

Câu 1 (1điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 1$.

Câu 2 (1điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại giao điểm của đồ thị đó với đường thẳng d có phương trình: $y = x + 3$.

Câu 3 (1điểm). **a)** Giải phương trình: $12 \log_9^2 x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x = 1$.

b) Cho số phức z thỏa mãn: $(2 + i)z = 4 - 3i$. Tính môđun của $w = iz + (1+i)\bar{z}$.

Câu 4 (1điểm). Tính tích phân: $I = \int_0^3 \frac{dx}{2 + \sqrt{x+1}}$.

Câu 5 (1điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(0;-1;2)$, $B(4;-2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB và tìm tọa độ điểm C thuộc đường thẳng d sao cho tam giác ABC vuông tại C .

Câu 6 (1điểm). **a)** Cho hàm số $f(x) = 2\sqrt{3} \sin x - \cos 2x + 5$. Giải phương trình $f'(x) = 0$.

b) Câu lạc bộ cờ vua của trường có 3 học sinh khối 12, có 4 học sinh khối 11 và có 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi thi đấu giao lưu với trường bạn. Tính xác suất để trong 4 học sinh được chọn có học sinh của cả 3 khối.

Câu 7 (1điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA \perp mp(ABC)$, tam giác SBC đều cạnh a , góc giữa đường thẳng SC và $mp(ABC)$ bằng 30° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

Câu 8 (1điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích $S = 40$, biết đỉnh $A(3;-2)$. Gọi M là trung điểm cạnh CD . Đường thẳng d đi qua B và M có phương trình: $x - 3y + 11 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh hình chữ nhật biết rằng B có hoành độ âm.

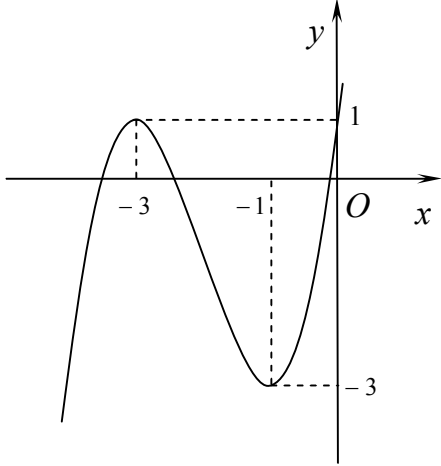
Câu 9 (1điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + xy + \sqrt{x} = 2y^2 - 3y + \sqrt{y-1} + 1 \\ x^3 + x + y - 6 = \sqrt{3x^2 - x + y} - 2\sqrt{y+2} \end{cases}$$

Câu 10 (1điểm). Cho các số dương x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy = \frac{3}{2} + x + y + z$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{6x^2 + 3y^2 + 2z^2}{8} + \frac{3}{x+z} + \frac{3}{y+1}$.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016 – LẦN 2

Môn: TOÁN. Thời gian làm bài: 180 phút

Câu	Đáp án	Điểm																			
Câu 1 (1đ)	+) Tập xác định: $\mathbb{R}$ Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 + 12x + 9$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}; y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > -1 \end{cases}$ và $y' < 0 \Leftrightarrow -3 < x < -1$. +) Suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty; -3)$, $(-1; +\infty)$; nghịch biến trên $(-3; -1)$. HS đạt cực đại tại $x = -3$, $y_{CD} = 1$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$, $y_{CT} = -3$. Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. +) Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>-3</td><td>$+\infty$</td></tr></table>  +) Vẽ đồ thị. Đồ thị đi qua các điểm A(-3;1) B(-1;-3), C(-4;-3), D(-2;-1) và E(0;1)	x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$		1		-3	$+\infty$	0,25 0,25 0,25
x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$																	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$															
y	$-\infty$		1		-3	$+\infty$															
Câu 2 (1đ)	+) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Tính đạo hàm: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$ +) Giải phương trình: $\frac{2x+1}{x-1} = x+3 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$ +) Với $x = -2 \Rightarrow y(-2) = 1, y'(-2) = \frac{-1}{3}$. Tiếp tuyến là $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ +) Với $x = 2 \Rightarrow y(2) = 5, y'(2) = -3$. Tiếp tuyến là $y = -3x + 11$ Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ và $y = -3x + 11$	0,25 0,25 0,25 0,25																			
Câu 3 (1đ)	a) +) Điều kiện $x > 0$ PT $\Leftrightarrow 12(\frac{1}{2} \log_3 x)^2 + 2 \log_3 x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3(\log_3 x)^2 + 2 \log_3 x - 1 = 0$ Đặt $t = \log_3 x$. Có phương trình: +) $3t^2 + 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1, t = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}, x = \sqrt[3]{3}$ Vậy phương trình có hai nghiệm $x = \frac{1}{3}$ và $x = \sqrt[3]{3}$ b) +) Số phức $z = \frac{4-3i}{2+i} = \frac{(4-3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{5-10i}{5} = 1-2i$	 0,25 0,25 0,25																			

