

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ là:

A. $y = 9x + 18; y = 9x - 14$.

B. $y = 9x + 18; y = 9x + 5$.

C. $y = -\frac{1}{9}x + 18; y = -\frac{1}{9}x + 5$

D. $y = \frac{1}{9}x + 18; y = \frac{1}{9}x - 14$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			-1		-2		-1		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 3: Giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; \sqrt{3}]$ là:

A. $M = 9$.

B. $M = 8\sqrt{3}$.

C. $M = 1$.

D. $M = 6$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3		-2		$+\infty$

A phase plane diagram showing a trajectory in the xy -plane. The horizontal axis is x and the vertical axis is y . The x -axis has critical points at $-\infty$, 2 , 4 , and $+\infty$. The y -axis has critical points at $-\infty$, -2 , and $+\infty$. The trajectory starts at $(-\infty, -\infty)$, goes up and right to $(2, 3)$, then down and right to $(4, -2)$, and finally up and right to $(+\infty, +\infty)$. Arrows indicate the direction of the trajectory.

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Câu 5: Giá trị của m để phương trình $x^3 - 12x + m - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là:

A. $-16 < m < 16$.

B. $-18 < m < 14$.

C. $-14 < m < 18$.

D. $-4 < m < 4$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}(C)$. Giá trị của m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB = \sqrt{5}$ là:

A. $m = 10; m = -2$

B. $m = 10$

C. $m = -2$

D. $m \in (-2; 10)$

Câu 7: Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1 là:

A. $\begin{cases} m=1 \\ m=\pm \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m=1 \\ m=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ C. $m=\pm \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ D. $m=1$

Câu 8: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+25}-5}{x^2+x}$ là:

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 9: Cho hàm số $y = \sqrt{2x-x^2} + 2019$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng :

A. $\sqrt{3} + 2019$ B. 2020 C. 2019 D. 2021

Câu 10: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên các khoảng xác định của chúng?

A. $y = x^4 + 2x^2 - 2018$. B. $y = \frac{x+2019}{x-2018}$.
C. $y = \frac{x-2}{x+2018}$. D. $y = x^3 - 3x + 2019$

Câu 11: Tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ là :

A. $m < 0$. B. $m = 0; m = 4$ C. $0 < m < 4$ D. $m > 4$.

Câu 12: Đồ thị hàm số nào sau đây nhận đường thẳng $y = 2$ là một đường tiệm cận?

A. $y = \frac{3x}{x-2}$. B. $y = \frac{2x-1}{2-x}$. C. $y = \frac{-2x+1}{2-x}$. D. $y = x-2$.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x + 1$ (m là tham số). Giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ là:

A. $m = 2$. B. $m = 1$ C. $m = 0$ D. $m = 3$

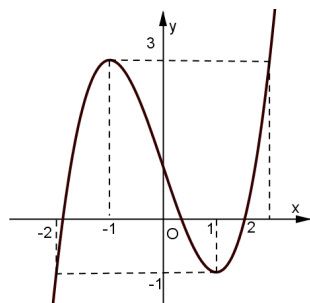
Câu 14: Giá trị lớn nhất của m để hàm số $f(x) = \frac{x-m^2}{x+8}$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0; 3]$ bằng -2 ?

A. $m = 1$ B. $m = -4$ C. $m = 5$ D. $m = 4$

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{4mx+3m}{x-2}$. Giá trị của m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 2018 là:

A. $m = 1009$. B. $m = \pm \frac{1009}{2}$. C. $m = \pm \frac{1009}{4}$. D. $m = \pm 1009$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng:

A. $(-2; -1)$ B. $(-1; 0)$ C. $(0; 2)$ D. $(-2; 0)$

Câu 17: Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

Câu 18: Hàm số $y = f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

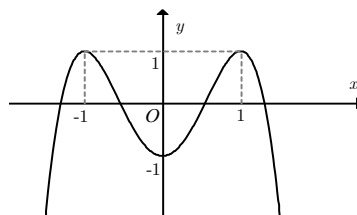
Câu 19: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số có ba điểm cực trị. B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị. D. Hàm số chỉ có đúng 2 điểm cực trị.

