
(Đề thi có 06 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 101

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$. B. $\vec{u}_1 = (1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; -2; -1)$. D. $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$, $C(-10; 5; 3)$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $(1; 8; 2)$. B. $(1; 2; 0)$. C. $(1; 2; 2)$. D. $(1; -2; 2)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(2; 6; 4)$ B. $(4; -2; 10)$ C. $(1; 3; 2)$ D. $(2; -1; 5)$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 16$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 1)$. B. $(1; -2; 0)$. C. $(-1; 2; 1)$. D. $(-1; 2; 0)$.

Câu 6. Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{3}{2}$ B. $x = 2$ C. $x = 3$ D. $x = \frac{5}{2}$

Câu 7. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. 11. C. 6. D. 5.

Câu 8. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

- A. $y = -4$. B. $y = 1$. C. $y = -2$. D. $y = 2$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y = 5^{2x}$ là

- A. $y' = 5^{2x} \ln 25$. B. $y' = \frac{5^{2x}}{\ln 5}$. C. $y' = \frac{5^{2x}}{\ln 25}$. D. $y' = 5^{2x} \ln 5$.

Câu 10. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = a\sqrt{2}$

- A. $V = 2a^3\sqrt{6}$. B. $V = 2a^3\sqrt{2}$. C. $V = 3a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11. Cho $\int_{-1}^5 f(x) dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 f(2x+1) dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = 12$. C. $I = 6$. D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) \leq 2$ là

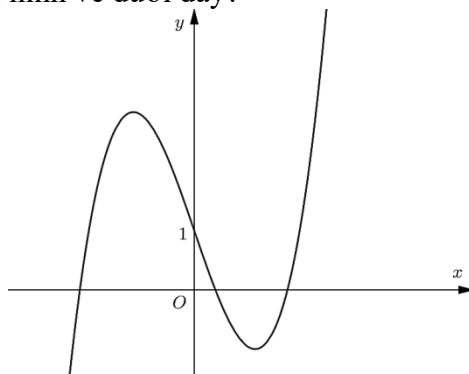
A. $S = (2; 8]$.

B. $S = (-\infty; 11]$.

C. $S = (-\infty; 8]$.

D. $S = (2; 11]$.

Câu 13. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x - 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			2			-2		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

A. $y = -2$.

B. $y = 2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 0$.

Câu 15. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 2x$ là

A. $x^3 - 2x + C$

B. $x^4 - x^2 + C$

C. $3x^2 - 2 + C$

D. $\frac{1}{4}x^4 - x^2 + C$

Câu 16. Tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 9, chiều cao bằng 4.

A. $V = 12$.

B. $V = 36$.

C. $V = 16$.

D. $V = 18$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2			$+\infty$	
	$-\infty$			-2			

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 3)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Câu 18. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 \frac{25}{a}$ bằng

A. $5 - \log_5 a$.

B. $\frac{5}{\log_5 a}$.

C. $2 - \log_5 a$.

D. $\frac{2}{\log_5 a}$.

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y = \ln(2-x)$ là

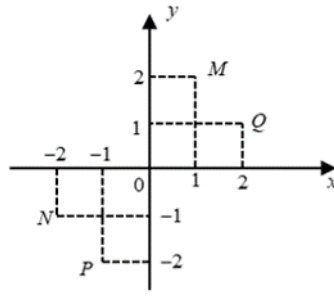
A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $D = (2; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = (-\infty; 2)$.

Câu 20. Cho số phức $z = -2 + i$. Trong hình dưới, điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là



- A. N . B. M . C. P . D. Q .

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , tam giác ABD đều cạnh $\sqrt{2}a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{3\sqrt{2}a}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 22. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i; z_2 = 1 + 4i$ khi đó môđun của số phức $\overline{z_1} + z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $8\sqrt{2}$. C. 8. D. 10.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;2), A(2;-3;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 2 = 0, (Q): x + 2y + z + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , cắt $(P), (Q)$ lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{5}$. B. $\frac{x-1}{24} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-14}$.
C. $\frac{x-1}{-30} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{17}$. D. $\frac{x-1}{26} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-15}$.

Câu 24. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của hình trụ đã cho bằng

- A. $\frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$. B. 5. C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. D. $5\sqrt{\pi}$.

Câu 25. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$, bán kính đáy bằng a thì độ dài đường sinh bằng

- A. $\sqrt{5}a$. B. $3a$. C. $3\sqrt{2}a$. D. $5a$.

Câu 26. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

- A. 2. B. 11. C. 7. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 27. Hàm số $y = e^x + 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $e^x + 2 + C$. B. $\frac{1}{x+1}e^{x+1} + x^2$. C. $e^x + 2$. D. $e^x + x^2 + C$.

Câu 28. Có hai hộp. Hộp I đựng 4 gói quà màu đỏ và 6 gói quà màu xanh, hộp II đựng 2 gói quà màu đỏ và 8 gói quà màu xanh. Gieo một con súc sắc, nếu được mặt 6 chấm thì lấy một gói quà từ hộp I, nếu được mặt khác thì lấy một gói quà từ hộp II. Tính xác suất để lấy được gói quà màu đỏ.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{7}{30}$. C. $\frac{23}{30}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $A(1;3;-2)$, tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) .

Mặt cầu (S) có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 1$. B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 4$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x+2)(x^2-4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(1; 2)$.

Câu 31. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$, $u_4 = -54$. Tìm công bội q .

