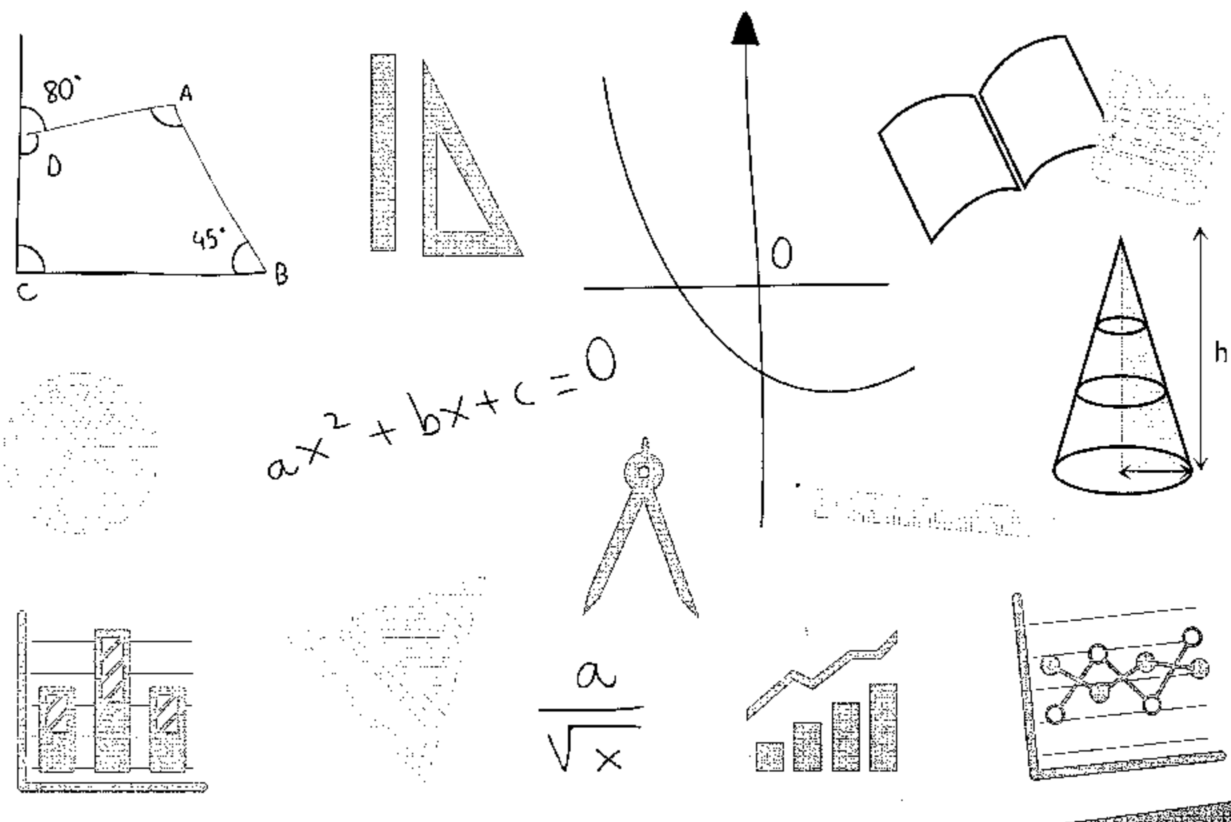
Nguyễn Thanh Tuyên (Chủ Biên)

THẦN TỐC

Luyện đề THPT QUỐC GIA 2016

Dự đoán - Đổi mới - Bám sát đề

TOÁN HỌC



TUYỆT ĐỈNH 2016

LUYỆN TẬP 25 ĐỀ THEN CHỐT

- ★ CẤU TRÚC ĐỀ THI 10 CÂU MỚI BÁM SÁT CHUẨN 2016 CỦA BỘ GIÁO DỤC
- ★ ĐỀ CÓ GIẢI CHI TIẾT VÀ NHẮC LẠI PHƯƠNG PHÁP LUYỆN ĐẾN ĐÂU CHẮC ĐẾN ĐẤY
- ★ BỔ SUNG 20 ĐỀ TỰ LUYỆN SIÊU HAY - CỦNG CỐ KIẾN THỨC VẬN DỤNG PHƯƠNG PHÁP

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

THẦN TỐC
LUYỆN ĐỀ THPT QUỐC GIA 2016
MÔN TOÁN HỌC

NGUYỄN THANH TUYÊN
Chủ biên

THẦN TỐC
LUYỆN ĐỀ THPT QUỐC GIA 2016
MÔN TOÁN HỌC

LUYỆN TẬP 25 ĐỀ THEN CHỐT ĐỂ ĐẠT ĐIỂM CAO

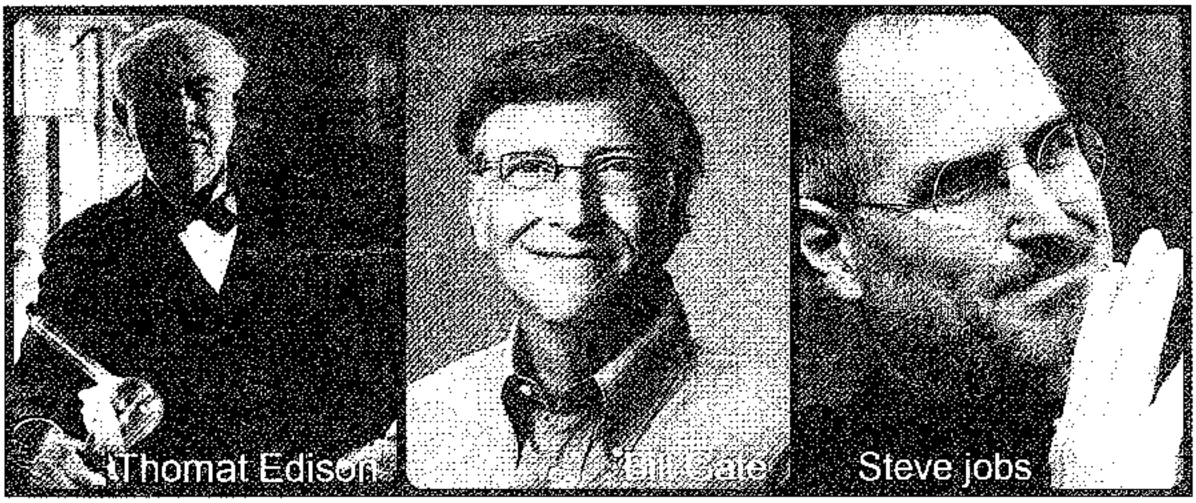
- Bám sát đề thi đại học 2016, cấu trúc ra đề của Bộ Giáo Dục Đào Tạo
- Dễ dàng ôn tập thông qua lời giải chi tiết được nhận xét và bình luận.
- Nâng cao tư duy với nhiều công thức, mẹo thực tiễn thông qua lời giải chi tiết.

ĐHQG HÀ NỘI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

THAY LỜI NÓI ĐẦU

MEGABOOK MUỐN CÁC EM HIỂU ĐƯỢC GIÁ TRỊ CỦA VIỆC TỰ HỌC



TỰ HỌC ĐÁNH THỨC TIỀM NĂNG TRONG BẠN

Chào các em học sinh thân mến.

Megabook ra đời bộ sách những bộ sách có tính tự học, tự ôn tập cao, nhằm mục đích giúp các em nâng cao khả năng tự học và đặc biệt phát triển tư duy của mình về môn học đó.

Megabook hiểu được việc phát triển tư duy, trí tuệ con người để tạo nên sự thành công như Bill Gates, Steve Job hay Mark Zuckerberg... là nhờ 80% dựa vào việc tự học, tự nghiên cứu đến say mê chứ không phải là ngồi trên ghế nhà trường, nghe giáo huấn.

Việc tự học không hẳn thông qua sách vở, mà thông qua sự quan sát cuộc sống xung quanh, qua internet, hay đơn giản là học hỏi kinh nghiệm của người đi trước.

Việc tự học sẽ giúp các em phát huy tiềm năng của bản thân, nhận thấy những khả năng, sở trường của chính mình còn đang ẩn giấu đâu đó trong tiềm thức mà các em chưa nhận ra.

Việc tự học giúp các em tăng khả năng tư duy, xử lý các vấn đề nhanh nhạy, thích nghi và đáp ứng tốt hơn với sự thay đổi của môi trường và xã hội.

Việc tự học xây dựng bản năng sinh tồn, phản xạ tốt hơn cho mỗi con người.

Sinh ra ở trên đời mỗi đứa trẻ đã biết tự học hỏi như việc quan sát, nhìn mọi vật xung quanh, nghe nhiều và rồi biết nói. Việc tự học thật ra rất tự nhiên, đến trường là một phương pháp giúp kích thích sự tự học. Và thầy cô chỉ có thể hướng dẫn và tạo cảm hứng chứ không thể dạy chúng ta mọi thứ.

Tóm lại việc tự học sẽ giúp mỗi người đột phá trong sự nghiệp và cuộc sống. Một kỹ sư biết tự học sẽ đột phá cho những công trình vĩ đại, một bác sỹ say mê nghiên cứu sẽ đột phá trở thành bác sỹ tài năng cứu chữa bao nhiêu người, một giáo viên tự nâng cao chuyên môn mỗi ngày sẽ biến những giờ học nhàm chán thành đầy cảm hứng và thú vị. Bởi vậy việc tự học sẽ giúp bất kỳ ai thành công hơn và hạnh phúc hơn trong cuộc sống.

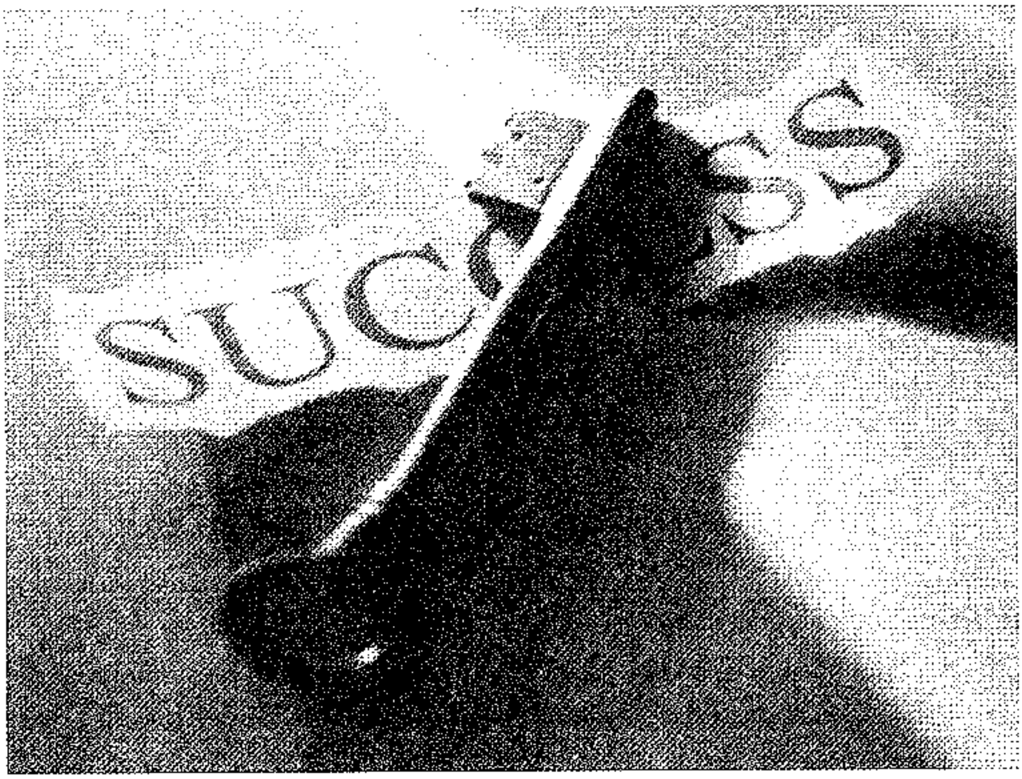
Biết tự học => Nâng cao khả năng tư duy, xử lý vấn đề nhanh

Biết tự học => Tăng khả năng thích nghi, phản xạ nhanh với môi trường

Biết tự học => Tạo ra những thiên tài giúp đất nước và nhân loại

Biết tự học => Giúp mỗi người thành công trong cuộc sống, đột phá trong sự nghiệp

Biết tự học => Tạo xã hội với những công dân ưu tú.



ĐỂ SỬ DỤNG CUỐN SÁCH NÀY HIỆU QUẢ NHẤT

Bước 1: Lập kế hoạch thời gian làm đề. Mỗi tuần khoảng 2 đề là hợp lý em nhé. (ít nhưng mà chất)

Bước 2: Bấm thời gian làm đề, làm thật cẩn thận, chắc chắn, chính xác không cần nhanh.

Bước 3: Xem đáp án, đọc lời giải cẩn thận. Trong lời giải có nhắc lại kiến thức, cấu trúc, từ vựng vì thế các em có thể ôn tập lại được luôn.

Bước 4: Lưu lại hành trình luyện thi Thành Công ở sau mỗi đề, tức là ghi lại mình được bao nhiêu điểm, sai câu nào, kiến thức cần nhớ trọng tâm.

Bước 5: Sau khi làm đề tự tin hãy thường xuyên thi thử trên trang Vtest.vn để rèn luyện kỹ năng tư duy, làm bài thật nhanh nhé.

GIỜ HÃY BẮT ĐẦU LUYỆN ĐỀ NHÉ CÁC EM!

LET'S GO!

ĐỀ SỐ 1 Đề thi gồm 1 trang ★★★★★	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC *Môn: Toán học* Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x+2}$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = \dfrac{2x^2+3x+3}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn điều kiện $\dfrac{z-3i}{z+i}$ là số thuần ảo và $|z| = \sqrt{5}$.

b) Giải phương trình $\log_2(x^2-3) - \log_2(6x-10) + 1 = 0$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \dfrac{1+\ln(x+2)}{(x+1)^2}dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 7+3t \\ y = 2+2t \\ z = 1-2t \end{cases} \text{ và } \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}.$$

Chứng minh rằng hai đường thẳng d và Δ đồng phẳng, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa cả hai đường thẳng đó.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình lượng giác $\cos 2\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right) + \sqrt{3}\cos 2x = 2\cos x - \sqrt{3}$

b) Trong một lớp học có 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn 4 học sinh từ lớp này để thành lập tổ công tác tình nguyện. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam, nữ và số nam không nhiều hơn số nữ.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh là a. Hai mặt bên (SAB), (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy (ABCD). Góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy (ABCD) bằng 45^0. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC theo a.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có phân giác trong và trung tuyến kẻ từ đỉnh B lần lượt là $d_1: x+y-2=0$, $d_2: 4x+5y-9=0$. Điểm $M\left(2;\dfrac{1}{2}\right)$ thuộc cạnh AB và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính $R = \dfrac{15}{6}$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x+1)\sqrt{x+2} + 3\sqrt{x+2} = y^3 + 3y^2 + 5y + 3 \\ x^3 + 2x^2 + x - 7y^2 - 14y + 19 = 3\sqrt[3]{9(y+1)^2} \end{cases}$

Câu 10 (1,0 điểm). Với các số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = ab + 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{7-3ab} + \dfrac{a-2}{a^2+1} + \dfrac{b-2}{b^2+1}$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT VÀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 1

Câu 1 * TXĐ: $D = R\setminus\{-2\}$

* Sự biến thiên

+ Giới hạn và tiệm cận

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to-2^+} y = -\infty;\ \lim\limits_{x\to-2^-} y = +\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

+ Chiều biến thiên

$$y' = \frac{7}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in D$$

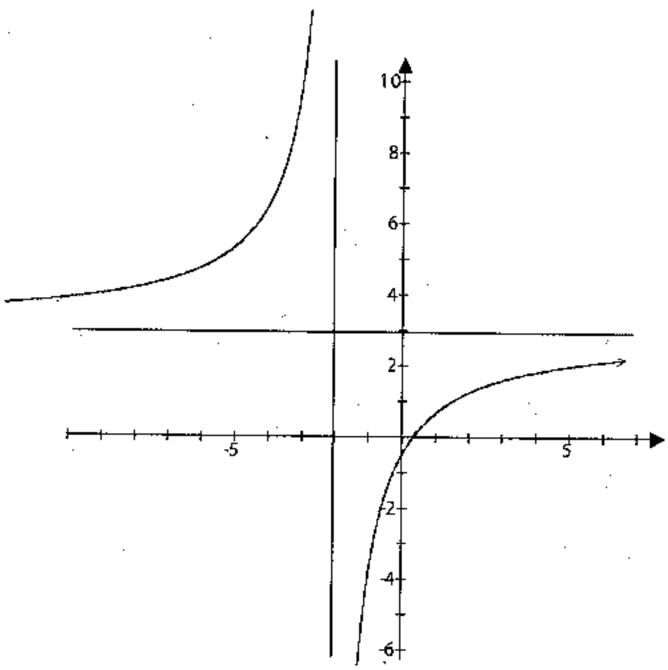
Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$

+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		+	||	+	
y	3	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	3

* Đồ thị

+ Giao với Ox, Oy: $\left(\frac{1}{3};0\right);\left(0;-\frac{1}{2}\right)$



+ Nhận xét: Đồ thị hàm số nhận điểm I(-2;3) làm tâm đối xứng

Nhận xét:

Đây là bài toán cơ bản về khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ. Các em cần thực hiện đầy đủ các bước sau:

- ***Bước 1:*** Tập xác định của hàm số.

- ***Bước 2:*** Sự biến thiên.

- Giới hạn và tiệm cận

- Chiều biến thiên

- Bảng biến thiên

- ***Bước 3:*** Đồ thị của hàm số.

Câu 2 + Ta có:

$$y' = \frac{(4x+3)(x+1)-(2x^2+3x+3)}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+4x}{(x+1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2+4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & (\text{L}) \\ x=-2 & (\text{L}) \end{array}\right.$$

+ $y(1)=4$, $y(2)=\dfrac{17}{3}$

+ Suy ra : $\min\limits_{x\in[1;2]} y = 4$ khi $x=1$, $\max\limits_{x\in[1;2]} y = \dfrac{17}{3}$ khi $x=2$.

Nhận xét:

Với bài toán tìm min, max của hàm số f(x) trên đoạn $[a;b]$ các em cần thực hiện các bước sau:

- ***Bước 1:*** Tính đạo hàm f'(x) và giải phương trình f'(x) = 0 tìm các nghiệm $x_i \in (a,b)$ hoặc $x_i \in (a,b)$ mà tại đó hàm số không có đạo hàm

- ***Bước 2:*** Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i)$ (Hoặc lập Bảng biên thiên của hàm số f(x) trên đoạn $[a;b]$)

- ***Bước 3:*** So sánh $f(a), f(b), f(x_i)$ và chỉ ra min, max

Câu 3 ***3.a***

+ Giả sử $z = x + yi,\ (x, y \in R)$

Ta có $\dfrac{z-3i}{z+i} = \dfrac{x+(y-3)i}{x+(y+1)i} = \dfrac{[x+(y-3)i][x-(y+1)i]}{x^2+(y+1)^2} = \dfrac{x^2+y^2-2y-3}{x^2+(y+1)^2} - \dfrac{4x}{x^2+(y+1)^2}i$

+ Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x^2+y^2-2y-3}{x^2+(y+1)^2} = 0 \\ \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-2y-3=0 \\ x^2+y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases} \end{array}\right.$$

+ Số phức cần tìm là $z = 2 + i$, $z = -2 + i$

Nhận xét:

Đây là bài tập tương đối cơ bản của số phức, với bài toán này các em cần thận trọng trong việc thực hiện phép chia số phức $\frac{z-3i}{z+i}$ tránh sai sót trong quá trình tính toán. Nhớ rằng số thuần ảo là số có phần thực bằng 0

Với dạng bài toán tổng quát: ***"Tìm số phức z thỏa mãn một hoặc một hệ điều kiện nào đó"*** ta thường thực hiện các bước sau:

- *Bước 1:* Gọi số phức z ở dạng đại số $z = x + yi$, $(x, y \in R)$
- *Bước 2:* Từ điều kiện giả thiết đã cho thiết lập hệ phương trình hai ẩn x, y
- *Bước 3:* Giải hệ phương trình đã thiết lập ở bước 2 từ đó suy ra các số phức tương ứng.

❖ *3.b.*

+ ĐK: $\begin{cases} x^2 - 3 > 0 \\ 6x - 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \sqrt{3}$

+ Phương trình tương đương $\log_2\left(x^2-3\right) + 1 = \log_2(6x-10)$

$\Leftrightarrow \log_2 2\left(x^2-3\right) = \log_2(6x-10) \Leftrightarrow 2\left(x^2-3\right) = 6x - 10$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \text{ (Loại)} \\ x = 2 \text{ (Thỏa mãn)} \end{array}\right.$

+ KL: Vậy phương trình có nghiệm duy nhất x = 2.

Nhận xét:

Đây là bài toán đưa về cùng cơ số là 2 khi đó các em dễ dàng đưa phương trình ban đầu về phương trình

$$2\left(x^2-3\right) = 6x - 10 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \text{ (Loại)} \\ x = 2 \text{ (Thỏa mãn)} \end{array}\right.$$

Lưu ý:

- $\log_a f(x)$ xác định khi $\begin{cases} f(x) > 0 \\ 0 < a \neq 1 \end{cases}$
- $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ (với $f(x), g(x)$ xác định)
- $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$, $\log_a b - \log_a c = \log_a\left(\frac{b}{c}\right)$

Câu 4. Ta có

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{(x+1)^2} + \int_0^1 \frac{\ln(x+2)dx}{(x+1)^2} = I_1 + I_2$$

+ Xét $I_1 = \int_0^1 \frac{dx}{(x+1)^2} = \left.\frac{-1}{x+1}\right|_0^1 = \frac{1}{2}$

+ Xét $I_2 = \int_0^1 \frac{\ln(x+2)dx}{(x+1)^2}$

Đặt $\begin{cases} u = \ln(x+2) \\ dv = \dfrac{dx}{(x+1)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{dx}{x+2} \\ v = \dfrac{-1}{x+1} \end{cases}$

$$\Rightarrow I_2 = \left.\frac{-\ln(x+2)}{x+1}\right|_0^1 + \int_0^1 \frac{dx}{(x+2)(x+1)} = \frac{1}{2}\ln\frac{4}{3} + \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right)dx = \frac{1}{2}\ln\frac{4}{3} + \ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right|\Bigg|_0^1 = \frac{3}{2}\ln\frac{4}{3}$$

Nhận xét:

Với bài toán trên các em có thể dễ dàng nghĩ tới việc tách tích phân ban đầu thành hai tích phân trong đó tích phân thứ nhất ta sử dụng trực tiếp công thức nguyên hàm và tích phân còn lại ta sử dụng công thức tích phân từng phần.

Các em cần nhớ được dấu hiệu nhận biết tích phân tính bằng công thức tích phân từng phần gồm các loại sau:

✓ Tích phân dạng $\int p(x).e^{ax+b}dx$ ta đặt $\begin{cases} u = p(x) \\ dv = e^{ax+b}dx \end{cases}$

✓ Tích phân dạng $\int p(x).\sin(ax+b)dx$ ta đặt $\begin{cases} u = p(x) \\ dv = \sin(ax+b)dx \end{cases}$ (Dạng $\int p(x).\cos(ax+b)dx$ tương tự)

✓ Tích phân dạng $\int e^{ax+b}.\sin(cx+d)dx$ ta đặt u và dv là một trong hai biểu thức trên với dạng toán này ta phải thực hiện đặt từng phần 2 lần liên tiếp (Dạng $\int e^{ax+b}.\cos(cx+d)dx$ tương tự

✓ Tích phân dạng $\int p(x).\ln^n(ax+b)dx$ ta đặt $\begin{cases} u = \ln^n(ax+b) \\ dv = p(x)dx \end{cases}$ (Số lần từng phần bằng n)

Lưu ý: Với một số bài toán phức tạp hơn ta có thể phải thực hiện một hoặc một số phép đổi biến số rồi mới đưa về được các dạng đã nêu ở trên.

Câu 5

+ Đường thẳng d đi qua điểm M(7;2;1) và có VTCP $\overrightarrow{u_1} = (3;2;-2)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm N(1;-2;5) và có VTCP $\overrightarrow{u_2} = (2;-3;4)$

+ $\overrightarrow{MN} = (-6;-4;4)$

$$\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right] = \left(\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}\right) = (2;-16;-13)$$

+ $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{MN} = 2.(-6) + (-16).(-4) + (-13).4 = 0 \Rightarrow$ d và Δ là hai đường thẳng đồng phẳng.

Hơn thế nữa $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right] \neq \vec{0}$ nên d và Δ cắt nhau.

+ Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và nhận $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right] = (2;-16;-13)$ làm VTPT nên (P) có phương trình

$$2(x-7) - 16(y-2) - 13(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 16y - 13z + 31 = 0$$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần nắm được kiến thức vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d đi qua M và có VTCP $\vec{u}$, đường thẳng d' đi qua M' và có VTCP $\vec{u'}$. Khi đó:

+ d cắt d' $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}, \vec{u'} \text{ không cùng phương} \\ \vec{u}, \vec{u'} \text{ va } \overrightarrow{MM'} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] \neq \vec{0} \\ \left[\vec{u}, \vec{u'}\right].\overrightarrow{MM'} = 0 \end{cases}$

+ d trùng d' $\Leftrightarrow \vec{u}, \vec{u'}$ va $\overrightarrow{MM'}$ đôi một cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] = \left[\vec{u}, \overrightarrow{MM'}\right] = \vec{0}$

+ d song song d' $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}, \vec{u'} \text{ cùng phương} \\ \vec{u}, \overrightarrow{MM'} \text{ không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] = \vec{0} \\ \left[\vec{u}, \overrightarrow{MM'}\right] \neq \vec{0} \end{cases}$

+ d và d' chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}, \vec{u'}$ va $\overrightarrow{MM'}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{u'}\right].\overrightarrow{MM'} \neq 0$

✓ d và d' đồng phẳng khi và chỉ khi $\left[\vec{u}, \vec{u'}\right].\overrightarrow{MM'} = 0$

✓ Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau d và d' nhận $\left[\vec{u}, \vec{u'}\right]$ làm véc tơ pháp tuyến

Câu 6 *6.a*

+ Phương trình tương đương $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = 2\cos x - \sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow (\sin 2x - 2\cos x) + (\sqrt{3}\cos 2x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x - 1) + 2\sqrt{3}\cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x + \sqrt{3}\cos x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x + \sqrt{3}\cos x = 1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ \sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \dfrac{-\pi}{12} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{12} + k2\pi \end{array}\right.$$

Nhận xét:

Đây là dạng toán cơ bản mà chúng ta gặp rất nhiều trong đề thi ĐH một số năm trước đây.

Với phương trình dạng tổng quát: $a\sin x + b\cos x + c\sin 2x + d\cos 2x + e = 0$ thì ta thường sử dụng phép nhóm để đưa phương trình về phương trình tích. Cụ thể:

- Nhóm sin2x với sinx và phần còn lại sẽ biến đổi về biểu thức bậc hai đối với cosx

- Hoặc nhóm sin2x với cosx và phần còn lại sẽ biến đổi về biểu thức bậc hai đối với sinx

(Thông thường lượng nhiều bài tập ta sẽ nhóm sin2x với sinx hoặc cosx sao cho sau khi đặt nhân tử chung của phép nhóm phần còn lại có nghiệm chẵn. Chẳng hạn với PT : sin2x + mcos2x + sinx + 3cosx + n = 0 ta sẽ nhóm sin2x với sinx để được sinx(2cosx + 1) và biểu thức 2cosx + 1 có nghiệm chẵn)

Lưu ý:

- Với PT: $a\sin x + b\cos x + c\sin 2x + d\cos 2x + e\sin 3x + f = 0$ ta sẽ nhóm sin2x với cosx

- Với PT: $a\sin x + b\cos x + c\sin 2x + d\cos 2x + e\cos 3x + f = 0$ ta sẽ nhóm sin2x với sinx

6.b

+ Gọi A là biến cố "chọn được 4 học sinh có cả nam, nữ và số nam không nhiều hơn số nữ"

+ Chọn 4 học sinh bất kì từ 30 học sinh của lớp có C_{30}^4 cách chọn $\Rightarrow |\Omega| = C_{30}^4$

+ Để chọn được 4 học sinh có cả nam, nữ và số nam không nhiều hơn số nữ thì có các khả năng sau

- TH1: Chọn được 2 nam và 2 nữ $\Rightarrow$ có $C_{20}^2.C_{10}^2$ cách chọn

- TH2: Chọn được 1 nam và 3 nữ $\Rightarrow$ có $C_{20}^1.C_{10}^3$ cách chọn

Vậy số cách chọn được 4 học sinh có cả nam, nữ và số nam không nhiều hơn số nữ là

$|\Omega_A| = C_{20}^2.C_{10}^2 + C_{20}^1.C_{10}^3$

+ Xác suất cần tính là $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_{20}^2.C_{10}^2 + C_{20}^1.C_{10}^3}{C_{30}^4} = 0,4$

Nhận xét:

Bài toán tính xác suất là một loại toán luôn xuất hiện trong đề thi Đại học các năm gần đây và đều là những bài toán vận dụng được công thức của định nghĩa xác suất cổ điển. Có thể nói toán xác suất là một loại toán không khó, để làm tốt được loại toán này các em cần:

- Nắm được các bước giải và cần xác định chính xác được phép thử T để từ đó tính số phần tử của không gian mẫu và số phần tử thuận lợi cho biến cố chính xác.

- Đặc biệt các em phải phân biệt được các quy tắc cộng, nhân trong quá trình tính $|\Omega|$ và $|\Omega_A|$

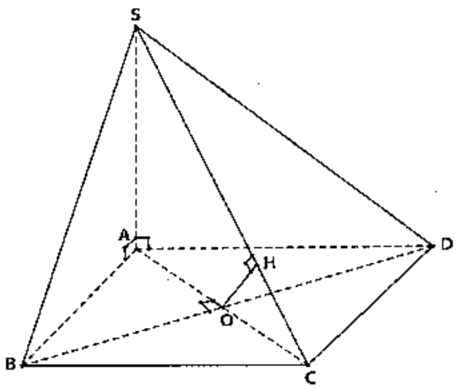
Với bài toán ***"tính xác suất của một biến cố nào đó"*** ta thường thực hiện các bước như sau:

- ***Bước 1:*** Đặt biến cố cần tính xác suất

- ***Bước 2:*** Tính $|\Omega|$ và $|\Omega_A|$ (Để làm tốt bước này các em cần nắm chắc kiến thức đại số tổ hợp)

- ***Bước 3:*** Vận dụng công thức định nghĩa cổ điển của xác suất để suy ra P(A).

Câu 7.



Cách 1: + Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABCD) nên SA vuông góc với mặt đáy (ABCD).

+ Góc giữa SC và mặt đáy (ABCD) bằng 45^0 nên $\widehat{SCA} = 45^0$

$\Rightarrow$ tam giác SAC vuông cân tại A.

+ $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2 = \frac{1}{3}a^3\sqrt{2}$ (đvtt)

+ $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ABCD)$ tại O

Kẻ OH vuông góc với SC tại H $\Rightarrow$ OH$\perp$ SC

Vậy OH là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng BD

và SC $\Rightarrow d(BD, SC) = OH$

+ Do hai tam giác vuông SAC và OHC đồng dạng

nên ta có $\frac{SA}{SC} = \frac{OH}{OC} \Rightarrow OH = \frac{SA.OC}{SC} = \frac{a\sqrt{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2a} = \frac{a}{2}$

Vậy $d(BD, SC) = \frac{a}{2}$ (đvdd)

Cách 2:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có A trùng gốc tọa độ O, B thuộc chiều dương trục Ox, D thuộc chiều dương trục Oy và S thuộc chiều dương trục Oz. Khi đó từ giả thiết suy ra:

$A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;a;0), \ C(a;a;0), \ S(0;0;a\sqrt{2})$

+ $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD}$, $d(BD, SC) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}\right].\overrightarrow{BC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}\right]\right|}$

Nhận xét:

Để giải tốt về dạng toán hình học không gian này các em cần nắm chắc kiến thức lớp 11. Với bài toán này các em cần:

- Chỉ ra được đường cao của hình chóp $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$.

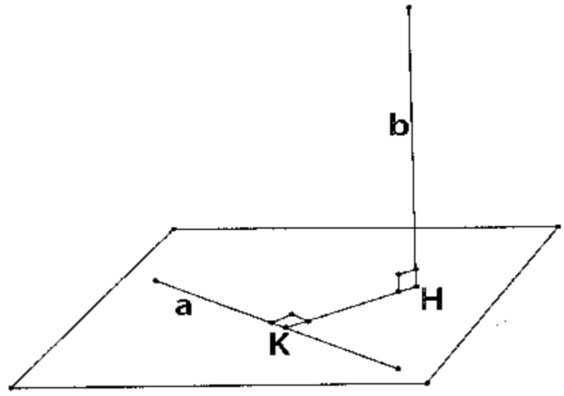
- Chỉ ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD) là góc giữa SC và hình chiếu AC của nó lên mặt phẳng (ABCD)$\Rightarrow \widehat{SCA} = 45^0$. Từ đó tính V chóp

- Với bài toán tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC chéo nhau có nhiều cách làm. Tuy nhiên với bài toán này ta nhận thấy có điều đặc biệt là BD và SC vuông góc với nhau nên ta có thể dễ dàng dựng được đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó. Từ đó tính được khoảng cách giữa chúng, cụ thể:

+ Chọn một mặt phẳng (SAC) chứa đường thẳng SC và vuông góc với đường thẳng BD tại O

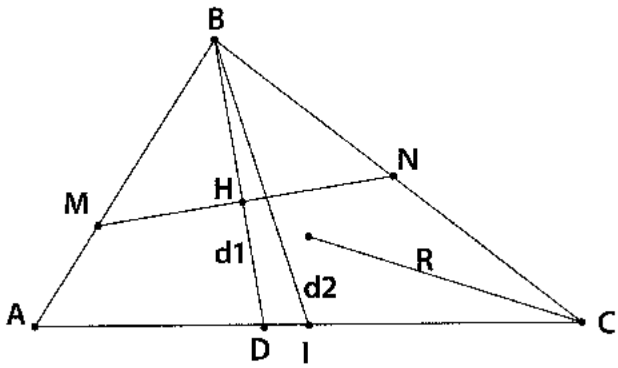
+ Trong mặt (SAC) vừa chọn dựng đường OH vuông góc với SC. Khi đó OH là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau BD và SC. Từ đó khẳng định OH là khoảng cách giữa SC và BD.