Câu 20: Gọi d là hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ trên đoạn $[1; 4]$. Tính giá trị của d ?

- A. $d = 2$. B. $d = 4$. C. $d = 5$. D. $d = 3$.

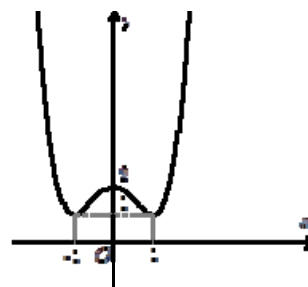
Câu 21: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$ C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Khi đó, số nghiệm thực của phương trình $2018f(x) - 2019 = 0$ là:

- A. 2 B. 0 C. 4 D. 3



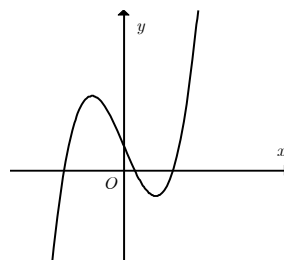
Câu 23: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S(t) = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$, trong đó t tính bằng giây (s) và $S(t)$ tính bằng mét (m). Thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất là:

- A. $t = 5(s)$. B. $t = 6(s)$. C. $t = 3(s)$. D. $t = 1(s)$.

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x+n}$. Nếu đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$ và có tiệm cận ngang đi qua điểm $A(2; 5)$ thì tổng của m và n là:

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 25: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



- A. $y = -x^2 + x - 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^4 - x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 1$

----- HẾT -----

Câu 1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ là

A. $y = 9x + 18$; $y = 9x - 14$.

B. $y = 9x + 18$; $y = 9x + 5$.

C. $y = -\frac{1}{9}x + 18$; $y = -\frac{1}{9}x + 5$.

D. $y = \frac{1}{9}x + 18$; $y = \frac{1}{9}x - 14$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			-1		-1				
		$-\infty$		-2		$-\infty$			

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 3. Giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; \sqrt{3}]$ là:

A. $M = 9$.

B. $M = 8\sqrt{3}$.

C. $M = 1$.

D. $M = 6$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Câu 5. Giá trị của m để phương trình $x^3 - 12x + m - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là:

A. $-16 < m < 16$.

B. $-18 < m < 14$.

C. $-14 < m < 18$.

D. $-4 < m < 4$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}(C)$. Giá trị của m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB = \sqrt{5}$ là:

A. $m = 10$; $m = -2$.

B. $m = 10$.

C. $m = 2$.

D. $m \in (-2; 10)$.

Câu 7. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1 là:

$$\text{A. } \begin{cases} m = 1 \\ m = \pm \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\text{C. } m = \pm \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{B. } \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\text{D. } m = 1.$$

Câu 8. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 25} - 5}{x^2 + x}$ là:

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 9. Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2} + 2019$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng bao nhiêu?

- A. $\sqrt{3} + 2019$. B. 2020. C. 2019. D. 2021.

Câu 10. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên các khoảng xác định của chúng?

- A. $y = x^4 + 2x^2 - 2018$. B. $y = \frac{x + 2019}{x - 2018}$.
- C. $y = \frac{x - 2}{x + 2018}$. D. $y = x^3 - 3x + 2019$.

Câu 11. Tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ là

- A. $m < 0$. B. $m = 0; m = 4$. C. $0 < m < 4$. D. $m > 4$.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào sau đây nhận đường thẳng $y = 2$ là một đường tiệm cận?

- A. $y = \frac{3x}{x - 2}$. B. $y = \frac{2x - 1}{2 - x}$. C. $y = \frac{-2x + 1}{2 - x}$. D. $y = x - 2$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m + 1)x^2 + (m^2 + 2m)x + 1$ (m là tham số). Giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ là

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = 3$.

