$ D. $-5x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1} \Rightarrow \Delta$ có VTCP $\vec{a} = (2; -2; 1)$.

$(Q): x - y + 2z = 0 \Rightarrow (Q)$ có VTPT $\vec{n}_Q = (1; -1; 2)$.

mặt phẳng (P) song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên (P) có

VTPT $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{n}_Q] = (-3; -3; 0) = -3(1; 1; 0)$.

(P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$ và có VTPT $(1; 1; 0)$ nên có phương trình:

$$1(x-0) + 1(y+1) + 0(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + 1 = 0.$$

Câu 19. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 0; -1)$ và song song với mặt phẳng $x - y + z + 2 = 0$ là?

- A. $x - y + z + 1 = 0$. B. $x - y + z + 2 = 0$. C. $x - y + z - 1 = 0$. D. $x - y + z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -1)$ và song song với mặt phẳng $x - y + z + 2 = 0$ nhận

$\vec{n} = (1; -1; 1)$ là một VTPT có phương trình là: $x - y + z = 0$.

Câu 20. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) lần lượt là.

- A. $I(4; -1; 0), R = 2$. B. $I(-4; 1; 0), R = 4$. C. $I(-4; 1; 0), R = 2$. D. $I(4; -1; 0), R = 4$.

Lời giải

Chọn D

♦ $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$.

Suy ra (S) có tâm và bán kính lần lượt là $I(4; -1; 0), R = 4$.

Câu 21. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1; 1; -1)$ và $Q(2; 3; 2)$ là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có $\overrightarrow{PQ} = (1; 2; 3)$.

♦ Khi đó đường thẳng đi qua hai điểm $P(1; 1; -1)$ và $Q(2; 3; 2)$ nhận véc tơ $\overrightarrow{PQ} = (1; 2; 3)$ làm véc

tơ chỉ phương có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 22. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 8 = 0$ có phương trình là

A. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

B. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3.$

C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$

Lời giải

Chọn C

$$d_{(I;(P))} = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - (-1) - 8|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 3$$

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $d_{(I;(P))} = R = 3$

Vậy phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-1)$; bán kính 3 là $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

Câu 23. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng cắt tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C và nhận $G(673;674;675)$ làm trọng tâm của tam giác ABC là

A. $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 1.$

B. $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 0.$

C. $\frac{x}{673} + \frac{y}{674} + \frac{z}{675} = 1.$ **D.** $\frac{x}{673} + \frac{y}{674} + \frac{z}{675} = 0.$

Lời giải

Chọn A

♦ Phương trình mặt phẳng cắt tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$

với $a, b, c > 0$ có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$

♦ Do $G(673;674;675)$ là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có hệ:
$$\begin{cases} a+0+0=3.673 \\ 0+b+0=3.674 \\ 0+0+c=3.675 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2019 \\ b=2022 \\ c=2025 \end{cases}$$

♦ Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình là: $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 1.$

Câu 24. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của điểm $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$ là:

A. $(-2;-1;0).$

B. $(0;-1;-2).$

C. $(0;1;-2).$

D. $(2;-1;0).$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+z=0$ có phương

$$\text{trình là } \begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2+t \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm I của đường thẳng d và mặt phẳng $x+y+z=0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2+t \\ x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=-1 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;0;1)$$

Gọi M' đối xứng với $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$ nên I là trung điểm MM'

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{M'} = 2x_I - x_M = -2 \\ y_{M'} = 2y_I - y_M = -1 \\ z_{M'} = 2z_I - z_M = 0 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;-1;0)$$

Câu 25. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ cắt mặt phẳng $(P): x + y + z = 3\sqrt{3}$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r . Khi đó giá trị của r là:

- A. 4. B. $\frac{5}{3}$. C. 5. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=5$

$$\text{Ta có: } d(O;(P)) = \frac{|-3\sqrt{3}|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = 3 \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - [d(O;(P))]^2} = 4$$

Câu 26. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-1)$ và $B(-2;0;-3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là tâm của mặt cầu $\Rightarrow I$ là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0;1;-2)$.

$$\overline{AB} = (-4; -2; -2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}.$$

$$\text{Vậy mặt cầu có tâm } I(0;1;-2) \text{ và bán kính } R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}.$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình mặt cầu: } x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 1 = 0.$$

Câu 27. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng

$(P): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) ?

- A. $3x - y - 2z - 6 = 0$. B. $3x - y + 2z - 6 = 0$.
C. $3x - y + 2z + 6 = 0$. D. $3x + y - 2z - 14 = 0$.

Lời giải

Chọn B

♦ Mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -1; 2)$.

♦ Mặt phẳng (Q) đi qua M và song song với (P) nên (Q) sẽ nhận véc tơ $\vec{n}$ làm véc tơ pháp tuyến. Vậy phương trình $(Q): 3(x-3) - 1.(y+1) + 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 2z - 6 = 0$.

Câu 28. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0), B(2;0;2), C(2;-1;3), D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn DGọi d là đường thẳng cần tìm.Ta có $\vec{n}_{(ABD)} = \vec{AB} \wedge \vec{AD} = (-4; -3; -1)$. Vì $d \perp (ABD)$ nên chọn $\vec{u} = (4; 3; 1)$ làm véc tơ chỉ phương của d .

$$\text{Vậy phương trình của đường thẳng } d \text{ là } \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Câu 29. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;0)$, $B(0;1;0)$, $C(-1;0;2)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u} = (0; 2; 1)$. **B.** $\vec{u} = (0; -2; 1)$. **C.** $\vec{u} = (-2; 1; 0)$. **D.** $\vec{u} = (1; -2; 0)$.

Lời giải

Chọn ATa có $\vec{AB} = (-1; 0; 0)$ và $\vec{AC} = (-2; -1; 2)$ là hai vector có giá chứa trong mặt phẳng (ABC) nên mặt phẳng (ABC) có một vector pháp tuyến là: $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (0; 2; 1)$.Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có vector chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n} = (0; 2; 1)$.

Câu 30. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $3x + 2y - z - 14 = 0$. **B.** $2x - y - z + 5 = 0$. **C.** $2x - y - z - 5 = 0$. **D.** $x + 2y + 2z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn CTọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là: $I(3; 2; -1)$.Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB qua I và có vector pháp tuyến $\frac{1}{2}\vec{AB} = (2; -1; -1)$ là:

$$2(x - 3) - (y - 2) - (z + 1) \Leftrightarrow 2x - y - z - 5 = 0.$$

Câu 31. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;1;3)$, $B(2;1;5)$ và $C(4;3;-3)$ không thẳng hàng. Mặt phẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x - y - z - 1 = 0$. **B.** $2x - 2z - 1 = 0$. **C.** $x - z + 1 = 0$. **D.** $x + y - z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn CGọi $I(3; 1; 4)$ Gọi (α) là mặt phẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với AB Nên (α) là mặt phẳng trung trực của AB (α) qua $I(3; 1; 4)$ và nhận $\vec{AB}(-2; 0; 2)$ là VTPT

$$(\alpha): x - z + 1 = 0$$

Câu 32. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -5; 1)$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

- A. $x + y + 3 = 0$. B. $x + z - 3 = 0$. C. $y + 5 = 0$. D. $x - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -5; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Oxz): y = 0$ có phương trình là: $y - (-5) = 0 \Leftrightarrow y + 5 = 0$

Câu 33. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $2x - 2y - z + 7 = 0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Điểm $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) . Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -3 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Lời giải

Chọn B

♦ Do H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) nên $AH \perp (P)$. Khi đó đường thẳng AH đi qua điểm $A(1; 1; -2)$ và nhận véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -2; -1)$ của (P) làm véc tơ chỉ

phương. Suy ra $AH: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$

♦ Ta có $H \in AH \Rightarrow H(1 + 2t; 1 - 2t; -2 - t)$.

$H \in (P)$ nên ta có phương trình sau: $2(1 + 2t) - 2(1 - 2t) - (-2 - t) + 7 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Vậy $H(-1; 3; -1) \Rightarrow a = -1, b = 3, c = -1 \Rightarrow a + b + c = 1$.

Câu 34. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1), B(3; -1; 1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

- A. $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$. B. $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.
C. $(x + 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 2$. D. $(x + 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó $I(2; 0; 1)$.

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(3-1)^2 + (-1-1)^2 + (1-1)^2}}{2} = \sqrt{2}.$$

Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Câu 35. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1), B(0; 2; 1)$ và điểm $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}$. B. $x - 3y + z - 1 = 0$. C. $x - 3y + z + 1 = 0$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng đi qua A và có vector pháp tuyến là $\vec{BC} = (1; -3; 1)$ có phương trình là

$$(x - 1) - 3(y - 1) + (z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + z + 1 = 0.$$

- Câu 36. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 1 = 0$ và $(\beta): x + 2y + 3z + 4 = 0$. Một véc tơ chỉ phương của Δ có tọa độ là
- A.** $(1; -2; 1)$. **B.** $(1; 1; -1)$. **C.** $(1; -1; 0)$. **D.** $(2; -1; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) và (β) lần lượt có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 1; 1)$, $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$

Vì Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) nên đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (1; -2; 1)$.

- Câu 37. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A.** $(P): x + y - z = 0$. **B.** $(\alpha): x - y + 1 = 0$.
C. $(\beta): x + z = 0$. **D.** $(Q): x + y + 2z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Xét mặt phẳng $(Q): x + y + 2z = 0$ có VTPT $\vec{n} = (1; 1; 2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ có

VTCP $\vec{u} = (1; 1; -1)$ có $\vec{n} \cdot \vec{u} = 1.1 + 1.1 - 1.2 = 0$ (1)

Xét $M(0; 1; 0) \in \Delta$ mà $M(0; 1; 0) \notin (Q)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra đường thẳng $\Delta // (Q)$.

- Câu 38. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z + m = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị m dương để khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (α) bằng 1.
- A.** -3 . **B.** 3 . **C.** 6 . **D.** -6 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $d(O, (\alpha)) = \frac{|m|}{3} = 1 \Leftrightarrow |m| = 3 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

- Câu 39. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): -2x + y - 3z + 2 = 0$ có phương trình là:
- A.** $(P): 2x - y + 3z - 9 = 0$. **B.** $(P): x - y - 3z + 11 = 0$.
C. $(P): 2x - y + 3z - 11 = 0$. **D.** $(P): 2x - y + 3z + 11 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng song song với (α)

Nên (P) có dạng $-2x + y - 3z + m = 0$ ($m \neq 2$)

Vì $A(0; -2; 3) \in (P) \Rightarrow m = 11 \Rightarrow (P): 2x - y + 3z + 11 = 0$.

- Câu 40. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ với điểm $M(-3; 1; 4)$ và gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) ?

A. $4x - 12y + 3z - 12 = 0$.

B. $4x + 12y - 3z - 12 = 0$.

C. $4x - 12y - 3z + 12 = 0$.

D. $4x - 12y - 3z - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Vì A, B, C lần lượt là hình chiếu của $M(-3; 1; 4)$ các trục Ox, Oy, Oz nên

$A(-3; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 4)$

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{-3} + y + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 12y - 3z + 12 = 0$.

Vậy mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABC): 4x - 12y - 3z - 12 = 0$

Câu 41. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; -1; 0), B(-1; 0; 1), C(2; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x + 3y + z + 2 = 0$. B. $3x + y + 5z - 2 = 0$. C. $3x + y + 5z + 2 = 0$. D. $3x - y + 5z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(1; -1; 0)$ và nhận $\vec{n} = [\vec{BA}, \vec{AC}] = (3; 1; 5)$ làm vector pháp tuyến có phương trình: $3(x - 1) + 1(y + 1) + 5(z - 0) = 0$

$\Rightarrow (ABC): 3x + y + 5z - 2 = 0$.

Câu 42. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; -1; 1), B(-1; 1; 0)$ và $C(0; -1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với BC .

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{BC} = (1; -2; 2)$ là vector chỉ phương của đường thẳng d .

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2; -1; 1)$ có vector chỉ phương $\vec{BC} = (1; -2; 2)$ là

$\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 43. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và điểm $I(1; -1; 1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) cần tìm có tâm $I(1; -1; 1)$ và bán kính $R = d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 2$

$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 44. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1} \text{ và mặt phẳng } (P): x-y+2z+5=0. \text{ Gọi } M \text{ là giao điểm của } \Delta \text{ và } (P).$$

Tính độ dài OM .

A. $3\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1} \\ x-y+2z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=-2 \\ y+2z=2 \\ x-y+2z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=4 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow M(1;4;-1)$$

$$\text{Vậy } OM = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$$

Câu 45. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;1)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 1$.

B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 0$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ các điểm A, B, C là: $A(2;0;0), B(0;-3;0); C(0;0;1)$.

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (ABC) \text{ là: } \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 1.$$

Câu 46. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian cho ba điểm $A(5;-2;0)$, $B(-2;3;0)$ và $C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(1;1;1)$.

B. $(1;1;-2)$.

C. $(2;0;-1)$.

D. $(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases}$$

Câu 47. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong của góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC là

A. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $(-2;11;1)$.

C. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

D. $\left(\frac{11}{2}; -2; 1\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$AB = \sqrt{26}; BC = 2\sqrt{26}$$

Gọi D là chân đường phân giác trong của góc B

Ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

- Câu 48. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x - 2y + 3z + 1 = 0$ có phương trình là
- A.** $x - 2y + 3z + 6 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z + 16 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 6 = 0$. **D.** $x - 2y + 3z - 16 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì $(P) \parallel (Q)$ suy ra mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 3)$ và đi qua $M(1; 2; 3)$ nên có phương trình là $1(x-1) - 2(y-2) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z - 6 = 0$.

- Câu 49. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 5 = 0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là
- A.** $(2; 1; -1)$. **B.** $(3; -1; -2)$. **C.** $(1; 3; -2)$. **D.** $(1; 3; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y - z - 5 = 0 \\ \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x + y = 5 \\ 2x + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}. \text{ Vậy tọa độ giao điểm của } d \text{ và } (P) \text{ là } (1; 3; 2).$$

- Câu 50. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; 5; -1)$, $B(7; x; 1)$, $C(9; 2; y)$. Để A, B, C thẳng hàng, khi đó giá trị $x + y$ bằng
- A.** 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; x-5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (6; -3; y+1)$

$$\text{Để ba điểm } A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = k \cdot 6 \\ x - 5 = k(-3) \\ 2 = k(y + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Vậy $x + y = 5$.

- Câu 51. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3 = 0$. Đường thẳng Δ qua $A(1; 2; -3)$ vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 0)$

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow$ vectơ chỉ phương của đường

thẳng $\Delta: \vec{u}_{\Delta} = (1; 2; 0)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{u}_{\Delta}$ làm vectơ chỉ phương là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -3 \end{cases}$$

Câu 52. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$ và đi qua điểm $A(3; -4; 5)$ là

A. $3x - 4y + 5z - 26 = 0$. B. $-x + 2y - 3z + 26 = 0$.

C. $-3x + 4y - 5z - 26 = 0$.

D. $x - 2y + 3z + 26 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng cần tìm vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$ nên nó có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$. Mặt khác, mặt phẳng đó đi qua điểm $A(3; -4; 5)$ nên nó có phương trình là

$$1(x-3) - 2(y+4) + 3(z-5) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y - 3z + 26 = 0.$$

Câu 53. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(1; -2; 0)$.

B. $(-1; 2; 3)$.

C. $(0; 0; 3)$.

D. $(1; -2; -3)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu H của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là $H(1; -2; 0)$. Tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là $B(1; -2; -3)$

Câu 54. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -1; 2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Ox là

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 6$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 2$.

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$.

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là hình chiếu vuông góc của I lên trục Ox , suy ra $A(1; 0; 0)$.

Khi đó bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{5}$.

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$.

Câu 55. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 0), B(1; 1; 2), C(1; 0; 2)$. Diện tích tam giác ABC bằng

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{AB} = (0; 0; 2), \vec{AC} = (0; -1; 2) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (2; 0; 0)$.

Diện tích tam giác ABC bằng $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]| = 1$

Câu 56. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(5; 4; 7)$. Phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 17$.

B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 17$.

C. $(x-5)^2 + (y-4)^2 + (z-7)^2 = 17$.

D. $(x-6)^2 + (y-2)^2 + (z-10)^2 = 17$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là tâm của mặt cầu suy ra I là trung điểm của AB

Suy ra $I(3; 1; 5)$

Ta có bán kính của mặt cầu $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(5-1)^2 + (4+2)^2 + (7-3)^2}}{2} = \sqrt{17}$

Vậy phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 17.$$

Câu 57. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 1.

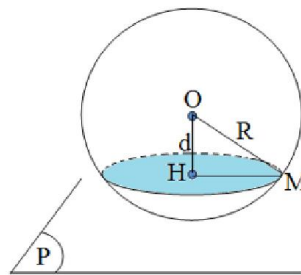
B. 3.

C. $\sqrt{7}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A



Xét mặt cầu (S) có: $\begin{cases} O = (2; 1; 1) \\ R = \sqrt{10} \end{cases}$, nên $d(O, (P)) = OH = \frac{|2 \cdot 2 + 1 + 2 \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3 < R = \sqrt{10}$.

Khi đó:

Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính: $r = HM = \sqrt{R^2 - d^2} = 1$.

Câu 58. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; 4)$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $6x + 4y + 3z - 1 = 0$. **B.** $6x + 4y + 3z - 36 = 0$.

C. $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

D. $6x + 4y + 3z + 12 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Hình chiếu vuông góc của $M(2; 3; 4)$ trên trục Ox là điểm $A(2; 0; 0)$.

Hình chiếu vuông góc của $M(2; 3; 4)$ trên trục Oy là điểm $B(0; 3; 0)$.

Hình chiếu vuông góc của $M(2; 3; 4)$ trên trục Oz là điểm $C(0; 0; 4)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

Câu 59. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;2)$ và bán kính $R=3$.

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$. B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$.
 C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$. D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;2)$ và bán kính $R=3$ thì phương trình chính tắc của (S) là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 60. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z + 5 = 0$. Bán kính của mặt

cầu (S) là

- A. $R = \sqrt{14}$. B. $R = 14$. C. $R = 4$. D. $R = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$.

Vậy mặt cầu (S) có bán kính $R=2$.

Câu 61. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;2;-2)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $x + y - 2z + 6 = 0$. B. $x + 2y - 3z - 11 = 0$. C. $x + 2y - 3z - 6 = 0$. D. $x + 2y - 3z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn B

d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;-3)$.

Mặt phẳng đi qua $M(1;2;-2)$ và vuông góc với d nên nhận $\vec{u} = (1;2;-3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng là: $1(x-1) + 2(y-2) - 3(z+2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z - 11 = 0$.

Câu 62. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4;2;-1)$ và $B(2;1;0)$ là

- A. $M(-4;0;0)$. B. $M(5;0;0)$. C. $M(4;0;0)$. D. $M(-5;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M \in Ox \Rightarrow M(m;0;0)$

M cách đều A và B

$$\Leftrightarrow MA = MB \Leftrightarrow MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (m-4)^2 + (-2)^2 + (1)^2 = (m-2)^2 + (-1)^2 \Leftrightarrow 4m = 16 \Leftrightarrow m = 4$$

Vậy $M(4;0;0)$.

Câu 63. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;2)$, $B(2;5;4)$.

Viết phương trình của mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB .

- A. $(P): y - z + 7 = 0$. B. $(P): y + z - 7 = 0$. C. $(P): y + z + 7 = 0$. D. $y - z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{AB} = (0;2;2)$$

Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB là mặt phẳng vuông góc với AB tại trung điểm $I(2;4;3)$ của nó.

Vậy mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $I(2;4;3)$ và nhận $\vec{n}(0;1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$$0(x-2)+1(y-4)+1(z-3)=0 \Leftrightarrow y+z-7=0$$

Câu 64. (Sở Tuyên Quang - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-3), B(2;-2;1), C(-1;3;4)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $2x-y-7z+3=0$. **B.** $x-4y+4z-3=0$.

C. $3x-5y-3z+2=0$. **D.** $3x-5y-3z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là: $\vec{n} = \overrightarrow{CB} = (3; -5; -3)$.

Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với BC là: $3x-5y-3z-2=0$.

Câu 65. (Sở Tuyên Quang - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $P(0;-1;0)$.

B. $Q(0;0;1)$.

C. $M(3;0;0)$.

D. $N(0;-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Mặt phẳng (Oyz) có phương trình: $x=0$

Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình

$$\begin{cases} x=3+t \\ y=-1 \\ z=1 \end{cases}$$

Giao của d và (Oyz) có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=t+3 \\ y=-1 \\ z=1 \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \\ z=1 \end{cases}$$

Vậy hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oyz) là: $N(0;-1;1)$

Câu 66. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t \\ z=3-7t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2+3t \\ z=-3-7t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=-1+8t \\ y=-2+6t \\ z=-3-14t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

$$\Delta \text{ có VTCP là } \vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(P)} = (4; 3; -7) \text{ và đi qua } A \text{ nên có PTTS: } \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$$

Câu 67. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Bán kính mặt cầu tâm $I(4; 2; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 12x - 5z - 19 = 0$.

- A. $\frac{39}{\sqrt{13}}$. B. 13. C. 39. D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bán kính mặt cầu cần tìm là } R = d(I, (\alpha)) = \frac{|12 \cdot 4 - 5 \cdot (-2) - 19|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{39}{13} = 3.$$

Câu 68. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1), B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) .

- A. $(Q): -x + y + z = 0$. B. $(Q): 2x - y + 3 = 0$.
C. $(Q): 3x - y + z = 0$. D. $(Q): x + z = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \vec{AB} = (-2; -2; 2), \vec{n}_P = (1; 2; -1)$$

$$[\vec{AB}, \vec{n}_P] = (-2; 0; -2)$$

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) nhận vector $\vec{n}_Q = [\vec{AB}, \vec{n}_P]$ là

vector pháp tuyến có phương trình là:

$$-2(x-1) + 0(x-2) - 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow -2x - 2z = 0 \Leftrightarrow x + z = 0.$$

Câu 69. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z = 0$. Khoảng cách giữa đường thẳng d và $mp(\alpha)$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. 0. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}(1; 2; 2)$.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(2; -2; 1)$.

$$\text{Ta có: } \vec{n} \cdot \vec{u} = 2 - 4 + 2 = 0$$

Suy ra: d song song hoặc chứa trong mặt phẳng (α) .

Lấy $M(0; 0; 1) \in d$.

$$\text{Ta có: } d(d; (\alpha)) = d(M; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 70. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ và điểm } M(1; 2; m). \text{ Tìm tất cả các giá trị của tham số } m \text{ để điểm}$$

M thuộc đường thẳng d .

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 0$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn D

$$M \text{ thuộc đường thẳng } d \text{ khi: } \begin{cases} 1 = 1 + 2t \\ 2 = 2 - t \\ m = -2 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Vậy $m = -2$.

Câu 71. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có tâm $I(-1; 2; -3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) . Tính bán kính R của mặt cầu đó.

A. $R = 1$.

B. $R = 2$.

C. $R = 3$.

D. $R = \sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (Oyz) , suy ra $H(0; 2; -3)$.

Ta có $R = IH = 1$.

Câu 72. (Sở Yên Bái - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}(2; 1; -2), \vec{b}(1; 2; -4), \vec{c}(-1; -3; 3)$. Gọi $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$. Tìm tọa độ của $\vec{u}$

A. $(-4; 19; -23)$.

B. $(-4; -19; -23)$.

C. $(-4; 19; 23)$.

D. $(-4; -19; 23)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 2\vec{a} = (4; 2; -4), -3\vec{b} = (-3; -6; 12), 5\vec{c} = (-5; -15; 15)$$

$$\text{Vậy } \vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = (-4; -19; 23).$$

Câu 73. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian, cho mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) . Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp chỉ phương của d ?

A. $\vec{a}$.

B. $\vec{b}$.

C. $\vec{c}$.

D. $\vec{d}$.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có

♦ Gọi $\vec{a}$ là một véc-tơ chỉ phương của d . Khi đó

Vậy một véc-tơ chỉ phương của d là

Câu 74. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian, cho mặt phẳng (P) và điểm M . Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (P) . Giá trị biểu thức $\frac{MH}{OM}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

♦ Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) .

♦ Khi đó ta có: VTCP

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng là:

♦ Do nên giá trị tham số ứng với tọa độ là nghiệm phương trình

Vậy tọa độ là . Suy ra

Câu 75. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian cho điểm và

đường thẳng Mặt phẳng đi qua và vuông góc với đường thẳng có phương trình là

A. B.

C. D.

Lời giải

Chọn D

♦ Có đi qua và có VTPT

Suy ra hay

Câu 76. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;2;1)$,

$B(3;0;1)$ và $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x - 3y - 4z + 1 = 0$. B. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$.

C. $2x + 3y - 4z - 2 = 0$. D. $4x + 6y - 8z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2; -1)$.

♦ Mặt phẳng (ABC) có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 3; -4)$.

