

SỐ PHỨC TRONG CÁC ĐỀ THI THỬ THQG

NỘI DUNG CÂU HỎI

Câu 1. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. 3. C. $\sqrt{5}$. D. 10.

Lời giải.

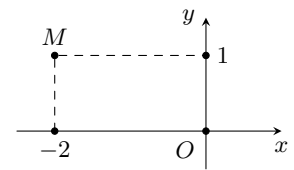
Phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i$; $z_2 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$.

Do đó $|z_1| + |z_2| = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào?

- A. $z = 1 + 2i$. B. $z = 1 - 2i$. C. $z = -2 + i$. D. $z = 2 + i$.



Lời giải.

Ta có $M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn của số phức có phần thực bằng -2 và phần ảo bằng 1 .

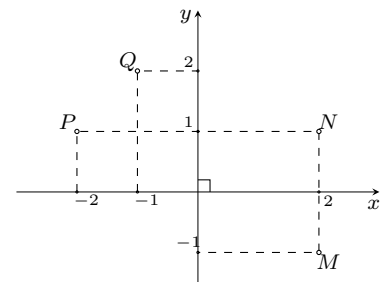
Suy ra điểm biểu diễn của M là số phức $z = -2 + i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$

- A. N . B. P . C. M . D. Q .



Lời giải.

Số phức $z = -1 + 2i$ có phần thực -1 , phần ảo 2 nên có điểm biểu diễn tọa độ $(-1; 2)$ chính là Q .

Chọn đáp án **D** □

Câu 4. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b + i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $a = 0, b = 2$. B. $a = \frac{1}{2}, b = 1$. C. $a = 0, b = 1$. D. $a = 1, b = 2$.

Lời giải.

Ta có $2a + (b + i)i = 1 + 2i \Leftrightarrow (2a - 1) + bi = 1 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 5. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. 10.

Lời giải.

$z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3 + \sqrt{11}i}{2} \\ z = \frac{3 - \sqrt{11}i}{2} \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 6. Xét các số phức z thỏa mãn $(z + 2i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(1; -1)$. B. $(1; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; -1)$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$, ta được

$$\begin{aligned}(z + 2i)(\bar{z} + 2) &= [a + (b + 2)i][(a + 2) - bi] \\ &= [a(a + 2) + b(b + 2)] + [(a + 2)(b + 2) - ab]i.\end{aligned}$$

$(z + 2i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo khi và chỉ khi

$$a(a + 2) + b(b + 2) = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 2$$

nên tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn phương trình

$$(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$$

có tâm $I(-1; -1)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 7. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z + \bar{z}| + 4$ và $|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có

$$\begin{aligned}|z|^2 &= 2|z + \bar{z}| + 4 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 &= 4|x| + 4 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4 = 0, & x \geq 0 & (1) \\ x^2 + y^2 + 4x - 4 = 0, & x < 0. & (2) \end{cases}\end{aligned}$$

Mặt khác

$$\begin{aligned}|z - 1 - i| &= |z - 3 + 3i| \\ \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 &= (x - 3)^2 + (y + 3)^2 \\ \Leftrightarrow 4x &= 8y + 16 \\ \Leftrightarrow x &= 2y + 4 & (3)\end{aligned}$$

+ Thay (3) vào (1) ta được

$$\begin{aligned}(2y + 4)^2 + y^2 - 4(2y + 4) - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow 5y^2 + 8y - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{24}{5} & (\text{nhận}) \\ y = -2 \Rightarrow x = 0 & (\text{nhận}). \end{cases}\end{aligned}$$

+ Thay (3) vào (2) ta được

$$\begin{aligned}(2y + 4)^2 + y^2 + 4(2y + 4) - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow 5y^2 + 24y + 28 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \Rightarrow x = 0 \text{ (loại)} \\ y = -\frac{14}{5} \Rightarrow x = -\frac{8}{5} \text{ (nhận)} \end{cases}.\end{aligned}$$

Vậy có 3 số phức thỏa điều kiện.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$?

- A. $-1 - 2i$. B. $1 + 2i$. C. $1 - 2i$. D. $-2 + i$.

Lời giải.

$M(1; -2)$ là điểm biểu diễn cho số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -2 , tức là $1 - 2i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 9. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1 - i)\bar{z} = -2i$ bằng

- A. 6. B. -2 . C. 2. D. -6 .

Lời giải.

Số phức z có dạng $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có

$$\begin{aligned}iz + (1 - i)\bar{z} = -2i &\Leftrightarrow i(x + yi) + (1 - i)(x - yi) = -2i \\ &\Leftrightarrow x - 2y - yi = -2i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 \\ -y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2. \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy tổng phần thực và phần ảo của z là $x + y = 4 + 2 = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 10. Cho $a, b \in \mathbb{R}$ và thỏa mãn $(a + bi)i - 2a = 1 + 3i$, với i là đơn vị ảo. Giá trị $a - b$ bằng

- A. 4. B. -10 . C. -4 . D. 10.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (a + bi)i - 2a = 1 + 3i \Leftrightarrow -2a - b + ai = 1 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} -2a - b = 1 \\ a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -7. \end{cases}$$

Vậy $a - b = 3 + 7 = 10$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là

- A. một điểm. B. một đường tròn. C. một đường thẳng. D. một Parabol.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned}2|z - i| &= |z - \bar{z} + 2i| \\ \Leftrightarrow 4|z - i|^2 &= |z - \bar{z} + 2i|^2 \\ \Leftrightarrow 4|x + yi - i|^2 &= |x + yi - (x - yi) + 2i|^2\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 4[x^2 + (y-1)^2] = 4(y+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 16y = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4y$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một Parabol.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 12. Gọi S là tập hợp các số phức thỏa mãn $|z-1| = \sqrt{34}$ và $|z+1+mi| = |z+m+2i|$, trong đó $m \in \mathbb{R}$. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc S sao cho $|z_1 - z_2|$ lớn nhất, khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

A. 2.

B. 10.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{130}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Khi đó $|z-1| = \sqrt{34} \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 34$.

Mặt khác $|z+1+mi| = |z+m+2i| \Leftrightarrow 2(m-1)x + 2(2-m)y + 3 = 0$.

Do đó tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là giao điểm của đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 34$ và đường thẳng $d: 2(m-1)x + 2(2-m)y + 3 = 0$.

Gọi A, B là hai điểm biểu diễn z_1, z_2 . Suy ra $(C) \cap d = \{A, B\}$.

Mặt khác $|z_1 - z_2| = AB \leq 2R = 2\sqrt{34}$ do đó $\max |z_1 - z_2| = 2\sqrt{34} \Leftrightarrow AB = 2\sqrt{34} \Leftrightarrow I(1;0) \in d$.

Từ đó $m = -\frac{1}{2}$ nên ta có $d: 3x - 5y - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 6 + 3i \\ z_2 = -4 - 3i. \end{cases}$

Vậy $z_1 + z_2 = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

A. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng 2 .

B. Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng 2 .

C. Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng -2 .

D. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 .

Lời giải.

Vì $\bar{z} = 3 + 2i \Rightarrow z = 3 - 2i$. Do đó số phức z có phần thực bằng 3 , phần ảo bằng -2 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 14. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (4 - 3i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 5$.

B. $r = 2\sqrt{5}$.

C. $r = 10$.

D. $r = 20$.

Lời giải.

Cách 1:

Giả sử $w = x + yi \Rightarrow z = \frac{x + yi - 3 + 2i}{4 - 3i} = \frac{4x - 3y - 18}{25} + \frac{3x + 4y - 1}{25}i$.

Theo bài ra ta có

$$\begin{aligned} |z| = 2 &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{(4x - 3y - 18)^2 + (3x + 4y - 1)^2}}{25} = 2 \\ &\Leftrightarrow (4x - 3y - 18)^2 + (3x + 4y - 1)^2 = 2500 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 100 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 100. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w theo yêu cầu là đường tròn có tâm $I(3, -2)$ và bán kính $r = 10$.

Cách 2:

Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có

$$w = 3 - 2i + (4 - 3i)z \Leftrightarrow w - (3 - 2i) = (4 - 3i)z$$

$$\Leftrightarrow |w - (3 - 2i)| = |(4 - 3i)z|$$

$$\Leftrightarrow |(x - 3) + (y + 2)i| = |4 - 3i||z|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + (y + 2)^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 100$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (4 - 3i)z$ là một đường tròn có tâm $I(3, -2)$, bán kính $r = 10$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 15. Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là

A. 1 và 2.

B. 1 và i .

C. 1 và $2i$.

D. 2 và 1.

Lời giải.

Số phức z có phần thực là 1 và phần ảo là 2.

Chọn đáp án **A** □

Câu 16. Cho số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$. Tính môđun của số phức z .

A. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$.

B. $|z| = 34$.

C. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

D. $|z| = \sqrt{34}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z(2 - i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1 - 13i}{2 - i} = 3 - 5i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 17. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của số phức z là:

A. $\bar{z} = 3 - 2i$.

B. $\bar{z} = 3 + 2i$.

C. $\bar{z} = -2 - 3i$.

D. $\bar{z} = 2 + 3i$.

Lời giải.

Do định nghĩa số phức liên hợp nên số phức liên hợp của $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 18. Trong các số phức z thỏa mãn: $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, số phức z có môđun nhỏ nhất có phần ảo là

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $-\frac{3}{5}$.

D. $-\frac{3}{10}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + iy$ (với $x, y \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$). Khi đó,

$$|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$$

$$\Leftrightarrow |(x - 1) + i(y + 1)| = |(x + 1) - i(y + 2)|$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = (x + 1)^2 + (y + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = -2x - \frac{3}{2}.$$

Ta có

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + \left(-2x - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{5\left(x + \frac{3}{5}\right)^2 + \frac{9}{20}} \geq \sqrt{\frac{9}{20}}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = -2x - \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = -\frac{3}{10} \end{cases}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 19. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + 2yi) + (3 - i) = 4x - 3i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = 3; y = -1$. B. $x = \frac{2}{3}; y = -1$. C. $x = 3; y = -3$. D. $x = -3; y = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$(3x + 2yi) + (3 - i) = 4x - 3i \Leftrightarrow (3x + 3) + (2y - 1)i = 4x - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3 = 4x \\ 2y - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 20. Kí hiệu $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $3z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1 - i\sqrt{11}}{6} \\ z_2 = \frac{1 + i\sqrt{11}}{6} \end{cases}$.

Do đó $P = |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z biết $|z - (2 - 3i)| \leq 2$.

- A. Một đường thẳng. B. Một hình tròn. C. Một đường tròn. D. Một đường elip.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $|z - (2 - 3i)| = |(x - 2) + (y + 3)i| = \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 3)^2}$.

Do đó $|z - (2 - 3i)| \leq 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 3)^2} \leq 2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 4$.

Vậy điểm biểu diễn số phức z nằm trên hình tròn có bán kính $r = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 22. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 2ax^2 + b$ có một điểm cực trị là $(1; 2)$. Khi đó khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. $\sqrt{26}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Dựa vào điểm cực trị ta tìm được $a = 1; b = 3$. Tọa độ điểm cực đại $A(0; 3)$, tọa độ một điểm cực tiểu là $B(1; 2)$.

Khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu là $AB = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 23. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn

$$|z + 2 - i| + |z - 4 - i| = 10$$

A. 12π .B. 20π .C. 15π .

D. Đáp án khác.

Lời giải.*Phương pháp:*

Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức bài cho sau đó tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các điểm đó.

Cách giải:

Ta có $|z + 2 - i| + |z - 4 - i| = 10 \Leftrightarrow |z - (-2 + i)| + |z - (4 + i)| = 10$ (*).

Gọi $z = x + yi \Rightarrow M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Gọi $A(-2; 1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $-2 + i$ và $B(4; 1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $4 + i$.

Từ (*) $\Rightarrow MA + MB = 10$ nên tập hợp điểm M là elip có A, B là hai tiêu điểm và độ dài trục lớn bằng 10.

Ta có $AB = \sqrt{6^2} = 6 = 2c \Rightarrow c = 3$ và $MA + MB = 2a = 10 \Rightarrow a = 5$.

$\Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2 \Rightarrow b = 4$.

Vậy $S_{(E)} = \pi \cdot ab = \pi \cdot 5 \cdot 4 = 20\pi$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 24. Cho khai triển $(\sqrt{3} + x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{2019}x^{2019}$.

Hãy tính tổng $S = a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots + a_{2016} - a_{2018}$.

A. $(\sqrt{3})^{1009}$.

B. 0.

C. 2^{2019} .D. 2^{1009} .**Lời giải.**

Phương pháp: Sử dụng công thức khai triển của nhị thức: $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$.

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + x)^{2019} &= \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k (\sqrt{3})^k x^{2019-k} \\ &= C_{2019}^0 (\sqrt{3})^{2019} + C_{2019}^1 (\sqrt{3})^{2018} x + \dots + C_{2019}^{2018} \cdot \sqrt{3} x^{2018} + C_{2019}^{2019} x^{2019} \\ &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_{2019} x^{2019}. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } i^m = \begin{cases} 1 & \text{khi } m = 4l \\ i & \text{khi } m = 4l + 1 \\ -1 & \text{khi } m = 4l + 2 \\ -i & \text{khi } m = 4l + 3 \end{cases} \quad (l \in \mathbb{Z}).$$

Chọn $x = i$ ta có:

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + i)^{2019} &= \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k (\sqrt{3})^k i^{2019-k} (i^2 = -1) \\ &= C_{2019}^0 (\sqrt{3})^{2019} + C_{2019}^1 (\sqrt{3})^{2018} i + \dots + C_{2019}^{2018} \cdot \sqrt{3} \cdot i^{2018} + C_{2019}^{2019} i^{2019} \\ &= a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + a_3 i^3 + \dots + a_{2018} i^{2018} + a_{2019} i^{2019} \\ &= a_0 + a_1 i - a_2 - a_3 i + \dots - a_{2018} - a_{2019} i. \end{aligned}$$

Chọn $x = -i$ ta có:

$$\begin{aligned}
(\sqrt{3} - i)^{2019} &= \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k (\sqrt{3})^k (-i)^{2019-k} \\
&= C_{2019}^0 (\sqrt{3})^{2019} - C_{2019}^1 (\sqrt{3})^{2018} i - \dots + C_{2019}^{2018} \cdot \sqrt{3} \cdot i^{2018} - C_{2019}^{2019} i^{2019} \\
&= a_0 - a_1 i + a_2 i^2 - a_3 i^3 + \dots + a_{2018} i^{2018} - a_{2019} i^{2019} \\
&= a_0 - a_1 i - a_2 + a_3 i + \dots - a_{2018} + a_{2019} i. \\
\Rightarrow (\sqrt{3} + 1)^{2019} + (\sqrt{3} - 1)^{2019} &= 2(a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots + a_{2016} - a_{2018}). \\
\Leftrightarrow 2S &= \left[(\sqrt{3} + 1)^3 \right]^{673} + \left[(\sqrt{3} - 1)^3 \right]^{673} = (8i)^{673} + (-8i)^{673} = 0 \\
\Leftrightarrow 2S &= 8^{673} \cdot i^{673} - 8^{673} \cdot i^{673} = 0 \Leftrightarrow S = 0.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 25 (2D4B1-2). Cho số phức $z = 2 + 5i$. Điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là

- A. $(5; 2)$. B. $(2; 5)$. C. $(-2; 5)$. D. $(2; -5)$.

Lời giải.

Phương pháp: Số phức $z = a + bi$, ($a; b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn số phức trong mặt phẳng Oxy là $(a; b)$.

Cách giải: Điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là $(2; 5)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 26. Đồ thị hàm số nào đi qua điểm $M(1; 2)$?

- A. $y = \frac{-2x - 1}{x + 2}$. B. $y = 2x^3 - x + 1$. C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$. D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Lời giải.

Phương pháp: Thay tọa độ của điểm M vào các hàm số.

Cách giải: Ta có $2 = 2 \cdot 1^3 - 1 + 1 \Rightarrow M(1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x + 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 27. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z = 6 - 3i$. Phần thực của số phức z là:

- A. -3 . B. 3 . C. 0 . D. $-3i$.

Lời giải.

Phương pháp: Giải phương trình phức cơ bản tìm số phức z .

Cách giải: Ta có

$$\begin{aligned}
(1 + 2i)z &= 6 - 3i \\
\Leftrightarrow z &= \frac{6 - 3i}{1 + 2i} \\
\Leftrightarrow z &= \frac{(6 - 3i)(1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)} \\
\Leftrightarrow z &= \frac{6 - 12i - 3i - 6}{1 + 4} = -3i.
\end{aligned}$$

Phần thực của số phức z là 0 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2018 = 0$. Khi đó giá trị biểu thức $A = |z_1 + z_2 - z_1 z_2|$ bằng

- A. 2017 . B. 2019 . C. 2018 . D. 2016 .

Lời giải.**Phương pháp:** Sử dụng định lý Vi-ét.**Cách giải:** z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2018 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 z_2 = 2018. \end{cases}$

$$A = |z_1 + z_2 - z_1 z_2| = |2 - 2018| = 2016.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 29.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo?**A.** 3.**B.** 1.**C.** 2.**D.** 4.**Lời giải.****Phương pháp:** Gọi số phức đó là $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tìm điều kiện của a, b .**Cách giải:** Gọi số phức đó là $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có:

$$|z - 2i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |a + bi - 2i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 + (b - 2)^2 = 2 \quad (1)$$

$$z^2 = (a + bi)^2 = (a^2 - b^2) + 2abi \text{ là số thuần ảo} \Rightarrow a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b. \end{cases}$$

$$\text{— } a = b. \text{ Thay vào (1): } a^2 + (a - 2)^2 = 2 \Leftrightarrow 2a^2 - 4a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = 1 = b \Rightarrow z = 1 + i.$$

$$\text{— } a = -b. \text{ Thay vào (1): } a^2 + (-a - 2)^2 = 2 \Leftrightarrow 2a^2 + 4a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = -1, b = 1 \Rightarrow z = -1 + i.$$

Vậy, có 2 số phức z thỏa mãn yêu cầu đề bài.Chọn đáp án **C** □**Câu 30.** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 3, |z_2| = 4, |z_1 - z_2| = \sqrt{41}$. Xét số phức $z = \frac{z_1}{z_2} = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó $|b|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải.**Phương pháp:**

— Biểu diễn lượng giác của số phức.

$$\text{— } \frac{|z_1|}{|z_2|} = \left| \frac{z_1}{z_2} \right|, z_2 \neq 0.$$

Cách giải:**Cách 1:** Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 .

$$\text{Theo đề bài, ta có } OA = 3, OB = 4, AB = \sqrt{41}. \Rightarrow \cos \widehat{AOB} = \frac{3^2 + 4^2 - 41}{2 \cdot 3 \cdot 4} = -\frac{2}{3}.$$

Đặt

$$z_1 = 3(\cos \varphi + i \sin \varphi).$$

$$\Rightarrow z_2 = 4(\cos(\varphi \pm AOB))$$

$$= 4(\cos(\varphi \pm \alpha) + i \sin(\varphi \pm \alpha)) \quad (\alpha = \widehat{AOB}).$$

$$\Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{3(\cos \varphi + i \sin \varphi)}{4(\cos(\varphi \pm \alpha) + i \sin(\varphi \pm \alpha))}$$

$$= \frac{3}{4} \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi) (\cos(\varphi \pm \alpha) - i \sin(\varphi \pm \alpha))$$

$$= \frac{3}{4} [(\cos \varphi \cdot \cos(\varphi \pm \alpha) + \sin \varphi \cdot \sin(\varphi \pm \alpha)) + i(\sin \varphi \cdot \cos(\varphi \pm \alpha) - \cos \varphi \cdot \sin(\varphi \pm \alpha))]$$

$$= \frac{3}{4} [\cos(\pm \alpha) + i \cdot \sin(\pm \alpha)] = \frac{3}{4} \cdot (\cos \alpha \pm i \sin \alpha).$$

$$\Rightarrow b = \pm \frac{3}{4} \sin \alpha \Rightarrow |b| = \frac{3}{4} \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{4}.$$

Cách 2: Ta có

$$|z_1| = 3, |z_2| = 4, |z_1 - z_2| = \sqrt{41} \Rightarrow \begin{cases} \frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{3}{4} \\ \frac{|z_1 - z_2|}{|z_2|} = \frac{\sqrt{41}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{3}{4} \\ \left| \frac{z_1}{z_2} - 1 \right| = \frac{\sqrt{41}}{4} \end{cases}.$$

$$z = \frac{z_1}{z_2} = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \\ (a-1)^2 + b^2 = \left(\frac{\sqrt{41}}{4}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = \frac{9}{16} \\ (a-1)^2 + b^2 = \frac{41}{16} \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{9}{16} - a^2 \\ (a-1)^2 + \frac{9}{16} - a^2 = \frac{41}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{5}{16} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| = \frac{\sqrt{5}}{4} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy $|b| = \frac{\sqrt{5}}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 31.