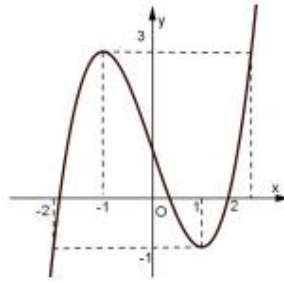
Câu 14. Giá trị lớn nhất của m để hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 8}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 3]$ bằng -2?

- A. $m = 1$. B. $m = -4$. C. $m = 5$. D. $m = 4$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{4mx + 3m}{x - 2}$. Giá trị của m để đường tiệm đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 2018 là:

- A. $m = 1009$. B. $m = \pm \frac{1009}{2}$. C. $\pm \frac{1009}{4}$. D. ± 1009 .

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đồng biến trên khoảng

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

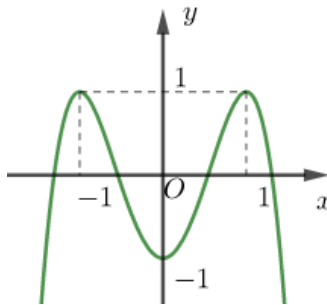
Câu 19. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số có ba điểm cực trị. B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị. D. Hàm số chỉ có đúng 2 điểm cực trị.

Câu 20. Gọi d là hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ trên đoạn $[1; 4]$. Tính giá trị của d ?

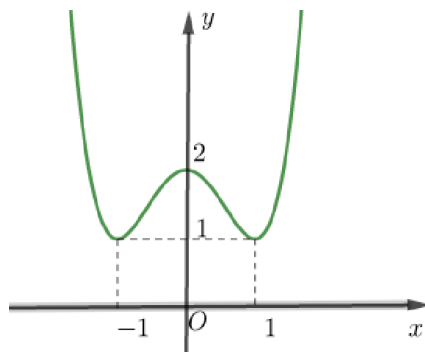
- A. $d = 2$. B. $d = 4$. C. $d = 5$. D. $d = 3$.

Câu 21. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Khi đó, số nghiệm thực của phương trình $2018f(x) - 2019 = 0$ là:



- A. 2. B. 0. C. 4. D. 3.

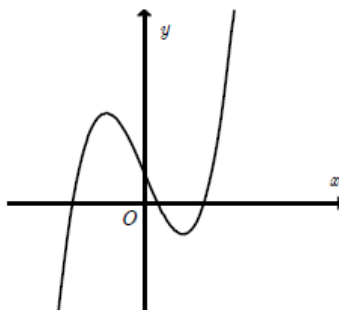
Câu 23: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S(t) = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$, trong đó t tính bằng giây (s) và $S(t)$ tính bằng mét (m). Thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất là:

- A. $t = 5(s)$. B. $t = 6(s)$. C. $t = 3(s)$. D. $t = 1(s)$.

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x+n}$. Nếu đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$ và có tiệm cận ngang đi qua điểm $A(2;5)$ thì tổng của m và n là:

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 25: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^4 - x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.D	4.B	5.C	6.A	7.B	8.C	9.B	10.B
11.D	12.C	13.C	14.D	15.C	16.A	17.C	18.B	19.A	20.D
21.A	22.C	23.C	24.D	25.D					

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ là

- A. $y = 9x + 18$; $y = 9x - 14$. B. $y = 9x + 18$; $y = 9x + 5$.
C. $y = -\frac{1}{9}x + 18$; $y = -\frac{1}{9}x + 5$. D. $y = \frac{1}{9}x + 18$; $y = \frac{1}{9}x - 14$.

Lời giải

Chọn A

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm.

Vì tiếp tuyến cần tìm vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ nên tiếp tuyến đó có hệ số góc là $k = 9 \Leftrightarrow y'(x_0) = 9$.

Mà $y' = 3x^2 - 3$ nên ta có $3x_0^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow x_0^2 = 4 \Leftrightarrow x_0 = \pm 2$.