A. -27 .

B. -9 .

C. 3 .

D. -3 .

Câu 32. Môđun của số phức $z = (-4 + 3i)i$ bằng

A. 3 .

B. $\sqrt{7}$.

C. 4 .

D. 5 .

Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 1$, $AA' = 2$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC bằng

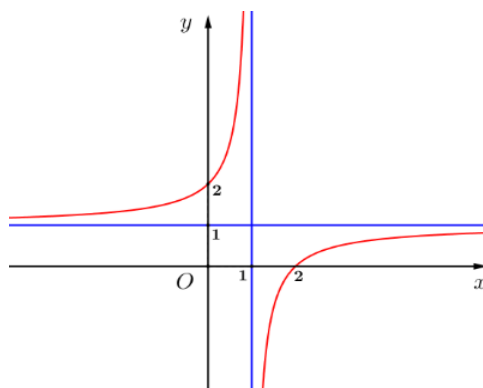
A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 34. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là



A. $M(0; 2)$.

B. $M(0; 1)$.

C. $M(2; 0)$.

D. $M(1; 0)$.

Câu 35. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_1^2 [2x - f(x)] dx$ bằng

A. 6 .

B. -3 .

C. 0 .

D. 3 .

Câu 36. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$; $z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $z_2 \cdot z_1$ bằng

A. 3 .

B. -2 .

C. $-2i$.

D. $3i$.

Câu 37. Tất cả giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$?

A. $3 \leq m \leq 6$.

B. $m \leq 3$.

C. $m \leq 6$.

D. $m < 3$.

Câu 38. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lập ra từ các chữ số 2, 4, 6, 8?

A. C_4^1 .

B. 4 .

C. $4!$.

D. $4! - 3!$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $[4^x - 257 \cdot 2^x + 256] \cdot \log_8(x+m) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 9 .

B. 7 .

C. 6 .

D. 8 .

Câu 40. Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(-2; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 0)$, $B(1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Gọi M là điểm di động trên mặt phẳng (P) sao cho các đường thẳng MA , MB cùng tạo với mặt phẳng

(P) các góc bằng nhau. Biết độ dài lớn nhất của OM^2 có dạng $\frac{a+24\sqrt{b}}{c}$, ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$). Tính tổng

$a+b+c$.

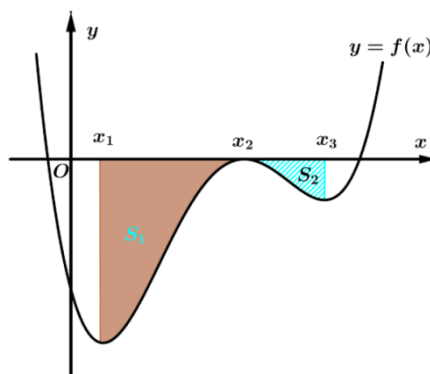
A. 763.

B. 762.

C. 761.

D. 760.

Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình.



Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại ba điểm $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_1 + 3 = x_2 = x_3 - 1$. Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng được tô đậm và S_2 là diện tích của hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Biết $S_2 = \frac{17}{10}$

và $S_1 - S_2 = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}, (a; b) = 1$. Khi đó, giá trị của biểu thức $T = 2a - 155b$ bằng

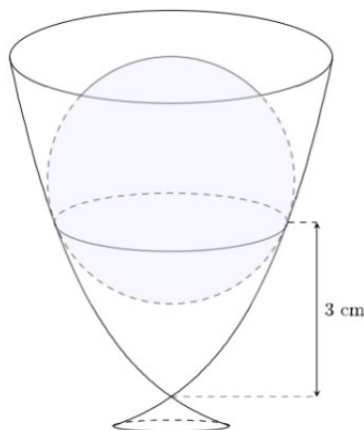
A. $T = 100$.

B. $T = 199$.

C. $T = 99$.

D. $T = 125$.

Câu 43. Một chiếc ly bằng thủy tinh đang chứa nước bên trong được tạo thành khi quay một phần đồ thị hàm số $y = 2^x$ xung quanh trục Oy . Người ta thả vào chiếc ly một viên bi hình cầu có bán kính R thì mực nước dâng lên phủ kín viên bi đồng thời chạm tới miệng ly. Biết điểm tiếp xúc của viên bi và chiếc ly cách đáy của chiếc ly 3 cm (như hình vẽ). Thể tích nước có trong ly gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



A. 50 cm^3 .

B. 40 cm^3 .

C. 60 cm^3 .

D. 30 cm^3 .

Câu 44. Cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 \\ z = -1 + t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 3 + t' \\ y = 2 - t' \\ z = -1 \end{cases}$ cắt nhau tại A . Đường thẳng d_3 đi qua

$M(0; 2; 2)$ cắt d_1 và d_2 lần lượt tại B và C sao cho tam giác ABC đều, diện tích tam giác ABC bằng

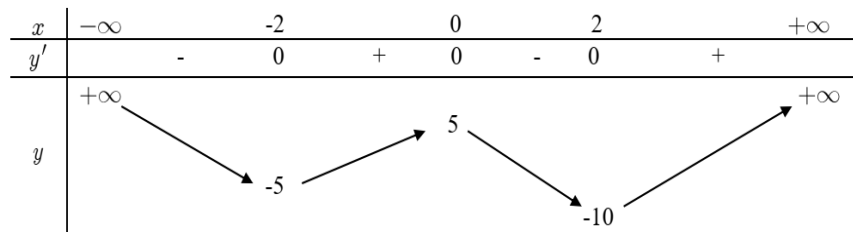
A. $4\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