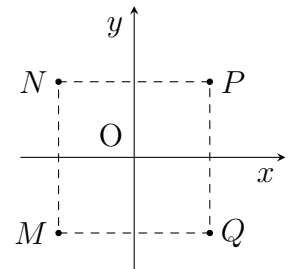
Cho các số phức $z = -1 + 2i$, $w = 2 - i$. Điểm nào trong hình vẽ bên biểu diễn số phức $z + w$?

A. P.

B. N.

C. Q.

D. M.



Lời giải.

Ta có $z + w = 1 + i$, suy ra điểm biểu diễn số phức $z + w$ là điểm P.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - \sqrt{3}i)^2 z = 4 - 3i$. Môđun của z bằng

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Cách 1: Ta có $z = \frac{4 - 3i}{(1 - \sqrt{3}i)^2} = \frac{-4 + 3\sqrt{3}}{8} + \frac{3 + 4\sqrt{3}}{8}i$

Suy ra $|z| = \left| \frac{-4 + 3\sqrt{3}}{8} + \frac{3 + 4\sqrt{3}}{8}i \right| = \sqrt{\left(\frac{-4 + 3\sqrt{3}}{8}\right)^2 + \left(\frac{3 + 4\sqrt{3}}{8}\right)^2} = \frac{5}{4}$

Cách 2: Ta có $z = \frac{4 - 3i}{(1 - \sqrt{3}i)^2}$ Suy ra $|z| = \frac{|4 - 3i|}{|(1 - \sqrt{3}i)^2|} = \frac{|4 - 3i|}{|-2 - 2\sqrt{3}i|} = \frac{5}{4}$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 33. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương pháp $z^2 + 4z + 7 = 0$. Số $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2$ bằng

A. 2.

B. 10.

C. 2i.

D. 10i.

Lời giải.

Cách 1. Ta có $z^2 + 4z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 - \sqrt{5}i \\ z_2 = -2 + \sqrt{5}i \end{cases}$

Suy ra $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = (-2 - \sqrt{5}i)^2 + (-2 + \sqrt{5}i)^2 = 2$.

Cách 2. Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = -4 \\ z_1 z_2 = 7 \end{cases}$

Để thấy $z_1 = \overline{z_2}$ và $z_2 = \overline{z_1}$, nên

$$z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = (-4)^2 - 14 = 2.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 34. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 1|^2 + |z - \overline{z}|i + (z + \overline{z})i^{2019} = 1$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$; $(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z} = a - bi$.

Ta có: $|z - 1|^2 = |a + bi - 1|^2 = (a - 1)^2 + b^2$,

$$|z - \overline{z}|i = |a + bi - a + bi|i = \sqrt{(2b)^2}i = 2|b|i,$$

$$i^{2019} = i^{4 \cdot 504 + 3} = (i^4)^{504} \cdot i^3 = i \cdot i^2 = -i,$$

$$(z + \overline{z})i^{2019} = -i(a + bi + a - bi) = -2ai.$$

Suy ra phương trình đã cho tương đương với:

$$(a - 1)^2 + b^2 + 2|b|i - 2ai = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a - 1)^2 + b^2 = 1 \\ 2|b| - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 2a + b^2 = 0 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2|b|^2 - 2|b| = 0 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| = 0 \\ |b| = 1 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ a = 1 \\ b = 1 \\ a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án **D** □

Câu 35. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 1|^2 + |z - \overline{z}|i + (z + \overline{z})i^{2019} = 1$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$; $(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z} = a - bi$.

Ta có:

$$|z - 1|^2 = |a + bi - 1|^2 = (a - 1)^2 + b^2.$$

$$|z - \overline{z}|i = |a + bi - a + bi|i = \sqrt{(2b)^2}i = 2|b|i.$$

$$(z + \overline{z})i^{2019} = -i(a + bi + a - bi) = -2ai.$$

Suy ra phương trình đã cho tương đương với:

$$(a - 1)^2 + b^2 + 2|b|i - 2ai = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a - 1)^2 + b^2 = 1 \\ 2|b| - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 2a + b^2 = 0 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2|b|^2 - 2|b| = 0 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| = 0 \\ |b| = 1 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ a = 1 \\ b = 1 \\ a = 1 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 36. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $(z - 6)(8 + \overline{z}i)$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 4$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

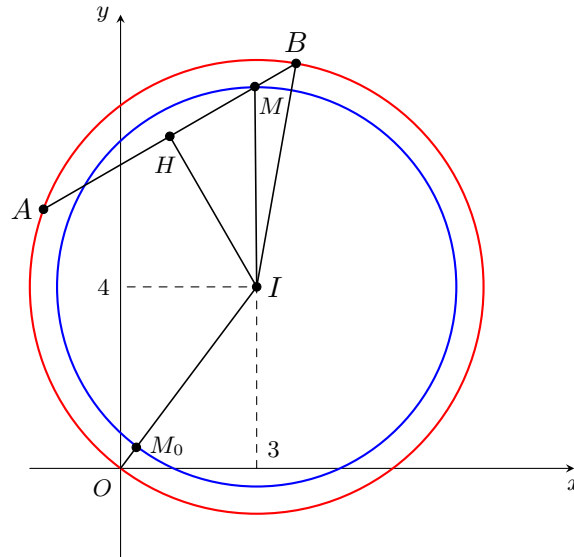
A. $5 - \sqrt{21}$.

B. $20 - 4\sqrt{21}$.

C. $20 - 4\sqrt{22}$.

D. $5 - \sqrt{22}$.

Lời giải.



Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức z_1, z_2 .

Suy ra $AB = |z_1 - z_2| = 4$.

* Ta có $(z - 6)(8 + \overline{z}i) = [(x - 6) + yi] \cdot [(8 - y) - xi] = (8x + 6y - 48) - (x^2 + y^2 - 6x - 8y)i$. Theo giả thiết $(z - 6)(8 + \overline{z}i)$ là số thực nên ta suy ra $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$. Tức là các điểm A, B thuộc đường tròn (C) tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = 5$.

* Xét điểm M thuộc đoạn AB thỏa $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} = 4\overrightarrow{OM}$. Gọi H là trung điểm AB . Ta tính được $HI^2 = R^2 - HB^2 = 21$; $IM = \sqrt{HI^2 + HM^2} = \sqrt{22}$, suy ra điểm M thuộc đường tròn (C') tâm $I(3; 4)$, bán kính $r = \sqrt{22}$.

* Ta có $|z_1 + 3z_2| = |\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}| = |4\overrightarrow{OM}| = 4OM$, do đó $|z_1 + 3z_2|$ nhỏ nhất khi OM nhỏ nhất.

Ta có $(OM)_{\min} = OM_0 = |OI - r| = 5 - \sqrt{22}$.

Vậy $|z_1 + 3z_2|_{\min} = 4OM_0 = 20 - 4\sqrt{22}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 37.

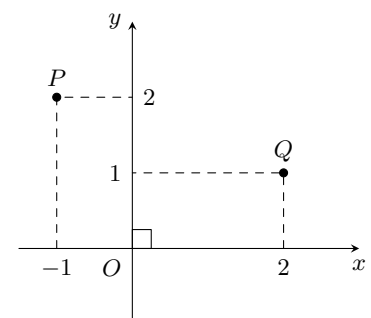
Trong hình vẽ bên, điểm P biểu diễn số phức z_1 , điểm Q biểu diễn số phức z_2 . Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $1 + 3i$.

B. $-3 + i$.

C. $-1 + 2i$.

D. $2 + i$.



Lời giải.

Theo hình vẽ ta có $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = 2 + i$ nên $z = z_1 + z_2 = 1 + 3i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 38. Cho số thực $a > 2$ và gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + a = 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $z_1 + z_2$ là số thực. B. $z_1 - z_2$ là số ảo. C. $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là số ảo. D. $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là số thực.

Lời giải.

Xét phương trình $z^2 - 2z + a = 0$. Ta có $\Delta' = 1 - a < 0$ ($\forall a > 2$).

Nên phương trình có 2 nghiệm phức là: $z_1 = 1 + \sqrt{a-1}i$; $z_2 = 1 - \sqrt{a-1}i$ (không làm mất tính tổng quát).

Ta có

— $z_1 + z_2 = 1 + \sqrt{a-1}i + 1 - \sqrt{a-1}i = 2$ là một số thực nên A đúng.

— $z_1 - z_2 = (1 + \sqrt{a-1}i) - (1 - \sqrt{a-1}i) = 2\sqrt{a-1}i$ là một số ảo (với $\forall a > 2$) nên B đúng.

— $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{1 + \sqrt{a-1}i}{1 - \sqrt{a-1}i} + \frac{1 - \sqrt{a-1}i}{1 + \sqrt{a-1}i} = \frac{4-2a}{a}$ là một số ảo (với $\forall a > 2$) nên C sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 39. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = \sqrt{3}$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Môđun $|z_1 + z_2|$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

① **Cách 1:** Gọi các số phức $z_1 = a_1 + b_1i$, $z_2 = a_2 + b_2i$, ($a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$).

Ta có $|z_1| = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \sqrt{3} \Rightarrow a_1^2 + b_1^2 = 3$, $|z_2| = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \sqrt{3} \Rightarrow a_2^2 + b_2^2 = 3$.

Do đó

$$\begin{aligned} |z_1 - z_2| = 2 & \Leftrightarrow \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2} = 2 \\ \Leftrightarrow (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 = 4 & \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 - 2a_1a_2 - 2b_1b_2 = 4 \\ \Leftrightarrow 2a_1a_2 + 2b_1b_2 = 2. \end{aligned}$$

Do đó $|z_1 + z_2| = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + 2a_1a_2 + 2b_1b_2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

② **Cách 2:** Ta có $|z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)(\overline{z_1} - \overline{z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 - (z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1}) = 4$

$|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\overline{z_1} + \overline{z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + (z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1}) = 8$

$\Rightarrow |z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 40. Cho số phức z và w thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{z}{w} + 1 - i$. Tìm giá trị lớn nhất của $T = |w + 1 - i|$.

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Nhận xét $z = 0$ không thỏa mãn giả thiết của bài toán.

Đặt $|z| = R, R > 0$. Ta có

$$\begin{aligned} (2+i)|z| = \frac{z}{w} + 1 - i & \Leftrightarrow (2R-1) + (R+1)i = \frac{z}{w} \\ \Rightarrow \frac{R}{|w|} &= \sqrt{5R^2 - 2R + 2} \\ \Rightarrow \frac{1}{|w|} &= \sqrt{\frac{5R^2 - 2R + 2}{R^2}} = \sqrt{5 - \frac{2}{R} + \frac{2}{R^2}} = \sqrt{2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}} \geq \frac{3}{\sqrt{2}}, \forall R > 0. \end{aligned}$$

Suy ra $|w| \leq \frac{\sqrt{2}}{3}, \forall R > 0$. ta có

$$T = |w + 1 - i| \leq |w| + |1 - i| \leq \frac{\sqrt{2}}{3} + \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

Đẳng thức xảy ra khi

$$\begin{cases} |z| = 2 \\ w = k(1 - i), k > 0 \\ (2 + i)|z| = \frac{z}{w} + 1 - i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ = \frac{1}{3}(1 - i). \end{cases}$$

Vậy $\max T = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 41. Cho số phức $z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i}$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng Oxy .

A. (1; 4).

B. (-1; 4).

C. (-1; -4).

D. (1; -4).

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i} &= \frac{(8 - 3) - (2 + 12)i}{3 + 2i} \\ &= \frac{5 - 14i}{3 + 2i} \\ &= \frac{(5 - 14i)(3 - 2i)}{(3 + 2i)(3 - 2i)} \\ &= \frac{(15 - 28) - (10 + 42)i}{9 + 4} \\ &= \frac{-13 - 52i}{13} = -1 - 4i. \end{aligned}$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng Oxy là $M(-1; -4)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |\bar{z} + 1 + 2i|$ là đường thẳng có phương trình.

A. $x - 2y + 1 = 0$.

B. $x + 2y = 0$.

C. $x - 2y = 0$.

D. $x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Ta có:

$$\begin{aligned} |z - 1 + 2i| &= |\bar{z} + 1 + 2i| \\ \Leftrightarrow |x + yi - 1 + 2i| &= |x - yi + 1 + 2i| \\ \Leftrightarrow |(x - 1) + (y + 2)i| &= |(x + 1) + (2 - y)i| \\ \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2} &= \sqrt{(x + 1)^2 + (2 - y)^2} \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 &= x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ \Leftrightarrow x - 2y &= 0. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng có phương trình là $x - 2y = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 43. Cho số phức $z = (1 - 2i)^2$. Tính mô đun của số phức $\frac{1}{z}$.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = (1 - 2i)^2 = 1 - 4i + 4i^2 = -3 - 4i.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{-3 - 4i} = -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i.$$

$$\text{Do đó } \left| \frac{1}{z} \right| = \sqrt{\left(-\frac{3}{25} \right)^2 + \left(\frac{4}{25} \right)^2} = \frac{1}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 44. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Tính $w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + i(z_1^2 z_2 + z_2^2 z_1)$.

A. $w = -\frac{4}{5} + 20i$.

B. $w = \frac{4}{5} + 20i$.

C. $w = 4 + 20i$.

D. $w = 20 + \frac{4}{5}i$.

Lời giải.

$$\text{Theo hệ thức Vi-et, ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = 4 \\ z_1 z_2 = 5. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } w = \frac{z_2 + z_1}{z_1 z_2} + i(z_1 + z_2) z_1 z_2 = \frac{4}{5} + 20i.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 45. Cho số phức z thỏa $|z - 1 + 2i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = 2z + i$ trên mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

A. $I(2; -3)$.

B. $I(1; 1)$.

C. $I(0; 1)$.

D. $I(1; 0)$.

Lời giải.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức w .

$$\text{Ta có } w = 2z + i \Leftrightarrow z = \frac{w - i}{2}.$$

$$\text{Do đó } |z - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{w - i}{2} - 1 + 2i \right| = 3 \Leftrightarrow |w - 2 + 3i| = 6 \Leftrightarrow MI = 6, \text{ với } I(2; -3).$$

Do đó tập hợp điểm M là đường tròn tâm $I(2; -3)$ và bán kính $R = 6$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 46. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - 3\sqrt{2}| = \sqrt{2}$, $|w - 4\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$. Biết rằng $|z - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = z_0, w = w_0$. Tính $|3z_0 - w_0|$.

A. $2\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có:

- $|z - 3\sqrt{2}| = \sqrt{2}$, suy ra tập hợp điểm biểu diễn M biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(3\sqrt{2}; 0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.
- $|w - 4\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$, suy ra tập hợp điểm biểu diễn N biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm $J(0; 4\sqrt{2})$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Suy ra $|z - w| = MN$.

Mặt khác $IM + MN + NJ \geq IJ$

$$\Rightarrow MN \geq IJ - IM - NJ.$$

$$\text{Hay } MN \geq 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

Suy ra min $MN = 2\sqrt{2}$ khi I, M, N, J thẳng hàng và M, N nằm giữa I, J (Hình vẽ).

Khi đó ta có:

$$|3z_0 - w_0| = |3\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}|, \overrightarrow{IM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{IJ}; \overrightarrow{IN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}.$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}; 3\overrightarrow{OM} = 3(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IM}) = 3(\overrightarrow{OI} + \frac{1}{5}\overrightarrow{IJ}) = 3\overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}.$$

$$\text{Suy ra } |3z_0 - w_0| = |3\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}| = |3\overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ} - (\overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ})| = |2\overrightarrow{OI}| = 6\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 47. Tính tổng của tất cả các giá trị của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn đồng thời $|z| = m$ và $|z - 4m + 3mi| = m^2$.

A. 4.

B. 6.

C. 9.

D. 10.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó, điểm biểu diễn của z là $M(x; y)$.

Với $m = 0$, ta có $z = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m > 0$, ta có

- $|z| = m \Leftrightarrow M$ thuộc đường tròn (C_1) tâm $I(0; 0)$, bán kính $R = m$.
- $|z - 4m + 3mi| = m^2 \Leftrightarrow (x - 4m)^2 + (y + 3m)^2 = m^4 \Leftrightarrow M$ thuộc đường tròn (C_2) tâm $I'(4m; -3m)$, bán kính $R' = m^2$.
- Có duy nhất một số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán khi và chỉ khi (C_1) và (C_2) tiếp xúc

$$\text{nghau} \Leftrightarrow \begin{cases} II' = R + R' \\ II' = |R - R'| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m = m^2 + m \\ 5m = |m^2 - m| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 6 \end{cases}.$$

Suy ra, tập giá trị m thỏa yêu cầu bài toán là $\{0; 4; 6\}$. Do đó, tổng tất cả các giá trị của m là 10.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 48. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a + 6i = 2 - 2bi$, với i là đơn vị ảo. Giá trị của $a + b$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. -4.

D. 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a + 6i = 2 - 2bi \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ 6 = -2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z + 4 - 3i = 13 + 4i$. Mô-đun của z bằng

A. 20.

B. 4.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 (2 + 3i)z + 4 - 3i &= 13 + 4i \\
 \Leftrightarrow (2 + 3i)z &= 13 + 4i - 4 + 3i \\
 \Leftrightarrow (2 + 3i)z &= 9 + 7i \\
 \Leftrightarrow z &= \frac{9 + 7i}{2 + 3i} \\
 \Leftrightarrow z &= \frac{(9 + 7i)(2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)} \\
 \Leftrightarrow z &= \frac{18 - 21i^2 + 14i - 27i}{2^2 + 3^2} \\
 \Leftrightarrow z &= \frac{39 - 13i}{13} \\
 \Leftrightarrow z &= 3 - i \\
 \Rightarrow |z| &= \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 50. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|(1 + i)z - 5 + i| = 2$ là một đường tròn tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2; -3), R = \sqrt{2}$.

B. $I(2; -3), R = 2$.

C. $I(-2; 3), R = \sqrt{2}$.

D. $I(-2; 3), R = 2$.

Lời giải.

Gọi số phức $z = x + yi$.

$$\begin{aligned}
 |(1 + i)z - 5 + i| &= 2 \\
 \Leftrightarrow |(1 + i)(x + yi) - 5 + i| &= 2 \\
 \Leftrightarrow |(x - y - 5) + (x + y + 1)i| &= 2 \\
 \Leftrightarrow (x - y - 5)^2 + (x + y + 1)^2 &= 4 \\
 \Leftrightarrow (x - y)^2 - 10(x - y) + 25 + (x + y)^2 + 2(x + y) + 1 &= 4 \\
 \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 8x + 12y + 22 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 &= 0 \\
 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 &= 2
 \end{aligned}$$

. Vậy đường tròn biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện bài toán có tâm $I(2; -3), R = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 51. Xét số phức z thỏa mãn $\frac{z + 2}{z - 2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ta có:

$$\begin{aligned}\frac{z+2}{z-2i} &= \frac{(a+2)+bi}{a+(b-2i)i} = \frac{[(a+2)+bi][a-(b-2)i]}{[a+(b-2)i][a-(b-2)i]} \\ &= \frac{(a+2)a - (a+2)(b-2)i + abi + b(b-2)}{a^2 + (b-2)^2} \\ &= \frac{a^2 + 2a + b^2 - 2b}{a^2 + (b-2)^2} - \frac{(a+2)(b-2) - ab}{a^2 + (b-2)^2}i.\end{aligned}$$

Để số trên là số thuần ảo $\Rightarrow$ có phần thực bằng 0 $\Rightarrow a^2 + 2a + b^2 - 2b = 0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 - 0} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 52. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 + z_1 z_2 z_3 = 0$. Đặt $z = z_1 + z_2 + z_3$, giá trị của $|z|^3 - 3|z|^2$ bằng

- A. -2. B. -4. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Do các giả thiết đã cho đúng với mọi cặp số phức z_1, z_2, z_3 nên ta chọn $z_1 = z_2 = 1$, kết hợp giả thiết ta có:

$$z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 + z_1 z_2 z_3 = 0 \Leftrightarrow 1 + 1 + z_3^3 + z_3 = 0 \Leftrightarrow z_3^3 + z_3 + 2 = 0 \Leftrightarrow z_3 = -1, \text{ thỏa mãn } |z_3| = 1.$$

Khi đó ta có 1 cặp $(z_1, z_2, z_3) = (1; 1; -1)$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

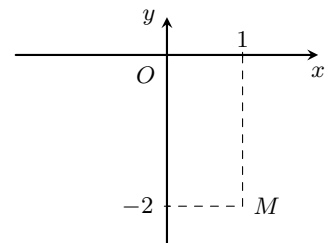
$$\text{Khi đó } z = z_1 + z_2 + z_3 = 1 + 1 - 1 = 1. \Rightarrow |z|^3 - 3|z|^2 = 1 - 3 \cdot 1 = -2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 53.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là -2 và phần ảo là i .
B. Phần thực là 1 và phần ảo là -2.
C. Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$.
D. Phần thực là -2 và phần ảo là 1.