Lưu ý: Phương pháp dựng đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a, b khi a vuông góc b



- ***Bước 1:*** Chọn một mặt phẳng (P) chứa a và vuông góc với b tại H
- ***Bước 2:*** Trong (P) dựng đường thẳng HK vuông góc với a (K thuộc a)
- ***Bước 3:*** Khẳng định HK là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng a và b.

Câu 8



+ Tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y-2=0 \\ 4x+5y-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow B(1;1)$

+ Gọi N là điểm đối xứng với d_1, H là giao điểm của MN và d_1 $\Rightarrow$ N thuộc cạnh BC và H là trung điểm MN

MN đi qua M và vuông góc với d_1 nên $MN: 2x-2y-3=0$

Tọa độ H là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x-2y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{7}{4} \\ y=\dfrac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4}\right) \Rightarrow N\left(\dfrac{3}{2};0\right)$

+ Cạnh AB đi qua $B(1;1)$ và nhận $\overrightarrow{MB}=\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$ làm VTCP nên VTPT $\vec{n}_{AB}=\left(\dfrac{1}{2};1\right)$

$\Rightarrow AB: \dfrac{1}{2}(x-1)+1.(y-1)=0 \Leftrightarrow AB: x+2y-3=0$

Cạnh BC đi qua $B(1;1)$ và nhận $\overrightarrow{NB}=\left(-\dfrac{1}{2};1\right)$ làm VTCP nên VTPT $\vec{n}_{BC}=\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow BC:1(x-1)+\frac{1}{2}.(y-1)=0 \Leftrightarrow BC:2x+y-3=0$

+ Ta có $\cos(AB,BC)=\frac{|2+2|}{\sqrt{5}.\sqrt{5}}=\frac{4}{5} \Rightarrow \sin(AB,BC)=\frac{3}{5} \Rightarrow \sin\widehat{ABC}=\frac{3}{5}$

Theo định lý sin trong tam giác ABC ta có $\frac{AC}{\sin\widehat{ABC}}=2R \Leftrightarrow AC=3 \Leftrightarrow AC^2=9$

+ Gọi $A\left(a;\frac{3-a}{2}\right)\in AB, C(c;3-2c)\in BC$, I là trung điểm của AC $\Rightarrow I\left(\frac{a+c}{2};\frac{9-a-4c}{4}\right)$

I thuộc d_2 nên ta có $2(a+c)+5\left(\frac{9-a-4c}{4}\right)-9=0 \Leftrightarrow 3a-12c+9=0$ (1)

$AC^2=9 \Leftrightarrow (c-a)^2+\left(\frac{a-4c+3}{2}\right)^2=9$ (2)

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=5, c=2 \\ a=-3, c=0 \end{array}\right.$

Do A, C đều nằm về hai phía của hai đường thẳng d_1, d_2 nên A(5;-1), C(2;-1).

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện được các bước sau:

+ Trước hết để khai thác giả thiết phương trình đường phân giác trong d_1 góc B ta lấy N đối xứng với M qua d_1. Từ đó khẳng định N thuộc cạnh BC và tìm được tọa độ điểm N

+ Tìm tọa độ $B(1;1)=d_1\cap d_2$, viết phương trình các cạnh $AB:x+2y-3=0$,

$BC:2x+y-3=0$

+ Gọi tọa độ các điểm A, C lần lượt theo các tham số a, c $\Rightarrow$ tọa độ trung điểm I của AC theo a và c

+ I thuộc đường trung tuyến d_2 nên ta có: $3a-12c+9=0$ (1) PT(1)

+ Tính $\cos(AB,BC)=\frac{|2+2|}{\sqrt{5}.\sqrt{5}}=\frac{4}{5} \Rightarrow \sin(AB,BC)=\frac{3}{5} \Rightarrow \sin\widehat{ABC}=\frac{3}{5}$

+ Khai thác giả thiết $R=\frac{16}{5}$ bằng cách sử dụng định lý sin trong ΔABC:

$\frac{AC}{\sin ABC}=2R \Leftrightarrow AC=3 \Leftrightarrow AC^2=9 \Leftrightarrow (c-a)^2+\left(\frac{a-4c+3}{2}\right)^2=9$ (2)

+ Từ hai phương trình (1), (2) tìm a, c. Kết hợp A, C đều nằm về hai phía của hai đường thẳng d_1, d_2 nên A(5;-1), C(2;-1).

Câu 9

$$\begin{cases} (x+1)\sqrt{x+2}+3\sqrt{x+2}=y^3+3y^2+5y+3 & (1) \\ x^3+2x^2+x-7y^2-14y+19=3.\sqrt[3]{9(y+1)^2} & (2) \end{cases}$$

ĐK: $x\geq -2$

+ PT (1) $\Leftrightarrow (x+4)\sqrt{x+2}=(y+1)^3+2(y+1)$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+2}\right)^3+2\sqrt{x+2}=(y+1)^3+2(y+1)$$

+ Xét hàm số $f(t)=t^3+2t,\quad t\in R$

Ta có $f'(t)=3t^2+2>0,\quad t\in R\Rightarrow$ Hàm số f(t) đồng biến trên R

Khi đó phương trình trên tương đương $\sqrt{x+2}=y+1$ (3)

+ Thế (3) vào (2) ta được

$$x^3+2x^2-6x+12=3.\sqrt[3]{9(x+2)}\Leftrightarrow x^3+2x^2-7x+4=3\left[\sqrt[3]{9(x+2)}-\frac{1}{3}x-\frac{8}{3}\right]$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2(x+4)=\frac{-(x-1)^2(x+26)}{\sqrt[3]{9(x+2)}+\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}}\Leftrightarrow (x-1)^2\left[x+4+\frac{x+26}{\sqrt[3]{9(x+2)}+\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow x=1\text{ (T/m)}\quad \text{Do }\left[x+4+\frac{x+26}{\sqrt[3]{9(x+2)}+\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}}\right]>0,\ \forall x\geq -2$$

+ Với x = 1 ta có $y=\sqrt{3}-1$

KL: Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(1;\sqrt{3}-1)$

Nhận xét:

Với bài toán này, khi quan sát các phương trình của hệ ta thấy rất cồng kềnh nhưng các em hãy bình tĩnh quan sát kĩ phương trình thứ nhất ta sẽ thấy có một số nhận xét sau đây:

+ Thứ nhất: Các biến x, y ở mỗi vế là độc lập với nhau

+ Thứ hai: Vế phải là biểu thức bậc 3 đối với y và vế trái là biểu thức bậc 3 đối với $\sqrt{x+2}$

Từ hai nhận xét trên cho ta thấy rằng có thể sử dụng phương pháp hàm số (sử dụng hàm đặc trưng) để giải quyết phương trình thứ nhất. Khi nút thắt được tháo gỡ phần còn lại ta sẽ giải quyết được.

Ở phương trình sau khi thế (3) vào (2) ta nhận thấy phương trình này có nghiệm kép x = 1 (Sử dụng MTBT để tìm nghiệm) nên ta sẽ thêm bớt để sử dụng nhân liên hợp. Do phương trình có 2 nghiệm đều là 1 nên ta sẽ thêm bớt một biểu thức dạng (ax + b) rồi mới nhân liên hợp.

Câu 10

+ Ta có $\frac{a-2}{a^2+1}\leq a-\frac{3}{2}\Leftrightarrow (a-1)^2\left(a+\frac{1}{2}\right)\geq 0$ (luôn đúng). Tương tự $\frac{b-2}{b^2+1}\leq b-\frac{3}{2}$

$\Rightarrow P\leq\sqrt{7-3ab}+a+b-3=\sqrt{8-(a+b)^2}+a+b-3$

+ Đặt $a+b=t$

Do $\frac{t^2}{2}\leq a^2+b^2=ab+1\leq\frac{t^2}{4}+1\Rightarrow 0<t\leq 2$

Khi đó $P\leq t+\sqrt{8-t^2}-3$

+ Xét hàm số $f(t)=t+\sqrt{8-t^2}-3,\quad t\in(0;2]$

$$f'(t) = 1 - \frac{t}{\sqrt{8-t^2}},\ f'(t) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{8-t^2} = t \Leftrightarrow t = 2$$

t	0		2
f'(t)		+	0
f(t)	$2\sqrt{2}-3$	$\nearrow$	1

+ Từ BBT suy ra $\max\limits_{[0;2]} f(t) = 1 \Leftrightarrow t = 2$. Suy ra GTLN của P là 1 khi a = b = 1.

Nhận xét:

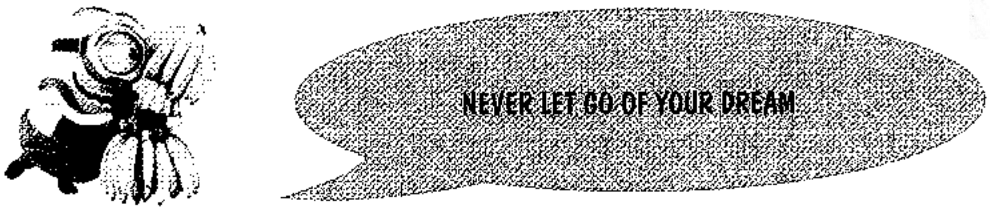
Với bài toán này ta nhận thấy biểu thức điều kiện và biểu thức P là đối xứng với a và b nên ta có thể nghĩ tới việc đặt tổng hoặc tích theo ẩn t.

+ Trước hết sử dụng phương pháp hệ số bất định để đánh giá $\frac{a-2}{a^2+1} \le a - \frac{3}{2}$, $\frac{b-2}{b^2+1} \le b - \frac{3}{2}$

+ Sử dụng điều kiện $a^2 + b^2 = ab + 1$ để suy ra $\sqrt{7-3ab} = \sqrt{8-(a+b)^2}$

+ Từ giả thiết và điều kiện đã cho kết hợp sử dụng bất đẳng thức B.C.S và AM-GM chỉ ra điều kiện của t

+ Xét hàm số một biến t để từ đó chỉ ra được GTLN của f(t) và P.



Ghi nhớ hành trình luyện thi Thành Công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé.

Ngày ....

Thi lần ....

Số điểm đạt được ..../ 10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm gì từ những câu sai

....

....

....

....

....

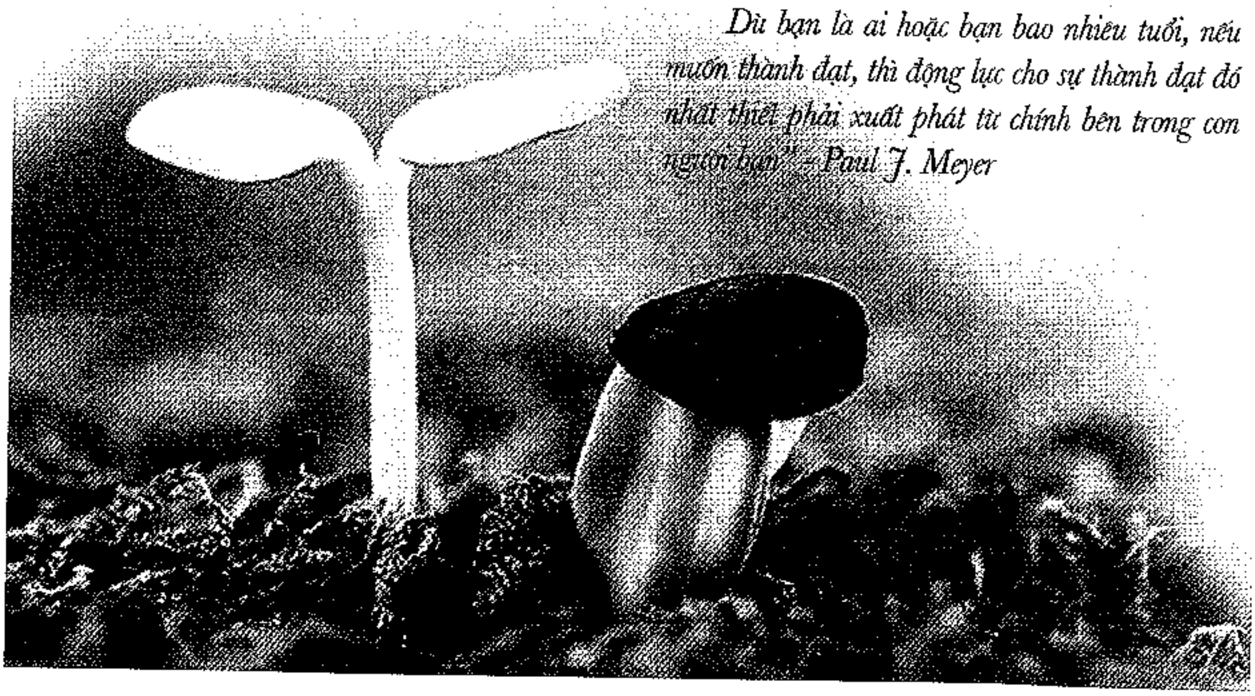
....

....

....

....

Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này.



ĐỀ THỬ SỨC 1

Câu 1 **(1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$

Câu 2 **(1,0 điểm).** Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

$y=\dfrac{2x^2+5x+4}{x+2}$ trên đoạn $[0;1]$.

Đáp số: $\min\limits_{x\in[0;1]} y=2$, $\max\limits_{x\in[0;1]} y=\dfrac{11}{3}$.

Câu 3 **(1,0 điểm).**

a) Tìm số phức z thỏa mãn : $(z-1).(\overline{z}+2i)$ là số thực và $|z-i|=\sqrt{2}$.

Đáp số: $z_1=1,\ z_2=\dfrac{-1}{5}+\dfrac{12}{5}i$

b) Giải phương trình sau $\log_5\left(6-4x-x^2\right)=2\log_5(x+4)$

Đáp số: $x=-1$

Câu 4 **(1,0 điểm).** Tính tích phân $\mathrm{I}=\int\limits_1^2\dfrac{1-x^2}{x+x^3}dx$.

Đáp số: $\ln\dfrac{4}{5}$

Câu 5 **(1,0 điểm).** Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm I(1;5;0) và hai đường thẳng

$\Delta_1:\begin{cases}x=t\\ y=4-t\\ z=-1+2t\end{cases}$; $\Delta_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z}{-3}$.

Viết phương trình mặt phẳng (α) qua điểm I , song song với Δ_1, Δ_2.

Đáp số: (α): 9x + 5y -2z – 34 = 0

Câu 6 **(1,0 điểm).**

a) Giải phương trình lượng giác $1+\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+\sin 2x+\cos 2x=0$

Đáp số: $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+\mathrm{k}2\pi,\ x=-\dfrac{\pi}{4}+\mathrm{k}\pi$

b) Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp trên ra 4 quả cầu. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được chọn có đúng một quả màu đỏ và có không quá hai quả cầu màu vàng.

Đáp số: $\dfrac{37}{91}$

Câu 7 **(1,0 điểm).** Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình chữ nhật với SA vuông góc với đáy, G là trọng tâm tam giác SAC, mặt phẳng (ABG) cắt SC tại M, cắt SD tại N. Tính thể tích của khối đa diện MNABCD biết SA=AB=a và góc hợp bởi đường thẳng AN và mp(ABCD) bằng 30^0.

Đáp số: $\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{24}$

Câu 8 **(1,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD có tâm $I(\frac{1}{2};0)$. Đường thẳng AB có phương trình: $x - 2y + 2 = 0$, AB = 2AD và hoành độ điểm A âm. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật đó.

Đáp số: $A(-2;0), B(2;2)$, $C(3;0), D(-1;-2)$

Câu 9 **(1,0 điểm).** Giải hệ phương trình $\begin{cases}(23-3x)\sqrt{7-x}=(20-3y)\sqrt{6-y}\\ 3x^2-14x-8+\sqrt{2x+y+2}=\sqrt{2y-3x+8}\end{cases}$

Đáp số: $(5;4)$

Câu 10 **(1,0 điểm).** Với các số thực dương a, b thỏa mãn $a^2+b^2=ab+1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\sqrt{7-3ab}+\dfrac{a-2}{a^2+1}+\dfrac{b-2}{b^2+1}$.

Đáp số: $P_{max} = 1$

Hãy coi đề thử sức như một lần thi thật, các em hãy viết lời giải thật cẩn thận nhé. Có thể số trang giấy không đủ, em hãy làm và kẹp vào sách để dễ dàng ôn tập nhé. Hãy bấm thời gian và tự thưởng cho mình nếu đạt điểm cao nhé.

Chúc em thi tốt!

ĐỀ SỐ 2 Đề thi gồm 1 trang ★★★★★	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC *Môn: Toán học* Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (2,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 2$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Gọi A, B là hai điểm biểu diễn cho các số phức là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$ Tính độ dài đoạn thẳng AB.

b) Giải phương trình $\log_{27} x^3 + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(x+2) = 1 + \log_3(4 - 3x)$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{(1 + \sin 2x)\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 5z - 3 = 0$ và hai điểm A(2;1;1), B(3;2;2). Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua 2 điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Chứng minh rằng: $\cos 4x = 8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1$

b) Từ tập X có 10 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau, sao cho trong mỗi số lập được đều có mặt cả hai chữ số 0 và 1.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh là a, $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S lên mặt đáy (ABCD) là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của AD. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và HK theo a.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A và B. Đường chéo AC nằm trên đường thẳng $d: 4x + 7y - 28 = 0$. Đỉnh B thuộc đường thẳng $d': x - y - 5 = 0$, đỉnh A có tọa độ là các số nguyên. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết đỉnh D(2;5) và BC = 2AD.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x-1)^2 + 2(y+1)^2 = 6 \\ 3x^2 - 2x - 5 + 2x\sqrt{x^2+1} = (y+1)\sqrt{4y^2 + 8y + 8} \end{cases}$

Câu 10 (1,0 điểm). Với các số thực a, b, c dương, nhỏ hơn $\frac{4}{3}$ thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^2(3b + 3c - 5)} + \frac{1}{b^2(3c + 3a - 5)} + \frac{1}{c^2(3a + 3b - 5)}$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT VÀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 2

Câu 1 * TXĐ: D=R

* Sự biến thiên

+ Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$

+ Chiều biến thiên

$y' = 3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

+ Cực trị:

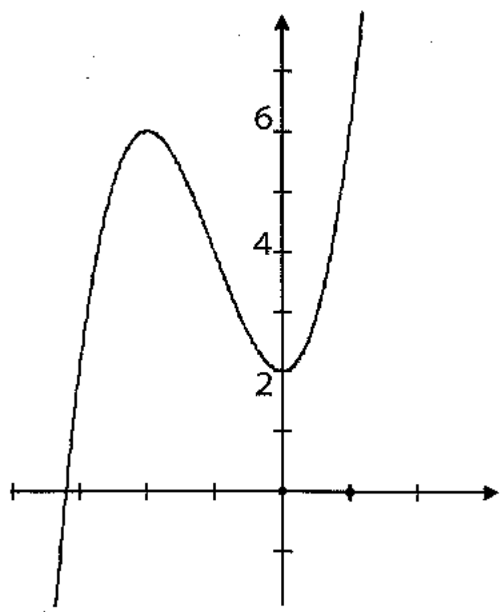
Hàm số đạt cực đại tại x = -2 và giá trị cực đại bằng 6

Hàm số đạt cực tiểu tại x = 0 và giá trị cực tiểu bằng 2

+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			6				$+\infty$
	$-\infty$				2		

* Đồ thị



Nhận xét:

Đây là bài toán cơ bản về khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc ba. Các em cần thực hiện đầy đủ các bước sau:

- ***Bước 1***: Tập xác định của hàm số.
- ***Bước 2***: Sự biến thiên.
  - Giới hạn
  - Chiều biến thiên
  - Cực trị
  - Bảng biến thiên
- ***Bước 3***: Đồ thị của hàm số.

Câu 4 $y = x + \sqrt{4 - x^2}$

+ TXĐ $= [-2;2]$

+ $y' = 1 - \dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}} = \dfrac{\sqrt{4-x^2} - x}{\sqrt{4-x^2}}$

$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} - x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ 4 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

+ $y(-2) = -2; y(2) = 2; y\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}$

+ Suy ra : $\min\limits_{x\in[-2;2]} y = -2$ khi $x = -2$, $\max\limits_{x\in[-2;2]} y = 2\sqrt{2}$ khi $x = \sqrt{2}$.

Nhận xét:

Với bài toán tìm min, max của hàm số f(x) trên đoạn $[a;b]$ các em cần thực hiện các bước sau:

- ***Bước 1:*** Tính đạo hàm f'(x) và giải phương trình f'(x) = 0 tìm các nghiệm $x_i \in (a,b)$ hoặc $x_i \in (a,b)$ mà tại đó hàm số không có đạo hàm

- ***Bước 2:*** Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i)$ (Hoặc lập BBT của hàm số f(x) trên đoạn $[a;b]$)

- ***Bước 3:*** So sánh $f(a), f(b), f(x_i)$ và chỉ ra min, max

Câu 3 ***3.a***

+ Phương trình tương đương $(z+1)^2 = -2 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (i\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1 + i\sqrt{2} \\ z = -1 - i\sqrt{2} \end{array}\right.$

+ Khi đó hai điểm biểu diễn các số phức trên là $A(-1;\sqrt{2}),\ B(-1;-\sqrt{2})$ do đó $AB = 2\sqrt{2}$.

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các việc sau:

+ Giải phương trình tìm các nghiệm. Phương trình này đơn giản nên ta không cần giải bằng cách tính Δ

+ Chỉ ra tọa độ các điểm A, B biểu diễn các số phức là nghiệm của phương trình trên

+ Tính độ dài đoạn thẳng AB.

3.b

+ ĐK: $0 < x < \dfrac{4}{3}$

+ Phương trình tương đương

$\log_3 x + \log_3(x+2) = \log_3(12 - 9x) \Leftrightarrow \log_3 x(x+2) = \log_3(12 - 9x)$

$\Leftrightarrow x(x+2) = 12 - 9x \Leftrightarrow x^2 + 11x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \quad (\text{T/m}) \\ x = -12\ (\text{L}) \end{array}\right.$

+ KL: Phương trình có một nghiệm x = 1.

Nhận xét:

Với các bài toán về logarit các em cần nhớ tìm điều kiện xác định của phương trình và trước khi kết luận nghiệm phương trình cần kết hợp điều kiện. Bài toán này các em nhận thấy ta đưa các biểu thức trong phương trình về cùng cơ số 3. Các em cần thực hiện các bước sau:

+ Đặt điều kiện xác định của phương trình

+ Đưa hai vế của phương trình về cùng cơ số 3:

$\log_3 x(x+2) = \log_3(12-9x) \Leftrightarrow x(x+2) = 12-9x$

+ Giải phương trình bậc hai và kết hợp điều kiện rồi kết luận.

Câu 4

$$+ I = \sqrt{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x+\cos x)(\cos x-\sin x)}{(\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x)(\sin x+\cos x)}dx$$

$$= \sqrt{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x-\sin x}{(\sin x+\cos x)^2}dx = \sqrt{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(\sin x+\cos x)}{(\sin x+\cos x)^2} = -\frac{\sqrt{2}}{\sin x+\cos x}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}-1$$

Nhận xét:

Bài toán tính tích phân lượng giác vận dụng các công thức lượng giác cơ bản với phép đổi biến số.

+ Xét biểu thức dưới dấu tích phân, sử dụng các công thức

$$\begin{cases} \cos 2x = (\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x) \\ 1+\sin 2x = (\sin x+\cos x)^2 \\ \cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos x+\sin x) \end{cases}$$

+ Sử dụng đổi biến số $u = \sin x+\cos x \Rightarrow u' = \cos x-\sin x$ nên I có dạng $\int \frac{u'du}{u^2} = -\frac{1}{u}+C$.

Câu 5

+ Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (1;2;-5)$, đường thẳng AB có VTCP $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$

$$\left[\vec{n},\overrightarrow{AB}\right] = \left(\begin{vmatrix}2 & -5\\1 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-5 & 1\\1 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & 2\\1 & 1\end{vmatrix}\right) = (7;-6;-1)$$

+ Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) nên (Q) nhận véc tơ $\left[\vec{n},\overrightarrow{AB}\right] = (7;-6;-1)$ làm VTPT $\Rightarrow (Q): 7(x-2)-6(y-1)-1(z-1) = 0 \Leftrightarrow (Q): 7x-6y-z-7 = 0$.

Nhận xét:

Với bài toán này ta xác định được hai yếu tố điểm và VTPT của mặt phẳng (Q).

+ Điểm thuộc (Q) là A và B

+ VTPT là tích có hướng của hai véc tơ: Pháp tuyến của mặt phẳng (P) và chỉ phương của đường thẳng AB.

Câu 6 *6.a*

+ $VT = 2\cos^2 2x-1 = 2(2\cos^2 x-1)^2-1 = 8\cos^4 x-8\cos^2 x+1 = VP$

Nhận xét:

Đây là bài toán đơn giản về biến đổi lượng giác. Bài toán này các em có thể biến đổi VP bằng cách thực hiện công thức hạ bậc để chỉ ra bằng VT hoặc các em có thể sử dụng chứng minh tương đương. Để làm bài toán này các em cần nhớ công thức hạ bậc và công thức nhân đôi:

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\cos^2 a = \dfrac{1+\cos 2a}{2}$

- ***6.b: Cách 1***

+ Gọi số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau thỏa mãn yêu cầu bài toán là $x = \overline{abcdef}$, $a \neq 0$

+ Xếp số 0 vào các vị trí b, c, d, e, f có 5 cách xếp

+ Xếp số 1 vào 5 vị trí còn lại sau khi xếp số 0 có 5 cách xếp

+ 4 vị trí còn lại sau khi xếp hai số 0 và 1 có A_8^4 cách xếp

Vậy có tất cả $5.5.A_8^4 = 42000$ số

Cách 2

+ Gọi số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau thỏa mãn yêu cầu bài toán là $x = \overline{abcdef}$, $a \neq 0$

Để số cần lập có cả hai chữ số 0 và 1 thì ta xếp hai chữ số đó vào các vị trí của x. Khi đó xảy ra các trường hợp sau đây:

- TH1: a = 1

+ Xếp số 0 vào 5 vị trí còn lại có 5 cách xếp

+ 4 vị trí còn lại sẽ có A_8^4 cách xếp

Do đó, có $1.5.A_8^4 = 8400$ số

- TH2: $a \neq 1$

+ a có 8 cách xếp

+ Xếp hai số 0 và 1 vào 5 vị trí còn lại có A_5^2 cách xếp

+ 3 vị trí còn lại sẽ có A_7^3 cách xếp

Do đó, có $8.A_7^3.A_5^2 = 33600$ số

Vậy có tất cả 33600 + 8400 = 42000 số

Nhận xét:

Đây là bài toán tổ hợp đếm số thường gặp, để giải quyết được dạng toán này các em cần nắm chắc kiến thức hoán vị, tổ hợp, chỉnh hợp và phải biết phân biệt được chúng khi nào ta dùng chúng. Với bài toán này thì có rất nhiều cách giải: có thể giải trực tiếp, giải gián tiếp...

Câu 7

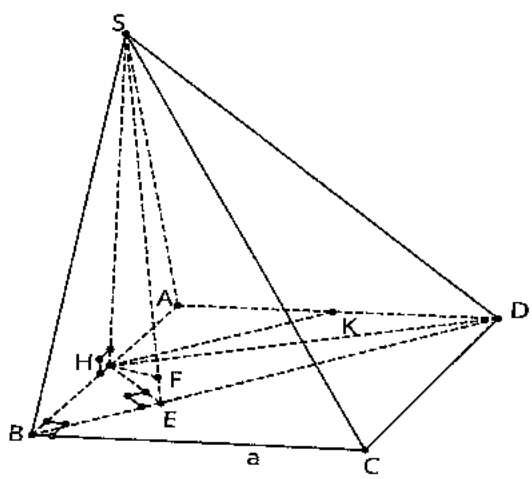
Cách 1

+ Trong tam giác vuông ADH :

$$HD = \sqrt{HA^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Trong tam giác vuông SDH :

$$SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{17}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = a\sqrt{3}$$



+ Thể tích khối chóp S.ABCD là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt)

+ Ta có $HK//BD\Rightarrow HK//(SBD)$

$\Rightarrow d(HK,SD)=d(HK,(SBD))=d(H,(SBD))$

Kẻ $HE\perp BD$, Do $SH\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp BD$. Suy ra $BD\perp(SHE)\Rightarrow(SBD)\perp(SHE)=SE$

Kẻ $HF\perp SE\Rightarrow HF\perp(SBD)\Rightarrow HF=d(H,(SBD))$

+ Trong tam giác vuông cân HBE: $HE=HB\sqrt{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Trong tam giác vuông SHE: $\frac{1}{HF^2}=\frac{1}{HS^2}+\frac{1}{HE^2}=\frac{1}{(a\sqrt{3})^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{7}{3a^2}\Rightarrow HF=\frac{a\sqrt{21}}{7}$

hay $d(HK,SD)=\frac{a\sqrt{21}}{7}$ (đvđd)

Cách 2

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có H trùng với gốc tọa độ O, B thuộc chiều dương trục Ox, trung điểm của CD thuộc chiều dương trục Oy, S thuộc chiều dương trục Oz. Khi đó suy ra tọa độ các điểm H, A, B, C, D, S, H, K. Từ đó tính được $V_{S.ABCD}$ và $d(HK,SD)$.

Nhận xét:

Với bài toán này việc tính thể tích tương đối dễ dàng, việc tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau HK và SD ta thực hiện các bước sau:

+ Chọn (SBD) chứa đường thẳng SD và song song với đường thẳng HK

+ Khẳng định $d(HK,SD)=d(HK,(SBD))=d(H,(SBD))$

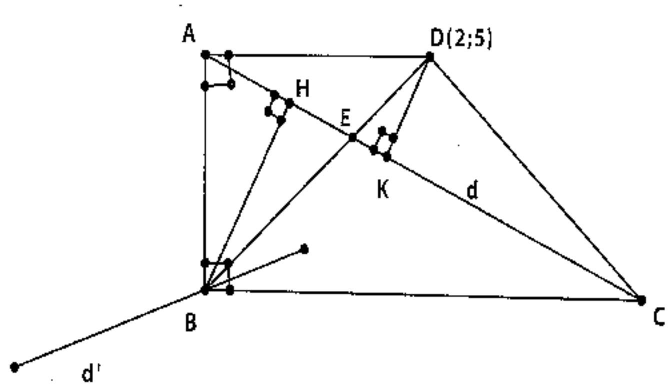
+ Chọn mặt phẳng (SHE) chứa điểm H và vuông góc với mặt phẳng (SBD) theo giao tuyến SE

+ Kẻ HF vuông góc với SE $\Rightarrow HF=d(H,(SBD))$

+ Dựa vào hình vẽ và giả thiết tính độ dài HF.

Lưu ý: Với ý tính khoảng cách này sử dụng phương pháp tọa độ sẽ dễ dàng hơn và không phải dựng thêm đường phụ.

Câu 8



+ Gọi $B(b;b-5)\in d'$. Ta có

$\frac{d(B,AC)}{d(D,AC)}=\frac{BH}{DK}=\frac{BE}{DE}=\frac{BC}{AD}=2$

$\Leftrightarrow\frac{|4b+7(b-5)-28|}{\sqrt{4^2+7^2}}=2.\frac{|4.2+7.5-28|}{\sqrt{4^2+7^2}}\Leftrightarrow|11b-63|=30\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}11b-63=30\\11b-63=-30\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=\frac{93}{11}\\b=3\end{array}\right.$

+ Do B và D nằm khác phía đối với đường thẳng AC nên

$\left(4x_B+7x_B-28\right)\left(4x_D+7x_D-28\right)<0 \Leftrightarrow \left(11b-63\right).30<0$

+ Do đó ta được $b=3$, suy ra $B\left(3;-2\right)$

+ Gọi $A(a,4-\frac{4a}{7})\in d$, $\overrightarrow{AB}=\left(3-a;\frac{4a}{7}-6\right)$, $\overrightarrow{AD}=\left(2-a;\frac{4a}{7}+1\right)$

Tam giác ABD vuông tại A nên ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=0 \Leftrightarrow (3-a)(2-a)+\left(\frac{4a}{7}-6\right)\left(\frac{4a}{7}+1\right)=0$

$$\Leftrightarrow \frac{65}{49}a^2-\frac{55}{7}a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=\frac{77}{13} \end{array}\right.$$

- Với $a=0 \Rightarrow A(0;4)$. Theo giả thiết $BC=2AD \Rightarrow \overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AD} \Rightarrow C(7;0)$ (Thỏa mãn thuộc d)

- Với $a=\frac{77}{13} \Rightarrow A\left(\frac{77}{13};\frac{8}{13}\right)$. Theo giả thiết $BC=2AD \Rightarrow \overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AD} \Rightarrow C\left(\frac{63}{13};\frac{88}{13}\right)$ (Loại vì không thuộc d)

Nhận xét:

Với bài toán này các em nhận thấy rằng giả thiết cho tọa độ B thuộc d' nên ta nghĩ ngay tới việc gọi tọa độ B theo tham số để thiết lập một phương trình tìm tham số đó. Lại có được đỉnh D, phương trình đường AC và biết BC = 2AD nên nghĩ ngay tới việc tìm khoảng cách từ B đến đường AC. Khi đó nút thắt đã được tháo gỡ phần còn lại sẽ dễ dàng hơn.

Cụ thể các em phải thực hiện được các bước sau:

+ Sử dụng talet suy ra $\frac{d\left(B,AC\right)}{d\left(D,AC\right)}=\frac{BH}{DK}=\frac{BE}{DE}=\frac{BC}{AD}=2$

+ Gọi tọa độ B theo tham số b và thiết lập phương trình

$$\frac{\left|4b+7\left(b-5\right)-28\right|}{\sqrt{4^2+7^2}}=2.\frac{\left|4.2+7.5-28\right|}{\sqrt{4^2+7^2}} \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=\frac{93}{11} \\ b=3 \end{array}\right.$$

+ Loại 1 điểm B (sử dụng B, D nằm về 2 phía của đường chéo AC)

+ Gọi tọa độ A theo tham số a, từ giả thiết tam giác ABD vuông tại A thiết lập phương trình $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=0$ tìm a

+ Tìm tọa độ C (sử dụng $BC=2AD \Rightarrow \overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AD} \Rightarrow C$) (hoặc các em có thể viết phương trình BC sau đó tìm C là giao điểm của AC và BC).