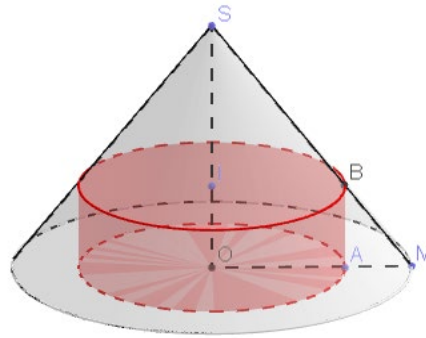
Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Có bao nhiêu số nguyên $m \leq 2024$ để hàm số $y = |f(|x|^3 - 3|x|) - 2m|$ có đúng 9 điểm cực trị?

- A. 2023. B. 2024. C. 2021. D. 2022.

Câu 46. Cho một hình nón đỉnh S , mặt đáy là hình tròn tâm O , bán kính $R = 6(\text{cm})$ và có thiết diện qua trục là tam giác đều. Cho một hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O; r)$ và $(I; r)$, có thiết diện qua trục là hình vuông, biết đường tròn $(O; r)$ nằm trên mặt đáy của hình nón, đường tròn $(I; r)$ nằm trên mặt xung quanh của hình nón (I thuộc đoạn SO). Tính thể tích khối trụ.



- A. $1296\pi(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^3)$. B. $1296\pi(26\sqrt{3} - 45)(\text{cm}^3)$.
C. $432\pi(26\sqrt{3} - 45)(\text{cm}^3)$. D. $432\pi(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^3)$.

Câu 47. Cho biết z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z - i| = |z - 1|$ và $|z_1 - z_2| = 4\sqrt{2}$. Gọi

w là số phức thỏa mãn $2|w + 2 - i| + 3|w - 1 + 2i| \leq 6\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = |w - z_1| + |w - z_2|$ bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $6\sqrt{2}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương ($a \leq 10$) sao cho tồn tại đúng hai số

thực x phân biệt thỏa mãn $\left[(10a)^{x^2-2} + 1\right] \log_{10a} x = (x^2 - 2) \left[(10a)^{x^2-2} + 1\right] + \frac{3 \left[(10a)^{x^2-2} - x\right]}{\log a^{x+1} + x + 1}$?

- A. 8. B. 0. C. 9. D. 10.

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| = |z + 2 + 6i|$ và $|z - 3 + i| = |\bar{z} - 2i|$. Xác định số phức w , biết

$|w - z| = 5$, $|w| = \sqrt{74}$ và w có phần thực là số nguyên.

- A. $w = 7 + 5i$. B. $w = 5 - 7i$. C. $w = 5 + 7i$. D. $w = 7 - 5i$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC . Tính thể tích

khối chóp $S.ABCD$ theo a , biết khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SDK) bằng $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

- A. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

----- HẾT -----

(Đề thi có 06 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 203

Câu 1. Tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 9, chiều cao bằng 4.

- A. $V = 16$. B. $V = 12$. C. $V = 18$. D. $V = 36$.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 2x$ là

- A. $x^4 - x^2 + C$ B. $\frac{1}{4}x^4 - x^2 + C$ C. $x^3 - 2x + C$ D. $3x^2 - 2 + C$

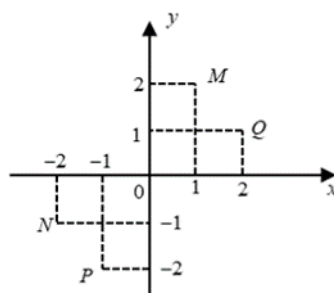
Câu 3. Cho $\int_{-1}^5 f(x)dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 f(2x+1)dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 3$. C. $I = 12$. D. $I = 6$.

Câu 4. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 3$ thì $\int_0^1 2f(x)dx$ bằng

- A. 5. B. 1. C. 6. D. 11.

Câu 5. Cho số phức $z = -2 + i$. Trong hình dưới, điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là



- A. Q. B. N. C. P. D. M.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; -1)$.

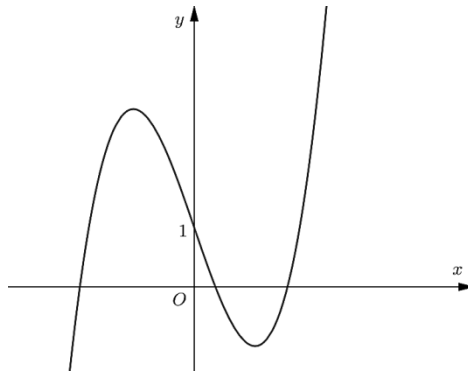
Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 16$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(-1; 2; 0)$. B. $(1; -2; 0)$. C. $(-1; 2; 1)$. D. $(1; -2; 1)$.

Câu 9. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \ln(2 - x)$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $D = (-\infty; 2)$. C. $D = (2; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$, $C(-10; 5; 3)$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $(1; 8; 2)$. B. $(1; 2; 2)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(1; -2; 2)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(1; 3; 2)$ B. $(4; -2; 10)$ C. $(2; -1; 5)$ D. $(2; 6; 4)$

Câu 13. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 \frac{25}{a}$ bằng

- A. $\frac{2}{\log_5 a}$. B. $5 - \log_5 a$. C. $2 - \log_5 a$. D. $\frac{5}{\log_5 a}$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = 5^{2x}$ là

- A. $y' = 5^{2x} \ln 5$. B. $y' = \frac{5^{2x}}{\ln 5}$. C. $y' = \frac{5^{2x}}{\ln 25}$. D. $y' = 5^{2x} \ln 25$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 4}{x - 1}$ là đường thẳng

- A. $y = -4$. B. $y = 2$. C. $y = -2$. D. $y = 1$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_3 = (1; -2; -1)$. B. $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{u}_1 = (1; 2; 1)$. D. $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$.

