TRƯỜNG THPT CHUYÊN LAM SƠN

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 05 trang)

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG THPTQG

NĂM HỌC: 2019 - 2020

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh: ....

Số báo danh: ....

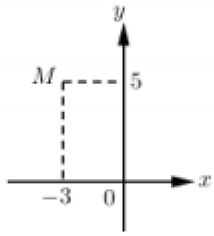
Câu 1 (TH): Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng qua O, đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là:

A. $2x-y+2z=0$ **B.** $2x+y-2z+1=0$ **C.** $2x+y-2z=0$ **D.** $2x-y-2z=0$

Câu 2 (VD): Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên $(-\infty;-6)$?

A. 1 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2

Câu 3 (NB): Điểm M trong hình vẽ biểu diễn số phức z. Chọn kết luận đúng về số phức $\overline{z}$.



A. $\overline{z}=3+5i$ **B.** $\overline{z}=-3+5i$

C. $\overline{z}=3-5i$ **D.** $\overline{z}=-3-5i$

Câu 4 (VD): Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: Tiếp xúc với (S), song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương

A. $4x+3y-12z-78=0$ **B.** $4x+3y-12z-26=0$

C. $4x+3y-12z+78=0$ **D.** $4x+3y-12z+26=0$

Câu 5 (TH): Cấp số cộng (u_n) có $u_1=123$ và $u_3-u_{15}=84$. Số hạng u_{17} có giá trị là:

A. 11 **B.** 4 **C.** 23 **D.** 242

Câu 6 (TH): Hệ số x^6 khi khai triển đa thức $P(x)=(5-3x)^{10}$ có giá trị bằng đại lượng nào sau đây?

A. $C_{10}^4.5^6.3^4$ **B.** $-C_{10}^6.5^4.3^6$ **C.** $-C_{10}^4.5^6.3^4$ **D.** $C_{10}^6.5^4.3^6$

Câu 7 (TH): Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=3-4i$. Số phức $2z_1+3z_2-z_1z_2$ là số phức nào sau đây?

A. $10i$ **B.** $-10i$ **C.** $11+8i$ **D.** $11-10i$

Câu 8 (TH): Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-4x+9)=2$ là:

A. $\{0;4\}$ **B.** $\{0;-4\}$ **C.** $\{4\}$ **D.** $\{0\}$

Câu 9 (TH): Bảng biến thiên trong hình vẽ bên là của hàm số nào trong các hàm số sau đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	-5	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2 - 5$ **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 5$

C. $y = x^4 + 2x^2 - 5$ **D.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$

Câu 10 (TH): Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x-3}{1-2x}$ bằng số nào sau đây?

A. $-\dfrac{5}{2}$ **B.** $-\dfrac{2}{3}$ **C.** 5 **D.** $\dfrac{3}{2}$

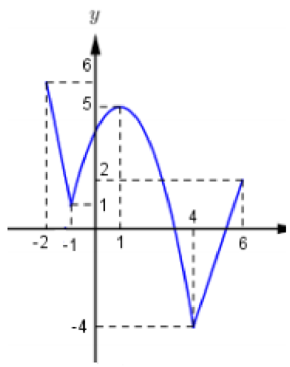
Câu 11 (TH): Khi độ dài cạnh của hình lập phương tăng thêm $2cm$ thì thể tích của nó tăng thêm $98cm^3$. Tính độ dài cạnh của hình lập phương.

A. $5cm$ **B.** $3cm$ **C.** $4cm$ **D.** $6cm$

Câu 12 (TH): Cho $\int_0^2 2x\ln(1+x)dx = a\ln b$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và b là số nguyên tố. Tính $3a+4b$.

A. 42 **B.** 2 **C.** 12 **D.** 32

Câu 13 (NB): Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;6]$, có đồ thị hàm số như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên miền $[-2;6]$. Tính giá trị của biểu thức $T=2M+3m$.



A. 16 **B.** 0

C. 7 **D.** -2

Câu 14 (NB): Với a,b là hai số dương tùy ý thì $\log\left(a^3b^2\right)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

A. $3\left(\log a+\dfrac{1}{2}\log b\right)$ **B.** $2\log a+3\log b$ **C.** $3\log a+\dfrac{1}{2}\log b$ **D.** $3\log a+2\log b$

Câu 15 (TH): Hàm số $f(x)=\log_3\left(x^2-4x\right)$ có đạo hàm trên miền xác định là $f'(x)$. Chọn kết quả đúng.

A. $f'(x)=\dfrac{\ln 3}{x^2-4x}$ **B.** $f'(x)=\dfrac{1}{\left(x^2-4x\right)\ln 3}$ **C.** $f'(x)=\dfrac{(2x-4)\ln 3}{x^2-4x}$ **D.** $f'(x)=\dfrac{2x-4}{\left(x^2-4x\right)\ln 3}$

Câu 16 (NB): Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số là số nào sau đây?

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. -4 **B.** 3 **C.** 0 **D.** -1

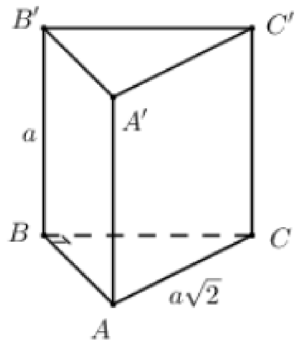
Câu 17 (TH): Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x^2+3x} \le 16$ là số nào sau đây?

A. 5 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 3

Câu 18 (NB): Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;4;5)$. Tọa độ vecto $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $(4;5;3)$ **B.** $(2;3;3)$ **C.** $(-2;-3;3)$ **D.** $(2;-3;-3)$

Câu 19 (TH): Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích lăng trụ.



A. $\dfrac{a^3}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3}{6}$

C. a^3 **D.** $\dfrac{a^3}{2}$

Câu 20 (TH): Cho hàm số $y=f(x)$, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+7=0$

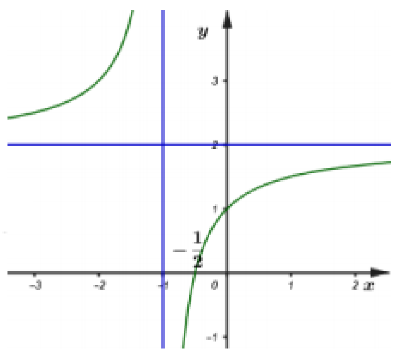
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 21 (VD): Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(2x+1)(x-3)(x+5)^4$. Hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

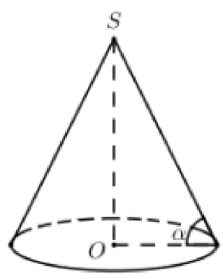
Câu 22 (TH): Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của 1 trong 4 hàm số dưới đây, đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$ **B.** $y=x^4-x^2+1$

C. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$

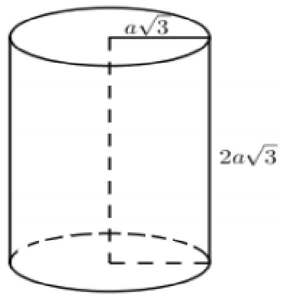
Câu 23 (TH): Cho hình nón có đường sinh là a, góc giữa đường sinh và đáy là α. Tính diện tích xung quanh của hình nón.



A. $2\pi a^2 \sin\alpha$ **B.** $\pi a^2 \sin\alpha$

C. $2\pi a^2 \cos\alpha$ **D.** $2\pi a^2 \cos\alpha$

Câu 24 (VD): Một khối trụ bán kính đáy là $a\sqrt{3}$, chiều cao là $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối trụ.



A. $8\sqrt{6}\pi a^3$ **B.** $6\sqrt{6}\pi a^3$

C. $4\sqrt{3}\pi a^3$ **D.** $\dfrac{4\sqrt{6}\pi a^3}{3}$

Câu 25 (TH): Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R^*, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$ ↘	-1	‖ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Chọn khẳng định đúng về đồ thị hàm số.

A. Đồ thị có đúng 1 tiệm cận ngang.

B. Đồ thị có đúng 2 tiệm cận ngang.

C. Đồ thị có đúng 1 tiệm cận đứng.

D. Đồ thị không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 26 (TH): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (S) có tâm I nằm trên đường thẳng $y = -x$, bán kính bằng $R = 3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ. Lập phương trình của (S), biết hoành độ tâm I là số dương.

A. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$ **B.** $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$

C. $(x-3)^2 - (y-3)^2 = 9$ **D.** $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 9$

Câu 27 (VD): Cho các số thực a, b, c, d thay đổi, luôn thỏa mãn $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 1$ và $4c - 3d - 23 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a-c)^2 + (b-d)^2$ là:

A. $P_{\min} = 28$ **B.** $P_{\min} = 3$ **C.** $P_{\min} = 3$ **D.** $P_{\min} = 16$

Câu 28 (TH): Trong không gian *Oxyz* cho điểm $I(2;3;4)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm *I* và đi qua *A* có phương trình là:

A. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 3$ **B.** $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 9$

C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 45$ **D.** $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 3$

Câu 29 (TH): Đặt $\log_3 4 = a$, tính $\log_{64} 81$ theo *a*.

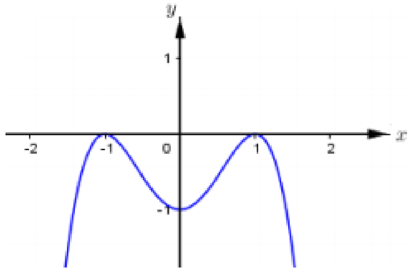
A. $\dfrac{3a}{4}$ **B.** $\dfrac{4a}{3}$ **C.** $\dfrac{3}{4a}$ **D.** $\dfrac{4}{3a}$

Câu 30 (TH): Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + e^x - 5x$?

A. $F(x) = -\cos x + e^x - \dfrac{5}{2}x^2 + 1$ **B.** $F(x) = \cos x + e^x - 5x + 3$

C. $F(x) = \cos x + e^x - \dfrac{5}{2}x^2$ **D.** $F(x) = -\cos x + \dfrac{e^x}{x+1} - \dfrac{5}{2}x^2$

Câu 31 (TH): Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:



A. $\left(-1;0\right)$ **B.** $\left(1;+\infty\right)$

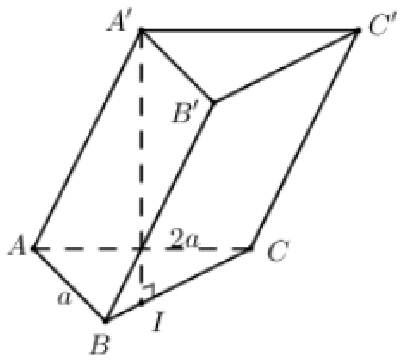
C. $\left(0;1\right)$ **D.** $\left(-1;1\right)$

Câu 32: Cho $\int f\left(x\right)dx=\frac{1}{x}+\ln x+C$ (với C là hằng số tùy ý), trên miền $\left(0;+\infty\right)$ chọn đẳng thức đúng về hàm số $f\left(x\right)$

A. $f\left(x\right)=\sqrt{x}+\ln x$ **B.** $f\left(x\right)=\frac{x-1}{x^2}$

C. $f\left(x\right)=-\sqrt{x}+\frac{1}{x}+\ln x$ **D.** $f\left(x\right)=\frac{-1}{x^2}+\ln x$

Câu 33 (TH): Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB=a, AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là điểm I thuộc cạnh BC. Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng $\left(A'BC\right)$.



A. $\frac{2}{3}a$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$ **D.** $\frac{1}{3}a$

Câu 34 (TH): Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $\left(P\right): x+2y+3z-1=0$ và $\left(Q\right): x+2y+3z+6=0$ là

A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$ **B.** $\frac{8}{\sqrt{14}}$ **C.** 14 **D.** $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Câu 35 (TH): Cho $\int_0^1 f\left(x\right)dx=3, \int_0^1 g\left(x\right)dx=-2$. Tính giá trị của biểu thức $I=\int_0^1\left[2f\left(x\right)-3g\left(x\right)\right]dx$.

A. 12 **B.** 9 **C.** 6 **D.** -6

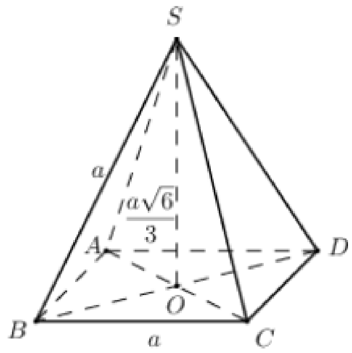
Câu 36 (VD): Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y=\frac{|x|}{x+5}, x=-2, x=2$ và trục hoành là:

A. $15\ln 10-10\ln 5$ **B.** $10\ln 5-5\ln 21$ **C.** $5\ln 21-\ln 5$ **D.** $121\ln 5-5\ln 21$

Câu 37 (VDC): Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và đồng biến trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, bất phương trình $f\left(x\right)>\ln\left(\cos x\right)-e^{\pi x}+m$ (với m là tham số) thỏa mãn với mọi $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

A. $m\le f\left(0\right)+1$ **B.** $m\le f\left(0\right)-1$ **C.** $m<f\left(0\right)+1$ **D.** $m\ge f\left(0\right)+1$

Câu 38 (VD): Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O và $SO \perp (ABCD), SO = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}, BC = SB = a$. Số đo góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (SCD) là:



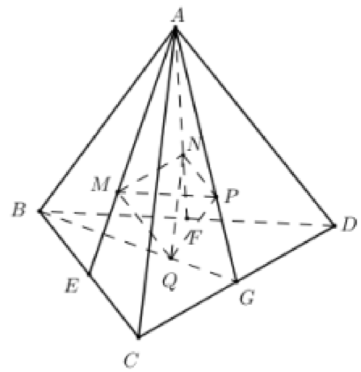
A. 90^0 **B.** 60^0

C. 30^0 **D.** 45^0

Câu 39 (VD): Cho đồ thị hàm số $f(x) = 2x^3 + mx + 3$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ a, b, c. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{1}{f'(a)} + \dfrac{1}{f'(b)} + \dfrac{1}{f'(c)}$.

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** 0 **C.** $1 - 3m$ **D.** $3 - m$

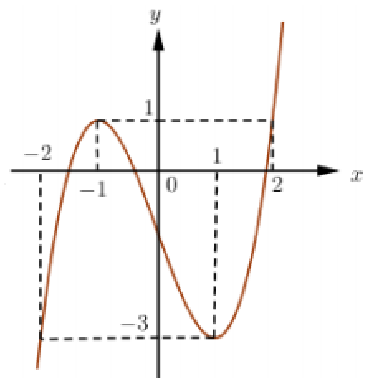
Câu 40 (VD): Cho khối tứ diện *ABCD* có thể tích là *V*. Gọi *E, F, G* lần lượt là trung điểm *BC, BD, CD* và *M, N, P, Q* lần lượt là trọng tâm $\Delta ABC, \Delta ABD, \Delta ACD, \Delta BCD$. Tính thể tích khối tứ diện *MNPQ* theo *V*.



A. $\dfrac{V}{9}$ **B.** $\dfrac{V}{3}$

C. $\dfrac{2V}{9}$ **D.** $\dfrac{V}{27}$

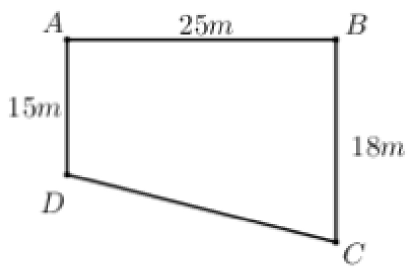
Câu 41 (VD): Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 6 **B.** 5

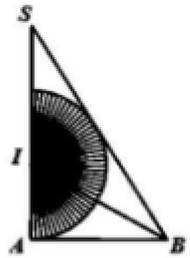
C. 7 **D.** 4

Câu 42 (VDC): Một phân sân trường được định vị bởi các điểm *A, B, C, D* như hình vẽ. Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết *ABCD* là hình thang vuông ở *A* và *B* với dộ dài *AB* = 25*m*, *AD* = 15*m*, *BC* = 18*m*. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở *C* nên người ta lấy độ cao ở các điểm *B, C, D* xuống thấp hơn so với độ cao ở *A* là 10*cm*, *a cm*, 6*cm* tương ứng. Giá trị của *a* là các số nào sau đây?