Lời giải.

Điểm M có tọa độ $M(1; -2)$ nên $z = 1 - 2i$.

Vậy phần thực là 1 và phần ảo là -2.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 54. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(2; -1); R = 2$. B. $I(-2; -1); R = 4$. C. $I(-2; -1); R = 2$. D. $I(2; -1); R = 4$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ nên điểm biểu diễn của số phức z là $M(x; y)$.

Theo giả thiết $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ nên ta có

$$\begin{aligned}|x - yi + 2 - i| &= 4 \\ \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y+1)^2} &= 4 \\ \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 &= 16.\end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-2; -1)$ và bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 55. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$. Tính $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $T = \frac{2}{3}$. B. $T = \frac{8}{3}$. C. $T = \frac{4}{3}$. D. $T = -\frac{11}{9}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3z^2 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1 + \sqrt{23}i}{6} \Rightarrow |z_1|^2 = \frac{2}{3} \\ z_2 = \frac{1 - \sqrt{23}i}{6} \Rightarrow |z_2|^2 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } T = |z_1|^2 + |z_2|^2 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 56. Số phức liên hợp của $z = 4 + 3i$ là

- A. $\bar{z} = -3 + 4i$. B. $\bar{z} = 4 - 3i$. C. $\bar{z} = 3 + 4i$. D. $\bar{z} = 3 - 4i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = 4 + 3i$ là $\bar{z} = 4 - 3i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 57. Cho z là số phức thỏa $|\bar{z}| = |z + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z - 1 + 2i| + |z + 1 + 3i|$ là

- A. $\sqrt{5}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{29}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $T = |z - 1 + 2i| + |z + 1 + 3i| = \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y+3)^2} = MA + MB$,
với $A(1; -2)$, $B(-1; -3)$, $M(x; y)$.

Từ giả thiết $|\bar{z}| = |z + 2i| \Leftrightarrow y = -1$.

Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z nằm trên đường thẳng $y = -1$, do đó $M(x; -1)$.

Ta thấy $A(1; -2)$, $B(-1; -3)$ nằm cùng phía với đường thẳng $y = -1$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng $y = -1$ thì $A'(1; 0)$.

Do đó $T = MA + MB = MA' + MB$ nhỏ nhất khi A', B, M thẳng hàng $\Rightarrow M\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

Khi đó $T = MA + MB = MA' + MB = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 58. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = 2a + 3b$.

- A. $S = -5$. B. $S = 5$. C. $S = -6$. D. $S = 6$.

Lời giải.

Ta có $z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow (a+1) + (b+3 - \sqrt{a^2+b^2})i = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b+3-\sqrt{1+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=\frac{-4}{3} \end{cases}$$

Suy ra $S = 2a + 3b = -6$.

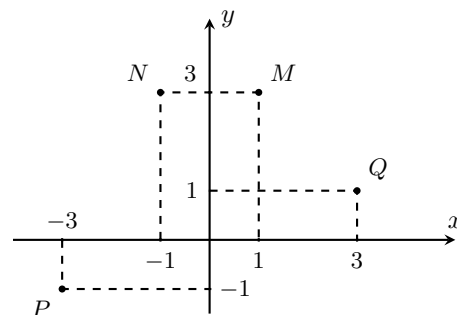
Chọn đáp án **(C)** □

Câu 59.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức

$$z = (1 + i)(2 - i)?$$

- A. P. B. M. C. N. D. Q.



Lời giải.

Ta có: $z = 2 - i + 2i - i^2 = 3 + i$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 60. Cho số phức z , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức z ; iz và $z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Tính mô-đun của số phức z .

- A. $2\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{2}$. C. 6. D. 9.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, với a, b là số thực. Gọi M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn số phức z, iz và $z + iz$. Khi đó $M(a; b); N(-b; a); P(a - b; a + b)$. Suy ra $MN = \sqrt{2(a^2 + b^2)}$; $NP = PM = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Suy ra tam giác MNP vuông cân tại P .

$$\text{Ta có } S_{\triangle MNP} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot NP \cdot PM = 18 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 36 \Leftrightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 6.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 61. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn tâm I có bán kính R lần lượt là

- A. $I(-2; -1); R = 4$. B. $I(-2; -1); R = 2$. C. $I(2; -1); R = 4$. D. $I(2; -1); R = 2$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

$$\text{Ta có } |\bar{z} + 2 - i| = 4 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + (-b - 1)^2 = 16 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + (b + 1)^2 = 16.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức là đường tròn tâm $I(-2; -1)$, bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 62. Cho số phức $z = a + bi$ với $(a, b \in \mathbb{R})$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. B. $\bar{z} = a - bi$. C. z^2 là số thực. D. $z \cdot \bar{z}$ là số thực.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 = (a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi \Rightarrow z^2 \text{ không phải là số thực khi } ab \neq 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 63. Cho hai số phức z và z' . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $|z + z'| = |z| + |z'|$. B. $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$. C. $\bar{z} \cdot \bar{z'} = \overline{z \cdot z'}$. D. $\bar{z} + \bar{z'} = \overline{z + z'}$.

Lời giải.

Mệnh đề $|z + z'| = |z| + |z'|$ **sai** vì với $z = 1 + i$ và $z' = 1 - i$ thì

$$\begin{aligned} |z + z'| &= |(1 + i) + (1 - i)| = |2| = 2 \\ |z| + |z'| &= |1 + i| + |1 - i| = 2\sqrt{2} \\ \Rightarrow |z + z'| &\neq |z| + |z'|. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 64. Mặt phẳng có phương trình nào sau đây song song với trục Ox ?

- A. $y - 2z + 1 = 0$. B. $2y + z = 0$. C. $2x + y + 1 = 0$. D. $3x + 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có trục Ox có véc-tơ chỉ phương là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Gọi $(P_1): y - 2z + 1 = 0$, $(P_2): 2y + z = 0$, $(P_3): 2x + y + 1 = 0$, $(P_4): 3x + 1 = 0$.

Khi đó, (P_1) , (P_2) , (P_3) , (P_4) có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là

$$\vec{n}_1 = (0; 1; -2), \vec{n}_2 = (0; 2; 1), \vec{n}_3 = (2; 1; 0), \vec{n}_4 = (3; 0; 0).$$

Ta thấy $\vec{n}_1 \cdot \vec{i} = 0$ và $O(0; 0; 0) \notin (P_1) \Rightarrow (P_1) \parallel Ox$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 65. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i + 1)z_1$.

- A. $M(-5; -1)$. B. $M(5; 1)$. C. $M(-1; -5)$. D. $M(1; 5)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3 + 2i \\ z = -3 - 2i. \end{cases}$$

Vì z_1 là nghiệm có phần ảo dương nên $z_1 = -3 + 2i$.

Ta có $w = (i + 1)(-3 + 2i) = -5 - i \Rightarrow M(-5; -1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 66. Tập hợp tất cả các số thực x **không** thỏa mãn bất phương trình $3^{x^2-9} + (x^2 - 9)5^{x+1} \geq 1$ là một khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$.

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 8.

Lời giải.

$$\text{Với } x^2 - 9 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -3 \end{cases}.$$

Ta có $3^{x^2-9} \geq 3^0 = 1$ và $(x^2 - 9) \cdot 5^{x+1} \geq 0$ nên thỏa mãn bất phương trình.

Với $x^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.

Ta có $3^{x^2-9} < 3^0 = 1$ và $(x^2 - 9) \cdot 5^{x+1} < 0$ nên không thỏa mãn bất phương trình.

Suy ra tập hợp các số thực x không thỏa mãn bất phương trình là khoảng $(-3; 3)$.

Khi đó $a = -3$, $b = 3 \Rightarrow b - a = 6$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 67. Tìm mô-đun của số phức z biết $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$.

- A. $|z| = \frac{1}{2}$. B. $|z| = 2$. C. $|z| = 4$. D. $|z| = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 z - 4 &= (1 + i)|z| - (4 + 3z)i \\
 \Leftrightarrow z - 4 &= |z| + i|z| - 4i - 3iz \\
 \Leftrightarrow z(1 + 3i) &= |z| + 4 + (|z| - 4)i \\
 \Rightarrow |z(1 + 3i)| &= ||z| + 4 + (|z| - 4)i| \text{ (lấy mô-đun hai vế)} \\
 \Leftrightarrow |z| \cdot \sqrt{10} &= \sqrt{(|z| + 4)^2 + (|z| - 4)^2} \\
 \Leftrightarrow 10|z|^2 &= 2|z|^2 + 32 \\
 \Leftrightarrow |z|^2 &= 4 \Leftrightarrow |z| = 2.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 68. Cho số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z - 1 - i| \geq 1$ và $|z - 3 - 3i| \leq \sqrt{5}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$. Tính tỉ số $\frac{M}{m}$.

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $\frac{5}{4}$.

D. $\frac{14}{5}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z , $I(1; 1)$ là điểm biểu diễn số phức $1 + i$ và $J(3; 3)$ là điểm biểu diễn số phức $3 + 3i$.

Theo giả thiết $|z - 1 - i| \geq 1 \Leftrightarrow IM \geq 1 \Leftrightarrow M$ không nằm trong (có thể thuộc) đường tròn (C) có tâm là $I(1; 1)$, bán kính $R = 1$.

Mặt khác $|z - 3 - 3i| \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow JM \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow M$ nằm trong hình tròn (C') có tâm là $J(3; 3)$, bán kính $R' = \sqrt{5}$.

Xét đường thẳng $d: x + 2y = P$

$$\Rightarrow d: x + 2y - P = 0.$$

Vì $M \in d$ và M nằm trong hình tròn (C') nên P nhỏ nhất hoặc lớn nhất khi d tiếp xúc với (C') đồng thời M phải không nằm trong hình tròn (C) .

Đường thẳng d tiếp xúc với (C') khi và chỉ khi

$$d(J; d) = R' \Leftrightarrow \frac{|9 - P|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |9 - P| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} P = 4 \\ P = 14. \end{cases}$$

Với $P = 4 \Rightarrow d: x + 2y - 4 = 0$. Vì M là tiếp điểm nên $JM \perp d \Rightarrow JM: 2x - y - 3 = 0$.

$$\text{Tọa độ điểm } M \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(2; 1) \Rightarrow IM = 1 = R$$

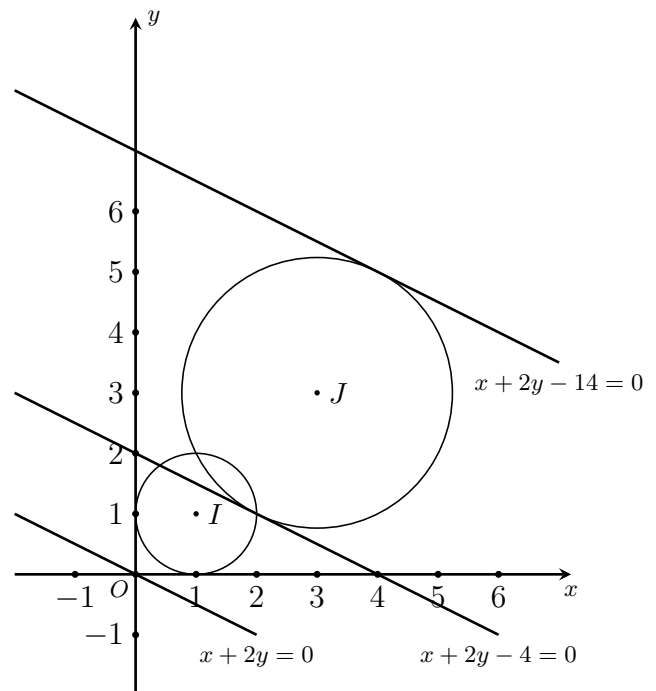
$\Rightarrow M$ không nằm trong đường tròn (C) .

Với $P = 14 \Rightarrow d: x + 2y - 14 = 0$. Vì M là tiếp điểm nên $JM \perp d \Rightarrow JM: 2x - y - 3 = 0$.

$$\text{Tọa độ điểm } M \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x + 2y - 14 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow M(4; 5) \Rightarrow IM = 5 > R$$

$\Rightarrow M$ không nằm trong đường tròn (C) .

$$\text{Vậy } m = 4 \text{ và } M = 14 \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 69. Cho số phức $z = 6 + 17i$. Điểm biểu diễn cho số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A. $M(-6; -17)$. B. $M(-17; -6)$. C. $M(17; 6)$. D. $M(6; 17)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn cho số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là $M(6; 17)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 70. Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2-3i}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy có tọa độ là

- A. $(3; -3)$. B. $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. C. $(3; -2)$. D. $(2; -3)$.

Lời giải.

$$z = \frac{1}{2-3i} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 71. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, số phức z có mô-đun nhỏ nhất là

- A. $-\frac{3}{5} + \frac{3}{10}i$. B. $\frac{3}{5} + \frac{3}{10}i$. C. $-\frac{3}{5} - \frac{3}{10}i$. D. $\frac{3}{5} - \frac{3}{10}i$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} |z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| &\Leftrightarrow |x + yi - 1 + i| = |x - yi + 1 - 2i| \\ &\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = (x + 1)^2 + (y - 2)^2 \\ &\Leftrightarrow -2x + 1 + 2y + 1 = 2x + 1 + 4y + 4 \\ &\Leftrightarrow 4x + 2y = -3 \Rightarrow (4x + 2y)^2 = 9 \\ &\Rightarrow 9 \leq (4^2 + 2^2)(x^2 + y^2) \Rightarrow |z| \geq \frac{3}{2\sqrt{5}}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = -\frac{3}{10} \end{cases}$. Vậy $z = -\frac{3}{5} - \frac{3}{10}i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 72. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z^2 - 2z + 5| = |(z - 1 + 2i)(z + 3i - 1)|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z - 2 + 2i|$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} |z^2 - 2z + 5| &= |(z - 1 + 2i)(z + 3i - 1)| \\ &\Leftrightarrow |(z - 1 - 2i)(z - 1 + 2i)| = |(z - 1 + 2i)(z + 3i - 1)| \\ &\Leftrightarrow |z - (1 + 2i)| \cdot |z - (1 - 2i)| = |z - (1 + 2i)| \cdot |z + (-1 + 3i)| \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} |z - (1 - 2i)| = 0 \\ |z - (1 + 2i)| = |z + (-1 + 3i)| \end{cases} \end{aligned}$$

- Nếu $|z - (1 - 2i)| = 0 \Rightarrow z = 1 - 2i \Rightarrow |z - 2 + 2i| = |-1| = 1$.
- Nếu $|z - (1 + 2i)| = |z + (-1 + 3i)| \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z - 2 + 2i|$ bằng $\frac{3}{2}$.

Nhận xét: Không cần xét trường hợp sau, vì trong các đáp án 1 là giá trị nhỏ nhất.

Chọn đáp án (B) □

Câu 73. Tính tổng $S = 1 + i^3 + i^6 + \dots + i^{2016}$.

- A. $S = 1$. B. $S = -1$. C. $S = i$. D. $S = -i$.

Lời giải.

Ta có $1, i^3, i^6, \dots, i^{2016}$ là một cấp số nhân có 673 số hạng với $u_1 = 1$ và $q = i^3$ nên

$$S = \frac{1 - (i^3)^{673}}{1 - i^3} = \frac{1 - i^3 \cdot (-i)^{672}}{1 + i} = \frac{1 - i^3}{1 + i} = 1.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 74. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

- A. 12. B. 1. C. 11. D. $12i$.

Lời giải.

$w = 3z_1 - 2z_2 = -1 + 12i$. Vậy w có phần ảo là 12.

Chọn đáp án (A) □

Câu 75. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2x + 1 + (1 - 2y)i = 2(2 - i) + yi - x$. Khi đó giá trị của $x^2 - 3xy - y$ bằng

- A. -3. B. 1. C. -2. D. -1.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 2x + 1 + (1 - 2y)i &= 2(2 - i) + yi - x \\ \Leftrightarrow 2x + 1 + (1 - 2y)i &= 4 - x + (y - 2)i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 4 - x \\ 1 - 2y = y - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $x^2 - 3xy - y = -3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 76. Cho M là tập hợp các số phức z thỏa $|2z - i| = |2 + iz|$. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc tập hợp M sao cho $|z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$.

- A. $P = \sqrt{2}$. B. $P = \sqrt{3}$. C. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $P = 2$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} |2z - i| &= |2 + iz| \\ \Leftrightarrow |2x + (2y - 1)i| &= |2 - y + xi| \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 &= 1. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn (C) có tâm O và bán kính $R = 1$.

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Ta có A, B thuộc (C) và $|z_1 - z_2| = 1 \Leftrightarrow AB = 1$. Suy ra $\triangle OAB$ đều nên $P = |z_1 + z_2| = |\vec{OA} + \vec{OB}| = 2|\vec{OH}| = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 77. Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $(2 - i)z = 1 - 2i$.

A. $-\frac{3}{5}$.

B. $\frac{i}{2}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{-3i}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2 - i)z = 1 - 2i \Rightarrow z = \frac{1 - 2i}{2 - i} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 78. Cho số phức z có môđun bằng 2018 và w là số phức thỏa mãn biểu thức $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z + w}$. Môđun của số phức w bằng

A. 2018.

B. 2019.

C. 2017.

D. $\sqrt{2019}$.

Lời giải.

$$\text{Từ giả thiết ta có } \frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z + w} \Rightarrow \frac{(z + w)^2 - zw}{zw(z + w)} = 0, \text{ suy ra } \left(z + \frac{1}{2}w\right)^2 = \left(-\frac{i\sqrt{3}w}{2}\right)^2.$$

$$\text{Khi đó } z = \left(-\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)w \text{ hoặc } z = \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)w \Rightarrow |w| = -\frac{2018}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}} = 2018.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 79. Gọi z_1, z_2, z_3 và z_4 là các nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = \frac{2018}{2019}$. Tính giá trị của biểu thức $P = (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1)$.

A. $\frac{(81 \cdot 2018 - 2019 \cdot 16)(2018 - 2019 \cdot 16)}{(2018 \cdot 16 - 2019)^2}$.

B. $\frac{(81 \cdot 2018 + 2019 \cdot 16)(2018 - 2019 \cdot 16)}{(2018 \cdot 16 - 2019)^2}$.

C. $\frac{(81 \cdot 2018 - 2019 \cdot 16)(2018 + 2019 \cdot 16)}{(2018 \cdot 16 - 2019)^2}$.

D. $\frac{(81 \cdot 2019 - 2018 \cdot 16)(2019 - 2018 \cdot 16)}{(2018 \cdot 16 - 2019)^2}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } f(z) = 2018(2z - i)^4 - 2019(z - 1)^4 = (2018 \cdot 16 - 2019)(z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4).$$

Ta lại có $z_k^2 + 1 = (z_k + i)(z_k - i)$, với $k = 1, 2, 3, 4$. Do đó

$$P = \frac{f(i) \cdot f(-i)}{(2018 \cdot 16 - 2019)^2} = \frac{(81 \cdot 2018 - 2019 \cdot 16)(2018 - 2019 \cdot 16)}{(2018 \cdot 16 - 2019)^2}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 80.

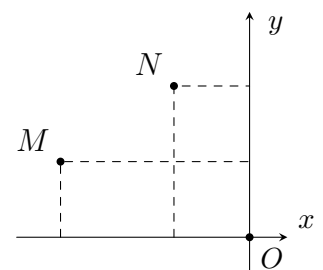
Gọi M và N lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 khác 0. Khi đó khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $|z_1 + z_2| = MN$.