♦ Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) cần tìm là:

$$2(x-0) + 3(y-2) - 4(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z - 2 = 0.$$

Câu 77. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 \\ z = -3 + 6t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d_1, d_2 chéo nhau.

B. $d_1 \equiv d_2$.

C. $d_1 \perp d_2$.

D. $d_1 \in d_2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u}_1 = (-2; 0; 6)$, $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$ nên hai véc tơ chỉ phương không cùng phương.

$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 + 18 = 20$ nên hai đường thẳng không vuông góc.

$$\text{Giải hệ tọa độ giao điểm} \begin{cases} x = 2 - 2t = 1 - s \\ y = 4 = 2 + 2s \\ z = -3 + 6t = 3s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ s = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{vô lý.}$$

Kết luận 2 đường thẳng chéo nhau.

Câu 78. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$. Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0$ và $(\beta): x - 2z - 3 = 0$. Góc φ là góc giữa d và (P) , tính φ .

- A. $\varphi = 45^\circ$. B. $\varphi = 30^\circ$. C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\varphi = 60^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Ta có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (3; 4; 5)$.

Khi đó $\vec{u}_d = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (2; 1; 1)$.

$$\text{Áp dụng công thức ta có } \sin((P), d) = \frac{|\vec{n}_p \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{n}_p| |\vec{u}_d|} = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Khi đó $\varphi = 60^\circ$.

Câu 79. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 6 = 0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là điểm nào sau đây?

- A. $(2; 8; 2)$. B. $(3; \frac{5}{2}; \frac{7}{2})$. C. $(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2})$. D. $(1; 3; 5)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $H(x; y; z)$ là hình chiếu của M trên mp (P) , khi đó $MH \perp (P)$, suy ra $H \in MH$ với

$$MH: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \end{cases}, \text{ do đó } H(2 + 2t; 3 - t; 4 - t) \in (P) \text{ hay } 2(2 + 2t) - (3 - t) - (4 - t) + 6 = 0$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow H\left(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right).$$

Câu 80. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(-1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; -2)$.

Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 2; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (P): \frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 2x - y + z + 2 = 0.$$

Một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$.

Câu 81. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- A. $x - y + 2z + 9 = 0$. B. $x - y + 2z - 9 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 9 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 14 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ Khi đó phương trình của mặt phẳng này là: $1(x-1) - 1(y+2) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 9 = 0$.

Câu 82. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 5)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng qua A vuông góc với (P) là:

A. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d nhận $\vec{n}_p = (1; -2; 1)$ là véc-tơ chỉ phương nên loại 2 đáp án B và D.
Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 5)$ nên đáp án A là đáp án cần tìm.

Câu 83. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = z+1$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $(2; 3; 0)$. **B.** $(2; 3; 1)$. **C.** $(1; -2; -1)$. **D.** $(-1; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

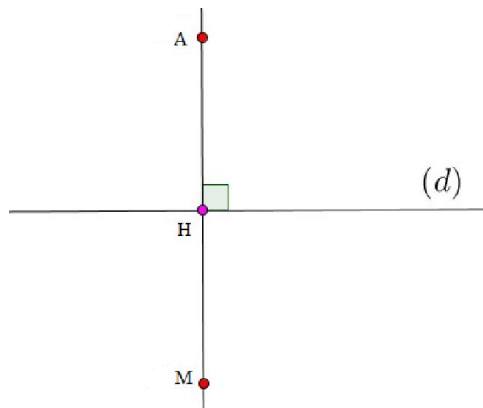
Từ phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = z+1$ ta thấy đường thẳng d đi qua điểm $(1; -2; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 3; 1)$ nên đáp án C thỏa mãn.

Câu 84. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; -1; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Tọa độ điểm M là điểm đối xứng với điểm A qua d là

A. $M(0; -1; 2)$. **B.** $M(2; -5; 3)$. **C.** $M(-1; 0; 2)$. **D.** $M(2; -3; 5)$.

Lời giải

Chọn D



Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -1; 1)$ và phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Gọi H là trung điểm của AM , khi đó H nằm trên đường thẳng d nên $H(1+2t; -1-t; 3+t)$

$$\overrightarrow{AH} = (2t-3; -t; t)$$

$$AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-3) + t + t = 0 \Leftrightarrow 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Do đó tọa độ điểm $H(3; -2; 4)$.

Mà H là trung điểm của AM nên $M(2; -3; 5)$.

Câu 85. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$ diện tích của tam giác ABC bằng.

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1) \\ \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; 2; -1).$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Câu 86. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(1; 2; 3)$; $\vec{b}(2; 2; -1)$, $\vec{c}(4; 0; -4)$. Tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

- A. $(-7; 0; -4)$. B. $(7; 0; 4)$. C. $(-7; 0; 4)$. D. $(7; 0; -4)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{d} = (x; y; z)$.

$$\text{Ta có: } \vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - 2 + 2 \cdot 4 = 7 \\ y = 2 - 2 + 2 \cdot 0 = 0 \\ z = 3 - (-1) + 2 \cdot (-4) = -4 \end{cases}.$$

Vậy $\vec{d} = (7; 0; -4)$.

Câu 87. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với d có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ có VTCP là $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$.

Đường thẳng đi qua A và nhận $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$ là một VTCP có phương trình tham số

$$\text{là: } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}.$$

Câu 88. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(0; -1; 2)$ song song với hai đường $A_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$; $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ có phương trình là

- A. $2x + 4y + z + 3 = 0$ B. $2x + z - 2 = 0$ C. $-2x - z - 2 = 0$ D. $4x + 4y - z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\vec{u}_1 = (-1; 2; 2), \vec{u}_2 = (1; -1; -2)$$

$$\Rightarrow [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-2; 0; -1) = \vec{n}$$

$$\text{PTMP } -2(x-0) + 0(y+1) - 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + z - 2 = 0$$

Câu 89. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 2; -2), B(-3; 5; 1), C(1; -1; -2)$ Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

- A. $G(0; -2; -1)$. B. $G(2; 5; -2)$. C. $G(0; 2; 3)$. D. $G(0; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn D

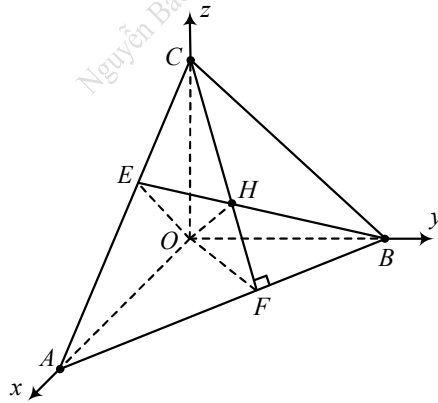
$$\text{Trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{2 + (-3) + 1}{3} = 0 \\ y_G = \frac{2 + 5 + (-1)}{3} = 2 \\ z_G = \frac{(-2) + 1 + (-2)}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G(0; 2; -1)$$

Câu 90. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(1; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác O) sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC là

- A. $x + y - 3z + 11 = 0$. B. $x + y + 3z - 7 = 0$. C. $x + y - 3z - 11 = 0$. D. $x + y + 3z + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn C



Gọi BF, CE là đường cao của tam giác ABC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp CF \\ AB \perp OC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (COF) \Rightarrow AB \perp OH.$$

Chứng minh tương tự: $AC \perp OH$.

Vậy $OH \perp (ABC)$

$\Rightarrow (P)$ qua điểm $H(1; 1; -3)$ và nhận $\vec{OH} = (1; 1; -3)$ là VTPT

$$\Rightarrow (P): x + y - 3z - 11 = 0.$$

Câu 91. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases} \quad \text{và} \quad \Delta_2: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}. \text{ Khẳng định nào sau đây đúng?}$$

- A.** (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2) . **B.** (Δ_1) và (Δ_2) song song với nhau.
C. (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau và vuông góc với nhau. **D.** (Δ_1) cắt và không vuông góc với (Δ_2) .

Lời giải

Chọn A

Ta có (Δ_1) có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -1; 4)$ và đi qua điểm $A(-3; 1; -1)$, (Δ_2) có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (3; 2; -1)$ và đi qua điểm $B(-4; -2; 4) \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2$.

Và $\left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ nên (Δ_1) và (Δ_2) cắt và vuông góc với nhau.

Câu 92. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 2; 3)$, $B(-3; 0; 0)$, $C(0; -3; 0)$, $D(0; 0; 6)$. Tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$?

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (BCD) là $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 6 = 0$.

Độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$ là $d(A, (BCD)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 3 + 6|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 3$.

Câu 93. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

lần lượt có phương trình $x + y - z + 1 = 0$ và $2x - y + 2z - 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A.** $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$ **B.** $\vec{n}_1 = (1; -4; -3)$ **C.** $\vec{n}_2 = (1; 4; -3)$ **D.** $\vec{n}_4 = (1; -2; -2)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; -1)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

$\vec{n}_{(Q)} = (2; -1; 2)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Gọi $\vec{u}$ là vector chỉ phương của đường thẳng d .

Vì d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u} \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases}$.

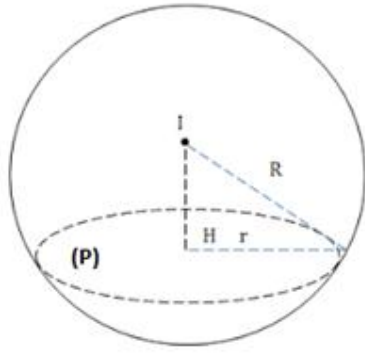
Do đó, chọn $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; -4; -3)$.

Câu 94. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) với tâm $I(1; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Biết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Khi đó mặt cầu (S) có phương trình là:

- A.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$. **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết có $r = 1$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) . Khi đó $IH = d(I, (P)) = \sqrt{3}$.

Do đó bán kính mặt cầu là: $R = \sqrt{IH^2 + r^2} = 2$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$.

Câu 95. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3), B(3; 0; -1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $x - y - 2z + 1 = 0$. **B.** $x + y - z + 1 = 0$. **C.** $x + y - 2z + 7 = 0$. **D.** $x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(2; -1; 1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn $AB \Rightarrow (P) \perp AB \Rightarrow \vec{n}_p = \overrightarrow{AB} = (2; 2; -4)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2(x-2) + 2(y+1) - 4(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 96. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$. **B.** $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$. **D.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|4 - 1 + 2 + 1|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 2$. Do mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán

kính mặt cầu $r = 2$. Vậy phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 97. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 49$ tiếp xúc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(\beta): 2x - y - 2z + 16 = 0$.

B. $(\gamma): 2x + y - 2z - 16 = 0$.

C. $(\alpha): 3x - 2y - 6z + 16 = 0$.

D. $(\delta): 2x - y - 2z - 16 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 49$ có tâm $I(2; -1; 0)$ và bán kính $R = 7$.

Ta có $d[I; (\beta)] = \frac{|2 \cdot 2 - (-1) - 2 \cdot 0 + 16|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 7 = R$.

Vậy (S) tiếp xúc với mặt phẳng (β) .

Câu 98. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

- A. $d_1: \begin{cases} x=2-3t \\ y=-2t \\ z=1+5t \end{cases}$. B. $d_2: \begin{cases} x=2 \\ y=3-3t \\ z=1+t \end{cases}$. C. $d_4: \begin{cases} x=2+3t \\ y=3-t \\ z=5t \end{cases}$. D. $d_3: \begin{cases} x=1-3t \\ y=2-t \\ z=5-5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u} = (2; -1; -1)$$

$$\vec{u}_3 = (-3; -1; -5)$$

$$\Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{u}_3 = 2 \cdot (-3) - 1 \cdot (-1) - 1 \cdot (-5) = 0$$

$$\Rightarrow \vec{u} \perp \vec{u}_3 \Rightarrow d \perp d_3$$

Câu 99. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Tọa độ hình chiếu của $A(2; -6; 3)$ lên đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{1} \text{ là}$$

- A. $A_4(7; -6; 2)$. B. $A_1(-2; 0; -1)$. C. $A_2(1; -2; 1)$. D. $A_3(4; -4; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng (d) là:
$$\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-2t, t \in R \\ z=t \end{cases}$$

Xét điểm $H(1+3t; -2-2t; t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (3t-1; -2t+4; t-3)$.

Đường thẳng (d) có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (3; -2; 1)$.

H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng (d) khi và chỉ khi $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0$

$$\Leftrightarrow (3t-1) \cdot 3 + (-2t+4) \cdot (-2) + (t-3) \cdot 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9t-3+4t-8+t-3=0$$

$$\Leftrightarrow 14t-14=0 \Leftrightarrow t=1.$$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng (d) là $H(4; -4; 1)$.

Câu 100. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Phương trình mặt phẳng qua $A(0; 0; -2)$, $B(2; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$ là

- A. $(\alpha): 4x+5y-z-2=0$. B. $(\delta): -5x-7y+z+2=0$.
C. $(\beta): 9x-3y-7z-14=0$. D. $(\gamma): 5x+7y-2z-4=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_p = (3; -2; 1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3)$.

Mặt phẳng cần tìm có VTPT $\vec{n} = [\vec{n}_p; \overrightarrow{AB}] = (-5; -7; 1)$ và đi qua $A(0; 0; -2)$ nên có phương trình: $-5x-7y+1(z+2)=0 \Leftrightarrow -5x-7y+z+2=0$.

Câu 101. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là:

- A. $y+2z-5=0$. B. $2x-y+1=0$. C. $-y+2z-3=0$. D. $2x-y-1=0$.

Lời giải

Chọn D

♦ Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC .

(P) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{BC} = (-4; 2; 0)$. Suy ra $\vec{n} = (2; -1; 0)$ cũng là một vtpt của (P) .

♦ $A(1; 1; 2) \in (P)$. Suy ra: $(P): 2.(x-1) - 1.(y-1) + 0.(z-2) = 0 \Leftrightarrow (P): 2x - y - 1 = 0$

Câu 102. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 3; 2)$, $B(5; 4; 0)$. Tìm tọa độ điểm C để tứ giác $OABC$ là hình bình hành?

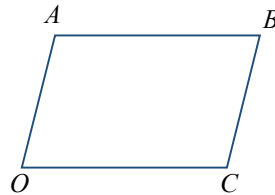
A. $(-4; -1; 2)$.

B. $(4; -1; -2)$.

C. $(4; -2; 1)$.

D. $(4; 1; -2)$.

Lời giải

Chọn D

♦ Điều kiện để tứ giác $OABC$ là hình bình hành:

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = (4; 1; -2)$$

Vậy điểm C cần tìm có tọa độ là $(4; 1; -2)$.

Câu 103. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai

$$\text{đường thẳng } \Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases} \quad \text{và } \Delta_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$$

A. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau

B. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau

C. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2

D. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u}_1 = (2; -1; 4)$, $\vec{u}_2 = (3; 2; -1)$. Ta chọn hai điểm $M(-3; 1; -1) \in \Delta_1$, $N(4; -2; 4) \in \Delta_2$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (7; -3; 5)$$

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2.3 + (-1).2 + 4.(-1) = 0$ nên $\Delta_1 \perp \Delta_2$

Mặt khác, ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN} = -56 \neq 0$, nên Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Câu 104. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -1; 0)$ và $B(2; 0; -1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -t \\ z = -1 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua hai điểm A, B có một VTCP: $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$ nên loại A, D.

$$\text{Lấy tọa độ điểm } A \text{ thay vào phương án C ta có: } \begin{cases} 1 = 2 + t \\ -1 = 1 + t \\ 0 = 1 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \\ t = 1 \end{cases} \text{ vô lý.}$$

Vậy phương án B là đúng.

Câu 105. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và điểm $I(1; 0; 3)$. Mặt cầu có tâm là điểm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4.$

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2.$

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4.$

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 16.$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) khi $R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 2.$

Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 0; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

$(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4.$

Câu 106. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): -x + y - z + 7 = 0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = -t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 - t \\ z = -t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = -1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Vì $d \perp (P)$ nên $\vec{n}_{(P)} = (-1; 1; -1)$ là vector chỉ phương của đường thẳng d .

Phương trình đường thẳng d qua $A(1; -3; 0)$ có VTCP $\vec{u}_d = (1; -1; 1)$ là $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

- Câu 1. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ $\overline{AH}$ là
- A. $(1; -1; 2)$. B. $(1; 2; 0)$. C. $(2; 0; 4)$. D. $(-1; 1; 2)$.
- Câu 2. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $AA' = a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MO và $C'D$ bằng
- A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}a$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.
- Câu 3. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC và BD cắt nhau tại gốc tọa độ O . Biết $A(2; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $S(0; 0; 2\sqrt{2})$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại N . Tính thể tích hình chóp $S.ABMN$
- A. $V = \sqrt{2}$. B. $V = 2\sqrt{3}$. C. $V = 3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 4. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ và hai mặt phẳng $(P): x-2y+3z=0$, $(Q): x-2y+3z+4=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .
- A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{7}$. B. $x^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{7}$.
 C. $x^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \frac{2}{7}$. D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{2}{7}$.
- Câu 5. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$. Phương trình đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho $AB = 3\sqrt{3}$ là
- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.
- Câu 6. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$, $B(3; -1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc d và (S) đi qua hai điểm A, B . Giả sử $I(a; b; c)$. Tính $a^2 + b^2 - c$.
- A. 7. B. 3. C. 1. D. 9.

- Câu 7. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $A(2;1;4)$. Gọi $H(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T = a^3 + b^3 + c^3$.
- A. $T = 8$. B. $T = 62$. C. $T = \sqrt{5}$. D. $T = 13$.
- Câu 8. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng
- A. $\frac{2a}{\sqrt{13}}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{13}$. C. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$.
- Câu 9. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) vuông góc với $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ và (α) cắt trục Ox , trục Oy và tia Oz lần lượt tại M , N , P . Biết rằng thể tích khối tứ diện $OMNP$ bằng 6. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây?
- A. $C(1;-1;2)$. B. $B(1;-1;1)$. C. $A(1;-1;-3)$. D. $D(1;-1;-2)$.
- Câu 10. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ và $(Q): 2x - y + z - 6 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) đi qua điểm $A(-1;0;3)$ và chứa giao tuyến của (P) và (Q) .
- A. $2x + y + z - 1 = 0$. B. $x - 2y - 2z + 7 = 0$. C. $x - 2y + 2z - 5 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 5 = 0$.
- Câu 11. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = -1+t \end{cases}$ và điểm $A(1;3;-1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .
- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{-1}$.
- Câu 12. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2my - 4z - 1 = 0$ (trong đó m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để mặt cầu (S) có diện tích bằng 28π .
- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 2$. C. $m = \pm 7$. D. $m = \pm 3$.
- Câu 13. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z + 4 = 0$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Q) nằm trên trục hoành. Cao độ của M bằng
- A. -3 . B. -1 . C. -8 . D. -5 .
- Câu 14. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O, A(1;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;4)$ là

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z = 0$.

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0$.

D.

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z = 0$.

Câu 15. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và điểm N trên tia OM sao cho $OM.ON = 12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

A. $3\sqrt{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 16. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;-3)$, $B(2;5;7)$, $C(-3;1;4)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $D(0;8;8)$.

B. $D(6;6;0)$.

C. $D\left(0;\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$.

D. $D(-4;-2;-6)$.

Câu 17. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox ; Oy ; Oz tại A ; B ; C khác O . Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$ là:

A. 18.

B. 54.

C. 9.

D. 6.

Câu 18. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(2;0;0)$, $B(0;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P)

A. $4x + 3y + 5z - 8 = 0$.

B. $3x - 2y + 8z - 6 = 0$.

C. $2x + 3y + z - 4 = 0$.

D. $4x + 5y + 3z - 8 = 0$.

Câu 19. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;-3;2)$, $B(6;1;-7)$, $C(2;8;-1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$

A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$.

B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$.

C. $\frac{x}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-3}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$.

Câu 20. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x + y + z - 3 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) , biết Δ cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=1+2t \\ z=1+t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 21. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 0; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(2; -1; 1)$ và $D(0; 1; 3)$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = -1 - t \\ z = -4 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$.

Câu 22. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; 4; 5)$. Gọi M là điểm sao cho $MA = 2MB$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 6 = 0$ đạt giá trị nhỏ nhất là:

A. $\frac{14}{9}$. B. $\frac{7}{9}$. C. $\frac{11}{9}$. D. $\frac{17}{9}$.

Câu 23. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - \cos \alpha)^2 + (y - \cos \beta)^2 + (z - \cos \gamma)^2 = 4$ với α, β, γ lần lượt là ba góc tạo bởi Ot bất kì với 3 tia Ox, Oy và Oz . Biết rằng mặt cầu (S) luôn tiếp xúc với hai mặt cầu cố định. Tổng diện tích của hai mặt cầu cố định đó bằng

A. 36π B. 4π C. 20π D. 40π

Câu 24. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 10 = 0$ song song và cách đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$ có phương trình là

A. $5x - 4y + 3z - 9 = 0$ hoặc $5x - 4y + 3z + 9 = 0$.
B. $5x + 4y + 3z + 11 = 0$ hoặc $5x + 4y + 3z - 11 = 0$.
C. $5x - 4y + 3z + 9 = 0$ hoặc $5x - 4y + 3z - 11 = 0$.
D. $5x + 4y + 3z + 11 = 0$ hoặc $5x + 4y + 3z - 9 = 0$.

Câu 25. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$, $B(2; -1; 3)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Oy để tam giác ABC vuông tại A .

A. $\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$. B. $(0; 2; 0)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. D. $\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 26. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian , cho đường thẳng và mặt phẳng . Đường thẳng là hình chiếu vuông

góc của đường thẳng trên mặt phẳng . Đường thẳng đi qua điểm nào sau đây?

A. . B. . C. . D. .

Câu 27. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác OAB với $O(0; 0; 0)$; $A(-1; 8; 1)$; $B(7; -8; 5)$. Phương trình đường cao OH của tam giác OAB là:

A. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = 5t \\ y = 4t \\ z = 6t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. C. $\begin{cases} x = 5t \\ y = -4t \\ z = 6t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 8t \\ y = -16t \\ z = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 28. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(-2;1;0)$.

Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-2y+z+4=0$ sao cho $MA=MB=\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó, giá trị $a+b+c$ bằng

- A. $a+b+c=\frac{1}{2}$. B. $a+b+c=1$. C. $a+b+c=\frac{3}{2}$. D. $a+b+c=2$.

Câu 29. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc với (α) và (β) là

- A. $2x-y+2z=0$. B. $2x+y-2z=0$. C. $2x+y-2z+1=0$. D. $x-y-2z=0$.

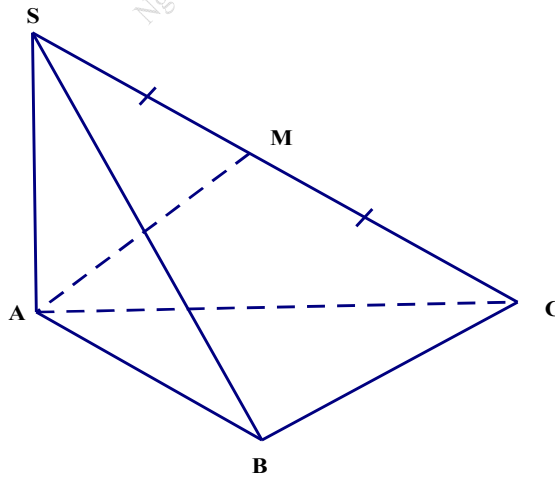
Câu 30. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x=3+t \\ y=3+2t \\ z=-2-t \end{cases}, d_2: \frac{x-5}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{-1} \text{ và } d_3: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{3}. \text{ Đường thẳng } d \text{ song song}$$

với d_3 cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{1}$. B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-1}{3}$.
C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{3}$. D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3}$.

Câu 31. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tam giác vuông với $AB=AC=2$. Cạnh bên $SA \perp$ đáy và $SA=3$. Gọi M là trung điểm của SC .



Tính khoảng cách giữa AM và BC .

- A. $d(AM, BC)=\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $d(AM, BC)=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
C. $d(AM, BC)=\frac{3\sqrt{22}}{11}$. D. $d(AM, BC)=\frac{\sqrt{22}}{6}$.