A. 15,7*cm* **B.** 17,2*cm* **C.** 18,1*cm* **D.** 17,5*cm*

Câu 43 (VD): Cho tam giác SAB vuông tại $A, \angle ABS = 60^0$. Phân giác của góc $\angle ABS$ cắt SA tại I. Vẽ nửa đường tròn tâm I, bán kính IA (như hình vẽ). Cho miền tam giác SAB và nửa hình tròn quay xung quanh trục SA tạo nên các khối tròn xoay có thể tích tương ứng là V_1, V_2. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $V_1 = \frac{4}{9}V_2$ **B.** $V_1 = \frac{3}{2}V_2$ **C.** $V_1 = 3V_2$ **D.** $V_1 = \frac{9}{4}V_2$

Câu 44 (VDC): Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;5), B(2;6;-1), C(-4;-12;5)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-5=0$. Gọi M là điểm di động trên (P). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ là: **A.** 42 **B.** 14 **C.** $14\sqrt{3}$ **D.** $\frac{14}{\sqrt{3}}$

Câu 45 (VD): Ông An có 200 triệu đồng gửi tiết kiệm tại ngân hàng với kì hạn 1 tháng so với lãi suất 0,6%/ 1 tháng được trả vào cuối kì. Sau mỗi kì hạn ông đến tất toán cả gốc lẫn lãi, rút ra 4 triệu đồng để tiêu dùng, số tiền còn lại ông gửi vào ngân hàng theo phương thức trên (phương thức giao dịch và lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi). Sau đúng 1 năm (đúng 12 kì hạn) kể từ ngày gửi, ông An tất toán và rút ra toàn bộ số tiền nói trên ở ngân hàng, số tiền đó là bao nhiêu? (làm tròn đến nghìn đồng)

A. 169234 (nghìn đồng) **B.** 165288 (nghìn đồng) **C.** 168269 (nghìn đồng) **D.** 165269 (nghìn đồng)

Câu 46 (VDC): Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 4 - 2m^2$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = |\pi f(x)|$ có đúng 3 cực trị.

A. 6 **B.** 8 **C.** 9 **D.** 7

Câu 47 (VDC): Cho các số thực x, y thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $3x^2 - 2xy - y^2 = 5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + xy + 2y^2$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(4;7)$ **B.** $(-2;1)$ **C.** $(1;4)$ **D.** $(7;10)$

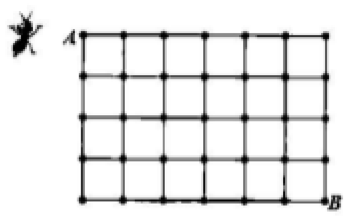
Câu 48 (VDC): Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;\pi]$. Biết $f(0) = 2e$ và $f(x)$ luôn thỏa mãn đẳng thức $f'(x) + \sin x f(x) = \cos x e^{\cos x}$ $\forall x \in [0;\pi]$. Tính $I = \int_0^\pi f(x)dx$ (làm tròn đến phần trăm)

A. $I \approx 6,55$ **B.** $I \approx 17,30$ **C.** $I \approx 10,31$ **D.** $I \approx 16,91$

Câu 49 (VDC): Cho x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9)+y(y-9)+xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{3x+2y-9}{x+y-10}$ khi x, y thay đổi.

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Câu 50 (VDC): Cho lưới ô vuông đơn vị, kích thước 4 ×6 như sơ đồ hình vẽ bên. Một con kiến bò từ A, mỗi lần di chuyển nó bò theo một cạnh của hình vuông đơn vị để tới mắt lưới liền kề. Có tất cả bao nhiêu cách thực hiện hành trình để sau 12 lần di chuyển, nó dừng lại ở B ?



A. 3498 **B.** 6666 **C.** 1532 **D.** 3489

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.C	2.D	3.D	4.C	5.A	6.A	7.B	8.A	9.A	10.A
11.B	12.B	13.B	14.D	15.D	16.B	17.B	18.B	19D	20.C
21.A	22.C	23.D	24.A	25.C	26.B	27.D	28.D	29.D	30.A
31.C	32.B	33.C	34.A	35.A	36.B	37.A	38.A	39.B	40.D
41.C	42.B	43.D	44.B	45.D	46.C	47.A	48.C	49.A	50.B

Câu 1 (TH): Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng qua O, đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là:

A. $2x-y+2z=0$ **B.** $2x+y-2z+1=0$ **C.** $2x+y-2z=0$ **D.** $2x-y-2z=0$

Ta có: $\overrightarrow{n_\alpha}=(3;-2;2), \overrightarrow{n_\beta}=(5;-4;3)$ lần lượt là VTPT của $(\alpha),(\beta)$.

Gọi mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}$.

Ta có: $\begin{cases}(P)\perp(\alpha)\\(P)\perp(\beta)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(2;1;-2)$

$\Rightarrow$ Phương trình $(P): 2(x-0)+y-0-2(z-0) \Leftrightarrow 2x+y-2z=0$.

Chọn C.

Câu 2 (VD): Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên $(-\infty;-6)$?

A. 1 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2

Điều kiện: $x\neq -3m$.

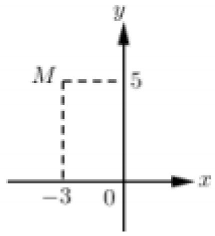
Ta có: $y'=\dfrac{3m-2}{(x+3m)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-6) \Leftrightarrow \begin{cases}y'>0\ \forall x\in(-\infty;-6)\\-3m\neq(-\infty;-6)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3m-2>0\\-3m\geq -6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>\dfrac{2}{3}\\m\leq 2\end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}<m\leq 2$

Kết hợp điều kiện $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{1;2\}$

Chọn D.

Câu 3 (NB): Điểm M trong hình vẽ biểu diễn số phức z. Chọn kết luận đúng về số phức $\bar{z}$.



A. $\bar{z}=3+5i$ **B.** $\bar{z}=-3+5i$

C. $\bar{z}=3-5i$ **D.** $\bar{z}=-3-5i$

Ta thấy $M(-3;5)$ biểu diễn số phức $z \Rightarrow z=-3+5i \Rightarrow \bar{z}=-3-5i$

Chọn D.

Câu 4 (VD): Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: Tiếp xúc với (S), song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương

A. $4x+3y-12z-78=0$ **B.** $4x+3y-12z-26=0$

C. $4x+3y-12z+78=0$ **D.** $4x+3y-12z+26=0$

Ta có: $\overrightarrow{n_\alpha}=(4;3;-12)$

Vì $(\alpha)//(\beta)\Rightarrow(\beta)$ nhận $\overrightarrow{n_\alpha}=(4;3;-12)$ làm VTPT.

$\Rightarrow(\beta): 4x+3y-12z+d=0.(d\neq 10)$

Ta có: (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1+2^2+3^2+2}=4$.

Mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu $(S)\Rightarrow d(I;(\beta))=R$

$$\Leftrightarrow \frac{|4.1+3.2-12.3+d|}{\sqrt{4^2+3^2+12^2}}=4$$

$$\Leftrightarrow |d-26|=52 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d-26=52 \\ d-26=-52 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=78 \\ d=-26 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} (\beta_1): 4x+3y-12z+78=0 \\ (\beta_2): 4x+3y-12z-26=0 \end{array}\right.$$

Gọi $M(0;0;z_0)$ $(z_0>0)$ là giao điểm của Oz và các mặt phẳng $(\beta_1),(\beta_2)$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} M\in(\beta_1)\Rightarrow -12z_0+78=0 \Leftrightarrow z_0=\dfrac{13}{2}(tm) \\ M\in(\beta_2)\Rightarrow -12z_0-26=0 \Leftrightarrow z_0=\dfrac{13}{6}(ktm) \end{array}\right.$$

Chọn C.

Câu 5 (TH): Cấp số cộng (u_n) có $u_1=123$ và $u_3-u_{15}=84$. Số hạng u_{17} có giá trị là:

A. 11 **B.** 4 **C.** 23 **D.** 242

Gọi công sai của CSC là d.

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} u_1=123 \\ u_3-u_{15}=84 \end{cases} \Rightarrow u_1+2d-u_1-14d=84 \Leftrightarrow d=-7$.

$\Rightarrow u_{17}=u_1+16d=123-16.7=11$.

Chọn A.

Câu 6 (TH): Hệ số x^6 khi khai triển đa thức $P(x)=(5-3x)^{10}$ có giá trị bằng đại lượng nào sau đây?

A. $C_{10}^4.5^6.3^4$ **B.** $-C_{10}^6.5^4.3^6$ **C.** $-C_{10}^4.5^6.3^4$ **D.** $C_{10}^6.5^4.3^6$

Ta có: $P(x)=(5-3x)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k5^{10-k}(-3x)^k=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k5^{10-k}(-3)^k.x^k$

Để có hệ số của x^6 thì: $k=6\Rightarrow$ hệ số của $x^6: C_{10}^6.5^4.(-3)^6=C_{10}^6.5^4.3^6$

Chọn A.

Câu 7 (TH): Cho hai số phức $z_1 = 1+2i$ và $z_2 = 3-4i$. Số phức $2z_1 + 3z_2 - z_1 z_2$ là số phức nào sau đây?