	+) $\Rightarrow w = iz + (1+i)\bar{z} = i(1-2i) + (1+i)(1+2i) = 1+4i \Rightarrow w = \sqrt{17}$.	0,25
Câu 4 (1đ)	+) Đổi biến $\sqrt{x+1} = t \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2tdt$. Khi $x = 0$ thì $t = 1$, $x = 3$ thì $t = 2$.	0,25
	+) Ta có: $I = \int_1^2 \frac{2tdt}{2+t} = \int_1^2 (2 - \frac{4}{2+t})dt$	0,25
	+) $I = (2t - 4 \ln t+2) \Big _1^2$	0,25
	+) $I = (4 - 4 \ln 4) - (2 - 4 \ln 3) = 2 + 4 \ln \frac{3}{4}$.	0,25
Câu 5 (1đ)	+) Mặt phẳng trung trực (P) của AB đi qua trung điểm AB là $K(2; -\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$	0,25
	+) Và có vec tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (4; -1; 1)$. Phương trình mp(P) là: $4(x-2) - (y+\frac{3}{2}) + (z-\frac{5}{2}) = 0 \Leftrightarrow 4x - y + z - 12 = 0$	0,25
	+) Điểm $C \in d \Rightarrow C(2+t; -3-t; 1+2t)$. Tam giác ABC vuông tại C $\Leftrightarrow AC^2 + BC^2 = AB^2$	0,25
	$\Leftrightarrow (2+t)^2 + (2+t)^2 + (2t-1)^2 + (t-2)^2 + (t+1)^2 + (2t-2)^2 = 18$ $\Leftrightarrow 12t^2 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 0; t = \frac{1}{2}$	
	+) Vậy có tọa độ điểm C(2;-3;1) và $K(\frac{5}{2}; -\frac{7}{2}; 2)$	0,25
Câu 6 (1đ)	a) +) $f'(x) = 2\sqrt{3}\cos x + 2\sin 2x$	0,25
	+) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x(\sqrt{3} + 2\sin x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$	
	Vậy $f'(x) = 0$ với $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{-\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$	0,25
	b) Không gian mẫu có $C_{12}^4 = 495$ phần tử	0,25
	+) Gọi A là biến cố: trong 4 học sinh được chọn có học sinh của cả 3 khối.	
	Trường hợp 1: 4 HS được chọn có 2 của khối 10, mỗi khối kia 1 HS.	
	Trường hợp 2: 4 HS được chọn có 2 của khối 11, mỗi khối kia 1 HS.	0,25
	Trường hợp 3: 4 HS được chọn có 2 của khối 12, mỗi khối kia 1 HS.	
	+) Số cách chọn 4 học sinh có đủ cả 3 khối là: $C_3^2 C_4^1 C_5^1 + C_3^1 C_4^2 C_5^1 + C_3^1 C_4^1 C_5^2 = 270$	0,25
	Vậy số phần tử của A bằng 270. Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{270}{495} = \frac{6}{11}$	

Câu 7 (1đ)	+) Gọi M là trung điểm BC thì $BC \perp SM \Rightarrow BC \perp AM$. Góc giữa SC và mp(ABC) là $\widehat{SCA} = 30^\circ$. Do $SC = a \Rightarrow SA = \frac{a}{2}, AC = \frac{\sqrt{3}a}{2} \Rightarrow AM = \sqrt{AC^2 - CM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ +) $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AM = \frac{\sqrt{2}a^2}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}a^2}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$	0,25 0,25
	+) Trong mp(ABC) kẻ đường thẳng d qua C và song song với AB. Từ điểm A kẻ $AD \perp d, AH \perp SD$, thì $d(AB; SC) = d(A; (SCD)) = AH$ +) $AD = d(C; AB) = \frac{2S_{ABC}}{AB} = \frac{\sqrt{2}a^2}{2} : \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{6}a}{3}$ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{3}{2a^2} = \frac{11}{2a^2}$. Vậy $AH = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{11}} \Rightarrow d(AB; SC) = \frac{\sqrt{22}a}{11}$	0,25 0,25
Câu 8 (1đ)	+) Gọi H là chân đường cao AH của tam giác ABM thì $AH = d(A; BM) = 2\sqrt{10}$. Diện tích tam giác ABM bằng một nửa diện tích hình chữ nhật ABCD. $\frac{1}{2}BM \cdot AH = 20 \Rightarrow BM = \frac{40}{2\sqrt{10}} = 2\sqrt{10}$. Vậy có $AH = BM = AM \Rightarrow H \equiv M$. +) Đường thẳng AM qua A, vuông góc với BM $\Rightarrow AM : 3x + y - 7 = 0 \Rightarrow M(1; 4)$. +) Điểm B thuộc đường thẳng BM $\Rightarrow B(3b - 11; b)$ $MB = AM = 2\sqrt{10} \Leftrightarrow (3b - 12)^2 + (b - 4)^2 = 40 \Rightarrow \begin{cases} B(-5; 2) \\ B(7; 6) \end{cases} (L)$ +) Trung điểm AB là N(-1; 0), tâm I của hình chữ nhật ABCD là trung điểm MN, có I(0; 2). I là trung điểm AC và BD. Vậy C(-3; 6) và D(5; 2)	0,25 0,25 0,25
Câu 9 (1đ)	+) ĐK: $x \geq 0, y \geq 1$. Đặt $a = \sqrt{x} \geq 0, b = \sqrt{y-1} \geq 0 \Leftrightarrow x = a^2, y = b^2 + 1$ PT thứ nhất của hệ trở thành: $a^4 + a^2(b^2 + 1) + a = 2(b^2 + 1)^2 - 3(b^2 + 1) + b + 1$	