- Câu 32. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;1;2)$ và song song với hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$, $\Delta': \frac{x}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{1}$ có phương trình là
- A.** $x+y-4z+8=0$. **B.** $x-y+4z-6=0$. **C.** $x+y+4z-8=0$. **D.** $x-y-4z+10=0$.
- Câu 33. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$ và $A(2;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB) biết B thuộc mặt cầu (S) , có hoành độ dương và tam giác OAB đều.
- A.** $x-y-z=0$. **B.** $x-y+z=0$ **C.** $x-y+2z=0$ **D.** $x-y-2z=0$
- Câu 34. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+2z+6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-3+2t \\ y=-1+t, t \in R. \end{cases}$ Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc và cắt d . Phương trình đường thẳng Δ là:
- A.** $\begin{cases} x=1-7t \\ y=1-t \\ z=-2+5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2-t \\ y=2-5t \\ z=1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=5+t \\ y=3-5t \\ z=-4-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=5t \\ z=-4+3t \end{cases}$.
- Câu 35. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;1;1), B(5;-1;2), C(3;2;-4)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là
- A.** $M\left(4;-\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$. **B.** $M\left(4;-\frac{3}{2};-\frac{9}{2}\right)$. **C.** $M\left(4;\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$. **D.** $M\left(-4;-\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$.
- Câu 36. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y-z+3=0$ và điểm $A(2;0;0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với (P) , cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại các điểm B và C khác O . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng
- A.** 16. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** 8.
- Câu 37. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Trong không gian cho bốn điểm O, A, B, C sao cho O, A, B không thẳng hàng. Tập hợp những điểm M sao cho $\overrightarrow{MC}(\overrightarrow{MO}-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB})=0$ là
- A.** một mặt phẳng. **B.** một điểm. **C.** tập hợp rỗng. **D.** một đường thẳng.
- Câu 38. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+2m-3=0$ không có điểm chung với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0$.
- A.** $\begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m > \frac{15}{2} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$. **C.** $\frac{3}{2} < m < \frac{15}{2}$. **D.** $-1 < m < 3$.

Câu 39. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho điểm $A(2;3;1)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-2}, d_2: \begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=2-t \end{cases}. \text{ Phương trình đường thẳng } d \text{ đi qua } A \text{ cắt } d_1, d_2 \text{ là}$$

A. $\frac{x-2}{55} = \frac{y-3}{10} = \frac{z-1}{7}$. **B.** $\begin{cases} x=2-5t \\ y=3 \\ z=1+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2+35t \\ y=3-10t \\ z=1+11t \end{cases}$ **D.** $\frac{x-2}{35} = \frac{y-3}{10} = \frac{z-1}{11}$

Câu 40. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;0), B(3;1;-2), C(6;0;-5)$ và $D(-1;3;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa B, C và cách đều hai điểm A, D ?

A. vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 41. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2 \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

$\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ (P): $x+y-z+2=0$. Gọi d' và Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' . Biểu thức $a+b.c$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 42. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;3), B(1;4;3), C(5;1;3)$. Ba mặt cầu tiếp xúc nhau từng đôi một và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại ba đỉnh A, B, C . Tổng bán kính của ba mặt cầu trên bằng

A. 6. **B.** $\frac{769}{120}$. **C.** $\frac{769}{60}$. **D.** $\frac{37}{5}$.

Câu 43. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9 \text{ và điểm } M(x_0; y_0; z_0) \in d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}. \text{ Ba điểm } A, B, C \text{ phân biệt cùng thuộc}$$

mặt cầu (S) sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Khi đó z_0 gần nhất với số nào trong các số sau:

A. 3. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 44. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:$

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng (P): $2x-y-z-1=0$. Đường thẳng nằm trong (P), đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -1+t \\ z = -2+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = -1-t \\ z = -2+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -4-t \\ z = -1-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -4+t \\ z = -1-t \end{cases}$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả d_1 và d_2 là:

A. $\frac{x}{-\frac{9}{2}} = \frac{y+1}{\frac{9}{2}} = \frac{z+3}{8}$ B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$ C. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$ D. $\frac{x}{-9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7+3t \\ z = 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7-3t \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = 7-3t \\ z = 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7-3t \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d': \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+z-3=0$. Biết rằng đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) , cắt các đường thẳng d, d' lần lượt tại M, N sao cho $MN = \sqrt{11}$ (điểm M có tọa độ nguyên). Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-3}$ B. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$ C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-3}$ D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-4}$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho $HK = \sqrt{27}$. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$ C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$ D. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với $(P): x+y+z-7=0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình đường thẳng Δ là:

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \begin{cases} x = 6 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = \frac{-9}{2} + t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = 12 - t \\ y = 5 \\ z = -9 + t \end{cases} \\ \text{C. } \begin{cases} x = 6 \\ y = \frac{5}{2} - t \\ z = \frac{-9}{2} + t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = \frac{5}{2} + t \\ z = \frac{-9}{2} + t \end{cases} \end{array}$$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases}$ và

$(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng Δ cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với đường thẳng $d: \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(1;1;-4)$. B. $N(0;-5;6)$. C. $P(0;5;-6)$. D. $Q(-2;-3;-2)$.

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng

chéo nhau $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.
C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0;2;0)$ và hai đường thẳng

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}); \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 2s \\ y = -1 - 2s \\ z = s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R}).$$

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với trục Ox , sao cho (P) cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2

lần lượt tại A, B thỏa mãn $AB = 1$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $F(1;-2;0)$. B. $E(1;2;-1)$. C. $K(-1;3;0)$. D. $G(3;1;-4)$.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả

d_1 và d_2 là:

A. $\frac{x}{-\frac{9}{2}} = \frac{y+1}{\frac{9}{2}} = \frac{z+3}{8}$. B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$. C. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$. D. $\frac{x}{-9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

- A. $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.C	5.A	6.B	7.B	8.C	9.B	10.C
11.C	12.A	13.C	14.C	15.B	16.D	17.C	18.D	19.B	20.D
21.D	22.C	23.D	24.C	25.D	26.C	27.B	28.A	29.B	30.D
31.C	32.A	33.A	34.C	35.A	36.B	37.A	38.A	39.A	40.A
41.C	42.B	43.D	44.A	45.C	46.C	47.C	48.A	49.A	50.B
51.A	52.D	53.C	54.C						

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

- Câu 1. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ $\overrightarrow{AH}$ là
- A.** $(1; -1; 2)$. **B.** $(1; 2; 0)$. **C.** $(2; 0; 4)$. **D.** $(-1; 1; 2)$.

Lời giải**Chọn A**Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm của tam giác ABC .

Ta có $\overrightarrow{AH} = (x-1; y-2; z+1)$, $\overrightarrow{BC} = (-2; 0; 1)$

$\overrightarrow{BH} = (x-2; y-1; z-1)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; -1; 3)$

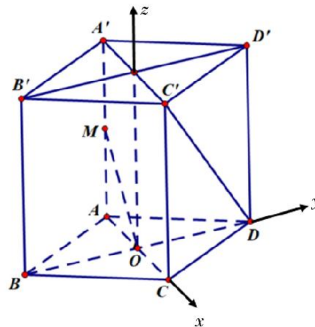
$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-1; -5; -2)$.

$$\text{Do } H \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + z = -3 \\ -x - y + 3z = 0 \\ -x - 5y - 2z = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Vậy $\overrightarrow{AH} = (1; -1; 2)$.

- Câu 2. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $AA' = a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MO và $C'D$ bằng

- A.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{15}a$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

Lời giải**Chọn A**Do $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên $AC \perp BD$ và ABC là tam giác đều.Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ:

$$O(0; 0; 0), C\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right), D\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right), \text{ trục } Oz \parallel AA', M\left(-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right), C'\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right).$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{OM} = \left(-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right), \overrightarrow{DC'} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right).$$

$$\text{Khoảng cách hai đường thẳng } MO \text{ và } C'D \text{ bằng } d(OM, DC') = \frac{|[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] \cdot \overrightarrow{OD}|}{|[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}]|}.$$

Trong đó:

$$[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{3}{4}; \frac{\sqrt{3}}{4} \right),$$

$$[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}] \cdot \overrightarrow{OD} = \frac{3\sqrt{3}}{8},$$

$$\|[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}]\| = \sqrt{\frac{3}{16} + \frac{9}{16} + \frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

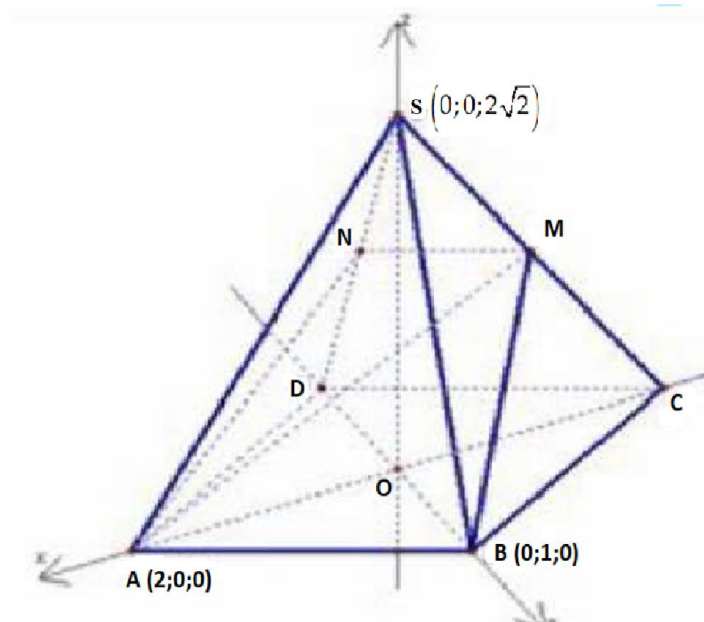
$$\text{Vậy } d(OM, DC') = \frac{3\sqrt{5}}{10}.$$

Câu 3. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC và BD cắt nhau tại gốc tọa độ O . Biết $A(2;0;0), B(0;1;0), S(0;0;2\sqrt{2})$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại N . Tính thể tích hình chóp $S.ABMN$

- A.** $V = \sqrt{2}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}$. **C.** $V = 3\sqrt{2}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AB \parallel MN \parallel CD \Rightarrow N$ là trung điểm của $SD \Rightarrow N\left(0; \frac{-1}{2}; \sqrt{2}\right)$

$$\overrightarrow{SA} = (2; 0; -2\sqrt{2}), \overrightarrow{SM} = (-1; 0; -\sqrt{2}), \overrightarrow{SB} = (0; 1; -2\sqrt{2}); \overrightarrow{SN} = \left(0; \frac{-1}{2}; -\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] = (0; 4\sqrt{2}; 0)$$

$$\Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{SB}| = \frac{2\sqrt{2}}{3}; V_{S.AMN} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{SN}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN} = \sqrt{2}$$

Câu 4. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ và hai mặt phẳng $(P): x-2y+3z=0, (Q): x-2y+3z+4=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{7}.$

B. $x^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{7}.$

C. $x^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \frac{2}{7}.$

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{2}{7}.$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1+t \\ z = 2t \end{cases}$$

Gọi I là tâm mặt cầu. Vì $I \in \Delta$ nên $I(1+t; -1+t; 2t).$

Vì mặt cầu tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên

$$d(I, (P)) = d(I, (Q)) \Leftrightarrow \frac{|1+t-2(-1+t)+3.2t|}{\sqrt{1+4+9}} = \frac{|1+t-2(-1+t)+3.2t+4|}{\sqrt{1+4+9}}$$

$$\Leftrightarrow |5t+3| = |5t+7| \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow I(0; -2; -2).$$

Khi đó mặt cầu có bán kính là $R = d(I, (P)) = \frac{|-2|}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{2}{7}}.$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \frac{2}{7}.$

Câu 5. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}; d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$. Phương trình đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho $AB = 3\sqrt{3}$ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}.$

Lời giải

Chọn A

♦ Ta có vector pháp tuyến của mp (P) là $\vec{n} = (1; 1; -2); A \in d_1 \Rightarrow A(-1+t; -2+2t; t);$

$B \in d_2 \Rightarrow B(2+2s; 1+s; 1+s).$

Do đó $\overrightarrow{AB} = (3+2s-t; 3+s-2t; 1+s-t).$

♦ Vì $AB // (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow (3+2s-t) + (3+s-2t) - 2(1+s-t) = 0 \Leftrightarrow s = t - 4.$

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (t-5; -t-1; -3).$

♦ Mặt khác $AB = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow (t-5)^2 + (-t-1)^2 + 9 = 27 \Leftrightarrow 2t^2 - 8t + 8 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow s = -2.$

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; -3) = -3(1; 1; 1).$

♦ Vậy đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 2)$ và nhận $\vec{u} = (1; 1; 1)$ làm vec tơ chỉ phương có

phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}.$

Câu 6. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2), B(3; -1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc d và (S) đi qua hai điểm A, B . Giả sử $I(a; b; c)$. Tính $a^2 + b^2 - c$.

A. 7.

B. 3.

C. 1.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

♦ Mặt cầu (S) có tâm $I \in d$, suy ra tọa độ $I(-1+t; t; 1-t)$.

♦ Tac có: $\overline{IA} = (2-t; 1-t; -3+t) \Rightarrow IA = \sqrt{(2-t)^2 + (1-t)^2 + (t-3)^2} = \sqrt{3t^2 - 12t + 14}$;

$\overline{IB} = (4-t; -1-t; t-1) \Rightarrow IB = \sqrt{(4-t)^2 + (1+t)^2 + (t-1)^2} = \sqrt{3t^2 - 8t + 18}$.

♦ Do mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên

$$IA = IB \Leftrightarrow 3t^2 - 12t + 14 = 3t^2 - 8t + 18 \Leftrightarrow 4t = -4 \Leftrightarrow t = -1.$$

Khi đó tọa độ I là $I(-2; -1; 2)$. Suy ra $a = -2, b = -1, c = 2$.

Vậy ta có $a^2 + b^2 - c = (-2)^2 + (-1)^2 - 2 = 3$.

Câu 7. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $A(2; 1; 4)$. Gọi $H(a; b; c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T = a^3 + b^3 + c^3$.

A. $T = 8$.

B. $T = 62$.

C. $T = \sqrt{5}$.

D. $T = 13$.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 1+2t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$.

Mà $H \in d \Rightarrow H(1+t; 2+t; 1+2t)$.

$$\Rightarrow AH = \sqrt{(t-1)^2 + (t+1)^2 + (2t-3)^2} = \sqrt{6t^2 - 12t + 11} = \sqrt{6(t-1)^2 + 5} \geq \sqrt{5}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(2; 3; 3)$.

$$\Rightarrow a = 2; b = 3; c = 3 \Rightarrow T = 8 + 27 + 27 = 62.$$

Câu 8. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng

A. $\frac{2a}{\sqrt{13}}$.

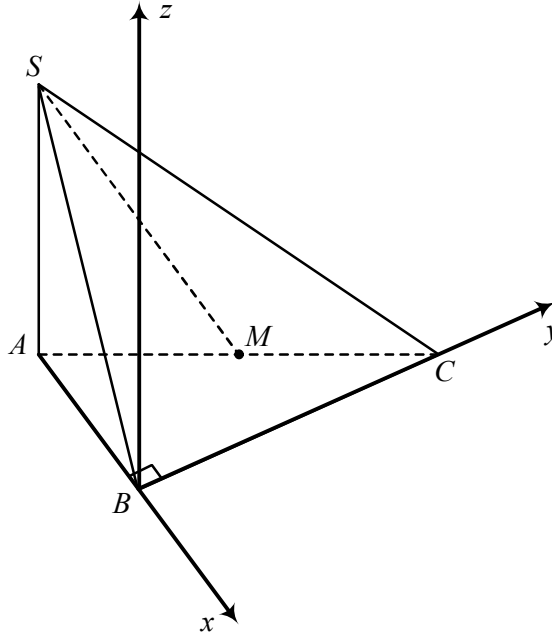
B. $\frac{2a\sqrt{3}}{13}$.

C. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

D. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Đặt $AB = x$.

Ta có: $B(0;0;0), C(0;2a;0), S(-x;0;2a\sqrt{3}), A(-x;0;0)$.

Do M là trung điểm của $AC \Rightarrow M\left(-\frac{x}{2}; a; 0\right)$

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (x; 0; 0), \overrightarrow{SM} = \left(\frac{x}{2}; a; -2a\sqrt{3}\right); \overrightarrow{AM} = \left(\frac{x}{2}; a; 0\right)$.

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SM}] = (0; 2ax\sqrt{3}; a^2)$.

$$\text{Vậy } d(SM, AB) = \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SM}] \cdot \overrightarrow{AM}}{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SM}]} = \frac{2a^2x\sqrt{3}}{\sqrt{0+12a^2x^2+a^2x^2}} = \frac{2a^2x\sqrt{3}}{ax\sqrt{13}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}.$$

Câu 9. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) vuông góc với $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ và (α) cắt trục Ox , trục Oy và tia Oz lần lượt tại M, N, P . Biết rằng thể tích khối tứ diện $OMNP$ bằng 6. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây?

- A.** $C(1; -1; 2)$. **B.** $B(1; -1; 1)$. **C.** $A(1; -1; -3)$. **D.** $D(1; -1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (1; -2; 3)$.

Do $(\alpha) \perp \Delta$ nên $\vec{n}_\alpha = \vec{u}_\Delta = (1; -2; 3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng: $x - 2y + 3z - 6D = 0$.

Theo bài ra, ta có: $M(6D; 0; 0), N(0; -3D; 0), P(0; 0; 2D)$ với $D > 0$.

Thể tích của khối tứ diện $OMNP$ là $V = \frac{1}{6} \cdot OM \cdot ON \cdot OP = \frac{1}{6} \cdot |6D| \cdot |-3D| \cdot 2D = 6D^3$.

Do $V = 6$ nên $6D^3 = 6 \Leftrightarrow D = 1$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng (α) : $x - 2y + 3z - 6 = 0$.

Dễ thấy $B(1; -1; 1)$ thuộc mặt phẳng (α) .

Câu 10. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ và $(Q): 2x - y + z - 6 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) đi qua điểm $A(-1; 0; 3)$ và chứa giao tuyến của (P) và (Q) .

- A. $2x + y + z - 1 = 0$. B. $x - 2y - 2z + 7 = 0$. C. $x - 2y + 2z - 5 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Giao tuyến của (P) và (Q) là đường thẳng d có vector chỉ phương

$$\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (0; -3; -3)$$

Trên đường thẳng d lấy điểm $B\left(\frac{7}{3}; 1; \frac{7}{3}\right)$,

$$\text{khi đó } \overrightarrow{AB} = \left(\frac{10}{3}; 1; \frac{-2}{3}\right), \vec{a} = 3 \cdot \overrightarrow{AB} = (10; 3; -2).$$

Mặt phẳng (R) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{a}] = (15; -30; 30)$

Khi đó $\vec{n}' = (1; -2; 2)$ cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (R) .

Phương trình $(R): x - 2y + 2z - 5 = 0$.

Câu 11. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} \text{ và điểm } A(1; 3; -1). \text{ Viết}$$

phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Gọi B là giao điểm của hai đường thẳng d và Δ .

Vì $B \in \Delta$ nên tọa độ $B(1+t; -t; -1+t)$. Khi đó $\overrightarrow{BA} = (-t; t+3; -t)$.

Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; -1; 1)$.

$$d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Suy ra $\overrightarrow{BA} = (1; 2; 1)$.

Do đó đường thẳng d đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{BA}$ làm vector chỉ phương có phương trình chính

$$\text{tức là } \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

Cách 2: Suy luận nhanh

VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta = (1; -1; 1)$.

d vuông góc với đường thẳng $\Delta \Leftrightarrow \vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d = 0$. Chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Câu 12. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2my - 4z - 1 = 0$ (trong đó m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để mặt cầu (S) có diện tích bằng 28π .

- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 2$. C. $m = \pm 7$. D. $m = \pm 3$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình của mặt cầu (S) ta có:
$$\begin{cases} 2a = -2 \\ 2b = 2m \\ 2c = -4 \\ d = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = m \\ c = -2 \\ d = -1 \end{cases}.$$

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{m^2 + 6}.$

Diện tích mặt cầu (S) bằng 28π , tức là: $S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 28\pi = 4\pi(m^2 + 6) \Leftrightarrow m = \pm 1$

- Câu 13. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x + 2y + z + 1 = 0$, (Q): $2x - y + 2z + 4 = 0$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Q) nằm trên trục hoành. Cao độ của M bằng
- A.** -3. **B.** -1. **C.** -8. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A(a; 0; 0) \in Ox$ là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (Q).

Ta có: $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{n_Q} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - a = 2k \\ y_M - 0 = -k \\ z_M - 0 = 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = a + 2k \\ y_M = -k \\ z_M = 2k \end{cases} \Rightarrow M(a + 2k; -k; 2k).$

Gọi I là trung điểm của AM, suy ra: $I\left(a + k; -\frac{k}{2}; k\right)$

Ta có: $\begin{cases} M \in (P) \\ I \in (Q) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a + 2k) - 2k + 2k + 1 = 0 \\ 2(a + k) + \frac{k}{2} + 2k + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2k + 1 = 0 \\ 4a + 9k + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ k = -4 \end{cases}.$

Vậy $z_M = -8$.

- Câu 14. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O, A(1; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 4)$ là
- A.** (S): $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z = 0$. **B.** (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z = 0$.
- C.** (S): $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0$. **D.** (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z = 0$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0).$$

Do mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O, A(1; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 4)$ nên ta có:

$$\begin{cases} d = 0 \\ 1^2 - 2a = 0 \\ (-2)^2 + 4b = 0 \\ 4^2 - 8c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ -2a + 1 = 0 \\ 4b + 4 = 0 \\ -8c + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \\ c = 2 \\ d = 0 \end{cases}.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0$.

Câu 15. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và điểm N trên tia OM sao cho $OM.ON = 12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

A. $3\sqrt{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (ABC) có phương trình dạng đoạn chắn: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z = 12$.

Gọi $N(x; y; z)$. Ta có: $OM.ON = 12 \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{OM}{ON} \overrightarrow{ON} = \frac{OM.ON}{ON^2} \overrightarrow{ON} = \frac{12}{ON^2} \overrightarrow{ON}$.

Suy ra: $M\left(\frac{12}{ON^2}x; \frac{12}{ON^2}y; \frac{12}{ON^2}z\right)$.

Mặt khác $M \in (ABC) \Rightarrow 6 \cdot \frac{12}{ON^2}x + 3 \cdot \frac{12}{ON^2}y + 2 \cdot \frac{12}{ON^2}z = 12$

$$\Leftrightarrow 6x + 3y + 2z = ON^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 3y - 2z = 0.$$

Vậy điểm N thuộc mặt cầu tâm $I\left(3; \frac{3}{2}; 1\right)$, bán kính $R = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{7}{2}$.

Câu 16. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;-3)$, $B(2;5;7)$, $C(-3;1;4)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $D(0;8;8)$.

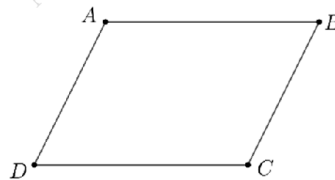
B. $D(6;6;0)$.

C. $D\left(0; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

D. $D(-4; -2; -6)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $D(x; y; z)$

$$\overrightarrow{AB} = (1; 3; 10), \overrightarrow{DC} = (-3 - x; 1 - y; 4 - z)$$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1; 3; 10) = (-3 - x; 1 - y; 4 - z) \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = 1 \\ 1 - y = 3 \\ 4 - z = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = -6 \end{cases}$$

Câu 17. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox ; Oy ; Oz tại A ; B ; C khác O . Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$ là:

A. 18.

B. 54.

C. 9.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Giả sử mặt phẳng (P) đi qua M lần lượt cắt các tia Ox ; Oy ; Oz tại $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$, với a ; b ; c dương.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) theo đoạn chắn là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do $M \in (P)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{1}{c}} \Rightarrow abc \geq 54$.

Lại có: $V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} abc \geq 9$.

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=3 \end{cases}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$ là 9.

Câu 18. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(2;0;0), B(0;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P)

A. $4x + 3y + 5z - 8 = 0$. **B.** $3x - 2y + 8z - 6 = 0$. **C.** $2x + 3y + z - 4 = 0$. **D.** $4x + 5y + 3z - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ có VTPT là $\vec{n} = (1; -2; 2)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; 1)$

Vì mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có VTPT là

$[\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (4; 5; 3)$. Do đó phương trình của (Q) là

$$4(x - 2) + 5(y - 0) + 3(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y + 3z - 8 = 0$$

Câu 19. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; -3; 2)$, $B(6; 1; -7)$, $C(2; 8; -1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$

A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$. **C.** $\frac{x}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-3}$. **D.** $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

Trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$ là $G(4; 2; -2)$. Suy ra $\overrightarrow{OG} = (4; 2; -2) = 2(2; 1; -1)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm: $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$.

Câu 20. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x + y + z - 3 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) , biết Δ cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=1+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $d \cap (\alpha) = M(1; 1; 1)$.

Véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u}(1;-1;-1)$, véc tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}(1;1;1)$.

Vì đường thẳng Δ nằm trong (α) cắt và vuông góc với d nên Δ đi qua M và nhận véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta} = [\vec{u}, \vec{n}] = (0; -2; 2)$.

Vậy phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Câu 21. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 0; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(2; -1; 1)$ và $D(0; 1; 3)$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = -1 - t \\ z = -4 - 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (BCD) .

Ta có: $\vec{BC} = (1; -3; 0)$; $\vec{BD} = (-1; -1; 2)$.

Suy ra: $[\vec{BC}; \vec{BD}] = (-6; -2; -4)$. Chọn vtpt là: $\vec{n} = (3; 1; 2)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (BCD) nên véc tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng d và véc tơ $\vec{n}$ cùng phương. Loại hai phương án **B** và **C**.

Phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) là:

$(d) \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Thay tọa độ điểm $(-2; -1; -4)$ vào d ta được:
$$\begin{cases} -2 = -1 + 3t \\ -1 = t \\ -4 = 2 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ t = -1 \\ t = -3 \end{cases} \text{ . Nên loại } \textbf{A}.$$

Thay tọa độ điểm $(2; 1; 4)$ vào d ta được:
$$\begin{cases} 2 = -1 + 3t \\ 1 = t \\ 4 = 2 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow t = 1. \text{ Chọn } \textbf{D}$$

Câu 22. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; 4; 5)$. Gọi M là điểm sao cho $MA = 2MB$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 6 = 0$ đạt giá trị nhỏ nhất là:

A. $\frac{14}{9}$ **B.** $\frac{7}{9}$ **C.** $\frac{11}{9}$ **D.** $\frac{17}{9}$

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; y; z)$

Khi đó $MA = 2MB$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4[x^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + \frac{2}{3}x - \frac{28}{3}y - \frac{34}{3}z + 50 = 0$$

Suy ra tập hợp các điểm M thỏa $MA = 2MB$ là mặt cầu (S) tâm $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{14}{3}; \frac{17}{3}\right)$ và bán kính $R = 2$.

Vì $d(I, (P)) = \frac{29}{9} > R$ nên (P) không cắt (S) .

Do đó khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 6 = 0$ đạt giá trị nhỏ nhất là

$$d_{\min} = d(I, (P)) - R = \frac{29}{9} - 2 = \frac{11}{9}.$$

Câu 23. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - \cos \alpha)^2 + (y - \cos \beta)^2 + (z - \cos \gamma)^2 = 4$ với α, β, γ lần lượt là ba góc tạo bởi Ot bất kì với 3 tia Ox, Oy và Oz . Biết rằng mặt cầu (S) luôn tiếp xúc với hai mặt cầu cố định. Tổng diện tích của hai mặt cầu cố định đó bằng

A. 36π

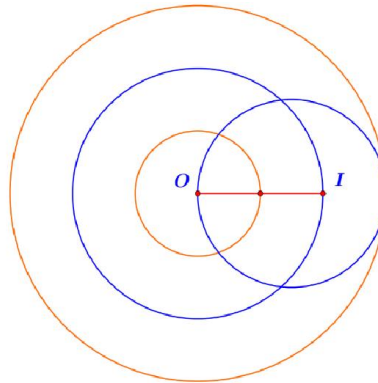
B. 4π

C. 20π

D. 40π

Lời giải

Chọn D



♦ Ta có: tâm mặt cầu (S) là $I(\cos \alpha; \cos \beta; \cos \gamma)$, khi đó tâm $I(\cos \alpha; \cos \beta; \cos \gamma)$ này thuộc mặt cầu (S') tâm O là gốc tọa độ, và $R = \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma} = 1$

Từ hình vẽ trên, ta suy ra mặt cầu (S) luôn tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ (kí hiệu màu vàng) với

- (S_1) tâm O bán kính $R_1 = |OI - R| = 2 - 1 = 1$

- (S_2) tâm O bán kính $R_2 = |OI + R| = 2 + 1 = 3$

$$\Rightarrow S = 4\pi(R_1^2 + R_2^2) = 40\pi$$

Câu 24. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 10 = 0$ song song và cách đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$ có phương trình là

A. $5x - 4y + 3z - 9 = 0$ hoặc $5x - 4y + 3z + 9 = 0$.

B. $5x + 4y + 3z + 11 = 0$ hoặc $5x + 4y + 3z - 11 = 0$.

C. $5x - 4y + 3z + 9 = 0$ hoặc $5x - 4y + 3z - 11 = 0$.

D. $5x + 4y + 3z + 11 = 0$ hoặc $5x + 4y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có $(P): 2x - y - 2z + 10 = 0$ có VTPT $\vec{n} = (2; -1; -2)$.

- ♦ Đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ có VTCP $\vec{u} = (1; 1; -3)$ và đi qua $A(1; 0; -2)$.
- ♦ Mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 10 = 0$ song song và cách đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ nên VTPT của (α) là $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}; \vec{u}] = (-5; 4; -3)$.
- ♦ Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $(\alpha): -5x + 4y - 3z + D = 0$.
- ♦ Lại có $d((P); \Delta) = \sqrt{2} \Rightarrow d(A; (P)) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|-5+6+D|}{\sqrt{25+16+9}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |D+1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} D=9 \\ D=-11 \end{cases}$.
- ♦ Vậy mặt phẳng (α) là $5x - 4y + 3z + 9 = 0$ hoặc $5x - 4y + 3z - 11 = 0$.

Câu 25. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0), B(2; -1; 3)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Oy để tam giác ABC vuông tại A .

- A. $\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$. B. $(0; 2; 0)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. D. $\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D

- ♦ Gọi $C(0; t; 0) \in Oy$.

Ta có $AB^2 = 14, AC^2 = 1 + (t-1)^2, BC^2 = 13 + (t+1)^2$.

- ♦ Khi đó tam giác ABC vuông tại $A \Leftrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\Leftrightarrow 13 + (t+1)^2 = 14 + 1 + (t-1)^2$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 14 = t^2 - 2t + 16 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}. \text{ Vậy } C\left(0; \frac{1}{2}; 0\right).$$

Câu 26. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Trong không gian , cho đường thẳng

và mặt phẳng . Đường thẳng là hình chiếu vuông

góc của đường thẳng trên mặt phẳng . Đường thẳng đi qua điểm nào sau đây?

- A. . B. . C. . D. .

Lời giải

Chọn C

- ♦ Ta có: ;

- ♦ Gọi là mặt phẳng chứa đường thẳng và vuông góc với mặt phẳng :

Mặt phẳng có một vtpt là:

- ♦ Đường thẳng là giao tuyến của mặt phẳng và mặt phẳng :

Đường thẳng có một vtcp là:

Gọi là giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng . Tọa độ của là nghiệm của hệ:

$$\Leftrightarrow \Leftrightarrow \Rightarrow$$

Phương trình tham số của đường thẳng là:

Với $\Rightarrow$.

Câu 27. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác OAB với $O(0;0;0)$; $A(-1;8;1)$; $B(7;-8;5)$. Phương trình đường cao OH của tam giác OAB là:

A. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$ B. $\begin{cases} x = 5t \\ y = 4t \\ z = 6t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$ C. $\begin{cases} x = 5t \\ y = -4t \\ z = 6t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$ D. $\begin{cases} x = 8t \\ y = -16t \\ z = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (8; -16; 4) \Rightarrow \vec{u} = (2; -4; 1)$ là một vector chỉ phương của AB

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của AB là: $\begin{cases} x = -1 + 2t_1 \\ y = 8 - 4t_1 \\ z = 1 + t_1 \end{cases}$

Vì $H \in AB$ nên $H(-1 + 2t_1; 8 - 4t_1; 1 + t_1) \Rightarrow \overrightarrow{OH} = (-1 + 2t_1; 8 - 4t_1; 1 + t_1)$

Do $OH \perp AB$ nên $\overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (-1 + 2t_1) - 4 \cdot (8 - 4t_1) + 1 \cdot (1 + t_1) = 0$

$\Leftrightarrow t_1 = \frac{11}{7} \Rightarrow \overrightarrow{OH} = \left(\frac{15}{7}; \frac{12}{7}; \frac{18}{7}\right) \Rightarrow \vec{u}_1 = (5; 4; 6)$ là một vector chỉ phương của OH

Vậy phương trình tham số của OH là: $\begin{cases} x = 5t \\ y = 4t \\ z = 6t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Câu 28. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(-2;1;0)$.

Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 4 = 0$ sao cho $MA = MB = \frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó, giá trị $a + b + c$ bằng

A. $a + b + c = \frac{1}{2}$. B. $a + b + c = 1$. C. $a + b + c = \frac{3}{2}$. D. $a + b + c = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A, B \in (P)$ và $AB = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{11}$ nên M là trung điểm của AB suy ra

$M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Vậy $a + b + c = \frac{1}{2}$.

Câu 29. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc với (α) và (β) là

A. $2x - y + 2z = 0$. B. $2x + y - 2z = 0$. C. $2x + y - 2z + 1 = 0$. D. $x - y - 2z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (3; -2; 2)$

Mặt phẳng (β) : $5x - 4y + 3z + 1 = 0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (5; -4; 3)$

Do mặt phẳng (P) đồng thời vuông góc với (α) và (β) nên (P) nhận véc tơ $\vec{n}_1$ và véc tơ $\vec{n}_2$ làm cặp véc tơ chỉ phương $\Rightarrow$ mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là:

$$\vec{n} = \left(\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{vmatrix} \right) = (-6 + 8; 10 - 9; -12 + 10) = (2; 1; -2)$$

Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; -2)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $2x + y - 2z = 0$.

Câu 30. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}, d_2: \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-1} \text{ và } d_3: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}. \text{ Đường thẳng } d \text{ song song}$$

với d_3 cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử đường thẳng d cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B .

Gọi $A(3+t; 3+2t; -2-t)$; $B(5+3t'; -1-2t'; 2-t')$.

Ta có $\vec{AB} = (3t' - t + 2; -2t' - 2t - 4; -t' + t + 4)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d_3 là $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

Do d song song với d_3 nên $\vec{AB}, \vec{u}$ cùng phương.

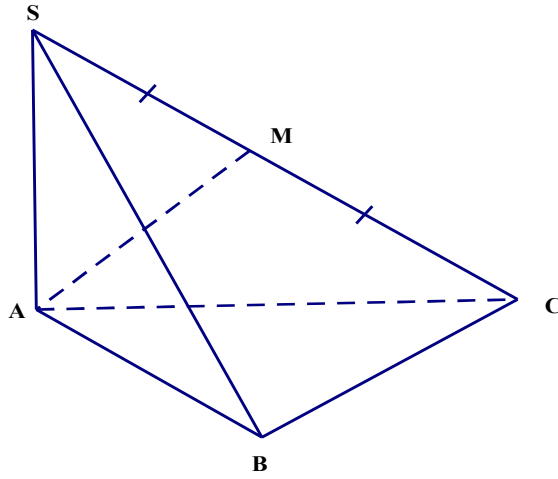
$$\text{Khi đó } \frac{3t' - t + 2}{1} = \frac{-2t' - 2t - 4}{2} = \frac{-t' + t + 4}{3}$$

$$\begin{cases} \frac{3t' - t + 2}{1} = \frac{-2t' - 2t - 4}{2} \\ \frac{3t' - t + 2}{1} = \frac{-t' + t + 4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8t' = -8 \\ 10t' - 4t = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -1 \\ t = -2 \end{cases}$$

Ta có $A(1; -1; 0)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } d \text{ là } \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}.$$

Câu 31. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tam giác vuông với $AB = AC = 2$. Cạnh bên $SA \perp$ đáy và $SA = 3$. Gọi M là trung điểm của SC .



Tính khoảng cách giữa AM và BC .

- A. $d(AM, BC) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $d(AM, BC) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.
 C. $d(AM, BC) = \frac{3\sqrt{22}}{11}$. D. $d(AM, BC) = \frac{\sqrt{22}}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gắn hệ trục tọa độ ta có $A(0;0;0)$ là gốc tọa độ, $S(0;0;3), B(2;0;0), C(0;2;0)$.

Điểm $M\left(0;1;\frac{3}{2}\right)$. Ta có $\overrightarrow{AM} = \left(0;1;\frac{3}{2}\right), \overrightarrow{BC} = (-2;2;0)$

Gọi $\vec{n} = [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BC}] = (-3; -3; 2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua $B(2;0;0)$ nhận $\vec{n} = (-3; -3; 2)$ làm véc tơ pháp tuyến.

$(P): -3x - 3y + 2z + 6 = 0$.

Ta có $d(AM, BC) = d(A, (P)) = \frac{|-3 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 6|}{\sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \frac{3\sqrt{22}}{11}$.

Câu 32. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;1;2)$ và song song với hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$,

$\Delta': \frac{x}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{1}$ có phương trình là

- A. $x + y - 4z + 8 = 0$. B. $x - y + 4z - 6 = 0$. C. $x + y + 4z - 8 = 0$. D. $x - y - 4z + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn A

♦ Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 2; 1)$

♦ Đường thẳng Δ' có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$

♦ Mặt phẳng cần tìm có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; -1; 4)$

♦ Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$-1(x+1) - (y-1) + 4(z-2) = 0 \Leftrightarrow -x - y + 4z - 8 = 0 \Leftrightarrow x + y - 4z + 8 = 0.$$

Câu 33. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và $A(2;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB) biết B thuộc mặt cầu (S) , có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

- A. $x - y - z = 0$. B. $x - y + z = 0$ C. $x - y + 2z = 0$ D. $x - y - 2z = 0$

Lời giải

Chọn A

Gọi $B(x; y; z)$ và H là trung điểm của OA . Khi đó $H(1; 1; 0)$.

$$\overline{BH} \perp \overline{OA} \Rightarrow x + y - 2 = 0 \quad (1).$$

Do tam giác OAB đều nên $OA = OB \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 8$, kết hợp B thuộc mặt cầu nên có pt:

$$x + y + z = 4 \quad (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow z = 2$. Từ đó có $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ (do B có hoành độ dương).

$$\overline{OA}(2; 2; 0), \overline{OB}(2; 0; 2) \Rightarrow [\overline{OA}, \overline{OB}] = (4; -4; -4) = 4(1; -1; -1).$$

Vậy ptmp (OAB): $x - y - z = 0$.

Câu 34. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng

$$(P): x - y + 2z + 6 = 0 \text{ và đường thẳng } d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases} \text{ Viết phương trình đường thẳng } \Delta$$

nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc và cắt d . Phương trình đường thẳng Δ là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 - 7t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + 5t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 2 - 5t \\ z = 1 - 3t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 - 5t \\ z = -4 - 3t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn C

Tọa độ giao điểm M của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \\ x - y + 2z + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow (-3 + 2t) - (-1 + t) + 2(-t) + 6 = 0 \Rightarrow t = 4 \Rightarrow M(5; 3; -4).$$

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 2)$, đường thẳng (d) có véc tơ chỉ phương

$$\vec{u}_d = (2; 1; -1). \text{ Gọi } \vec{u}_\Delta \text{ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng } \Delta \text{ cần tìm thì } \vec{u}_\Delta = [\vec{n}, \vec{u}_d]$$

$$\text{Ta có } [\vec{n}, \vec{u}_d] = \left(\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-1; 5; 3) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (1; -5; -3).$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } \Delta \text{ cần tìm là } \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 - 5t \\ z = -4 - 3t \end{cases}.$$

Câu 35. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm

$A(1; 1; 1), B(5; -1; 2), C(3; 2; -4)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC} = \vec{0}$ là

$$\text{A. } M\left(4; -\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right). \quad \text{B. } M\left(4; -\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right). \quad \text{C. } M\left(4; \frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right). \quad \text{D. } M\left(-4; -\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right).$$

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M(x; y; z)$, ta có :

$$\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overline{MB} + \overline{CA} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overline{MB} = \overline{AC} \Leftrightarrow \overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5-x = \frac{1}{2}(3-1) \\ -1-y = \frac{1}{2}(2-1) \\ 2-z = \frac{1}{2}(-4-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-\frac{3}{2} \\ z=\frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow M\left(4; -\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$$

Câu 36. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2; 0; 0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với (P) , cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy , Oz lần lượt tại các điểm B và C khác O . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. 16. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. 8.

Lời giải

Chọn B

Gọi $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow bc.x + 2c.y + 2b.z - 2bc = 0$.

Ta có biểu thức liên hệ của khoảng cách từ O đến mặt phẳng (α)

$$\frac{1}{d^2[O;(\alpha)]} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{9}{16}.$$

Hai mặt phẳng (α) và (P) vuông góc với nhau nên $2.2c - 1.2b = 0 \Leftrightarrow b = 2c > 0$.

$$\text{Mà } a = 2 \text{ nên ta có hệ } \begin{cases} b = 2c > 0 \\ \frac{1}{2^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{9}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c > 0 \\ \frac{1}{4c^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{5}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 2 \end{cases}.$$

Vậy thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $V = \frac{1}{6} a.b.c = \frac{8}{3}$.

Câu 37. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Trong không gian cho bốn điểm O, A, B, C sao cho O, A, B không thẳng hàng. Tập hợp những điểm M sao cho $\overrightarrow{MC}(\overrightarrow{MO} - 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = 0$ là

- A. một mặt phẳng. B. một điểm. C. tập hợp rỗng. D. một đường thẳng.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của OB

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MC}(\overrightarrow{MO} - 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MC}(\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MC}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AI} = 0 \Leftrightarrow MC \perp AI.$$

Vậy tập hợp những điểm M là mặt phẳng qua C và vuông góc với AI .

Câu 38. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 2m - 3 = 0$ không có điểm chung với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z + 1 = 0$.

- A. $\begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m > \frac{15}{2} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$. C. $\frac{3}{2} < m < \frac{15}{2}$. D. $-1 < m < 3$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và bk $R=2$

(P) không có điểm chung với $(S) \Leftrightarrow d(I;(P)) > R$.

$$\Leftrightarrow \frac{|2, (-1) - 2.2 + 2m - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} > 2$$

$$\Leftrightarrow |2m - 9| > 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 9 < -6 \\ 2m - 9 > 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m > \frac{15}{2} \end{cases}$$

Câu 39. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho điểm $A(2;3;1)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-2}, d_2: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}. \text{ Phương trình đường thẳng } d \text{ đi qua } A \text{ cắt } d_1, d_2 \text{ là}$$

A. $\frac{x-2}{55} = \frac{y-3}{10} = \frac{z-1}{7}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 3 \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 35t \\ y = 3 - 10t \\ z = 1 + 11t \end{cases}$ **D.** $\frac{x-2}{35} = \frac{y-3}{10} = \frac{z-1}{11}$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 đi qua $M(-2;2;0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -1; -2)$.

Đường thẳng d_2 đi qua $N(1;0;2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (-3; 1; -1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(2;3;1)$ và đường thẳng d_1 .

(Q) là mặt phẳng đi qua $A(2;3;1)$ và đường thẳng d_2 .

$$\Rightarrow d = (P) \cap (Q).$$

Vector pháp tuyến của $(P): \vec{n} = [\vec{AM}, \vec{u}_1] = (1; -9; 5)$

Vector pháp tuyến của $(Q): \vec{n}' = [\vec{AN}, \vec{u}_2] = (2; -4; -10)$

Do vậy đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{n}'] = (110; 20; 14)$

Chọn một vector chỉ phương của d là $\vec{u}_3 = (55; 10; 7)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-2}{55} = \frac{y-3}{10} = \frac{z-1}{7}$.

Câu 40. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;0), B(3;1;-2), C(6;0;-5)$ và $D(-1;3;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa B, C và cách đều hai điểm A, D ?

A. vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: Nếu AD, BC chéo nhau thì có đúng 2 mặt phẳng đi qua B, C và cách đều với AD . Bao gồm một mặt phẳng đi qua BC và song song với AD và một mặt phẳng chứa BC và đi qua trung điểm AD .

Trường hợp 2: Nếu AD, BC đồng phẳng với nhau thì sẽ có vô số mặt phẳng chứa B, C và cách đều hai điểm A, D

Ở bài này ta thấy mặt phẳng (ABC) có phương trình là $-x - z + 2 = 0$

Thế tọa độ điểm D vào mặt phẳng (ABC) ta thấy thỏa nên suy ra 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng

Như vậy suy ra sẽ có vô số mặt phẳng chứa B, C và cách đều hai điểm A, D

Câu 41. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

$\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1} \quad (P): x + y - z + 2 = 0$. Gọi d' và Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P) . Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' . Biểu thức $a + b \cdot c$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P) \Rightarrow (\alpha): 3x - 2y + z + 4 = 0$.

Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với $(P) \Rightarrow (\beta): y + z - 5 = 0$.

$$\text{Gọi } d_1 = (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow d_1: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = t \\ z = 5 - t \end{cases}$$

Khi đó $M = d' \cap \Delta' \Rightarrow M = d_1 \cap (P) \Rightarrow M(-1; 2; 3)$.

Câu 42. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; 3)$, $B(1; 4; 3)$, $C(5; 1; 3)$. Ba mặt cầu tiếp xúc nhau từng đôi một và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại ba đỉnh A, B, C . Tổng bán kính của ba mặt cầu trên bằng

A. 6.

B. $\frac{769}{120}$.

C. $\frac{769}{60}$.

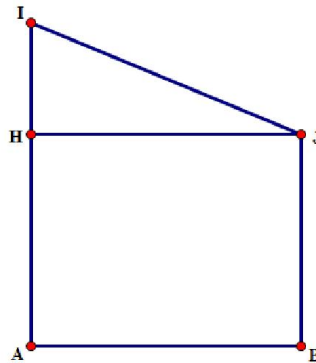
D. $\frac{37}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I, J và K lần lượt là tâm của ba mặt cầu tiếp xúc nhau đôi một và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại các điểm A, B, C tương ứng với các bán kính R_1, R_2 và R_3 .

Ta có: $AB = 3$, $AC = 4$ và $BC = 5$.



Dựng $JH \perp IA$ tại H .

Xét $\triangle IHJ$ vuông tại H , ta có: $IJ^2 = IH^2 + HJ^2 \Leftrightarrow (R_1 + R_2)^2 = (R_1 - R_2)^2 + AB^2 \Leftrightarrow R_1 R_2 = \frac{9}{4}$.

Tương tự ta được: $R_2 R_3 = \frac{25}{4}$ và $R_3 R_1 = 4$.

$$\text{Từ đó, ta có: } \begin{cases} R_1 = \frac{6}{5} \\ R_2 = \frac{15}{8} \\ R_3 = \frac{10}{3} \end{cases} \Rightarrow R_1 + R_2 + R_3 = \frac{769}{120}.$$

Câu 43. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9 \text{ và điểm } M(x_0; y_0; z_0) \in d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}. \text{ Ba điểm } A, B, C \text{ phân biệt cùng thuộc}$$

mặt cầu (S) sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1; 1; 2)$. Khi đó z_0 gần nhất với số nào trong các số sau:

- A. 3. B. -1. C. 2. D. 5.

Lời giải

Chọn D

+ Mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1; 1; 2)$ và có VTPT $\overrightarrow{OM}$ nên có phương trình dạng:

$$x_0x + y_0y + z_0z - x_0 - y_0 - 2z_0 = 0$$

+ Gọi H là giao điểm của OM với (ABC) . Xét tam giác MAO vuông tại A và có đường cao AH . Ta có:

$$OH \cdot OM = OA^2 \Leftrightarrow \frac{|x_0 + y_0 + 2z_0|}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} = 9 \Leftrightarrow |x_0 + y_0 + 2z_0| = 9$$

$$\Rightarrow |3t - 6| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \Rightarrow M(0; -1; 5) \\ t = 5 \Rightarrow M(6; 11; -13) \end{cases}$$

Vậy z_0 gần nhất với 5.

Câu 44. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ :

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 1 = 0$. Đường thẳng nằm trong (P) , đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -4 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Tọa độ giao điểm A của Δ và (P) thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+1}{1} \\ 2x - y - z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow A(-1; -1; -2)$$

Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; 1)$

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; -1)$

$$\text{Ta có: } [\vec{u}, \vec{n}] = \left(\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \right) = (4; 4; 4)$$

$\Rightarrow$ Chọn $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng cần tìm

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả d_1 và d_2 là:

A. $\frac{x}{\frac{-2}{2}} = \frac{y+1}{\frac{9}{2}} = \frac{z+3}{8}$. B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$.

C. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$. D. $\frac{x}{-9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

$$\Delta \cap d_1 = A(t_1 + 1; -t_1 - 2; 2t_1 + 3), \Delta \cap d_2 = B(2t_2 - 1; -t_2 + 4; 4t_2 + 2).$$

$$\overrightarrow{MA} = (t_1 + 1; -t_1 - 1; 2t_1 + 1), \overrightarrow{MB} = (2t_2 - 1; -t_2 + 5; 4t_2).$$

$$\text{Ta có } M, A, B \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + 1 = k(2t_2 - 1) \\ -t_1 - 1 = k(-t_2 + 5) \\ 2t_1 + 1 = 4kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \\ kt_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ t_2 = -4 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MB} = (-9; 9; -16).$$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0; -1; 2)$, một VTCP $\vec{u} = (9; -9; 16)$ có phương trình là:

$$\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}.$$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 3; 1)$, $B(0; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $(\alpha): 3x + y - 7 = 0$.

Đường thẳng cần tìm d cách đều hai điểm A, B nên d thuộc mặt phẳng (α) .