+ Loại 1 điểm C dựa vào C thuộc AC (hoặc loại C dựa vào $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AD}$)

Câu 9

$$+ \text{Hpt} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=x^2+2y^2+4y-3 \quad (1) \\ 3x^2-(x^2+2y^2+4y-3)-5+2x\sqrt{x^2+1}=(y+1)\sqrt{4y^2+8y+8} \quad (2) \end{cases}$$

+ PT(2) $\Leftrightarrow 3x^2-(x^2+2y^2+4y-3)-5+2x\sqrt{x^2+1}=(y+1)\sqrt{4y^2+8y+8}$

$\Leftrightarrow 2x^2+2x\sqrt{x^2+1}=2(y+1)^2+2(y+1)\sqrt{(y+1)^2+1}$

$\Leftrightarrow x^2+x\sqrt{x^2+1}=(y+1)^2+(y+1)\sqrt{(y+1)^2+1}$ (3)

+ Xét hàm số $f(t)=t^2+t\sqrt{t^2+1},\ \ t\in R$

$$f'(t)=2t+\sqrt{t^2+1}+\frac{t^2}{\sqrt{t^2+1}}=\frac{2t^2+1+2t\sqrt{t^2+1}}{\sqrt{t^2+1}}=\frac{\left(t+\sqrt{t^2+1}\right)^2}{\sqrt{t^2+1}}>0,\ \ t\in R$$

$\Rightarrow$ Hàm số f(t) đồng biến trên R

+ Khi đó phương trình (3) trở thành $f(x)=f(y+1)\Leftrightarrow y=x-1$ (4)

+ Thế (4) vào (1) ta được:

$$2x=x^2+2(x-1)^2+4(x-1)-3\Leftrightarrow 3x^2-2x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\to y=-2\\ x=\dfrac{5}{3}\to y=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$$

Nhận xét:

Với bài toán này, khi quan sát phương trình thứ 2 các em thấy có hai biểu thức $2x\sqrt{x^2+1}$, $(y+1)\sqrt{4y^2+8y+8}=2(y+1)\sqrt{(y+1)^2+1}$ có dạng giống nhau nên ta nghĩ ngay đến việc sử dụng phương pháp hàm số từ phương trình này. Tuy nhiên quan sát phần còn lại là $3x^2-2x-5$ ta cần đưa về một biểu thức chứa cả hai ẩn x, y để có thể đưa về hàm đặc trưng nên từ phương trình thứ nhất các em sẽ thế vào phần này để xuất hiện biểu thức $3x^2-(x^2+2y^2+4y-3)-5$ $=2x^2-2(y+1)^2$. Đến đây thì nút thắt của bài toán đã được tháo gỡ rồi.

Câu 10

+ $P=\dfrac{1}{a^2(4-3a)}+\dfrac{1}{b^2(4-3b)}+\dfrac{1}{c^2(4-3c)}$

+ Từ giả thiết ta thấy $(4-3a),(4-3b),(4-3c)$ đều dương. Áp dụng bất đẳng thức AM - GM ta có: $a^2(4-3a)=a.a.(4-3a)\le\left(\dfrac{a+a+4-3a}{3}\right)^3=\dfrac{(4-a)^3}{27}\Rightarrow\dfrac{1}{a^2(4-3a)}\ge\dfrac{27}{(4-a)^3}$

Tương tự $\dfrac{1}{b^2(4-3b)}\ge\dfrac{27}{(4-b)^3};\dfrac{1}{c^2(4-3c)}\ge\dfrac{27}{(4-c)^3}$

+ Khi đó

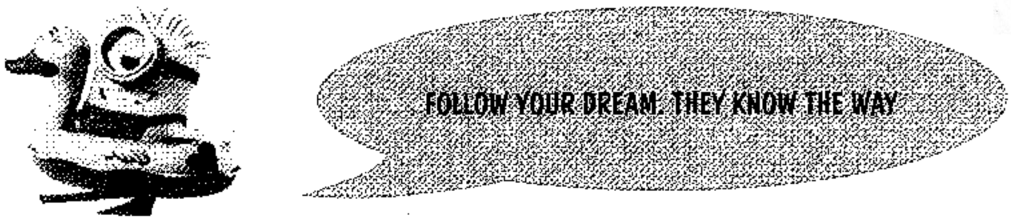
$$P\ge 27\left(\frac{1}{(4-a)^3}+\frac{1}{(4-b)^3}+\frac{1}{(4-c)^3}\right)\ge 27.\frac{3}{(4-a)(4-b)(4-c)}\ge\frac{81.27}{\left((4-a)+(4-b)+(4-c)\right)^3}$$

$$=\frac{81.27}{\left(12-(a+b+c)\right)^3}=\frac{81.27}{(12-3)^3}=3$$

+ Suy ra GTNN của biểu thức P là 3 khi a = b = c = 1.

Nhận xét:

Ta có thể sử dụng phương pháp hệ số bất định hoặc phương pháp tiếp tuyến để đánh giá được $\dfrac{1}{a^2(4-3a)}\ge a,\ \dfrac{1}{b^2(4-3b)}\ge b,\ \dfrac{1}{c^2(4-3c)}\ge c$. Khi đó $P\ge a+b+c=3$.



Ghi nhớ hành trình luyện thi Thành Công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé.

Ngày ....

Thi lần ....

Số điểm đạt được ..../ 10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm gì từ những câu sai

....

....

....

....

....

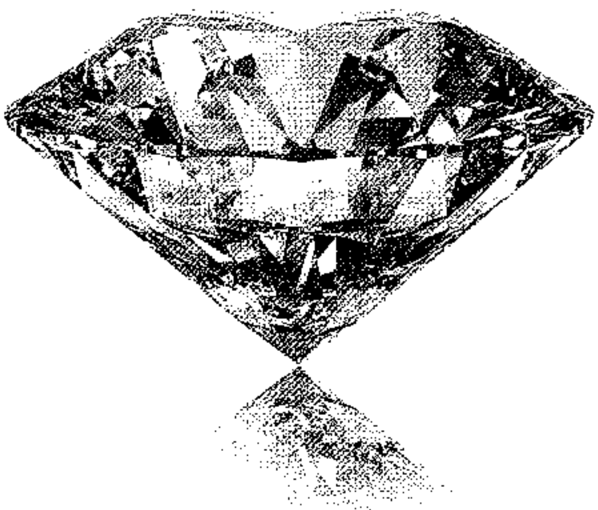
....

....

....

....

Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này.



Cuộc đời bạn tựa như một viên đá, chính bạn là người quyết định viên đá ấy bám dong rêu hay trở thành một viên ngọc sáng.

- Khuyết danh

ĐỀ THỬ SỨC 2

Câu 1 **(1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$

Câu 2 **(1,0 điểm).** Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $[-1;2]$.

Đáp số: $\min\limits_{x\in[-1;2]} y = 0$, $\max\limits_{x\in[-1;2]} y = \sqrt{2}$.

Câu 3 **(1,0 điểm).**

a) Cho z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 4 = 0$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $w = \left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^{2015}$.

Đáp số: Phần thực bằng $-\dfrac{1}{2}$, phần ảo bằng $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

b) Giải phương trình $\log_x 3 + \log_3 x = \log_{\sqrt{x}} 3 + \log_3 \sqrt{x} + \dfrac{1}{2}$

Đáp số: $x = \dfrac{1}{3}, x = 9$

Câu 4 **(1,0 điểm).** Tính tích phân $I = \displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\sin 2x + \cos 2x}{\sin x + \cos x} dx$.

Đáp số: 1

Câu 5 **(1,0 điểm).** Trong không gian với hệ trục toạ độ Oxyz cho điểm A(1 ;0 ; 1), B(2 ; 1 ; 2) và mặt phẳng (Q): x + 2y + 3z + 3 = 0. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với (Q).

Đáp số: $x - 2y + z - 2 = 0$

Câu 6 **(1,0 điểm).**

a) Chứng minh rằng: $\cos 3x.\sin^3 x + \sin 3x.\cos^3 x = \dfrac{3}{4}\sin 4x$

b) Từ tập X có 8 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau, sao cho trong mỗi số lập được có mặt cả ba chữ số 0, 2 và 7.

Đáp số: 90

Câu 7 **(1,0 điểm).** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = a , AD = 2a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy , cạnh bên SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0 .Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, mặt phẳng (BCM) cắt cạnh SD tại N .Tính thể tích khối chóp S.BCNM.

Đáp số: $\dfrac{10\sqrt{3}a^3}{27}$

Câu 8 **(1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB: $x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh AC: $x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác G(3; 2). Viết phương trình cạnh BC

Đáp số: $x - 4y + 7 = 0$

Câu 9 **(1,0 điểm).** Giải hệ phương trình $\begin{cases}(18x+9)\sqrt{x^2+x+1} = y\sqrt{4y^2+27} \\ (2y+3)^2 = 24\sqrt{x}(2y-9)\end{cases}$

Đáp số: $\left(7 \pm 4\sqrt{3}; \dfrac{45 \pm 24\sqrt{3}}{2}\right)$

Câu 10 **(1,0 điểm).** Cho 3 số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Chứng minh rằng $\dfrac{a^5 - 2a^3 + a}{b^2 + c^2} + \dfrac{b^5 - 2b^3 + b}{c^2 + a^2} + \dfrac{c^5 - 2c^3 + c}{a^2 + b^2} \le \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Hãy coi đề thử sức như một lần thi thật, các em hãy viết lời giải thật cẩn thận nhé. Có thể số trang giấy không đủ, em hãy làm và kẹp vào sách để dễ dàng ôn tập nhé. Hãy bấm thời gian và tự thưởng cho mình nếu đạt điểm cao nhé.

Chúc em thi tốt!

ĐỀ SỐ 3	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 1 trang ★★★★★	*Môn: Toán học* Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2x^2$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $\left[1;e^3\right]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^{\log_2 y} + y^{\log_2 x} = 16 \\ \log_2 x - \log_2 y = 2 \end{cases}$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{3\ln 2} \frac{dx}{\left(\sqrt[3]{e^x} + 2\right)^2}$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và điểm A(2;1;2). Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ A đến (P) bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $2\cos 3x \cos x + \sqrt{3}(1 + \sin 2x) = 2\sqrt{3}\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

b) Một hộp chứa 30 bi trắng, 7 bi đỏ và 15 bi xanh. Một hộp khác chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ và 9 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp bi một viên bi. Tìm xác suất để 2 bi lấy ra cùng màu.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O cạnh bằng a và $\widehat{BAD} = 60^0$ Cạnh SC vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SC = a\sqrt{\frac{3}{2}}$. Kẻ $OK \perp SA$, $(K \in SA)$. Tính thể tích khối đa diện SCBDK.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình vuông ABCD, M(3;2) thuộc đường thẳng BD. Từ M kẻ ME, MF lần lượt vuông góc với các cạnh AB, AD tại E(3;4) và F(-1;2). Tìm tọa độ đỉnh C.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x(1-x)^2} + \sqrt[4]{(1-x)^3} = \sqrt{1-x} + \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{(1-x)x^2}$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $abc = 8$.

Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2a+b+6} + \frac{1}{2b+c+6} + \frac{1}{2c+a+6}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT VÀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 3

Câu 1 * TXĐ: D = R

* Sự biến thiên

+ Giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty, \quad \lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty$

+ Chiều biến thiên

$$y' = 4x^3 - 4x,\ y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

+ Cực trị:

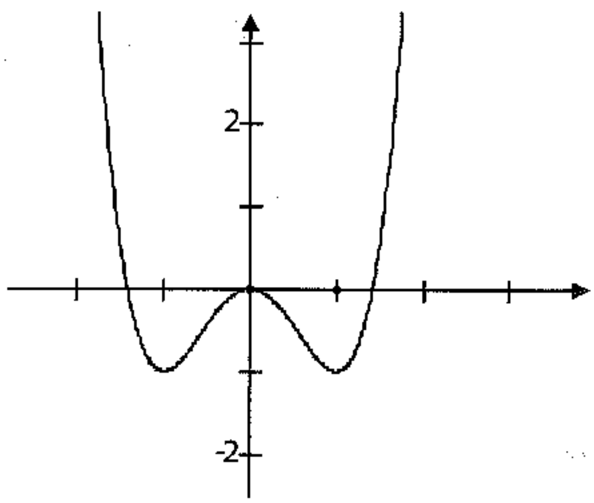
Hàm số đạt cực đại tại x = 0 và giá trị cực đại bằng 0

Hàm số đạt cực tiểu tại x = -1, x = 1 và giá trị cực tiểu bằng -1

+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$		-1		0		-1		$+\infty$

* Đồ thị



Nhận xét:

Đây là bài toán cơ bản về khảo sát và vẽ đồ thị hàm số trùng phương. Các em cần thực hiện đầy đủ các bước sau:

- ***Bước 1***: Tập xác định của hàm số.
- ***Bước 2***: Sự biến thiên.
- Giới hạn
- Chiều biến thiên
- Cực trị
- Bảng biến thiên
- ***Bước 3***: Đồ thị của hàm số.

Câu 2

+ Ta có $y' = 2\ln x - \ln^2 x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 2\ln x - \ln^2 x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\ln x = 0\\ \ln x = 2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 1 \text{ (T/m)}\\ x = e^2 \text{ (T/m)}\end{array}\right.$

+ $y(1) = 0$, $y(e^2) = \dfrac{4}{e^2}$, $y(e^3) = \dfrac{9}{e^3}$

+ Suy ra $\min\limits_{[1;e^3]} y = 0$ khi $x = 1$ và $\min\limits_{[1;e^3]} y = \dfrac{4}{e^2}$ khi $x = e^2$.

Nhận xét:

Với bài toán tìm min, max của hàm số f(x) trên đoạn $[a;b]$ các em cần thực hiện các bước sau:

- ***Bước 1:*** Tính đạo hàm f'(x) và giải phương trình f'(x) = 0 tìm các nghiệm $x_i \in (a,b)$ hoặc $x_i \in (a,b)$ mà tại đó hàm số không có đạo hàm

- ***Bước 2:*** Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i)$ (Hoặc lập BBT của hàm số f(x) trên đoạn $[a;b]$)

- ***Bước 3:*** So sánh $f(a), f(b), f(x_i)$ và chỉ ra min, max

Câu 3 ***3.a***

+ Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ $(x;y \in R)$ trên mặt phẳng phức

+ Từ giả thiết $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i| \Leftrightarrow |x + yi| = |(x-3) + (4-y)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (4-y)^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = (x-3)^2 + (4-y)^2$

$\Leftrightarrow 6x + 8y - 25 = 0$

+ Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ $(x;y \in R)$ trên mặt phẳng phức.

+ Từ giả thiết thiết lập mối liên hệ giữa x và y:

$|z| = |\bar{z} - 3 + 4i| \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow 6x + 8y - 25 = 0$

+ Từ mối liên hệ ở trên kiết luận về tập hợp điểm M:

Tập hợp điểm M là đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$.

- ***3.b***

+ ĐK: $x > 0, y > 0$

+ Đặt $\log_2 x = a$, $\log_2 y = b$

HPT trở thành $\begin{cases} 2^{ab} + 2^{ab} = 16 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{ab} = 8 \\ b = a - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = 3 \\ b = a - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \end{cases} \\ \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases} \end{array}\right.$

+ Với $\begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \text{ (T/m)} \\ y = \dfrac{1}{8} \text{ (T/m)} \end{cases}$

+ Với $\begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ (T/m)} \\ y = 2 \text{ (T/m)} \end{cases}$

Nhận xét:

Với bài toán này quan sát ở cả hai phương trình của hệ đều chứa các biểu thức $\log_2 x$, $\log_2 y$ nên ta nghĩ ngay đến phương pháp đặt ẩn phụ để giải chúng. Lưu ý trước khi giải các em cần đặt điều kiện xác định và kết hợp điều kiện trước khi kết luận nghiệm của hệ.

Câu 4

+ $I = \int_0^{3\ln 2} \frac{dx}{\left(\sqrt[3]{e^x}+2\right)^2}$

+ Đặt $\sqrt[3]{e^x} = t \Rightarrow e^x = t^3 \Rightarrow 3t^2dt = e^x dx \Rightarrow dx = \frac{3dt}{t}$.

Với x = 0 thì t = 1; x = 3ln2 thì t = 2

+ Khi đó $I = \int_1^2 \frac{3dt}{t(t+2)^2} = \frac{3}{4}\int_1^2 \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+2} - \frac{2}{(t+2)^2}\right)dt = \frac{3}{4}\left(\ln\frac{t}{t+2} + \frac{2}{t+2}\right)\Big|_1^2 = \frac{3}{4}\left(\ln\frac{3}{2} - \frac{1}{6}\right)$

Nhận xét:

Với bài toán này các em thấy xuất hiện biểu thức mũ nằm bên trong căn thức như vậy ta sẽ sử dụng phép đổi biến số để giải quyết bài toán. Bài toán cần được thực hiện qua các bước sau:

+ Thực hiện đổi biến số $\sqrt[3]{e^x} = t$ và đổi cận

+ Biến đổi tích phân ban đầu về tích phân mới (tích phân của hàm phân thức hữu tỉ)

+ Tính tích phân mới (sử dụng phép phân tích biểu thức dưới dấu tích phân bằng cách sử dụng đồng nhất thức hoặc kĩ thuật nhảy tầng lầu). Cụ thể:

$$\frac{3}{t(t+2)^2} = \frac{A}{t} + \frac{B}{t+2} + \frac{C}{(t+2)^2} \Rightarrow A, B, C$$

Hoặc

$$\frac{3}{t(t+2)^2} = \frac{3}{2}\cdot\frac{[(t+2)-t]}{t(t+2)^2} = \frac{3}{2}\left[\frac{1}{t(t+2)} - \frac{1}{(t+2)^2}\right] = \frac{3}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+2}\right) - \frac{1}{(t+2)^2}\right] = \frac{3}{4}\left[\frac{1}{t} - \frac{1}{t+2} - \frac{2}{(t+2)^2}\right]$$

Câu 5 + Đường thẳng Δ đi qua điểm M(1;1;2) và có VTCP $\vec{u} = (2;-1;1)$

Gọi $\vec{n} = (A;B;C) \neq \vec{0}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Mặt phẳng (P) đi qua điểm M thuộc Δ và có VTPT $\vec{n} = (A;B;C) \neq \vec{0}$ nên (P) có phương trình $A(x-1) + B(y-1) + C(z-2) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz - A - B - 2C = 0$

+ Đường thẳng Δ nằm trên (P) nên $\vec{u}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow 2A - B + C = 0 \Leftrightarrow C = B - 2A$ (1)

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$

nên $\frac{|2A + B + 2C - A - B - 2C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{|A|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow 2A^2 = B^2 + C^2$ (2)

Thế (1) vào (2) ta được $\Leftrightarrow 2A^2 = B^2 + (B-2A)^2 \Leftrightarrow 2A^2 - 4AB + 2B^2 = 0 \Leftrightarrow A = B$.

Chọn $A = 1 \Rightarrow B = 1; C = -1 \Rightarrow (P): x + y - z = 0$

Nhận xét:

Với bài toán này để viết phương trình mặt phẳng (P) các em cần tìm hai yếu tố là điểm thuộc mặt phẳng và VTPT của mặt phẳng. Các em cần thực hiện các bước sau:

+ Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (A;B;C) \neq \vec{0}$. Cần thiết lập 2 phương trình 3 ẩn

+ Sử dụng $\Delta \subset (P) \Rightarrow \vec{u}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow C = B - 2A$ (1), $d(A,(P)) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2A^2 = B^2 + C^2$ (2)

+ Giải hệ phương trình (1), (2) tìm C và B theo A từ đó chỉ ra VTPT $\vec{n}$ và viết phương trình mặt phẳng (P).

Câu 6 *6.a*

+ PT tương đương $2\cos 3x\cos x + \sqrt{3}(1+\sin 2x) = 2\sqrt{3}\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \cos 4x + \cos 2x + \sqrt{3}(1+\sin 2x) = \sqrt{3}\left(1 + \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x + \sqrt{3}\sin 4x + \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \\ \cos x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right.$$

Nhận xét:

Quan sát vào các biểu thức trong phương trình các em nhận thấy có các biểu thức $\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $\cos 3x\cos x$ nên ta nghĩ tới việc sử dụng công thức hạ bậc và công thức biến đổi tích sang tổng. Sau khi thực hiện biến đổi 2 biểu thức trên ta thấy phương trình xuất hiện biểu thức bậc nhất đối với sin và cos của các góc 2x và 4x. Đến đây việc giải quyết bài toán đơn giản hơn rồi.

6.b

+ Gọi A là biến cố "lấy được hai viên bi cùng màu"

+ Chọn từ mỗi hộp ra một viên bi bất kì có 52.25 = 1300 cách chọn

$\Rightarrow |\Omega| = 1300$

+ Để chọn ra hai viên bi cùng màu sẽ xảy ra các trường hợp sau

- TH1: Chọn ra 2 viên bi cùng màu trắng có 30.10 = 300 cách chọn

- TH2: Chọn ra 2 viên bi cùng màu đỏ có 7.6 = 42 cách chọn

- TH1: Chọn ra 2 viên bi cùng màu xanh có 15.9 = 135 cách chọn

$\Rightarrow |\Omega_A| = 477$

+ Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{477}{1300}$

Nhận xét:

Bài toán tính xác suất là một loại toán luôn xuất hiện trong đề thi ĐH các năm gần đây và đều là những bài toán vận dụng được công thức của định nghĩa cổ điển. Có thể nói toán xác suất là một loại toán không khó, để làm tốt được loại toán này các em cần:

- Nắm được các bước giải và cần xác định chính xác được phép thử T để từ đó tính số phần tử của không gian mẫu và số phần tử thuận lợi cho biến cố chính xác.

- Đặc biệt các em phải phân biệt được các quy tắc cộng, nhân trong quá trình tính $|\Omega|$ và $|\Omega_A|$

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

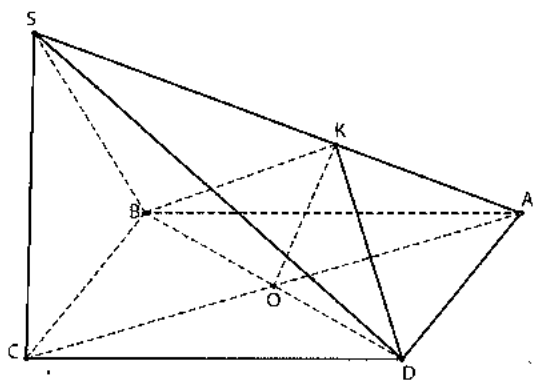
+ Gọi A là biến cố "lấy được hai viên bi cùng màu"

+ Tính số phần tử của không gian mẫu và số phần tử thuận lợi cho biến cố A:

$|\Omega| = 1300$, $|\Omega_A| = 477$

+ Vận dụng định nghĩa cổ điển của xác suất để tính P(A): $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{477}{1300}$

Câu 7



+ Ta có: $S_{ABCD} = AB.AD.\sin\widehat{BAD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$;

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SC.S_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$

Và: $V_{SCBKD} = V_{S.ABCD} - V_{A.BKD}$

+ Do $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SA$

mà $OK \perp SA \Rightarrow SA \perp (BKD)$ nên AK là đường cao của hình chóp A.BKD

+ Hai tam giác SCA và OKA đồng dạng với nhau nên ta có

$$\frac{OK}{OA} = \frac{SC}{SA} \Rightarrow OK = \frac{OA.SC}{SA} = \frac{OA.SC}{\sqrt{SC^2 + AC^2}} = \frac{a}{2} \text{ vì: } \left(AC = 2OA = 2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}\right)$$

+ Mà $\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ OK \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow OK \perp BD \Rightarrow S_{BKD} = \dfrac{1}{2}OK.BD = \dfrac{a^2}{4}$

Ta lại có : $\dfrac{SC}{OK} = \dfrac{AC}{AK} \Rightarrow AK = \dfrac{AC.OK}{SC} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$ (vì $\Delta SCA \quad \Delta OKA$)

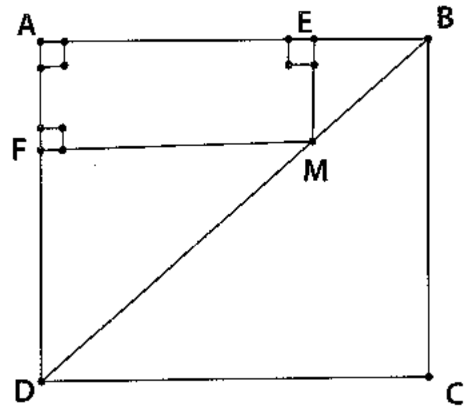
Suy ra $V_{ABKD} = \dfrac{1}{3}AK.S_{BKD} = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{24}$

Vậy: $V_{SCBKD} = V_{S.ABCD} - V_{A.BKD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{4} - \dfrac{a^3\sqrt{2}}{24} = \dfrac{5\sqrt{2}a^3}{24}$ (đvtt)

Nhận xét:

Đây là bài toán tính thể tích của một khối đa diện và khối SCBKD không phải là một khối chóp hay một khối lăng trụ. Vậy ở bài toán này ta không tính trực tiếp được mà ta phải làm gián tiếp thông qua thể tích của hai khối chóp $V_{S.ABCD}, V_{A.BKD}$: $V_{SCBKD} = V_{S.ABCD} - V_{A.BKD}$.

Câu 8



+ Đường thẳng AB đi qua điểm E(3;4) và vuông góc với ME nên nhận $\overrightarrow{ME} = (0;2)$ làm VTPT

$\Rightarrow AB: 0(x-3)+2(y-4)=0 \Leftrightarrow AB: y-4=0$

Đường thẳng AD đi qua điểm F(-1;2) và vuông góc với MF nên nhận $\overrightarrow{MF} = (-4;0)$ làm VTPT

$\Rightarrow AD: -4(x+1)+0(y-2)=0 \Leftrightarrow AD: x+1=0$

Do đó $A(-1;4)$

+ Do ABCD là hình vuông nên tam giác MEB vuông cân tại E do đó EM = EB

B thuộc đường thẳng AB nên B(b; 4)

$$EM = EB \Leftrightarrow EM^2 = EB^2 \Leftrightarrow 4 = (b-3)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=5 \\ b=1 \end{array}\right.$$

+ Với $b=5 \Rightarrow B(5;4)$

Đường thẳng BD đi qua B và nhận $\overrightarrow{MB} = (2;2)$ làm VTCP nên BD có phương trình $x-y-1=0$

Ta thấy hai điểm E, F nằm về 1 phía của đường thẳng BD $\Rightarrow B(5;4)$ thỏa mãn

Tọa độ D thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x+1=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow D(-1;-2)$

Gọi I là tâm của hình vuông ABCD $\Rightarrow I(2;1) \Rightarrow C(5;-2)$

+ Với $b=1 \Rightarrow B(1;4)$

Đường thẳng BD đi qua B và nhận $\overrightarrow{MB} = (-2;2)$ làm VTCP nên BD có phương trình $x+y-5=0$

Ta thấy hai điểm E, F nằm về 2 phía của đường thẳng BD $\Rightarrow B(1;4)$ không thỏa mãn.

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện được các bước sau đây:

+ Ta dễ dàng thiết lập được phương trình hai cạnh AB, AD của hình vuông ABCD

+ Khẳng định được EMB là tam giác vuông cân tại E để có được EB = EM. Ngoài ra các em có thể chỉ ra tam giác MFD vuông cân tại F để có được FM = FD và từ đó tìm được tọa độ điểm D.

+ Khi tìm được tọa độ điểm B rồi ta dễ dàng lập được phương trình của đường chéo BD từ đó tìm tọa độ D. Ngoài ra các em có thể thiết lập phương trình đường chéo BD bằng cách khai thác góc $\widehat{MBE} = 45^0$ hay góc giữa hai đường thẳng AB và BD bằng 45^0.

+ Điều quan trọng là các em phải biết loại nghiệm (vì E, F lần lượt là hình chiếu của M lên AB, AD nên hai điểm E, F phải nằm về cùng một phía của đường chéo BD)

+ Sử dụng tọa độ trung điểm suy ra tọa độ điểm I và điểm cần tìm C.

Câu 9 ĐK: $0 \le x \le 1$ 0

+ Đặt $\begin{cases} \sqrt[4]{x} = a \ge 0 \\ \sqrt[4]{1-x} = b \ge 0 \end{cases} \Rightarrow a^4 + b^4 = 1$

Từ phương trình đã cho ta được

$a^2 + ab^2 + b^3 = b^2 + a^3 + a^2b \Leftrightarrow (a-b)\left[a + b - (a^2 + ab + b^2)\right] = 0$

$\Leftrightarrow (a-b)(a+b)(1-a-b) = 0 \Leftrightarrow (a-b)(1-a-b) = 0$ (Do a + b > 0)

+ Khi đó ta có các hệ $\begin{cases} a-b=0 \\ a^4+b^4=1 \end{cases}$ (I) hoặc $\begin{cases} a+b=1 \\ a^4+b^4=1 \end{cases}$ (II)

+ Giải hệ (I) ta được $a^4 = b^4 = \frac{1}{2}$ do đó ta có $x = \frac{1}{2}$ (T/m)

+ Giải hệ (II) ta được $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases} \end{array}\right.$ do đó ta có $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$ (T/m)

+ KL:....

Nhận xét:

Với bài toán này các em nhận thấy rằng phương trình chứa $\sqrt[4]{x}, \sqrt[4]{1-x}$ và vai trò của x và 1 - x là như nhau nên ta nghĩ tới việc đặt hai ẩn phụ để đưa phương trình ban đầu về một phương trình hai ẩn mà có thể đưa về phương trình tích.

Câu 10

+ $P = \frac{1}{2a+b+6} + \frac{1}{2b+c+6} + \frac{1}{2c+a+6} \Rightarrow P = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{a+\frac{b}{2}+3} + \frac{1}{b+\frac{c}{2}+3} + \frac{1}{c+\frac{a}{2}+3}\right]$.

Đặt: $x = \frac{a}{2}; y = \frac{b}{2}; z = \frac{c}{2} \Rightarrow x, y, z > 0 \,\&\, x.y.z = 1$ Khi đó:

$P = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2x+y+3} + \frac{1}{2y+z+3} + \frac{1}{2z+x+3}\right]$

Mà ta có: $x + y \ge 2\sqrt{xy}$; $x + 1 \ge 2\sqrt{x} \Rightarrow 2x + y + 3 \ge 2(\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 1)$

$\Rightarrow \frac{1}{2x+y+3} \le \frac{1}{2(\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1)}$

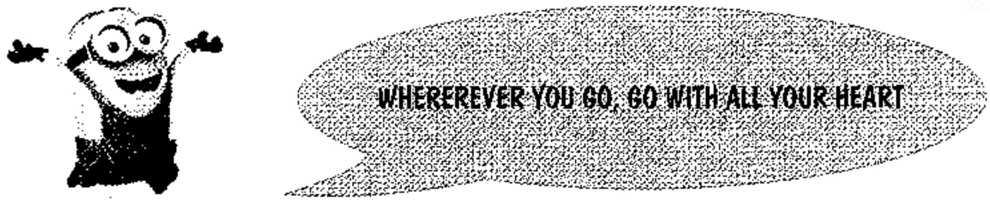
Tương tự ta có: $P \le \frac{1}{4}\left[\frac{1}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1} + \frac{1}{\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1}\right]$

(Nhân tử và mẫu phân số thứ hai với $\sqrt{x}$; phân số thứ ba với $\sqrt{xy}$)

$\Leftrightarrow P \le \frac{1}{4}\left[\frac{1}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1)} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}(\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1)}\right]$

$\Leftrightarrow P \le \frac{1}{4}\left[\frac{1}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{xy}+\sqrt{x})} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+1+\sqrt{xy}}\right] \Leftrightarrow P \le \frac{1}{4}$

Vậy P đạt GTLN bằng $\frac{1}{4}$ xảy ra khi x = y = z = 1 hay a = b = c = 2.



Ghi nhớ hành trình luyện thi Thành Công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé.

Ngày ....

Thi lần ....

Số điểm đạt được ..../ 10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm gì từ những câu sai

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này.

Sự thỏa mãn nằm trong nỗ lực, chứ không phải trong mục đích đạt được. Nỗ lực càng nhiều, chiến thắng càng vẻ vang.

- Mahatma Gandhi là anh hùng dân tộc Ấn Độ

Bạn có biết anh ấy không? Anh ấy là Nich Vujicic

Hãy tìm đọc anh ấy trên google để được anh ấy truyền cảm hứng nhé!

ĐỀ THỬ SỨC 3

Câu 1 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ (C)

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$.

Đáp số: min y = 4; max y = 5

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z-i}{z+i}\right| = 1$

Đáp số: Trục Ox

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \log_y x - \log_2 y^2 = 1 \\ \log_4 x - \log_4 y = 1 \end{cases}$

Đáp số: $(8;2);\left(2;\frac{1}{2}\right)$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x\left(1+e^{-3x}\right)}$

Đáp số: $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng D: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{4}$ và điểm M(0 ; - 2 ; 0). Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M song song với đường thẳng D đồng thời khoảng cách giữa đường thẳng D và mặt phẳng (P) bằng 4.

Đáp số: (P): 4x - 8y + z - 16 = 0, (P): 2x + 2y - z + 4 = 0.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $2\cos 5x.\cos 3x + \sin x = \cos 8x$

Đáp số: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, (k \in Z)$

b) Có hai hộp mỗi hộp đựng 12 viên bi gồm 3 viên bi màu trắng, 4 viên bi màu vàng, 5 viên bi màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 viên bi không cùng màu.

Đáp số: $\frac{47}{72}$

Câu 7 (1,0 điểm). Cho tứ diện ABCD có ba cạnh AB, BC, CD đôi một vuông góc với nhau và AB = BC = CD = a. Gọi C' và D' lần lượt là hình chiếu của điểm B trên AC và AD. Tính thể tích tích tứ diện ABC'D'.

Đáp số: $\frac{a^3}{36}$

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ Oxy cho cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 5 = 0$ d_2: 3x +6y – 7 = 0. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm P(2; -1) sao cho đường thẳng đó cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 tạo ra một tam giác cân có đỉnh là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2.

Đáp số: $d: 3x + y - 5 = 0$; $d: x - 3y - 5 = 0$

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình: $\left(x^2+1\right)^2 = 5 - x\sqrt{2x^2+4}$

Đáp số: $x = \sqrt{\sqrt{3}-1}$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số dương a, b, c thoả món: ab + bc + ca = 3.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{1+a^2(b+c)} + \frac{1}{1+b^2(c+a)} + \frac{1}{1+c^2(a+b)} \le \frac{1}{abc}$.