	$\Leftrightarrow (a^4 + a^2b^2 - 2b^4) + (a^2 - b^2) + a - b = 0$ $\Leftrightarrow (a^2 - b^2)(a^2 + 2b^2) + (a - b)(a + b) + (a - b) = 0$ $\Leftrightarrow (a - b)[(a + b)(a^2 + 2b^2) + (a + b) + 1] = 0 \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow y = x + 1.$	0,25
	+) Thay vào PT thứ hai của hệ được: $x^3 + 2x - 5 - \sqrt{3x^2 + 1} + 2\sqrt{x + 3} = 0$ (1)	0,25
	+) Có thể giải PT(1) bằng cách nhân liên hợp hoặc sử dụng đạo hàm như sau: Xét hàm số: $f(x) = x^3 + 2x - 5 - \sqrt{3x^2 + 1} + 2\sqrt{x + 3}$ với $x \in D = [0; +\infty)$ $f'(x) = 3x^2 + 2 - \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{x + 3}} = 3x^2 + \frac{1}{\sqrt{x + 3}} + \frac{2\sqrt{3x^2 + 1} - 3x}{\sqrt{3x^2 + 1}}$ Với mọi $x \in D$ luôn có: $2\sqrt{3x^2 + 1} = \sqrt{12x^2 + 4} > \sqrt{9x^2} = 3x \geq 3x$ +) cho nên $f'(x) > 0$ với mọi $x > 0$, hàm số $f(x)$ đồng biến trên D. Vậy phương trình (1) có không quá 1 nghiệm thuộc D. Thử với $x = 1$ thỏa mãn phương trình (1). Vậy PT(1) có nghiệm duy nhất $x = 1$. Với $x = 1$ thì $y = 2$. Hệ đã cho có một nghiệm $x = 1, y = 2$.	0,25
	Câu 10 (1 đ) +) Đặt $t = x + y + z > 0$. Áp dụng BĐT $\frac{1}{2}(a + b)^2 \leq (a^2 + b^2)$ với $a = x + y$ và $b = z$ ta có: $\frac{1}{2}(x + y + z)^2 \leq (x + y)^2 + z^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy = \frac{3}{2} + x + y + z$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2 \leq \frac{3}{2} + t \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq t \leq 3. \text{ Vậy } 0 < t \leq 3$ +) Áp dụng BĐT Bu-nhia-côp-xki có: $(x + y + z)^2 = (x + \sqrt{2} \cdot \frac{y}{\sqrt{2}} + \sqrt{3} \cdot \frac{z}{\sqrt{3}})^2 \leq (1 + 2 + 3)(x^2 + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{3}) = 6x^2 + 3y^2 + 2z^2$ $\Rightarrow \frac{6x^2 + 3y^2 + 2z^2}{8} \geq \frac{(x + y + z)^2}{8} = \frac{t^2}{8}$ Áp dụng BĐT: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a + b}, \forall a, b > 0 \Rightarrow \frac{3}{x + z} + \frac{3}{y + 1} \geq \frac{12}{x + y + z + 1} = \frac{12}{t + 1}$ Vậy $P \geq \frac{t^2}{8} + \frac{12}{t + 1}$. Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{8} + \frac{12}{t + 1}, t \in (0; 3] = D$	0,25
	+) $f'(t) = \frac{t}{4} - \frac{12}{(t + 1)^2} = \frac{t(t + 1)^2 - 48}{4(t + 1)^2} < 0, \forall t \in (0; 3) \Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên D. Hàm số $f(t)$ đạt GTNN tại $t = 3 \Rightarrow \min f(t) = f(3) = \frac{33}{8}$. Vậy $P \geq \frac{33}{8}$. +) Dấu đẳng thức khi và chỉ khi đồng thời có: $x + y = z, x + z = y + 1, \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}, y = 1, z = \frac{3}{2}. \text{ Vậy } P_{\min} = \frac{33}{8} \text{ khi } x = \frac{1}{2}, y = 1, z = \frac{3}{2}$	0,25