Lại có $d \subset (P)$, suy ra $d = (P) \cap (\alpha)$ hay $d: \begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ 3x + y - 7 = 0 \end{cases}$. Chọn $x = t$, ta được

$$\begin{cases} z = 2t \\ y = 7 - 3t \end{cases}.$$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d': \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$. Biết rằng đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) , cắt các đường thẳng d , d' lần lượt tại M , N sao cho $MN = \sqrt{11}$ (điểm M có tọa độ nguyên). Phương trình của đường thẳng Δ là

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-3}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$.
 C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-3}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-4}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(-1+a; -1+2a; 1+a) \in d$ ($a \in \mathbb{Z}$), $N(-1+2b; 3-b; 1-2b) \in d'$.

$\overrightarrow{MN} = (2b-a; -b-2a+4; -2b-a)$. Một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (2; 1; 1)$.

Ta có $\Delta // (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow -5a + b + 4 = 0 \Leftrightarrow b = 5a - 4 \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (9a-8; -7a+8; -11a+8)$

$$MN = \sqrt{11} \Leftrightarrow \sqrt{251a^2 - 432a + 192} = \sqrt{11} \Leftrightarrow 251a^2 - 432a + 181 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = \frac{181}{251} \end{cases} (l)$$

Suy ra Δ có một vector chỉ phương của $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (1; 1; -3)$ và Δ đi qua $M(0; 1; 2)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-3}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho $HK = \sqrt{27}$. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn A

$H \in \Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t; t; 1+t)$, $K \in \Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m; 2+2m; m)$.

Ta có $\overrightarrow{HK} = (m-2t-2; 2m-t+2; m-t-1)$. Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}_d = (1; 1; -2)$.

$\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \overrightarrow{HK} = 0 \Leftrightarrow m-t+2 = 0 \Leftrightarrow m = t-2 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-t-4; t-2; -3)$.

Ta có $HK^2 = (-t-4)^2 + (t-2)^2 + (-3)^2 = 2(t+1)^2 + 27 \geq 27, \forall t \in \mathbb{R}$.

$HK = \sqrt{27} \Leftrightarrow t = -1, m = -3$. Khi đó $\overrightarrow{HK} = (-3; -3; -3) = -3(1; 1; 1)$, $H(1; -1; 0)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với $(P): x + y + z - 7 = 0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình đường thẳng Δ là:

A.
$$\begin{cases} x = 6 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = \frac{-9}{2} + t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 12 - t \\ y = 5 \\ z = -9 + t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 6 \\ y = \frac{5}{2} - t \\ z = \frac{-9}{2} + t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = \frac{5}{2} + t \\ z = \frac{-9}{2} + t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn A

$$A \in d_1 \Rightarrow A(1+2a; a; -2-a), B \in d_2 \Rightarrow B(1+b; -2+3b; 2-2b).$$

$$\overrightarrow{AB}(b-2a; 3b-a-2; -2b+a+4).$$

(P) có vtpt $\vec{n}(1; 1; 1)$.

$$\Delta / (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow b = a - 2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}(-a-1; 2a-5; -a+6)$$

$$\Rightarrow AB^2 = 6a^2 - 30a + 62 \geq 6\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{49}{2} \geq \frac{49}{2}$$

$$AB_{\min} \text{ khi } a = \frac{5}{2} \Rightarrow A\left(6; \frac{5}{2}; \frac{-9}{2}\right), \overrightarrow{AB} = \frac{7}{2}(-1; 0; 1) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 6 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = \frac{-9}{2} + t. \end{cases}$$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases}$ và

$(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng Δ cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với đường

thẳng $d: \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(1; 1; -4)$.

B. $N(0; -5; 6)$.

C. $P(0; 5; -6)$.

D. $Q(-2; -3; -2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } \begin{cases} A = \Delta \cap d_1 \Rightarrow A(a; -1+2a; a) \\ B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B(b; 1-2b; 1+3b) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-a+b; -2a-2b+2; -a+3b+1).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} // \vec{u}_d \Rightarrow \frac{-a+b}{1} = \frac{-2a-2b+2}{4} = \frac{-a+3b+1}{-2} \Rightarrow \begin{cases} -2a+6b=2 \\ 3a-5b=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow A(2; 3; 2), B(1; -1; 4).$$

$$\Rightarrow \Delta \text{ qua } B(1; -1; 4) \text{ và có vectơ chỉ phương là } \vec{u} = (1; 4; -2)$$

$$\Rightarrow (\Delta): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 - 2t \end{cases} \text{ đi qua điểm } N(0; -5; 6).$$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.
C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi MN là đường vuông góc chung của d và d' . Ta có $M \in d$ suy ra $M(2+2m; 3+3m; -4-5m)$. Tương tự $N \in d'$ suy ra $N(-1+3n; 4-2n; 4-n)$. Từ đó ta có $\overrightarrow{MN} = (-3+3n-2m; 1-2n-3m; 8-n+5m)$.

Mà do MN là đường vuông góc chung của d và d' nên $\begin{cases} MN \perp d \\ MN \perp d' \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3+3n-2m) + 3(1-2n-3m) - 5(8-n+5m) = 0 \\ 3(-3+3n-2m) - 2(1-2n-3m) - 1(8-n+5m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -38m + 5n = 43 \\ -5m + 14n = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = 1 \end{cases}.$$

Suy ra $M(0; 0; 1)$, $N(2; 2; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; 2; 2)$ nên đường vuông góc chung MN là $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; 2; 0)$ và hai đường thẳng

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}); \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 2s \\ y = -1 - 2s \\ z = s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R}).$$

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với trục Ox , sao cho (P) cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A, B thỏa mãn $AB = 1$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $F(1; -2; 0)$. B. $E(1; 2; -1)$. C. $K(-1; 3; 0)$. D. $G(3; 1; -4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A \in \Delta_1 \Rightarrow A(1+2t; 2-2t; -1+t)$; $B \in \Delta_2 \Rightarrow B(3+2s; -1-2s; s)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (2+2(s-t); -3-2(s-t); 1+(s-t))$

$$AB^2 = 1 \Leftrightarrow 9(s-t)^2 + 22(s-t) + 14 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} s-t = -1 \\ s-t = -\frac{13}{9} \end{cases}.$$

+ Với $s-t = -1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (0; -1; 0) \Rightarrow (P)$ có một vtpt $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB}; \vec{i}] = (0; 0; 1)$, suy ra $(P): z = 0$ (loại do (P) chứa trục Ox).

+ Với $s-t = -\frac{13}{9} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\frac{-8}{9}; \frac{-1}{9}; \frac{-4}{9}\right)$, suy ra (P) có một vtpt $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{AB}; \vec{i}] = (0; \frac{-4}{9}; \frac{1}{9})$,

suy ra $(P): 4y - z - 8 = 0$ (thỏa mãn bài toán).

+ Kiểm tra các đáp án ta chọn D

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả d_1 và d_2 là:

A. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z+3}{8}$. B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$. C. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$. D. $\frac{x}{-9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Phương trình tham số của đường thẳng d_1 :

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2-t \\ z = 3+2t \end{cases}$$

Phương trình tham số của đường thẳng d_2 :

$$\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 4-t \\ z = 2+4t \end{cases}$$

$\Delta \cap d_1 = A(t_1+1; -t_1-2; 2t_1+3)$; $\Delta \cap d_2 = B(2t_2-1; -t_2+4; 4t_2+2)$.

$\overrightarrow{MA} = (t_1+1; -t_1-1; 2t_1+1)$; $\overrightarrow{MB} = (2t_2-1; -t_2+5; 4t_2)$.

Ta có: M, A, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1+1 = k(2t_2-1) \\ -t_1-1 = k(-t_2+5) \\ 2t_1+1 = 4kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \\ kt_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ t_2 = -4 \end{cases}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MB} = (-9; 9; -16)$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(0; -1; 2)$, một VTCP là $\vec{u} = (9; -9; 16)$ có phương trình là:

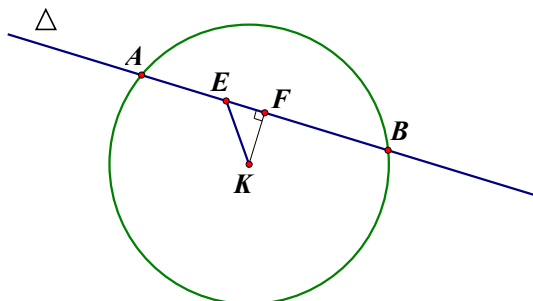
$\Delta: \frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2; 1; 3)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 2+9t \\ y = 1+9t \\ z = 3+8t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2-5t \\ y = 1+3t \\ z = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = 1+3t \\ z = 3-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$, có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R=6$.

Ta có: $\overrightarrow{EI} = (1;1;2) \Rightarrow EI = |\overrightarrow{EI}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} < 6 = R$. Do đó điểm E nằm trong mặt cầu (S) .

Ta lại có: $E \in (P)$ và $\begin{cases} E \in \Delta \\ \Delta \subset (P) \end{cases}$ nên giao điểm của (Δ) và (S) nằm trên đường tròn giao tuyến (C) tâm K của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) , trong đó K là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) .

Giả sử $\Delta \cap (S) = \{A; B\}$. Độ dài AB nhỏ nhất khi và chỉ khi $d(K, \Delta)$ lớn nhất.

Gọi F là hình chiếu của K trên (Δ) khi đó $d(K; \Delta) = KF \leq KE$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $F \equiv E$.

Ta có $\begin{cases} IK \perp (P) \\ KE \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} IK \perp \Delta \\ KE \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow IE \perp \Delta$.

Ta có: $[\vec{n}_{(P)}, \overrightarrow{EI}] = (5; -5; 0)$, cùng phương với $\vec{u} = (1; -1; 0)$.

Vì $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp IE \end{cases}$ nên Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; -1; 0)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$.

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

- Câu 1. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 1$. Xét một điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P) . Gọi khối nón (N) có đỉnh là điểm M và có đường tròn đáy là tập hợp các tiếp điểm vẽ từ M đến mặt cầu (S) . Khi (N) có thể tích nhỏ nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính $a + b + c$
A. -2 . **B.** 0 . **C.** 3 . **D.** 2 .
- Câu 2. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$; $B(2;1;0)$; $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?
A. $\vec{n} = (5; 2; -1)$. **B.** $\vec{n} = (5; 2; 1)$. **C.** $\vec{n} = (-5; 2; -1)$. **D.** $\vec{n} = (5; -2; -1)$.
- Câu 3. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-4;1;5)$, $B(6;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Xét mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc (P) . Bán kính mặt cầu (S) nhỏ nhất bằng
A. $\sqrt{35}$. **B.** $\sqrt{33}$. **C.** 6 . **D.** 5 .
- Câu 4. (Chuyên KHTN - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;1;3)$, $C(3;2;0)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Biết rằng điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho thứ $MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi $a + b + c$ bằng:
A. -1 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** 5 .
- Câu 5. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;3;1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Gọi Δ là đi qua A nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a;b;1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Giá trị của $a + 2b$ là:
A. 4 . **B.** 0 . **C.** -3 . **D.** 7 .
- Câu 6. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(4;-2;4)$, $B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \\ z = t \end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$ và N là điểm di động thuộc d . Tìm giá trị nhỏ nhất của MN ?
A. 2 **B.** 8 **C.** $\sqrt{73}$ **D.** $5\sqrt{3}$
- Câu 7. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$; $B(1;0;5)$. Tìm tọa độ điểm $M \in (Oxy)$ sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất:
A. $\left(\frac{9}{4}; -\frac{5}{4}; 0\right)$. **B.** $\left(\frac{9}{4}; \frac{5}{4}; 0\right)$. **C.** $\left(-\frac{9}{4}; -\frac{5}{4}; 0\right)$. **D.** $\left(-\frac{9}{4}; \frac{5}{4}; 0\right)$.

- Câu 8. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. Điểm M là điểm trên đường thẳng d sao cho $(MA+2MB+3MC)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ điểm M là
A. 2. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 1.
- Câu 9. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y + \sqrt{2})^2 + z^2 = 16$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng có phương trình $y - 2\sqrt{2} = 0$ sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?
A. 26. **B.** 32. **C.** 28. **D.** 45.
- Câu 10. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) . Hỏi điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào có phương trình dưới đây?
A. $3x+4y+2=0$. **B.** $3x+4y-2=0$. **C.** $6x+8y-11=0$. **D.** $6x+8y+11=0$.
- Câu 11. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng (P) tại điểm B . Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) , nhìn đoạn AB dưới góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB .
A. $MB = \frac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $MB = \sqrt{5}$. **C.** $MB = \sqrt{41}$. **D.** $MB = \frac{\sqrt{41}}{2}$.
- Câu 12. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Trong mặt phẳng (α) cho hai tia Ox, Oy , góc $\widehat{xOy} = 60^\circ$. Trên tia Oz vuông góc với mặt phẳng (α) tại O , lấy điểm S sao cho $SO = a$. Gọi M, N là các điểm lần lượt di động trên hai tia Ox, Oy sao cho $OM + ON = a$ ($a > 0$ và M, N khác O). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của O trên hai cạnh SM, SN . Khi M, N di động trên hai tia Ox, Oy mặt cầu ngoại tiếp đa diện $MNHOK$ có diện tích nhỏ nhất bằng bao nhiêu?
A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. **B.** πa^2 . **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\frac{\pi a^2}{3}$.
- Câu 13. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 24$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x+y=0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(6;-10;3)$ là lớn nhất.
A. -1. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -5.
- Câu 14. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;2)$, $B(2;3;-1)$, $C(0;3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-7=0$. Khi điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P) , hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $E = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$?
A. 8. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 6.
- Câu 15. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$ tâm I

và điểm $A(2;2;1)$. Xét các điểm B, C, D thay đổi thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc nhau. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (BCD) có giá trị lớn nhất bằng $\frac{m}{n}$ (với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản). Tích $m.n$ bằng?

- A. 42. B. 30. C. 15. D. 14.

Câu 16. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;1;-2), B(1;-5;4), C(5;-1;0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M trong mặt phẳng Oxz sao cho $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = 10$ là một đường tròn tâm $H(a;0;c)$, bán kính bằng r . Tính tổng $T = a + c + r$.

- A. 0. B. -3. C. 10. D. 6.

Câu 17. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;0); B(-1;2;4)$. Xét trụ (T) nội tiếp mặt cầu đường kính AB và có trục nằm trên đường thẳng AB . Thể tích khối trụ đạt giá trị lớn nhất thì chứa đường tròn đáy đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $C(0;-1;-2\sqrt{3})$. B. $C(0;-1;2\sqrt{3})$. C. $C(1;0;-2\sqrt{3})$. D. $C(-1;0;2\sqrt{3})$.

Câu 18. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa cạnh AB và vuông góc với (ABC) . (C) là đường tròn đường kính AB và nằm trong mặt phẳng (P) . Gọi S là một điểm bất kỳ nằm trên (C) , S khác A, B . Khi đó khoảng cách từ tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ đến mặt phẳng $(Q): 2x + 3y + z + 1 = 0$ bằng

- A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$. B. $\frac{3}{2\sqrt{14}}$. C. $\frac{6}{\sqrt{14}}$. D. $\frac{3}{\sqrt{14}}$.

Câu 19. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1), B(0;1;2), C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$. Gọi I là điểm thuộc (P) sao cho $S = IA^2 + 2IB^2 + IC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài OI bằng

- A. $\sqrt{46}$. B. $3\sqrt{5}$. C. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{46}}{4}$.

Câu 20. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;6;0), C(0;0;5)$ và điểm N sao cho $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. Một mặt phẳng (P) thay đổi cắt các đoạn thẳng OA, OB, OC, ON lần lượt tại các điểm A_1, B_1, C_1, N_1 thỏa mãn $\frac{OA}{OA_1} + \frac{OB}{OB_1} + \frac{OC}{OC_1} = 2019$ và $N_1 = (x_0; y_0; z_0)$ khi đó

- A. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{11}{2019}$. B. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{18}{2019}$.
C. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{13}{2019}$. D. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{19}{2019}$.

Câu 21. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a;b;c)$ ($a > 0$) nằm trên đường thẳng (d) sao cho từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (với A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB} = 60^\circ, \widehat{BMC} = 90^\circ$ và $\widehat{CMA} = 120^\circ$. Tính $Q = a + b + c$.

- A. $Q = 1$. B. $Q = 2$. C. $Q = \frac{10}{3}$. D. $Q = 3$.

Câu 22. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường

thẳng $\Delta: \frac{x-m}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+m^2}{1}$ và hai điểm $M(-1;4;1)$, $N(3;-2;0)$. Gọi $H(a;b;c)$, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N lên đường thẳng Δ sao cho khối tứ diện $HKNM$ có thể tích nhỏ nhất. Tính giá trị $T = a - 2b + c$?

- A. $T = 8$. B. $T = -8$. C. $T = -3$. D. $T = 5$.

Câu 23. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng

$d: \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$, điểm $A(3;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 3 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (P) một góc φ . Biết khoảng cách giữa Δ và d là 3. Tính giá trị nhỏ nhất của $\cos \varphi$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Câu 24. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(0;3;1)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 9 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt

phẳng (P) sao cho biểu thức $T = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a + 2b - c$ bằng:

- A. 0. B. 3. C. -3. D. 9.

Câu 25. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4z = 3 \\ mx - 2y - z + 3m = 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử của S là

- A. $-\frac{23}{13}$. B. $-\frac{6}{5}$. C. $-\frac{19}{5}$. D. $-\frac{12}{13}$.

Câu 26. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;2;0)$, $M(-1;3;4)$. Gọi d là đường thẳng qua B vuông góc với AB đồng thời cách M một khoảng cách nhỏ nhất. Một véc tơ chỉ phương của d có dạng $\vec{u} = (2;a;b)$. Tính tổng $a + b$

- A. 1. B. 2. C. -1. D. -2.

Câu 27. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Tìm $M(a;b;c) \in (P)$ thỏa mãn $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất, tính $T = a + b + c$.

- A. $T = \frac{311}{183}$. B. $-\frac{131}{61}$. C. $-\frac{35}{183}$. D. $\frac{85}{61}$.

Câu 28. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong không gian với trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;-4;4)$, $B(1;7;-2)$, $C(1;4;-2)$. Mặt phẳng $(P): 2x + by + cz + d = 0$ đi qua điểm A . Đặt $h_1 = d(B; (P))$; $h_2 = 2d(C; (P))$. Khi đó $h_1 + h_2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $T = b + c + d$.

- A. $T = 65$. B. $T = 52$. C. $T = 77$. D. $T = 33$.

Câu 29. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;8;2)$, $B(9;-7;23)$ và mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y+3)^2 + (z-7)^2 = 72$. Mặt phẳng $(P): x + by + cz + d = 0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khi đó tổng $b + c + d$ có giá trị bằng

- A. $b + c + d = 2$. B. $b + c + d = 4$. C. $b + c + d = 3$. D. $b + c + d = 1$.

- Câu 30. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$: (S_1) có tâm $I\left(0, 0, \frac{21}{2}\right)$, bán kính $r_1=6$ và (S_2) có tâm $J(0,0,1)$, bán kính $r_2 = \frac{9}{2}$. Hỏi có bao nhiêu điểm $M(x, y, z)$ với x, y, z nguyên thuộc phần giao của hai khối cầu?
A. 11. **B.** 13. **C.** 9. **D.** 7.
- Câu 31. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Trong không gian cho hai điểm $I(2;3;3)$ và $J(4;-1;1)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính IJ và có hai tâm nằm trên đường thẳng IJ . Khi có thể tích (T) lớn nhất thì hai mặt phẳng chứa hai đường tròn đáy của (T) có phương trình dạng $x+by+cz+d_1=0$ và $x+by+cz+d_2=0$. Giá trị của $d_1^2+d_2^2$ bằng:
A. 25. **B.** 14. **C.** 61. **D.** 26.
- Câu 32.** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a \geq 4, b \geq 5, c \geq 6$ và mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{10}}{2}$ ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$. Khi tổng $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng (α) đi qua tâm I của mặt cầu (S) và song song với mặt phẳng (OAB) có dạng $mx+ny+pz+q=0$ (với $m, n, p, q \in \mathbb{Z}; \frac{q}{p}$ là phân số tối giản). Giá trị $T = m + n + p + q$ bằng
A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** -5.
- Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $C(-1;2;11), H(-1;2;-1)$, hình nón (N) có đường cao $CH = h$ và bán kính đáy là $R = 3\sqrt{2}$. Gọi M là điểm trên đoạn CH , (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục CH tại M của hình nón (N) . Gọi (N') là khối nón có đỉnh H đáy là (C) . Khi thể tích khối nón (N') lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp nón (N') có tọa độ tâm $I(a;b;c)$, bán kính là d . Giá trị $a+b+c+d$ bằng
A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -6.
- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0), B(-3;1;4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Xét khối nón (N) có đỉnh có tọa độ nguyên thuộc đường thẳng Δ và ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích nhỏ nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $ax+by+cz+1=0$. Giá trị $a+b+c$ bằng
A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -6.
- Câu 35.** Trong hệ trục $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ và $(S_2): (x-10)^2 + (y-9)^2 + (z-2)^2 = 400$ và mặt phẳng $(P): 4x-3y+cz+22=0$. Có bao nhiêu số nguyên m để mp (P) cắt hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ theo giao tuyến là hai đường tròn không có tiếp tuyến chung?
A. 5. **B.** 11. **C.** Vô số. **D.** 6.
- Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;3)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 = 12$. Xét khối trụ (T) nội tiếp mặt cầu (S) và có trục đi qua điểm A . Khi khối trụ (T) có thể tích lớn nhất thì hai đường tròn đáy của (T) nằm trên hai mặt phẳng có phương trình dạng $x+ay+bz+c=0$ và $x+ay+bz+d=0$. Giá trị $a+b+c+d$ bằng
A. $-4+4\sqrt{2}$. **B.** -5. **C.** -4. **D.** $-5+4\sqrt{2}$.

- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$ Cho $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{2}$ và hai điểm $A(3;1;2); B(-1;3;-2)$ Mặt cầu tâm I bán kính R đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng d . Khi R đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, I là $(P): 2x + by + cz + d = 0$. Tính $d + b - c$.
A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$ và $B(2;1;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy của (N) cách điểm $E(1;1;1)$ một khoảng là bao nhiêu?
A. $d = \frac{1}{2}$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = \frac{1}{3}$. **D.** $d = 3$
- Câu 39.** Một hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Thiết diện qua đỉnh của hình nón là một tam giác. Diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của thiết diện đó là bao nhiêu?
A. $S_{\max} = 2a^2$. **B.** $S_{\max} = a^2\sqrt{2}$. **C.** $S_{\max} = 4a^2$. **D.** $S_{\max} = \frac{9a^2}{8}$.
- Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1); B(1;3;-2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 3 = 0$. Xét khối nón (N) có đỉnh là tâm I của mặt cầu và đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) và đi qua hai điểm A, B có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$ và $y + mz + e = 0$. Giá trị của $b + c + d + e$ bằng
A. 15.. **B.** -12.. **C.** -14.. **D.** -13.
- Câu 41.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;0;0), B(3;4;-4)$. Xét khối trụ (T) có trục là đường thẳng AB và có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (T) có thể tích lớn nhất, hai đáy của (T) nằm trên hai mặt phẳng song song lần lượt có phương trình là $x + by + cz + d_1 = 0$ và $x + by + cz + d_2 = 0$. Khi đó giá trị của biểu thức $b + c + d_1 + d_2$ thuộc khoảng nào sau đây?
A. $(0;21)$. **B.** $(-11;0)$. **C.** $(-29;-18)$. **D.** $(-20;-11)$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.A	4.C	5.C	6.A	7.A	8.D	9.D	10.B
11.B	12.D	13.B	14.A	15.C	16.D	17.D	18.A	19.C	20.C
21.B	22.B	23	24.A	25.B	26.C	27.C	28.A	29.C	30.B
31.D	32.D	33.C	34.A	35.D	36.B	37.A	38.A	39.A	40.D
41.C									

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 1. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 1$. Xét một điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P) . Gọi khối nón (N) có đỉnh là điểm M và có đường tròn đáy là tập hợp các tiếp điểm vẽ từ M đến mặt cầu (S) . Khi (N) có thể tích nhỏ nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính $a + b + c$

A. -2.

B. 0.

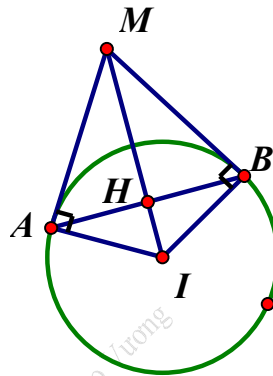
C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

♦ Cắt bởi mặt phẳng đi qua tâm $I(0;1;2)$ và điểm M ta được thiết diện như sau:



Khi đó (N) có bán kính đáy là $R = HA = \frac{AB}{2}$ và đường cao $h = MH$

Để thấy khi M càng gần I thì (N) có $R; h$ càng nhỏ hay thể tích nhỏ nhất khi IM ngắn nhất, tức là M là hình chiếu vuông góc của I lên (P)

♦ Có $t = -\frac{Ax_I + By_I + Cz_I + D}{A^2 + B^2 + C^2} = -\frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0}{1^2 + 1^2 + 1^2} = -1$ và điểm M có tọa độ

$$\begin{cases} x_M = x_I + At = 0 - 1 = -1 \\ y_M = y_I + Bt = 1 - 1 = 0 \\ z_M = z_I + Ct = 2 - 1 = 1 \end{cases} \text{ hay } M(-1; 0; 1)$$

Mặt khác, có $IM = d(I, (P)) = \frac{|0+1+2|}{\sqrt{1+1+1}} = \sqrt{3}$ và $IH \cdot IM = IA^2 = 1^2 \Leftrightarrow IH = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3} IM$

$$\overrightarrow{IH} = \frac{1}{3} \overrightarrow{IM} \quad H\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

Suy ra

và

♦ Mặt phẳng đáy đi qua H và có VTPT $\overrightarrow{IM} = (-1; -1; -1) = -(1; 1; 1)$ nên có phương trình

$$1\left(x + \frac{1}{3}\right) + 1\left(y - \frac{2}{3}\right) + 1\left(z - \frac{5}{3}\right) = 0 \quad \text{hay } x + y + z - 2 = 0. \text{ Suy ra } a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$$

Câu 2. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$; $B(2;1;0)$; $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (5; 2; -1)$.