- Với $x_0 = 2$, ta có $y_0 = y(2) = 4 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là

$$y = 9(x - 2) + 4 \Leftrightarrow y = 9x - 14.$$

- Với $x_0 = -2$, ta có $y_0 = y(-2) = 0 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là

$$y = 9(x + 2) + 0 \Leftrightarrow y = 9x + 18.$$

Vậy, có hai tiếp tuyến là $y = 9x + 18$; $y = 9x - 14$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	-1	-2	1	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Do đó đáp số của câu hỏi này là phương án **D**.

Câu 3. Giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; \sqrt{3}]$ là:

A. $M = 9$.

B. $M = 8\sqrt{3}$.

C. $M = 1$.

D. $M = 6$.

Lời giải

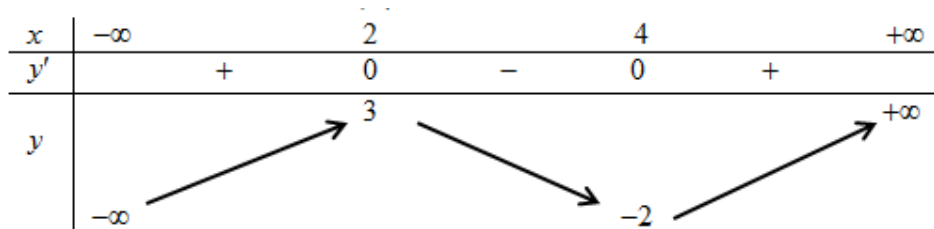
Chọn D

$$y = x^4 - 2x^2 + 3 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; \sqrt{3}] \\ x = 1 \in [0; \sqrt{3}] \\ x = -1 \notin [0; \sqrt{3}] \end{cases}.$$

$$y(0) = 3; y(1) = 2; y(\sqrt{3}) = 6.$$

Vậy $M = 6$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 5. Giá trị của m để phương trình $x^3 - 12x + m - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là:

A. $-16 < m < 16$.

B. $-18 < m < 14$.

C. $-14 < m < 18$.

D. $-4 < m < 4$.

Lời giải

Chọn C

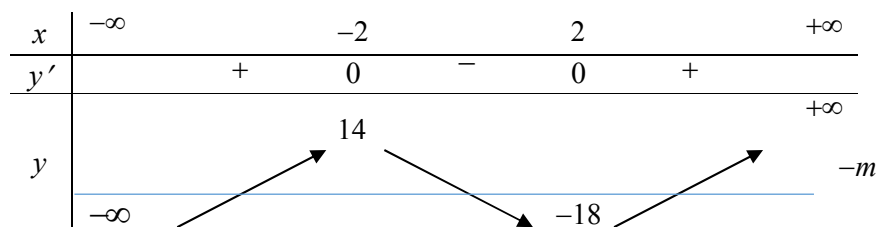
Xét phương trình: $x^3 - 12x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 12x - 2 = -m$.

Đặt $f(x) = x^3 - 12x - 2$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -m$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên



Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $-18 < -m < 14 \Leftrightarrow -14 < m < 18$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1} (C)$. Giá trị của m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt (C) tại hai điểm

phân biệt A, B thỏa mãn $AB = \sqrt{5}$ là:

A. $m = 10; m = -2$.

B. $m = 10$.

C. $m = 2$.

D. $m \in (-2; 10)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x \neq -1$

$$\text{Xét phương trình: } \frac{2x-2}{x+1} = 2x+m \Leftrightarrow 2x-2 = (2x+m)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + mx + m + 2 = 0.$$

Để đường thẳng d cắt đồ thị đường cong (C) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình có 2 nghiệm

$$\text{phân biệt khác } -1 \Leftrightarrow m^2 - 8m - 16 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 - 4\sqrt{2} \\ m > 4 + 4\sqrt{2} \end{cases}$$