Hãy coi đề thử sức như một lần thi thật, các em hãy viết lời giải thật cẩn thận nhé. Có thể số trang giấy không đủ, em hãy làm và kẹp vào sách để dễ dàng ôn tập nhé. Hãy bấm thời gian và tự thưởng cho mình nếu đạt điểm cao nhé.

Chúc em thi tốt!

ĐỀ SỐ 4	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 1 trang	*Môn: Toán học*
★★★★★	Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2 \quad (C)$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm m để trong hai điểm cực trị của (C) có một điểm cực trị nằm phía trong và một điểm cực trị nằm phía ngoài đường tròn $(S_m): x^2 + y^2 - 2mx - 4my + 5m^2 - 1 = 0$.

Câu 2 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $y = \sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2i| = |\bar{z} - 1 + i|$ và $\dfrac{z+1-i}{\bar{z}+2i}$ là một số thuần ảo.

b) Giải phương trình $\log_7(x+2) = \log_5 x$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4x - 3e^x\cos^2 x}{1+\cos 2x}dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian Oxyz cho các điểm A(5; 5; 0) và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-7}{-4}$

Tìm tọa độ các điểm $B, C \in d$ sao cho tam giác ABC cân tại A và $BC = 2\sqrt{29}$.

Câu 6 (0,5 điểm). Giải phương trình $8(\sin^6 x + \cos^6 x) + 3\sqrt{3}\sin 4x = 3\sqrt{3}\cos 2x - 9\sin 2\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) + 11$

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A, $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Hình chiếu vuông góc H của S lên mặt phẳng (ABC) thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IH}$. Góc giữa SC và mặt đáy (ABC) bằng 60^0. Hãy tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ trung điểm K của SB đến mặt (SAH).

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy cho hình vuông ABCD có M là trung điểm của cạnh BC, phương trình đường thẳng DM: $x - y - 2 = 0$ và $C(3; -3)$. Biết đỉnh A thuộc đường thẳng $d: 3x + y - 2 = 0$, xác định toạ độ các đỉnh A, B, D.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \left(x + \sqrt{x^2+4}\right)\left(y + \sqrt{y^2+1}\right) = 2 \\ 12y^2 - 10y + 2 = 2.\sqrt[3]{x^3+1} \end{cases}$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho $a, b, c > 0: \dfrac{a^3}{a^2+ab+b^2} + \dfrac{b^3}{b^2+bc+c^2} + \dfrac{c^3}{c^2+ac+a^2} = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = a + b + c$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT VÀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 4

Câu 1 *1.a*

* TXĐ: D = R

* Sự biến thiên

+ Giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty, \quad \lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$

+ Chiều biến thiên

$$y' = 3x^2 - 6x,\ y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

+ Cực trị:

Hàm số đạt cực đại tại x = 0 và giá trị cực đại bằng 2

Hàm số đạt cực tiểu tại x = 2 và giá trị cực tiểu bằng -2

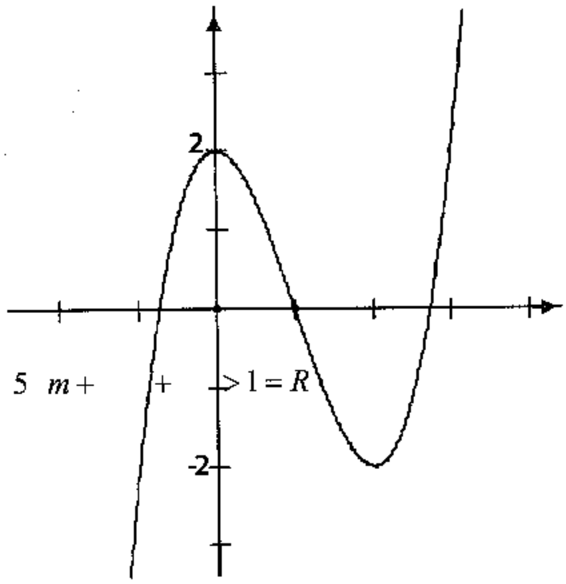
+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	+	0	+	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

* Đồ thị

+ Giao với các trục Ox, Oy:

$(1;0), (1-\sqrt{3};0), (1+\sqrt{3};0), (0;2)$



1.b

+ (C) có hai điểm cực trị là $A(0;2)$, $B(2;-2)$ và đường tròn (S_m) có tâm $I(m;2m)$, bán kính $R = 1$

$$IA = \sqrt{(0-m)^2 + (2-2m)^2} = \sqrt{5m^2 - 8m + 4}$$

$$IB = \sqrt{(2-m)^2 + (-2-2m)^2} = \sqrt{5m^2 + 4m + 8} =$$

$$= \sqrt{5\left(m + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{36}{5}} > 1 = R$$

$\Rightarrow$ điểm B nằm bên ngoài đường tròn (S_m)

+ Để trong hai điểm cực trị của (C) có một điểm cực trị nằm phía trong và một điem cực trị nằm phía ngoài đường tròn (S_m) thì điểm A phải nằm phía trong đường tròn (S_m)

$\Leftrightarrow IA < R \Leftrightarrow \sqrt{5m^2 - 8m + 4} < 1$

$\Leftrightarrow 5m^2 - 8m + 4 < 1 \Leftrightarrow 5m^2 - 8m + 3 < 0 \Leftrightarrow \dfrac{3}{5} < m < 1$

Nhận xét:

Với bài toán này các em nhận thấy rằng do IB > R nên điểm B nằm phía ngoài đường tròn (S_m) nên để hai điểm A, B có một điểm nằm bên trong và một điểm nằm bên ngoài đường tròn (S_m) thì cần điểm A nằm bên trong $(S_m) \Leftrightarrow IA < R$. Với bài toán tổng quát các em có thể đưa ra điều kiện $(IA-R)(IB-R) < 0$.

Câu 2 TXĐ: D=$[0;+\infty)$

+ Đặt $\sqrt{x} = t$, $t \geq 0$

+ Khi đó hàm số trở thành: $y = g(t) = t + \dfrac{1}{t+1}$

$$g'(t) = \frac{t^2 + 2t}{(t+1)^2}$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2+2t}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \quad \text{(T/m)} \\ t = -2 \text{ (Loai)} \end{array}\right.$$

+ Bảng biến thiên

t	0		$+\infty$
y	0	+	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$

+ Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{[0;+\infty)} g(t) = 1$ khi $t = 0 \Leftrightarrow \min\limits_{[0;+\infty)} y = 1$ khi $\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$;

Không tồn tại Max y

Nhận xét:

Với bài toán tìm min, max của hàm số f(x) trên một khoảng hoặc nửa khoảng em cần thực hiện các bước sau:

- ***Bước 1:*** Tính đạo hàm f'(x) và giải phương trình f'(x) = 0 tìm các nghiệm x_i
- ***Bước 2:*** Lập BBT của hàm số f(x) trên khoảng hoặc nửa khoảng tương ứng
- ***Bước 3:*** Từ bảng biến thiên kết luận min, max của hàm số.

Câu 3 ♦ *3.a*

+ Giả sử $z = x + yi,\ (x, y \in R)$

Ta có $|z+2i| = |\bar{z}-1+i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y+2)^2} = \sqrt{(x-1)^2+(1-y)^2} \Leftrightarrow x+3y+1=0$

$$\frac{z+1-i}{\bar{z}+2i} = \frac{x+1+(y-1)i}{x+(2-y)i} = \frac{[x+1+(y-1)i][x-(2-y)i]}{x^2+(2-y)^2} = \frac{x^2-y^2+x+3y-2}{x^2+(2-y)^2} + \frac{2xy-3x+y-2}{x^2+(2-y)^2}i$$

+ Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x^2-y^2+x+3y-2}{x^2+(2-y)^2} = 0 \\ x+3y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-y^2+x+3y-2=0 \\ x+3y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\dfrac{7}{4} \\ y=\dfrac{1}{4} \end{cases} \end{array}\right.$$

+ Số phức cần tìm là $z = 2-i,\ z = -\frac{7}{4}+\frac{1}{4}i$

Nhận xét:

Đây là bài tập tương đối cơ bản của số phức, với bài toán này các em cẩn thận trọng trong việc thực hiện các bước sau:

+ Giả sử $z = x + yi,\ (x, y \in R)$

+ $|z+2i| = |\bar{z}-1+i| \Leftrightarrow x+3y+1=0,\ \dfrac{z+1-i}{\bar{z}+2i} = \dfrac{x^2-y^2+x+3y-2}{x^2+(2-y)^2} + \dfrac{2xy-3x+y-2}{x^2+(2-y)^2}i$

+ Từ giả thiết có hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x^2-y^2+x+3y-2}{x^2+(2-y)^2} = 0 \\ x+3y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\dfrac{7}{4} \\ y=\dfrac{1}{4} \end{cases} \end{array}\right.$

+ Khẳng định số phức cần tìm $z = 2-i,\ z = -\frac{7}{4}+\frac{1}{4}i$

■ *3.b*

+ ĐK: x > 0

+ Đặt $\log_5 x = t \Rightarrow x = 5^t$

+ Phương trình trở thành $\log_7(5^t+2) = t \Leftrightarrow 5^t + 2 = 7^t \Leftrightarrow \left(\frac{5}{7}\right)^t + 2.\left(\frac{1}{7}\right)^t = 1$ (*)

+ Ta thấy VT(*) là hàm nghịch biến $\Rightarrow$ Phương trình (*) có nghiệm duy nhất t = 1 $\Leftrightarrow \log_5 x = 1 \Rightarrow x = 5$ (T/m)

Nhận xét:

Với bài toán này khi quan sát vào biểu thức cho trong phương trình các em định hướng ngay được việc sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để giải chúng. Các em có thể thực hiện phép đặt $\log_5 x = t$ hoặc $\log_7(x+2) = t$.

Câu 4

$+ \mathrm{I}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{4x-3e^x\cos^2 x}{2\cos^2 x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{2x}{\cos^2 x}dx-\frac{3}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}e^x dx=I_1-I_2$

$+$ Xét $\mathrm{I}_1=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{2x}{\cos^2 x}dx$

- Đặt $\begin{cases}u=2x\\ dv=\dfrac{dx}{\cos^2 x}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2dx\\ v=\tan x\end{cases}$

- Khi đó $\mathrm{I}_1=2x\tan x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\int_0^{\frac{\pi}{4}}2\tan x dx=\frac{\pi}{2}+2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{d(\cos x)}{\cos x}=\frac{\pi}{2}+2\ln|\cos x|\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{2}+2\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$+$ Xét $\mathrm{I}_2=\frac{3}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}e^x dx=\frac{3}{2}e^x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{3}{2}\left(e^{\frac{\pi}{4}}-1\right)$

Suy ra $\mathrm{I}=\frac{\pi}{2}+2\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\frac{3}{2}\left(e^{\frac{\pi}{4}}-1\right)$

Nhận xét:

Với bài toán này các em quan sát biểu thức dưới dấu tích phân thấy tử có biểu thức $\cos^2 x$ còn mẫu là biểu thức $1+\cos 2x=2\cos^2 x$ nên ta biến đổi tách tích phân trên thành hiệu của hai tích phân I_1, I_2.

$+$ Tính $\mathrm{I}_1=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{2x}{\cos^2 x}dx$ bằng phương pháp tích phân từng phần $\Rightarrow \mathrm{I}_1=\frac{\pi}{2}+2\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$+$ Tính $\mathrm{I}_2=\frac{3}{2}\left(e^{\frac{\pi}{4}}-1\right)$. Từ đó suy ra I.

Câu 5

$+$ Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;-4)$

$+$ Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d. Do H thuộc d nên $\mathrm{H}(-1+2t;-1+3t;7-4t)$

$\overrightarrow{AH}=(-6+2t;-6+3t;7-4t)$

$\overrightarrow{AH}\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2(-6+2t)+3(-6+3t)-4(7-4t)=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow \mathrm{H}(3;5;-1)$

$+$ Vì tam giác ABC cân tại A nên H là trung điểm của BC. B thuộc d nên $\mathrm{B}(-1+2b;-1+3b;7-4b)$ $\Rightarrow \mathrm{C}(7-2b;11-3b;-9+4b)$

$+\ \mathrm{BC}=2\sqrt{29}\Leftrightarrow \mathrm{BC}^2=116\Leftrightarrow(8-4b)^2+(12-6b)^2+(8b-16)^2=116$

$\Leftrightarrow(8-4b)^2+(12-6b)^2+(8b-16)^2=116\Leftrightarrow(2-b)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=1\\ b=3\end{array}\right.$

$+$ Với $b=1\Rightarrow \mathrm{B}(1;2;3)\Rightarrow \mathrm{C}(5;8;-5)$

$+$ Với $b=3\Rightarrow \mathrm{B}(5;8;-5)\Rightarrow \mathrm{C}(1;2;3)$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện được các bước sau:

+ Gọi H là hình chiếu của A lên d nên H là trung điểm BC (Do tam giác ABC cân tại A). Sử dụng điều kiện $\overrightarrow{AH} \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u} = 0 \Rightarrow H(3;5;-1)$

+ B thuộc d nên $B(-1+2b;-1+3b;7-4b) \Rightarrow C(7-2b;11-3b;-9+4b)$. Sử dụng điều kiện $BC = 2\sqrt{29} \Leftrightarrow (2-b)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=3 \end{array}\right.$

+ Với $b=1 \Rightarrow B(1;2;3) \Rightarrow C(5;8;-5)$

Với $b=3 \Rightarrow B(5;8;-5) \Rightarrow C(1;2;3)$

Câu 6

+ Phương trình tương đương $8\left(1-\frac{3}{4}\sin^2 2x\right)+3\sqrt{3}\sin 4x = 3\sqrt{3}\cos 2x - 9\sin 2x + 11$

$\Leftrightarrow 3\cos 4x + 3\sqrt{3}\sin 4x = 3\sqrt{3}\cos 2x - 9\sin 2x + 6$

$\Leftrightarrow (3\sqrt{3}\sin 4x - 3\sqrt{3}\cos 2x) + 3\cos 4x + 9\sin 2x - 6 = 0$

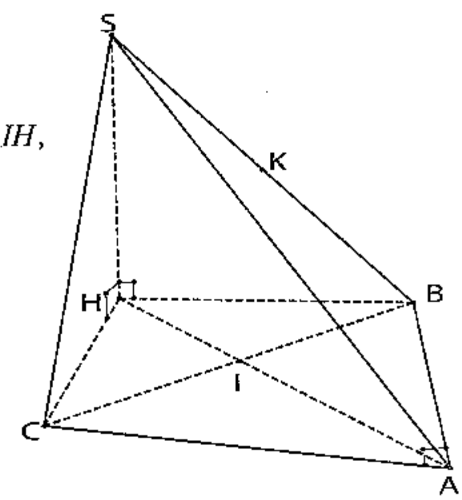
$\Leftrightarrow 3\sqrt{3}\cos 2x(2\sin 2x - 1) - 6\sin^2 2x + 9\sin 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (2\sin 2x - 1)(\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ \sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{array}\right.$$

Nhận xét: Với bài toán này các em cần biến đổi biểu thức $8(\sin^6 x + \cos^6 x) = 8\left(1-\frac{3}{4}\sin^2 2x\right) = 3\cos 4x + 5$ trước. Khi đó các em nhận thấy rằng phương trình ở dạng tổng quát $a\sin t + b\cos t + c\sin 2t + d\cos 2t + e = 0$ với $t = 2x$ nên ta sẽ đưa phương trình trên về phương trình tích $(2\sin 2x - 1)(\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x + 1) = 0$.

Câu 7



+ Ta có $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IH} \Rightarrow$ H thuộc tia đối của tia IA và $IA = 2IH$,

$BC = AB\sqrt{2} = 2a$

Suy ra $IA = a, IH = \frac{a}{2} \Rightarrow AH = IA + IH = \frac{3a}{2}$

+ Ta có

$HC^2 = AC^2 + AH^2 - 2AC.AH.\cos 45^0 \Rightarrow HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Vì $SH \perp (ABC) \Rightarrow (SC,(ABC)) = \angle SCH = 60^0$

$\Rightarrow SH = HC.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$

+ Ta có

$HC^2 = AC^2 + AH^2 - 2AC.AH.\cos 45^0 \Rightarrow HC = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

Vì $SH \perp (ABC) \Rightarrow (SC,(ABC)) = \angle SCH = 60^0 \Rightarrow SH = HC.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$

Thể tích khối chóp S.ABCD là: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}(dvtt)$

+ $\begin{cases} BI \perp AH \\ BI \perp SH \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAH) \Rightarrow \dfrac{d(K,(SAH))}{d(B,(SAH))} = \dfrac{SK}{SB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow d(K,(SAH)) = \dfrac{1}{2}d(B,(SAH)) = \dfrac{1}{2}BI = \dfrac{a}{2}.$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện được các bước sau:

+ Khẳng định $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH$, $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{1}{2}a\sqrt{2}.a\sqrt{2} = a^2$ (đvdt)

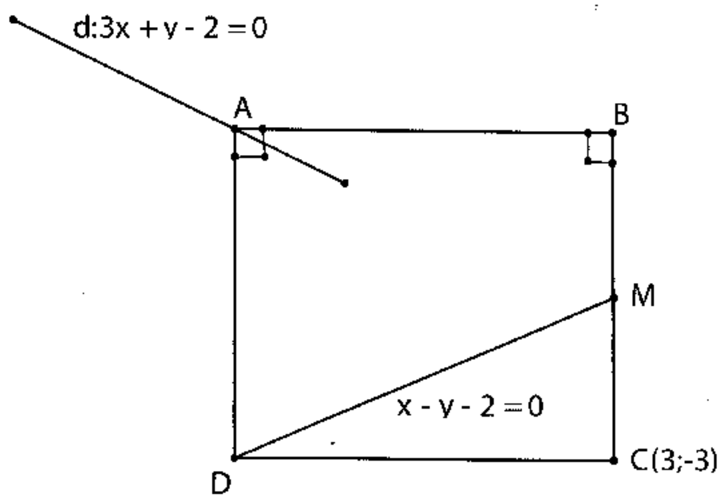
+ Sử dụng định lý cosin trong tam giác AHC tính độ dài $HC = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

+ Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác SHC tính độ dài đường cao $SH = HC.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$
Từ đó suy ra thể tích khối chóp S.ABC.

+ Để tính khoảng cách từ điểm K đến (SHA) các em chuyển về việc tính khoảng cách từ điểm B đến (SHA) thì sẽ dễ tính hơn (Vì ta thấy có mặt phẳng (ABH) chứa điểm B và vuông góc với mặt phẳng (SHA)). Cụ thể:

$$\dfrac{d(K,(SAH))}{d(B,(SAH))} = \dfrac{SK}{SB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow d(K,(SAH)) = \dfrac{1}{2}d(B,(SAH)) = \dfrac{1}{2}BI = \dfrac{a}{2}.$$

Câu 8



+ Gọi $A(t;-3t+2)$. Ta có khoảng cách:

$$d(A,DM)=2d(C,DM)\Leftrightarrow \frac{|4t-4|}{\sqrt{2}}=\frac{2.4}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow t=3\vee t=-1$$

hay $A(3;-7)\vee A(-1;5)$.

+ Mặt khác A,C nằm về 2 phía của đường thẳng DM nên chỉ có $A(-1;5)$ thoả mãn.

+ Gọi $D(m;m-2)\in DM$ thì $\overrightarrow{AD}=(m+1;m-7),\overrightarrow{CD}=(m-3;m+1)$

+ Do ABCD là hình vuông $\Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DC}=0\\ DA=DC\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m=5\vee m=-1\\ (m+1)^2+(m-7)^2=(m-3)^2+(m+1)^2\end{cases}$
$\Leftrightarrow m=5$

Hay $D(5;3)$, $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=(-2;-6)\Rightarrow B(-3;-1)$.

+ Kết luận $A(-1;5),B(-3;-1),D(5;3)$

Nhận xét:

Với bài toán này giả thiết bài toán cho tọa độ điểm C, phương trình đường thẳng MD và điểm A nằm trên đường thẳng d nên các em nghĩ ngay tới việc tìm tọa độ A bằng cách gọi tọa độ A theo tham số t, tìm mối liên hệ giữa khoảng cách từ điểm A tới DM và khoảng cách từ điểm C đến DM từ đó thiết lập phương trình tìm tham số t. Khi đó việc tìm tọa độ các điểm còn lại sẽ đơn giản.

+ Khẳng định được $d(A,DM)=2d(C,DM)$

+ Gọi $A(t;-3t+2)\in d$. Từ điều kiện $d(A,DM)=2d(C,DM)\Rightarrow \left[\begin{array}{l}t=3\\ t=-1\end{array}\right.$
$\Rightarrow A(3;-7)\vee A(-1;5)$

+ Loại điểm $A(3;-7)$ dựa vào điều kiện hai điểm A, C nằm về hai phía của đường thẳng DM

+ Gọi $D(m;m-2)\in DM$. Sử dụng điều kiện ABCD là hình vuông $\Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DC}=0\\ DA=DC\end{cases}\Leftrightarrow$
$m=5\Rightarrow D(5;3)$

+ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=(-2;-6)\Rightarrow B(-3;-1)$

+ Kết luận $A(-1;5),B(-3;-1),D(5;3)$

Câu 9

$$\begin{cases}\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)=2 & (1)\\ 12y^2-10y+2=2.\sqrt[3]{x^3+1} & (2)\end{cases}$$

+ Phương trình (1) tương đương

$$x+\sqrt{x^2+4}=2\left(\sqrt{y^2+1}-y\right)\Leftrightarrow x+\sqrt{x^2+4}=-2y+\sqrt{(-2y)^2+4}\quad (3)$$

+ Xét hàm số $f(t)=t+\sqrt{t^2+4},\ t\in R$

$f'(t)=1+\dfrac{t}{\sqrt{t^2+4}}>0,\ \forall t\in R\Rightarrow$ Hàm số f(t) đồng biến trên tập R

+ Khi đó phương trình (3) trở thành $f(x)=f(-2y)\Leftrightarrow x=-2y\Leftrightarrow y=-\dfrac{x}{2}$ (4)

+ Thế (4) vào (2) ta được $3x^2+5x+2=2.\sqrt[3]{x^3+1} \Leftrightarrow 3x^2+3x=2.\left[\sqrt[3]{x^3+1}-(x+1)\right]$

$$\Leftrightarrow 3x^2+3x=\frac{-6(x^2+x)}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}+(x+1)\sqrt[3]{x^3+1}+(x+1)^2} \Leftrightarrow 3x^2+3x\left[1+\frac{2}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}+(x+1)\sqrt[3]{x^3+1}+(x+1)^2}\right]=0$$

$\Leftrightarrow 3x^2+3x=0$ (Do $1+\dfrac{2}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}+(x+1)\sqrt[3]{x^3+1}+(x+1)^2}>0$ với mọi x thuộc R)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=0 \\ x=-1 \Rightarrow y=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

+ KL: Hệ phương trình có hai nghiệm $(0;0)$ và $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Nhận xét:

Với bài toán này khi quan sát phương trình (1): $\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)=2$ các em nhận thấy rằng có thể thực hiện phép nhân hai vế của phương trình đó với một trong hai biểu thức liên hợp tương ứng sẽ đưa phương trình trên về phương trình $x+\sqrt{x^2+4}=2\left(\sqrt{y^2+1}-y\right)$ mà phương trình này có thể sử dụng phương pháp hàm số với hàm đặc trưng $f(t)=t+\sqrt{t^2+4},\ t\in R$

+ Ngoài ra các em có thể sử dụng phép nhóm liên hợp từ phương trình

$$x+\sqrt{x^2+4}=2\left(\sqrt{y^2+1}-y\right) \Leftrightarrow x+2y=2\sqrt{y^2+1}-\sqrt{x^2+4} \Leftrightarrow x+2y=\frac{4y^2-x^2}{2\sqrt{y^2+1}+\sqrt{x^2+4}}$$

$$\Leftrightarrow (x+2y)\left[\frac{2y-x}{2\sqrt{y^2+1}+\sqrt{x^2+4}}-1\right]=0$$

Câu 10 + Ta có

$$\frac{a^3}{a^2+ab+b^2}=\frac{a(a^2+ab+b^2)-ab(a+b)}{a^2+ab+b^2}=a-\frac{ab(a+b)}{a^2+ab+b^2}\ge a-\frac{ab(a+b)}{3ab}=a-\frac{1}{3}(a+b)=\frac{2}{3}a-\frac{1}{3}b$$

Tương tự $\dfrac{b^3}{b^2+bc+c^2}\ge\dfrac{2}{3}b-\dfrac{1}{3}c$; $\dfrac{c^3}{c^2+ac+a^2}\ge\dfrac{2}{3}c-\dfrac{1}{3}a$;

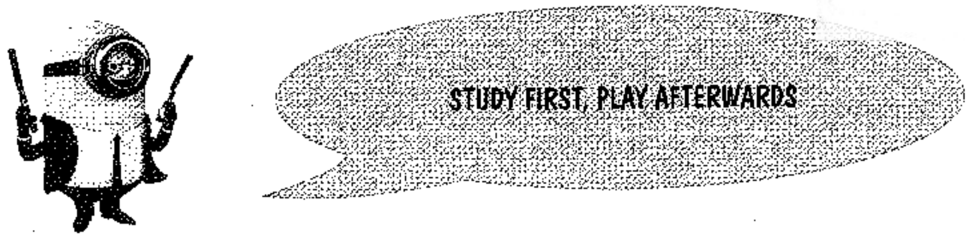
$$+\Rightarrow \frac{a^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^3}{c^2+ac+a^2}\ge\frac{1}{3}(a+b+c)\Leftrightarrow 1\ge\frac{1}{3}(a+b+c)\Leftrightarrow a+b+c\le 3$$

$\Leftrightarrow S\le 3$

+ Suy ra giá trị lớn nhất của biểu thức S là 3 khi $a=b=c=1$.

Nhận xét:

Với bài toán này khi quan sát vào biểu thức điều kiện $\dfrac{a^3}{a^2+ab+b^2}+\dfrac{b^3}{b^2+bc+c^2}+\dfrac{c^3}{c^2+ac+a^2}=1$ các em có thể nghĩ ngay tới việc sử dụng kĩ thuật Cô si ngược dấu để đánh giá $a+b+c\le 3$.



Ghi nhớ hành trình luyện thi Thành Công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé.

Ngày ....

Thi lần ....

Số điểm đạt được ..../ 10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm gì từ những câu sai

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

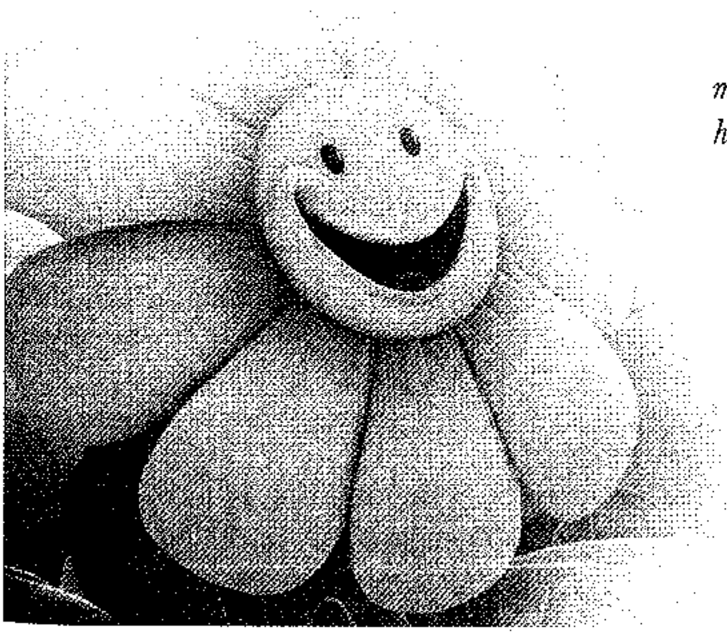
....

....

....

....

....



Người lạc quan luôn nhìn thấy cơ hội trong mọi hiểm nguy, còn kẻ bi quan luôn nhìn thấy hiểm nguy trong mọi cơ hội.

- Khuyết Danh

ĐỀ THỬ SỨC 4

Câu 1 **(1,5 điểm).** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) ứng với m=1;

b) Tìm m để hàm số (1) có cực trị đồng thời khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị hàm số đến gốc tọa độ O bằng $\sqrt{2}$ lần khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đến góc tọa độ O.

Đáp số: $m = -3 - 2\sqrt{2}$, $m = -3 + 2\sqrt{2}$.

Câu 2 **(0,5 điểm).** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

Đáp số: $\underset{(0;+\infty)}{Min} f(x) = -3$, và không có giá trị lớn nhất.

Câu 3 **(1,0 điểm).**

a) Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $2z^2 + 4z - 11 = 0$. Tính giá trị biểu thức $\frac{|z_1| + |z_2|}{(z_1 + z_2)^2}$.

Đáp số: $\frac{11}{4}$

b) Giải phương trình $\log_2\left(1 + \sqrt{x}\right) = \log_3 x$

Đáp số: $x = 9$

Câu 4 **(1,0 điểm).** Tính tích phân $I = \int_0^1 (x^2 \sin x^3 + \frac{\sqrt{x}}{1+x})dx$

Đáp số: $I = \frac{7}{3} - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}cos1$

Câu 5 **(1,0 điểm).** Trong không gian Oxyz cho các điểm A(2;-1;0) và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-1}$ Tìm tọa độ các điểm B,C ∈ d sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

Đáp số:

Câu 6 **(1,0 điểm).** Giải phương trình $\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} + \frac{4 + 2\sin 2x}{\sin 2x} - 2\sqrt{3} = 2(\cot x + 1)$

Đáp số: $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$

Câu 7 **(1,0 điểm).** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi ; hai đường chéo AC = $2\sqrt{3}a$ BD = 2a và cắt nhau tại O; hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a.

Đáp số: $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ (đvtt)

Câu 8 **(1,0 điểm).** Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho 3 đường thẳng $d_1: x + 2y - 6 = 0$; $d_2: x + 2y = 0$ và $d_3: 3x - y - 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I thuộc d_3, cắt d_1 tại A và B, cắt d_2 tại C và D sao cho tứ giác ABCD là hình vuông.

Đáp số: $(x-1)^2+(y-1)^2=\dfrac{18}{5}$

Câu 9 **(1,0 điểm).** Tìm m để hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-y^3+3y^2-3x-2=0 \\ x^2+\sqrt{1-x^2}-3\sqrt{2y-y^2}+m=0 \end{cases}$ có nghiệm thực

Đáp số: $-1\le m\le 2$

Câu 10 **(1,0 điểm).** Cho $x,y\in R$ và $x, y>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{(x^3+y^3)-(x^2+y^2)}{(x-1)(y-1)}$.

Đáp số: $\min P=8$ *khi* $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

Hãy coi đề thử sức như một lần thi thật, các em hãy viết lời giải thật cẩn thận nhé. Có thể số trang giấy không đủ, em hãy làm và kẹp vào sách để dễ dàng ôn tập nhé. Hãy bấm thời gian và tự thưởng cho mình nếu đạt điểm cao nhé.

Chúc em thi tốt!

ĐỀ SỐ 5	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 8 trang	*Môn: Toán học*
★★★★★	Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,5 điểm). Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2(x+1)}$ (C)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm điểm $M\in(C)$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại M tạo với hai trục tọa độ một tam giác có trọng tâm nằm trên đường thẳng $d: 4x+y=0$.