A. $10i$ **B.** $-10i$ **C.** $11+8i$ **D.** $11-10i$

$2z_1 + 3z_2 - z_1z_2 = 2(1+2i) + 3(3-4i) - (1+2i)(3-4i)$

$= 2+4i+9-12i-(3-4i+6i-8i^2)$ **Chọn B.**

$= 11-8i-3-2i-8 = -10i$

Câu 8 (TH): Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-4x+9) = 2$ là:

A. $\{0;4\}$ **B.** $\{0;-4\}$ **C.** $\{4\}$ **D.** $\{0\}$

$\log_3(x^2-4x+9) = 2 \Leftrightarrow x^2-4x+9 = 3^2 \Leftrightarrow x^2-4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=0 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0;4\}$ **Chọn A.**

Câu 9 (TH): Bảng biến thiên trong hình vẽ bên là của hàm số nào trong các hàm số sau đây:

A. $y = x^4 - 2x^2 - 5$ **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 5$

C. $y = x^4 + 2x^2 - 5$ **D.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	-5	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT ta thấy hàm số có dạng: $y = ax^4 + bx^2 + c \ (a \neq 0)$

Ta thấy nét cuối của hàm số đi lên $\Rightarrow a > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án B.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow$ Loại các đáp án C và D. **Chọn A.**

Câu 10 (TH): Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5x-3}{1-2x}$ bằng số nào sau đây?

A. $-\dfrac{5}{2}$ **B.** $-\dfrac{2}{3}$ **C.** 5 **D.** $\dfrac{3}{2}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5x-3}{1-2x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5-\frac{3}{x}}{\frac{1}{x}-2} = -\dfrac{5}{2}$ **Chọn A.**

Câu 11 (TH): Khi độ dài cạnh của hình lập phương tăng thêm $2cm$ thì thể tích của nó tăng thêm $98cm^3$. Tính độ dài cạnh của hình lập phương.

A. $5cm$ **B.** $3cm$ **C.** $4cm$ **D.** $6cm$

Gọi cạnh hình lập phương ban đầu là $a(cm)$ $(a>0) \Rightarrow V = a^3(cm^3)$.

Cạnh hình lập phương sau khi tăng $2cm$ là $a+2(cm) \Rightarrow V_2 = (a+2)^3(cm^3)$

$\Rightarrow V_2 - V = 98 \Leftrightarrow (a+2)^3 - a^3 = 98 \Leftrightarrow a^3 + 6a^2 + 12a + 8 - a^3 - 98 = 0$

$\Leftrightarrow 6a^2 + 12a - 90 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 3(tm) \\ a = -5(ktm) \end{array}\right.$ **Chọn B.**

Câu 12 (TH): Cho $\int_0^2 2x\ln(1+x)dx = a\ln b$ với $a,b \in \mathbb{N}^*$ và b là số nguyên tố. Tính $3a+4b$.

A. 42 **B.** 2 **C.** 12 **D.** 32

Ta có: $I = \int_0^2 2x\ln(1+x)dx$

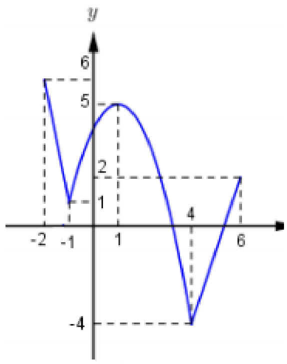
Đặt $\begin{cases} u = \ln(1+x) \\ dv = 2xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{1}{x+1}dx \\ v = x^2 \end{cases}$

$\Rightarrow I = x^2.\ln(x+1)\Big|_0^2 - \int_0^2 \dfrac{x^2}{x+1}dx = 4\ln 3 - \int_0^2 \left(x-1+\dfrac{1}{x+1}\right)dx$

$= 4\ln 3 - \left(\dfrac{x^2}{2} - x + \ln|x+1|\right)\Big|_0^2 = 4\ln 3 - (0+\ln 3 - 0) = 3\ln 3$ **Chọn B.**

$\Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow 3a+4b = 3.3+4.3 = 21$

Câu 13 (NB): Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;6]$, có đồ thị hàm số như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên miền $[-2;6]$. Tính giá trị của biểu thức $T = 2M+3m$.



A. 16 **B.** 0

C. 7 **D.** -2

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $[-2;6]$ lần lượt là:

$M = \max\limits_{[-2;6]} f(x) = 6; m = \min\limits_{[-2;6]} f(x) = -4$

$\Rightarrow T = 2M+3m = 2.6+3.(-4) = 0$

Chọn B.

Câu 14 (NB): Với a,b là hai số dương tùy ý thì $\log(a^3b^2)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

A. $3\left(\log a + \dfrac{1}{2}\log b\right)$ **B.** $2\log a + 3\log b$ **C.** $3\log a + \dfrac{1}{2}\log b$ **D.** $3\log a + 2\log b$

Ta có: $\log(a^3b^2) = \log a^3 + \log b^2 = 3\log a + 2\log b$ **Chọn D.**

Câu 15 (TH): Hàm số $f(x) = \log_3(x^2-4x)$ có đạo hàm trên miền xác định là $f'(x)$. Chọn kết quả đúng.

A. $f'(x) = \dfrac{\ln 3}{x^2-4x}$ **B.** $f'(x) = \dfrac{1}{(x^2-4x)\ln 3}$

C. $f'(x) = \dfrac{(2x-4)\ln 3}{x^2-4x}$ **D.** $f'(x) = \dfrac{2x-4}{(x^2-4x)\ln 3}$

$f'(x)=\left[\log_3\left(x^2-4x\right)\right]'=\dfrac{2x-4}{\left(x^2-4x\right)\ln 3}$

Chọn D.

Câu 16 (NB): Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số là số nào sau đây?

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. -4 **B.** 3 **C.** 0 **D.** -1

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Chọn B.

Chú ý khi giải: HS thường hay chọn nhầm với giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=-4$.

Câu 17 (TH): Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x^2+3x}\le 16$ là số nào sau đây?

A. 5 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 3

$2^{x^2+3x}\le 16=2^4 \Leftrightarrow x^2+3x\le 4 \Leftrightarrow x^2+3x-4\le 0 \Leftrightarrow -4\le x\le 1$

$x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-4;-3;-2;-1;0;1\}$

Chọn B.

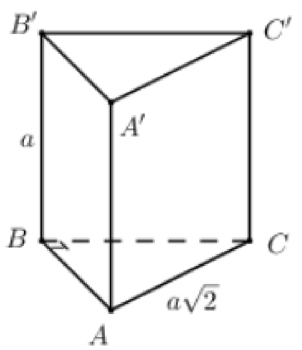
Câu 18 (NB): Trong không gian *Oxyz* cho điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;4;5)$. Tọa độ vecto $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $(4;5;3)$ **B.** $(2;3;3)$ **C.** $(-2;-3;3)$ **D.** $(2;-3;-3)$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3-1;4-1;5-2)=(2;3;3)$

Chọn B.

Câu 19 (TH): Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích lăng trụ.



A. $\dfrac{a^3}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3}{6}$

C. a^3 **D.** $\dfrac{a^3}{2}$

Ta có: ΔABC vuông cân tại $B, AC=a\sqrt{2}\Rightarrow AB=BC=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=a$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=BB'.S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC.BB'=\dfrac{a^3}{2}$

Chọn D.

Câu 20 (TH): Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)+7=0$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Cách giải:

Ta có: $2f\left(x\right)+7=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{7}{2}.\ (*)$

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{7}{2}$.

Ta có:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	3	↘	-4	↗	$+\infty$
									$y=-7/2$

Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y=-\dfrac{7}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt.

Chọn C.

Câu 21 (VD): Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'\left(x\right)=\left(2x+1\right)\left(x-3\right)\left(x+5\right)^4$. Hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Ta có: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left(2x+1\right)\left(x-3\right)\left(x+5\right)^4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-\dfrac{1}{2}\\x=-5\end{array}\right.$

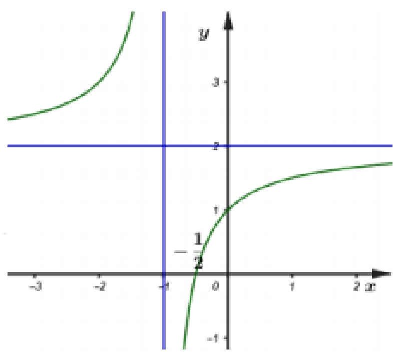
Trong đó $x=3,x=-\dfrac{1}{2}$ là các nghiệm bội lẻ và $x=-5$ là nghiệm bội chẵn nên hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn A.

Câu 22 (TH): Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của 1 trong 4 hàm số dưới đây, đó là hàm số nào?