Câu 17. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = a\sqrt{2}$

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = 3a^3\sqrt{2}$. C. $V = 2a^3\sqrt{6}$. D. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x - 2) \leq 2$ là

- A. $S = (-\infty; 8]$. B. $S = (-\infty; 11]$. C. $S = (2; 8]$. D. $S = (2; 11]$.

Câu 19. Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{3}{2}$ B. $x = 2$ C. $x = 3$ D. $x = \frac{5}{2}$

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			2			2		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. $y = -2$. B. $x = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 0$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i; z_2 = 1 + 4i$ khi đó môđun của số phức $\overline{z_1} + z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. 10. B. $\sqrt{2}$. C. 8. D. $8\sqrt{2}$.

Câu 22. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(1;1;2), A(2;-3;4)$ và hai mặt phẳng

$(P): x - y + 2z - 2 = 0, (Q): x + 2y + z + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , cắt

$(P), (Q)$ lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{5}$. B. $\frac{x-1}{-30} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{17}$.
C. $\frac{x-1}{26} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-15}$. D. $\frac{x-1}{24} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-14}$.

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i; z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $z_2 \cdot z_1$ bằng

- A. $-2i$. B. -2 . C. $3i$. D. 3.

Câu 24. Có hai hộp. Hộp I đựng 4 gói quà màu đỏ và 6 gói quà màu xanh, hộp II đựng 2 gói quà màu đỏ và 8 gói quà màu xanh. Gieo một con súc sắc, nếu được mặt 6 chấm thì lấy một gói quà từ hộp I, nếu được mặt khác thì lấy một gói quà từ hộp II. Tính xác suất để lấy được gói quà màu đỏ.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{23}{30}$.

Câu 25. Hàm số $y = e^x + 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $e^x + x^2 + C$. B. $e^x + 2$. C. $e^x + 2 + C$. D. $\frac{1}{x+1}e^{x+1} + x^2$.

Câu 26. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của hình trụ đã cho bằng

- A. $5\sqrt{\pi}$. B. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. C. 5. D. $\frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$.

Câu 27. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lập ra từ các chữ số 2, 4, 6, 8?

- A. C_4^1 . B. $4! - 3!$. C. $4!$. D. 4.

Câu 28. Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. B. $(-2; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 29. Môđun của số phức $z = (-4 + 3i)i$ bằng

- A. 5. B. $\sqrt{7}$. C. 3. D. 4.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , tam giác ABD đều cạnh $\sqrt{2}a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{3\sqrt{2}a}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

- A. 11. B. 7. C. 2. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 32. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_1^2 [2x - f(x)] dx$ bằng

- A. 0. B. -3. C. 3. D. 6.

Câu 33. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$, bán kính đáy bằng a thì độ dài đường sinh bằng

- A. $\sqrt{5}a$. B. $5a$. C. $3a$. D. $3\sqrt{2}a$.

Câu 34. Tất cả giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$?

- A. $m \leq 3$. B. $m \leq 6$. C. $3 \leq m \leq 6$. D. $m < 3$.

Câu 35. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $[4^x - 257 \cdot 2^x + 256] \cdot \log_8(x+m) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

- A. 8. B. 6. C. 7. D. 9.

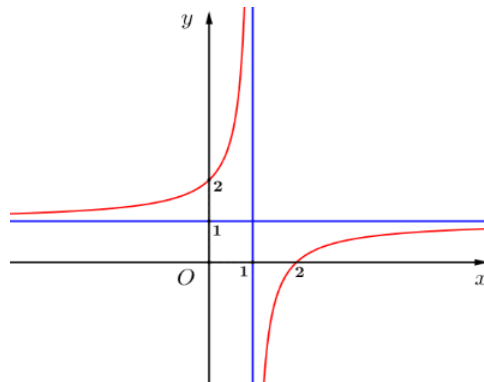
Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 1, AA' = 2$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 37. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2, u_4 = -54$. Tìm công bội q .

- A. 3. B. -3. C. -9. D. -27.

Câu 38. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là



- A. $M(1; 0)$. B. $M(0; 1)$. C. $M(2; 0)$. D. $M(0; 2)$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $A(1; 3; -2)$, tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) .