Câu 2 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{x^2+2x+4}+\sqrt{x^2-2x+4}$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm số phức z thỏa mãn: $\dfrac{iz-(1+3i)\overline{z}}{1+i}=|z|^2$.

b) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-3}-C_{n-1}^2=C_{n-1}^1.C_{n+3}^{n+2}$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{11} trong khai triển $x^3\left(x^{n-8}-\dfrac{n}{3x}\right)^n$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{\frac{1}{3}}^{1}\dfrac{\sqrt[3]{x-x^3}+2016x}{x^4}dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình: (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-16=0$; (P): $2x+2y+z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có diện tích 16π.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho $\sin\alpha=0,8\left(\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi\right)$. Tính $\cos\alpha, \tan\alpha, \cot\alpha$.

b) Cho tập $E=\{0,1,2,3,4,5,6\}$. Từ các chữ số của tập E lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $BC=2AC=2a$. Mặt phẳng (SAC) tạo với mặt đáy (ABC) một góc 60^0. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC. Tính thể tích chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AH và SB.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2+y^2=25$ ngoại tiếp tam giác ABC nhọn, $M(-1;-3)$, $N(2;-3)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết điểm A có tung độ âm.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình: $\sqrt{1+\sqrt{x^4-x^2}}\ge x-1$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương x,y,z thỏa mãn $x+y+z=3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A=\frac{4x}{y(2\sqrt{1+8y^3}+4x-2)}+\frac{4y}{z(2\sqrt{1+8z^3}+4y-2)}+\frac{4z}{x(2\sqrt{1+8x^3}+4z-2)}.$$

LỜI GIẢI CHI TIẾT VÀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 5

Câu 1 *1.a*

* TXĐ: $D = R\backslash\{-1\}$

* Sự biến thiên

+ Giới hạn, tiệm cận:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

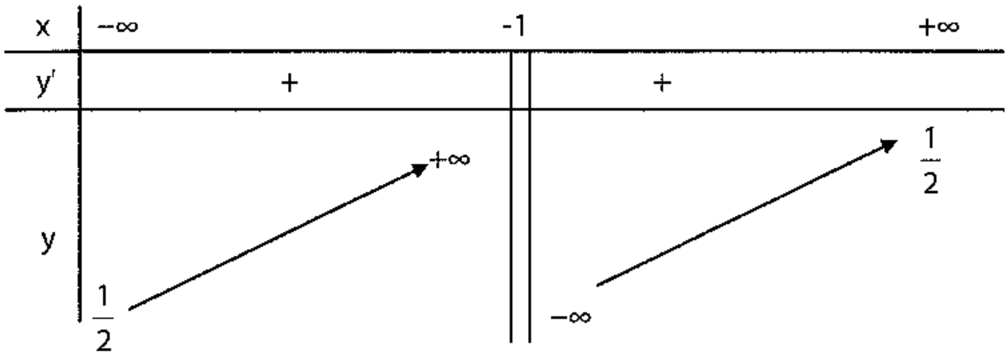
$\lim\limits_{x\to -1^-} y = +\infty,\ \lim\limits_{x\to -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

+ Chiều biến thiên

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in (-\infty;-1) \cup (-1;+\infty)$$

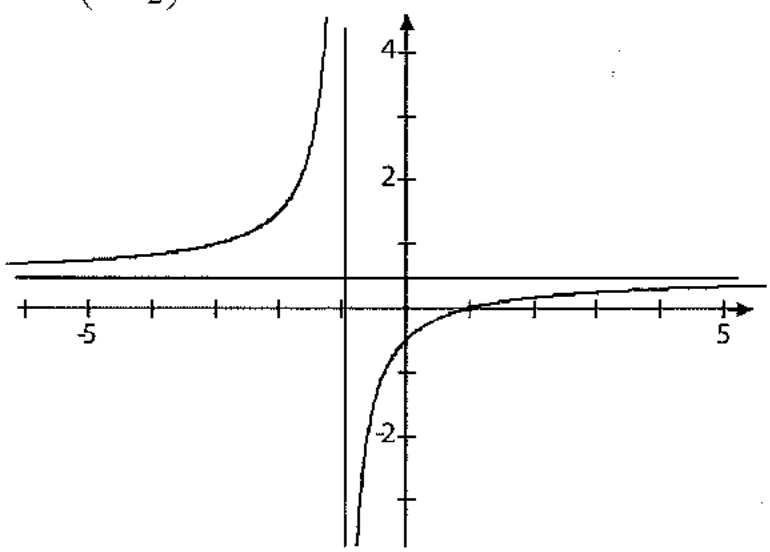
Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$

+ Bảng biến thiên



* Đồ thị

+ Giao với Ox, Oy: $\left(0;-\frac{1}{2}\right),(1;0)$



1.b

+ Gọi $M\left(x_0;\dfrac{x_0-1}{2(x_0+1)}\right)$ là điểm thuộc (C) cần tìm

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là: $y=\dfrac{1}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0-1}{2(x_0+1)}$ (Δ)

+ Gọi A, B lần lượt là giao điểm của Δ với các trục Ox, Oy khi đó

$A\left(\dfrac{-x_0^2+2x_0+1}{2};0\right), B\left(0;\dfrac{x_0^2-2x_0-1}{2(x_0+1)^2}\right)$

Gọi G là trọng tâm tam giác OAB $\Rightarrow G\left(\dfrac{-x_0^2+2x_0+1}{6};\dfrac{x_0^2-2x_0-1}{6(x_0+1)^2}\right)$

+ Theo giả thiết G thuộc đường thẳng d nên ta có $\Rightarrow 4\left(\dfrac{-x_0^2+2x_0+1}{6}\right)+\dfrac{x_0^2-2x_0-1}{6(x_0+1)^2}=0$

$$\Leftrightarrow (x_0^2-2x_0-1)\left(\frac{1}{6(x_0+1)^2}-\frac{2}{3}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow M\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2}\right) \\ x_0=\dfrac{3}{2}\Rightarrow M\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{10}\right) \\ x_0=1+\sqrt{2}\Rightarrow M\left(1+\sqrt{2};\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\right) \\ x_0=1-\sqrt{2}\Rightarrow M\left(1-\sqrt{2};\dfrac{-\sqrt{2}-1}{2}\right) \end{array}\right.$$

Nhận xét:

Với bài toán này các em viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hoành độ x_0 thuộc đồ thị (C). Từ giả thiết thiết lập phương trình một ẩn x_0 từ đó giải phương trình tìm x_0. Cụ thể các em cần thực hiện các bước sau:

+ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M\left(x_0;\dfrac{x_0-1}{2(x_0+1)}\right)$ là: $y=\dfrac{1}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0-1}{2(x_0+1)}$ (Δ)

+ Tìm tọa độ giao điểm của Δ và Ox, Oy: $A\left(\dfrac{-x_0^2+2x_0+1}{2};0\right), B\left(0;\dfrac{x_0^2-2x_0-1}{2(x_0+1)^2}\right)$ từ đó suy ra tọa độ trọng tâm $G\left(\dfrac{-x_0^2+2x_0+1}{6};\dfrac{x_0^2-2x_0-1}{6(x_0+1)^2}\right)$ của tam giác OAB.

+ Sử dụng giả thiết G thuộc đường thẳng d $\Rightarrow 4\left(\dfrac{-x_0^2+2x_0+1}{6}\right)+\dfrac{x_0^2-2x_0-1}{6(x_0+1)^2}=0$

+ Giải phương trình suy ra $M\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2}\right); M\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{10}\right); M\left(1+\sqrt{2};\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\right); M\left(1-\sqrt{2};\dfrac{-\sqrt{2}-1}{2}\right)$

Câu 2

+ Hàm số liên tục trên đoạn $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$

$y'=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+4}}+\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+4}}$, $y'=0\Leftrightarrow \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+4}}+\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+4}}=0$

$$\Leftrightarrow (x+1)\sqrt{x^2-2x+4}=(1-x)\sqrt{x^2+2x+4} \Leftrightarrow (x+1)\sqrt{(1-x)^2+3}=(1-x)\sqrt{(x+1)^2+3}$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2\left[(1-x)^2+3\right]=(1-x)^2\left[(x+1)^2+3\right] \text{ (do } (x+1)>0, (1-x)>0\ \forall x\in\left[0;\frac{1}{2}\right])$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2=(1-x)^2 \Leftrightarrow x=0 \text{ (T/m)}$$

+ $y(0)=4;\ y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{13}+\sqrt{21}}{2}$

+ Suy ra GTLN của hàm số là $\frac{\sqrt{13}+\sqrt{21}}{2}$ khi $x=\frac{1}{2}$, GTNN của hàm số là 4 khi $x=0$.

Nhận xét:

Đây là bài toán tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn các em cần thực hiện đầy đủ các bước sau:

+ Tính đạo hàm của hàm số $y'=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+4}}+\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+4}}$

+ Giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+4}}+\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+4}}=0$ tìm nghiệm $x=0$ (T/m)

+ So sánh các giá trị $y(0)=4;\ y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{13}+\sqrt{21}}{2}$ suy ra giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Ngoài ra các em có thể lập bảng biến thiên từ đó suy ra giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Câu 3 ➧ *3.a*

+ Giả sử $z=x+yi,\ (x,y\in R)$

Ta có $\frac{iz-(1+3i)\overline{z}}{1+i}=\frac{i(x+yi)-(1+3i)(x-yi)}{1+i}=\frac{(-x-4y)+(y-2x)i}{1+i}$.

$$=\frac{[(-x-4y)+(y-2x)i][1-i]}{2}=\frac{-3x-3y}{2}+\frac{-x+5y}{2}i$$

+ Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}\frac{-3x-3y}{2}=x^2+y^2\\ \frac{-x+5y}{2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}52y^2+18y=0\\ x=5y\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=0\\ y=0\end{cases}\\ \begin{cases}x=-\frac{45}{26}\\ y=-\frac{9}{26}\end{cases}\end{array}\right.$$

+ Số phức cần tìm là $z=0,\ z=-\frac{45}{26}-\frac{9}{26}i$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Giả sử $z = x + yi,\ (x, y \in R)$

+ Từ giả thiết suy ra hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{-3x-3y}{2} = x^2 + y^2 \\ \dfrac{-x+5y}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\dfrac{45}{26} \\ y = -\dfrac{9}{26} \end{cases} \end{array} \right.$$

+ Kết luận: $z = 0,\ z = -\dfrac{45}{26} - \dfrac{9}{26}i$

■ *3.b*

+ ĐK: $n \in N, n \geq 3$

+ $C_n^{n-3} - C_{n-1}^2 = C_{n-1}^1.C_{n+3}^{n+2} \Leftrightarrow \dfrac{n!}{3!(n-3)!} - \dfrac{(n-1)!}{2!(n-3)!} = \dfrac{(n-1)!}{1!(n-2)!}.\dfrac{(n+3)!}{1!(n+2)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6} - \dfrac{(n-1)(n-2)}{2} = (n-1)(n+3) \Leftrightarrow \dfrac{n(n-2)}{6} - \dfrac{(n-2)}{2} = n+3$

$\Leftrightarrow n^2 - 2n - 3(n-2) = 6(n+3) \Leftrightarrow n^2 - 11n - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = -1 \text{ (L)} \\ n = 12 \text{ (T/m)} \end{array} \right.$

+ Với n = 12 ta có khai triển: $x^3\left(x^4 - \dfrac{12}{3x}\right)^{12} = x^3\sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^4)^{12-k}\left(-\dfrac{12}{3x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k.\left(-\dfrac{12}{3}\right)^k x^{51-5k}$

+ Hệ số của số hạng chứa x^{11} trong khai triển ứng với k thỏa mãn $51 - 5k = 11 \Leftrightarrow k = 8$ (T/m)

+ Vậy hệ số cần tìm là $C_{12}^8.\left(\dfrac{12}{3}\right)^8$

Nhận xét:

Kiến thức cơ bản cần nhớ:

✓ Công thức tổ hợp: $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

✓ Công thức khai triển nhị thức niuton: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Đặt điều kiện xác định của các biểu thức tổ hợp: $n \in N, n \geq 3$

+ Từ giả thiết $C_n^{n-3} - C_{n-1}^2 = C_{n-1}^1.C_{n+3}^{n+2}$ giải phương trình tìm n: $\left[\begin{array}{l} n = -1 \text{ (L)} \\ n = 12 \text{ (T/m)} \end{array} \right.$

+ Với n tìm được viết khai triển: $x^3\left(x^4 - \dfrac{12}{3x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k.\left(-\dfrac{12}{3}\right)^k x^{51-5k}$

+ Tìm hệ số của số hạng chứa x^{11} trong khai triển: $51 - 5k = 11 \Leftrightarrow k = 8$ (T/m).

Hệ số cần tìm $C_{12}^8.\left(\dfrac{12}{3}\right)^8$

Câu 4

$+ \text{ I} = \int\limits_{\frac{1}{3}}^{1} \frac{\sqrt[3]{x-x^3}+2016x}{x^4}dx = \int\limits_{\frac{1}{3}}^{1} \frac{\sqrt[3]{x-x^3}}{x^4}dx + \int\limits_{\frac{1}{3}}^{1} \frac{2016}{x^3}dx = \text{I}_1 + \text{I}_2$

* Xét $\text{I}_2 = \int\limits_{\frac{1}{3}}^{1} \frac{2016}{x^3}dx = \left.\frac{-1008}{x^2}\right|_{\frac{1}{3}}^{1} = 8064$

* Xét $\text{I}_1 = \int\limits_{\frac{1}{3}}^{1} \frac{\sqrt[3]{x-x^3}}{x^4}dx = \int\limits_{\frac{1}{3}}^{1} \sqrt[3]{\frac{1}{x^2}-1}\,\frac{dx}{x^3}$

+ Đặt $\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}-1} = t \Rightarrow \frac{1}{x^2}-1 = t^3 \Rightarrow \frac{-2}{x^3}dx = 3t^2dt \Rightarrow \frac{dx}{x^3} = -\frac{3}{2}t^2dt$

Đổi cận: $x = \frac{1}{3} \Rightarrow t = 2$, $x = 1 \Rightarrow t = 0$

+ Khi đó $\text{I}_1 = -\frac{3}{2}\int\limits_0^2 t.t^2dt = -\frac{3}{2}\int\limits_0^2 t^3dt = -\left.\frac{3t^4}{8}\right|_0^2 = -6$. Suy ra $\text{I} = 8064 - 6 = 8058$

Nhận xét:

Với bài toán này các em phân tích tích phân cần tính thành tổng của hai tích phân I_1, I_2 với:

$+ \text{ I}_1 = \int\limits_{\frac{1}{3}}^{1} \frac{\sqrt[3]{x-x^3}}{x^4}dx = \int\limits_{\frac{1}{3}}^{1} \sqrt[3]{\frac{1}{x^2}-1}\,\frac{dx}{x^3}$

Với tích phân vô tỉ này các em sử dụng phương pháp đổi biến số

$\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}-1} = t \Rightarrow \frac{1}{x^2}-1 = t^3 \Rightarrow \frac{dx}{x^3} = -\frac{3}{2}t^2dt$ và chuyển tích phân thành $\text{I}_1 = -\frac{3}{2}\int\limits_0^2 t^3dx = -\left.\frac{3t^4}{8}\right|_0^2 = -6$

$+ \text{ I}_2 = \int\limits_{\frac{1}{3}}^{1} \frac{2016}{x^3}dx$ các em sử dụng công thức bảng nguyên hàm

$\text{I}_2 = \int\limits_{\frac{1}{3}}^{1} \frac{2016}{x^3}dx = \left.\frac{-1008}{x^2}\right|_{\frac{1}{3}}^{1} = 8064$

+ Từ đó suy ra $\text{I} = 8064 - 6 = 8058$

Câu 5

+ Mặt cầu (S) có tâm $\text{I}(1;2;-2)$ và bán kính $\text{R} = 5$

+ Do mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên (Q) có phương trình $2x+2y+z+m=0,\ (m \neq -3)$

+ Gọi J, r lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (Q) và cầu (S)

Diện tích đường tròn (C) bằng 16π nên ta có $\pi r^2 = 16\pi \Leftrightarrow r = 4$

$\Rightarrow \text{IJ} = \sqrt{R^2-r^2} = 3 \Leftrightarrow d(I,(Q)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|2.1+2.2+(-2)+\text{m}|}{\sqrt{9}} = 3 \Leftrightarrow \frac{|4+\text{m}|}{3} = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 5\ \text{(T/m)} \\ m = -13\ \text{(T/m)} \end{array}\right.$

+ Vậy có hai mặt phẳng (Q) thỏa mãn bài toán là $2x+2y+z+5=0$, $2x+2y+z-13=0$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Sử dụng mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) $\Rightarrow$ (Q) : $2x+2y+z+m=0$, $(m \neq -3)$

+ Sử dụng giả thiết diện tích đường tròn giao tuyến bằng

$$16\pi \Rightarrow r=4 \Rightarrow d(I,(Q))=3 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=5 \ \text{(T/m)} \\ m=-13 \ \text{(T/m)} \end{array}\right.$$

Từ đó kết luận phương trình mặt phẳng (Q).

Câu 6 *6.a*

+ Áp dụng công thức: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$\Rightarrow \cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=1-0,8^2=0,36$

$\Rightarrow \cos\alpha=\pm 0,6$

Vì $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ nên $\cos\alpha<0$ nên $\cos\alpha=-0,6$

$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{0,8}{-0,6}$, $\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{-0,6}{0,8}$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần nắm được các hằng đẳng thức lượng giác và dấu của các giá trị lượng giác của góc α

■ *6.b*

+ Giả sử $\overline{abcd}$ là số thỏa mãn bài toán. Suy ra $d \in \{0, 2, 4, 6\}$.

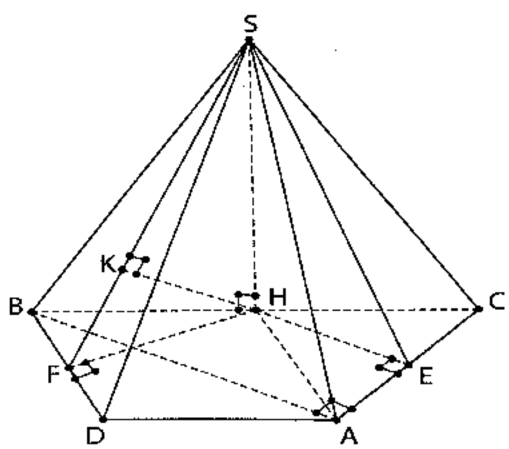
+) $d=0$. Số cách sắp xếp $\overline{abc}$ là A_6^3.

+) $d=2$. Số cách sắp xếp $\overline{abc}$ là $A_6^3-A_5^2$.

+) Với $d=4$ hoặc $d=6$ kết quả giống như trường hợp $d=2$.

Do đó ta có số các số lập được là $A_6^3+3\left(A_6^3-A_5^2\right)=420$.

Câu 7



Kẻ $HE \perp AC$ tại E $\Rightarrow$ E là trung điểm của AC

0

Ta có: $\begin{cases} AC \perp HE \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (\mathrm{SHE}) \Rightarrow \mathrm{SE} \perp \mathrm{AC} \Rightarrow ((\mathrm{SAC}),(\mathrm{ABC})) = (\mathrm{SE},\mathrm{HE}) = \widehat{\mathrm{SEH}} = 60^0$

+ Trong tam giác vuông ABC: $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow HE = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

-3) Trong tam giác vuông SHE: $SH = HE \tan SEH = \frac{a\sqrt{3}}{2}\tan 60^0 = \frac{3a}{2}$

+ Thể tích khối chóp SABC là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.\frac{1}{2}AB.AC = \frac{a}{4}.a\sqrt{3}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ (đvtt)

+ Dựng hình bình hành ADBH

$\Rightarrow AH // (\mathrm{SBD}) \Rightarrow \mathrm{d}(\mathrm{AH},\mathrm{SB}) = \mathrm{d}(\mathrm{AH},(\mathrm{SBD})) = \mathrm{d}(\mathrm{H},(\mathrm{SBD}))$,

Do $BH = AH = \frac{1}{2}BC = a \Rightarrow$ hình bình hành ADBH là hình thoi do đó BA là đường phân giác của góc $\widehat{DBH} \Rightarrow \widehat{DBH} = 2.\widehat{ABH} = 60^0$ (Do $\widehat{ABC} = 30^0$ vì $AC = \frac{1}{2}BC$)

Kẻ $HF \perp BD$ tại F$\Rightarrow BD \perp (\mathrm{SHF})$, kẻ $HK \perp SF \Rightarrow HK \perp (\mathrm{SBD}) \Rightarrow \mathrm{HK} = \mathrm{d}(\mathrm{H},(\mathrm{SBD}))$

hay $\mathrm{HK} = \mathrm{d}(\mathrm{AH},\mathrm{SB})$

+ Trong tam giác vuông HBF: $HF = BH.\sin\widehat{DBH} = a.\sin 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

+ Trong tam giác vuông SHF: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HF^2} = \frac{1}{\left(\frac{3a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{16}{9a^2} \Leftrightarrow HK = \frac{3a}{4}$

á trị Suy ra $\mathrm{d}(\mathrm{AH},\mathrm{SB}) = \frac{3a}{4}$ (đvđd)

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Chỉ ra góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SEH} = 60^0$

+ Dựa vào tam giác vuông ABC tính $AB = a\sqrt{3} \Rightarrow HE = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

+ Dựa vào tam giác vuông SHE tính $SH = HE\tan\widehat{SEH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}\tan 60^0 = \frac{3a}{2}$

Từ đó suy ra thể tích $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.\frac{1}{2}AB.AC = \frac{a}{4}.a\sqrt{3}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

+ Tạo dựng mặt phẳng chứa SB và song song với AH bằng cách dựng hình bình hành ADBH và khẳng định hình bình hành này là hình thoi để suy ra $\widehat{DBH} = 2.\widehat{ABH} = 60^0$

+ Chuyển khoảng cách $\mathrm{d}(\mathrm{AH},\mathrm{SB}) = \mathrm{d}(\mathrm{AH},(\mathrm{SBD})) = \mathrm{d}(\mathrm{H},(\mathrm{SBD})) = \mathrm{HK}$

+ Dựa vào tam giác vuông HBF tính $HF = BH.\sin\widehat{DBH} = a.\sin 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

+ Dựa vào tam giác vuông SHF tính HK: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HF^2} \Rightarrow HK = \frac{3a}{4}$.

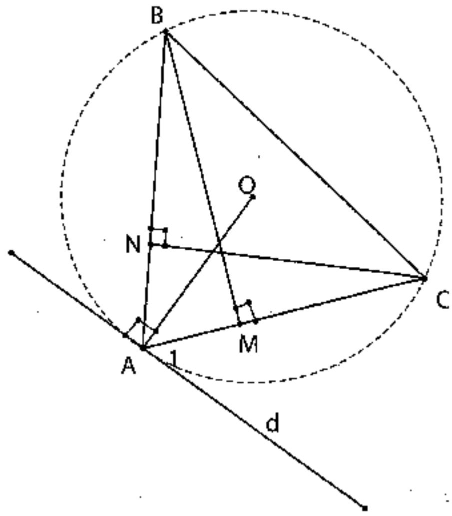
Câu 8

+ Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A

$\Rightarrow OA \perp d$

$\widehat{A_1} = \widehat{ABC}, \widehat{ABM} = \widehat{ACN}, \widehat{CBM} = \widehat{MNC} \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ABC}$

Suy ra $\widehat{AMN} = \widehat{A_1} \Rightarrow MN // d \Rightarrow OA \perp MN$



+ Đường thẳng OA đi qua O và nhận $\overrightarrow{MN}(3;0)$ làm véc tơ pháp tuyến $\Rightarrow OA: x = 0$ (O là tâm của đường tròn (C))

Tọa độ A là nghiệm hệ $\begin{cases} x = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$. Tìm được điểm A(0;-5)

+ Đường thẳng AB đi qua A(0;-5) và nhận $\overrightarrow{AN}(2;2)$ làm véc tơ chỉ phương nên véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(-2;2)$ $\Rightarrow AB: x - y - 5 = 0$

Tọa độ A là nghiệm hệ $\begin{cases} x - y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$. Tìm được điểm B(5;0)

+ Đường thẳng AC đi qua A(0;-5) và nhận $\overrightarrow{AM}(-1;2)$ làm véc tơ chỉ phương nên véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(2;1) \Rightarrow AC: 2x + y + 5 = 0$

Tọa độ A là nghiệm hệ $\begin{cases} 2x + y + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$. Tìm được điểm B(-4;3).

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Trước hết chứng minh được $OA \perp MN$ (Đây là điểm thắt nút của bài toán)

+ Viết phương trình đường thẳng OA (Đi qua điểm O và nhận véc tơ $\overrightarrow{MN} = (3;0)$ làm véc tơ pháp tuyến)và tìm tọa độ điểm A

+ Viết phương trình các đường thẳng AM, AN

+ Giải hệ tìm tọa độ hai đỉnh B, C.

Câu 9

- ĐK: $x \in (-\infty; -1] \cup \{0\} \cup [1; +\infty)$

* Xét $x \in (-\infty; -1] \cup \{0\}$ $\Rightarrow$ BPT (1) luôn đúng

* Xét $x \in [1; +\infty)$

- BPT (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x^4 - x^2} \geq x^2 - 2x$ (2)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 2x \leq 0 \\ \begin{cases} x^2 - 2x \geq 0 \\ x^4 - x^2 \geq (x^2 - 2x)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2 \\ \begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 2 \\ 4x^3 - 5x^2 \geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2 \\ x = 0 \\ x \geq 2 \end{array}\right.$$

- Kết hợp $x \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$

- KL: Vậy tập nghiệm của BPT (1) là $S = (-\infty; -1] \cup \{0\} \cup [1; +\infty)$.

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện phép biến đổi tương đương bất phương trình dạng tổng quát

$$\sqrt{A} \geq B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}B<0\\A\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}B\geq 0\\A\geq B^2\end{cases}\end{array}\right..$$

Câu 10

+ Áp dụng BĐT AM-GM ta có:

$$2\sqrt{1+8y^3}=2\sqrt{(1+2y)(1-2y+4y^2)}\leq 1+2y+1-2y+4y^2=2+4y^2$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{1+8y^3}-2\leq 4y^2 \Rightarrow \frac{4x}{y(2\sqrt{1+8y^3}+4x-2)}\geq \frac{4x}{y(4y^2+4x)}=\frac{1}{y}-\frac{y}{x+y^2}$$

Tương tự ta có: $\dfrac{4y}{z(2\sqrt{1+8z^3}+4y-2)}\geq \dfrac{1}{z}-\dfrac{z}{y+z^2}$, $\dfrac{4z}{x(2\sqrt{1+8x^3}+4z-2)}\geq \dfrac{1}{x}-\dfrac{x}{z+x^2}$

$$A\geq \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\left(\frac{x}{z+x^2}+\frac{y}{x+y^2}+\frac{z}{y+z^2}\right)$$

$$A\geq \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\left(\frac{x}{z+x^2}+\frac{y}{x+y^2}+\frac{z}{y+z^2}\right)\overset{AM-GM}{\geq}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\left(\frac{x}{2\sqrt{zx^2}}+\frac{y}{2\sqrt{xy^2}}+\frac{z}{2\sqrt{yz^2}}\right)$$

$$=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt{z}}\right)$$

+ Lại có: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}+3=\left(\dfrac{1}{x}+1\right)+\left(\dfrac{1}{y}+1\right)+\left(\dfrac{1}{z}+1\right)\geq 2\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{z}}\right)$

+ Suy ra $A\geq 2\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{z}}\right)-3-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{z}}\right)=\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}}+\dfrac{1}{\sqrt{z}}\right)-3$

$$\geq \frac{3}{2}.\frac{3}{\sqrt[3]{\sqrt{xyz}}}-3\geq \frac{3}{2}.\frac{3}{\sqrt{\frac{x+y+z}{3}}}-3=\frac{3}{2}.$$ Vậy $A_{\min}=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow x=y=z=1$

Nhận xét:

Với bài toán này các em quan sát thấy biểu thức dưới mẫu phức tạp hơn nên sử dụng việc chọn điểm rơi và bất đẳng thức AM-GM để đánh giá mẫu

+ $2\sqrt{1+8y^3}\leq 2+4y^2 \Rightarrow \dfrac{4x}{y(2\sqrt{1+8y^3}+4x-2)}\geq \dfrac{4x}{y(4y^2+4x)}=\dfrac{1}{y}-\dfrac{y}{x+y^2}$

$$\frac{4y}{z(2\sqrt{1+8z^3}+4y-2)}\geq \frac{1}{z}-\frac{z}{y+z^2},\quad \frac{4z}{x(2\sqrt{1+8x^3}+4z-2)}\geq \frac{1}{x}-\frac{x}{z+x^2}$$

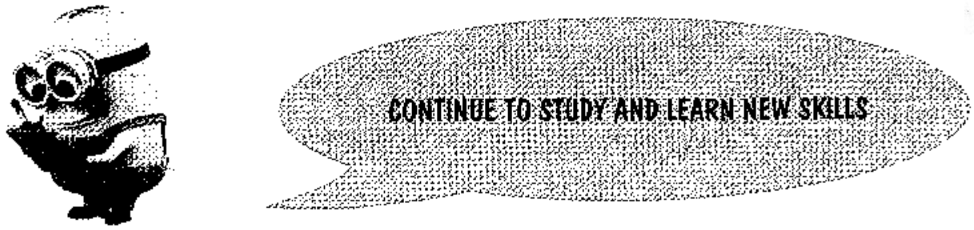
+ Khi đó $A \geq \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\left(\frac{x}{z+x^2}+\frac{y}{x+y^2}+\frac{z}{y+z^2}\right)$

tiếp tục đánh giá mẫu thức của biểu thức trong ngoặc ta được

$$A \overset{AM-GM}{\geq} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\left(\frac{x}{2\sqrt{zx^2}}+\frac{y}{2\sqrt{xy^2}}+\frac{z}{2\sqrt{yz^2}}\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt{z}}\right)$$

+ Khử biểu thức $-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt{z}}\right)$ bằng cách thêm bớt 1 vào các biểu thức còn lại và đánh giá ta được: $A \geq 2\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt{z}}\right)-3-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt{z}}\right)=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt{z}}\right)-3$

+ Tiếp tục sử dụng bất đẳng thức AM-GM để suy ra kết quả $A \geq \frac{3}{2}$.



Ghi nhớ hành trình luyện thi Thành Công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé.

Ngày ....

Thi lần ....

Số điểm đạt được ..../ 10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm gì từ những câu sai

....

....

....

....

....

....

....

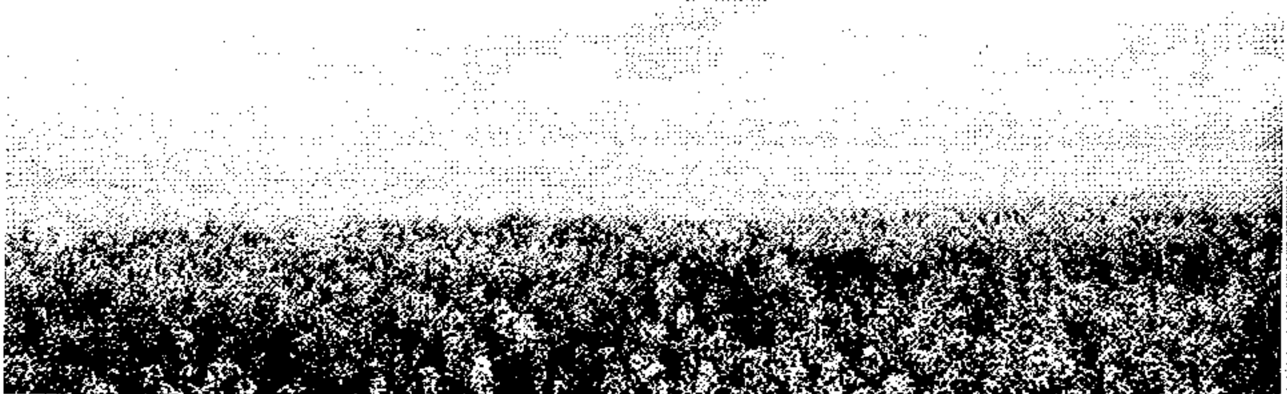
....

....

Bài học, và kiến thức rút ra từ đề thi này.

Mùa hè thì ngọt ngào, mưa thì dễ chịu, gió làm ta sảng khoái, tuyết làm ta phấn chấn, không có thời tiết nào xấu cả, chỉ có những thời tiết đẹp khác nhau mà thôi.

"Điều tốt luôn đến từ điều xấu"



ĐỀ THỬ SỨC 5

Câu 1 ▸ **(1,5 điểm).** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ (1).

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) để tiếp tuyến của (C) tại M với đường thẳng đi qua M và giao điểm hai đường tiệm cận có tích hệ số góc bằng - 9.

Đáp số: M(0; - 3), M(- 2; 5)

Câu 2 ▸ **(0,5 điểm).** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $[-1;2]$.

Đáp số: $\underset{[-1;2]}{Max}\, y = \sqrt{2}; \underset{[-1;2]}{Min}\, y = 0$

Câu 3 ▸ **(1,0 điểm).**

a) Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 11 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{(z_1+z_2)^2}$.

Đáp số: $\frac{11}{4}$

b) Tìm hệ số x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$ biết tổng các hệ số khai triển bằng 1024.

Đáp số: Hệ số cần tìm bằng 210 .

Câu 4 ▸ **(1,0 điểm).** Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}dx$

Đáp số: $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

Câu 5 ▸ **(1,0điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ Lập phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng a : $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$ và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng 2.

Đáp số: (P_1): $x + 2y - 2z - 5 + 3\sqrt{5} = 0$ và (P_2): $x + 2y - 2z - 5 - 3\sqrt{5} = 0$

Câu 6 ▸ **(1,0 điểm).**

a) Tính $B = \frac{2\sin x + 3\cos x}{3\sin x - 2\cos x}$ biết tanx = -2

Đáp số: $\frac{-1}{4}$

b) Có 10 viên bi đỏ có bán kính khác nhau, 5 viên bi xanh có bán kính khác nhau và 3 viên bi vàng có bán kính khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 9 viên bi có đủ ba màu?

Đáp số: $C_{10}^9 + C_{18}^9 - C_{13}^9 - C_{15}^9 = 42910$

Câu 7 **(1,0 điểm).** Cho hình chóp S.ABC có mặt đáy (ABC) là tam giác đều cạnh a. Chân đường vuông góc hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC) là một điểm thuộc BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA biết SA=a và SA tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 30^0.

Đáp số: $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 8 **(1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $\Delta: x+3y+8=0$ $\Delta': 3x-4y+10=0$ và điểm A(-2 ; 1). Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng Δ, đi qua điểm A và tiếp xúc với đường thẳng Δ'.

Đáp số: $(x-1)^2+(y+3)^2=25$.

Câu 9 **(1,0 điểm).** Giải bất phương trình: $x\sqrt{x}-4\sqrt{x+\dfrac{4}{x}-2}\geq\dfrac{2x-7}{\sqrt{x}}$

Đáp số:

Câu 10 **(1,0 điểm).** Cho các số thực x, y, z thỏa mãn: $x^2+y^2+z^2=2$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=x^3+y^3+z^3-3xyz$.

Đáp số: $MaxP=2\sqrt{2}; MinP=-2\sqrt{2}$

Hãy coi đề thử sức như một lần thi thật, các em hãy viết lời giải thật cẩn thận nhé. Có thể số trang giấy không đủ, em hãy làm và kẹp vào sách để dễ dàng ôn tập nhé. Hãy bấm thời gian và tự thưởng cho mình nếu đạt điểm cao nhé.

Chúc em thi tốt!

ĐỀ SỐ 6	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 1 trang ★★★★★	*Môn: Toán học* Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,5 điểm). Cho hàm số: $y = x^4 - 5x^2 + 4$ (C)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm tất cả các điểm M trên đồ thị (C) của hàm số sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác M.

Câu 2 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $\left[1; e^3\right]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm số phức z thỏa mãn $|z-1| = 5$ và $17(z+\bar{z}) - 5z\bar{z} = 0$.

b) Giải phương trình: $\log_3\left(x^3+1\right) = \log_9\left(2x-1\right)^2 + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}\left(x+1\right)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\left(x^3+1\right)\ln x + 2x^2 + 1}{2 + x\ln x}dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;-1;-5)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và cắt đường thẳng D sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng d là lớn nhất, nhỏ nhất.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $\frac{(\sin x + \cos x)^2 - 2\sin^2 x}{1 + \cot^2 x} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)\right)$

b) Một thùng có đựng 20 bông hoa trong đó có 8 bông hồng, 7 bông cúc, 5 bông đào. Chọn ngẫu nhiên từ thùng này ra 4 bông hoa. Tính xác suất để lấy được 4 bông có đủ cả ba loại .