B. $\vec{n} = (5; 2; 1)$.

C. $\vec{n} = (-5; 2; -1)$.

D. $\vec{n} = (5; -2; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{BC} = (0; -1; 2)$ là một vector chỉ phương của BC

$$\Rightarrow \text{Phương trình tham số của } BC: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\text{Lấy điểm } H \in BC \Rightarrow H(2; 1-t; 2t) \Rightarrow \vec{AH} = (1; -t; 2t-1)$$

$$H \text{ là hình chiếu của } A \text{ trên } BC \Leftrightarrow \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 0 - t \cdot (-1) + (2t-1) \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \vec{AH} = \left(1; -\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$$

Mà $d(A; (P)) \leq AH$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $(P) \perp AH$

Khi đó một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (5; -2; -1)$.

Câu 3. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-4; 1; 5)$, $B(6; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Xét mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc (P) . Bán kính mặt cầu (S) nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{35}$.

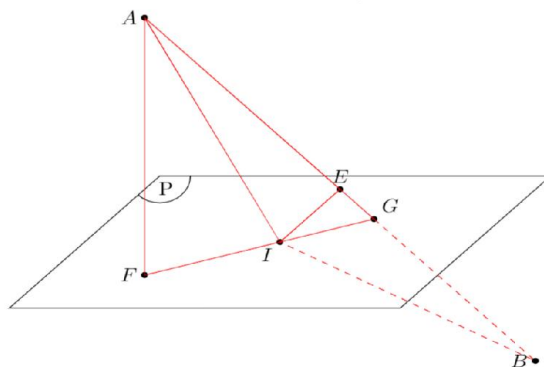
B. $\sqrt{33}$.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn A



Ta có $(P): x + y - z - 1 = 0$, $G = AB \cap (P)$

Thế điểm $A(-4; 1; 5)$, $B(6; -1; 1)$ vào phương trình mặt phẳng thì ta thấy

$$(x_A + y_A - z_A - 1)(x_B + y_B - z_B - 1) < 0 \Rightarrow A \text{ và } B \text{ nằm khác phía so với mặt phẳng } (P).$$

Ta có: $\vec{AB} = (10; -2; -4) \Rightarrow \vec{u} = (-5; 1; 2)$ là VTCP của AB .

Gọi E là trung điểm của AB với $E(1; 0; 3)$ và F là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) .

Gọi I là tâm của mặt cầu (S) cần tìm. Vì $I \in (P)$ nên suy ra điểm I phải thuộc giao tuyến giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng trung trực của AB là (Q) với $\vec{n}_{(Q)} = \vec{u} = (-5; 1; 2)$

Suy ra mặt phẳng $(Q): -5x + y + 2z - 1 = 0$.

Vậy để bán kính mặt cầu (S) nhỏ nhất thì tâm I phải thuộc cả mặt phẳng (AEF)

$$\text{Ta có: } (AB): \begin{cases} x = -4 - 5t \\ y = 1 + t \\ z = 5 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ mà } G = AB \cap (P) \text{ nên}$$

$$\text{Suy ra } -4 - 5t + 1 + t - 5 - 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2} \Rightarrow G\left(\frac{7}{2}; \frac{-1}{2}; 2\right) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AG} = \left(\frac{15}{2}; \frac{-3}{2}; -3\right) \\ \overrightarrow{EG} = \left(\frac{5}{2}; \frac{-1}{2}; -1\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AG = \frac{3\sqrt{30}}{2} \\ EG = \frac{\sqrt{30}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AF = d(A; (P)) = 3\sqrt{3} \\ GF = \sqrt{GA^2 - AF^2} = \frac{9\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{GE}{GF} = \frac{IE}{AF} \\ IE = \frac{GE \cdot AF}{GF} = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy suy ra bán kính nhỏ nhất của mặt cầu } (S) \text{ là } IA = \sqrt{IE^2 + \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{35}.$$

Cách 2. (GVPB đề xuất)

Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là $(Q): -5x + y + 2z - 1 = 0$.

Gọi I là tâm mặt cầu. Khi đó $I \in \Delta = (P) \cap (Q)$.

$$\text{Tọa độ điểm } I \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} -5x + y + 2z - 1 = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Cho } x = t \Rightarrow z = 2t, y = t + 1 \Rightarrow I(t; t + 1; 2t).$$

$$\text{Khi đó } R^2 = IA^2 = (t + 4)^2 + t^2 + (2t - 5)^2 = 6(t - 1)^2 + 35 \geq 35.$$

$$\text{Vậy } \min R = \sqrt{35}.$$

Câu 4. (Chuyên KHTN - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 2), B(-1; 1; 3), C(3; 2; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Biết rằng điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho thứ $MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi $a + b + c$ bằng:

A. -1.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải**Chọn C**

♦ Gọi điểm I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Suy ra: $I(-2; 0; 4)$.

♦ Ta có:

$$\begin{aligned} MA^2 + 2MB^2 - MC^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 2MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}) + IA^2 + 2IB^2 - IC^2 = 2MI^2 + IA^2 + 2IB^2 - IC^2 \end{aligned}$$

$MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI_{\min} \Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên (P) .

$$\text{Khi đó phương trình đường thẳng } MI \text{ đi qua } I \text{ và vuông góc với } (P) \text{ là: } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-2 + t; 2t; 4 - 2t).$$

$$\diamond M \in (P) \Rightarrow 9t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(-1; 2; 2) \Rightarrow a + b + c = 3..$$

Câu 5. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):$

$x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Gọi

Δ là đi qua A nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi

$\vec{u} = (a; b; 1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ . Giá trị của $a + 2b$ là:

A. 4.

B. 0.

C. -3.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; -4)$

Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$

Gọi $H(1+2t; -1-t; 3+t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t; -4-t; 2+t)$

H là hình chiếu của A trên $d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow 4t + 4 + t + 2 + t = 0 \Leftrightarrow t = -1$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-2; -3; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AH}, \vec{n}] = \left(\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (11; -7; 1)$

Để thấy $d(\Delta; d) \leq AH = \sqrt{14}$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \Delta$ là đường thẳng đi qua A nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng Δ . Do đó đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (11; -7; 1)$.

$\Rightarrow a = 11; b = -7$. Vậy $a + 2b = -3$.

Câu 6. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; -2; 4), B(-2; 6; 4)$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \\ z = t \end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$ và

N là điểm di động thuộc d . Tìm giá trị nhỏ nhất của MN ?

A. 2

B. 8

C. $\sqrt{73}$

D. $5\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) nên suy ra $M(x; y; 0)$

Mà $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên suy ra $AM \perp BM \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$

Ta lại có: $\overrightarrow{AM} = (x-4; y+2; -4), \overrightarrow{BM} = (x+2; y-6; -4)$ như vậy phương trình trên tương đương với:

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Rightarrow (x-4)(y+2) + (y+2)(y-6) + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$$

Suy ra tập hợp các điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn (C) có tâm $I(1; 2; 0)$ và bán kính $R = 3$

với đường tròn (C) là giao tuyến giữa mặt cầu đường kính AB và mặt phẳng (Oxy)

Gọi $N_0 = d \cap (Oxy) \Rightarrow N_0(5; -1; 0)$ mà ta có N là điểm di động thuộc d nên suy ra ta có:

$$MN \geq MN_0 \geq M_0N_0 \text{ với } M_0 = IN_0 \cap (C)$$

$M_0N_0 = IN_0 - R = 5 - 3 = 2$ nên suy ra giá trị nhỏ nhất của MN bằng 2 với dấu bằng xảy ra khi

$$\overrightarrow{IM_0} = \frac{3}{5} \overrightarrow{IN_0} \Rightarrow M_0\left(\frac{17}{5}; \frac{1}{5}; 0\right)$$

Câu 7. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm

$A(3; -2; 3); B(1; 0; 5)$. Tìm tọa độ điểm $M \in (Oxy)$ sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất:

A. $\left(\frac{9}{4}; -\frac{5}{4}; 0\right)$.

B. $\left(\frac{9}{4}; \frac{5}{4}; 0\right)$.

C. $\left(-\frac{9}{4}; -\frac{5}{4}; 0\right)$.

D. $\left(-\frac{9}{4}; \frac{5}{4}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Để thấy $A(3; -2; 3)$ và $B(1; 0; 5)$ nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy)

Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow A'(3; -2; -3)$

$\Rightarrow \overrightarrow{A'B} = (-2; 2; 8) \Rightarrow \vec{u} = (1; -1; -4)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng $A'B$

$$\Rightarrow \text{Phương trình đường thẳng } A'B \text{ là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 5 - 4t \end{cases}$$

Ta có: $MA + MB = MA' + MB \geq A'B = 6\sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M = A'B \cap (Oxy) \Leftrightarrow$ Tọa độ điểm M thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 5 - 4t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{4} \\ x = \frac{9}{4} \\ y = -\frac{5}{4} \\ z = 0 \end{cases}$$

Vậy $M\left(\frac{9}{4}; -\frac{5}{4}; 0\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

- Câu 8. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. Điểm M là điểm trên đường thẳng d sao cho $(MA + 2MB + 3MC)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ điểm M là
- A. 2. B. -2. C. -1. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Vì $M \in d$ nên $M(-2+t; -1+t; t)$.

Khi đó:

$$\begin{aligned} MA + 2MB + 3MC &= \sqrt{(5-t)^2 + (-1+t)^2 + (-t)^2} + 2\sqrt{(2-t)^2 + (4-t)^2 + (-t)^2} \\ &\quad + 3\sqrt{(2-t)^2 + (1-t)^2 + (3-t)^2} \\ \Leftrightarrow MA + 2MB + 3MC &= \sqrt{3t^2 - 12t + 26} + 2\sqrt{3t^2 - 12t + 20} + 3\sqrt{3t^2 - 12t + 14} \\ \Leftrightarrow MA + 2MB + 3MC &= \sqrt{3(t-2)^2 + 14} + 2\sqrt{3(t-2)^2 + 8} + 3\sqrt{3(t-2)^2 + 2} \\ &\geq \sqrt{14} + 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $t-2=0 \Leftrightarrow t=2$.

Khi đó: $M(0; 1; 2)$. Vậy, tung độ điểm M cần tìm bằng 1.

- Câu 9. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y + \sqrt{2})^2 + z^2 = 16$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng có phương trình $y - 2\sqrt{2} = 0$ sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?
- A. 26. B. 32. C. 28. D. 45.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -\sqrt{2}; 0)$ và bán kính $R = 4$.

$A(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng có phương trình $y - 2\sqrt{2} = 0$ nên $b = 2\sqrt{2}$. Hay $A(a; 2\sqrt{2}; c)$.

Tập tất cả các tiếp điểm của tiếp tuyến đi qua A là một đường tròn (C) . Gọi BC là một đường kính của (C) . Khi đó $\widehat{BAC}$ là góc có số đo lớn nhất trong tất cả các góc còn lại.

Như vậy điều kiện có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau là góc $90^\circ \leq \widehat{BAC} < 180^\circ$.

Trong trường hợp $\widehat{BAC} = 90^\circ$ thì $ABIC$ là hình vuông nên ta có $AI = 4\sqrt{2}$.

Như vậy, suy ra: YCBT $\Leftrightarrow IA \leq 4\sqrt{2}$. Hay $IA = \sqrt{a^2 + 18 + c^2} \leq 4\sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 + c^2 \leq 14$.

Do a, c là các số nguyên nên xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $a = 0 \Rightarrow c \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3\}$. Có 7 điểm.

Trường hợp 2: $a = \pm 1 \Rightarrow c \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3\}$. Có 14 điểm.

Trường hợp 3: $a = \pm 2 \Rightarrow c \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3\}$. Có 14 điểm.

Trường hợp 4: $a = \pm 3 \Rightarrow c \in \{0; \pm 1; \pm 2\}$. Có 10 điểm.

Vậy có tổng $7 + 14 + 14 + 10 = 45$ điểm thỏa mãn bài toán.

Câu 10. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2; 3; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) . Hỏi điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào có phương trình dưới đây?

A. $3x + 4y + 2 = 0$. **B.** $3x + 4y - 2 = 0$. **C.** $6x + 8y - 11 = 0$. **D.** $6x + 8y + 11 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; -1; -1)$ và bán kính $R = 3$.

Do AM là tiếp tuyến của mặt cầu (S) nên $IM \perp AM$ suy ra $AM = \sqrt{AI^2 - IM^2}$.

Ta có $AI = 5, IM = R = 3$. Suy ra $AM = \sqrt{AI^2 - IM^2} = 4$

Tập hợp các tiếp điểm M tạo thành đường tròn có tâm là H . Khi đó ta có $\triangle AHM$ đồng dạng với $\triangle AMI$

$$\text{Suy ra } \frac{AH}{AM} = \frac{AM}{AI} \Rightarrow AH = \frac{AM^2}{AI} = \frac{16}{5}$$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm M . Khi đó (α) có vector pháp tuyến là

$$\vec{n} = \vec{AI} = (-3; -4; 0) \text{ nên phương trình } (\alpha) \text{ có dạng } -3x - 4y - d = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y + d = 0$$

$$\text{Do } d(A, (\alpha)) = AH \Leftrightarrow \frac{|18 + d|}{5} = \frac{16}{5} \Leftrightarrow |18 + d| = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ d = -34 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (\alpha_1): 3x + 4y - 2 = 0; (\alpha_2): 3x + 4y - 34 = 0$$

$$\text{Do } d(I, (\alpha_1)) = \frac{9}{5} < 3 \text{ nên } (\alpha_1) \text{ không cắt } (S) \text{ (nhận)}$$

$$\text{Và } d(I, (\alpha_2)) = \frac{41}{5} > 3 \text{ nên } (\alpha_2) \text{ cắt } (S) \text{ (loại)}$$

Câu 11. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 4z + 5 = 0$ cắt mặt phẳng (P) tại điểm B . Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) , nhìn đoạn AB dưới góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB .

A. $MB = \frac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $MB = \sqrt{5}$. **C.** $MB = \sqrt{41}$. **D.** $MB = \frac{\sqrt{41}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

$$\Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}.$$

$$\Rightarrow B(1+3t; 2+4t; -3-4t) \in (Q).$$

$$\text{Do } B \in (P) \Rightarrow 2(1+3t) + 2(2+4t) - (-3-4t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1).$$

Nhận xét: Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) , nhìn đoạn AB dưới góc vuông nên M di chuyển trên đường tròn giao tuyến (C) của mặt cầu đường kính AB và (P) .

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; 0; -1\right), IB = \frac{\sqrt{41}}{2}.$$

$$\text{Gọi } O \text{ là tâm của đường tròn giao tuyến } (C) \Rightarrow OI = d(I, (P)) = \frac{\left|2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 \cdot 0 - (-1) + 9\right|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3.$$

Nhận xét: MB lớn nhất $\Leftrightarrow MB$ là đường kính của $(C) \Leftrightarrow O$ là trung điểm của MB .

$$\text{Vậy } MB = 2.OB = 2\sqrt{IB^2 - OI^2} = 2\sqrt{\frac{41}{4} - 9} = \sqrt{5}.$$

Câu 12. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Trong mặt phẳng (α) cho hai tia Ox, Oy , góc $\widehat{OxOy} = 60^\circ$. Trên tia Oz vuông góc với mặt phẳng (α) tại O , lấy điểm S sao cho $SO = a$. Gọi M, N là các điểm lần lượt di động trên hai tia Ox, Oy sao cho $OM + ON = a$ ($a > 0$ và M, N khác O). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của O trên hai cạnh SM, SN . Khi M, N di động trên hai tia Ox, Oy mặt cầu ngoại tiếp đa diện $MNHOK$ có diện tích nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

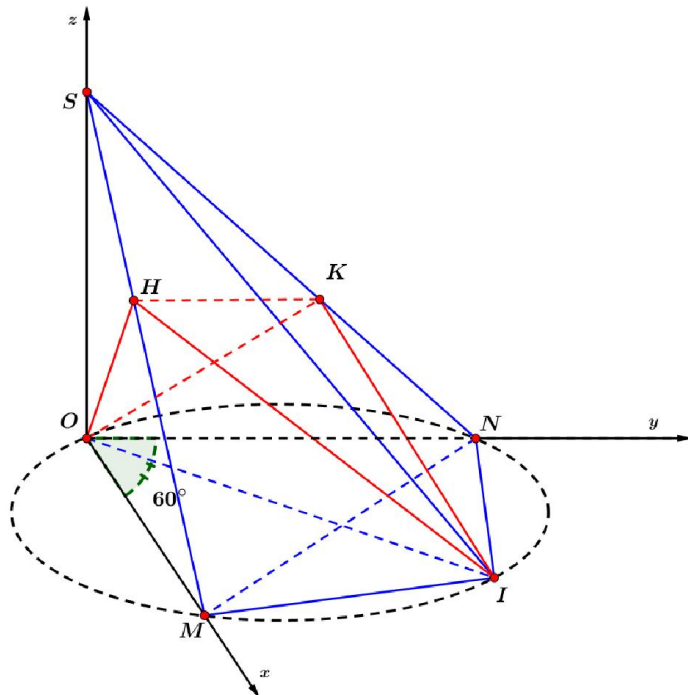
A. $\frac{2\pi a^2}{3}$.

B. πa^2 .

C. $2\pi a^2$.

D. $\frac{\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta gọi: OI là đường kính của đường tròn ngoại tiếp của tam giác OMN

Khi đó, ta có: $IM \perp OM$ tại M và $IN \perp ON$ tại N (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \widehat{OMI} = \widehat{ONI} = 90^\circ \quad (1)$$

$$\text{Mà } \begin{cases} SO \perp MI \\ SO \perp NI \end{cases}; (SO \perp (OMN)) \text{ nên suy ra } \begin{cases} IM \perp (SOM) \\ IN \perp (SON) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{SMI} = \widehat{SNI} = 90^\circ \\ OH \perp MI, OK \perp NI \end{cases}$$

$$\text{Mà mặt khác: } \begin{cases} OH \perp SM \\ OK \perp SN \end{cases} \text{ nên suy ra } \begin{cases} OH \perp (SMI) \\ OK \perp (SNI) \end{cases} \Rightarrow \widehat{OHI} = \widehat{OKI} = 90^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2), với 4 điểm M, H, K, N cùng nhìn đoạn thẳng OI dưới góc vuông, suy ra $R_{(MNOHK)} = R_{\Delta OMN}$

Như vậy suy ra mặt cầu ngoại tiếp đa diện $MNHOK$ có diện tích nhỏ nhất khi OI nhỏ nhất

$$\text{Ta có: } 2R_{\Delta OMN} = \frac{MN}{\sin \widehat{MON}} = \frac{MN}{\sin 60^\circ} \Rightarrow R_{\Delta OMN} = \frac{MN}{\sqrt{3}}$$

$$MN = \sqrt{OM^2 + ON^2 - 2 \cdot OM \cdot ON \cdot \cos 60^\circ}$$

$$\Rightarrow MN^2 = (OM + ON)^2 - 3 \cdot OM \cdot ON \geq a^2 - 3 \left(\frac{OM + ON}{2} \right)^2 = a^2 - 3 \left(\frac{a}{2} \right)^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow MN_{\min} = \frac{a}{2} R_{\Delta OMN} = \frac{a}{2} R_{(MNOHK)} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{Suy ra mặt cầu ngoại tiếp đa diện } MNHOK \text{ có diện tích nhỏ nhất bằng } S_{\min} = 4\pi \left(\frac{a}{2\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{\pi a^2}{3}$$

Câu 13. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 24$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x + y = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(6; -10; 3)$ là lớn nhất.

A. -1.

B. -4.

C. 2.

D. -5.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 24$ có tâm $I(0; 2; -3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{6}$.

$d = d(I; (\alpha)) = \sqrt{2}$. Gọi r là bán kính đường tròn (C) , ta có $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{24 - 2} = \sqrt{22}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α) . Khi đó H là tâm của đường tròn giao tuyến. Suy ra $H(-1; 1; -3)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên (α) . Suy ra $K(8; -8; 3)$. Ta có $\overline{HK}(9; -9; 6)$.

Ta có $AM = \sqrt{KM^2 + d^2(A; (\alpha))}$, do $d^2(A; (\alpha))$ không đổi nên AM lớn nhất khi KM lớn nhất.

$$\text{Phương trình đường thẳng } HK: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 - 3t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$

Đường thẳng HK cắt đường tròn (C) tại hai điểm. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2t \\ x^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2t \\ (-1 + 3t)^2 + (-1 - 3t)^2 + (2t)^2 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2t \\ \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases} \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm là $M_1(2; -2; -1)$ và $M_2(-4; 4; -5)$.

$$\text{Xét } KM_1 = \sqrt{6^2 + (-6)^2 + 4^2} = \sqrt{88} \text{ và } KM_2 = \sqrt{12^2 + (-12)^2 + 8^2} = \sqrt{352}.$$

Vậy điểm $M \equiv M_2(-4; 4; -5)$. Suy ra hoành độ điểm M là -4 .

Câu 14. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 2)$, $B(2; 3; -1)$, $C(0; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 7 = 0$. Khi điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P) , hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $E = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$?

A. 8.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $4\sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

♦ Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$: $G(1; 2; 1)$ và $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

♦ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{MG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3\overrightarrow{MG}$.

$$\Rightarrow E = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3.MG.$$

Do đó giá trị min E đạt được khi min MG .

♦ Gọi H là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (P) :

$$M \in (P) \Rightarrow MG \geq HG = d(G; (P)) = \frac{|1 - 2.2 + 2 - 7|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{8}{3}.$$

$$\Rightarrow \min MG = \frac{8}{3} \text{ khi: } M \equiv H \text{ hay } M \text{ là hình chiếu của } G \text{ lên } (P) \Rightarrow M\left(\frac{17}{9}; \frac{2}{9}; \frac{25}{9}\right).$$

$$\text{Vậy: } \min E = 3 \cdot \min MG = 3 \cdot \frac{8}{3} = 8.$$

Câu 15. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$ tâm I

và điểm $A(2; 2; 1)$. Xét các điểm B, C, D thay đổi thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc nhau. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (BCD) có giá trị lớn nhất bằng $\frac{m}{n}$ (với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản). Tích $m.n$ bằng?

A. 42.

B. 30.

C. 15.

D. 14.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 5$; $A(2; 2; 1)$ thuộc mặt cầu.

Gọi G là trọng tâm $\triangle BCD$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \\ \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}.$$

$$\Rightarrow G\left(0; 2; -\frac{5}{3}\right)$$

Do A, I cố định nên G cố định.

$$\Rightarrow d(I; (BCD)) \leq IG$$

$$d(I; (BCD))_{\max} = IG = \frac{5}{3} \Rightarrow \begin{cases} m=5 \\ n=3 \end{cases} \Rightarrow m.n=15.$$

Câu 16. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;1;-2), B(1;-5;4), C(5;-1;0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M trong mặt phẳng Oxz sao cho $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = 10$ là một đường tròn tâm $H(a;0;c)$, bán kính bằng r . Tính tổng $T = a + c + r$.

A. 0.

B. -3.

C. 10.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Xét điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(8;4;-5)$.

Ta có: $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} - 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})| = 2MI = 10 \Rightarrow MI = 5$.

Do đó M thuộc mặt cầu tâm I , bán kính $R = 5$.

Vậy $H(a;0;c)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng Oxz suy ra

$$H(8;0;-5) \Rightarrow a=8; c=-5; r = \sqrt{R^2 - d^2(I; (Oxz))} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

Vậy $a + c + r = 8 - 5 + 3 = 6$.

Câu 17. (Sở Lào Cai - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;0); B(-1;2;4)$. Xét trụ (T) nội tiếp mặt cầu đường kính AB và có trục nằm trên đường thẳng AB . Thể tích khối trụ đạt giá trị lớn nhất thì chứa đường tròn đáy đi qua điểm nào dưới đây?