B. $|z_2| = ON$.

C. $|z_1 - z_2| = MN$.

D. $|z_1| = OM$.



Lời giải.

$$\text{Gọi } z_1 = a_1 + b_1i \Rightarrow M(a_1, b_1), z_2 = a_2 + b_2i \Rightarrow N(a_2, b_2).$$

$$\text{Ta có } |z_1 + z_2| = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2}.$$

$$\text{Mà } MN = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}. \text{ Suy ra } |z_1 + z_2| \neq MN.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 81. Cho các số phức z thỏa mãn $|zi - (2 + i)| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là

A. $I(1; -2)$.

B. $I(-1; 2)$.

C. $I(-1; -2)$.

D. $I(1; 2)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |i(z - 1 + 2i)| = 2 \Rightarrow |z - 1 + 2i| = 2 \Rightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2} = 2.$$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; -2)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 82.** Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i) \cdot \bar{z} + \overline{(1 + 2i)} \cdot (1 - 2z) = 10 + 7i$. Tính mô đun của z .

A. 3.

B. $\sqrt{3}$.

C. 5.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.Đặt $z = a + bi$. Ta có

$$\begin{aligned} & (1 - i) \cdot \bar{z} + \overline{(1 + 2i)} \cdot (1 - 2z) = 10 + 7i \\ \Leftrightarrow & (1 - i)(a - bi) + (1 - 2i)(1 - 2(a + bi)) = 10 + 7i \\ \Leftrightarrow & a - b - ai - bi + (1 - 2i)(1 - 2a - 2bi) = 10 + 7i \\ \Leftrightarrow & a - b - ai - bi + 1 - 2a - 2(1 - 2a)i - 2bi - 4b = 10 + 7i \\ \Leftrightarrow & -3a - 5b + 1 + 3ai - 3bi - 2i = 10 + 7i \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -3a - 5b + 1 = 10 \\ 3a - 3b - 2 = 7 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a = 1 \\ b = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |z| = |1 - 2i| = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 83.** Phần ảo của số phức $z = \frac{1 - (1 - i)^{33}}{1 - i} + \overline{(1 - 2i)}$ là

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{5}{2}i$.

C. $-\frac{3}{2}i$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$z = \frac{1}{1 - i} - (1 - i)^{32} + 1 + 2i = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i - (1 - i)^{32} = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i - (-2i)^{16} = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i - (-4)^8.$$

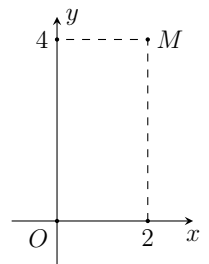
Vậy phần ảo của số phức z là $\frac{5}{2}$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 84.**Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức nào trong 4 số phức được liệt kê dưới đây?

A. $z = 4 - 2i$.

B. $z = 2 + 4i$.

C. $z = 4 + 2i$.

D. $z = 2 - 4i$.

**Lời giải.**Ta có tọa độ $M(2; 4)$, suy ra số phức biểu diễn bởi M là $z = 2 + 4i$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 85.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = z(1 + i)$ là đường tròn nào dưới đây?

A. Tâm $I(3; -1)$, $R = 3\sqrt{2}$.B. Tâm $I(-3; 1)$, $R = 3$.C. Tâm $I(-3; 1)$, $R = 3\sqrt{2}$.D. Tâm $I(3; -1)$, $R = 3$.**Lời giải.**

Ta có $w = z(1+i) \Leftrightarrow z = \frac{w}{1+i}$. Thay z vào điều kiện $|z - 1 + 2i| = 3$, ta được

$$\begin{aligned} \left| \frac{w}{1+i} - 1 + 2i \right| = 3 &\Leftrightarrow \left| \frac{1}{1+i} \right| \cdot |w - 3 + i| = 3 \\ &\Leftrightarrow |w - 3 + i| = 3\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Giả sử số phức $w = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta được

$$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = (3\sqrt{2})^2.$$

Vậy tập hợp của số phức w là đường tròn tâm $I(3; -1)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 86. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z + \bar{z}$ là số thuần ảo và $|z - 2i| = 1$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ trong đó $a, b \in \mathbb{R}$, ta có $\bar{z} = a - bi$.

Số phức $(1+i)z + \bar{z} = (1+i)(a+bi) + (a-bi) = 2a - b + ai$ là số thuần ảo khi chỉ khi $2a - b = 0 \Leftrightarrow b = 2a$.

Mặt khác

$$\begin{aligned} |z - 2i| = 1 &\Leftrightarrow |a + bi - 2i| = 1 \Leftrightarrow a^2 + (2a - 2)^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow 5a^2 - 8a + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow z = 1 + 2i \\ a = \frac{3}{5} \Rightarrow b = \frac{6}{5} \Rightarrow z = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}i. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 87. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z^2|$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 5 - 2i|$ bằng bao nhiêu?

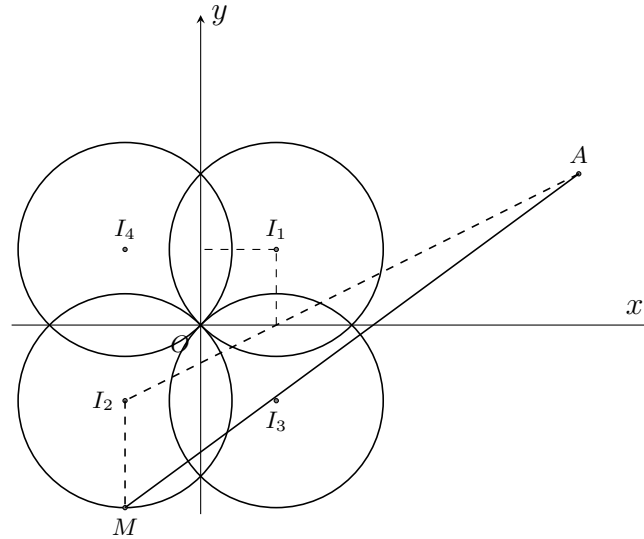
A. $\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$.B. $\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$.C. $\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$.D. $\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$.**Lời giải.**

Giả sử $z = x + yi$ (trong đó $x, y \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn là $M(x; y)$.

Ta có

$$\begin{aligned} |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z^2| &\Leftrightarrow |2x| + |2yi| = x^2 + y^2 \\ &\Leftrightarrow 2|x| + 2|y| = x^2 + y^2 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0 \text{ là đường tròn tâm } I_1(1; 1) \text{ bán kính } r = \sqrt{2} \\ x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0 \text{ là đường tròn tâm } I_2(-1; -1) \text{ bán kính } r = \sqrt{2} \\ x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \text{ là đường tròn tâm } I_3(1; -1) \text{ bán kính } r = \sqrt{2} \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0 \text{ là đường tròn tâm } I_4(-1; 1) \text{ bán kính } r = \sqrt{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Mà $P = |z - 5 - 2i| = MA$ với $A(5; 2)$ và M chạy trên 4 đường tròn như hình vẽ bên dưới.



Dựa vào hình minh họa, rõ ràng $P_{\max} = I_2A + r = \sqrt{36 + 9} + \sqrt{2} = 3\sqrt{5} + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 88. Cho số phức $z = 6 - 7i$. Tìm số phức liên hợp của số phức z .

- A. $\bar{z} = -6 + 7i$. B. $\bar{z} = -6 - 7i$. C. $\bar{z} = 6 + 7i$. D. $\bar{z} = -i$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 6 + 7i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 89. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có nghiệm $z = -2 + i$. Tính $a + b$.

- A. 4. B. 9. C. -1. D. 1.

Lời giải.

Ta có $(-2 + i)^2 + a(-2 + i) + b = 0 \Leftrightarrow (a - 4)i + (b + 3 - 2a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 90. Xét các điểm A, B, C trong mặt phẳng phức theo thứ tự là điểm biểu diễn các số phức $\frac{4i}{-1 + i}$, $(1 - i)(1 + 2i)$, $\frac{2 + 6i}{3 - i}$. Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

- A. $P = 0$. B. $P = 1$. C. $P = 2$. D. $P = -1$.

Lời giải.

Ta có $\frac{4i}{-1 + i} = 2 - 2i \Rightarrow A(2; -2)$, $(1 - i)(1 + 2i) = 3 + i \Rightarrow B(3; 1)$, $\frac{2 + 6i}{3 - i} = 2i \Rightarrow C(0; 2)$.

Lại có

$$\begin{aligned} \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (a - 2)^2 + (b + 2)^2 = (a - 3)^2 + (b - 1)^2 \\ (a - 2)^2 + (b + 2)^2 = a^2 + (b - 2)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 1 \\ a - 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow P = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 91. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = 5$. Tính $P = a + b$ khi $Q = |z + 2 - 2i|^2 + 2|z - 4 + i|^2 + 3|z + 2i|^2$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $P = 11$. B. $P = 14$. C. $P = 13$. D. $P = 12$.

Lời giải.

Gọi $M(a; b)$ và $I(4; 3) \Rightarrow M$ nằm trên đường tròn tâm I , bán kính 5.

Xét $A(-2; 2), B(4; -1), C(0; -2) \Rightarrow Q = MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$.

Gọi $H(x; y)$ là điểm thỏa mãn

$$\overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{HB} + 3\overrightarrow{HC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2) + 2(x-4) + 3x = 0 \\ (y-2) + 2(y+1) + 3(y+2) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow H(1; -1).$$

$$\text{Ta có } Q = (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HA})^2 + 2(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HB})^2 + 3(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HC})^2 = 6MH^2 + HA^2 + 2HB^2 + 3HC^2 + 2\overrightarrow{MH}(\overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{HB} + 3\overrightarrow{HC}) = 6MH^2 + HA^2 + 2HB^2 + 3HC^2.$$

Do A, B, C, H cố định nên $HA^2 + 2HB^2 + 3HC^2$ là hằng số, do vậy Q lớn nhất khi MH lớn nhất

$$\Leftrightarrow M, I, H \text{ theo thứ tự thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{HM} = \frac{HM}{IM} \overrightarrow{IM}.$$

$$\text{Ta có } HI = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow HM = HI + MI = 5 + 5 = 10 \Rightarrow \overrightarrow{HM} = 2\overrightarrow{IM}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1 = 2(a-4) \\ b+1 = 2(b-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow P = 14.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 92. Cho số phức w thỏa mãn $|w+2| \leq 1$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 2w + 1 - i$ là một hình tròn. Tính diện tích S của hình tròn đó.

A. $S = 2\pi$.

B. $S = 4\pi$.

C. 9π .

D. π .

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\bar{z} = 2w + 1 - i \Leftrightarrow x - yi = 2w + 1 - i \Leftrightarrow w = \frac{x-1}{2} - \frac{y-1}{2}i.$$

Lại có $|w+2| \leq 1$ nên

$$\left(\frac{x-1}{2} + 2\right)^2 + \left(\frac{y-1}{2}\right)^2 \leq 1 \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-1)^2 = 4.$$

Nên tập hợp điểm biểu diễn z là hình tròn bán kính $R = 2$ có diện tích $S = 4\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 93. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z-1+3i| = |z+3-i|$ và $P = ||z-1-2i| - |z+1-i||$ đạt giá trị lớn nhất. Tính tổng $S = x^3 + y^3$.

A. $S = 0$.

B. $S = 16$.

C. $S = 54$.

D. $S = 27$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

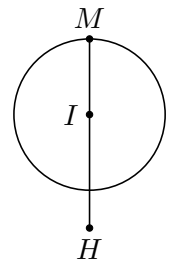
$$|z-1+3i| = |z+3-i| \Leftrightarrow x-y=0.$$

Gọi $A(1; 2), B(-1; 1)$, khi đó $P = ||z-1-2i| - |z+1-i|| = |MA-MB|$.

Bài toán trở thành: Tìm M thuộc đường thẳng $d: x-y=0$ sao cho $|MA-MB|$ lớn nhất.

Xét $P(x, y) = x-y$, ta có $P(A) \cdot P(B) = 2 > 0$ nên A, B nằm cùng phía đối với d .

Gọi I là giao điểm của AB với d , ta tìm được $I(3; 3)$.



Ta có $|MA - MB| \leq AB$. Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv I$. Do đó P đạt giá trị lớn nhất khi tọa độ M là $(3; 3)$. Vậy $x = y = 3$ và $S = 3^3 + 3^3 = 54$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 94. Cho khai triển $(2018x^2 + x + 2018)^{2018} = a_0 + a_1x + \dots + a_{4036}x^{4036}$. Tính tổng $S = a_1 - a_3 + a_5 - \dots + a_{4035}$.

A. $S = 0$.

B. $S = -1$.

C. $S = 2^{2018}$.

D. $S = 1$.

Lời giải.

Cho $x = i$ ($i^2 = -1$) trong khai triển $(2018x^2 + x + 2018)^{2018} = a_0 + a_1x + \dots + a_{4036}x^{4036}$ ta được

$$\begin{aligned} i^{2018} &= a_0 + a_1i + a_2i^2 + \dots + a_{4036}i^{4036} \\ \Leftrightarrow -1 &= (a_0 - a_2 + a_4 - \dots + a_{4036}) + (a_1 - a_3 + a_5 - \dots + a_{4035})i \end{aligned}$$

Vậy $S = a_1 - a_3 + \dots + a_{4035} = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 95. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P_{\max} = 2\sqrt{26}$.

B. $P_{\max} = 104$.

C. $P_{\max} = 32 + 3\sqrt{2}$.

D. $P_{\max} = 4\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \geq (|z_1| + |z_2|)^2$.

Suy ra $P = |z_1| + |z_2| \leq 2\sqrt{26}$, dấu bằng xảy ra khi

$$\begin{cases} |z_1| = |z_2| \\ z_1 + z_2 = 8 + 6i \\ |z_1 - z_2| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{17}{5} + \frac{19}{5}i \\ z_2 = \frac{23}{5} + \frac{11}{5}i \\ z_2 = 8 + 6i - z_1 \end{cases}$$

Vậy $P_{\max} = 2\sqrt{26}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 96. Cho số phức $z = 1 + 3i$. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức liên hợp $\bar{z}$. Tọa độ điểm M là

A. $M(-1; -3)$.

B. $M(1; 3)$.

C. $M(1; -3)$.

D. $M(-1; 3)$.

Lời giải.

Số phức liên hợp $\bar{z} = 1 - 3i$ nên $M(1; -3)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 97. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ là

A. $M(-1; 2)$.

B. $M(-1; -2)$.

C. $M(1; -2)$.

D. $M(2; 1)$.

Lời giải.

$\bar{z} = 1 - 2i$. Suy ra điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ là $M(1; -2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 98. Cho phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức là z_1, z_2 . Tính $A = |z_1| + |z_2| + z_1 \cdot z_2$.

A. $A = 25 + 2\sqrt{5}$.

B. $A = 0$.

C. $A = 5 - 2\sqrt{5}$.

D. $A = 5 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Do z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau nên $|z_1|^2 = |z_2|^2 = z_1 \cdot z_2 = 5$.

Suy ra $A = 5 + 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 99. Số phức $z = (1 - i)^{2018}$ có phần thực bằng

- A. 1. B. 2^{1009} . C. -2^{1009} . D. 0.

Lời giải.

$$z = (1 - i)^{2018} = [(1 - i)^2]^{1009} = (-2i)^{1009} = (-2)^{1009}i = -2^{1009}i.$$

Suy ra phần thực của số phức z bằng 0.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 100. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa $|z + 4| + |z - 4| = 10$ và $|z - 6|$ lớn nhất. Tính $S = a + b$.

- A. $S = -3$. B. $S = 5$. C. $S = -5$. D. $S = 11$.

Lời giải.

Gọi $M(a, b)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

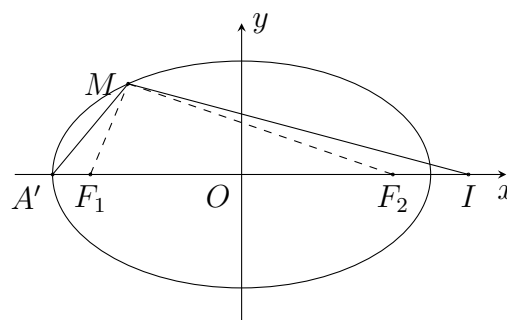
Đặt $F_1(-4; 0)$, $F_2(4; 0)$, $I(6; 0)$. Theo bài ra ta có

$$|z + 4| + |z - 4| = 10 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 10.$$

Suy ra điểm M thuộc elip có độ dài trục lớn bằng 10.

$$|z - 6| = IM \leq IA' = 11.$$

Suy ra $|z - 6|$ lớn nhất khi $M(-5; 0)$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 101. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$.

- A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$. B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$. D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2 .

Lời giải.

Theo định nghĩa thì số phức $z = 3 + 2i$ có phần thực và phần ảo tương ứng là 3 và 2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 102. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $z^2 - 4z + 5 = 0$. Biểu thức $P = (z_1 - 1)^{2018} + (z_2 - 1)^{2018}$ có giá trị bằng

- A. 0. B. 2^{2018} . C. 2^{1009} . D. 2.

Lời giải.

Ta thấy P là biểu thức có tính đối xứng với z_1 và z_2 .

Ta có $\Delta' = -1 = i^2$. Do đó phương trình có hai nghiệm phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 2 + i$.

Khi đó

$$\begin{aligned} P &= (1 - i)^{2018} + (1 + i)^{2018} = [(1 - i)^2]^{1009} + [(1 + i)^2]^{1009} \\ &= (-2i)^{1009} + (2i)^{1009} = -2^{1009}i + 2^{1009}i = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 103. Cho z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6}$. Tính giá trị của biểu thức $P = |2z_1 + z_2|$.

- A. $P = 2$. B. $P = \sqrt{3}$. C. $P = 3$. D. $P = 1$.

Lời giải.

Đặt $z_1 = a_1 + b_1i$; $z_2 = a_2 + b_2i$. Suy ra $a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = 1$.

Và $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6} \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = -\frac{1}{4}$.

Suy ra $P = |2z_1 + z_2| = 2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 104. Gọi z_1, z_2 là hai trong tất cả các số phức thỏa mãn điều kiện $|(i-1)z - 3i + 3| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1| + |z_2|$. Giá trị của $S = m^3 + n^3$ bằng

A. 72.

B. 90.

C. 54.

D. 126.

Lời giải.

Ta có: $|(i-1)z - 3i + 3| = 2 \Leftrightarrow |(i-1)(z-3)| = 2 \Leftrightarrow |z-3| = \sqrt{2}$.

Gọi M là điểm biểu diễn của z .

Ta có M nằm trên đường tròn (C) tâm $I(3;0)$, $R = \sqrt{2}$.

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho z_1, z_2 . Ta có $|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow AB = 2$.

Gọi H là trung điểm AB ta có tam giác IAB vuông tại I (theo định lý Pitago đảo)

$$\Rightarrow IH = \frac{AB}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

$\Rightarrow H$ chạy trên đường tròn tâm I bán kính $R = 1$.

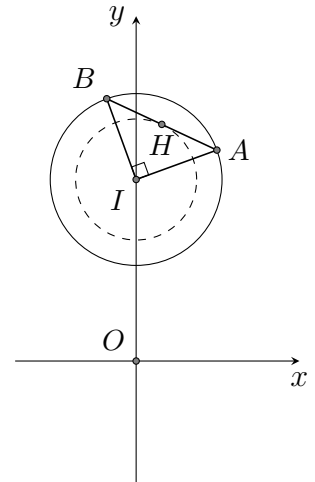
$$P = |z_1| + |z_2| = OA + OB \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)(OA^2 + OB^2)}$$

Mặt khác theo công thức độ dài đường trung tuyến ta có

$$OA^2 + OB^2 = 2OH^2 + \frac{AB^2}{2} = 2OH^2 + \frac{2^2}{2} = 2OH^2 + 2.$$

$$\Rightarrow \max P = OI + R = 3 + 1 = 4; \min P = |OI - R| = 3 - 1 = 2 \Rightarrow m = 4; n = 2 \Rightarrow S = 64 + 8 = 72.$$

Chọn đáp án (A) □



Câu 105. Cho số phức $z = a + bi$ (trong đó a, b là các số thực) thỏa mãn $3z - (4+5i)\bar{z} = -17 + 11i$. Tính ab .

A. $ab = 6$.

B. $ab = -3$.

C. $ab = 3$.

D. $ab = -6$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3z - (4+5i)\bar{z} = -17 + 11i \Leftrightarrow 3(a+bi) - (4+5i)(a-bi) = -17 + 11i$$

$$\Leftrightarrow -a - 5b + (-5a + 7b)i = -17 + 11i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 5b = -17 \\ -5a + 7b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow ab = 6.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 106. Tổng các nghiệm phức của phương trình $z^3 + z^2 - 2 = 0$ là

A. 1.

B. -1.

C. $1 - i$.

D. $1 + i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^3 + z^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z^2 + 2z + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + i \\ z_2 = -1 - i \\ z_3 = 1 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm phức là $z_1 + z_2 + z_3 = -1 + i - 1 - i + 1 = -1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 107. Trên mặt phẳng tập hợp các số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = x + 1$. B. $y = -x + 1$. C. $y = -x - 1$. D. $y = x - 1$.