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 120^0$ và đường thẳng $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ góc 30^0. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B, CC'$ theo a.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 18x - 6y + 65 = 0$ và $(C'): x^2 + y^2 = 9$. Từ điểm M thuộc đường tròn (C) kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn (C'), gọi A, B là các tiếp điểm. Tìm tọa độ điểm M, biết độ dài đoạn AB bằng $\frac{24}{5}$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}}\left[\sqrt{(1+x)^3} - \sqrt{(1-x)^3}\right] = 2 + \sqrt{1-x^2}$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn abc = 1.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(a+c)} + \frac{1}{c^3(b+a)}$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT VÀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 6

Câu 1 *1.a*

* TXĐ: D = R

* Sự biến thiên

+ Giới hạn:

$\lim\limits_{x \to -\infty} y = +\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$

+ Chiều biến thiên $y' = 4x^3 - 10x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 10x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\frac{\sqrt{10}}{2} \end{array}\right.$$

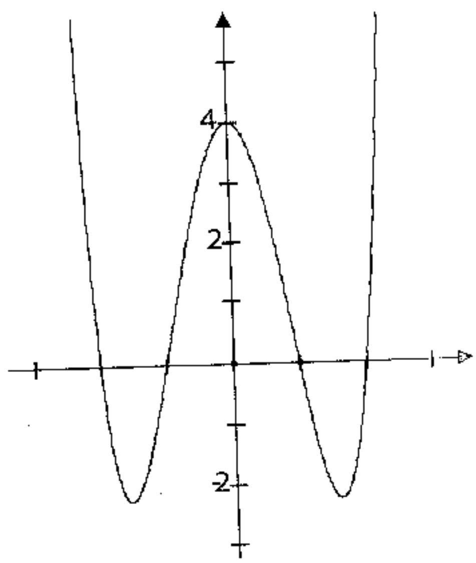
Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\sqrt{10}}{2}; 0\right)$ và $\left(\frac{\sqrt{10}}{2}; +\infty\right)$, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{\sqrt{10}}{2}\right)$ và $\left(0; \frac{\sqrt{10}}{2}\right)$

+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{\sqrt{10}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{10}}{2}$		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	$\frac{-9}{4}$	↗	4	↘	$\frac{-9}{4}$	↗	$+\infty$

+ Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại x = 0 và giá trị cực đại $y_{CD} = 4$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm\frac{\sqrt{10}}{2}$ và giá trị cực tiểu $y_{CT} =$

* Đồ thị



1.b

+ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M\left(m; m^4 - 5m^2 + 4\right)$ là:

$$y = \left(4m^3 - 10m\right)(x - m) + m^4 - 5m^2 + 4 \qquad (d)$$

+ Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (C):

$$x^4-5x^2+4=\left(4m^3-10m\right)\left(x-m\right)+m^4-5m^2+4 \Leftrightarrow \left(x-m\right)^2\left(x^2+2mx+3m^2-5\right)=0 \quad (1)$$

+ Tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác M $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác m $\Leftrightarrow \begin{cases}5-2m^2>0\\6m^2-5\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow m\in\left(-\frac{\sqrt{10}}{2};\frac{\sqrt{10}}{2}\right)\backslash\left\{\pm\frac{\sqrt{30}}{6}\right\}$

+ Vậy các điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$M\left(m\ ;m^4-5m^2+4\right)$ với $m\in\left(-\frac{\sqrt{10}}{2};\frac{\sqrt{10}}{2}\right)\backslash\left\{\pm\frac{\sqrt{30}}{6}\right\}$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau

+ Gọi điểm $M\left(m\ ;m^4-5m^2+4\right)$ cần tìm theo tham số m và viết phương trình tiếp tuyến d của (C) tại M

$y=\left(4m^3-10m\right)\left(x-m\right)+m^4-5m^2+4 \qquad (d)$

+ Khẳng định d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác m khi phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) có hai nghiệm phân biệt khác m

+ Từ đó tìm m và kết luận

Câu 2

$+\ y'=\dfrac{\left(2\dfrac{\ln x}{x}\right).x-\ln^2 x}{x^2}=\dfrac{2\ln x-\ln^2 x}{x^2}$

$y'=0 \quad\Leftrightarrow\ 2\ln x-\ln^2 x=0 \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\ln x=0\\ \ln x=2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\ \notin\left(1;e^3\right)\\ x=e^2\ \in\left(1;e^3\right)\end{array}\right.$

$+\ y(1)=0;y\left(e^3\right)=\frac{9}{e^3};y\left(e^2\right)=\frac{4}{e^2}$

+ Suy ra:

$\min\limits_{\left[1;e^3\right]} y=0$ khi $x=1$; $\min\limits_{\left[1;e^3\right]} y=\frac{4}{e^2}$ khi $x=e^2$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau

+ Tính đạo hàm và giải phương trình đạo hàm bằng 0 tìm ra nghiệm $x=e^2\ \in\left(1;e^3\right)$

+ Tính các giá trị $y(1)=0;y\left(e^3\right)=\frac{9}{e^3};y\left(e^2\right)=\frac{4}{e^2}$

$+\ \min\limits_{\left[1;e^3\right]}=\min\left\{y(1);y\left(e^3\right);y\left(e^2\right)\right\}=\min\left\{0;\frac{9}{e^3};\frac{4}{e^2}\right\}=0$

+ $\max_{[1;e^3]} = \max\left\{y(1);y(e^3);y(e^2)\right\} = \max\left\{0;\frac{9}{e^3};\frac{4}{e^2}\right\} = \frac{4}{e^2}$

Câu 3. *3.a*

+ Đặt $z = a + bi \quad (a;b \in R)$

+ Theo giả thiết ta có: $|z-1| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(a-1)^2 + b^2} = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2a = 24 (1)$

Mặt khác: $17(z+\bar{z}) - 5z.\bar{z} = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = \frac{34}{5}a \quad (2)$

+ Thay (2) vào (1) được $\frac{24}{5}a = 24 \Leftrightarrow a = 5$. Kết hợp với (1) có $b^2 = 9 \Leftrightarrow b = 3, b = -3$.

+ Vậy có hai số phức thỏa mãn bài toán là: $5+3i$ và $5-3i$.

Nhận xét:

Đây là bài tập tương đối cơ bản của số phức, với bài toán này các em cẩn thận trọng trong việc thực hiện giải hệ tìm phần thực và phần ảo của z.

Với dạng bài toán tổng quát: ***"Tìm số phức z thỏa mãn một hoặc một hệ điều kiện nào đó"*** ta thường thực hiện các bước sau:

- ***Bước 1:*** Gọi số phức z ở dạng đại số $z = x + yi,\ (x, y \in R)$

- ***Bước 2:*** Từ điều kiện giả thiết đã cho thiết lập hệ phương trình hai ẩn x, y

- ***Bước 3:*** Giải hệ phương trình đã thiết lập ở bước 2 từ đó suy ra các số phức tương ứng.

■ *3.b*

+ Điều kiện: $x < 0 \vee x > 2$

Bất phương trình đã cho tương đương với: $\log_2|2x-1| \ge \log_2(x^2-2x)$

$\Leftrightarrow |2x-1| \ge x^2 - 2x$

+ Xét 2 trường hợp sau:

*TH1: Xét $x < 0$.

Ta được hệ: $\begin{cases} x < 0 \\ 1 - 2x \ge x^2 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le x < 0$

*TH2: Xét $x > 2$.

Ta được hệ: $\begin{cases} x > 2 \\ 2x - 1 \ge x^2 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x^2 - 4x + 1 \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 2 - \sqrt{3} \le x \le 2 + \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x \le 2 + \sqrt{3}$

+ Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = [-1;0) \cup (2; 2+\sqrt{3}]$.

Nhận xét:

Đây là bài toán đưa về cùng cơ số là 2 khi đó các em dễ dàng đưa bất phương trình ban đầu về bất phương trình $|2x-1| \ge x^2 - 2x$. Đến đây là kĩ năng giải bất phương trình chứa dấu trị tuyệt đối.

Lưu ý: $\log_a f(x) \ge \log_a g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) \ge g(x) \text{ nếu } a>1 \\ f(x) \le g(x) \text{ nếu } 0<a<1 \end{array}\right.$ (với điều kiện xác định của bất phương trình)

Câu 4

$+\ I = \int_1^e \frac{(x^3+1)\ln x + 2x^2+1}{2+x\ln x}dx = \int_1^e x^2dx + \int_1^e \frac{1+\ln x}{2+x\ln x}dx = I_1 + I_2$

$+$ Xét $I_1 = \int_1^e x^2dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^e = \frac{e^3-1}{3}$

$+$ Xét $I_2 = \int_1^e \frac{1+\ln x}{2+x\ln x}dx = \int_1^e \frac{d(2+x\ln x)}{2+x\ln x} = \left[\ln|2+x\ln x|\right]_1^e = \ln(e+2) - \ln 2 = \ln\frac{e+2}{2}$

Vậy $I = \frac{e^3-1}{3} + \ln\frac{e+2}{2}$.

Nhận xét:

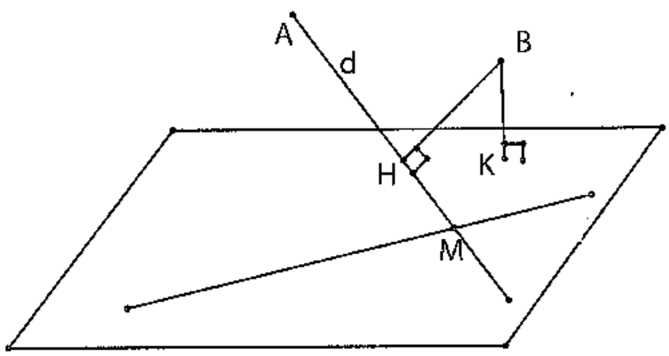
Với bài toán này các em quan sát thấy biểu thức trên tử có thể tách thành một phần có thể rút gọn với mẫu thức nên các em phân tích tích phân ban đầu thành tổng của hai tích phân như sau

$$I = \int_1^e \frac{(x^3+1)\ln x + 2x^2+1}{2+x\ln x}dx = \int_1^e x^2dx + \int_1^e \frac{1+\ln x}{2+x\ln x}dx = I_1 + I_2$$

Việc còn lại đơn giản hơn trong việc tính hai tích phân I_1, I_2

Lưu ý: Với tích phân $I_2 = \int_1^e \frac{1+\ln x}{2+x\ln x}dx$ các em có thể thực hiện chi tiết hơn nữa bằng cách đổi biến số $2+x\ln x = t \Rightarrow (1+\ln x)dx = dt$

Câu 5



+ Gọi d là đường thẳng đi qua A và cắt D tại M $\Rightarrow M(-1+2t;3t;-1-t)$

$\overrightarrow{AM} = (-2+2t;3t-2;-t), \overrightarrow{AB} = (2;-3;-4)$

+ Gọi H là hình chiếu của B trên d. Khi đó $d(B,d) = BH \le BA$. Vậy $d(B,d)$ lớn nhất bằng BA $\Leftrightarrow H \equiv A$. Điều này xảy ra $\Leftrightarrow AM \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 2(-2+2t) - 3(3t-2) + 4t = 0 \Leftrightarrow t = 2$

$\Rightarrow M(3;6;-3)$. Phương trình d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$

+ Đường thẳng Δ đi qua điểm N(-1; 0; -1) và có VTCP $\vec{u} = (2;3;-1)$.

Ta có: $\overrightarrow{NA}=(2;2;0)\Rightarrow \vec{v}=\left[\overrightarrow{NA},\vec{u}\right]=(-2;2;2)$

Mặt phẳng (P) chứa d và D đi qua A và có VTPT $\vec{v}$ nên có phương trình là: $-x+y+z=0$

Gọi K là hình chiếu của B trên (P) $\Rightarrow BH\ge BK$. Vậy $d(B,d)$ nhỏ nhất bằng BK $\Leftrightarrow H\equiv K$. Lúc đó d là đường thẳng đi qua A và K

+ Tìm được K = (0; 2; -2). Suy ra d có phương trình là: $\begin{cases}x=t\\ y=2\\ z=-2+t\end{cases}$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

* Viết phương trình d để $d(B,d)$ lớn nhất

+ Gọi M là giao điểm của d và $\Delta \Rightarrow \Rightarrow M(-1+2t;3t;-1-t)$

+ Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên d $\Rightarrow d(B,d)=BH\le BA$

Suy ra $d(B,d)_{max}=BA$ khi H trùng A hay AB vuông góc với AM $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=0$. Từ phương trình này các em tìm được t khi đó ta dễ dàng viết được phương trình đường thẳng d (d đi qua hai điểm A và M)

* Viết phương trình d để $d(B,d)$ nhỏ nhất

+ Đường thẳng Δ đi qua điểm N(-1; 0; -1) và có VTCP $\vec{u}=(2;3;-1)$.

+ Gọi (P) là mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau d và Δ thì (P) đi qua A và nhận $\left[\overrightarrow{NA},\vec{u}\right]=(-2;2;2)$ làm véc tơ pháp tuyến$\Rightarrow$(P)$:-x+y+z=0$

+ Gọi K là hình chiếu vuông góc của B lên (P). Khi đó $d(B,d)=BH\ge BK$

Suy ra $d(B,d)_{min}=BK$ khi H trùng K.

+ Tìm tọa độ K là hình chiếu của B lên (P). Từ đó các em viết phương trình của đường thẳng d (d đi qua hai điểm A và K)

Câu 6 *6.a*

+ Điều kiện: $x\ne k\pi$

+ Phương trình đã cho tương đương với: $(\sin 2x+\cos 2x).\sin^2 x=\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}-2x\right).\sin x$

$\Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right).\sin x=\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow (\sin x-1).\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi & \text{(T/m)}\\ x=\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2} & \text{(T/m)}\end{array}\right.$$

+ Vậy, phương trình có nghiệm: $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\ (k\in \mathbb{Z})$.

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau

+ Trước hết các em đặt điều kiện xác định $x\ne k\pi$

+ Sử dụng hằng đẳng thức $1+\cot^2 x=\frac{1}{\sin^2 x}$ để biến đổi mẫu thức và vận dụng công thức biến tổng thành tích để biến đổi vế phải: $(\sin 2x+\cos 2x).\sin^2 x=\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}-2x\right).\sin x$

+ Đưa về phương trình tích $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right).\sin x=\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow(\sin x-1).\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=0$

+ Giải các phương trình thành phần, kết hợp điều kiện và kết luận:

$x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\,;x=\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\ (k\in Z)$.

6.b

+ Gọi A là biến cố:" Chọn được 4 bông hoa có đủ 3 loại"

+ Chọn 4 bông hoa từ thùng có 20 bông hoa có C_{20}^4 cách chọn $\Rightarrow|\Omega|=C_{20}^4$

Xét các trường hợp sau

- TH1: Chọn được 2 bông hồng, 1 bông cúc và 1 bông đào có $C_8^2C_7^1C_5^1$ cách chọn
- TH2: Chọn được 1 bông hồng, 2 bông cúc và 1 bông đào có $C_8^1C_7^2C_5^1$ cách chọn
- TH3: Chọn được 1 bông hồng, 1 bông cúc và 2 bông đào có $C_8^1C_7^1C_5^2$ cách chọn

Suy ra: $|\Omega_A|=C_8^2C_7^1C_5^1+C_7^2C_8^1C_5^1+C_5^2C_8^1C_7^1$

Vậy xác suất để chọn được 4 bông hoa có đủ 3 loại là

$$P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{C_8^2C_7^1C_5^1+C_7^2C_8^1C_5^1+C_5^2C_8^1C_7^1}{C_{20}^4}=\frac{28}{57}$$

Nhận xét:

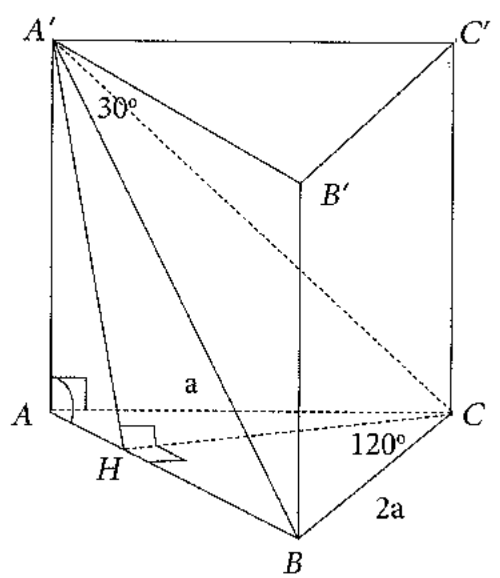
Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Gọi biến cố A cần tính xác suất và tính số phần tử của không gian mẫu (số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn tùy ý 4 bông hoa từ thùng) $|\Omega|=C_{20}^4$

+ Tính số phần tử thuận lợi cho biến cố A. Từ giả thiết ta thấy có 3 khả năng và tính số cách chọn trong từng trường hợp $\Rightarrow|\Omega_A|=C_8^2C_7^1C_5^1+C_7^2C_8^1C_5^1+C_5^2C_8^1C_7^1$

+ Chỉ ra xác suất của biến cố A: $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{C_8^2C_7^1C_5^1+C_7^2C_8^1C_5^1+C_5^2C_8^1C_7^1}{C_{20}^4}=\frac{28}{57}$.

Câu 7



+ Trong (ABC), kẻ $CH \perp AB\ (H \in AB)$, suy ra $CH \perp (ABB'A')$ nên A'H là hình chiếu vuông góc của A'C lên (ABB'A').

Do đó: $\left(\widehat{A'C,(ABB'A')}\right) = \left(\widehat{A'C,A'H}\right) = \widehat{CA'H} = 30^0$

+ $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC.BC.\sin 120^0 = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos 120^0 = 7a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{7}$

$CH = \frac{2.S_{\Delta ABC}}{AB} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

Suy ra: $A'C = \frac{CH}{\sin 30^0} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$

+ Xét tam giác vuông AA'C ta được: $AA' = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = \frac{a\sqrt{35}}{7}$.

Suy ra: $V = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^3\sqrt{105}}{14}$.

+ Do $CC'//AA' \Rightarrow CC'//(ABB'A')$.

Suy ra: $d(A'B,CC') = d(CC',(ABB'A')) = d(C,(ABB'A')) = CH = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Chỉ ra góc $\left(\widehat{A'C,(ABB'A')}\right) = \left(\widehat{A'C,A'H}\right) = \widehat{CA'H} = 30^0$

+ Để tính thể tích khối lăng trụ ta cần đi tính độ dài đường cao AA' của lăng trụ

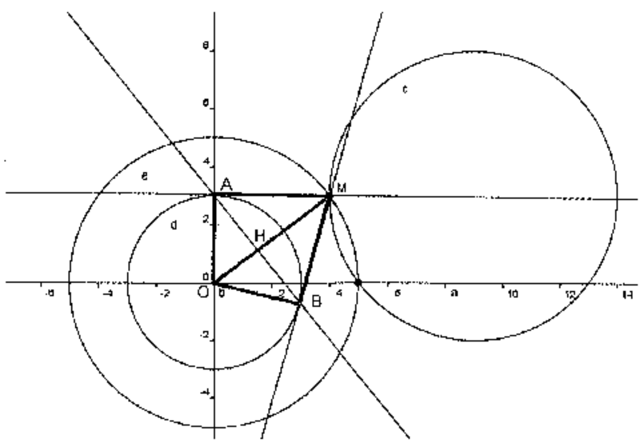
$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos 120^0 = 7a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{7} \Rightarrow CH = \frac{2.S_{\Delta ABC}}{AB} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

Suy ra: $A'C = \frac{CH}{\sin 30^0} = \frac{2a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow V = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^3\sqrt{105}}{14}$

+ Để tính khoảng cách giữa A'B và CC' ta chọn mặt phẳng (ABB'A') chứa A'B và song song với CC'.

Khi đó $d(A'B,CC') = d(CC',(ABB'A')) = d(C,(ABB'A')) = CH = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

Câu 8.



iông

+ Đường tròn (C') có tâm $O(0;0)$, bán kính $R = OA = 3$. Gọi $H = AB \cap OM$, do H là trung điểm của AB nên $AH = \frac{12}{5}$. Suy ra: $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \frac{9}{5}$ và $OM = \frac{OA^2}{OH} = 5$

+ Đặt $M(x;y)$

Ta có: $\begin{cases} M \in (C) \\ OM = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 18x - 6y + 65 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y - 15 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 9x + 20 = 0 \\ y = 15 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy, trên (C) có hai điểm M thỏa đề bài là: $M(4;3)$ hoặc $M(5;0)$.

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Gọi $H = AB \cap OM \Rightarrow$ H là trung điểm của AB nên $AH = \frac{12}{5}$

+ Trong tam giác vuông OAH tính $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \frac{9}{5}$

+ Trong tam giác vuông OAM tính $OM = \frac{OA^2}{OH} = 5$

+ Gọi $M(x;y)$ sử dụng hai giả thiết $\begin{cases} M \in (C) \\ OM = 5 \end{cases}$ ta suy ra hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 18x - 6y + 65 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

+ Giải hệ phương trình tìm nghiệm và kết luận: $M(4;3)$ hoặc $M(5;0)$.

iong

Câu 9

+ ĐK: $-1 \le x \le 1$. Đặt $u = \sqrt{1+x}$, $v = \sqrt{1-x}$, $u, v \ge 0$

+ Hệ trở thành: $\begin{cases} u^2 + v^2 = 2 \\ \sqrt{1+uv}\left(u^3 - v^3\right) = 2 + uv \end{cases}$

+ Ta có: $1 + uv = \frac{1}{2}(2 + 2uv) = \frac{1}{2}\left(u^2 + v^2 + 2uv\right) = \frac{1}{2}(u+v)^2$

$$u^3 - v^3 = (u-v)\left(u^2 + v^2 + uv\right) = (u-v)(2+uv)$$

+ Khi đó hệ phương trình

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + v^2 = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(u+v)(u-v)(2+uv) = 2 + uv \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + v^2 = 2 \\ (2+uv)\left(u^2 - v^2 - \sqrt{2}\right) = 0 \end{cases}$$

+ Suy ra: $\begin{cases} u^2 + v^2 = 2 \\ u^2 - v^2 = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ v^2 = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 - x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (T/m)

Vậy phương trình có một nghiệm $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Nhận xét: $\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}}\left[\sqrt{(1+x)^3}-\sqrt{(1-x)^3}\right]=2+\sqrt{1-x^2}$

Với bài toán này các em quan sát thấy trong phương trình chỉ chứa hai biểu thức $\sqrt{1+x}$ và $\sqrt{1-x}$ nên các em nghĩ tới việc sử dụng hai ẩn phụ để chuyển phương trình trên về một hệ

Lưu ý: Bài toán này các em có giải bằng cách đặt lượng giác với phép đặt $x=\cos 2t,\quad t\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

Câu 10

+ Đặt $x=\frac{1}{a}, y=\frac{1}{b}, z=\frac{1}{c}$. Do $abc=1 \Rightarrow xyz=1$. Khi đó:

$$A=\frac{x^3}{\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}+\frac{y^3}{\frac{1}{x}+\frac{1}{z}}+\frac{z^3}{\frac{1}{y}+\frac{1}{x}}=\frac{x^3yz}{y+z}+\frac{y^3xz}{z+x}+\frac{z^3xy}{x+y}=\frac{x^2}{y+z}+\frac{y^2}{z+x}+\frac{z^2}{x+y}\quad(*)$$

+ Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$\frac{x^2}{y+z}+\frac{y+z}{4}\ge x,\ \frac{y^2}{z+x}+\frac{z+x}{4}\ge y,\ \frac{z^2}{x+y}+\frac{x+y}{4}\ge z.$$

+ Cộng từng vế các bất đẳng thức trên ta được :

$$A=\frac{x^2}{y+z}+\frac{y^2}{z+x}+\frac{z^2}{x+y}\ge\frac{x+y+z}{2}\ge\frac{3}{2}\sqrt[3]{xyz}=\frac{3}{2}$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của A là $\frac{3}{2}$ đạt khi x = y = z ⇒ a = b = c = 1

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Đặt $x=\frac{1}{a}, y=\frac{1}{b}, z=\frac{1}{c}$. Do $abc=1 \Rightarrow xyz=1$.

+ Chuyển biểu thức A về dạng $A=\frac{x^3yz}{y+z}+\frac{y^3xz}{z+x}+\frac{z^3xy}{x+y}=\frac{x^2}{y+z}+\frac{y^2}{z+x}+\frac{z^2}{x+y}$

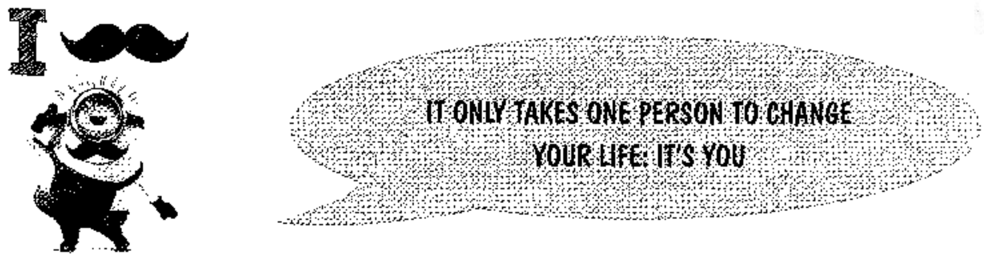
+ Chọn điểm rơi để vận dụng các bất đẳng thức thành phần

$$\frac{x^2}{y+z}+\frac{y+z}{4}\ge x,\ \frac{y^2}{z+x}+\frac{z+x}{4}\ge y,\ \frac{z^2}{x+y}+\frac{x+y}{4}\ge z.$$

Từ đó suy ra $\frac{x^2}{y+z}+\frac{y^2}{z+x}+\frac{z^2}{x+y}\ge\frac{x+y+z}{2}\ge\frac{3}{2}\sqrt[3]{xyz}=\frac{3}{2}$

Tuy nhiên ta có thể sử dụng trực tiếp bất đẳng thức $\frac{A^2}{x}+\frac{B^2}{y}+\frac{C^2}{z}\ge\frac{(A+B+C)^2}{x+y+z}$ với x, y, z dương để ta có được $\frac{x^2}{y+z}+\frac{y^2}{z+x}+\frac{z^2}{x+y}\ge\frac{(x+y+z)^2}{2(x+y+z)}=\frac{x+y+z}{2}\ge\frac{3}{2}\sqrt[3]{xyz}=\frac{3}{2}$

+ Khẳng định giá trị nhỏ nhất của biểu thức và chỉ ra dấu bằng.



Ghi nhớ hành trình luyện thi Thành Công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé.

Ngày ....

Thi lần ....

Số điểm đạt được ..../ 10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm gì từ những câu sai

....

....

....

....

....

....

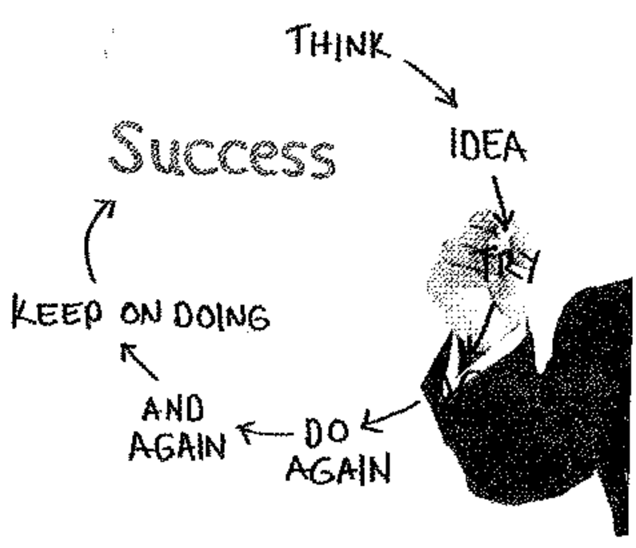
....

....

....

Bài học và kiến thức rút ra từ đề thi này.

Nếu bạn muốn thành công, phải lấy lòng kiên trì làm bạn tốt, lấy kinh nghiệm làm tham mưu, lấy cẩn thận làm anh em, lấy hy vọng làm lính gác.



ĐỀ THỬ SỨC 6

Câu 1 (1,5 điểm). Cho hàm số $y = x^4 + (3m+1)x^2 - 3$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = -1;

b) Tìm m để đồ thị hàm số có 3 cực trị tạo thành một tam giác cân sao cho độ dài cạnh đáy bằng $\frac{2}{3}$ độ dài cạnh bên.

Đáp số: $m = -\frac{5}{3}$.

Câu 2 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 4$ trên đoạn $[-4;0]$.

Đáp số: $\min = -18;\ \max = -4$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3i| = |1 - i\bar{z}|$ và $\left(z - \frac{9}{z}\right)$ là số thuần ảo

Đáp số: $z = 2i; z = \pm\sqrt{5} + 2i$

b) Giải bất phương trình: $\frac{1}{2}\log_2(2x-1)^2 - \log_2(x^2 - 2x) \geq 0$

Đáp số: $S = \{0;1;2\}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân sau: $I = \int_e^{e^2} \frac{1 - \ln x}{\ln^2 x} dx$

Đáp số: $I = e - \frac{e^2}{2}$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng lần lượt có phương trình $(d_1): \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}; (d_2): \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Lập phương trình đường thẳng (d) song song với mặt phẳng (P) và cắt $(d_1), (d_2)$ lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB nhỏ nhất.

Đáp số: $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình lượng giác: $\frac{\cos^2 2x - 2\cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - 2}{2\cos x - \sqrt{2}} = 0$

Đáp số: $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

b) Một hộp có chứa 6 viên bi đỏ, 5 viên bi vàng và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp này ra 4 viên bi. Tính xác suất để 4 viên bi được lấy ra không có đủ ba màu.

Đáp số: $\frac{43}{91}$.

Câu 7 **(1,0 điểm).** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C, cạnh đáy AB bằng 2a và góc ABC bằng 30^0. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng $\frac{a}{2}$.

Đáp số: $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$ (đvtt)

Câu 8 **(1,0 điểm).** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $(x-2)^2+(y+3)^2=4$ và đường thẳng d: $3x-4y+m-7=0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm M mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB tới (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho góc AMB bằng 120^0.

Đáp số: $11\pm\sqrt{\frac{251}{3}}$

Câu 9 **(1,0 điểm).** Giải phương trình: $2x^2+x+\sqrt{x^2+3}+2x\sqrt{x^2+3}=9$

Đáp số: $x=1$

Câu 10 **(1,0 điểm).** Cho a, b, c là ba số dương thoả mãn : $a+b+c=\frac{3}{4}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P=\frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}}+\frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}}+\frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}}$

Đáp số: P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3 khi $a=b=c=\frac{1}{4}$.

Hãy coi đề thử sức như một lần thi thật, các em hãy viết lời giải thật cẩn thận nhé. Có thể số trang giấy không đủ, em hãy làm và kẹp vào sách để dễ dàng ôn tập nhé. Hãy bấm thời gian và tự thưởng cho mình nếu đạt điểm cao nhé.

Chúc em thi tốt!

ĐỀ SỐ 7 Đề thi gồm 1 trang ★★★★★	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC *Môn: Toán học* Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,5 điểm). Cho hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1$ (1) có đồ thị (C_m), với m là tham số .

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi $m = -1$.

b) Tìm m để đường thẳng (d): y = x + 1 cắt đồ thị (C_m) tại 3 điểm phân biệt P(0;1), M, N sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ với O(0;0).

Câu 2 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos^3 x - 6\cos^2 x + 9\cos x + 5$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức $z = x + yi;\ x, y \in R$ thỏa mãn $z^3 = 18 + 26i$. Tính $T = (z-2)^{2016} + (4-z)^{2016}$

b) Giải bất phương trình: $x(3\log_2 x - 2) > 9\log_2 x - 2$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^{2} (x + 1 - \frac{1}{x}) e^{x+\frac{1}{x}} dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian Oxyz cho hai điểm A(-1;3;-2), B(-3,7,-18) và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng chứa AB và vuông góc với mp (P). Tìm điểm M ∈ (P) sao cho MA + MB nhỏ nhất.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $8(\sin^6 x + \cos^6 x) + 3\sqrt{3}\sin 4x = 3\sqrt{3}\cos 2x - 9\sin 2x + 11$

b) Tìm hệ số của x^7 trong khai triển đa thức $(2-3x)^{2n}$, trong đó n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + ... + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$. ($C_n^k$ là tổ hợp chập k của n phần tử)

Câu 7 (1,0 điểm). Cho tứ diện ABCD có AC = AD = $a\sqrt{2}$, BC = BD = a, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) bằng $\frac{a}{\sqrt{3}}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD). Biết thể tích của khối tứ diện ABCD bằng $\frac{a^3\sqrt{15}}{27}$.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình thang cân ABCD có diện tích bằng 18. Đáy lớn $CD: x - y + 2 = 0$. Biết hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau và cắt nhau tại điểm I(3;1). Viết phương trình cạnh BC biết điểm C có hoành độ âm.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình $\begin{cases} 1 + 2x - 2x^2\sqrt{1+y} = 4x^3y + 7x^2 \\ x^2(xy+1) + (x+1)^2 = x^2y + 5x \end{cases}$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực x, y, z không âm và thỏa $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{4 + 2\ln(1+x) - y} + \frac{1}{4 + 2\ln(1+y) - z} + \frac{1}{4 + 2\ln(1+z) - x}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT VÀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 7

Câu 1 *1. a*

* TXĐ: D = R

* Sự biến thiên

\+ Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$

\+ $y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

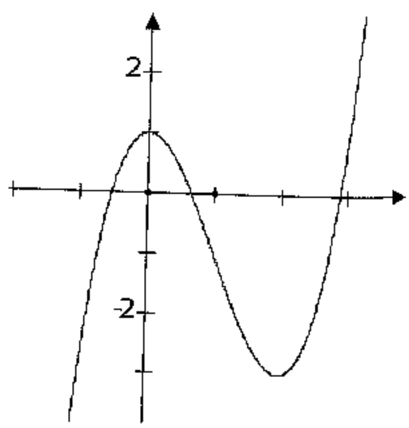
Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

\+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

\+ Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại x = 0 và giá trị cực đại $y_{CD} = 1$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và giá trị cực tiểu $y_{CT} = -3$

* Đồ thị



1. b

\+ Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và (d):
$x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1 = x + 1$

$\Leftrightarrow x(x^2 - 3x + m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow P(0;1) \\ x^2 - 3x + m = 0 \quad (2) \end{array}\right.$

\+ Để (C_m) cắt (d) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < \dfrac{9}{4} \end{cases}$

Giả sử $M(x_1; x_1 + 1)$, $N(x_2; x_2 + 1)$ khi đó $x_1; x_2$ là nghiệm của pt (2)

Ta có $S_{OMN} = \dfrac{1}{2} MN.d(O;(d)) = \dfrac{OM.ON.MN}{4R}$ với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác

OMN $\frac{1}{2}MN.d(O;(d)) = \frac{OM.ON.MN}{4R} \Leftrightarrow OM.ON = 2R.d(O;(d)) = 5\sqrt{2}d(O;(d))$ (3)

$OM.ON = \sqrt{(2x_1^{\ 2}+2x_1+1)(2x_1^{\ 2}+2x_1+1)}$

Với $x_1^{\ 2} = 3x_1 - m; x_2^{\ 2} = 3x_2 - m \Rightarrow OM.ON = \sqrt{4m^2+12m+25}$

$d(O;(d)) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

+ Khi đó thế vào (3) ta được: $\sqrt{4m^2+12m+25} = 5\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-3 \end{array}\right.$ thỏa đề chỉ có $m=-3$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Khẳng định d cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < \frac{9}{4} \end{cases}$

+ Tính diện tích tam giác OMN theo hai cách $S_{OMN} = \frac{1}{2}MN.d(O;(d))$, $S_{OMN} = \frac{OM.ON.MN}{4R}$ từ đó suy ra phương trình

$OM.ON = 2R.d(O;(d)) = 5\sqrt{2}d(O;(d)) \Leftrightarrow \sqrt{4m^2+12m+25} = 5\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-3 \end{array}\right.$

+ Kết hợp điều kiện và kết luận giá trị m tìm được.