Gọi $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ là 2 nghiệm của phương trình, $S = x_1 + x_2 = -\frac{m}{2}, P = x_1 x_2 = \frac{m+2}{2}$

$$\Rightarrow A(x_1; 2x_1 + m), B(x_2; 2x_2 + m).$$

$$AB = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + 4(x_1 - x_2)^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 1 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 1 \Leftrightarrow \frac{m^2}{4} - 4 \frac{m+2}{2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 10 \\ m = -2 \end{cases}$$

Câu 7. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1 là:

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = \pm \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$

C. $m = \pm \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - m = 0 \end{cases}$$

+ Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt và y' đổi dấu khi x đi qua các nghiệm này

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow m > 0. \quad (*)$$

+ Giả sử ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

$$A(0; m-1), B(\sqrt{m}; -m^2 + m - 1), C(-\sqrt{m}; -m^2 + m - 1)$$

$H(0; -m^2 + m - 1)$ là trung điểm của cạnh BC .

$$AH = m^2; BC = 2\sqrt{m}; AB = AC = \sqrt{m^4 + m}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = m^2 \sqrt{m}$$

$$\text{Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC \text{ là } R = \frac{AB.AC.BC}{4.S_{ABC}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{m^4+m}.\sqrt{m^4+m}.2\sqrt{m}}{4m^2.\sqrt{m}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^4 - 2m^2 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m = 0 \\ m = \pm \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Xét đáp án A có $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$, tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ nên chọn.

Xét đáp án B có $y' = \frac{3}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in D$ nên loại.

Xét đáp án C có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ nên loại.

Xét đáp án D có $y' = \frac{4}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in D$ nên loại.

Câu 8. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+25}-5}{x^2+x}$ là:

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = 0 \Rightarrow x = 0$ không phải đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty \Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+25}-5}{x^2+x}$ là 1.

Câu 9. Cho hàm số $y = \sqrt{2x-x^2} + 2019$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{3} + 2019$.

B. 2020.

C. 2019.

D. 2021.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $[0; 2]$.

$$y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

x	0	1	2	
y'		+	0	-
y	2019	2020	2019	

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 2020.

Câu 10. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên các khoảng xác định của chúng?

A. $y = x^4 + 2x^2 - 2018.$

B. $y = \frac{x+2019}{x-2018}.$

C. $y = \frac{x-2}{x+2018}.$

D. $y = x^3 - 3x + 2019.$

Lời giải

Chọn B

Lần lượt tính đạo hàm các hàm ở các phương án, ta có:

Đáp án A: $y' = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1)$, đạo hàm đổi dấu qua nghiệm $x = 0$ nên hàm số không nghịch biến trên các khoảng xác định. Loại A.

Đáp án B: $y' = \frac{-2037}{(x-2018)^2} < 0; \forall x \neq 2018$. Do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

Đáp án C: $y' = \frac{2020}{(x+2018)^2} > 0; \forall x \neq -2018$. Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó. Loại C.

Đáp án D: $y' = 3x^2 - 3$, qua 2 nghiệm $x_1 = 1; x_2 = -1$ đạo hàm đổi dấu nên hàm số không thỏa đề. Loại D.

Câu 11. Tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ là

A. $m < 0.$

B. $m = 0; m = 4.$

C. $0 < m < 4.$

D. $m > 4.$

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = -8x^3 + 8x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

BBT

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	4	2	4	$-\infty$

Đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 2$ khi và chỉ khi $m > 4$

Câu 12. Đồ thị hàm số nào sau đây nhận đường thẳng $y = 2$ là một đường tiệm cận?

A. $y = \frac{3x}{x-2}$. **B.** $y = \frac{2x-1}{2-x}$. **C.** $y = \frac{-2x+1}{2-x}$. **D.** $y = x-2$.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 2$ là một đường tiệm cận nên đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.

Hàm số $y = \frac{3x}{x-2}$ có TXĐ là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{3x}{x-2} = 3$ nên đường thẳng $y = 3$ là TCN của đồ thị hàm số (loại).