Mặt cầu (S) có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 1$.
C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 4$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x+2)(x^2-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 41. Cho biết z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z-i| = |z-1|$ và $|z_1 - z_2| = 4\sqrt{2}$. Gọi

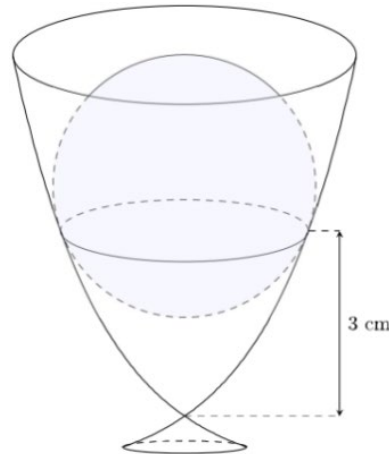
w là số phức thỏa mãn $2|w+2-i| + 3|w-1+2i| \leq 6\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = |w - z_1| + |w - z_2|$ bằng

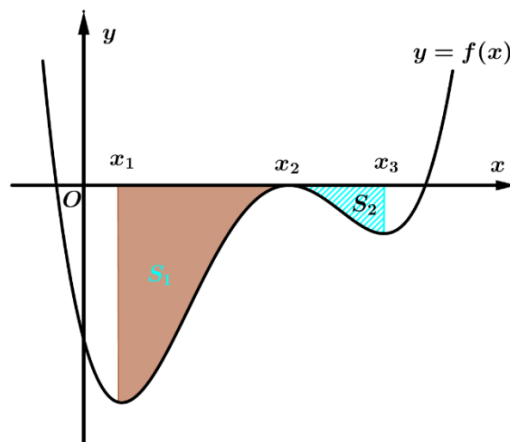
- A. $6\sqrt{2}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

- Câu 42.** Cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 \\ z = -1 + t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 3 + t' \\ y = 2 - t' \\ z = -1 \end{cases}$ cắt nhau tại A . Đường thẳng d_3 đi qua $M(0; 2; 2)$ cắt d_1 và d_2 lần lượt tại B và C sao cho tam giác ABC đều, diện tích tam giác ABC bằng
- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

- Câu 43.** Một chiếc ly bằng thủy tinh đang chứa nước bên trong được tạo thành khi quay một phần đồ thị hàm số $y = 2^x$ xung quanh trục Oy . Người ta thả vào chiếc ly một viên bi hình cầu có bán kính R thì mực nước dâng lên phủ kín viên bi đồng thời chạm tới miệng ly. Biết điểm tiếp xúc của viên bi và chiếc ly cách đáy của chiếc ly 3 cm (như hình vẽ). Thể tích nước có trong ly gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



- A. 50 cm^3 . B. 60 cm^3 . C. 30 cm^3 . D. 40 cm^3 .
- Câu 44.** Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình.



Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại ba điểm $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_1 + 3 = x_2 = x_3 - 1$. Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng được tô đậm và S_2 là diện tích của hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Biết $S_2 = \frac{17}{10}$

và $S_1 - S_2 = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}, (a; b) = 1$. Khi đó, giá trị của biểu thức $T = 2a - 155b$ bằng

- A. $T = 125$. B. $T = 199$. C. $T = 99$. D. $T = 100$.
- Câu 45.** Cho một hình nón đỉnh S , mặt đáy là hình tròn tâm O , bán kính $R = 6(\text{cm})$ và có thiết diện qua trục là tam giác đều. Cho một hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O; r)$ và $(I; r)$, có thiết diện qua trục là hình vuông, biết đường tròn $(O; r)$ nằm trên mặt đáy của hình nón, đường tròn $(I; r)$ nằm trên mặt xung quanh của hình nón (I thuộc đoạn SO). Tính thể tích khối trụ.

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ ĐÁP ÁN CHI TIẾT CÁC CÂU VẬN DỤNG

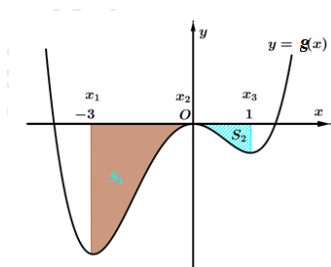
ĐỀ THI KSCL TỐT NGHIỆP LỚP 12 LẦN 3 NĂM 2023-2024

MÔN TOÁN

Đề/câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
101	D	D	C	D	B	B	C	D	A	B	A	D	D	B	D	A	A	C	D	A	C	B	D	C	D
203	B	B	B	C	B	C	B	B	B	B	B	C	C	D	B	D	D	D	B	C	D	C	D	C	B
305	D	B	C	B	D	D	C	C	D	A	C	D	B	C	A	C	B	B	D	B	B	D	B	C	C
406	A	A	C	A	D	D	C	B	D	D	D	C	D	B	A	A	D	C	A	D	C	D	C	A	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	B	D	D	D	D	C	A	C	A	B	C	D	B	D	C	D	B	D	B	B	D	B	B
B	C	B	A	A	D	A	B	A	A	B	B	D	D	B	B	B	C	C	C	B	A	A	C	B
C	D	B	A	D	A	D	A	D	D	B	A	B	C	D	C	D	C	C	D	C	A	B	B	C
D	D	D	B	C	D	A	C	B	D	D	C	B	D	B	A	C	C	B	A	A	A	C	A	B

Câu 41. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang trái sao cho điểm cực trị x_2 trùng với gốc tọa độ. Ta thấy diện tích S_1 ; S_2 không thay đổi. Đồ thị $y = f(x)$ chuyển thành đồ thị hàm số $y = g(x)$.