A. $y=x^3-3x+1$ **B.** $y=x^4-x^2+1$

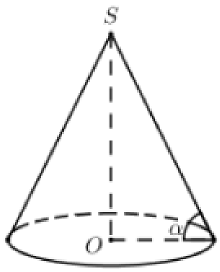
C. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có TCĐ là $x=-1$ và TCN là $y=2 \Rightarrow$ Chọn C.

Chọn C.

Câu 23 (TH): Cho hình nón có đường sinh là a, góc giữa đường sinh và đáy là α. Tính diện tích xung quanh của hình nón.



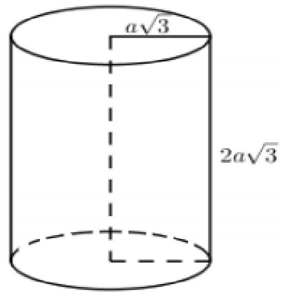
A. $2\pi a^2 \sin\alpha$ **B.** $\pi a^2 \sin\alpha$

C. $2\pi a^2 \cos\alpha$ **D.** $2\pi a^2 \cos\alpha$

Ta có: $R = a\cos\alpha$

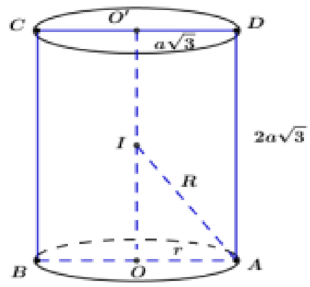
$\Rightarrow S_{xq} = \pi Rl = \pi a\cos\alpha.a = \pi a^2 \cos\alpha$ **Chọn D.**

Câu 24 (VD): Một khối trụ bán kính đáy là $a\sqrt{3}$, chiều cao là $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối trụ.



A. $8\sqrt{6}\pi a^3$ **B.** $6\sqrt{6}\pi a^3$

C. $4\sqrt{3}\pi a^3$ **D.** $\dfrac{4\sqrt{6}\pi a^3}{3}$



Gọi I là trung điểm của OO'

$\Rightarrow R = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{3a^2 + 3a^2} = a\sqrt{6}$

$\Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.\left(a\sqrt{6}\right)^3 = 8\sqrt{6}\pi a^3$

Chọn A.

Câu 25 (TH): Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R^*, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		0			1		$+\infty$
y'		$-$	‖		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1 ‖	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Chọn khẳng định đúng về đồ thị hàm số.

A. Đồ thị có đúng 1 tiệm cận ngang.

B. Đồ thị có đúng 2 tiệm cận ngang.

C. Đồ thị có đúng 1 tiệm cận đứng.

D. Đồ thị không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Dựa vào BBT ta thấy: $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 0$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

Chọn C.

Câu 26 (TH): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (S) có tâm I nằm trên đường thẳng $y=-x$, bán kính bằng $R=3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ. Lập phương trình của (S), biết hoành độ tâm I là số dương.

A. $(x-3)^2+(y-3)^2=9$ **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2=9$

C. $(x-3)^2-(y-3)^2=9$ **D.** $(x+3)^2+(y+3)^2=9$

Gọi $I(a;-a)\ (a>0)$ thuộc đường thẳng $y=-x$

$\Rightarrow S:(x-a)^2+(y+a)^2=9$

(S) tiếp xúc với các trục tọa độ $\Rightarrow d(I,Ox)=d(I;Oy)=R=3$

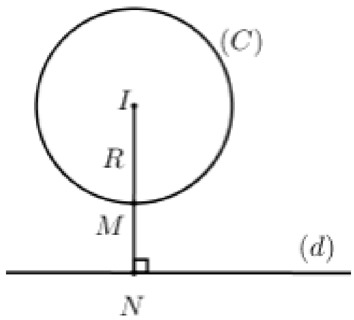
$\Leftrightarrow |x_1|=|y_1|=3 \Leftrightarrow a=3 \Rightarrow (S):(x-3)^2+(y+3)^2=9$ **Chọn B.**

Câu 27 (VD): Cho các số thực a,b,c,d thay đổi, luôn thỏa mãn $(a-1)^2+(b-2)^2=1$ và $4c-3d-23=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(a-c)^2+(b-d)^2$ là:

A. $P_{\min}=28$ **B.** $P_{\min}=3$ **C.** $P_{\min}=3$ **D.** $P_{\min}=16$

Gọi $M(a;b), N(c;d)$

Khi đó ta có M thuộc đường tròn $(x-1)^2+(y-2)^2=1(C)$ và N thuộc đường thẳng $4x-3y-23=0(d)$



Ta có: $P=(a-c)^2+(b-d)^2=MN^2$

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=1$.

Ta có $d(I;d)=\dfrac{|4.1-3.2-23|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\dfrac{25}{5}=5>R \Rightarrow d$ không cắt (C).

Khi đó $MN_{\min}=d(I;d)-R=5-1=4 \Rightarrow P_{\min}=4^2=16$ **Chọn D.**

Câu 28 (TH): Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(2;3;4)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua A có phương trình là:

A. $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=3$ **B.** $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=9$

C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=45$ **D.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=3$

Mặt cầu tâm I đi qua $A \Rightarrow IA=R \Leftrightarrow R=\sqrt{(1-2)^2+(2-3)^2+(3-4)^2}=\sqrt{3}$

$\Rightarrow (S):(x-)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=3$

Chọn D.

Câu 29 (TH): Đặt $\log_3 4=a$, tính $\log_{64}81$ theo a.

A. $\dfrac{3a}{4}$ **B.** $\dfrac{4a}{3}$ **C.** $\dfrac{3}{4a}$ **D.** $\dfrac{4}{3a}$

Ta có: $\log_{64}81=\log_{4^3}3^4=\frac{4}{3}\log_4 3=\frac{4}{3\log_3 4}=\frac{4}{3a}$

Chọn D.

Câu 30 (TH): Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+e^x-5x$?

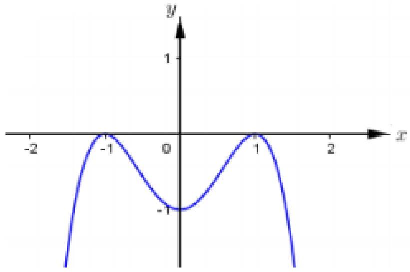
A. $F(x)=-\cos x+e^x-\frac{5}{2}x^2+1$ **B.** $F(x)=\cos x+e^x-5x+3$

C. $F(x)=\cos x+e^x-\frac{5}{2}x^2$ **D.** $F(x)=-\cos x+\frac{e^x}{x+1}-\frac{5}{2}x^2$

Ta có: $F(x)=\int(\sin x+e^x-5x)dx=-\cos x+e^x-\frac{5}{2}x^2+C$

Chọn $C=1\Rightarrow F(x)=-\cos x+e^x-\frac{5}{2}x^2+1$ **Chọn A.**

Câu 31 (TH): Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:



A. $(-1;0)$ **B.** $(1;+\infty)$

C. $(0;1)$ **D.** $(-1;1)$

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

Chọn C.

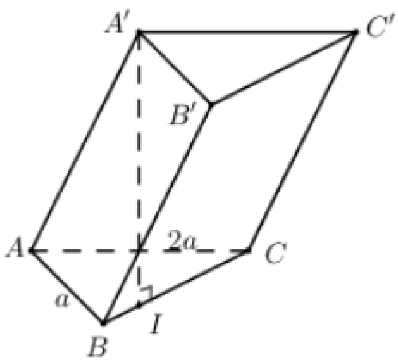
Câu 32: Cho $\int f(x)dx=\frac{1}{x}+\ln x+C$ (với C là hằng số tùy ý), trên miền $(0;+\infty)$ chọn đẳng thức đúng về hàm số $f(x)$

A. $f(x)=\sqrt{x}+\ln x$ **B.** $f(x)=\frac{x-1}{x^2}$

C. $f(x)=-\sqrt{x}+\frac{1}{x}+\ln x$ **D.** $f(x)=\frac{-1}{x^2}+\ln x$

Ta có: $\int f(x)dx=\frac{1}{x}+\ln x+C\Rightarrow f(x)=\left(\frac{1}{x}+\ln x+C\right)'=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x^2}$ **Chọn B.**

Câu 33 (TH): Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB=a, AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm I thuộc cạnh BC. Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng $(A'BC)$.