A. $C(0;-1;-2\sqrt{3})$.

B. $C(0;-1;2\sqrt{3})$.

C. $C(1;0;-2\sqrt{3})$.

D. $C(-1;0;2\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-4;4;4)$. Bán kính mặt cầu $R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(-4)^2 + 4^2 + 4^2} = 2\sqrt{3}$

Gọi $O(1;0;2)$ là tâm của mặt cầu

Gọi h là chiều cao của trụ, r là bán kính đáy của trụ

$$\text{Ta có: } V_T = \pi r^2 h = \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) h = f(h)$$

$$\text{Xét hàm số } f(h) \text{ có: } f'(h) = \pi R^2 - \frac{3\pi}{4} h^2 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Suy ra: } V_{T(\max)} \text{ khi } h = \frac{2R\sqrt{3}}{3} = 4$$

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đáy của trụ, suy ra mp (P) nhận $\overrightarrow{AB}(-4;4;4)$ làm VTPT và cách O một khoảng bằng 2

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng là: $-4x + 4y + 4z + D = 0$

$$d((P), O) = \frac{|-4.1 + 4.0 + 4.2 + D|}{\sqrt{(-4)^2 + 4^2 + 4^2}} = \frac{|4 + D|}{4\sqrt{3}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -4 - 8\sqrt{3} \\ D = -4 + 8\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } (P_1): -4x + 4y + 4z - 4 - 8\sqrt{3} = 0$$

$$(P_2): -4x + 4y + 4z - 4 + 8\sqrt{3} = 0$$

Thay các đáp án, ta thấy đáp án D nằm trên (P_1) .

Câu 18. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa cạnh AB và vuông góc với (ABC) . (C) là đường tròn đường kính AB và nằm trong mặt phẳng (P) . Gọi S là một điểm bất kỳ nằm trên (C) , S khác A, B . Khi đó khoảng cách từ tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ đến mặt phẳng $(Q): 2x+3y+z+1=0$ bằng

A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$.

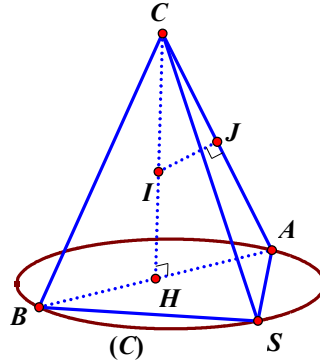
B. $\frac{3}{2\sqrt{14}}$.

C. $\frac{6}{\sqrt{14}}$.

D. $\frac{3}{\sqrt{14}}$.

Lời giải

Chọn A



♦ Để thấy tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ không phụ thuộc vị trí điểm S .

Gọi $H\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$ là trung điểm AB . Suy ra H là tâm của (C) và $CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (SAB)$ hay

CH là trục của đường tròn (C) . Có $\overrightarrow{CH} = \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -3\right) = \frac{3}{2}(1; 1; -2)$ suy ra CH có phương trình $x=t; y=t; z=3-2t$.

♦ Mặt phẳng trung trực đoạn AC đi qua trung điểm $J\left(\frac{3}{2}; 0; \frac{3}{2}\right)$ của AC và có VTPT là

$\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 3) = -3(1; 0; -1)$ nên có phương trình: $(x - \frac{3}{2}) - (z - \frac{3}{2}) = 0$ hay $(\alpha): x - z = 0$

♦ Suy ra tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ là giao điểm I của CH và (α) , tìm được

$$I(1; 1; 1). \text{ Do đó } d(I, (Q)) = \frac{|2+3+1+1|}{\sqrt{4+9+1}} = \frac{7}{\sqrt{14}}$$

Câu 19. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1), B(0;1;2), C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$. Gọi I là điểm thuộc (P) sao cho $S = IA^2 + 2IB^2 + IC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài OI bằng

A. $\sqrt{46}$.

B. $3\sqrt{5}$.

C. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{46}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

♦ Có $S = \overline{IA}^2 + 2\overline{IB}^2 + \overline{IC}^2 = (\overline{IM} + \overline{MA})^2 + 2(\overline{IM} + \overline{MB})^2 + (\overline{IM} + \overline{MC})^2$ (với M tùy ý)

Hay $S = 4IM^2 + (MA^2 + 2MB^2 + MC^2) + 2\overline{IM}(\overline{MA} + 2\overline{MB} + \overline{MC})$

♦ Chọn M sao cho $\overline{MA} + 2\overline{MB} + \overline{MC} = \vec{0}$. Suy ra $M\left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{3}{2}\right)$

Khi đó $S = 4MI^2 + (MA^2 + 2MB^2 + MC^2)$ và dễ thấy S nhỏ nhất khi và chỉ khi MI ngắn nhất

hay I là hình chiếu vuông góc của M lên (P) . Suy ra $I\left(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; 1\right)$ và $OI = \frac{5\sqrt{2}}{4}$.

Câu 20. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;6;0), C(0;0;5)$ và điểm N sao cho $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. Một mặt phẳng (P) thay đổi cắt các đoạn thẳng OA, OB, OC, ON lần lượt tại các điểm A_1, B_1, C_1, N_1 thỏa mãn $\frac{OA}{OA_1} + \frac{OB}{OB_1} + \frac{OC}{OC_1} = 2019$ và $N_1 = (x_0; y_0; z_0)$ khi đó

- A. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{11}{2019}$. B. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{18}{2019}$.
C. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{13}{2019}$. D. $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{19}{2019}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (2; 6; 5) \Rightarrow N(2; 6; 5)$

Ta thấy: $OA = 2, OB = 6, OC = 5$

Gọi $A_1(a; 0; 0), B_1(0; b; 0), C_1(0; 0; c)$ lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) với các đoạn thẳng $OA, OB, OC \Rightarrow 0 < a \leq 2, 0 < b \leq 6, 0 < c \leq 5$

Như vậy ta có: $OA_1 = a, OB_1 = b, OC_1 = c$. Mặt phẳng (P) đi qua A_1, B_1, C_1 nên sẽ có phương trình

$(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Mà $\frac{OA}{OA_1} + \frac{OB}{OB_1} + \frac{OC}{OC_1} = 2019$ nên suy ra $\frac{2}{a} + \frac{6}{b} + \frac{5}{c} = 2019$

$$\Rightarrow \frac{2}{2019a} + \frac{6}{2019b} + \frac{5}{2019c} = 1 \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{6}{b} + \frac{5}{c} = 2019 \Rightarrow (P) \text{ đi qua } E\left(\frac{2}{2019}; \frac{6}{2019}; \frac{5}{2019}\right)$$

Ta thấy: $\overrightarrow{OE} = \left(\frac{2}{2019}; \frac{6}{2019}; \frac{5}{2019}\right) = \frac{1}{2019} \overrightarrow{ON} \Rightarrow E \in ON$

Mà ta lại có $E \in (P), E \in ON$ nên suy ra E là giao điểm của (P) với đoạn ON

$$\Rightarrow E \equiv N_1(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow x_0 = \frac{2}{2019}; y_0 = \frac{6}{2019}; z_0 = \frac{5}{2019}. \text{ Vậy } x_0 + y_0 + z_0 = \frac{13}{2019}$$

Câu 21. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a; b; c)$ ($a > 0$) nằm trên đường thẳng (d) sao cho từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (với A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB} = 60^\circ, \widehat{BMC} = 90^\circ$ và $\widehat{CMA} = 120^\circ$. Tính $Q = a + b + c$.

- A. $Q = 1$. B. $Q = 2$. C. $Q = \frac{10}{3}$. D. $Q = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ptmc } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1; 2; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$.

Đặt $MA = x$, do MA, MB, MC là các tiếp tuyến kẻ từ M đến mặt cầu nên: $MA = MB = MC = x$.

Từ giả thiết ta có $AB = x, BC = x\sqrt{2}, CA = x\sqrt{3}$ mà ta nhận thấy thêm $CA^2 = CB^2 + BA^2$ nên suy ra $\triangle ABC$ vuông tại B .

Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AC, AB .

Ta có: $\begin{cases} AB \perp MK \\ AB \perp HK \end{cases} \Rightarrow AB \perp (HMK) \Rightarrow AB \perp HM$ mà $HM \perp AC$ nên suy ra $HM \perp (ABC)$.

Suy ra M, H, I thẳng hàng, MC là tiếp tuyến nên $MC \perp IC$. Khi đó $CH = \frac{x\sqrt{3}}{2}$, $IC = R = 3\sqrt{3}$.

Áp dụng công thức tính đường cao trong $\triangle IMC$ vuông tại C , ta có:

$$\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CI^2} + \frac{1}{CM^2} \Rightarrow \frac{4}{3x^2} = \frac{1}{27} + \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = MA = 3 \Rightarrow MI = 6.$$

Mà $M \in (d) \Rightarrow$ Gs $M(t-1; t-2; t+1)$ với $a = t-1 > 0$; do $I(1; 2; -3)$, $MI = 6$

$$\Rightarrow (t-2)^2 + (t-4)^2 + (t+4)^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=\frac{4}{3} \Rightarrow t=\frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy tọa độ của điểm M là $M\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right) \Rightarrow Q = a + b + c = 2$.

Câu 22. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-m}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+m^2}{1}$ và hai điểm $M(-1; 4; 1)$, $N(3; -2; 0)$. Gọi $H(a; b; c)$, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N lên đường thẳng Δ sao cho khối tứ diện $HKNM$ có thể tích nhỏ nhất. Tính giá trị $T = a - 2b + c$?

A. $T = 8$.

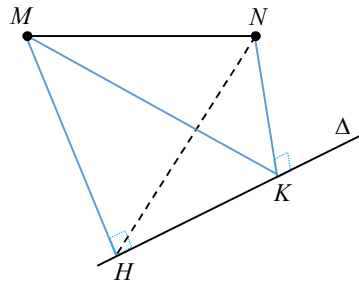
B. $T = -8$.

C. $T = -3$.

D. $T = 5$.

Lời giải

Chọn B



♦ Từ dữ kiện đầu bài, ta tính được:

$$\overrightarrow{MN} = (4; -6; -1); MN = \sqrt{53}; \vec{u}_\Delta = (1; -2; 1); [\vec{u}_\Delta; \overrightarrow{MN}] = (8; 5; 2); (\vec{u}_\Delta, \overrightarrow{MN}) \approx 32,73^\circ;$$

$$\cos(MN; HK) \approx 0.84; \sin(MN; HK) \approx 0.54; HK = MN \cdot \cos(\vec{u}_\Delta; \overrightarrow{MN}) \approx 7.09$$

$$V_{HKNM} = \frac{1}{6} HK \cdot MN \cdot d(HK; MN) \cdot \sin(HK; MN)$$

Trong đó: $HK, MN, \sin(HK; MN)$ là các hằng số được tính ở trên

$\Rightarrow$ Giá trị $\min V_{HKNM}$ đạt được khi $\min d(HK; MN)$

♦ Gọi $E(m; -1; -m^2) \in \Delta; \overrightarrow{ME} = (m+1; -5; -m^2-1)$

$$\begin{aligned} d(HK; MN) &= \frac{|\vec{u}_\Delta; \overrightarrow{ME}|}{|\vec{u}_\Delta; \overrightarrow{MN}|} = \frac{|8(m+1) - 25 - 2(m^2+1)|}{\sqrt{93}} = \frac{|-2m^2 + 8m - 19|}{\sqrt{93}} \\ &= \frac{|2(m^2 - 4m + 4) + 11|}{\sqrt{93}} = \frac{|2(m-2)^2 + 11|}{\sqrt{93}} \geq \frac{11}{\sqrt{93}} \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi: } m = 2 \Rightarrow \Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+4}{1}$$

♦ Phương trình mặt phẳng (P) qua $M(-1; 4; 1)$ và vuông góc với Δ là:

$$\vec{u}_{(P)} = \vec{u}_\Delta = (1; -2; 1); (P): (x+1) - 2(y-4) + (z-1) = 0 \Leftrightarrow (P): x - 2y + z + 8 = 0$$

$$H \equiv (P) \cap \Delta \Rightarrow \text{tọa độ của } H \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} \\ \frac{x-2}{1} = \frac{z+4}{1} \\ x-2y+z+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{5}{3} \\ z = -\frac{16}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{16}{3}\right) \Rightarrow a = \frac{2}{3}, b = \frac{5}{3}, c = -\frac{16}{3} \Rightarrow T = a - 2b + c = \frac{2}{3} - 2 \cdot \frac{5}{3} - \frac{16}{3} = -8.$$

Câu 23. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$, điểm $A(3; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 3 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (P) một góc φ . Biết khoảng cách giữa Δ và d là 3. Tính giá trị nhỏ nhất của $\cos \varphi$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có vtp $\vec{n} = (1; 2; 2)$

Đường thẳng d đi qua $O(0; 0; 0)$ và có vtcp $\vec{u} = (3; 2; 2)$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(3; -1; -1)$ và có vtcp $\vec{u}' = (a; b; c)$

$$\text{Ta có } \sin \varphi = \frac{|\vec{u}' \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}'| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|a + 2b + 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\text{Lại có } d(d, \Delta) = \frac{|[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \vec{OA}|}{|[\vec{u}, \vec{u}']|}$$

$$[\vec{u}, \vec{u}'] = (2c - 2b; 2a - 3c; 3b - 2a)$$

$$d(d, \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|3(2c - 2b) + 3c - 2a + 2a - 3b|}{\sqrt{(2c - 2b)^2 + (2a - 3c)^2 + (3b - 2a)^2}} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{|9(c - b)|}{\sqrt{8a^2 + 13b^2 + 13c^2 - 12ab - 12ac - 8bc}} = 3$$

$$\Leftrightarrow 81(c - b)^2 = 9(8a^2 + 13b^2 + 13c^2 - 12ab - 12ac - 8bc)$$

$$\Leftrightarrow 9(c - b)^2 = 8a^2 + 13b^2 + 13c^2 - 12ab - 12ac - 8bc$$

$$\Leftrightarrow 9c^2 - 18bc + 9b^2 = 8a^2 + 13b^2 + 13c^2 - 12ab - 12ac - 8bc$$

$$\Leftrightarrow 8a^2 + 8b^2 + 8c^2 - 12ab - 12ac + 10bc = 0 \Leftrightarrow 4a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 6ab - 6ac + 5bc = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 + 2(b + c)^2 - 6a(b + c) = -bc$$

$$\text{Khi đó } \sin \varphi = \frac{|a + 2(b + c)|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|a + 2(b + c)|}{3\sqrt{a^2 + (b + c)^2 - 2bc}}$$

$$= \frac{|a + 2(b + c)|}{3\sqrt{a^2 + (b + c)^2 + 8a^2 + 4(b + c)^2 - 12a(b + c)}} = \frac{|a + 2(b + c)|}{3\sqrt{9a^2 + 5(b + c)^2 - 12a(b + c)}}$$

♦ Đặt $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4z - 3 = 0$ là phương trình mặt cầu tâm $I(3; 0; -2)$ có bán kính

$R = \sqrt{3^2 + 0^2 + (-2)^2 - (-3)} = 4$ và mặt phẳng $(P): mx - 2y - z + 3m = 0$.

♦ Bài toán đề hệ phương trình có nghiệm duy nhất, tức là mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu.

♦ Ta có $d[I, (P)] = R \Leftrightarrow \frac{|3m - 2 \cdot 0 - (-2) + 3m|}{\sqrt{m^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 4$

$$\Leftrightarrow |6m + 2| = 4\sqrt{m^2 + 5} \Leftrightarrow 36m^2 + 24m + 4 = 16m^2 + 80 \Leftrightarrow 20m^2 + 24m - 76 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-3 - 2\sqrt{26}}{5} \\ m = \frac{-3 + 2\sqrt{26}}{5} \end{cases}. \text{ Vậy } \frac{-3 - 2\sqrt{26}}{5} + \frac{-3 + 2\sqrt{26}}{5} = -\frac{6}{5}.$$

Câu 26. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(1; 2; 0), M(-1; 3; 4)$. Gọi d là đường thẳng qua B vuông góc với AB đồng thời cách M một khoảng cách nhỏ nhất. Một véc tơ chỉ phương của d có dạng $\vec{u} = (2; a; b)$. Tính tổng $a + b$

A. 1.

B. 2

C. -1.

D. -2.

Lời giải

Chọn C

Gọi (α) là mặt phẳng qua điểm B và vuông góc với AB , khi đó phương trình $(\alpha): z = 0$ ($(\alpha) \equiv Oxy$) và $d \subset (\alpha)$

Gọi H, K là lần lượt là hình chiếu của M lên (α) và d .

Ta có $d(M; d) = MK \geq MH$, suy ra giá trị nhỏ nhất của $d(M; d) = MH$, khi đó d qua $H(-1; 3; 0)$.

d có vectơ chỉ phương là $\vec{HB} = (2; -1; 0) \Rightarrow \vec{u} = (2; -1; 0) \Rightarrow a = -1; b = 0 \Rightarrow a + b = -1$.

Câu 27. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(0; 0; -3), B(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Tìm $M(a; b; c) \in (P)$ thỏa mãn $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất, tính $T = a + b + c$.

A. $T = \frac{311}{183}$.

B. $\frac{-131}{61}$.

C. $\frac{-35}{183}$.

D. $\frac{85}{61}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là điểm thỏa mãn $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow I\left(\frac{4}{3}; 0; -\frac{5}{3}\right)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MA^2 + 2MB^2 &= (\vec{MI} + \vec{IA})^2 + 2(\vec{MI} + \vec{IB})^2 = 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 2\vec{MI}(\vec{IA} + 2\vec{IB}) \\ &= 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2. \end{aligned}$$

Do $IA^2 + 2IB^2$ không đổi nên $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất khi MI^2 nhỏ nhất suy ra M là hình chiếu vuông góc của I lên (P) .

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) suy ra d có phương trình

Suy ra $a+b+c=\frac{-1}{3}+2t=\frac{-35}{183}$.

A. $T = 65$. **B.** $T = 52$. **C.** $T = 77$. **D.** $T = 33$.

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} = \left(-3; -\frac{27}{2}; 9\right) \Rightarrow (P) \text{ nhận } \vec{n} = (2; 9; -6) \text{ làm vec tơ pháp tuyến.}$$

A. $b+c+d=2$. **B.** $b+c+d=4$. **C.** $b+c+d=3$. **D.** $b+c+d=1$.

Chọn C

$$d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|5-3b+7c+d|}{\sqrt{1+b^2+c^2}} = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|-11b+5c+5|}{\sqrt{1+b^2+c^2}} = 6\sqrt{2}$$

Facebook **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong> Trang 17

$$\Rightarrow d(B; (P)) \leq \frac{|(-11b+5c+5)|}{\sqrt{1+b^2+c^2}} + \frac{|4(-b+4c+1)|}{\sqrt{1+b^2+c^2}} = 6\sqrt{2} + \frac{|4(-b+4c+1)|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$$

$$\Rightarrow d(B; (P)) \leq 6\sqrt{2} + 4 \frac{\sqrt{(1^2+4^2+1^2)(b^2+c^2+1^2)}}{\sqrt{1+b^2+c^2}} = 18\sqrt{2}.$$

Vậy khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất là $18\sqrt{2}$ khi

$$\begin{cases} (-11b+5c+5) \cdot (-b+4c+1) > 0 \\ \frac{b}{-1} = \frac{c}{4} = \frac{1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow b = -1; c = 4.$$

Từ đây có $b = -1; c = 4; d = 0 \Rightarrow b + c + d = 3$

Câu 30. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu

$(S_1), (S_2)$: (S_1) có tâm $I\left(0, 0, \frac{21}{2}\right)$, bán kính $r_1 = 6$ và (S_2) có tâm $J(0, 0, 1)$, bán kính $r_2 = \frac{9}{2}$.

Hỏi có bao nhiêu điểm $M(x, y, z)$ với x, y, z nguyên thuộc phần giao của hai khối cầu?

A. 11. B. 13. C. 9. D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + \left(z - \frac{21}{2}\right)^2 = 36$.

Và phương trình mặt cầu $(S_2): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \frac{81}{4}$.

Điểm $M(x, y, z)$ thuộc giao của hai khối cầu $(S_1), (S_2)$ nên tọa độ điểm $M(x, y, z)$ là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \left(z - \frac{21}{2}\right)^2 \leq 36 \\ x^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq \frac{81}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq \frac{81}{4} \\ z = 5 \end{cases}$$

Từ đó suy ra $x^2 + y^2 + (5-1)^2 \leq \frac{81}{4} \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq \frac{17}{4}$.

Do $x, y \in \mathbb{Z}$ và $x^2 + y^2 \leq \frac{17}{4}$ suy ra $\begin{cases} x = 0 \\ y = \pm 1 \end{cases}; \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 1 \end{cases}; \begin{cases} x = 0 \\ y = \pm 2 \end{cases}; \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 0 \end{cases}$.

Vậy có 13 điểm $M(x, y, z)$ với x, y, z nguyên thuộc phần giao của hai khối cầu.

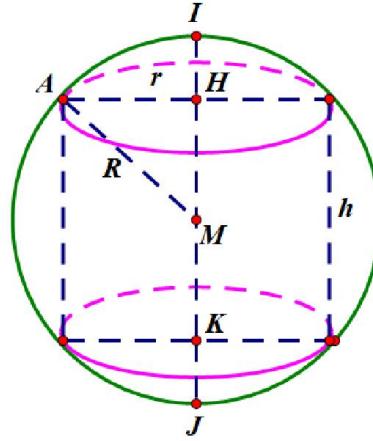
Câu 31. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian cho hai điểm $I(2; 3; 3)$ và $J(4; -1; 1)$. Xét

khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính IJ và có hai tâm nằm trên đường thẳng IJ . Khi có thể tích (T) lớn nhất thì hai mặt phẳng chứa hai đường tròn đáy của (T) có phương trình dạng $x + by + cz + d_1 = 0$ và $x + by + cz + d_2 = 0$. Giá trị của $d_1^2 + d_2^2$ bằng:

A. 25. B. 14. C. 61. D. 26.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overline{IJ} = (2; -4; -2) = 2(1; -2; -1)$. Mặt cầu có bán kính $R = \frac{IJ}{2} = \sqrt{6}$, tâm $M(3; 1; 2)$ là trung điểm của IJ .

Gọi H, K lần lượt là tâm của hai đường tròn đáy của hình trụ.

$$r = AH = \sqrt{AM^2 - MH^2} = \sqrt{6 - \frac{h^2}{4}} = \sqrt{\frac{24 - h^2}{4}}.$$

Thể tích khối trụ:

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot \frac{24 - h^2}{4} \cdot h = \frac{\pi}{4} \cdot (24 - h^2) \cdot h.$$

$$\text{Ta có: } \frac{24 - h^2}{2} + \frac{24 - h^2}{2} + h^2 \geq 3 \sqrt[3]{\left(\frac{24 - h^2}{2} \cdot h\right)^2}.$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\left(\frac{24 - h^2}{2} \cdot h\right)^2} \leq 8 \Leftrightarrow \left(\frac{24 - h^2}{2} \cdot h\right)^2 \leq 512 \Leftrightarrow \frac{24 - h^2}{2} \cdot h \leq 16\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow V \leq 4\pi\sqrt{2}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{24 - h^2}{2} = h^2 \Leftrightarrow h = 2\sqrt{2} \Rightarrow MH = MK = \sqrt{2}.$$

Gọi (α) vuông góc với IJ và cách tâm M của mặt cầu một khoảng là $\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow (\alpha): x - 2y - z + d = 0.$$

$$\text{Có } d(M, (\alpha)) = \sqrt{2}. \text{ Mà } d(M, (\alpha)) = \frac{|3 - 2 \cdot 1 - 2 + d|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{|-1 + d|}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow |-1 + d| = 2\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 + 2\sqrt{3} \\ d = 1 - 2\sqrt{3} \end{cases}.$$

Nhận xét mặt phẳng chứa hai đường tròn đáy chính là mặt phẳng (α) .

$$\text{Không mất tính tổng quát gọi } d_1 = 1 + 2\sqrt{3}; d_2 = 1 - 2\sqrt{3} \Rightarrow d_1^2 + d_2^2 = 26.$$

Câu 32. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a \geq 4, b \geq 5, c \geq 6$ và mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{10}}{2}$ ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$. Khi tổng $OA + OB + OC$ đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng (α) đi qua tâm I của mặt cầu (S) và song song với mặt phẳng (OAB) có dạng $mx + ny + pz + q = 0$ (với $m, n, p, q \in \mathbb{Z}; \frac{q}{p}$ là phân số tối giản). Giá trị $T = m + n + p + q$ bằng

A. 3.

B. 9.

C. 5.

D. -5.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 90$.

Ta có

$$P = OA + OB + OC = a + b + c. \text{ Đặt } x = a - 4 \geq 0, y = b - 5 \geq 0, z = c - 6 \geq 0.$$

Khi đó

$$a^2 + b^2 + c^2 = (x+4)^2 + (y+5)^2 + (z+6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 10y + 12z + 77 = 90.$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 10y + 12z = 13.$$

$$T = (x + y + z)^2 + 12(x + y + z) = x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 10y + 12z + 2(xy + yz + zx + 2x + y).$$

Vì $x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 10y + 12z = 13$ và $x, y, z \geq 0$ nên $(x + y + z)^2 + 12(x + y + z) - 13 \geq 0$.

$$\Leftrightarrow x + y + z \geq 1 \Leftrightarrow a - 4 + b - 5 + c - 6 \geq 1 \Leftrightarrow a + b + c \geq 16 \Rightarrow \{OA + OB + OC\}_{\min} = 16.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = 4, b = 5, c = 7$.