Từ đồ thị ta có
$$\begin{cases} x_2 = 0 \\ x_1 = -3 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$
 là ba điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$

$$\Rightarrow g'(x) = m(x+3)x(x-1), (m > 0)$$

$$\Rightarrow g(x) = a \int (x+3)x(x-1) dx = m \int (x^3 + 2x^2 - 3x) dx = m \left(\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right) + C.$$

$$\text{Đồ thị hàm số đi qua điểm } (0;0) \Rightarrow C = 0 \Rightarrow g(x) = m \left(\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right).$$

$$\text{Có } S_1 = \int_{-3}^0 |g(x)| dx = - \int_{-3}^0 m \left(\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right) dx = \frac{297m}{20}.$$

$$S_2 = \int_0^1 |g(x)| dx = - \int_0^1 m \left(\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right) dx = \frac{17m}{60}.$$

$$\text{Mà } S_2 = \frac{17}{10} \Rightarrow \frac{17m}{60} = \frac{17}{10} \Rightarrow m = 6 \text{ (thoả mãn). Suy ra } S_2 = \frac{891}{10}.$$

$$\text{Khi đó } T = S_1 - S_2 = \frac{437}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = 437 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow T = 2a - 155b = 99.$$

Câu 42. Giả sử $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } |z+1-i| = |z+2+6i| \Leftrightarrow |a+bi+1-i| = |a+bi+2+6i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a+1)^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(a+2)^2 + (b+6)^2} \Leftrightarrow a+7b = -19$$

$$|z-3+i| = |\bar{z}-2i| \Leftrightarrow |a+bi-3+i| = |a-bi-2i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a-3)^2 + (b+1)^2} = \sqrt{a^2 + (-b-2)^2} \Leftrightarrow 3a+b = 3.$$

$$\text{Suy ra ta có hệ phương trình } \begin{cases} a+7b = -19 \\ 3a+b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow z = 2-3i.$$

Giả sử $w = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } |w-z| = 5 \Leftrightarrow |x+yi-2+3i| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2} = 5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \quad (1)$$

$$|w| = \sqrt{74} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{74} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 74 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có } -4x + 6y + 62 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{2x-31}{3}. \text{ Thay vào (2) có } 13x^2 - 124x + 295 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{59}{13} \end{cases}$$

Vì w có phần thực là số nguyên nên $x = 5 \Rightarrow y = -7$. Vậy $w = 5 - 7i$.

Câu 44. Đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có VTCP $\vec{u}_1 = (1; 0; -1), \vec{u}_2 = (1; -1; 0) \Rightarrow \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = \frac{1}{2}$.

Gọi $\vec{u}$ là VTCP của đường phân giác $\widehat{BAC} \Rightarrow \vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (2; -1; -1)$.

(ABC) có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; -1; -1)$.

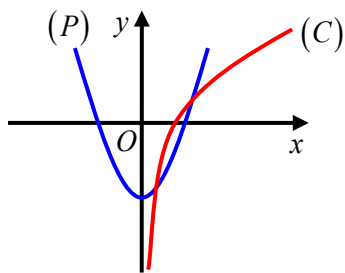
Khi đó, đường thẳng d_3 nằm trong mặt phẳng (ABC) và vuông góc với đường phân giác của góc $\widehat{BAC} \Rightarrow \vec{u}_3 = [\vec{u}, \vec{n}] = (0; 3; -3)$ là VTCP của d_3 .

Điểm $A(2; 3; -1) = d_1 \cap d_2 \Rightarrow \vec{AM} = (-2; -1; 3) \Rightarrow [\vec{AM}, \vec{u}_3] = (-6; -6; -6)$.

$$\text{Suy ra } d(A, d_3) = \frac{|\vec{AM}, \vec{u}_3|}{|\vec{u}_3|} = \sqrt{6} = AB \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 2\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABC} = 2\sqrt{3}.$$

Câu 45.

Ta có: $(1) \Leftrightarrow f(x) = f\left((10a)^{x^2-2}\right) \Leftrightarrow x = (10a)^{x^2-2} \Leftrightarrow \log_{10a} x = x^2 - 2 \quad (*)$



Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \log_{10a} x$, (P) là đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$.

Phương trình $(*)$ có đúng 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (C)$ cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 10a > 1 \Leftrightarrow a > \frac{1}{10}$.

Kết hợp điều kiện a là số nguyên dương và $a \leq 10 \Rightarrow a \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Vậy có 10 số nguyên a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có: $|z - i| = |z - 1| \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = (x - 1)^2 + y^2 \Leftrightarrow x - y = 0$.

Vậy hai số phức z_1, z_2 có các điểm biểu diễn là M_1, M_2 thuộc đường thẳng $d: x - y = 0$.

Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức w .

Ta có: $2|w + 2 - i| + 3|w - 1 + 2i| \leq 6\sqrt{2} \Leftrightarrow 2|w - (-2 + i)| + 3|w - (1 - 2i)| \leq 6\sqrt{2}$

$2MA + 3MB \leq 6\sqrt{2}$ (1), với $A(-2; 1), B(1; -2), AB = 3\sqrt{2}$.

Khi đó: $(1) \Leftrightarrow 2AB = 6\sqrt{2} \geq 2MA + 3MB = 2(MA + MB) + MB \geq 2AB + MB \geq 2AB$

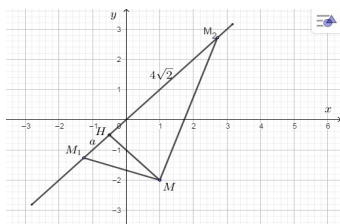
Dấu "=" xảy ra khi M thuộc đoạn AB và $MB = 0 \Leftrightarrow M \equiv B$. Suy ra $M(1; -2) \Rightarrow w = 1 - 2i$.

Do đó: $P = |1 - 2i - z_1| + |1 - 2i - z_2| = MM_1 + MM_2$ với M_1, M_2 thuộc đường thẳng $d: x - y = 0$ và $M_1M_2 = 4\sqrt{2}$.