Câu 2 $y = \cos^3 x - 6\cos^2 x + 9\cos x + 5$

+ TXĐ: D=R

+ Đặt $\cos x = t,\ t \in [-1;1]$

Khi đó hàm số trở thành $g(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 5$

$g'(t) = 3t^2 - 12t + 9$

$g'(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12t + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \in (-1;1) \\ t = 3 \notin (-1;1) \end{array}\right.$

$g(-1) = -11; g(1) = 9$

+ Suy ra

$\min\limits_{[-1;1]} g(t) = -11$ khi $t = -1 \Leftrightarrow \min\limits_{R} y = -11$ khi $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$

$\max\limits_{[-1;1]} g(t) = 9$ khi $t = 1 \Leftrightarrow \max\limits_{R} y = 9$ khi $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$

+ KL: $\min\limits_{R} y = -11$ khi $x = \pi + k2\pi$; $\max\limits_{R} y = 9$ khi $x = k2\pi$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Trước hết các em chỉ ra tập xác định của hàm số: D=R

+ Đặt ẩn phụ để chuyển bài toán tìm min, max trên một khoảng về bài toán tìm min, max của hàm đa thức bậc 3 trên một đoạn $[-1;1]$

+ Tìm min, max của hàm g(t) trên đoạn $\left[-1;1\right]$ từ đó suy ra giá trị min, max của hàm lượng giác ban đầu trên tập R.

Câu 3. 3.a

+ Đặt $z = x + yi,\ (x, y \in R)$

+ $z^3 = 18 + 26i \Leftrightarrow (x^3 - 3xy^2) + (3x^2y - y^3)i = 18 + 26i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 18 \\ 3x^2y - y^3 = 26 \end{cases}$ (Vì x, y không thể bằng 0 nên đặt y=tx)

+ Giải được $t = \dfrac{1}{3} \Rightarrow z = 3 + i$

$(1+i)^{2016} = \left[(1+i)^2\right]^{1008} = \left[2i\right]^{1008} = 2^{1008}$

$(1-i)^{2016} = \left[(1-i)^2\right]^{1008} = \left[-2i\right]^{1008} = 2^{1008}$

Suy ra: $T = (1+i)^{2016} + (1-i)^{2016} = 2^{1008} + 2^{1008} = 2^{1009}$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Đặt $z = x + yi,\ (x, y \in R)$

+ Từ giả thiết $z^3 = 18 + 26i$ thiết lập hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 18 \\ 3x^2y - y^3 = 26 \end{cases}$

+ Giải hệ phương trình tìm nghiệm $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ từ đó suy ra số phức $z = 3 + i$

+ Tính $(1+i)^{2016} = \left[(1+i)^2\right]^{1008} = \left[2i\right]^{1008} = 2^{1008}$

$(1-i)^{2016} = \left[(1-i)^2\right]^{1008} = \left[-2i\right]^{1008} = 2^{1008}$

Suy ra: $T = (1+i)^{2016} + (1-i)^{2016} = 2^{1008} + 2^{1008} = 2^{1009}$

3.b

+ Điều kiện $x > 0$

Bất phương trình $\Leftrightarrow 3(x-3)\log_2 x > 2(x-1)$ (1)

Nhận thấy $x = 3$ không phải là nghiệm của phương trình (1)

- <u>TH1</u>: Nếu $x > 3$ thì $(1) \Leftrightarrow \dfrac{3}{2}\log_2 x > \dfrac{x-1}{x-3}$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{3}{2}\log_2 x$, hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

$g(x) = \dfrac{x-1}{x-3}$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$

+ Với $x > 4$ thì $f(x) > f(4) = 3 = g(4) > g(x)$

Suy ra bất phương trình có nghiệm $x > 4$

+ Với $x \le 4$ thì $f(x) \le f(4) = 3 = g(4) \le g(x) \Rightarrow$ bất phương trình vô nghiệm

- <u>TH2</u>: Nếu $x < 3$ thì $(1) \Leftrightarrow \dfrac{3}{2}\log_2 x < \dfrac{x-1}{x-3}$

lượng

+ Với x≥ 1 thì $f(x) \geq f(1) = 0 = g(1) \geq g(x)$ ⇒ bất phương trình vô nghiệm

+ Với x < 1 thì $f(x) < f(1) = 0 = g(1) < g(x)$ ⇒ Bất phương trình có nghiệm 0 < x <1 Vậy bất phương trình có nghiệm

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Đặt điều kiện xác định cho bất phương trình

+ Xét các trường hợp để chuyển bất phương trình về dạng $\frac{3}{2}\log_2 x > \frac{x-1}{x-3}$ hoặc $\frac{3}{2}\log_2 x < \frac{x-1}{x-3}$ có hai vế là hai hàm đơn điệu ngược nhau. Từ đó sử dụng tính đơn điệu của hai hàm số để chỉ ra tập nghiệm của bất phương trình.

Câu 4

+ $I = \int_{\frac{1}{2}}^{2}(x+1-\frac{1}{x})e^{x+\frac{1}{x}}dx = \int_{\frac{1}{2}}^{2} e^{x+\frac{1}{x}}dx + \int_{\frac{1}{2}}^{2}(x-\frac{1}{x})e^{x+\frac{1}{x}}dx = I_1 + I_2$

+ Xét $I_1 = \int_{\frac{1}{2}}^{2} e^{x+\frac{1}{x}}dx$

- Đặt $\begin{cases} u = e^{x+\frac{1}{x}} \\ dv = dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \left(1-\frac{1}{x^2}\right)e^{x+\frac{1}{x}}dx \\ v = x \end{cases}$

- Khi đó $I_1 = xe^{x+\frac{1}{x}}\Big|_{\frac{1}{2}}^{2} - \int_{\frac{1}{2}}^{2}(x-\frac{1}{x})e^{x+\frac{1}{x}}dx = \frac{3}{2}e^{\frac{5}{2}} - I_2$

+ Suy ra $I = I_1 + I_2 = \frac{3}{2}e^{\frac{5}{2}} - I_2 + I_2 = \frac{3}{2}e^{\frac{5}{2}}$

Nhận xét:

Với bài toán này các em nhận thấy rằng đạo hàm của $\left(x+\frac{1}{x}\right)$ nhân với x bằng $\left(x-\frac{1}{x}\right)$ nên các em tách tích phân ban đầu thành hai tích phân $I_1 = \int_{\frac{1}{2}}^{2} e^{x+\frac{1}{x}}dx$ và $I_2 = \int_{\frac{1}{2}}^{2}(x-\frac{1}{x})e^{x+\frac{1}{x}}dx$. Trong đó tích phân I_1, I_2 không tính được nên dựa vào nhận xét ở trên các em thực hiện phương pháp tích phân từng phần để đưa I_1 về một tích phân triệt tiêu với I_2.

Câu 5

+ Ta thấy hai điểm A, B nằm về một phía của mặt phẳng (P). Gọi A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (P) và I là giao điểm của AA' với mặt phẳng (P) khi đó I là trung điểm của AA'

+ Đường thẳng AA' đi qua điểm A và vuông góc với (P) nên AA' nhận véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;1)$ của mặt phẳng (P) là véc tơ chỉ phương

$$\Rightarrow AA': \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

+ I thuộc AA' nên $I(-1+2t;3-t;-2-t)$, $I\in(P)$

$\Rightarrow 2(-1+2t)-1.(3-t)+1.(-2+t)+1=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(1;2;-1) \Rightarrow A'(3;1;0)$

+ Với M bất kì thuộc (P) ta có $MA+MB=MA'+MB\ge A'B=6\sqrt{11}$

Suy ra: MA + MB đạt giá trị nhỏ nhất là $6\sqrt{11}$ xảy ra khi M là giao điểm của A'B và mặt phẳng (P).

+ Đường thẳng A'B đi qua điểm A'(3;1;0) và nhận véc tơ $\overrightarrow{A'B}=(-6;6;-18)$ làm véc tơ chỉ phương nên A'B có phương trình

$$A'B:\begin{cases}x=3-6t\\ y=1+6t\\ z=-18t\end{cases}$$

+ M thuộc A'B nên $M(3-6t;1+6t;-18t)$

M thuộc mặt phẳng (P) nên $2(3-6t)-1.(1+6t)+1.(-18t)+1=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{6} \Rightarrow M(2,2,-3)$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Khẳng định A, B nằm về cùng một phía của mặt phẳng (P)

+ Gọi A' đối xứng với A qua (P). Viết phương trình đường $AA':\begin{cases}x=-1+2t\\ y=3-t\\ z=-2+t\end{cases}$

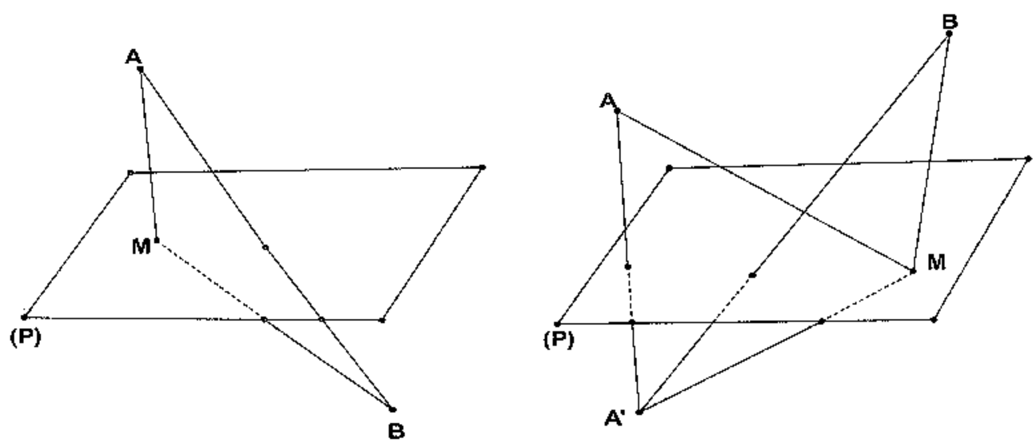
Tìm tọa độ giao điểm của AA' với (P) là $I(1;2;-1)$. Từ đó suy ra tọa độ điểm $A'(3;1;0)$

+ Với M tùy ý thuộc (P) khẳng định $MA+MB=MA'+MB\ge A'B$. Từ đó khẳng định tổng MA + MB min khi M, A', B thẳng hàng hày M là giao điểm của A'B và (P)

+ Viết phương trình đường thẳng $A'B:\begin{cases}x=3-6t\\ y=1+6t\\ z=-18t\end{cases}$.

+ Tìm tọa độ điểm $M(2,2,-3)$

Lưu ý: Cách tìm điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho MA+MB min



+ *Bước 1*: Kiểm tra xem hai điểm A, B nằm về một phía hay hai phía của mặt phẳng (P)

*TH1: Nếu A, B nằm về hai phía của (P)

+ *Bước 2*: Khẳng định với M tùy ý thuộc (P) ta có $MA+MB\ge AB$.

+ *Bước 3*: Tổng khoảng cách MA+MB đạt min khi M, A, B thẳng hàng hay M là giao điểm của AB và (P)

*TH2: Nếu A, B nằm về một phía của (P)

+ *Bước 4*: Lấy A' đối xứng với A qua (P) và khẳng định với M tùy ý thuộc (P) ta có $MA+MB=MA'+MB\ge A'B$.

+ *Bước 5*: Tổng khoảng cách MA+MB đạt min khi M, A', B thẳng hàng hay M là giao điểm của A'B và (P)

Câu 6 *6.a*

+ Ta có: $\left(\sin^6 x+cos^6 x\right)=1-\frac{3}{4}\sin^2 2x$

+ Khi đó phương trình trở thành:

$$8\left(1-\frac{3}{4}\sin^2 2x\right)+3\sqrt{3}\sin 4x=3\sqrt{3}cos2x-9\sin 2x+11$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{3}\sin 4x-3\sqrt{3}cos2x=6\sin^2 2x-9\sin 2x+3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 4x-\sqrt{3}cos2x=2\sin^2 2x-3\sin 2x+1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}cos2x.\left(2\sin 2x-1\right)=(2\sin 2x-1)(\sin 2x-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(2\sin 2x-1\right)\left(\sqrt{3}cos2x-\sin 2x+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\sin 2x-1=0\\ \sqrt{3}cos2x-\sin 2x+1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}2\sin 2x=1 & (2)\\ \sin 2x-\sqrt{3}cos2x=1 & (3)\end{array}\right.$$

Giải (2): $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k\pi\\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.\ (k\in Z)$

Giải (3): $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{7\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.\ (k\in Z)$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Rút gọn biểu thức

$$\left(\sin^6 x+cos^6 x\right)=(\sin^2 x+\cos^2 x)^3-3\sin^2 x\cos^2 x(\sin^2 x+\cos^2 x)=1-\frac{3}{4}\sin^2 2x$$

+ Khi đó phương trình trở thành: $8\left(1-\frac{3}{4}\sin^2 2x\right)+3\sqrt{3}\sin 4x=3\sqrt{3}cos2x-9\sin 2x+11$

(đến đây các em nhận dạng đó là phương trình dạng tổng quát

$a\sin t+b\cos t+c\sin 2t+d\cos 2t+e=0$ các em sẽ chuyển phương trình về phương trình tích).
Cụ thể các em nhóm $3\sqrt{3}\sin 4x$ với $3\sqrt{3}cos2x$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}cos2x.(2\sin 2x-1)=(2\sin 2x-1)(\sin 2x-1)$$

$$\Leftrightarrow (2\sin 2x-1)\left(\sqrt{3}cos2x-\sin 2x+1\right)=0$$

+ Giải các phương trình thành phần suy ra nghiệm

- Giải (2): $2\sin 2x=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right. (k\in Z)$

- Giải (3): $\sin 2x-\sqrt{3}cos2x=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{12}+k\pi \end{array}\right. (k\in Z)$

■ *6.b*

+ $(1+x)^{2n+1}=C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1x+C_{2n+1}^2x^2+C_{2n+1}^3x^3+...+C_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1}$

Cho $x=1$ Ta có $2^{2n+1}=C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^4+...+C_{2n+1}^{2n+1}$ (1)

Cho $x=-1$ Ta có $0=C_{2n+1}^0-C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2-C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^4-...-C_{2n+1}^{2n+1}$ (2)

+ Lấy (1) - (2) $\Rightarrow 2^{2n+1}=2\left[C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^5+...+C_{2n+1}^{2n+1}\right]$

$\Rightarrow 2^{2n}=C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^5+...+C_{2n+1}^{2n+1}=1024=2^{10}$. Vậy 2n=10

+ Ta có $(2-3x)^{10}=\sum_{k=0}^{10}(-1)^kC_{10}^k2^{10-k}(3x)^k$

Suy ra hệ số của x^7 là: $-C_{10}^7 3^7.2^3$ hay $-C_{10}^3 3^7.2^3$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Trước hết các em tìm n từ giả thiết $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^5+...+C_{2n+1}^{2n+1}=1024$ bằng cách xét khai triển

$(1+x)^{2n+1}=C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1x+C_{2n+1}^2x^2+C_{2n+1}^3x^3+...+C_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1}$

Cho $x=1$ Ta có $2^{2n+1}=C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^4+...+C_{2n+1}^{2n+1}$ (1)

Cho $x=-1$ Ta có $0=C_{2n+1}^0-C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2-C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^4-...-C_{2n+1}^{2n+1}$ (2)

+ Trừ từng vế hai biểu thức (1) và (2) để tính được $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^5+...+C_{2n+1}^{2n+1}=2^{2n}$

+ Giải phương trình $2^{2n}=1024 \Rightarrow n=5$

+ Khi đó các em dễ dàng tìm được hệ số của x^7 trong khai triển.

ch),

Câu 7 Gọi E là trung điểm của CD, kẻ BH $\perp$ AE

Ta có ΔACD cân tại A nên CD $\perp$ AE

Tương tự Δ BCD cân tại B nên CD $\perp$ BE

Suy ra CD $\perp$(ABE) $\Rightarrow$ CD $\perp$ BH

Mà BH $\perp$ AE suy ra BH $\perp$ (ACD)

Do đó BH = $\frac{a}{\sqrt{3}}$ và góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là α

Thể tích của khối tứ diện ABCD là

$$V = \frac{1}{3}BH.S_{ACD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{27}$$

$$\Rightarrow S_{ACD} = \frac{a^2\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow AE.DE = \frac{a^2\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow AE^2.DE^2 = \frac{5}{9}a^4$$

Mà $AE^2 + ED^2 = 2a^2$

Khi đó: AE^2, DE^2 là 2 nghiệm của pt: $x^2 - 2a^2x + \frac{5}{9}a^4 = 0$

$$\begin{cases} AE^2 = \dfrac{a^2}{3} \\ DE^2 = \dfrac{5a^2}{3} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} AE^2 = \dfrac{5a^2}{3} \\ DE^2 = \dfrac{a^2}{3} \end{cases}$$

Trường hợp $DE^2 = \frac{5a^2}{3}$ *loại* vì DE<a (DE = CD/2 < (BC + BD)/2 = a)

Xét Δ BED vuông tại E nên BE = $\sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = a\sqrt{\frac{2}{3}}$

Xét Δ BHE vuông tại H nên $\sin\alpha = \dfrac{BH}{BE} = \dfrac{\frac{a}{\sqrt{3}}}{a\sqrt{\frac{2}{3}}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^0$

Vậy góc giữa hai mp(ACD) và (BCD) là $\alpha = 45^0$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

xét + Khẳng định góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là $\widehat{AEB} = \alpha$, khoảng cách từ B đến (ACD) là $BH = \frac{a}{\sqrt{3}}$

+ Vận dụng công thức thể tích của tứ diện ABCD: $V = \frac{1}{3}BH.S_{ACD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{27}$ và từ $BH = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow S_{ACD} = \frac{a^2\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow AE^2.DE^2 = \frac{5}{9}a^4$$

+ Vận dụng pitago trong tam giác vuông AED ta có $AE^2 + ED^2 = 2a^2$

+ Từ đó suy ra AE^2 , DE^2 là hai nghiệm của phương trình bậc hai

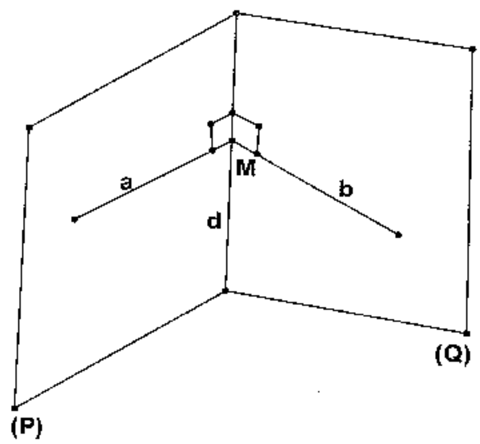
$$x^2 - 2a^2x + \frac{5}{9}a^4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} AE^2 = \dfrac{a^2}{3} \\ DE^2 = \dfrac{5a^2}{3} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} AE^2 = \dfrac{5a^2}{3} \\ DE^2 = \dfrac{a^2}{3} \end{cases}$$

Trường hợp $DE^2 = \frac{5a^2}{3}$ *loại* vì DE<a (DE = CD/2 < (BC + BD)/2 = a)

+ Vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông BEH suy ra

$$\sin\alpha = \frac{BH}{BE} = \frac{\dfrac{a}{\sqrt{3}}}{a\sqrt{\dfrac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^0$$

Lưu ý: Cách dựng góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)

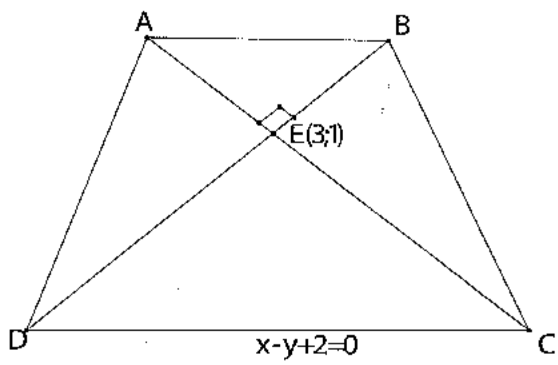


+ ***Bước 1***: Xác định giao tuyến d của hai mặt phẳng (P) và (Q)

+ ***Bước 2***: Từ một điểm M trên d lần lượt kẻ hai đường thẳng a, b nằm trong (P),(Q) và vuông góc với d

+ ***Bước 3***: Khẳng định góc $\widehat{((P),(Q))} = \widehat{(a,b)}$

Câu 8



+ Vì AC vuông góc BD nên $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{2}AC^2$

+ Theo giả thiết ta có : $\frac{1}{2}AC^2 = 18 \Leftrightarrow AC = 6$

+ Trong tam giác vuông cân ECD ta có: $EC = d(E, CD).\sqrt{2} = \frac{|3-1+2|}{\sqrt{2}}.\sqrt{2} = 4$

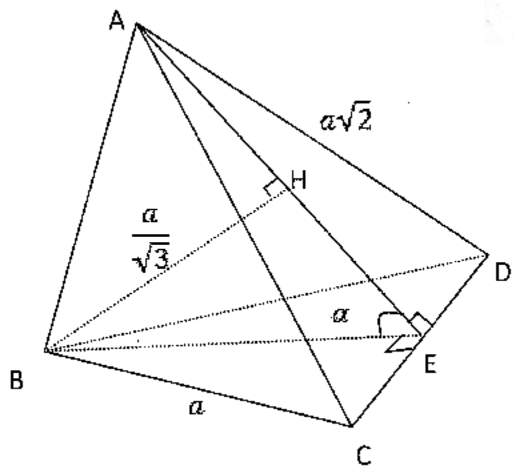
+ Vì C thuộc đường thẳng CD nên $C(t; t+2)$

$+ \ EC = 4 \Leftrightarrow EC^2 = 16 \Leftrightarrow (t-3)^2 + (t+1)^2 = 16$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \ \text{(t/m)} \\ t=3 \ \ \text{(Loai)} \end{array}\right.$

+ Với t = -1 $\Rightarrow C(-1;1) \Rightarrow D(3;5)$

+Tacó: $\overrightarrow{ED} = -2\overrightarrow{EB} \Rightarrow B(3;-1) \Rightarrow BC: x+2y-1=0$



Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Khẳng định $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{2}AC^2$ vì ABCD là thang cân và có hai đường chéo vuông góc

+ Từ giả thiết $S_{ABCD} = 18 \Rightarrow AC = 6$

+ Tam giác ECD vuông cân tại E nên ta có $EC = d(E,CD).\sqrt{2} = \frac{|3-1+2|}{\sqrt{2}}.\sqrt{2} = 4$

+ Gọi tọa độ điểm C theo tham số t. Sử dụng $EC = 4$ ta thiết lập phương trình và tìm được

$\left[\begin{array}{l} t=-1 \ \text{(t/m)} \\ t=3 \ \ \text{(Loại)} \end{array}\right.$

$\Rightarrow C(-1;1) \Rightarrow D(3;5)$. Từ $\overrightarrow{ED} = -2\overrightarrow{EB} \Rightarrow B(3;-1) \Rightarrow BC: x+2y-1=0$

Câu 9 + ĐK: $y \geq -1$

+ PT(2) $\Leftrightarrow x^2(xy+1)+(x-1)^2 = x(xy+1)$

$\Leftrightarrow x(xy+1)(x-1)+(x-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)\left[x^2y+2x-1\right] = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=-1 \ \ \text{(t/ m)} \\ x^2y+2x-1=0 \end{array}\right.$

+ Với $x^2y+2x-1=0 \Leftrightarrow y = \frac{1-2x}{x^2}$ (Do x = 0 không thỏa mãn). Thay vào phương trình ta được:

$$1+2x-2x^2\sqrt{1+\frac{1-2x}{x^2}} = 4x^3\left(\frac{1-2x}{x^2}\right)+7x^2$$

$$\Leftrightarrow 1+2x-2x^2\left|\frac{x-1}{x}\right| = 4x(1-2x)+7x^2 \quad \Leftrightarrow \left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 2\left|\frac{x-1}{x}\right| = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 2x^2\left|\frac{x-1}{x}\right| = 0 \quad \Leftrightarrow \left|\frac{x-1}{x}\right|\left(\left|\frac{x-1}{x}\right|-2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x-1}{x} = 0 \\ \left|\frac{x-1}{x}\right| = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=-1 \ \ \text{(t/m)} \\ x=-1 \Rightarrow y=3 \ \ \text{(t/m)} \\ x=\frac{1}{3} \Rightarrow y=3 \ \ \text{(t/m)} \end{array}\right.$$

uông

Câu 10 + Từ giả thiết $0 \le x, y, z \le 3$ suy ra

$4 + 2ln(1+x) - y > 0$; $4 + 2ln(1+y) - z > 0$ và $4 + 2ln(1+z) - x > 0$

+ Theo BĐT Côsi ta có:

$$P \ge \frac{9}{4 + 2\ln(1+x) - y + 4 + 2\ln(1+y) - z + 4 + 2\ln(1+z) - x}$$

$$= \frac{9}{12 + [2\ln(1+x) - x] + [2\ln(1+y) - y] + [2\ln(1+z) - z]}$$

(Vì $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \ge 9 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \ge \frac{9}{a+b+c}$)

+ Xét hàm số: $f(t) = 2\ln(1+t) - t$, $t \in [0;3]$,

$f'(t) = \frac{1-t}{1+t}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{1-t}{1+t} = 0 \Leftrightarrow t = 1$

+ Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	0		1		3	$+\infty$
$f'(t)$			+	0	-		
$f(t)$		0	$\nearrow$	$2\ln 2 - 1$	$\searrow$	$4\ln 2 - 3$	

+ Từ BBT ta được: $0 \le f(t) \le 2\ln 2 - 1$

Do đó: $P \ge \frac{9}{12 + f(x) + f(y) + f(z)} \ge \frac{3}{3 + 2\ln 2}$. Vậy: $\min P = \frac{3}{3 + 2\ln 2}$, khi $x = y = z = 1$.

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Vận dụng bất đẳng thức $\frac{A^2}{x} + \frac{B^2}{y} + \frac{C^2}{z} \ge \frac{(A+B+C)^2}{x+y+z}$ với mọi x, y, z dương để có được

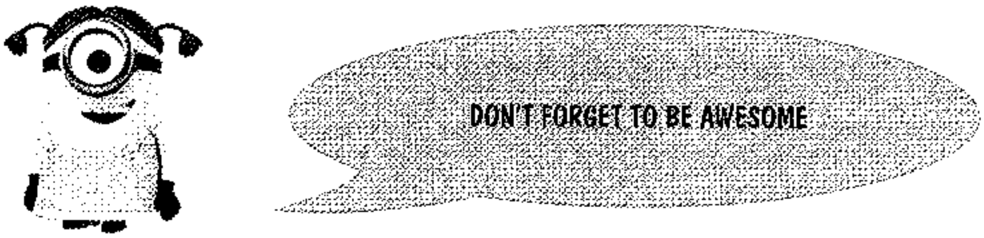
$$P \ge \frac{9}{4 + 2\ln(1+x) - y + 4 + 2\ln(1+y) - z + 4 + 2\ln(1+z) - x}$$

+ Quan sát biểu thức dưới mẫu các em thấy xuất hiện ba biểu thức $[2\ln(1+x) - x], [2\ln(1+y) - y]$, $[2\ln(1+z) - z]$ nên các em sử dụng phép xét hàm số $f(t) = 2\ln(1+t) - t$, $t \in [0;3]$,

+ Lập bảng biến thiên ta sẽ được $0 \le f(t) \le 2\ln 2 - 1$ từ đó suy ra

$$P \ge \frac{9}{12 + f(x) + f(y) + f(z)} \ge \frac{3}{3 + 2\ln 2}$$

+ Khẳng định $\min P = \frac{3}{3 + 2\ln 2}$, khi $x = y = z = 1$.



Ghi nhớ hành trình luyện thi Thành Công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé.

Ngày ....

Thi lần ....

Số điểm đạt được ..../ 10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm gì từ những câu sai

....

....

....

....

....

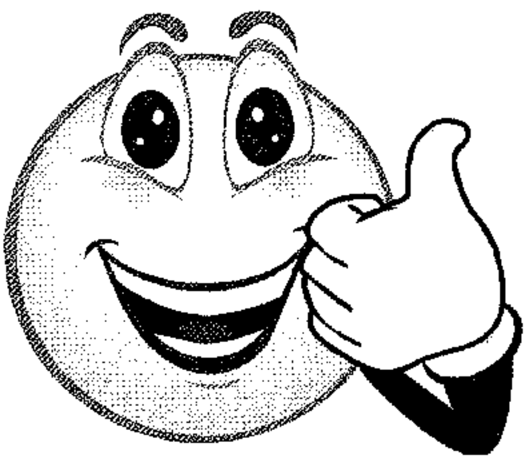
....

....

....

....

Bài học, và kiến thức rút ra từ đề thi này.



Thật không quá khó để được vui vẻ
Khi cuộc sống êm đềm như một bài hát
Nhưng một người trở nên đáng quý
Chỉ khi người đó biết mỉm cười
Lúc mọi việc hoàn toàn bất ổn

ĐỀ TỰ LUYỆN SỐ 7

Câu 1 **(1,5 điểm).** Cho hàm số: $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-\frac{1}{3}$ (1) có đồ thị (C_m), với m là tham số.

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

b) Tìm m để đường thẳng $d: y=mx-\frac{1}{3}$ cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt P, M, N sao cho P cố định và thỏa mãn $S_{OMN}=2S_{OPM}$.

Đáp số: $m=\frac{4}{3}$

Câu 2 **(0,5 điểm).** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^3 x-\cos 2x+\sin x+2$

Đáp số: $\min=\frac{23}{27};\ \max=5$

Câu 3 **(1,0 điểm).**

a) Cho các số phức z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $2z^2-4z+11=0$.

Tính $T=\frac{|z_1|^2+|z_2|^2}{(z_1+z_2)^{2016}}$

Đáp số: $T=\frac{11}{2^{2016}}$

b) Giải bất phương trình sau: $5^{1+x^2}-5^{1-x^2}>24$

Đáp số: $S=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

Câu 4 **(1,0 điểm).** Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt[10]{1-\cos^5 x}.\sin x.\cos^9 x dx$

Đáp số: $I=\frac{20}{231}$

Câu 5 **(1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$ và hai điểm $A(1;-3;0), B(5;-1;-2)$. Tìm toạ độ điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $|MA-MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

Đáp số: $M(-2;-3;6)$

Câu 6 **(1,0 điểm).**

a) Giải phương trình: $\sin^4 x+\cos^4 x=\frac{7}{8}\cot\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cot\left(\frac{\pi}{6}-x\right)$

Đáp số: $x=\pm\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}$

b) Khai triển và rút gọn biểu thức $1-x+2(1-x)^2+...+n(1-x)^n$ thu được đa thức $P(x)=a_0+a_1x+...+a_nx^n$. Tính hệ số a_8 biết rằng n là số nguyên dương thoả mãn $\frac{1}{C_n^2}+\frac{7}{C_n^3}=\frac{1}{n}$.

Đáp số: $8.C_8^8+9.C_9^8=89$.

Câu 7 **(1,0 điểm).** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi, hai đường ch
$AC = 2a\sqrt{3}$ $a\sqrt{2}$, BD = 2a và cắt nhau tại điểm O. Hai mặt phẳng (SAC), (SBD) cùng vuô
góc với mặt phẳng đáy. Biết khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ $\frac{a}{\sqrt{3}}$. Tính th
tích của khối chóp S.ABCD.

Đáp số: $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt)

Câu 8 **(1,0 điểm).** Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với A(1; -2), đường ca
$CH: x - y + 1 = 0$ phân giác trong $BN: 2x + y + 5 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh B,C và tính diệ
tích tam giác ABC

Đáp số: B(–4;3), $C(-\frac{13}{4}; -\frac{9}{4})$, $S_{ABC} = \frac{45}{4}$ (đvdt)

Câu 9 **(1,0 điểm).** Giải phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{8xy}{x+y} = 16 \\ x^3 + x\sqrt{x+y} - 3 = 0 \end{cases}$

Đáp số: (1;3)

Câu 10 **(1,0 điểm).** Cho x, y, z dương và x + y + 1 = z. Tìm GTLN của $P = \frac{x^3y^3}{(x+yz)(y+zx)(z+xy)^2}$

Đáp số: $P_{Max} = \frac{4}{729}$ khi x = y = 2, z = 5.

Hãy coi đề thử sức như một lần thi thật, các em hãy viết lời giải thật cẩn thận nhé. Có thể số trang giấy không đủ, em hãy làm và kẹp vào sách để dễ dàng ôn tập nhé. Hãy bấm thời gian và tự thưởng cho mình nếu đạt điểm cao nhé.

Chúc em thi tốt!

ĐỀ SỐ 8	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC
Đề thi gồm 1 trang ★★★★★	*Môn: Toán học* Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,5 điểm). Cho hàm số: $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ (C)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm m để đường thẳng $d:\ y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2\sqrt{2}$.

Câu 2 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $y=x+\dfrac{1}{x}$ trên nửa khoảng $(0;2]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm số phức z biết $\left|\dfrac{z-1}{z-2i}\right|=1$ và $\left|z+\dfrac{3}{2}-5i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) Giải phương trình: $1+\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x^2-4x}=2\log_{16}\left[4(x-3)^2\right]+\log_8(x+2)^3$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{4x+1+\cos 2x}{1+\sin 2x}dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, hãy xác định toạ độ tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, biết A(-1; 0; 1), B(1; 2; -1), C(-1; 2; 3)..