Suy ra, $A(4; 0; 0), B(0; 5; 0), C(0; 0; 7)$.

Gọi mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

Vì $A(4; 0; 0), B(0; 5; 0), C(0; 0; 7), O(0; 0; 0)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 16 - 8a + d = 0 \\ 25 - 10b + d = 0 \\ 47 - 14z + d = 0 \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{5}{2} \\ c = \frac{7}{2} \\ d = 0 \end{cases}$$

Tâm của mặt cầu (S) là $I\left(2; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(OAB) \equiv (Oxy): z = 0 \Rightarrow (\alpha): z + e = 0$.

Vì $I\left(2; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$ thuộc (α) nên $\frac{7}{2} + e = 0 \Leftrightarrow e = -\frac{7}{2}$

Suy ra, $2z - 7 = 0 \Rightarrow m = 0; n = 0; p = 2; q = -7$.

$$T = m + n + p + q = -5$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $C(-1; 2; 11), H(-1; 2; -1)$, hình nón (N) có đường cao $CH = h$ và bán kính đáy là $R = 3\sqrt{2}$. Gọi M là điểm trên đoạn CH , (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục CH tại M của hình nón (N) . Gọi (N') là khối nón có đỉnh H đáy là (C) . Khi thể tích khối nón (N') lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp nón (N') có tọa độ tâm $I(a; b; c)$, bán kính là d . Giá trị $a + b + c + d$ bằng

A. 1.

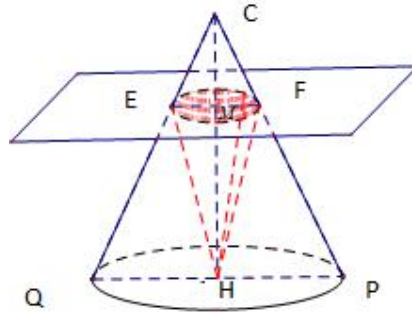
B. 3.

C. 6.

D. -6.

Lời giải

Chọn C



Đặt $HM = x$, $0 < x < h$. Gọi I, R, r lần lượt là tâm và bán kính đường tròn đáy của nón (N) , bán kính đường tròn (C) . Khi đó ta có $CH = h = 12$ là chiều cao của (N) , $R = 3\sqrt{2}$.

Khi đó C, I, H thẳng hàng (I nằm giữa C, H).

Do tam giác $\triangle CEM \sim \triangle CQH$ nên

$$\frac{EM}{QH} = \frac{CM}{CH} \Leftrightarrow EM = \frac{QH \cdot CM}{CH} \Leftrightarrow r = EM = FM = \frac{R(h-x)}{h}.$$

Thể tích của khối nón đỉnh O đáy là (C) là

$$V = \frac{1}{3} \pi EM^2 \cdot HM = \frac{1}{3} \pi \left[\frac{R(h-x)}{h} \right]^2 x = \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 x.$$

Ta có Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 x$, ($0 < x < h$)

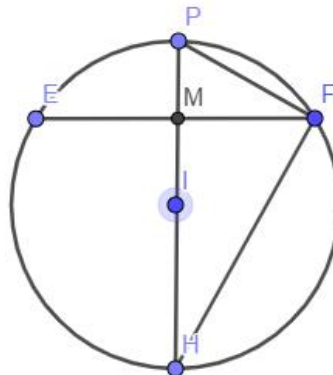
$$f'(x) = \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)(h-3x); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)(h-3x) \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}.$$

Lập bảng biến thiên ta có

x	0	$\frac{h}{3}$	h
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\frac{4\pi R^2 h}{81}$		

Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất khi $x = \frac{h}{3}$

Chú ý: Có thể đánh giá dựa vào



$$(h-x)^2 x = (h-x)(h-x)x = \frac{1}{2}(h-x)(h-x)2x \leq \frac{1}{2}\left(\frac{h-x+h-x+2x}{3}\right)^3 \text{ với } 0 < x < h. \text{ Dấu "=" xảy}$$

$$\text{ra khi ba số } (h-x) = (h-x) = 2x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}.$$

$$\text{Khi đó } HM = x = \frac{h}{3} = 4, r = \frac{R.CM}{h} = \frac{R.(h-x)}{h} = 2\sqrt{2} = MF$$

Gọi P là giao điểm của HM với mặt cầu ngoại tiếp nón (N'). Ta có ΔHFP vuông tại

$$F \Rightarrow HF^2 = HM.HP$$

$$\Leftrightarrow HM^2 + MF^2 = HM.HP \Leftrightarrow 16 + (2\sqrt{2})^2 = 4.HP \Rightarrow HP = 6$$

$$\Rightarrow d = HI = 3 = \frac{1}{4}HC \Rightarrow \overline{HI} = \frac{1}{4}\overline{HC} \Rightarrow I(-1; 2; 2).$$

$$\text{Vậy } a + b + c + d = 6.$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0), B(-3; 1; 4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Xét khối nón (N) có đỉnh có tọa độ nguyên thuộc đường thẳng Δ và ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích nhỏ nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $ax + by + cz + 1 = 0$. Giá trị $a + b + c$ bằng

A. 1.

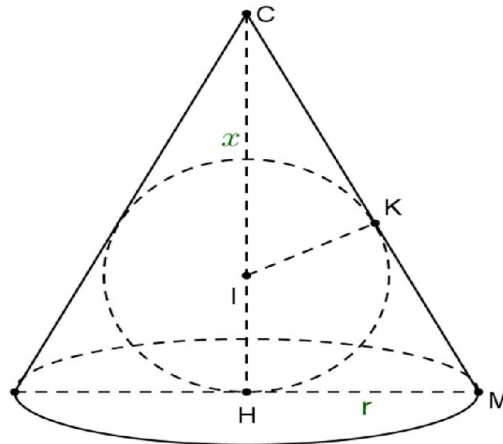
B. 3.

C. 5.

D. -6.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(-1; 2; 2)$, bán kính 3.

Gọi H, r lần lượt là tâm và bán kính đường tròn đáy của (N), C là đỉnh của (N).

Khi đó C, I, H thẳng hàng (I nằm giữa C, H), $IH = IK = 3$

Đặt $CI = x$

$$\Delta CIK \text{ đồng dạng } \Delta CMH \text{ nên } \frac{IK}{MH} = \frac{CK}{CH} \Rightarrow r = HM = \frac{IK.CH}{CK} = \frac{3(x+3)}{\sqrt{x^2-9}}$$

$$V_{(N)} = \frac{1}{3} \pi r^2 . CH = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{3(x+3)}{\sqrt{x^2-9}} \right)^2 . (x+3) = 3\pi \frac{(x+3)^2}{x-3}$$

$$V_{(N)} \text{ nhỏ nhất } \Leftrightarrow f(x) = \frac{(x+3)^2}{x-3} = \frac{x^2+6x+9}{x-3} \text{ nhỏ nhất } (x > 3)$$

$$f'(x) = \frac{x^2-6x-27}{x-3}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 9 \end{cases}$$

$V_{(N)}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow x=9$, khi đó $IC=9$ nên $C \in (S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 81$

Mặt khác $C \in \Delta$ nên $C(-1; 2; 11)$ hoặc $C\left(\frac{43}{11}; -\frac{32}{11}; -\frac{41}{11}\right)$

Vì C có tọa độ nguyên nên $C(-1; 2; 11)$

$$\overrightarrow{IH} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IC} \text{ nên } H(-1; 2; -1)$$

Mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) đi qua H và nhận $\overrightarrow{IH} = (0; 0; 3)$ làm vectơ pháp tuyến nên phương trình mặt phẳng là $z+1=0$

Do đó $a=0, b=0, c=1$ nên $a+b+c=1$

Câu 35. T trong hệ trục $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ và $(S_2): (x-10)^2 + (y-9)^2 + (z-2)^2 = 400$ và mặt phẳng $(P): 4x-3y+mz+22=0$. Có bao nhiêu số nguyên m để mp (P) cắt hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ theo giao tuyến là hai đường tròn không có tiếp tuyến chung?

A. 5.

B. 11.

C. Vô số.

D. 6.

Lời giải

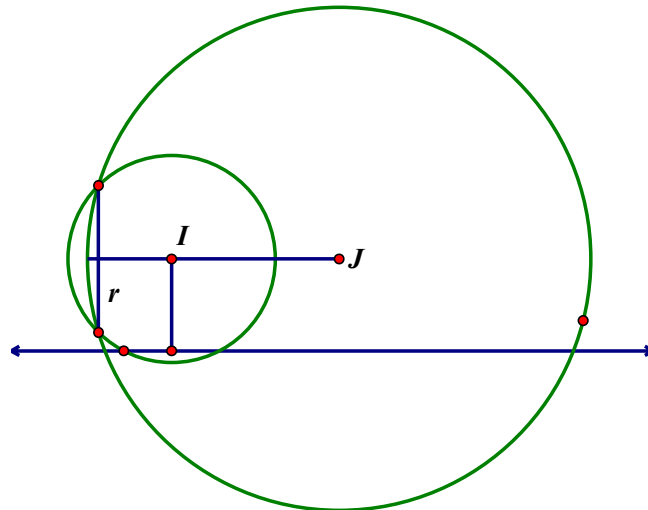
Chọn D

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(1; -3; 2)$, bán kính $R_1 = 7$; mặt cầu (S_2) có tâm $J(10; 9; 2)$, bán kính $R_2 = 20$. Ta có $\overrightarrow{IJ}(9; 12; 0)$, $IJ = 15$.

Mặt phẳng $(P): 4x-3y+mz+22=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_p}(4; -3; m)$

Do $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{n_p} = 0$ nên IJ song song hoặc chứa trong (P) .

Bán kính đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ là $r = \frac{2\sqrt{p(p-7)(p-20)(p-15)}}{15} = \frac{28}{5}$ với $p = \frac{20+7+15}{2} = 21$



Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến hai mặt cầu là $(Q): 3x+4y+30=0$

Ta có $d(I; (Q)) = \frac{21}{5}$, $d(J; (Q)) = \frac{96}{5}$ nên $d(I; (Q)) + IJ = d(J; (Q))$

Ta có mp (P) cắt hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ theo giao tuyến là hai đường tròn, trong đó đường tròn nhỏ ở trong

đường tròn lớn khi $\frac{28}{5} < d(I; (P)) < 7 \Leftrightarrow \frac{28}{5} < \frac{|2m+35|}{\sqrt{m^2+25}} < 7$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 45m^2 - 140m > 0 \\ \frac{684}{25}m^2 - 140m - 441 < 0 \end{cases}$$

Và có m nguyên, nên $m \in \{-2; -1; 4; 5; 6; 7\}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 3)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12$. Xét khối trụ (T) nội tiếp mặt cầu (S) và có trục đi qua điểm A . Khi khối trụ (T) có thể tích lớn nhất thì hai đường tròn đáy của (T) nằm trên hai mặt phẳng có phương trình dạng $x + ay + bz + c = 0$ và $x + ay + bz + d = 0$. Giá trị $a + b + c + d$ bằng

A. $-4 + 4\sqrt{2}$.

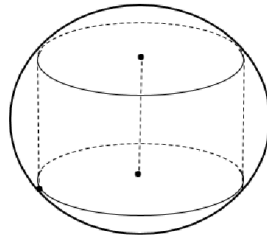
B. -5 .

C. -4 .

D. $-5 + 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi r, h lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của mặt trụ (T) và R là bán kính mặt cầu (S) , ta có: $R = 2\sqrt{3}$, $h = 2\sqrt{R^2 - r^2}$.

Thể tích khối trụ (T) là $V = \pi r^2 \cdot h = 2\pi r^2 \sqrt{R^2 - r^2} = \pi \sqrt{2} \cdot \sqrt{r^2 \cdot r^2 (2R^2 - 2r^2)}$

Mà theo Cô-si ta có: $\sqrt{r^2 \cdot r^2 (2R^2 - 2r^2)} \leq \frac{r^2 + r^2 + 2R^2 - 2r^2}{3} = \frac{2}{3} R^2$

Suy ra: $r^2 \cdot r^2 (2R^2 - 2r^2) \leq \frac{8}{27} R^6 \Rightarrow V \leq \frac{4\pi\sqrt{3}}{9} R^3$. Dấu “=” xảy ra khi $r = \frac{R\sqrt{6}}{3}$

Vậy khi khối trụ (T) đạt thể tích lớn nhất thì chiều cao $h = 2\sqrt{R^2 - \left(\frac{R\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}R}{3} = 4$ (Có thể dùng phương pháp hàm số).

Mặt khác tâm của khối trụ (T) chính là tâm $I(1; 2; 3)$ của mặt cầu (S) nên trục của khối trụ

(T) nằm trên đường thẳng $IA: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$. Vậy hai đáy của khối trụ nằm trên 2 mặt phẳng vuông

góc với đường thẳng AI và cách tâm I một khoảng bằng 2. Gọi $M(1+t; 2+t; 3) \in IA$ là tâm của đường tròn đáy hình trụ, ta có $IM = 2 \Leftrightarrow \sqrt{t^2 + t^2} = 2 \Leftrightarrow 2t^2 = 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} \Rightarrow M(1+\sqrt{2}; 2+\sqrt{2}; 3) \\ t = -\sqrt{2} \Rightarrow M(1-\sqrt{2}; 2-\sqrt{2}; 3) \end{cases}$$

Vậy 2 mặt phẳng chứa 2 đường tròn đáy của mặt trụ có phương trình là:

$$(x-1-\sqrt{2}) + (y-2-\sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 - 2\sqrt{2} = 0$$

$$\text{Và } (x-1+\sqrt{2}) + (y-2+\sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 + 2\sqrt{2} = 0$$

Vậy: $a + b + c + d = -5$

- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$ Cho $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{2}$ và hai điểm $A(3;1;2); B(-1;3;-2)$ Mặt cầu tâm I bán kính R đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng d . Khi R đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, I là $(P): 2x + by + cz + d = 0$. Tính $d + b - c$.
- A.** 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Gọi E là trung điểm của $AB \Rightarrow E(1;2;0)$ và $IE = \sqrt{R^2 - 9}$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $(\alpha): 2x - y + 2z = 0$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên d .

Gọi M là hình chiếu vuông góc của E lên $d \Rightarrow EM = d_{(E;d)} = 9$

$$\text{Toạ độ } M \text{ là nghiệm hệ } \begin{cases} x = 2t + 4 \\ y = -t + 5 \\ z = 2t + 3 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(2;6;1) \Rightarrow ME = 3\sqrt{2}$$

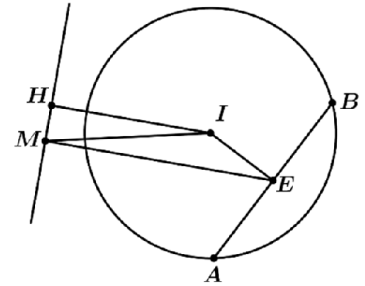
Vì $(\alpha) \perp d$ và $IH + IE \geq EM \Rightarrow R$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow I, H, E$ thẳng hàng.

$$\Rightarrow R + \sqrt{R^2 - 9} = 3\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Vậy } \Rightarrow \vec{EI} = \frac{1}{4}\vec{EH} \Rightarrow I\left(\frac{5}{4}; 3; \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \vec{IA} = \left(\frac{7}{4}; -2; \frac{7}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{n} = [\vec{AB}; \vec{IA}] = (-18; 0; 18) = -18(1; 0; -1)$$

$$(P): 2x - 2z - 2 = 0 \Rightarrow b = 0; c = -2; d = -2 \Rightarrow d + b - c = 0$$



- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$ và $B(2;1;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy của (N) cách điểm $E(1;1;1)$ một khoảng là bao nhiêu?

A. $d = \frac{1}{2}$.

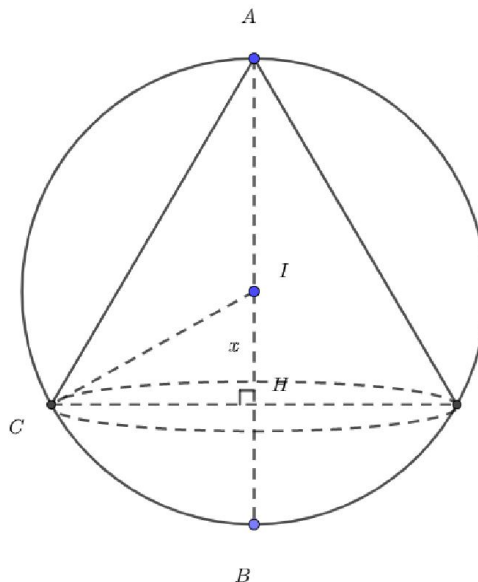
B. $d = 2$.

C. $d = \frac{1}{3}$.

D. $d = 3$

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\overline{AB} = (4; 0; 0)$ nên (P) có vpt là $(1; 0; 0)$

$AB = 4 \Rightarrow R = 2$. Đặt x như hình vẽ

Khối nón (N) có $h = x + 2$ và $r^2 = HC^2 = 4 - x^2$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi (4 - x^2)(x + 2) \text{ với } 0 \leq x \leq 2$$

Khảo sát hàm số $y = (4 - x^2)(x + 2)$ với $0 \leq x \leq 2$

Đạt max khi $x = \frac{2}{3} \Rightarrow IH = \frac{2}{3} \Rightarrow 3\overline{IH} = \overline{IB}$ với $I(0; 1; 1)$

$$\Rightarrow H\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right) \Rightarrow 1 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) + 0(y - 1) + 0(z - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{2} = 0. \text{ Khoảng cách từ điểm } E(1; 1; 1) \text{ tới mặt phẳng } (P) \text{ là } d(E, (P)) = \frac{\left|1 - \frac{1}{2}\right|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 39. Một hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Thiết diện qua đỉnh của hình nón là một tam giác. Diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của thiết diện đó là bao nhiêu?

A. $S_{\max} = 2a^2$.

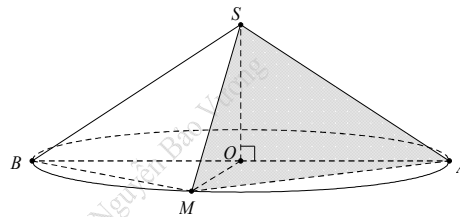
B. $S_{\max} = a^2\sqrt{2}$.

C. $S_{\max} = 4a^2$.

D. $S_{\max} = \frac{9a^2}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử O là tâm đáy và AB là một đường kính của đường tròn đáy hình nón. Thiết diện qua đỉnh của hình nón là tam giác cân SAM . Theo giả thiết hình nón có bán kính đáy $R = OA = a\sqrt{3}$ cm,

$\widehat{ASB} = 120^\circ$ nên $\widehat{ASO} = 60^\circ$. Xét tam giác SOA vuông tại O , ta có:

$$\sin 60^\circ = \frac{OA}{SA} \Rightarrow SA = \frac{OA}{\sin 60^\circ} = 2a.$$

$$\text{Diện tích thiết diện là: } S_{\Delta SAM} = \frac{1}{2} SA \cdot SM \cdot \sin \widehat{ASM} = \frac{1}{2} 2a \cdot 2a \cdot \sin \widehat{ASM} = 2a^2 \sin \widehat{ASM}$$

Do $0 < \sin \widehat{ASM} \leq 1$ nên $S_{\Delta SAM}$ lớn nhất khi và chỉ khi $\sin \widehat{ASM} = 1$ hay khi tam giác ASM vuông cân tại đỉnh S (vì $\widehat{ASB} = 120^\circ > 90^\circ$ nên tồn tại tam giác ASM thỏa mãn).

Vậy diện tích thiết diện lớn nhất là: $S_{\max} = 2a^2$ (đvtt).

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1); B(1; 3; -2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 3 = 0$. Xét khối nón (N) có đỉnh là tâm I của mặt cầu và đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) và đi qua hai điểm A, B có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$ và $y + mz + e = 0$. Giá trị của $b + c + d + e$ bằng

A. 15..

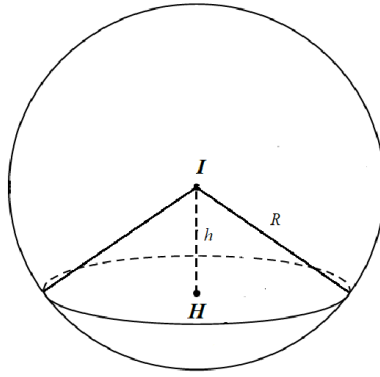
B. -12..

C. -14..

D. -13.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$

Xét khối nón (N) có đỉnh I , bán kính đáy r và chiều cao h (h là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng chứa đường tròn đáy) có thể tích là

$$V_N = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(R^2 - h^2)h = \frac{1}{3}\pi(3 - h^2)h = \frac{1}{3}\pi(3h - h^3)$$

Khảo sát hàm $f(h) = 3h - h^3$ trên khoảng $(0; \sqrt{3})$ ta được V_N max khi $h = 1$

Bài toán quy về lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm A, B và cách điểm I một khoảng $h = 1$

Gọi $\vec{n} = (a; b; c) (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$ là vector pháp tuyến của $mp(P)$

Ta có $\overrightarrow{BA} = (1; 0; 1)$; $\vec{n} \cdot \overrightarrow{BA} = 0 \Leftrightarrow a + c = 0 \Leftrightarrow c = -a$

$mp(P)$ đi qua A , với vector pháp tuyến $\vec{n} = (a; b; -a)$ có phương trình là

$$a(x-2) + b(y-3) - a(z+1) = 0 \Leftrightarrow ax + by - az - 3a - 3b = 0$$

$$d(I, (P)) = 1 \Leftrightarrow \frac{|a+b|}{\sqrt{2a^2+b^2}} = 1 \Leftrightarrow (a+b)^2 = 2a^2 + b^2 \Leftrightarrow a^2 - 2ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2b \end{cases}$$

+ Với $a = 0 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow mp(P): y - 3 = 0$

+ Với $a = 2b$, chọn $b = 1 \Rightarrow a = 2; c = -2 \Rightarrow mp(P): 2x + y - 2z - 9 = 0$

Vậy $b = 1; c = -2; d = -9; e = -3 \Rightarrow b + c + d + e = -13$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;0;0), B(3;4;-4)$. Xét khối trụ (T) có trục là đường thẳng AB và có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (T) có thể tích lớn nhất, hai đáy của (T) nằm trên hai mặt phẳng song song lần lượt có phương trình là $x + by + cz + d_1 = 0$ và $x + by + cz + d_2 = 0$. Khi đó giá trị của biểu thức $b + c + d_1 + d_2$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0; 21)$.

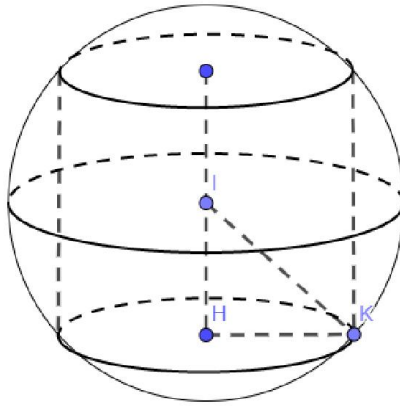
B. $(-11; 0)$.

C. $(-29; -18)$.

D. $(-20; -11)$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2;2;-2)$ và bán kính bằng 3.

Gọi $x, (0 < x < 3)$ là bán kính đáy của (T) , khi đó (T) có chiều cao bằng $h = 2\sqrt{9-x^2}$, do đó thể tích của (T) bằng

$$V = 2\pi x^2 \sqrt{9-x^2} = 4\pi \cdot \sqrt{\frac{x^2}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \cdot (9-x^2)} \leq 4\pi \sqrt{\left(\frac{\frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} + (9-x^2)}{3} \right)^3} = 12\pi\sqrt{3}.$$

(T) có thể tích lớn nhất bằng $V_{\max} = 12\pi\sqrt{3}$ khi $x = \sqrt{6}$.

Khi đó gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (T) , (P) có phương trình tổng quát dạng $x + 2y - 2z + d = 0$. Khoảng cách từ tâm $I(2;2;-2)$ đến (P) bằng $\sqrt{3}$ nên

$$\frac{|2 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-2) + d|}{3} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3\sqrt{3} - 10 \\ d = -3\sqrt{3} - 10 \end{cases}.$$

Vậy $b + c + d_1 + d_2 = 2 - 2 + 3\sqrt{3} - 10 - 3\sqrt{3} - 10 = -20$.