Lời giải.

Ta có $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i| \Leftrightarrow |(x + 2) + (y + 1)i| = |x - (y + 3)i| \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 1)^2 = x^2 + (y + 3)^2$
 $\Leftrightarrow 4x + 4 + 2y + 1 = 6y + 9 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 108. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính mô-đun của số phức $w = M + mi$.

- A. $|w| = \sqrt{1258}$. B. $|w| = 3\sqrt{137}$. C. $|w| = 2\sqrt{314}$. D. $|w| = 2\sqrt{309}$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b - 4)^2 = 5(1)$.

Mặt khác $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (a + 2)^2 + b^2 - [a^2 + (b - 1)^2] = 4a + 2b + 3(2)$.

Từ (1) và (2) ta có $20a^2 + (64 - 8P)a + P^2 - 22P + 137 = 0(*)$.

Phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta' = -4P^2 + 184P + -1716 \geq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33 \Rightarrow |w| = \sqrt{1258}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 109. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn cho số z thỏa mãn $|(1 + 2i)z - 10| = |(2 + i)\bar{z} + 5|$ là

- A. hai đường thẳng cắt nhau. B. hai đường thẳng song song.
 C. một đường thẳng. D. một đường tròn.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned} |(1 + 2i)z - 10| &= |(2 + i)\bar{z} + 5| \\ \Leftrightarrow |(1 + 2i)(x + yi) - 10| &= |(2 + i)(x - yi) + 5| \\ \Leftrightarrow |x - 2y - 10 + (2x + y)i| &= |(2x + y) + (x - 2y + 5)i| \\ \Leftrightarrow (x - 2y - 10)^2 + (2x + y)^2 &= (2x + y)^2 + (x - 2y + 5)^2 \\ \Leftrightarrow 2x - 4y - 5 &= 0. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn cho số z là đường thẳng $2x - 4y - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 110. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z + (2 - i)^2 = 5 - 4i$ là

- A. $M(1; 1)$. B. $M(1; 2)$. C. $M(1; -1)$. D. $M(-1; 1)$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{5 - 4i - (2 - i)^2}{1 - i} = 1 + i \Rightarrow M = (1; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 111. Gọi d là giá trị nhỏ nhất của mô-đun số phức z thỏa mãn $\left|z + \frac{1}{z}\right| = 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $d \in \left(2; \frac{5}{2}\right)$.

B. $d \in (1; 2)$.

C. $d \in \left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

D. $d \in (0; 1)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \left|z + \frac{1}{z}\right| = 2 \Leftrightarrow \left|z + \frac{1}{z}\right|^2 = 4 \\
& \Leftrightarrow \left(z + \frac{1}{z}\right) \left(\bar{z} + \frac{1}{\bar{z}}\right) = 4 \\
& \Leftrightarrow |z|^2 + \frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z} + \frac{1}{|z|^2} = 4 \\
& \Leftrightarrow |z|^2 + \frac{z^2 + \bar{z}^2}{|z|^2} + \frac{1}{|z|^2} = 4 \\
& \Leftrightarrow |z|^2 + \frac{(z + \bar{z})^2 - 2|z|^2}{|z|^2} + \frac{1}{|z|^2} = 4 \\
& \Leftrightarrow |z|^4 - 6|z|^2 + 1 = -(z + \bar{z})^2 \leq 0 \\
& \Rightarrow 3 - 2\sqrt{2} \leq |z|^2 \leq 3 + 2\sqrt{2} \\
& \Leftrightarrow \sqrt{2} - 1 \leq |z| \leq \sqrt{2} + 1.
\end{aligned}$$

$$|z| = \sqrt{2} - 1 \text{ khi } \begin{cases} z = -\bar{z} \\ |z| = \sqrt{2} - 1. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } d = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow d \in (0; 1).$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 112. Cho $i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2018i^{2018} = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và i là đơn vị ảo. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a = -1010$.

B. $a = -1009$.

C. $a = 1010$.

D. $a = 1009$.

Lời giải.

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2018}.$$

$$f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + 2018x^{2017}.$$

$$\Rightarrow xf'(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + 2018x^{2018} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2018} = \frac{x^{2019} - 1}{x - 1}.$$

$$f'(x) = \left(\frac{x^{2019} - 1}{x - 1}\right)' = \frac{2019x^{2018}(x - 1) - (x^{2019} - 1)}{(x - 1)^2}.$$

$$\Rightarrow xf'(x) = x \frac{2019x^{2018}(x - 1) - (x^{2019} - 1)}{(x - 1)^2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + 2018x^{2018} = x \frac{2019x^{2018}(x - 1) - (x^{2019} - 1)}{(x - 1)^2} \quad (3)$$

Thay $x = i$ vào (3) ta được

$$i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2018i^{2018} = i \cdot \frac{2019i^{2018}(i - 1) - (i^{2019} - 1)}{(i - 1)^2} = -1010 + 1009i.$$

$$\text{Vậy } a = -1010.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 113. Cho số phức $z = \cos \varphi + i \sin \varphi$, ($\varphi \in \mathbb{R}$). Tìm mô-đun của z .

A. $|\cos \varphi| + |\sin \varphi|$.

B. 1.

C. $|\cos \varphi + \sin \varphi|$.

D. $|\cos 2\varphi|$.

Lời giải.

Ta có $z = \cos \varphi + i \sin \varphi = 1 (\cos \varphi + i \sin \varphi)$ nên $r = 1$.

Vậy $|z| = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 114. Tìm phần ảo của số phức z biết $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$.

A. 1.

B. -2.

C. -1.

D. 2.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có

$$\begin{aligned} z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i &\Leftrightarrow x + yi - (2 + 3i)(x - yi) = 1 - 9i \\ &\Leftrightarrow x + yi - [2x + 3y + (3x - 2y)i] = 1 - 9i \\ &\Leftrightarrow -x - 3y - 3(x - y)i = 1 - 9i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -x - 3y = 1 \\ -3(x - y) = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phần ảo của số phức z là $y = -1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 115. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$ thỏa mãn $|z - 1| \leq 2$. Tính diện tích của hình (H) .

A. 8π .

B. 18π .

C. 16π .

D. 4π .

Lời giải.

Ta có $w = (1 + \sqrt{3}i)(z - 1) + 3 + \sqrt{3}i \Leftrightarrow w - 3 - \sqrt{3}i = (1 + \sqrt{3}i)(z - 1)$,

Lấy mô-đun 2 vế, ta được $|w - 3 - \sqrt{3}i| = |1 + \sqrt{3}i| \cdot |z - 1| \leq 2 \cdot 2 = 4$.

Do đó, (H) là hình tròn bán kính 4 nên diện tích hình (H) bằng 16π .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 116. Cho $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ là số phức thỏa điều kiện $|\bar{z} + 2 - 3i| \leq |z + i - 2| \leq 5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 8x + 6y$. Tính $M + m$.

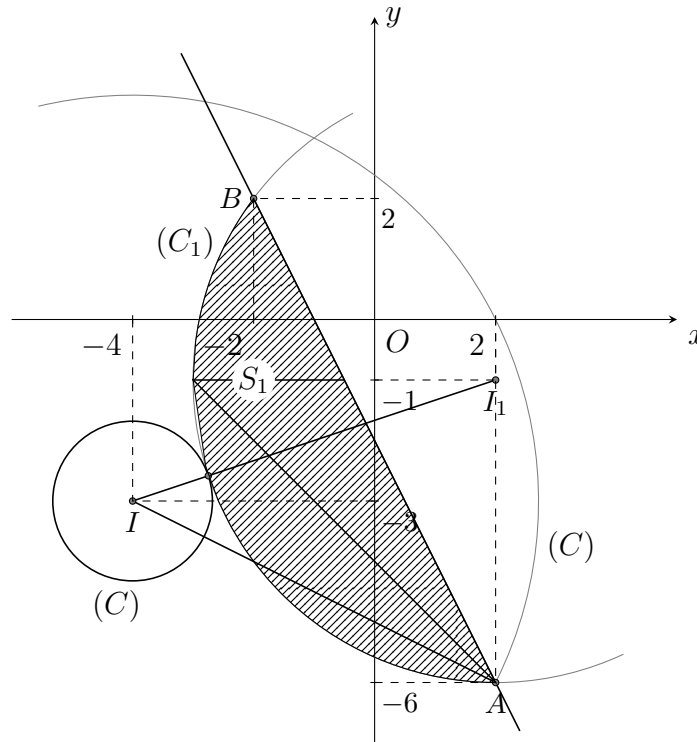
A. $\frac{156}{5} - 20\sqrt{10}$.

B. $60 - 20\sqrt{10}$.

C. $\frac{156}{5} + 20\sqrt{10}$.

D. $60 + 20\sqrt{10}$.

Lời giải.



- $|\bar{z} + 2 - 3i| \leq |z + i - 2| \Leftrightarrow 2x + y + 2 \leq 0$.
- $|z + i - 2| \leq 5 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 25$ là hình tròn (C_1) tâm $I_1(2; -1)$ và bán kính $R_1 = 5$.
- $M(z)$ thỏa điều kiện đề bài $\Leftrightarrow M \in (S_1)$: là phần gạch chéo kể cả biên với $A(2; -6), B(-2; 2)$.
- $P = x^2 + y^2 + 8x + 6y \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 8x + 6y - P = 0$. (1)

Xét điều kiện đề (1) là phương trình đường tròn với tâm $I(-4; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{25 + P}$.

$$\begin{aligned} \begin{cases} M(z) \in (S_1) \\ M \in (C) \end{cases} &\Leftrightarrow II_1 - R_1 \leq R \leq IA \Leftrightarrow 2\sqrt{10} - 5 \leq \sqrt{25 + P} \leq \sqrt{45} \\ &\Rightarrow 40 - 20\sqrt{10} \leq P \leq 20 \end{aligned}$$

Suy ra $M + m = 60 - 20\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 117. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $(2 + i)z + \frac{15 - 5i}{1 - i} = 20$.

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 7$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = 1$.

Lời giải.

Ta có $(2 + i)z + \frac{15 - 5i}{1 - i} = 20 \Leftrightarrow z = 3 - 4i \Rightarrow |z| = 5$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 118. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; -3)$ biểu diễn số phức z_A , điểm B biểu diễn số phức $z_B = (1 + i)z_A$. Tính diện tích S của tam giác OAB .

- A. $S = \frac{11}{2}$. B. $S = \frac{13}{2}$. C. $S = \frac{17}{2}$. D. $S = \frac{15}{2}$.

Lời giải.

Ta có $z_A = 2 - 3i \Rightarrow z_B = 5 - i \Rightarrow B(5; -1)$.

Trong không gian $Oxyz$, ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OA} = (2; -3; 0) \\ \overrightarrow{OB} = (5; -1; 0) \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}| = \frac{13}{2}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 119. Cho phương trình $x^2 - 2x + c = 0$, ($c \in \mathbb{R}, c > 1$) có hai nghiệm phức z_1 và z_2 . Biết rằng z_1 là số phức có phần ảo dương và $|z_1| = 5\sqrt{2}$. Tính $|z_1 - z_2|$.

A. 14.

B. 12.

C. $2\sqrt{46}$.

D. 6.

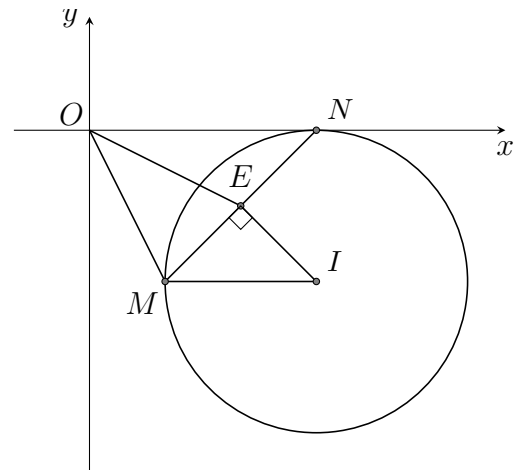
Lời giải.Ta có $\Delta' = 1 - c = (\sqrt{c-1}i)^2 \Rightarrow z_1 = 1 + \sqrt{c-1}i$.Vì $|z_1| = 5\sqrt{2} \Rightarrow c = 50$. Do vậy ta có $\begin{cases} z_1 = 1 + 7i \\ z_2 = 1 - 7i \end{cases} \Rightarrow |z_1 - z_2| = 14$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 120. Cho hai số phức z_1, z_2 thuộc tập hợp $S = \{z \in \mathbb{C} : |iz - 2 - 3i| = 2\}$ và thỏa mãn $z_1 + z_2 = 4 - 2i$. Tính $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.A. $A = 6$.B. $A = 14$.C. $A = 8$.D. $A = 12$.**Lời giải.**Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 .Gọi E là trung điểm MN .

Ta có

$$\begin{aligned} |iz - 2 - 3i| &= 2 \\ \Leftrightarrow |i \cdot (z - 3 + 2i)| &= 2 \\ \Leftrightarrow |z - 3 + 2i| &= 2. \end{aligned} \quad (1)$$

Từ (1) ta thấy M, N thuộc đường tròn tâm $I(3; -2)$ bán kính $R = 2$.Ta có $E(2; -1) \Rightarrow \overrightarrow{EI} = (1; -1) \Rightarrow EI = \sqrt{2} \Rightarrow MN = 2\sqrt{2}$.Trong $\triangle OMN$, ta có

$$\begin{aligned} OE^2 &= \frac{OM^2 + ON^2}{2} - \frac{MN^2}{4} \\ \Rightarrow OM^2 + ON^2 &= 14. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 121. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn hệ thức $|z - 3 - 4i| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1|^2 - |z_2|^2$.

A. -10.

B. -5.

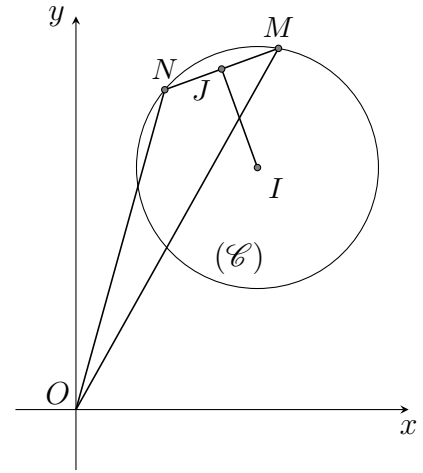
C. $-6 - 2\sqrt{5}$.D. $-4 - 3\sqrt{5}$.**Lời giải.**

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1 và z_2 .

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} M, N \in \mathcal{C}(I; 2) \text{ với } I(3; 4) \\ MN = 1. \end{cases}$

Ta thấy

$$\begin{aligned} P &= |z_1|^2 - |z_2|^2 \\ &= \overrightarrow{OM}^2 - \overrightarrow{ON}^2 \\ &= (\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}) \cdot (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}) \\ &= \overrightarrow{NM} \cdot (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}) \\ &= 2 \cdot \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{OJ}, \text{ (với } J \text{ là trung điểm } MN) \\ &= 2 \cdot \overrightarrow{NM} \cdot (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IJ}) \\ &= 2 \cdot \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{OI}, \text{ (vì } MN \perp IJ) \\ &= 2 \cdot MN \cdot OI \cdot \cos(\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{OI}) \\ &\geq 2 \cdot MN \cdot OI \cdot (-1) \\ &\geq -10. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 122. Biết z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị biểu thức $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là

A. $\frac{16}{5}$.

B. $\frac{-4}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{6}{5}$.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 4, z_1 \cdot z_2 = 5$. Vậy

$$\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 z_2} = \frac{(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2}{z_1 z_2} = \frac{6}{5}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 123. Cho số phức $w = (2 + i)^2 - 3(2 - i)$. Giá trị của $|w|$ là

A. $\sqrt{54}$.

B. $\sqrt{58}$.

C. $2\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{43}$.

Lời giải.

Ta có $w = -3 + 7i$ nên $|w| = \sqrt{58}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 124. Cho z và w là hai số phức liên hợp thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z - w| = 2\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $|z| < 1$.

B. $3 < |z| < 4$.

C. $|z| > 4$.

D. $1 < |z| < 3$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $z = \overline{w}, \overline{z} = w$ và $|z| = |w|$.

$$\text{Từ } |z - w| = 2 \Leftrightarrow (z - w)(\overline{z} - \overline{w}) = 4 \Leftrightarrow |z|^2 + |w|^2 - z\overline{w} - \overline{z}w = 4 \Leftrightarrow 2|z|^2 - z^2 - \overline{z}^2 = 4 \quad (*).$$

Do $\frac{z}{w^2}$ là số thực nên $\frac{z}{w^2} = \frac{\overline{z}}{\overline{w^2}} = \frac{\overline{z}}{w^2}$. Từ đó suy ra $\frac{z}{w^2} = \frac{w}{z^2}$, hay

$$z^3 = w^3 \Leftrightarrow (z - w)(z^2 - zw + w^2) = 0.$$

Vậy $z^2 + w^2 = zw = |z|^2$. Thay vào (*) ta có

$$|z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 125. Cho số phức z thỏa mãn $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tính $|w|$ biết $w = z^{2018} - z^{2017} + z^{2016} + 3z^{2015} + 3z^2 - z + 9$.

A. $\sqrt{3}$.

B. $2018\sqrt{3}$.

C. $9\sqrt{3}$.

D. $5\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $w = z^{2016}(z^2 - 2z + 3) + z^{2015}(z^2 - 2z + 3) + 3(z^2 - 2z + 3) + 5z = 5z$.

Vậy $|w| = 5|z|$.

Từ phương trình ta tìm được $z = 1 \pm i\sqrt{2}$, từ đó dễ dàng tìm được $|z| = \sqrt{3}$. Vậy $|w| = 5\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 126. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$. Phép tịnh tiến vec-tơ $\vec{v}(1; 2)$ biến tập hợp biểu diễn số phức z thành tập hợp biểu diễn số phức z' . Tìm $P = \max |z - z'|$.

A. $P = 15$.

B. $P = 20 - \sqrt{5}$.

C. $P = 10 + \sqrt{5}$.

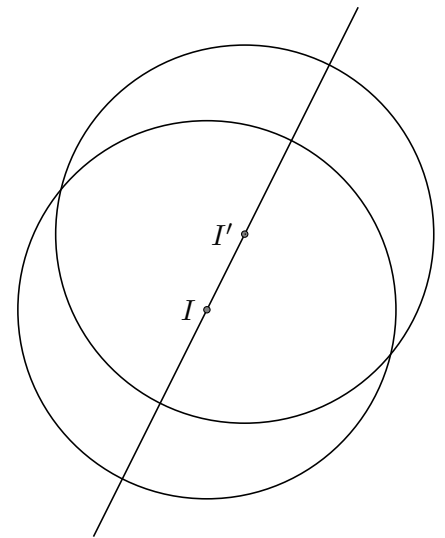
D. $P = 12$.

Lời giải.

Xét hai đường tròn $(I; 5)$ và $(I'; 5)$ với $I(1; -2), I'(2; 0)$.

Khi đó $\max |z - z'| = AB$ với AB là các giao điểm của đường thẳng II' với $(I; 5)$ và $(I'; 5)$ (A không nằm trong $(I'; 5)$ và B không nằm trong $(I; 5)$).

Khi đó $AB = 2R + II' = 10 + \sqrt{5}$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 127. Cho các số phức $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = -2 + 2i$, $z_3 = -1 - i$ được biểu diễn lần lượt bởi các điểm A, B, C trên mặt phẳng phức. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Khi đó điểm M biểu diễn số phức

A. $z = 6i$.

B. $z = -6i$.

C. $z = 2$.

D. $z = -2$.

Lời giải.

Tọa độ $A(1; 3)$, $B(-2; 2)$, $C(-1; -1)$. Gọi tọa độ điểm $M(x; y)$.

$$\overrightarrow{AM} = (x - 1; y - 3), \overrightarrow{AB} = (-3; -1), \overrightarrow{AC} = (-2; -4).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = -3 - (-2) \\ y - 3 = (-1) - (-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow z = 6i.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 128. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + i)z - (2 - i)\bar{z}$.

A. -5 .

B. -9 .

C. $-5i$.

D. $-9i$.

Lời giải.

$$w = (1+i)z - (2-i)\bar{z} = (1+i)(2-3i) - (2-i)(2+3i) = -2-5i.$$

Phần ảo của số phức w là -5 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 129. Cho hai số phức $z_1 = 2+i$ và $z_2 = 1-i$. Tìm số phức $z = z_1 + 2z_2$.