Gọi H là hình chiếu của M trên đường thẳng d , ta có $d(M, d) = MH = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Không mất tính tổng quát, đặt $M_1H = a \geq 0$.

TH1: H nằm trong đoạn thẳng M_1M_2 .

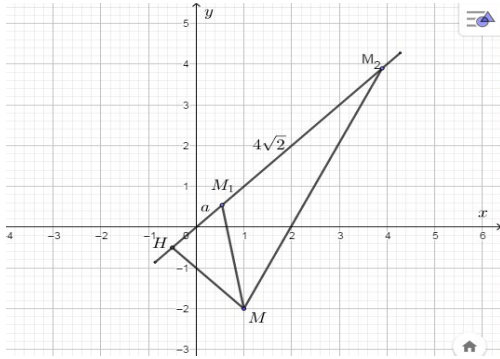


$$P = \sqrt{M_1H^2 + HM^2} + \sqrt{M_2H^2 + HM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2} + \sqrt{(4\sqrt{2} - a)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2}.$$

Đặt $\vec{u} = \left(a; \frac{3}{\sqrt{2}}\right), \vec{v} = \left(4\sqrt{2} - a; \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$. Áp dụng $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$ ta được $P \geq \sqrt{32+18} = 5\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u} = k\vec{v}, k > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{\sqrt{2}} = k \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} \\ a = k \cdot (4\sqrt{2} - a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 > 0 \\ a = 2\sqrt{2} \end{cases}$.

TH2: H không thuộc đoạn thẳng M_1M_2 , giả sử H nằm bên trái đoạn $M_1M_2 \Rightarrow MH = a > 0$.

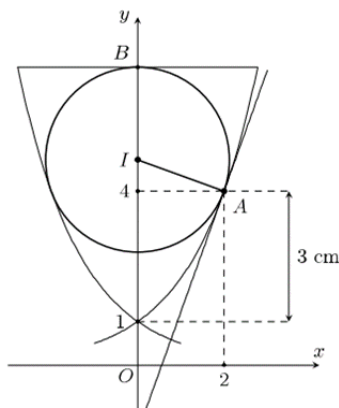


Ta có: $P = \sqrt{M_1H^2 + HM^2} + \sqrt{M_2H^2 + HM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 + (4\sqrt{2} + a)^2}$.

Vì $a > 0$ nên $P > \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{32 + \frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{73}}{\sqrt{2}} > 5\sqrt{2}$.

Vậy $P_{\min} = 5\sqrt{2}$.

Câu 48.



Xét mặt phẳng (α) đi qua trục của chiếc ly. Gọi (τ) là đường tròn lớn của quả cầu. Ta thấy đường tròn (τ) và đồ thị $(C): y = 2^x$ tiếp xúc nhau tại A . Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, ta được $A(2; 4)$.

Tiếp tuyến với (C) tại A là $(d): y = (4 \ln 2) \cdot x - 8 \ln 2 + 4$.

Đường thẳng vuông góc với (d) tại A là $(\Delta): y = -\frac{1}{4 \ln 2} \cdot x + \frac{1}{2 \ln 2} + 4$.

Tâm I của đường tròn (τ) là giao điểm của (Δ) và Oy , ta được $I\left(0; \frac{1+8 \ln 2}{2 \ln 2}\right)$.

Ta có $\overline{IA} = \left(2; -\frac{1}{2\ln 2}\right)$, suy ra thể tích khối cầu $V_{\text{khối cầu}} = \frac{4\pi}{3} \cdot IA^3 \approx 40,26 \text{ cm}^3$.

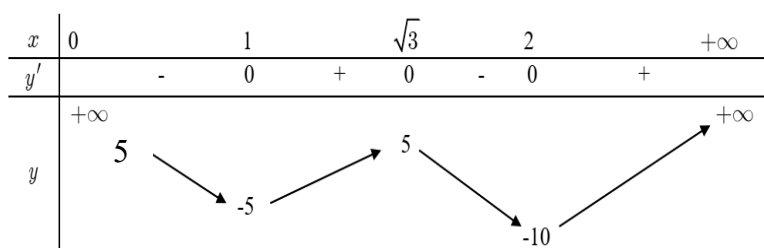
Dung tích chiết ly là $V = \pi \int_1^{y_B} [\log_2 y]^2 dy \approx 69,92 \text{ cm}^3$.

Thể tích nước chứa trong chiếc ly là $V_{n\text{uoc}} = V - V_{k\text{hoi cau}} \approx 29,66 \text{ cm}^3$.

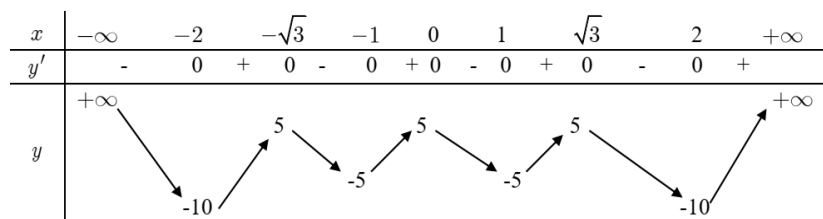
Câu 49. Xét hàm số $y = f(x^3 - 3x)$ với $x > 0$. Có $y' = (3x^2 - 3)f'(x^3 - 3x)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3 = 0 \\ f'(x^3 - 3x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^3 - 3x = -2 \\ x^3 - 3x = 0 \\ x^3 - 3x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = -2 \\ x = 1 \\ x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vì $x > 0$ nên ta được $x \in \{1; \sqrt{3}; 2\}$. Do đó ta có bảng biến thiên của $y = f(x^3 - 3x)$ với $x > 0$ là