A. $\frac{2}{3}a$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$ **D.** $\frac{1}{3}a$

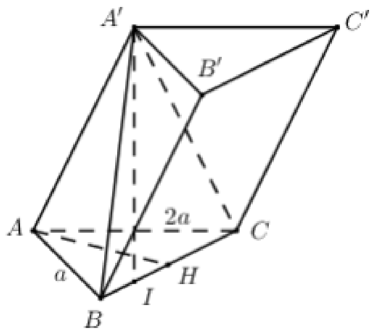
Trong (ABC) kẻ $AH \perp BC$ ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp A'I\left(A'I \perp (ABC)\right) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BC)$$

$$\Rightarrow d\left(A;(A'BC)\right) = AH$$

Xét tam giác vuông ABC có:

$$AH = \frac{AB.AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{a.2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$$



Chọn C.

Câu 34 (TH): Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ và $(Q): x+2y+3z+6=0$ là

A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$ **B.** $\frac{8}{\sqrt{14}}$ **C.** 14 **D.** $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Dễ dàng nhận thấy $(P)//(Q)$.

Lấy $M(1;0;0) \in (P)$, khi đó $d\left((P);(Q)\right) = d\left(\mathrm{M};(Q)\right) = \frac{|1+2.0+3.0+6|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}} = \frac{7}{\sqrt{14}}$

Chọn A.

Câu 35 (TH): Cho $\int_0^1 f(x)dx = 3, \int_0^1 g(x)dx = -2$. Tính giá trị của biểu thức $I = \int_0^1 \left[2f(x) - 3g(x)\right]dx$.

A. 12 **B.** 9 **C.** 6 **D.** -6

Ta có: $I = \int_0^1 \left[2f(x) - 3g(x)\right]dx = 2\int_0^1 f(x)dx - 3\int_0^1 g(x)dx = 2.3 - 3.(-2) = 12$

Chọn A.

Câu 36 (VD): Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = \frac{|x|}{x+5}, x=-2, x=2$ và trục hoành là:

A. $15\ln 10 - 10\ln 5$ **B.** $10\ln 5 - 5\ln 21$ **C.** $5\ln 21 - \ln 5$ **D.** $121\ln 5 - 5\ln 21$

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{|x|}{x+5} = 0 \Leftrightarrow |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = \frac{|x|}{x+5}, x=-2, x=2$ và trục hoành là:

$$S=\int_{-2}^{0}\left|\frac{|x|}{x+5}\right|dx+\int_{0}^{2}\left|\frac{|x|}{x+5}\right|dx=\int_{-2}^{0}\left|\frac{-x}{x+5}\right|dx+\int_{0}^{2}\left|\frac{x}{x+5}\right|dx$$

$$=\int_{-2}^{0}\frac{-x}{x+5}dx+\int_{0}^{2}\frac{x}{x+5}dx=\int_{-2}^{0}\left(-1+\frac{5}{x+5}\right)dx+\int_{0}^{2}\left(1-\frac{5}{x+5}\right)dx$$

$$=\left(-x+5\ln|x+5|\right)\Big|_{-2}^{0}+\left(x-5\ln|x+5|\right)\Big|_{0}^{2}$$ **Chọn B.**

$$=5\ln 5-(2+5\ln 3)+(2-5\ln 7)-(0-5\ln 5)$$

$$=5(\ln 5-\ln 3-\ln 7+\ln 5)=10\ln 5-5\ln 21$$

Câu 37 (VDC): Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và đồng biến trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, bất phương trình $f(x)>\ln(\cos x)-e^{\pi x}+m$ (với m là tham số) thỏa mãn với mọi $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

A. $m\le f(0)+1$ **B.** $m\le f(0)-1$ **C.** $m<f(0)+1$ **D.** $m\ge f(0)+1$

Ta có $f(x)>\ln(\cos x)-e^{\pi x}+m\Leftrightarrow f(x)-\ln(\cos x)+e^{\pi x}>m\ \ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

Đặt $g(x)=f(x)-\ln(\cos x)+e^{\pi x}\Rightarrow g(x)>m\ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow m\le\min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]}g(x)$

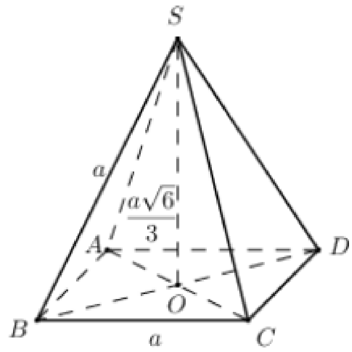
Ta có $g'(x)=f'(x)+\frac{\sin x}{\cos x}+\pi e^{\pi x}$

Với $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow\begin{cases}\sin x>0\\\cos x>0\end{cases}$, theo giả thiết ta có $f'(x)>0\ \ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow g'(x)>0\ \ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow$ Hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow\min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]}g(x)=g(0)=f(0)-\ln(\cos 0)+e^{0}=f(0)+1\Leftrightarrow m\le f(0)+1$ **Chọn A.**

Câu 38 (VD): Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O và $SO\perp(ABCD), SO=\frac{a\sqrt{6}}{3}, BC=SB=a$. Số đo góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (SCD) là:



A. 90^0 **B.** 60^0
C. 30^0 **D.** 45^0

Gọi M là trung điểm của SC.
Tam giác SBC cân tại $B\Rightarrow BM\perp SC$.
Xét tam giác SBD có SO là trung tuyến đồng thời là đường cao
$\Rightarrow\Delta SBC$ cân tại $S\Rightarrow SB=SD=a$
ΔSCD có $SD=CD=a\Rightarrow\Delta SCD$ cân tại $D\Rightarrow DM\perp SC$

Ta có: $\begin{cases}(SBC)\cap(SCD)=SC\\(SBC)\supset BM\perp SC\\(SCD)\supset DM\perp SC\end{cases}\Rightarrow\angle\left((SBC);(SCD)\right)=\angle(BM;DM)$

Xét chóp $B.SAC$ ta có $BC=BS=BA=a\Rightarrow$ Hình chiếu của B lên (SAC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAC.

Ta có $\begin{cases}BO\perp AC\ (gt)\\BO\perp SO\ \left(SO\perp(ABCD)\right)\end{cases}\Rightarrow BO\perp(SAC)\Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAC.

$\Rightarrow\Delta SAC$ vuông cân tại $S\Rightarrow AC=2SO=\frac{2a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow SA=SC=\frac{AC}{\sqrt{2}}=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Xét tam giác vuông OAB có $OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=\sqrt{a^2-\frac{2a^2}{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow BD=2OB=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Xét tam giác vuông $BCM: BM=\sqrt{BC^2-MC^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}=DM$

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác BDM ta có:

$$\cos\angle BMD=\frac{BM^2+DM^2-BD^2}{2BM.DM}=\frac{\frac{2a^2}{3}+\frac{2a^2}{3}-\frac{4a^2}{3}}{2.\frac{2a^2}{3}}=0\Rightarrow\angle BMD=90^0$$

Vậy $\angle\left((SBC);(SCD)\right)=90^0$

Chọn A.

Câu 39 (VD): Cho đồ thị hàm số $f(x)=2x^3+mx+3$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ a,b,c. Tính giá trị của biểu thức $P=\frac{1}{f'(a)}+\frac{1}{f'(b)}+\frac{1}{f'(c)}$.

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 0 **C.** $1-3m$ **D.** $3-m$

Đồ thị hàm số $f(x)=2x^3+mx+3$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ a,b,c khi đó $f(x)=2(x-a)(x-b)(x-c)$

Ta có $f'(x)=2(x-b)(x-c)+2(x-a)(x-c)+2(x-a)(x-b)$

$$\Rightarrow\begin{cases}f'(a)=2(a-b)(a-c)\\f'(b)=2(b-a)(b-c)\\f'(c)=2(c-a)(c-b)\end{cases}$$

Khi đó ta có:

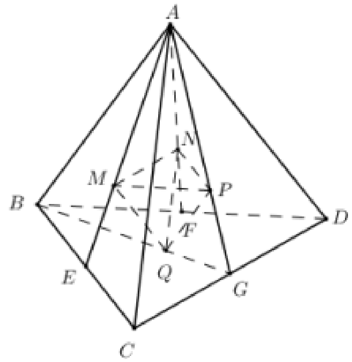
$$P=\frac{1}{f'(a)}+\frac{1}{f'(b)}+\frac{1}{f'(c)}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\frac{c-b+a-c+b-a}{(a-b)(b-c)(c-a)}=0$$

Chọn B.

Câu 40 (VD): Cho khối tứ diện *ABCD* có thể tích là *V*. Gọi *E*, *F*, *G* lần lượt là trung điểm *BC*, *BD*, *CD* và *M*, *N*, *P*, *Q* lần lượt là trọng tâm $\Delta ABC, \Delta ABD, \Delta ACD, \Delta BCD$. Tính thể tích khối tứ diện *MNPQ* theo *V*.