A. $1+i$.

B. 1 .

C. $4-i$.

D. $2i$.

Lời giải.

$$z = z_1 + 2z_2 = 2+i+2(1-i) = 4-i.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 130. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1 + 2i| = 1$, $|z_2 - 3 - i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z_1 - z_2|$.

A. $\sqrt{13} + 6$.

B. $\sqrt{13} + 3$.

C. $\sqrt{13} + 4$.

D. $\sqrt{13} + 2$.

Lời giải.

Giả sử $z_1 = a_1 + b_1i$ và $z_2 = a_2 + b_2i$ (với $a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R}$).

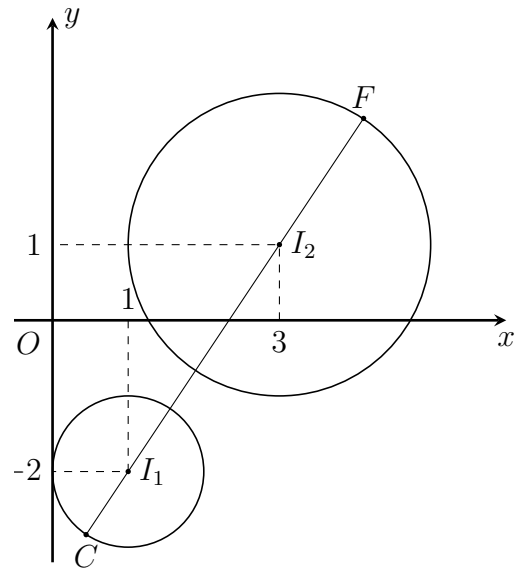
$$— |z_1 - 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow (a_1 - 1)^2 + (b_1 + 2)^2 = 1.$$

Tập hợp điểm M_1 biểu diễn z_1 là đường tròn tâm $I_1(1; -2)$ và bán kính $R_1 = 1$.

$$— |z_2 - 3 - i| = 2 \Leftrightarrow (a_2 - 3)^2 + (b_2 - 1)^2 = 4.$$

Tập hợp điểm M_2 biểu diễn z_2 là đường tròn tâm $I_2(3; 1)$ và bán kính $R_2 = 2$.

Mà $|z_1 - z_2| = M_1M_2 \leq CF = R_1 + I_1I_2 + R_2 = 1 + \sqrt{13} + 2 = 3 + \sqrt{13}$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 131. Cho $z_1 = 2+3i$; $z_2 = 4+5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức w biết $w = 2(z_1 + z_2)$.

A. $\bar{w} = 12 - 16i$.

B. $\bar{w} = 12 + 16i$.

C. $\bar{w} = -14 + 44i$.

D. $\bar{w} = -14 - 44i$.

Lời giải.

Ta có $w = 2(2+3i+4+5i) = 12+16i$. Vậy $\bar{w} = 12-16i$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 132. Gọi z_1 và z_2 (z_2 có phần ảo âm) là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 3z + 3 = z$. Giá trị của biểu thức $2018|2z_1| - 2017|2z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 3 .

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$— \text{Ta có } 4z^2 - 3z + 3 = z \Leftrightarrow 4z^2 - 4z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i = z_1 \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i = z_2 \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$— \text{Vậy } 2018|2z_1| - 2017|2z_2| = 2018 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 2017 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 133. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 3 + 2i = (|z| + 1)(1 + i)$ và $|z| > 1$. Tính $P = a - b$.

- A. $P = -1$. B. $P = -5$. C. $P = 3$. D. $P = 7$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} z + 3 + 2i &= (|z| + 1)(1 + i) \Leftrightarrow a + bi + 3 + 2i = (\sqrt{a^2 + b^2} + 1)(1 + i) \\ \Leftrightarrow a + bi + 3 + 2i &= \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{a^2 + b^2} \cdot i + 1 + i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 = \sqrt{a^2 + b^2} + 1 \\ b + 2 = \sqrt{a^2 + b^2} + 1 \end{cases} &\Rightarrow a - b = -1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 134. Xét các số phức z thỏa mãn $|z + \sqrt{5}| + |z - \sqrt{5}| = 2\sqrt{14}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z + \sqrt{5}|$. Tính $P = m + M$.

- A. $P = \sqrt{14} + \sqrt{5}$. B. $P = 2\sqrt{5}$. C. $P = 2\sqrt{14} + 2\sqrt{5}$. D. $P = 2\sqrt{14}$.

Lời giải.

— Gọi $N(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z , $F_1(-\sqrt{5}; 0)$, $F_2(\sqrt{5}; 0)$. Khi đó

$$|z + \sqrt{5}| + |z - \sqrt{5}| = 2\sqrt{14} \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2\sqrt{14}.$$

— M thuộc đường elip có hai tiêu điểm F_1, F_2 và độ dài trục lớn $2a = 2\sqrt{14} \Rightarrow a = \sqrt{14}$.

— Ta có $|z + \sqrt{5}| = MF_1 = a + \frac{c}{a} \cdot x_M$ với $-\sqrt{14} \leq x \leq \sqrt{14}$.

— Từ đó suy ra $m = \sqrt{14} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}} \cdot (-\sqrt{14}) = \sqrt{14} - \sqrt{5}$ và $M = \sqrt{14} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{14} + \sqrt{5}$.

— Vậy $P = m + M = \sqrt{14} - \sqrt{5} + \sqrt{14} + \sqrt{5} = 2\sqrt{14}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 135. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$, $w = 2z + 1 - i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất là

- A. $16 + \sqrt{74}$. B. $2 + \sqrt{130}$. C. $4 + \sqrt{74}$. D. $4 + \sqrt{130}$.

Lời giải.

— Ta có $w = 2z + 1 - i \Leftrightarrow w = 2(z - 3 + 4i + 3 - 4i) + 1 - i \Leftrightarrow w - 7 + 9i = 2(z - 3 + 4i)$.

— Ta suy ra $|w - 7 + 9i| = 2|z - 3 + 4i| \Leftrightarrow |w - 7 + 9i| = 4 \Rightarrow w \in \text{đường tròn} \begin{cases} \text{Tâm } I(7; -9) \\ R = 4 \end{cases}$.

— Vậy $|w|_{\max} = OI + R = \sqrt{7^2 + 9^2} + 4 = 4 + \sqrt{130}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 136. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{18}$. C. $-\frac{9}{4}$. D. $-\frac{9}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = -\frac{\sqrt{3}}{4} \pm \frac{\sqrt{21}}{4}i.$$

$$\text{Suy ra } z_1^2 + z_2^2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{21}}{4}i\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{21}}{4}i\right)^2 = -\frac{9}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 137. Trong mặt phẳng phức, gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}, ab \neq 0$), M' là điểm biểu diễn cho số phức $\bar{z}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. M' đối xứng với M qua Oy . B. M' đối xứng với M qua Ox .
C. M' đối xứng với M qua đường thẳng $y = x$. D. M' đối xứng với M qua O .

Lời giải.

Điểm M' có tọa độ $M'(a; -b)$ đối xứng với M qua Ox .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 138. Gọi n là số các số phức z đồng thời thỏa mãn $|iz + 1 + 2i| = 3$ và biểu thức $T = 2|z + 5 + 2i| + 3|z - 3i|$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi M là giá trị lớn nhất của T . Giá trị của tích Mn là

- A. $10\sqrt{21}$. B. $6\sqrt{13}$. C. $5\sqrt{21}$. D. $2\sqrt{13}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $N(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Từ giả thiết, $|iz + 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow |z + 2 - i| = 3 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$.

Ta có $T = 2|z + 5 + 2i| + 3|z - 3i| = 2NA + 3NB$ với $A(-5; -2)$ và $B(0; 3)$.

Nhận xét rằng A, B, I thẳng hàng và $2IA = 3IB$ ($I(-2; 1)$ là tâm đường tròn biểu diễn các số phức z).

Từ đó ta có $2NA^2 + 3NB^2 = 5NI^2 + 2IA^2 + 3IB^2 = 105$.

Mà $T^2 = (\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}NA + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}NB)^2 \leq 5(2NA^2 + 3NB^2) = 525$ hay $T \leq 5\sqrt{21}$.

Đẳng thức xảy ra khi N là giao của đường trung trực đoạn AB với đường tròn tâm I , bán kính $R = 3$.

Vậy $n = 2$ và $Mn = 10\sqrt{21}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 139. Tìm tọa độ điểm biểu diễn hình học của số phức $z = 8 - 9i$.

- A. $(8; 9)$. B. $(8; -9)$. C. $(-9; 8)$. D. $(8; -9i)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = 8 - 9i$ là $(8; -9)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 140. Cho số phức $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. $z + \bar{z} = 2bi$. B. $z - \bar{z} = 2a$. C. $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$. D. $|z^2| = |z|^2$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = a - bi$, do đó

- $z + \bar{z} = 2a$.
- $z - \bar{z} = 2bi$.
- $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$.
- $|z^2| = |z \cdot z| = |z| \cdot |z| = |z|^2$.

Vậy chỉ có mệnh đề $|z^2| = |z|^2$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 141. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = [(i - z_1)(i - z_2)]^{2018}$.

- A. 2^{1009} . B. -2^{1009} . C. 2^{2018} . D. -2^{2018} .

Lời giải.

Áp dụng định lý Vi-et ta có
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 \cdot z_2 = 2. \end{cases}$$

Mặt khác, ta có

$$w = [i^2 - i(z_1 + z_2) + z_1 z_2]^{2018} = (1-i)^{2018} = [(1-i)^2]^{1009} = (-2i)^{1009} = -2^{1009} \cdot i \cdot (i^2)^{504} = -2^{1009} \cdot i.$$

Vậy phần ảo của w là -2^{1009} .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 142. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| + |z + 1 - i| = \sqrt{13}$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z + 2 - i|$.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{2\sqrt{13}}{13}$. C. $m = \frac{\sqrt{13}}{13}$. D. $m = \frac{1}{13}$.

Lời giải.

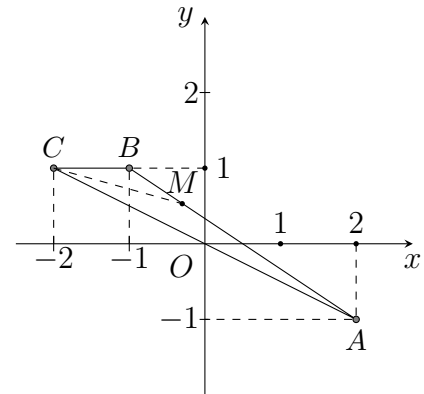
Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow M(x; y)$ biểu diễn số phức z .

Xét $A(2; -1)$, $B(-1; 1)$, ta có $AB = \sqrt{13}$.

Do $|z - 2 + i| + |z + 1 - i| = \sqrt{13} \Rightarrow MA + MB = \sqrt{13}$, suy ra M nằm trên đoạn thẳng AB .

Lấy điểm $C(-2; 1)$, ta có $|z + 2 - i| = MC$.

Vì $\vec{BC} \cdot \vec{BA} < 0 \Rightarrow \triangle ABC$ tù tại B . Do đó $|z + 2 - i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi M trùng với B hay $z = -i + i$. Vậy $m = BC = 1$.



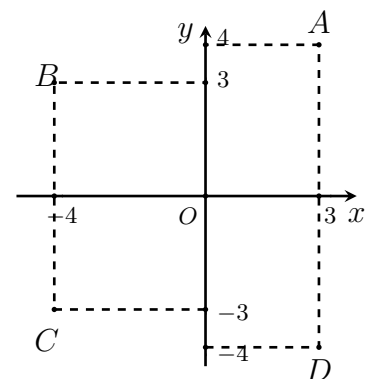
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 143.

Trong mặt phẳng tọa độ (hình vẽ bên), số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D ?

- A. Điểm A . B. Điểm B . C. Điểm C . D. Điểm D .



Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$ là điểm $D(3; -4)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 144. Cho số phức z thỏa mãn $2z + 3(1 - i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. -3.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Theo bài ra

$$\begin{aligned} 2z + 3(1-i)\bar{z} &= 1 - 9i \\ \Leftrightarrow 5x - 3y - (3x + y)i &= 1 - 9i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - y = 1 \\ 3x + y = 9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng -3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 145. Cho số phức $z = a + bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $z \cdot |z| + 2z + i = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b^3 + 5\sqrt{2}$.

- A. $T = 4$. B. $T = 5$. C. $T = 7$. D. $T = 6$.

Lời giải.

Ta có $(a + bi) \cdot \sqrt{a^2 + b^2} + 2(a + bi) + i = 0$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a \cdot \sqrt{a^2 + b^2} + 2a = 0 \\ b \cdot \sqrt{a^2 + b^2} + 2b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b \cdot |b| + 2b + 1 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Với $b \geq 0$ thì $(*) \Leftrightarrow b^2 + 2b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = -1$ (loại)

Với $b < 0$ thì $(*) \Leftrightarrow -b^2 + 2b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = 1 \pm \sqrt{2}$. Nhận giá trị $b = 1 - \sqrt{2}$.

Vậy $T = a + b^2 = 3 - 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 146. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3 + 3i| = \sqrt{2}$ và $|z - 1 + 3i| + |z - 3 + 5i|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $P = a + b$.

- A. $P = -2$. B. $P = -8$. C. $P = 8$. D. $P = 2$.

Lời giải.

Gọi $A(3; -3), B(1; -3), C(3; -5)$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$.

Theo giả thiết ta có $|z - 3 + 3i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow MA = \sqrt{2}$ và $MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Yêu cầu của bài toán tương đương với tìm điểm M thuộc đường tròn tâm A bán kính $R = \sqrt{2}$ để $MA + MB$ nhỏ nhất.

Ta có $MB + MC \geq BC = 2\sqrt{2}$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi M thuộc đoạn BC .

Phương trình đường thẳng BC : $x + y + 2 = 0$, phương trình đường tròn tâm A bán kính $\sqrt{2}$ là

$$(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 2.$$

$$\text{Tọa độ } M \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ (x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x - 2 \\ (x - 3)^2 + (-x + 1)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}.$$

Vậy $M(2; -4) \Rightarrow P = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 147. Tính mô-đun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{1}{25}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{1}{z} = \frac{1}{(1-2i)^2} = \frac{(1+2i)^2}{(1-2i)^2 \cdot (1+2i)^2} = \frac{-3+4i}{25}.$$

$$\text{Nên } \left| \frac{1}{z} \right| = \left| \frac{-3+4i}{25} \right| = \frac{1}{5}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 148. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = |z + \bar{z}| = 1$?

A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$, ta có $\bar{z} = a - bi$. Từ đó:

$$|z| = |z + \bar{z}| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ |2a| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a = \pm \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Do đó có 4 số phức thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 149. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

A. đường thẳng.

B. đường tròn.

C. parabol.

D. hypebol.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$, ta có $\bar{z} = x - yi$. Từ đó:

$$\begin{aligned} 2|z - 1| &= |z + \bar{z} + 2| \Leftrightarrow 2|(x - 1) + yi| = |2x + 2| \\ \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + y^2} &= |x + 1| \Leftrightarrow y^2 = 4x. \end{aligned}$$

Nên tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một parabol.

Chọn đáp án **C** □

Câu 150. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$ với z là số phức thỏa mãn $|z| = 1$.

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $\frac{13}{4}$.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a^2 + b^2 = 1$ thì

$$\begin{aligned} P &= |(a + bi)^2 - (a + bi)| + |(a + bi)^2 + (a + bi) + 1| \\ &= |(a^2 - a - b^2) + (2ab - b)i| + |(a^2 + a + 1 - b^2) + (2ab + b)i| \\ &= \sqrt{(a^2 - a - b^2)^2 + (2ab - b)^2} + \sqrt{(a^2 + a + 1 - b^2)^2 + (2ab + b)^2} \\ &= \sqrt{2 - 2a} + |2a + 1|. \end{aligned}$$

Đặt $f(a) = \sqrt{2 - 2a} + |2a + 1|$ với $-1 \leq a \leq 1$

$$\text{Ta có } f(a) = \begin{cases} \sqrt{2 - 2a} + 2a + 1 & \text{nếu } \frac{1}{2} \leq a \leq 1 \\ \sqrt{2 - 2a} - 2a - 1 & \text{nếu } -1 \leq a < \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } f'(a) = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2 - 2a}} + 2 & \text{nếu } \frac{1}{2} < a < 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2 - 2a}} - 2 & \text{nếu } -1 \leq a < \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{7}{8}$$

$$f(-1) = 3, f\left(\frac{7}{8}\right) = \frac{13}{4}, f(1) = 3.$$

$$\text{Bởi vậy } \max_{[-1;1]} f(a) = \frac{13}{4} \text{ khi } a = \frac{7}{8}, b = \pm \frac{\sqrt{15}}{8}.$$

$$\text{Như vậy, khi } z = \frac{7 + i\sqrt{15}}{8} \text{ thì } \max P = \frac{13}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 151.

Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức $\bar{z}$.

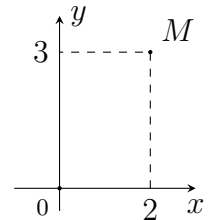
Số phức z bằng

A. $2 + 3i$.

B. $3 + 2i$.

C. $2 - 3i$.

D. $3 - 2i$.



Lời giải.

Từ hình vẽ, ta thấy điểm M biểu diễn của số phức $2 + 3i$, do đó từ giả thiết suy ra $\bar{z} = 2 + 3i$.

Vậy, $z = 2 - 3i$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 152. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1^2| + |z_2^2|$ bằng

A. 10.

B. 20.

C. 6.

D. $6 - 8i$.

Lời giải.

Theo định lí Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 4, z_1 z_2 = 5$.

Chú ý rằng $|z_1^2| = |z_1| \cdot |z_1| = |z_1| \cdot |z_2| = |z_1 z_2| = 5$, tương tự $|z_2^2| = 5$.

Vậy ta có $|z_1^2| + |z_2^2| = 10$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 153. Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 2i| = 5$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = z + 1 - i$ là

A. Đường tròn tâm $I(-4; 3)$, bán kính $R = 5$. B. Đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = 5$.

C. Đường tròn tâm $I(4; -3)$, bán kính $R = 5$. D. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = 5$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} w - 4 + 3i &= z - 3 + 2i \\ \Rightarrow |w - 4 + 3i| &= |z - 3 + 2i| = 5. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(4; -3)$, bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 154. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để có đúng hai số phức z thỏa mãn $|z - (2m - 1) - i| = 10$ và $|z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i|$.

A. 41.

B. 40.

C. 165.

D. 164.

Lời giải.

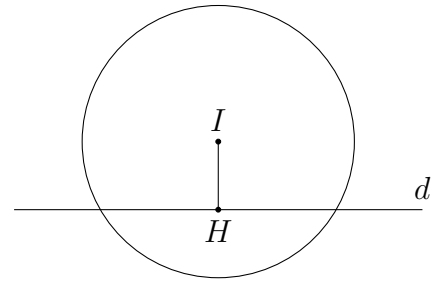
Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn là M . Ta có

$$|z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i|$$

$$\Leftrightarrow |(a - 1) + (b + 1)i| = |(a - 2) + (3 - b)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 1)^2} = \sqrt{(a - 2)^2 + (3 - b)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2a + 8b - 11 = 0.$$



Suy ra điểm M thuộc đường thẳng d : $2x + 8y - 11 = 0$.

Mặt khác, từ $|z - (2m - 1) - i| = 10$, suy ra điểm M thuộc đường tròn (C) tâm $I(2m - 1; 1)$, bán kính bằng 10. Vậy M là giao điểm của d và (C) .

Để tồn tại đúng hai số phức z , điều kiện là d phải cắt (C) tại đúng 2 điểm phân biệt. Điều này xảy ra khi

$$d(I, d) < 10 \Leftrightarrow \frac{|2(2m - 1) + 8 \cdot 1 - 11|}{\sqrt{2^2 + 8^2}} < 10 \Leftrightarrow \frac{5 - 10\sqrt{68}}{4} < m < \frac{5 + 10\sqrt{68}}{4}.$$

Vậy có $21 - (-19) + 1 = 41$ giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **A** □

Câu 155. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$.

A. $T = \frac{3}{2}i$.

B. $T = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$.

C. $T = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $T = -\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } T = \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 z_2} = \frac{(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2}{z_1 z_2} = \frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 3}{\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 156. Tính mô-đun của số phức $z = (1 + 2i)(2 - i)$.