Hàm số $y = \frac{2x-1}{2-x}$ có TXĐ là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{2x-1}{2-x} = -2$ nên đường thẳng $y = -2$ là TCN của đồ thị hàm số (loại).

Hàm số $y = \frac{-2x-1}{2-x}$ có TXĐ là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{-2x-1}{2-x} = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là TCN của đồ thị hàm số (nhận).

Hàm số $y = x-2$ có TXĐ là $D = \mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-2) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-2) = +\infty$

Nên đồ thị hàm số không có đường TCN (loại).

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x + 1$ (m là tham số). Giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ là

A. $m = 2$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn C

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$; $y' = x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m$.

+ Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì

$$y'(2) = 0 \Leftrightarrow 4 - 4(m+1) + m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 0 \end{cases}.$$

+ Với $m = 0$ thì $y' = x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$, $y' < 0$ trên khoảng $(0; 2)$ và $y' > 0$ trên mỗi khoảng

$(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

+ Với $m = 2$ thì $y' = x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$, $y' > 0$ trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(4; +\infty)$; $y' < 0$ trên khoảng $(2; 4)$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Vậy $m = 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 14. Giá trị lớn nhất của m để hàm số $f(x) = \frac{x-m^2}{x+8}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 3]$ bằng -2?

A. $m = 1$.

B. $m = -4$.

C. $m = 5$.

D. $m = 4$.

Lời giải

Chọn D

+ TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-8\}$; $[0; 3] \subset D$

+ Ta có $f'(x) = \frac{8+m^2}{(x+8)^2} > 0, \forall x \in D$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Nên $\min_{[0;3]} f(x) = f(0) = -\frac{m^2}{8} = -2 \Leftrightarrow m = \pm 4$.

Vậy giá trị lớn nhất của m để hàm số $f(x) = \frac{x-m^2}{x+8}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 3]$ bằng

-2 là $m = 4$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{4mx+3m}{x-2}$. Giá trị của m để đường tiệm đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 2018 là:

A. $m = 1009$.

B. $m = \pm \frac{1009}{2}$.

C. $\pm \frac{1009}{4}$.

D. ± 1009 .

Lời giải

Chọn C

TH1: $m = 0$ hàm số $y = \frac{4mx+3m}{x-2} = 0, \forall x \neq 2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng $\Rightarrow m = 0$ bị loại.

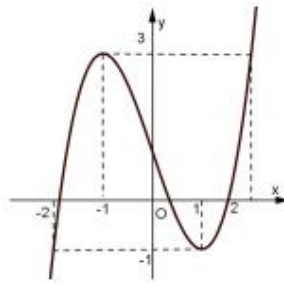
TH2: $m \neq 0$ hàm số $y = \frac{4mx+3m}{x-2} = \frac{4m\left(x+\frac{3}{4}\right)}{x-2}, \forall x \neq 2$

$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty & \text{khi } m > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty & \text{khi } m < 0 \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 4m \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 4m$.

Vì đường tiệm đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 2018 $\Leftrightarrow |4m|.2 = 2018 \Leftrightarrow m = \pm \frac{1009}{4}$. Chọn đáp án C.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đồng biến trên khoảng

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$. Chọn đáp án A.

Câu 17. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ thì

$$\begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ 4m^2 + 48m + 108 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3.$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn điều kiện.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = -\frac{1}{(x+1)^2} < 0$ với mọi $x \in D$. Vậy hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị.

Câu 19. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị. **D.** Hàm số chỉ có đúng 2 điểm cực trị.

Lời giải

Chọn A

Hàm số bậc bốn trùng phương $y = x^4 - 2x^2 + 3$ có $a.b = 1.(-2) < 0$ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 20. Gọi d là hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ trên đoạn $[1; 4]$. Tính giá trị của d ?

- A.** $d=2$. **B.** $d=4$. **C.** $d=5$. **D.** $d=3$.