A. $\frac{V}{9}$ **B.** $\frac{V}{3}$

C. $\frac{2V}{9}$ **D.** $\frac{V}{27}$

Cách giải:

Ta có: $\frac{AM}{AE}=\frac{AP}{AG}=\frac{AN}{AF}=\frac{2}{3}\Rightarrow MP//EG, MN//EF$

$\Rightarrow (MNP)//(BCD)$.

Ta có $\frac{MN}{EG}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{MN}{BD}=\frac{1}{3}$

Ta có ΔMNP đồng dạng với ΔBCD theo tỉ số $\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta BCD}}=\frac{1}{9}$

Dựng $B'C'$ qua *M* và song song *BC*. $C'D'$ qua *P* và song song với *CD*.

$\Rightarrow (MNP)\equiv(B'C'D')$

Trong (ABG) gọi $I=AQ\cap B'P$. Ta có $\frac{AB'}{AB}=\frac{AI}{AQ}=\frac{AP}{AG}=\frac{2}{3}$.

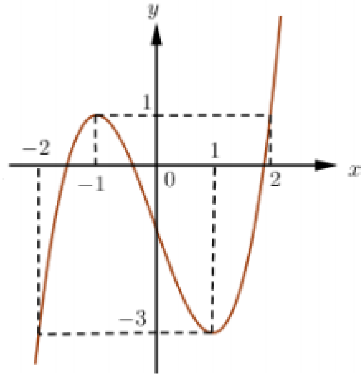
$$\frac{d(Q;(MNP))}{d(A;(MNP))}=\frac{QI}{AI}=\frac{1}{2};\frac{d(A;(MNP))}{d(A;(BCD))}=\frac{AB'}{AB}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow\frac{d(Q;(MNP))}{d(A;(BCD))}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

Vậy $\frac{V_{MNPQ}}{V_{ABCD}}=\frac{1}{3}.\frac{1}{9}=\frac{1}{27}\Rightarrow V_{MNPQ}=\frac{V}{27}$

Chọn D.

Câu 41 (VD): Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f\left(f\left(x\right)-1\right)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 6 **B.** 5

C. 7 **D.** 4

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\in\left(-2;-1\right)\\x=b\in\left(-1;0\right)\\x=c\in\left(1;2\right)\end{array}\right.$

Ta có: $f\left(f\left(x\right)-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}f\left(x\right)-1=a\in\left(-2;-1\right) & (1)\\f\left(x\right)-1=b\in\left(-1;0\right) & (2)\\f\left(x\right)-1=c\in\left(1;2\right) & (3)\end{array}\right.$

Xét phương trình $(1)\Leftrightarrow f\left(x\right)=a+1\in\left(-1;0\right)$

$\Rightarrow$ Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Xét phương trình $(2)\Leftrightarrow f\left(x\right)=b+1\in\left(0;1\right)$

$\Rightarrow$ Phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt.

Xét phương trình $(3)\Leftrightarrow f\left(x\right)=c+1\in\left(2;3\right)$

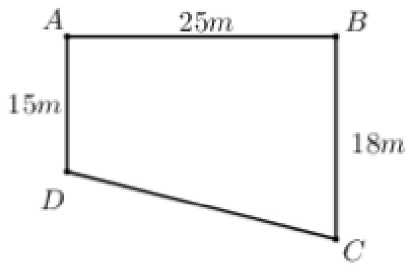
$\Rightarrow$ Phương trình (3) có 1 nghiệm duy nhất.

Dễ thấy các nghiệm trên đều không trùng nhau.

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)-1\right)=0$ có tất cả 7 nghiệm thực phân biệt.

Chọn C.

Câu 42 (VDC): Một phân sân trường được định vị bởi các điểm *A*, *B*, *C*, *D* như hình vẽ. Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết *ABCD* là hình thang vuông ở *A* và *B* với độ dài *AB* = 25*m*, *AD* = 15*m*, *BC* = 18*m*. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở *C* nên người ta lấy độ cao ở các điểm *B*, *C*, *D* xuống thấp hơn so với độ cao ở *A* là 10*cm*, a *cm*, 6*cm* tương ứng. Giá trị của a là các số nào sau đây?



A. 15,7*cm* **B.** 17,2*cm* **C.** 18,1*cm* **D.** 17,5*cm*

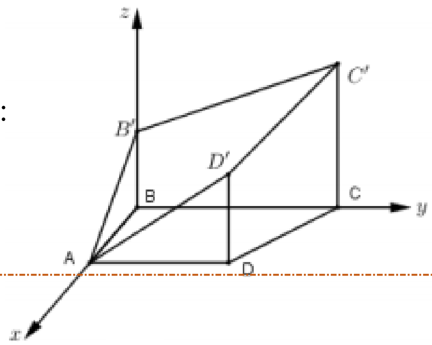
Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có:

$B(0;0;0),A(25;0;0),C(0;18;0),D(25;15;0)$

Gọi điểm B',C',D' lần lượt là các điểm B,C,D sau khi hạ xuống ta có:

$B'(0;0;10),C'(0;18;a),D(25;15;6)$

Ta có $\overrightarrow{AB'}=(-25;0;10);\overrightarrow{AC'}=(-25;18;a);\overrightarrow{AD'}=(0;15;6)$

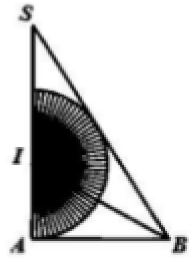


$\left[\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AD'}\right]=(-150;150;-375)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AD'}\right].\overrightarrow{AC'}=3750+2700-375a=6450-375a$

Do A,B',C',D' đồng phẳng nên $\left[\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AD'}\right].\overrightarrow{AC'}=0\Leftrightarrow 6450-375a=0\Leftrightarrow a=17,2$

Chọn B.

Câu 43 (VD): Cho tam giác SAB vuông tại $A, \angle ABS=60^0$. Phân giác của góc $\angle ABS$ cắt SA tại I. Vẽ nửa đường tròn tâm I, bán kính IA (như hình vẽ). Cho miền tam giác SAB và nửa hình tròn quay xung quanh trục SA tạo nên các khối tròn xoay có thể tích tương ứng là V_1,V_2. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $V_1=\frac{4}{9}V_2$ **B.** $V_1=\frac{3}{2}V_2$

C. $V_1=3V_2$ **D.** $V_1=\frac{9}{4}V_2$

Quay miền tam giác SAB quanh cạnh SA ta được khối nón có chiều cao $h = SA$, bán kính đáy $R = AB$.

$\Rightarrow V_1=\frac{1}{3}\pi.AB^2.SA$

Quay nửa hình tròn quanh cạnh SA ta được khối cầu có bán kính IA.

Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: $\frac{IA}{IS}=\frac{AB}{SB}=\cos 60^0=\frac{1}{2}\Rightarrow IA=\frac{1}{2}IS\Rightarrow IA=\frac{1}{3}SA$

$V_2=\frac{4}{3}\pi.IA^3=\frac{4}{3}\pi\frac{SA^3}{27}=\frac{4\pi SA^3}{81}$

$\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}\pi.AB^2.SA}{\frac{4\pi SA^3}{81}}=\frac{27}{4}.\frac{AB^2}{SA^2}=\frac{27}{4}\left(\frac{AB}{SA}\right)^2=\frac{27}{4}\left(\cot 60^0\right)^2=\frac{27}{4}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{9}{4}$

Chọn D.

Câu 44 (VDC): Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;5),B(2;6;-1),C(-4;-12;5)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z-5=0$. Gọi M là điểm di động trên (P). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ là:

A. 42 **B.** 14 **C.** $14\sqrt{3}$ **D.** $\frac{14}{\sqrt{3}}$

Giả sử $I(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{IA}=(-1-a;3-b;5-c)\\ \overrightarrow{IB}=(2-a;6-b;-1-c)\\ \overrightarrow{IC}=(-4-a;-12-b;5-c)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=(-3a-3;-3b-3;-3c+9)=\vec{0}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3a+3=0 \\ 3b+3=0 \\ 3c-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \Rightarrow I(-1;-1;3) \\ c=3 \end{cases}$

Ta có: $S = \left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right| = \left|3\overrightarrow{MI}+\underbrace{\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)}_{0}\right| = 3MI$

Khi đó $S_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min} \Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P).

$\Rightarrow MI_{\min} = d(I;(P)) = \dfrac{|-1+2(-1)-2.3-5|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = \dfrac{14}{3}$

Vậy $S_{\min} = 3.\dfrac{14}{3} = 14$

Chọn B.