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = \sqrt{5}$.

C. $|z| = 10$.

D. $|z| = 6$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z| = |1 + 2i| \cdot |2 - i| = 5.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 157. Tìm phần thực của số phức $z = 1 - 2i$.

A. -2 .

B. -1 .

C. 1 .

D. 3 .

Lời giải.

Phần thực của số phức $z = 1 - 2i$ là 1.

Chọn đáp án **C** □

Câu 158. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| \leq 2$ và $|z - \bar{z}| \leq 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T = |z - 2i|$. Tính tổng $S = M + m$.

A. $S = 1 + \sqrt{10}$.

B. $S = \sqrt{2} + \sqrt{10}$.

C. $S = 4$.

D. $S = 1$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$, khi đó ta có

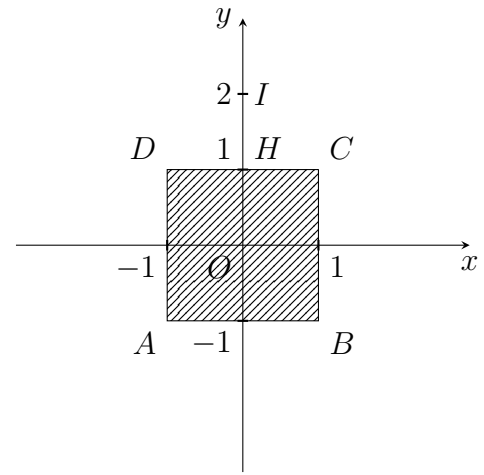
$$— |z + \bar{z}| \leq 2 \Leftrightarrow |2x| \leq 2 \Leftrightarrow |x| \leq 1.$$

$$— |z - \bar{z}| \leq 2 \Leftrightarrow |2yi| \leq 2 \Leftrightarrow |y| \leq 1.$$

Từ đó ta có, tập hợp z là phần gạch sọc hình vẽ bên.

Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z , suy ra M thuộc miền gạch sọc.

Lấy $I(0, 2)$, suy ra $T = |z - 2i| = IM$, từ đó suy ra $T_{\max} = IA = IB = \sqrt{10}$ và $T_{\min} = IH = 1$.



Vậy $S = M + m = 1 + \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 159. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1| + |z - 3 - 4i| = 10$. Tính giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |\bar{z} - 1 + 2i|$.

A. $P_{\min} = \sqrt{17}$.

B. $P_{\min} = \sqrt{34}$.

C. $P_{\min} = 2\sqrt{10}$.

D. $P_{\min} = \frac{\sqrt{34}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z , lấy điểm $A(-1; 0)$, $B(3; 4)$ và $I(1; 2)$.

Ta có $|z + 1| + |z - 3 - 4i| = 10 \Leftrightarrow AM + BM = 10$.

Suy ra quỹ tích điểm M là đường elip với trục lớn

$2a = 10$ và hai tiêu điểm $A(-1; 0)$, $B(3; 4)$.

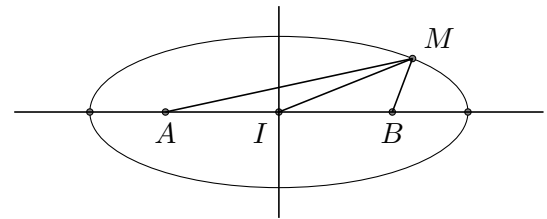
Nhận thấy, I là trung điểm của AB , suy ra I là tâm đối xứng của elip.

Mặt khác $P = |\bar{z} - 1 + 2i| = IM$, suy ra $P_{\min} = b$, với b là bán trục nhỏ.

Lại có $2c = AB \Rightarrow c = 2\sqrt{2}$, từ đó suy ra $b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 8 = 17 \Rightarrow b = \sqrt{17}$.

Vậy ta có $P_{\min} = \sqrt{17}$.

Chọn đáp án **A** □



Câu 160. Tìm phần ảo của số phức $z = 2017 - 2018i$.

A. -2018 .

B. 2017 .

C. 2018 .

D. $-2018i$.

Lời giải.

Phần ảo của $z = 2017 - 2018i$ là -2018 .

Chọn đáp án **A** □

Câu 161. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - 3i)z + 6 = 5i - 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\bar{z} = \frac{29}{13} + \frac{11}{13}i$.

B. $\bar{z} = \frac{29}{13} - \frac{11}{13}i$.

C. $\bar{z} = -\frac{29}{13} - \frac{11}{13}i$.

D. $\bar{z} = -\frac{29}{13} + \frac{11}{13}i$.

Lời giải.

$$z = \frac{5i - 7}{2 - 3i} = -\frac{29}{13} - \frac{11}{13}i \Rightarrow \bar{z} = -\frac{29}{13} + \frac{11}{13}i.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 162. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = |\bar{z}i + 3i|$. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình

A. $6x + 4y - 5 = 0$.

B. $6x - 4y = 0$.

C. $6x - 4y + 5 = 0$.

D. $6x + 4y + 5 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$, ta có $|z - 2i| = |\bar{z}i + 3i| \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = y^2 + (x + 3)^2 \Leftrightarrow 6x + 4y + 5 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 163. Cho số phức z và z' thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = 1$, $|z' + i| = |z' - 1 - i|$. Giá trị nhỏ nhất của

$$P = \left| z - \frac{5}{2} - i \right| + |z - z'|$$

A. $\frac{9\sqrt{5} - 10}{5}$.

B. $\frac{9\sqrt{5} - 5}{5}$.

C. $\frac{9\sqrt{5}}{5}$.

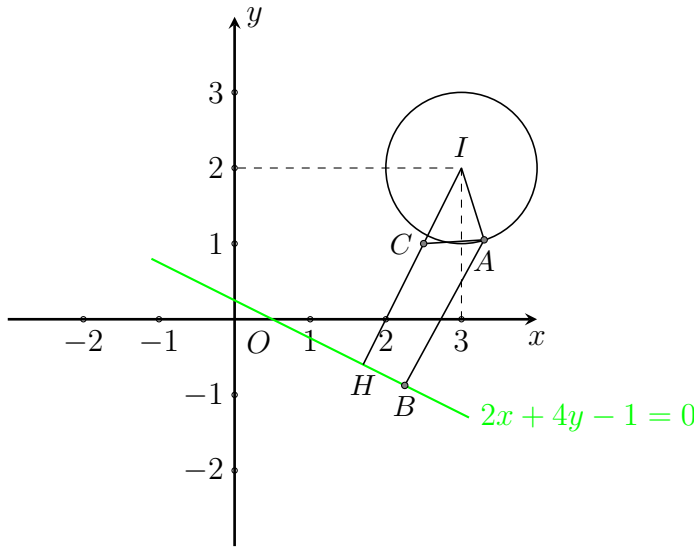
D. $\frac{9\sqrt{5} + 5}{5}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, $z' = x' + y'i$ với $x, y, x', y' \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$ và $2x' + 4y' - 1 = 0$. Như vậy tập các điểm biểu diễn z là đường tròn (C) tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = 1$ và tập các điểm biểu diễn z' là đường thẳng $d: 2x + 4y - 1 = 0$.

Gọi $A(x; y)$ và $B(x'; y')$ lần lượt là điểm biểu diễn của z và z' , $C\left(\frac{5}{2}; 1\right)$ là điểm biểu diễn của $\frac{5}{2} - i$ và H là hình chiếu của C lên d . Nhận thấy rằng $IC \perp d$. Ta có $P = AB + AC \geq BI - AI + CI - IA \geq HI - AI + CI - IA = \frac{13}{2\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{2} - 2 = \frac{9\sqrt{5} - 10}{5}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv B$ và A là giao của đoạn thẳng IC với đường tròn (C) .



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 164. Số phức $z = 2 - 3i$ có số phức liên hợp là

A. $3 - 2i$.

B. $2 + 3i$.

C. $-2 + 3i$.

D. $3 + 2i$.

Lời giải.

$$\bar{z} = \overline{2 - 3i} = 2 + 3i.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 165. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 + i}$. Tính mô-đun của số phức $\bar{z} - iz$.

A. $8\sqrt{2}$.

B. 8.

C. 16.

D. -8.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = -4 + 4i$, suy ra $z = -4 - 4i$. Vậy $|\bar{z} - iz| = |-8 + 8i| = 8\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 166. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 - 3i)z + (2 + 3i)\bar{z} = 12 - i$. Tính $P = a^2 - b^3$.

A. -3.

B. -1.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 12 - i &= (1 - 3i)z + (2 + 3i)\bar{z} = (1 - 3i)(a + bi) + (2 + 3i)(a - bi) \\ &= (3a + 6b) - bi. \end{aligned}$$

Do đó

$$\begin{cases} 3a + 6b = 12 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1. \end{cases}$$

Vậy $P = a^2 - b^3 = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 167. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

A. $m = \sqrt{2} - 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 2\sqrt{2} - 2$.

D. $m = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1 và z_2 . Do $z_2 = iz_1$ nên B là ảnh của A qua phép quay tâm O góc 90° . Khi đó, tam giác OAB vuông cân tại O nên

$$|z_1 - z_2| = AB = \sqrt{2}OA = \sqrt{2}|z_1|.$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2 &= |z_1 + 1 - i| \leq |z_1| + |1 - i| = |z_1| + \sqrt{2} \\ \Rightarrow |z_1| &\geq 2 - \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $|z_1| = (\sqrt{2} - 1) - (\sqrt{2} - 1)i$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là $\sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 168. Phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + 2i)i$ lần lượt là

A. 1 và 2.

B. -2 và 1.

C. 1 và -2.

D. 2 và 1.

Lời giải.

Ta có $z = (1 + 2i)i = -2 + i$. Do đó phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là -2 và 1.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 169. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z_1 là

A. $M(-1; -\sqrt{2})$.

B. $M(-1; 2)$.

C. $M(-1; -2)$.

D. $M(-1; -\sqrt{2}i)$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = -1 - \sqrt{2}i$ và $z_2 = -1 + \sqrt{2}i$ nên $M(-1; -\sqrt{2})$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 170. Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng có phương trình là

A. $y = 7$.

B. $x = 7$.

C. $y = x + 7$.

D. $y = x$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ là $M(7; b)$. Dễ thấy các điểm $M(7; b)$ nằm trên đường thẳng $x = 7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 171. Cho số phức thỏa $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

A. $I(0; 1)$.B. $I(0; -1)$.C. $I(-1; 0)$.D. $I(1; 0)$.

Lời giải.

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $w = \bar{z} + i \Leftrightarrow x + yi = \bar{z} + i \Leftrightarrow \bar{z} = x + (y - 1)i \Leftrightarrow z = x + (1 - y)i$.

Theo đề $|z| = 3 \Leftrightarrow x^2 + (1 - y)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 9$.

Vậy tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là đường tròn tâm $I(0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 172. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Tìm mô-đun của $\bar{z} + iz$.

A. $4\sqrt{2}$.

B. 4.

C. $8\sqrt{2}$.

D. 8.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 - i} = -4 - 4i \Rightarrow z = -4 + 4i \Rightarrow \bar{z} + iz = -8 - 8i$.

Suy ra $|\bar{z} + iz| = |-8 - 8i| = 8\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 173. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)(z - i) + 2z = 2i$. Mô-đun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$ là

A. $\sqrt{10}$.B. $\sqrt{8}$.C. $-\sqrt{10}$.D. $-\sqrt{8}$.

Lời giải.

Ta có $(1 + i)(z - i) + 2z = 2i \Leftrightarrow (3 + i)z = -1 + 3i \Leftrightarrow z = i$.

Suy ra $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2} = \frac{-i - 2i + 1}{i^2} = -1 + 3i$.

Vậy $|w| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 174. Cho z là số phức có mô-đun bằng 2017 và w là số phức thỏa mãn $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z + w}$. Mô-đun của số phức w là

A. 2015.

B. 0.

C. 1.

D. 2017.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z + w} \Rightarrow (z + w)^2 = w^2 + wz + z^2 \Leftrightarrow w^2 + wz + z^2 = 0 \Leftrightarrow w = \frac{-z \pm z\sqrt{3}i}{2}$.

Với $w = \frac{-z - z\sqrt{3}i}{2} \Rightarrow |w| = \frac{|-z - z\sqrt{3}i|}{2} = |-z| \cdot \frac{|1 + i\sqrt{3}|}{2} = |z| = 2017$.

Với $w = \frac{-z + z\sqrt{3}i}{2} \Rightarrow |w| = \frac{|-z + z\sqrt{3}i|}{2} = |-z| \cdot \frac{|1 - i\sqrt{3}|}{2} = |z| = 2017$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 175. Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 1 - i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

A. $1 + \sqrt{10}$.

B. 4.

C. $\sqrt{17}$.

D. 5.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Do $|z - 2 - 2i| = 2$ nên tập hợp điểm M là đường tròn $(\mathcal{C}) : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

Các điểm $A(1; 1)$, $B(5; 2)$ là điểm biểu diễn các số phức $1 + i$, $5 + 2i$. Khi đó $P = MA + MB$.

Dễ thấy A nằm trong $(\mathcal{C})$, còn B nằm ngoài $(\mathcal{C})$, mà $MA + MB \geq AB = \sqrt{17}$. Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của AB với $(\mathcal{C})$.

Phương trình đường thẳng $AB : x - 4y + 3 = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình sau với $1 < y < 5$.

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{37 + 4\sqrt{59}}{17} \\ y = \frac{22 + \sqrt{59}}{17} \end{cases}.$$

Vậy min $P = \sqrt{17}$ khi $z = \frac{37 + 4\sqrt{59}}{17} + \frac{22 + \sqrt{59}}{17}i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 176. Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{1 + 2i}{3 - 4i}$.

A. $\frac{2}{5}i$.

B. $-\frac{10}{7}$.

C. $-\frac{10}{7}i$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{1 + 2i}{3 - 4i} = \frac{(1 + 2i)(3 + 4i)}{(3 - 4i)(3 + 4i)} = \frac{-5 + 10i}{25} = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$. Suy ra phần ảo của số phức z là $\frac{2}{5}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 177. Mô-đun của số phức $z = \left(\cos \frac{11\pi}{24} + \cos \frac{5\pi}{24}\right) - \left(\sin \frac{11\pi}{24} - \sin \frac{5\pi}{24}\right)i$ bằng

A. $\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8}$.

B. 2.

C. $2 \cos \frac{\pi}{8}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z|^2 &= \left(\cos \frac{11\pi}{24} + \cos \frac{5\pi}{24}\right)^2 + \left(\sin \frac{11\pi}{24} - \sin \frac{5\pi}{24}\right)^2 \\ &= \cos^2 \frac{11\pi}{24} + \cos^2 \frac{5\pi}{24} + 2 \cos \frac{11\pi}{24} \cos \frac{5\pi}{24} + \sin^2 \frac{11\pi}{24} + \sin^2 \frac{5\pi}{24} - 2 \sin \frac{11\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \\ &= 2 + 2 \left(\cos \frac{11\pi}{24} \cos \frac{5\pi}{24} - \sin \frac{11\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24}\right) = 2 + 2 \cos \frac{16\pi}{24} = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 178. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |\bar{z} - i|$ là đường thẳng

A. $x - y = 0$.

B. $x - y + 1 = 0$.

C. $x + y + 1 = 0$.

D. $x + y = 0$.

Lời giải.

Gọi $z = x + iy$. Khi đó

$$\begin{aligned} |z - 1| = |\bar{z} - i| &\Leftrightarrow |(x - 1) + iy| = |x - (y + 1)i| \\ &\Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = x^2 + (y + 1)^2 \\ &\Leftrightarrow x + y = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 179. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $-3i$.

B. 3.

C. -3 .

D. $3i$.

Lời giải.

Phần thực của z bằng 2 và phần ảo của z bằng -3 .

Chọn đáp án **C** □

Câu 180. Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. 10. C. -6. D. 4.

Lời giải.

Ta có $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$; $|z_2| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$.

$$|z_1|^2 + |z_2|^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 10.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 181. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1$ và $\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$.

Tính $P = a + b$.

- A. $P = 7$. B. $P = -1$. C. $P = 1$. D. $P = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} \left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1 \\ \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z-1| = |z-i| \\ |z-3i| = |z+i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ 8b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow a+b=2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 182. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3-4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+2|^2 - |z-i|^2$. Tính mô-đun của số phức $w = M + mi$.

- A. $|w| = \sqrt{2315}$. B. $|w| = \sqrt{1258}$. C. $|w| = 3\sqrt{137}$. D. $|w| = 2\sqrt{309}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } P = (x+2)^2 + y^2 - [x^2 + (y-1)^2] = 4x + 2y + 3.$$

$$\text{Mặt khác } |z-3-4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5.$$

$$\text{Đặt } x = 3 + \sqrt{5} \sin t \text{ và } y = 4 + \sqrt{5} \cos t \text{ thỏa } (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5.$$

$$\text{Suy ra } P = 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t + 23.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t.$$

Chia cả hai vế cho $\sqrt{(4\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2} = 10$ ta có

$$f(t) = 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t \Leftrightarrow \frac{f(t)}{10} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \sin t + \frac{\sqrt{5}}{5} \cos t.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} \cos u = \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \sin u = \frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases} \text{ ta có}$$

$$\frac{f(t)}{10} = \cos u \sin t + \sin u \cos t \Leftrightarrow \frac{f(t)}{10} = \sin(t+u)$$

Suy ra

$$-1 \leq \frac{f(t)}{10} \leq 1 \Rightarrow -10 \leq f(t) \leq 10 \Rightarrow 13 \leq P \leq 33.$$

Vậy $M = \max P = 33$ và $m = \min P = 13$.

Khi đó $w = 33 + 13i$. Do đó $|w| = \sqrt{33^2 + 13^2} = \sqrt{1258}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 183. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và xét hai số phức $\alpha = z^2 + (\bar{z})^2$ và $\beta = 2z\bar{z} + i(z - \bar{z})$. Trong các khẳng định dưới đây khẳng định nào đúng?

A. α là số thực, β là số thực.

B. α là số ảo, β là số thực.

C. α là số thực, β là số ảo.

D. α là số ảo, β là số ảo.

Lời giải.

Ta có $\alpha = z^2 + (\bar{z})^2 = 2(a^2 - b^2)$, $\beta = 2z\bar{z} + i(z - \bar{z}) = 2(a^2 + b^2) - 2ab$. Vậy α, β là các số thực.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 184. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $a + (b - 1)i = \frac{1 + 3i}{1 - 2i}$. Giá trị nào dưới đây là mô-đun của z ?

A. 5.

B. 1.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

$$\text{Có } a + (b - 1)i = \frac{1 + 3i}{1 - 2i} \Leftrightarrow a + (b - 1)i = -1 + i \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 185. Cho A, B là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự z_0, z_1 khác 0 và thỏa mãn đẳng thức $z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1$. Hỏi ba điểm O, A, B tạo thành tam giác gì (O là gốc tọa độ)? Chọn phương án đầy đủ nhất.

A. Cân tại O .

B. Vuông cân tại O .

C. Đều.

D. Vuông tại O .

Lời giải.

$$\text{Ta có } z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1 \Leftrightarrow \frac{z_0}{z_1} + \frac{z_1}{z_0} = 1 \Leftrightarrow \frac{z_0}{z_1} + \frac{1}{\frac{z_0}{z_1}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z_0}{z_1} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ \frac{z_0}{z_1} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{z_0}{z_1} \right| = 1 \Leftrightarrow |z_0| = |z_1| \text{ hay } OA = OB \Rightarrow \triangle OAB \text{ cân tại } O.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 186. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$, với z là số phức khác 0 và $|z| \geq 2$. Tính $2M - m$.

A. $2M - m = \frac{3}{2}$.

B. $2M - m = \frac{5}{2}$.

C. $2M - m = 10$.

D. $2M - m = 6$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } w = \frac{i}{z}, |z| \geq 2 \Rightarrow |w| \leq \frac{1}{2}. P = \left| \frac{i}{z} + 1 \right| = |w + 1|.$$

$$\text{Ta có } 1 - |w| \leq |w + 1| \leq 1 + |w| \Rightarrow \frac{1}{2} \leq P \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 2M - m = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 187. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $z = 2 - i + \left(\frac{1}{3} - 2i \right)$.

A. $\frac{7}{3}$ và $-3i$.

B. $\frac{7}{3}$ và -3 .

C. $\frac{7}{3}$ và 2 .

D. $\frac{5}{3}$ và $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = 2 - i + \left(\frac{1}{3} - 2i \right) = \frac{7}{3} - 3i.$$

Vậy phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là $\frac{7}{3}$ và -3 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 188. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$ trên mặt phẳng Oxy .