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{\sin 3x-\sin x}{\cos 3x-\cos x}$ biết $\cos x=\dfrac{2}{3}$ và $-\dfrac{\pi}{2}<x<0$.

b) Trong môn Vật Lí 12 thầy giáo có 40 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 15 câu hỏi trung bình, 20 câu hỏi dễ. Từ 40 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 10 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi, số câu hỏi khó không nhiều hơn số câu hỏi trung bình và số câu hỏi dễ ít nhất là 6.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có $AC=a, BC=2a, \widehat{ACB}=120^0$ và đường thẳng $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ góc 30^0. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B, CC'$ theo a.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong hệ trục tọa độ Oxy cho điểm M(1;1) và hai đường thẳng $d: x-y+2=0$ $d': 2x+y-1=0$. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua điểm M, có tâm I thuộc đường thẳng d' và cắt đường thẳng d theo một dây cung có độ dài bằng $2\sqrt{6}$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình $\begin{cases} x^3-(y^2+y)^3=y^3\left(\sqrt{y+1}-\sqrt{\dfrac{x}{y}}\right) \\ 2x^3-12y^3=xy^2(1+y) \end{cases}$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho 4 số thực dương a,b,c,d.

Tìm GTNN của biểu thức: $A=\dfrac{a^3+4(2b^3+4c^3+d^3)}{(a+2b+4c+d)^3}$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT VÀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 8

Câu 1 *1.a*

* TXĐ: $D = R\backslash\{-1\}$

* Sự biến thiên

+ Giới hạn và tiệm cận:

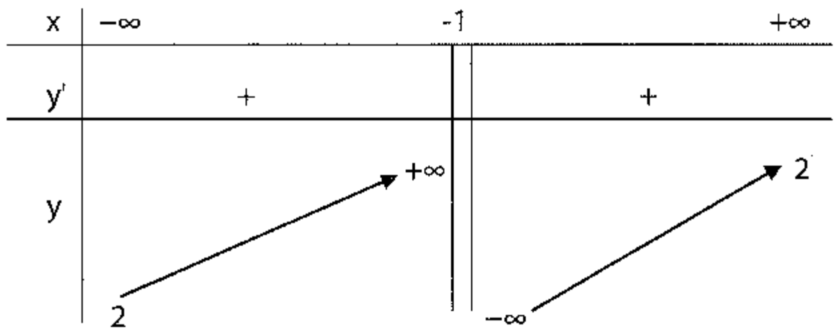
$\lim\limits_{x\to-\infty} y = 2$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 2 \Rightarrow$ Đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to-1^-} y = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đường thẳng $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

+ $y' = \dfrac{3}{(x+1)^2} > 0 \forall x \in R\setminus\{-1\}$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$

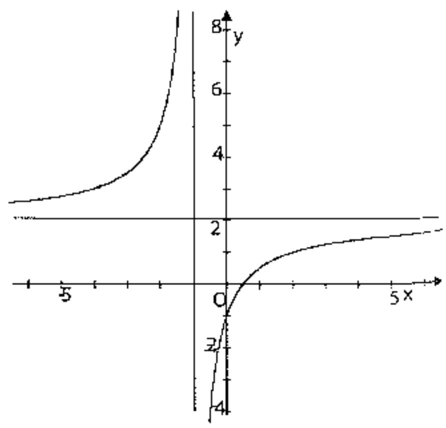
+ Bảng biến thiên



* Đồ thị

+ Giao với các trục tọa độ $(0;-1);\left(\dfrac{1}{2};0\right)$

1.b



+ Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (C):

$\dfrac{2x-1}{x+1} = x + m,\ \ x \neq -1$

$\Leftrightarrow 2x - 1 = (x+m)(x+1),\ \ x \neq -1$

$\Leftrightarrow g(x) = x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0\ \ (1)$

+ d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta > 0\\ g(-1)\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m-1)^2 - 4(m+1) > 0\\ 3 \neq 0\ \ \text{(luôn đúng)}\end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 6m - 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 3 - 2\sqrt{3}\\ m > 3 + 2\sqrt{3}\end{array}\right.$$

Khi đó hai giao điểm là $A(x_1;x_1+m)$; $B(x_2;x_2+m)$ với $x_1;x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1)

+ Theo giả thiết $AB=2\sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2=8 \Leftrightarrow (x_2-x_1)^2+(x_2-x_1)^2=8 \Leftrightarrow (x_2-x_1)^2=4$

$$\Leftrightarrow (x_2+x_1)^2-4x_1x_2=4 \Leftrightarrow (1-m)^2-4(m+1)=4 \Leftrightarrow m^2-6m-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \ \text{(T/m)} \\ m=7 \ \text{(T/m)} \end{array}\right.$$

Nhận xét:

Đây là bài toán tương giao của hàm phân thức.

Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ và đường thẳng $d: y=mx+n$. Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (C): $\dfrac{ax+b}{cx+d}=mx+n \Leftrightarrow \alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ (1)

+ Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B $\Leftrightarrow$ PT(1) có hai nghiệm phân biệt khác $x_0=-\dfrac{d}{c} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \neq 0 \\ \Delta>0 \\ g(x_0)\neq 0 \end{cases}$

+ Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B thuộc hai nhánh của đồ thị (C) $\Leftrightarrow$ PT(1) có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1<x_0<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha\neq 0 \\ \Delta>0 \\ (x_1-x_0)(x_2-x_0)<0 \end{cases}$.

+ Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B thuộc cùng một nhánh của đồ thị (C) $\Leftrightarrow$ PT(1) có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1<x_2<x_0$ hoặc $x_0<x_1<x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha\neq 0 \\ \Delta>0 \\ (x_1-x_0)(x_2-x_0)>0 \end{cases}.$$

Câu 2

+ Ta có $y'=1-\dfrac{1}{x^2}$

$$y'=0 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{x^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$$

+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		0		1		2	$+\infty$
y'		0			-	0	+		
y				$+\infty$	↘	2	↗	$\frac{5}{2}$	

+ Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{(0;2]} y=2$ khi $x=1$ và hàm số không có giá trị lớn nhất.

Nhận xét:

Đây là bài toán tìm min, max trên một nửa khoảng nên các em thực hiện qua các bước sau.

+ Tính đạo hàm và giải phương trình đạo hàm bằng 0 tìm nghiệm

+ Lập bảng biến thiên của hàm số trên nửa khoảng $(0;2]$

+ Từ bảng biến thiên các em suy ra được $\min\limits_{(0;2]} y = 2$ khi $x = 1$ và hàm số không có giá trị lớn nhất.

Câu 3 3.a

+ Đặt $z = a + bi,\ a,b \in R$

+ $\left|\dfrac{z-1}{z-2i}\right| = 1 \Leftrightarrow |z-1| = |z-2i|\ (z \neq 2i)$

$\Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = (b-2)^2 + a^2 \Leftrightarrow a = 2b - \dfrac{3}{2} \Rightarrow z = 2b - \dfrac{3}{2} + bi$

+ $\left|z + \dfrac{3}{2} - 5i\right| = \sqrt{5(b-1)^2 + 20} \geq 2\sqrt{5}$

+ Suy ra $\left|z + \dfrac{3}{2} - 5i\right|_{\min} = 2\sqrt{5}$ xảy ra khi $b = 1 \Rightarrow a = \dfrac{1}{2} \Rightarrow z = \dfrac{1}{2} + i$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Đặt $z = a + bi,\ a,b \in R$

+ Từ giả thiết $\left|\dfrac{z-1}{z-2i}\right| = 1$ thiết lập mối liên hệ giữa phần thực và phần ảo a, b của số phức z: $a = 2b - \dfrac{3}{2}$

+ Xác định môđun của số phức $\left|z + \dfrac{3}{2} - 5i\right|$ và đánh giá GTNN:

$\left|z + \dfrac{3}{2} - 5i\right| = \sqrt{5(b-1)^2 + 20} \geq 2\sqrt{5}$

+ Xét dấu bằng xảy ra và chỉ ra số phức tương ứng: $z = \dfrac{1}{2} + i$

■ 3.b

+ ĐK: $\begin{cases} x^2 - 4x > 0 \\ x - 3 \neq 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < x < 0 \\ x > 4 \end{array}\right.$

+ PT $\Leftrightarrow 1 + \log_2(x^2 - 4x) = \log_2\left[2|x-3|\right] + \log_2(x+2)$

$\Leftrightarrow 2(x^2 - 4x) = 2(x+2)|x-3|$

$\Leftrightarrow (x^2 - 4x) = (x+2)|x-3|\quad (1)$

+ Xét x > 4. PT(1) $\Leftrightarrow x^2 - 4x = (x+2)(x-3) \Leftrightarrow x = 2$ (Loại)

+ Xét -2 < x <0. PT(1) $\Leftrightarrow x^2 - 4x = (x+2)(3-x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \dfrac{5+\sqrt{73}}{4} & \text{(Loại)} \\ x = \dfrac{5-\sqrt{73}}{4} & \text{(Thỏa mãn)} \end{array}\right.$

Nhận xét:

Đây là bài toán phương trình lôgarit đơn giản. Các em nhận thấy ngay là bài toán này sẽ đưa về cùng cơ số là 2. Khi đó phương trình được chuyển về một phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối $2(x^2-4x)=2(x+2)|x-3|$ (1)

Để giải phương trình (1) các em cần phá dấu giá trị tuyệt đối. Như vậy ta chia miền xác định của phương trình thành hai miền x > 4 và -2 < x <0 mà trên mỗi miền này biểu thức (x - 3) mang một loại dấu nên ta dễ dàng giải được phương trình (1).

Câu 4

+ $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{4x+1+\cos 2x}{1+\sin 2x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{4x+1}{1+\sin 2x}dx+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos 2x}{1+\sin 2x}dx=J+K$

* Tính $K=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos 2x}{1+\sin 2x}dx$

+ Đặt $1+\sin 2x=t\Rightarrow 2\cos 2x dx=dt$

Đổi cận : $x=0\Rightarrow t=1, x=\frac{\pi}{4}\Rightarrow t=2$

+ Khi đó $K=\frac{1}{2}\int_1^2\frac{dt}{t}=\frac{1}{2}\ln|t|\Big|_1^2=\frac{1}{2}\ln 2$

* Tính $J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{4x+1}{1+\sin 2x}dx=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{4x+1}{\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}dx$

+ Đặt $\begin{cases}u=4x+1\\ dv=\dfrac{dx}{\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=4dx\\ v=-\cot\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\end{cases}$

+ Khi đó $J=-\frac{1}{2}(4x+1)\cot\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cot\left(x+\frac{\pi}{4}\right)dx=\frac{1}{2}+2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{d\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$

$=\frac{1}{2}+2\ln\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right|\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{2}-2\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$

Suy ra $I=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\ln 2$

Nhận xét:

Với bài toán này các em nhận thấy rằng $(\sin 2x)'=2\cos 2x$ nên các em nghĩ ngay tới việc tách tích phân ban đầu thành hai tích phân J và K.

+ Việc tính tích phân K thì rõ ràng các em sử dụng phương pháp đổi biến số có được từ nhận xét ban đầu

+ Việc tính $J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{4x+1}{1+\sin 2x}dx=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{4x+1}{\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}dx$ thì ta sử dụng công thức tích phân từng phần với phép đặt

$$\begin{cases} u=4x+1 \\ dv=\dfrac{dx}{\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)} \end{cases}$$

Câu 5

+ Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;-2),\ \overrightarrow{AC}=(0;2;2)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng trung trực của AB, AC là: $x+y-z-1=0,\ y+z-3=0$.

+ Vectơ pháp tuyến của mp(ABC) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(8;-4;4)$.

Suy ra (ABC): $2x-y+z+1=0$

+ Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì tọa độ I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x+y-z-1=0 \\ y+z-3=0 \\ 2x-y+z+1=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x=0 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}$$

+ Suy ra tâm đường tròn là $I(0;2;1)$. Bán kính là $R=IA=\sqrt{(-1-0)^2+(0-2)^2+(1-1)^2}=\sqrt{5}$.

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Viết phương trình mặt phẳng trung trực của hai cạnh AB, AC

+ Viết phương trình mặt phẳng (ABC)

+ Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì I là điểm chung của hai mặt phẳng trung trực và mặt phẳng (ABC).

+ Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y-z-1=0 \\ y+z-3=0 \\ 2x-y+z+1=0 \end{cases}$ tìm tọa độ I từ đó chỉ ra bán kính R

Câu 6 *6.a*

+ Ta có $P=\frac{2\cos 2x\sin x}{-2\sin 2x\sin x}=-\frac{\cos 2x}{\sin 2x}$

+ $\sin x=-\sqrt{1-\cos^2 x}=-\sqrt{1-\frac{4}{9}}=-\frac{\sqrt{5}}{3}$ (do $-\frac{\pi}{2}<x<0$ nên sin x < 0)

+ Khi đó $P=\frac{1-2\cos^2 x}{2\sin x\cos x}=\frac{1-\frac{8}{9}}{2.\frac{2}{3}.\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)}=-\frac{\sqrt{5}}{20}$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần nắm vững công thức lượng giác sau:

+ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

+ $\sin 2x = 2\sin x\cos x$; $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

+ $\cos x - \cos y = -2\sin\left(\dfrac{x+y}{2}\right)\sin\left(\dfrac{x-y}{2}\right)$; $\sin x - \sin y = 2\cos\left(\dfrac{x+y}{2}\right)\sin\left(\dfrac{x-y}{2}\right)$

■ *6.b*

+ Gọi A là tập hợp các cách chọn để có 6 câu hỏi dễ, 1 câu hỏi khó, 3 câu hỏi trung bình.

+ Gọi B là tập hợp các cách chọn để có 6 câu hỏi dễ, 2 câu hỏi khó, 2 câu hỏi trung bình.

+ Gọi C là tập hợp các cách chọn để có 7 câu hỏi dễ, 1 câu hỏi khó, 2 câu hỏi trung bình.

+ Gọi D là tập hợp các cách chọn để có 8 câu hỏi dễ, 1 câu hỏi khó, 1 câu hỏi trung bình.

$|A| = C_{20}^6.C_{15}^3.C_5^1 = 88179000$

$|B| = C_{20}^6.C_{15}^2.C_5^2 = 40698000$

$|C| = C_{20}^7.C_{15}^2.C_5^1 = 40698000$

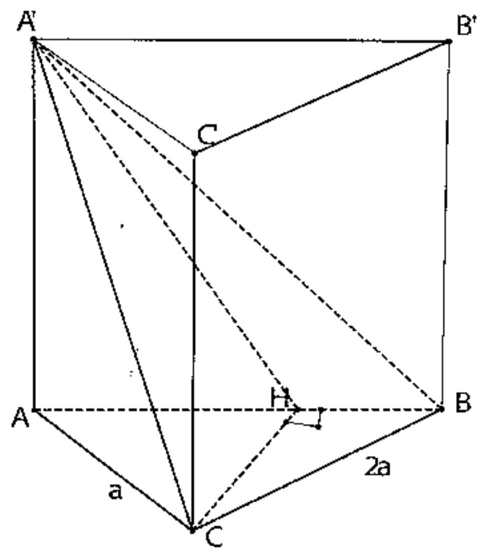
$|D| = C_{20}^8.C_{15}^1.C_5^1 = 9447750$

Vậy có tất cả 179022750 đề.

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần chia ra thành các tập A, B, C, D hay các trường hợp tương ứng rồi tính toán.

Câu 7



+ Trong (ABC) kẻ HC ⊥ AB (H ∈ AB) ⇒ A'H là hình chiếu của A'C lên (AA'B)

$\Rightarrow (\widehat{A'C,(ABA')}) = (\widehat{A'C,A'H}) = \widehat{CA'H} = 30^0$

+ Trong tam giác vuông ABC:

Tính được $AB = a\sqrt{7}$, $CH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$

+ Trong tam giác vuông A'CH:

Tính được $A'C = \dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$

+ Trong tam giác vuông A'AC:

Tính được $A'A = \dfrac{a\sqrt{35}}{7}$

$\Rightarrow V_{LT} = AA'.S_{ABC} = \dfrac{a\sqrt{35}}{7}.\dfrac{1}{2}.a.2a.\sin 120^0 = \dfrac{a^3\sqrt{105}}{14}$ (dvtt)

+ Do BB'//CC' $\Rightarrow d(A'B,CC') = d(CC',(ABB'A')) = d(C',(ABB'A'))$

+ $V_{C'ABC} = \dfrac{1}{3}V_{LT} = \dfrac{a^3\sqrt{105}}{42}$ (dvtt)

$\Rightarrow V_{C'ABB'A'} = \dfrac{a^3\sqrt{105}}{14} - \dfrac{a^3\sqrt{105}}{42} = \dfrac{a^3\sqrt{105}}{21}$ (dvtt)

+ Mặt khác $V_{C'ABB'A'} = \frac{1}{3}d(C',(ABB'A')).S_{ABB'A'}$

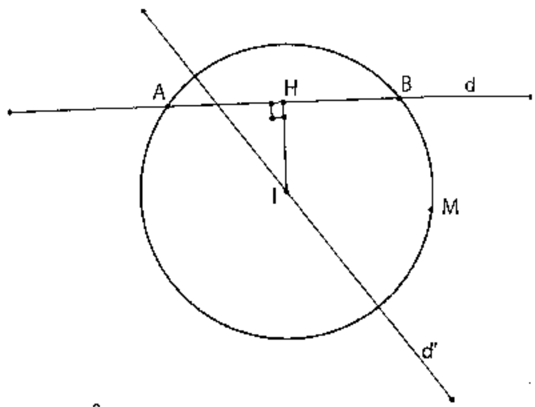
$$\Rightarrow d(C',(ABB'A')) = \frac{3V_{C'ABB'A'}}{S_{ABB'A'}} = \frac{\frac{a^3\sqrt{105}}{7}}{\frac{a\sqrt{35}}{7}.a\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

Suy ra $d(A'B,CC') = \frac{a\sqrt{21}}{7}$ (đvđd)

Nhận xét:

Đây là bài toán thể tích khối lăng trụ. Các em cần nhớ công thức thể tích của lăng trụ tránh nhầm lẫn với công thức thể tích của khối chóp. $V_{LT} = B.h$ với B là diện tích đáy của lăng trụ và h là độ dài chiều cao của lăng trụ.

Câu 8



+ Gọi điểm $I(a;1-2a) \in d'$

+ Gọi H là hình chiếu của I lên d, gọi A, B là giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C) cần tìm

$\Rightarrow BH = AH = \sqrt{6};\ d(I;d) = IH = \frac{|3a+1|}{\sqrt{2}}$

+ $IM^2 = IA^2 = (a-1)^2 + (2a)^2 = 5a^2 - 2a + 1 = R^2$;

do $IA^2 = IH^2 + AH^2 \Leftrightarrow a^2 - 10a - 11 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \Rightarrow I(-1;3);\quad R^2 = 8 \quad \Rightarrow (C):(x+1)^2+(y-3)^2 = 8 \\ a = 11 \Rightarrow I(11;-21); R^2 = 584 \Rightarrow (C):(x-11)^2+(y+21)^2 = 584 \end{array}\right.$$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Sử dụng tâm I thuộc đường thẳng d' nên gọi tọa độ I theo tham số a: $I(a;1-2a) \in d'$

+ Từ $AB = 2\sqrt{6}$ và tam giác IAH vuông tại H các em sử dụng định lí Pitago thiết lập phương trình 1 ẩn a: $a^2 - 10a - 11 = 0$

+ Giải phương trình tìm nghiệm a, từ đó suy ra phương trình các đường tròn tương ứng.

$(C):(x+1)^2+(y-3)^2 = 8$ và $(C):(x-11)^2+(y+21)^2 = 584$

Câu 9

+ ĐK: $0 \neq y \geq -1;\ \frac{x}{y} \geq 0$

$$+ \text{ HPT} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x}{y}\right)^3 - (y+1)^3 = \sqrt{y+1} - \sqrt{\frac{x}{y}} \\ 2\left(\frac{x}{y}\right)^3 - 12 = \frac{x}{y}(y+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x}{y}\right)^3 + \sqrt{\frac{x}{y}} = (y+1)^3 + \sqrt{y+1} \quad (1) \\ 2\left(\frac{x}{y}\right)^3 - 12 = \frac{x}{y}(y+1) \quad (2) \end{cases}$$

+ Xét hàm số $f(t)=t^3+\sqrt{t} \Rightarrow f'(t)=3t^2+\frac{1}{2\sqrt{t}}>0 \quad \forall t>0$ Nên $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Vậy (1) $\Leftrightarrow f\left(\sqrt{\frac{x}{y}}\right)=f\left(\sqrt{y+1}\right) \Leftrightarrow \sqrt{\frac{x}{y}}=\sqrt{y+1}$. Thay vào (2) ta được: $2\left(\frac{x}{y}\right)^3-\left(\frac{x}{y}\right)^2-12=0$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{x}{y}-2\right)\left[2\left(\frac{x}{y}\right)^2+3\frac{x}{y}+6\right]=0 \Leftrightarrow \frac{x}{y}=2 \Rightarrow y+1=2$$

Vậy $\begin{cases}\frac{x}{y}=2\\ y+1=2\end{cases} \Leftrightarrow x=2; y=1(tm) \Rightarrow$ Kết luận: Nghiệm của phương trình $(x,y)=(2,1)$

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Từ phương trình thứ nhất của phương trình chia hai vế cho y^3 các em sẽ thấy xuất hiện ngay hàm đặc trưng $f(t)=t^3+\sqrt{t},\ t>0$. Đây là hàm đồng biến vì $f'(t)=3t^2+\frac{1}{2\sqrt{t}}>0 \quad \forall t>0$

+ Từ đó $\Rightarrow \sqrt{\frac{x}{y}}=\sqrt{y+1} \Leftrightarrow \frac{x}{y}=y+1$

+ Thế vào phương trình (2) các em thu được phương trình bậc 3: $2\left(\frac{x}{y}\right)^3-\left(\frac{x}{y}\right)^2-12=0$

+ Giải phương trình tìm $\begin{cases}\frac{x}{y}=2\\ y+1=2\end{cases} \Leftrightarrow x=2; y=1(tm) \Rightarrow KL...$

Lưu ý: Với bài toán này các em có thể thực hiện phép đặt ẩn phụ $\sqrt{\frac{x}{y}}=a\ge 0, \sqrt{y+1}=b\ge 0$ để hệ phương trình gọn gàng hơn.

$$\begin{cases}a^3+a=b^3+b & (3)\\ 2a^3-12=a^2b^2 & (4)\end{cases}$$

Câu 10

+ Ta có $\forall x>0; y>0$: $x^3+y^3 \ge \frac{(x+y)^3}{4}$ (1) (do (1) $\Leftrightarrow (x-y)^2(x+y)\ge 0$). Dấu bằng xảy ra khi $x=y$.

+ Áp dụng bất đẳng thức (1) ta có:

$$a^3+8b^3 \ge \frac{(a+2b)^3}{4} \Rightarrow a^3+8b^3+16c^3 \ge \frac{(a+2b)^3}{4}+16c^3=\frac{(a+2b)^3+(4c)^3}{4} \ge \frac{(a+2b+4c)^3}{16}$$

$$\Rightarrow a^3+8b^3+16c^3+4d^3 \ge \frac{(a+2b+4c)^3}{16}+4d^3$$

$$\Rightarrow 16A \ge \frac{(a+2b+4c)^3+64d^3}{(a+2b+4c+d)^3}$$

+ Đặt $a+2b+4c+d=x>0 \Rightarrow 16A \ge \frac{(x-d)^3+64d^3}{x}=(1-\frac{d}{x})^3+64(\frac{d}{x})^3$

+ Đặt $t=\frac{d}{x};\ t\in(0;1)\Rightarrow 16A\ge(1-t)^3+64t^3=f(t)\Rightarrow f'(t)=3(-(1-t)^2+64t^2)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{9}$

t	0		1/9		1
f'(t)		-	0	+	
f(t)		↘	64/81	↗	

$16A\ge f(t)\ge\frac{64}{81}\ \forall t\in(0;1)\Rightarrow A\ge\frac{4}{81}$

Dấu bằng xảy ra khi : $\begin{cases}a=2b\\ a+2b=4c\\ \frac{d}{x}=\frac{1}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b\\ b=c\\ \frac{d}{a+2b+4c+d}=\frac{1}{9}\end{cases}\Leftrightarrow a=2b=2c=2d>0$

Vậy $A_{\min}=\frac{4}{81}$ khi a=2b=2c=2d >0

Nhận xét:

Với bài toán này các em cần thực hiện các bước sau:

+ Sử dụng bất đẳng thức : $x^3+y^3\ge\frac{(x+y)^3}{4},\forall x>0;y>0\ (1)$ để đánh giá biểu thức trên tử của A về biểu thức mẫu

$$a^3+8b^3\ge\frac{(a+2b)^3}{4}\Rightarrow a^3+8b^3+16c^3\ge\frac{(a+2b)^3}{4}+16c^3=\frac{(a+2b)^3+(4c)^3}{4}\ge\frac{(a+2b+4c)^3}{16}$$

$$\Rightarrow a^3+8b^3+16c^3+4d^3\ge\frac{(a+2b+4c)^3}{16}+4d^3$$

$$\Rightarrow 16A\ge\frac{(a+2b+4c)^3+64d^3}{(a+2b+4c+d)^3}$$

+ Để cho bài toán gọn gàng các em nên đặt ẩn phụ bằng cách đặt $a+2b+4c+d=x>0$

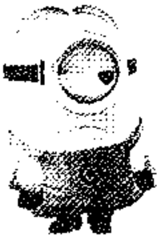
Từ đó biến đổi $16A\ge\frac{(x-d)^3+64d^3}{x}=\left(1-\frac{d}{x}\right)^3+64\left(\frac{d}{x}\right)^3$

+ Để cho bài toán gọn gàng hơn các em tiếp tục đặt ẩn phụ bằng cách đặt $t=\frac{d}{x};\ t\in(0;1)$

Khi đó $\Rightarrow 16A\ge(1-t)^3+64t^3=f(t)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(t)$ trên khoảng $(0;1)$.

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow 16A\ge f(t)\ge\frac{64}{81}\ \forall t\in(0;1)\Rightarrow A\ge\frac{4}{81}$

+ Vậy $A_{\min}=\frac{4}{81}$ khi a=2b=2c=2d >0.



A GOAL WITHOUT A PLAN IS JUST A WISH

Ghi nhớ hành trình luyện thi Thành Công

Hành trình luyện thi Thành Công sẽ giúp các em dễ dàng ôn tập, phát hiện lỗ hổng kiến thức, ghi nhớ những từ khóa quan trọng. Giúp em ôn tập nhanh nhất trong thời gian nước rút.

Các em hãy lưu lại để dễ dàng ôn tập nhé.

Ngày ....

Thi lần ....

Số điểm đạt được ..../ 10

STT	Những câu sai	Thuộc chủ đề nào

Rút kinh nghiệm gì từ những câu sai

....

....

....

....

....

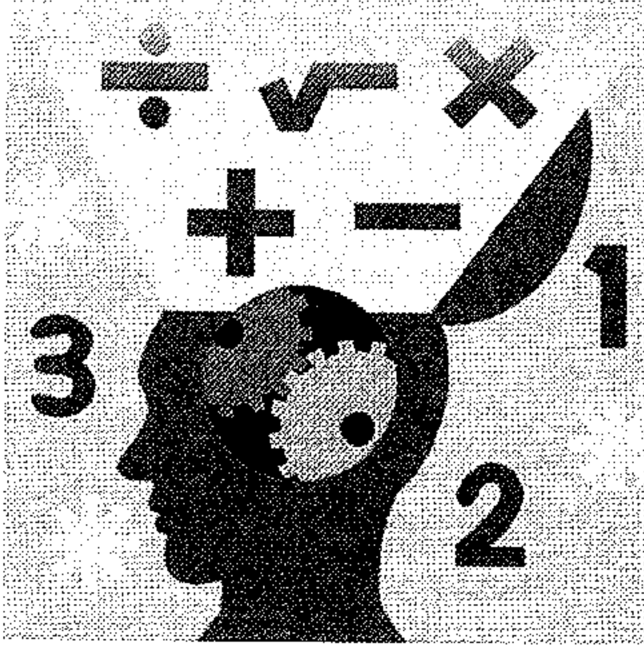
....

....

....

....

Bài học, và kiến thức rút ra từ đề thi này.



Vẻ đẹp thể hình giống như một chai Coca, nó bị hư theo thời gian. Trí tuệ lại giống như một chai rượu, càng giữ lâu nó càng trở nên đậm đà hơn.

– Khuyết Danh

ĐỀ THỬ SỨC 8

Câu 1 **(1,5 điểm).** Cho hàm số: $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ (C)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm m để đường thẳng Δ đi qua điểm I(1;2) và có hệ số góc m cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác MAB vuông tại $M(0;5)$.

Đáp số: $m=\dfrac{7}{12}$

Câu 2 **(0,5 điểm).** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $y=x+\dfrac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$.

Đáp số: $\min\limits_{(1;+\infty)} y=3$ khi $x=2$ và hàm số không có giá trị lớn nhất.

Câu 3 **(1,0 điểm).**

a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1-z)(i+\overline{z})$ là số ảo. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-i|$.

Đáp số: $\min P=0$ khi $z=i$, $\max P=\sqrt{2}$ khi $z=1$

b) Giải phương trình: $\left(7+4\sqrt{3}\right)^x-3\left(2-\sqrt{3}\right)^x+2=0$

Đáp số: $x=0$

Câu 4 **(1,0 điểm).** Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1+\sin x).e^x}{1+\cos x}dx$

Đáp số: $I=e^{\frac{\pi}{2}}$

Câu 5 **(1,0 điểm).** Trong không gian tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(1;0;0)$ $B(2;-1;2)$ $C(-1,1;-3)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ, đi qua điểm A và cắt mặt phẳng (ABC) theo một đường tròn sao cho bán kính đường tròn nhỏ nhất.

Đáp số: $(x-2)^2+(y+2)^2+z^2=5$.

Câu 6 **(1,0 điểm).**

a) Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{\sin 3x+\sin 2x+\sin x}{\cos 3x+\cos 2x+\cos x}$ biết $\tan x=\dfrac{1}{2}$.

Đáp số: $P=\dfrac{4}{5}$

b) Trong một chi đoàn có 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ ưu tú (trong đó chỉ có 1 học sinh nam tên Cường và 1 học sinh nữ tên Hoa). Cần lập một ban cán sự lớp từ 11 học sinh đó, gồm 6 người với yêu cầu có ít nhất 2 nữ ngoài ra không có mặt đồng thời cả Hoa và Cường. Hỏi có bao nhiêu cách.

Đáp số: 260 cách

Câu 7 **(1,0 điểm).** Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC = x, \widehat{ACB} = 60^0$, đường chéo BC' của mặt bên BB'C'C tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ góc 30^0. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo x.

Đáp số: $V = x^3\sqrt{6}$

Câu 8 **(1,0 điểm).** Trong hệ trục tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x + 4y - 7 = 0$ và chia đường tròn (C) thành hai cung mà tỉ số độ dài bằng 2.

Đáp số: $\Delta: 3x + 4y + \frac{15}{2} = 0$, $\Delta: 3x + 4y + \frac{5}{2} = 0$

Câu 9 **(1,0 điểm).** Giải phương trình $\begin{cases} (x+y-3)\sqrt{2x-3} = \frac{3\sqrt{2y-3}}{2} \\ (x-y)\sqrt{2y-3} = \frac{\sqrt{2x-3}}{4} \end{cases}$

Đáp số: $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{6+\sqrt{2}}{4} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{12+\sqrt{27}}{8} \\ y = \frac{12+\sqrt{3}}{8} \end{cases}$

Câu 10 **(1,0 điểm).** Cho 3 số thực x, y, z khác 0 thỏa mãn: $x + y + z = 5$ và $x.y.z = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

Đáp số: $1 + 4\sqrt{2}$ khi $x = y = 1 + \sqrt{2}, z = 3 - 2\sqrt{2}$ *hay* $x = z = 1 + \sqrt{2}, y = 3 - 2\sqrt{2}$

hoặc $x = y = 3 - 2\sqrt{2}, z = 1 + \sqrt{2}$ *hay* $x = z = 3 - 2\sqrt{2}, y = 1 + \sqrt{2}$

Hãy coi đề thử sức như một lần thi thật, các em hãy viết lời giải thật cẩn thận nhé. Có thể số trang giấy không đủ, em hãy làm và kẹp vào sách để dễ dàng ôn tập nhé. Hãy bấm thời gian và tự thưởng cho mình nếu đạt điểm cao nhé.

Chúc em thi tốt!

ĐỀ SỐ 9 Đề thi gồm 1 trang ★★★★★	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC *Môn: Toán học* Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,5 điểm). Cho hàm số: $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 1 \quad (C_m)$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0.

b) Tìm m để (C_m) có ba cực trị A, B, C (với A thuộc trục tung) sao cho tứ giác ABMC có diện tích bằng $5\sqrt{2}$ với $M(0;-4)$.

Câu 2 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 5\cos x - \cos 5x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$.

Câu 3 (1,0 điểm). a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy tìm tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|\frac{z}{z-i}\right| = 3$.

b) Giải bất phương trình: $\frac{6}{\log_2 2x} + \frac{4}{\log_2 x^2} > 3$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(x + \sin^2 2x\right)\cos 2x.dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$ và $\Delta_2 : \frac{x-3}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{-5}$. Tìm tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 và viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng Δ_2 là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ_1 lên mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình lượng giác: $\tan^4 x + 1 = \frac{(2 - \sin^2 2x)\sin 3x}{\cos^4 x}$.

b) Tìm hệ số của x^{26} trong khai triển nhị thức Niutơn $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^n$, $x \neq 0$ biết n là số tự nhiên thỏa mãn điều kiện: $C^1_{2n+1} + C^2_{2n+1} + \ldots + C^n_{2n+1} = 2^{20} - 1$.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông. Đường thẳng SD tạo với (ABCD) một góc 60^0. Gọi M là trung điểm của AB. Biết $MD = \frac{3\sqrt{5}a}{2}$, mặt phẳng (SDM) và mặt phẳng (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích của hình chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng CD và SM.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;2); B(3;4)$ và đường thẳng $d : y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm A, B và cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt M, N sao cho $\widehat{MAN} = 60^0$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $\sqrt{3x^2 - 12x + 5} \leq \sqrt{x^3 - 1} + \sqrt{x^2 - 2x}$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $y + z = x\left(y^2 + z^2\right)$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+y)^2} + \frac{1}{(1+z)^2} + \frac{4}{(1+x)(1+y)(1+z)}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT VÀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 9

Câu *1.a*

* TXĐ: D = R

* Sự biến thiên

+ Giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty$

+ Chiều biến thiên

$$y' = 4x^3 - 4x,\ y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

+ Cực trị:

Hàm số đạt cực đại tại x = 0 và giá trị cực đại bằng 1

Hàm số đạt cực tiểu tại x = -1, x = 1 và giá trị cực tiểu bằng 0

+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

* Đồ thị