Câu 45 (VD): Ông An có 200 triệu đồng gửi tiết kiệm tại ngân hàng với kì hạn 1 tháng so với lãi suất 0,6%/ 1 tháng được trả vào cuối kì. Sau mỗi kì hạn ông đến tất toán cả gốc lẫn lãi, rút ra 4 triệu đồng để tiêu dùng, số tiền còn lại ông gửi vào ngân hàng theo phương thức trên (phương thức giao dịch và lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi). Sau đúng 1 năm (đúng 12 kì hạn) kể từ ngày gửi, ông An tất toán và rút ra toàn bộ số tiền nói trên ở ngân hàng, số tiền đó là bao nhiêu? (làm tròn đến nghìn đồng)

A. 169234 (nghìn đồng) **B.** 165288 (nghìn đồng) **C.** 168269 (nghìn đồng) **D.** 165269 (nghìn đồng)

Sau tháng thứ nhất, số tiền còn lại là $A_1 = 200(1+r)-4$

Sau tháng thứ hai số tiền còn lại là $A_2 = A_1(1+r)-4 = 200(1+r)^2 - 4(1+r)-4$

...

Sau 12 tháng số tiền còn lại là

$A_{12} = 200(1+r)^{12} - 4\left(1+(1+r)+...+(1+r)^{11}\right)$

$= 200(1+r)^{12} - 4\dfrac{(1+r)^{12}-1}{1+r-1} = 200(1+r)^{12} - \dfrac{4}{r}\left[(1+r)^{12}-1\right] = 165,269\ (trieu\ dong)$

Chọn D.

Câu 46 (VDC): Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 4 - 2m^2$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = |\pi f(x)|$ có đúng 3 cực trị.

A. 6 **B.** 8 **C.** 9 **D.** 7

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 4 - 2m^2$ có $f'(x) = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2-m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m \end{array}\right.$

TH1: $m \le 0 \Rightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ có 1 cực trị.

$\Rightarrow$ Để hàm số $y = |f(x)|$ có đúng 3 cực trị thì phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow f(0) < 0 \Leftrightarrow 4-2m^2 < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \sqrt{2} \\ m < -\sqrt{2} \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow m < -\sqrt{2}$

TH2: $m > 0 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ có 3 cực trị.

BBT:

x	$-\infty$		$-\sqrt{m}$		0		$\sqrt{m}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\searrow$			$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Hàm số $y = \left|f(x)\right|$ có đúng 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm

$\Rightarrow f\left(\sqrt{m}\right) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m^2 + 4 - 2m^2 > 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow -\dfrac{2}{\sqrt{3}} < m < \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow 0 < m < \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

Kết hợp điều kiện đề bài ta có $\begin{cases} m \in \left(-10; -\sqrt{2}\right) \cup \left(0; \dfrac{2}{\sqrt{3}}\right) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-9; -8; ...; -2; 1\}$

Vậy có 9 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn C.

Câu 47 (VDC): Cho các số thực x, y thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $3x^2 - 2xy - y^2 = 5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + xy + 2y^2$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(4;7)$ **B.** $(-2;1)$ **C.** $(1;4)$ **D.** $(7;10)$

Cách giải:

Ta có $2P = 2x^2 + 2xy + 4y^2 \Rightarrow 2P + 5 = 5x^2 + 3y^2 \geq 0 \Leftrightarrow P \geq \dfrac{-5}{2}$

Vậy $P_{\min} = \dfrac{-5}{2} \in$

Câu 48 (VDC): Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;\pi]$. Biết $f(0) = 2e$ và $f(x)$ luôn thỏa mãn đẳng thức $f'(x) + \sin x f(x) = \cos x e^{\cos x}$ $\forall x \in [0;\pi]$. Tính $I = \int_0^\pi f(x)dx$ (làm tròn đến phần trăm)

A. $I \approx 6,55$ **B.** $I \approx 17,30$ **C.** $I \approx 10,31$ **D.** $I \approx 16,91$

$f'(x)+\sin x f(x)=\cos x e^{\cos x}\quad \forall x\in[0;\pi]$

$\Leftrightarrow f'(x)e^{-\cos x}+\sin x f(x)e^{-\cos x}=\cos x$

$\Leftrightarrow \left[f(x)e^{-\cos x}\right]'=\cos x$

$\Leftrightarrow \int\limits_0^x \left[f(x)e^{-\cos x}\right]dx=\int\limits_0^x \cos x dx$

$\Leftrightarrow f(x)e^{-\cos x}\Big|_0^x=\sin x\Big|_0^x$

$\Leftrightarrow f(x)e^{-\cos x}-f(0).e^{-1}=\sin x$

$\Leftrightarrow f(x)e^{-\cos x}-2e.e^{-1}=\sin x$

$\Leftrightarrow f(x)e^{-\cos x}=\sin x+2$

$\Leftrightarrow f(x)=(\sin x+2)e^{\cos x}$

Khi đó ta có $I=\int\limits_0^{\pi} f(x)dx=\int\limits_0^{\pi}(\sin x+2)e^{\cos x}dx\approx 10,31$

Chọn C.

Câu 49 (VDC): Cho x,y thỏa mãn $\log_3\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-9)+y(y-9)+xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{3x+2y-9}{x+y-10}$ khi x,y thay đổi.

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Cách giải:

$\log_3\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-9)+y(y-9)+xy$

$\Leftrightarrow \log_3(x+y)-\log_3(x^2+y^2+xy+2)+2=x^2+y^2+xy+2-9x-9y\ (x+y>0)$

$\Leftrightarrow \log_3(9x+9y)+(9x+9y)=\log_3(x^2+y^2+xy+2)+x^2+y^2+xy+2(*)$

Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t\,(t>0)$ ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 3}+1>0\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$

Từ $(*)\Rightarrow f(9x+9y)=f(x^2+y^2+xy+2)\Leftrightarrow 9x+9y=x^2+y^2+xy+2$

$\Leftrightarrow 9(x+y)=(x+y)^2-xy+2\Leftrightarrow xy=(x+y)^2-9(x+y)+2$

Ta có: $x=x+xy-xy=x(y+1)-xy\le\left(\dfrac{x+y+1}{2}\right)^2-xy\Rightarrow xy\le\left(\dfrac{x+y+1}{2}\right)^2-x$

Từ đó $xy=(x+y)^2-9(x+y)+2\le\left(\dfrac{x+y+1}{2}\right)^2-x\Leftrightarrow x\le\left(\dfrac{x+y+1}{2}\right)^2-(x+y)^2+9(x+y)-2$

Đặt $t=x+y>0$ thì

$$P=\frac{x+2(x+y)-9}{x+y+10}=\frac{x+2t-9}{t+10}\le\frac{\frac{(t+1)^2}{4}-t^2+9t-2+2t-9}{t+10}$$

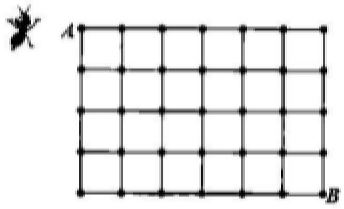
$$=\frac{t^2+2t+1-4t^2+44t-44}{4t+40}=\frac{-3t^2+46t-43}{4t+40}$$

Xét hàm số $f(t)=\frac{-3t^2+46t-43}{4t+40}\ (t\ne 10)$

Sử dụng MTCT ta tìm được max $P=2$.

Chọn A.

Câu 50 (VDC): Cho lưới ô vuông đơn vị, kích thước 4 ×6 như sơ đồ hình vẽ bên. Một con kiến bò từ A, mỗi lần di chuyển nó bò theo một cạnh của hình vuông đơn vị để tới mắt lưới liền kề. Có tất cả bao nhiêu cách thực hiện hành trình để sau 12 lần di chuyển, nó dừng lại ở B ?



A. 3498 **B.** 6666 **C.** 1532 **D.** 3489

Cách giải:

Đáp án B

Từ A đến B, để sau 12 lần di chuyển, con kiến cần thực hiện 6 bước ngang và 4 bược xuống. Để thực hiện hành trình này, ta có hai trường hợp như sau:

TH1: con kiến đi 8 bước ngang + 4 bước xuống (trong 8 bước ngang thì có 1 bước quay lại vị trí cũ (M ->N và N -> M) => $C_{12}^{8}.6$ cách thực hiện.

TH2: con kiến đi 6 bước ngang + 6 bước xuống (trong 6 bước xuống thì có 1 bước quay lại vị trí cũ (M ->N và N -> M) => $C_{12}^{6}.4$ cách thực hiện.

Tóm lại từ 2 trường hợp ta có $C_{12}^{8}.6+C_{12}^{6}.4=6666$ cách thực hiện.