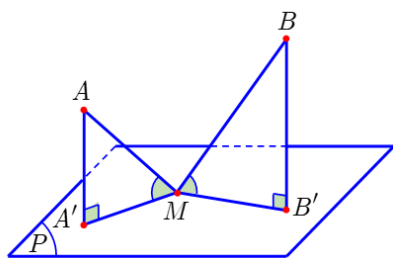


Vì hàm $y = f(|x|^3 - 3|x|)$ là hàm chẵn nên từ bảng biến thiên của $y = f(x^3 - 3x)$ với $x > 0$ ta có bảng biến thiên của $y = f(|x|^3 - 3|x|)$ như sau:



Từ đó ta có: Để $y = |f(|x|^3 - 3|x|) - 2m|$ có đúng 9 điểm cực trị thì phương trình $f(|x|^3 - 3|x|) - 2m = 0$ có đúng hai nghiệm khác các điểm cực trị. Điều này xảy ra khi $2m \geq 5$.
Suy ra $\frac{5}{2} \leq m \leq 2024$. Vậy có 2022 số m .

Câu 50.



Nhận thấy đường thẳng AB không vuông góc với $\text{mp}(P)$.

Gọi $M(x; y; z)$ và A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên $\text{mp}(P)$.

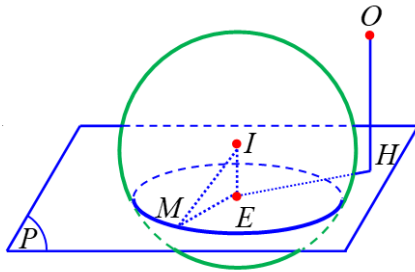
Vì các đường thẳng MA, MB cùng tạo với $\text{mp}(P)$ các góc bằng nhau nên $\widehat{AMA'} = \widehat{BMB'}$

$$\Rightarrow \Delta AMA' \sim \Delta BMB' \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{AA'}{BB'} = \frac{d(A, (P))}{d(B, (P))} = \frac{|-1+2|}{|1-1+2|} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow MB = 2MA \Leftrightarrow MB^2 = 4MA^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4[(x+1)^2 + y^2 + z^2]$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 10x + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + \frac{10}{3}x + \frac{2}{3}z + \frac{2}{3} = 0.$$

Suy ra M nằm trên mặt cầu (S) tâm $I\left(-\frac{5}{3}; 0; -\frac{1}{3}\right)$, bán kính $R = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.



$$\forall \begin{cases} M \in (P) \\ M \in (S) \end{cases} \Rightarrow M \in (C), \text{ với } (C) = (P) \cap (S).$$

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = \frac{\left| -\frac{5}{3} + \frac{1}{3} + 2 \right|}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3\sqrt{3}}. \text{ Gọi } E \text{ là hình chiếu của } I \text{ lên } (P).$$

$$\text{Đường tròn } (C) \text{ có tâm là } E \text{ và bán kính bằng } r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = \sqrt{\frac{20}{9} - \frac{4}{27}} = \frac{2\sqrt{42}}{9}.$$

Đường thẳng IE đi qua điểm I nhận vector pháp tuyến của $\text{mp}(P)$ là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 1; -1)$ làm vector

$$\text{chỉ phương nên có phương trình } IE: \begin{cases} x = -\frac{5}{3} + t \\ y = t \\ z = -\frac{1}{3} - t \end{cases} \Rightarrow E\left(-\frac{5}{3} + t; t; -\frac{1}{3} - t\right).$$

$$E \in (P) \Leftrightarrow -\frac{5}{3} + t + t + \frac{1}{3} + t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{9} \Leftrightarrow E\left(-\frac{17}{9}; -\frac{2}{9}; -\frac{1}{9}\right).$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên $\text{mp}(P)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } OH: \begin{cases} x = t' \\ y = t' \\ z = -t' \end{cases} \Rightarrow H(t'; t'; -t').$$

$$H(t';t';-t')\in(P)\Leftrightarrow t'+t'+t'+2=0\Leftrightarrow t'=-\frac{2}{3}\Leftrightarrow H\left(-\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right).$$

$$\overrightarrow{HE}=\left(-\frac{11}{9};\frac{4}{9};-\frac{7}{9}\right)\Rightarrow HE=\sqrt{\frac{121}{81}+\frac{16}{81}+\frac{49}{81}}=\frac{\sqrt{186}}{9}.$$

$$\text{V\grave{a}}\ OM^2=OH^2+HM^2\ \text{n\^en}\ OM_{\max}^2\Leftrightarrow HM_{\max}^2\ \text{M\^a}\ HM_{\max}=HE+r=\frac{\sqrt{186}+2\sqrt{42}}{9}.$$

$$\text{Suy ra}\ OM_{\max}^2=\frac{4}{3}+\left(\frac{\sqrt{186}+2\sqrt{42}}{9}\right)^2=\frac{4}{3}+\frac{354+24\sqrt{217}}{81}=\frac{462+24\sqrt{217}}{81}.$$

$$\text{Do \^o}\ a=462,\ b=217,\ c=81\ .\ \text{V\^ay}\ a+b+c=760$$

/