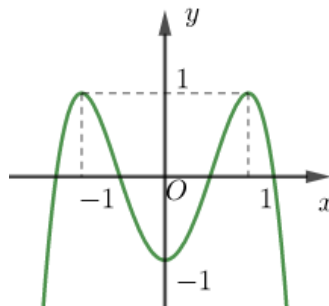
Lời giải

Chon D

Ta có: $y' = \frac{-7}{(2x-1)^2} < 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ và hàm số liên tục trên đoạn $[1; 4]$ nên hàm số nghịch biến trên $[1; 4]$.

$$\underset{[1;4]}{Max} y = y(1) = 4, \underset{[1;4]}{Min} y = y(4) = 1. \text{ Vậy } d = 4 - 1 = 3.$$

Câu 21. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A.** $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

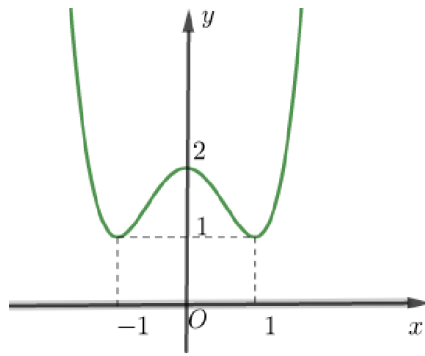
Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số đã cho ta thấy:

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$. Do đó, loại B.
- Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại điểm $(0; 1)$. Do đó, loại D.
- Đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm $(\pm 1; 1)$. Do đó, loại C và chọn A.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Khi đó, số nghiệm thực của phương trình $2018f(x) - 2019 = 0$ là:



A. 2 .

B. 0 .

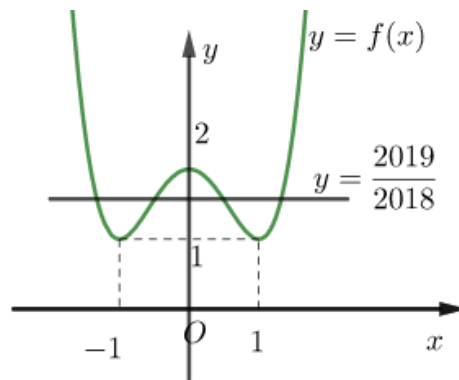
C. 4 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn C

Ta có, $2018f(x) - 2019 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2019}{2018} \in (1; 2)$.



Dựa vào đồ thị ta thấy, đường thẳng $y = \frac{2019}{2018}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Câu 23: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S(t) = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$, trong đó t tính bằng giây (s) và $S(t)$ tính bằng mét (m). Thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất là:

A. $t = 5(s)$.

B. $t = 6(s)$.

C. $t = 3(s)$.

D. $t = 1(s)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $v(t) = -6t^2 + 36t + 2 = -6(t-3)^2 + 56 \leq 56$.

Vậy vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng $56(m/s)$ khi $t = 3(s)$.

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x+n}$. Nếu đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$ và có tiệm cận ngang

đi qua điểm $A(2;5)$ thì tổng của m và n là:

A. 3 .

B. 4 .

C. 5 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn D

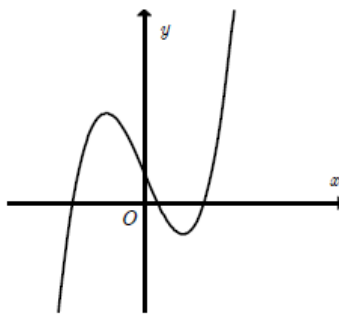
Ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -n \Rightarrow -n = 3 \Rightarrow n = -3$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = m$.

Mà đường tiệm cận ngang đi qua điểm $A(2;5) \Rightarrow m = 5$.

Vậy $m + n = 2$.

Câu 25. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



- A.** $y = -x^2 + x - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Theo đồ thị của hàm số đã cho là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số $a > 0$.

Vậy đồ thị là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.