- A. $(-1; -4)$. B. $(1; 4)$. C. $(1; -4)$. D. $(-1; 4)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i} = \frac{5-14i}{3+2i} = \frac{(5-14i)(3-2i)}{13} = \frac{-13-52i}{13} = -1-4i.$$

Do đó điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng Oxy có tọa độ $(-1; -4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 189. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 4 = 0$.

$$\text{Tính } w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1z_2.$$

- A. $w = -\frac{3}{4} + 2i$. B. $w = \frac{3}{4} + 2i$. C. $w = 2 + \frac{3}{2}i$. D. $w = \frac{3}{2} + 2i$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } 2z^2 - 3z + 4 = 0 \text{ có 2 nghiệm phức } z_1 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}i, z_2 = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}i$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{3}{2} \\ z_1z_2 = 2 \end{cases}. \text{ Suy ra } w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1z_2 = \frac{z_1 + z_2}{z_1z_2} + iz_1z_2 = \frac{3}{4} + 2i.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 190. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

- A. $S = \frac{7}{3}$. B. $S = -5$. C. $S = 5$. D. $S = -\frac{7}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow a + bi + 1 + 3i - i\sqrt{a^2 + b^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow a + 1 + (b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 0 \\ b + 3 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ \begin{cases} b \geq -3 \\ (b+3)^2 = 1+b^2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow S = -5.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 191. Biết số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $T = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

- A. $|z| = \sqrt{33}$. B. $|z| = 50$. C. $|z| = \sqrt{10}$. D. $|z| = 5\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } z = x + yi \text{ } (x, y \in \mathbb{R}), \text{ theo giả thiết } |z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5 \text{ (C)}.$$

$$\text{Ngoài ra } T = |z + 2|^2 - |z - i|^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 - T = 0 \text{ } (\Delta) \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

$$\text{Rõ ràng (C) và } (\Delta) \text{ có điểm chung do đó } \frac{|23+T|}{2\sqrt{5}} \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow 13 \leq T \leq 33.$$

$$\text{Vì } T \text{ đạt giá trị lớn nhất nên } T = 33 \text{ suy ra } 4x + 2y - 30 = 0 \Leftrightarrow y = 15 - 2x \text{ thay vào (C) ta được } 5x^2 - 50x + 125 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow y = 5. \text{ Vậy } |z| = 5\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 192. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 13i = 1$. Tính mô-đun của số phức z .

- A. $|z| = \sqrt{34}$. B. $|z| = 34$. C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 193. Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 2| = |z|$ và $(z+1)(\bar{z}-i)$ là số thực.

A. $z = 1 - 2i$.

B. $z = -1 - 2i$.

C. $z = 2 - i$.

D. $z = 1 + 2i$.

Lời giải.Đặt $z = a + bi$. Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} |z - 2| = |z| \\ (z + 1)(\bar{z} - i) \text{ là số thực} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |(a - 2) + bi| = |a + bi| \\ (a + bi + 1)(a - bi - i) \text{ là số thực} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} (a - 2)^2 + b^2 = a^2 + b^2 \\ a^2 + a + b^2 + b - (a + b + 1)i \text{ là số thực} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + 4 = 0 \\ a + b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $z = 1 - 2i$ là số phức cần tìm.Chọn đáp án **A** □**Câu 194.** Trong mặt phẳng phức, gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $(z - \bar{z})^2$ với $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$). Chọn kết luận **đúng**.A. M thuộc tia Ox .B. M thuộc tia Oy .C. M thuộc tia đối của tia Ox .D. M thuộc tia đối của tia Oy .**Câu 195.** Trên tập số phức, cho phương trình: $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$). Chọn kết luận **sai**.

A. Phương trình luôn có hai nghiệm phức là liên hợp của nhau.

B. Nếu $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình có hai nghiệm mà mô-đun bằng nhau.C. Nếu $b = 0$ thì phương trình có hai nghiệm mà tổng bằng 0.

D. Phương trình luôn có nghiệm.

Câu 196. Gọi số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 1| = 1$ và $(1 + i)(\bar{z} - 1)$ có phần thực bằng 1 đồng thời z không là số thực. Khi đó ab bằng

A. $ab = 1$.

B. $ab = 2$.

C. $ab = -2$.

D. $ab = -1$.

Câu 197. Trong tập các số phức, gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$ với z_2 có phần ảo dương. Cho số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_2|$ là

A. $\sqrt{2016} - 1$.

B. $\sqrt{2017} - 1$.

C. $\frac{\sqrt{2017} - 1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2016} - 1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} - 6i\sqrt{14} \\ z_2 = \frac{1}{2} + 6i\sqrt{14} \end{cases}$$

Gọi I, A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z trong mặt phẳng phức.

Ta có $IA = |z_1 - z_2| = 12\sqrt{14}$.

Khi đó $\min P = 12\sqrt{14} - 1 = \sqrt{2016} - 1$

Chọn đáp án **A** □**Câu 198.** Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 6z + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$ (1). Gọi m_0 là một giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \bar{z}_1 = z_2 \cdot \bar{z}_2$. Hỏi trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị $m_0 \in \mathbb{N}$?

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Lời giải.Đề bài yêu cầu ta tìm các giá trị nguyên của m trong khoảng $(0; 20)$, sao cho phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $z_1 \cdot \bar{z}_1 = z_2 \cdot \bar{z}_2$, hay $|z_1| = |z_2|$ (*).

Điều kiện để phương trình có hai nghiệm phân biệt là $\Delta' > 0$ hoặc $\Delta' < 0$.

Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt. Khi đó:

$$(*) \Leftrightarrow z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0.$$

Điều này không thể xảy ra do theo Định lý Vi-ét, $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = 6 \neq 0$. Vậy nếu $\Delta' > 0$ ta không tìm được m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 là hai số phức liên hợp. Khi đó hiển nhiên ta sẽ có $|z_1| = |z_2|$.

Vậy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa $(*) \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 9 - m < 0 \Leftrightarrow m > 9$.

Suy ra trong khoảng $(0; 20)$ có 10 giá trị $m_0 \in \mathbb{N}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 199. Cho số phức thỏa mãn $|z - 2i| \leq |z - 4i|$ và $|z - 3 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|z - 2|$ là

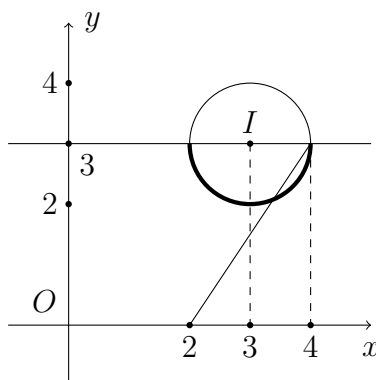
A. $\sqrt{10} + 1$.

B. $\sqrt{13} + 1$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải.



Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng Oxy . Điểm $A(0; 2)$ biểu diễn số phức $2i$, điểm $B(0; 4)$ biểu diễn số phức $4i$, điểm $I(3; 3)$ biểu diễn số phức $3 + 3i$.

Bất đẳng thức $|z - 2i| \leq |z - 4i|$ tương đương với $MA \leq MB$, tức là M "gần" A hơn "gần" B . Vậy tập hợp số phức z thỏa mãn $|z - 2i| \leq |z - 4i|$ được biểu diễn trong mặt phẳng Oxy là nửa mặt phẳng bờ là đường trung trực của AB (đường $y = 3$) chứa điểm A .

Còn $|z - 3 - 3i| = 1$ dẫn đến $MI = 1$, nghĩa là M thuộc đường tròn (C) tâm $I(3; 3)$, bán kính $R = 1$.

Tóm lại, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn yêu cầu đề bài là nửa dưới của đường tròn (C) .

Ta gọi tập hợp điểm này là T .

Đề bài yêu cầu tìm giá trị lớn nhất của $|z - 2|$, nghĩa là tìm khoảng cách lớn nhất từ điểm $D(2; 0)$ đến những điểm thuộc T . Dễ dàng nhận ra khoảng cách lớn nhất này chính là khoảng cách từ D đến điểm có tọa độ $(4; 3)$ thuộc T , và bằng $\sqrt{13}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 200. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{1+i}{z}$ là số thực và $|z - 2| = m$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi m_0 là một giá trị của m để có đúng một số phức thỏa mãn bài toán. Khi đó

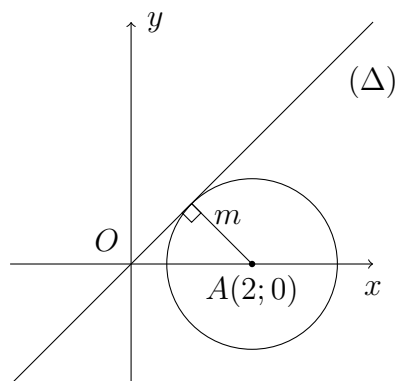
A. $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

B. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $m_0 \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

D. $m_0 \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Lời giải.



Đặt số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có:

$$\frac{1+i}{z} = \frac{(1+i)\bar{z}}{z.\bar{z}} = \frac{(1+i)(x-yi)}{x^2+y^2} = \frac{x+y+(x-y)i}{x^2+y^2} = \frac{x+y}{x^2+y^2} + \frac{x-y}{x^2+y^2}i.$$

Vậy $\frac{1+i}{z}$ là số thực khi và chỉ khi $\frac{x-y}{x^2+y^2} = 0$ hay $x = y \neq 0$.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn một số phức z như trên trong mặt phẳng Oxy . Khi đó tập hợp điểm M là đường thẳng $(\Delta): x - y = 0$ (bỏ đi điểm O).

Còn tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2| = m$ là đường tròn (C_m) tâm $A(2; 0)$, bán kính m .

Khi đó, yêu cầu bài toán tương đương với tìm m sao cho đường thẳng (Δ) và (C_m) có đúng một điểm chung, hay (Δ) tiếp xúc với (C_m) .

$$(\Delta) \text{ tiếp xúc với } (C_m) \Leftrightarrow d(A, (\Delta)) = m \Leftrightarrow m = \frac{|2-0|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \sqrt{2}.$$

Vậy $m_0 = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 201. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z - m| = 6$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .

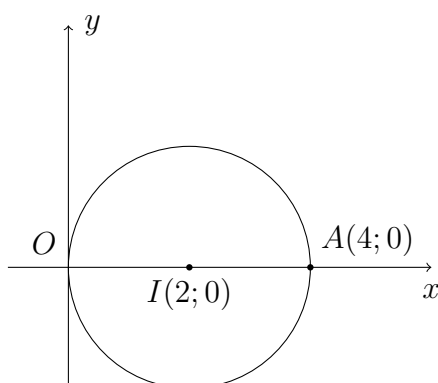
A. 0.

B. 8.

C. 10.

D. 16.

Lời giải.



Đặt số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } \frac{z}{z-4} = \frac{z(\bar{z}-4)}{(z-4)(\bar{z}-4)} = \frac{|z|^2 - 4z}{|z-4|^2} = \frac{x^2+y^2-4x-4yi}{(x-4)^2+y^2} = \frac{x^2+y^2-4x}{(x-4)^2+y^2} - \frac{4y}{(x-4)^2+y^2}i.$$

Vậy $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo (*)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 0 \\ y \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 4 \\ y \neq 0 \end{cases}.$$

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn (*) trong mặt phẳng Oxy , thì tập hợp điểm M là đường tròn

$$(C) : (x - 2)^2 + y^2 = 4$$

tâm $I(2; 0)$ bán kính $R = 2$, bỏ đi hai điểm $A(4; 0)$ và $O(0; 0)$. Ta gọi tập hợp điểm này là T .

Còn tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - m| = 6$ trong mặt phẳng Oxy là đường tròn (C_m) tâm $J(m; 0)$ bán kính $R = 6$.

Vậy số thực m thỏa mãn yêu cầu đề bài là số thực m sao cho đường tròn (C_m) tiếp xúc với tập hợp điểm T .

Tuy nhiên, ta thấy rằng nếu (C_m) tiếp xúc với (C) thì hai tiếp điểm sẽ nằm trên đường nối tâm IJ , nghĩa là trục Ox . Mặt khác, tập hợp T lại là đường tròn (C) bỏ đi 2 giao điểm với trục Ox . Như vậy thì (C_m) không thể tiếp xúc với T , dẫn đến tập hợp S không có phần tử.

Chọn đáp án **A** □

Câu 202. Tính tổng $S = C_{2017}^0 + C_{2017}^4 + C_{2017}^8 + \dots + C_{2017}^{2016}$.

A. $S = 2^{2016} + 2^{1008}$. B. $S = 2^{2015} + 2^{1007}$. C. $S = 2^{2016} + 2^{1008}$. D. $S = 2^{2016} + 2^{1008}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 2S &= 2C_{2017}^0 + 2C_{2017}^4 + 2C_{2017}^8 + \dots + 2C_{2017}^{2016} \\ &= (C_{2017}^0 + C_{2017}^2 + C_{2017}^4 + C_{2017}^6 + \dots + C_{2017}^{2014} + C_{2017}^{2016}) + (C_{2017}^0 - C_{2017}^2 + C_{2017}^4 - C_{2017}^6 + \dots - C_{2017}^{2014} + C_{2017}^{2016}) = \\ &= A + B. \end{aligned}$$

$$\text{Tính } A = C_{2017}^0 + C_{2017}^2 + C_{2017}^4 + C_{2017}^6 + \dots + C_{2017}^{2014} + C_{2017}^{2016}$$

Xét hai khai triển

$$(1 + 1)^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + C_{2017}^3 + \dots + C_{2017}^{2016} + C_{2017}^{2017} \quad (1)$$

$$(1 - 1)^{2017} = C_{2017}^0 - C_{2017}^1 + C_{2017}^2 - C_{2017}^3 + \dots + C_{2017}^{2016} - C_{2017}^{2017} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Leftrightarrow 2^{2017} = 2A \Leftrightarrow A = 2^{2016}.$$

$$\begin{aligned} (1 + i)^{2017} &= C_{2017}^0 + C_{2017}^1 i + C_{2017}^2 i^2 + C_{2017}^3 i^3 + \dots + C_{2017}^{2016} i^{2016} + C_{2017}^{2017} i^{2017} \\ &= (C_{2017}^0 - C_{2017}^2 + C_{2017}^4 - C_{2017}^6 + \dots + C_{2017}^{2016}) + (C_{2017}^1 - C_{2017}^3 + C_{2017}^5 - C_{2017}^7 + \dots + C_{2017}^{2017}) i \quad (3) \end{aligned}$$

$$\text{Lại có } (1 + i)^{2017} = ((1 + i)^2)^{1008} (1 + i) = (2i)^{1008} (1 + i) = 2^{1008} (i^2)^{504} (1 + i) = 2^{1008} + 2^{1008} i. \quad (4)$$

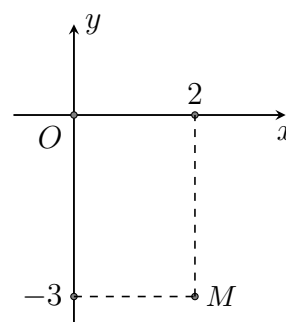
Từ (3) và (4) đồng nhất phần thực ta được $B = 2^{1008}$. Suy ra $S = \frac{A+B}{2} = 2^{2015} + 2^{1007}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 203.

Điểm M trong hình bên là biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là 2 và phần ảo là $-3i$.
- B. Phần thực là -3 và phần ảo là 2.
- C. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.
- D. Phần thực là 2 và phần ảo là -3 .



Lời giải.

Điểm $M(a; b)$ trong hệ trục Oxy là điểm biểu diễn của số phức $z = a + bi$. Do đó, điểm $M(2; -3)$ biểu diễn cho số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2 và phần ảo là -3 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 204. Tìm số thực x, y thỏa mãn $(1 - 2i)x + (1 + 2y)i = 1 + i$.

A. $x = 1, y = 1$.

B. $x = -1, y = 1$.

C. $x = -1, y = -1$.

D. $x = 1, y = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$(1 - 2i)x + (1 + 2y)i = 1 + i \Leftrightarrow x + (1 + 2y - 2x)i = 1 + i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 + 2y - 2x = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 205.** Số phức liên hợp của $z = 2016 + 2017i$ là số phức nào?

A. $-2016 - 2017i$.

B. $-2016 + 2017i$.

C. $2017 - 2016i$.

D. $2016 - 2017i$.

Lời giải.Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 2016 - 2017i$.Chọn đáp án **D** □**Câu 206.** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| = |z - 2i|$. Tìm số phức z biết $\left|z + \frac{3}{2} - 5i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $z = \sqrt{\frac{331}{8}}$.

B. $z = 1 + i$.

C. $z = \frac{7}{4} + \frac{7}{4}i$.

D. $z = -\frac{3}{2} + 5i$.

Lời giải.Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $|z - 2| = |z - 2i| \Leftrightarrow |x - 2 + yi| = |x + (y - 2)i|$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + y^2 = x^2 + (y - 2)^2 \Leftrightarrow x = y.$$

Tập hợp $M(x; y)$ biểu diễn số phức z là đường thẳng $y = x$.

$$\text{Ta có } \left|z + \frac{3}{2} - 5i\right| = \left|x + \frac{3}{2} + (y - 5)i\right|$$

$$= \sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 5)^2}$$

$$= \sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + (x - 5)^2}$$

$$= \sqrt{2 \cdot \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 + \frac{169}{8}} \geq \sqrt{\frac{169}{8}}.$$

Suy ra $z + \frac{3}{2} - 5i$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = y = \frac{7}{4}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 207.** Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = -2 - 3i$.

B. $\bar{z} = -2 + 3i$.

C. $\bar{z} = 2 + 3i$.

D. $\bar{z} = 2 - 3i$.

Lời giải.Số phức liên hợp của số phức $2 - 3i$ là $2 + 3i$.Chọn đáp án **C** □**Câu 208.** Cho số phức $z = 1 - \frac{i}{3}$. Tìm số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

A. $w = \frac{8}{3}$.

B. $w = \frac{10}{3}$.

C. $w = \frac{8}{3} + i$.

D. $w = \frac{10}{3} + i$.

Lời giải.

Có $\bar{z} = 1 + \frac{i}{3} \Rightarrow w = i \left(1 + \frac{i}{3}\right) + 3 \left(1 - \frac{i}{3}\right) = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 209. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$. Mô-đun của số phức z là

- A. $|z| = 3$. B. $|z| = 4$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = 6$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20 \Leftrightarrow (-3 + 4i)(x + yi) + (x - yi) = 4i - 20 \Leftrightarrow (-2x - 4y) + (4x - 4y)i = 4i - 20$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 20 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow |z| = 5.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 210. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z + i| + |z - 2 - i|$.

- A. $\max T = 8\sqrt{2}$. B. $\max T = 8$. C. $\max T = 4\sqrt{2}$. D. $\max T = 4$.

Lời giải.

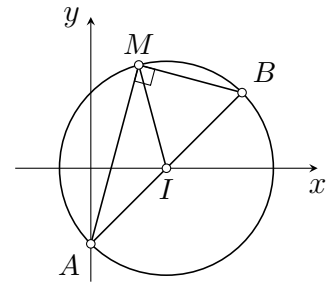
Trong mặt phẳng phức, gọi $I(1; 0)$, $A(0; -1)$, $B(2; 1)$ và M là điểm biểu diễn số phức z . Theo giả thiết thì tập các số phức z là đường tròn tâm I bán kính $\sqrt{2}$. Dễ thấy AB là một đường kính của đường tròn (I) . Ta có

$$T = MA + MB \leq \sqrt{2(MA^2 + MB^2)} = \sqrt{2AB^2} = 4.$$

Dấu bằng xảy ra khi $MA = MB$ hay tam giác MAB vuông cân tại M .

Vậy $\max T = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 211. Cho số phức $z = (1 + 3i)(4 - i)$, phần thực của z bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. 1. C. 11. D. 7.

Lời giải.

Ta có $z = (1 + 3i)(4 - i) = 7 + 11i$.

Vậy phần thực của z bằng 7.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 212. Trong các số phức $(1 + i)^4$, $(1 + i)^6$, $(1 + i)^9$, $(1 + i)^{10}$ số phức nào là số thực?

- A. $(1 + i)^9$. B. $(1 + i)^6$. C. $(1 + i)^{10}$. D. $(1 + i)^4$.

Lời giải.

Ta có $(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i$.

Do đó $(1 + i)^4 = (1 + i)^2 = (2i)^2 = -4$ là một số thực.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 213. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$ và số phức $w = (1 + 2i) \cdot \bar{z}$. Tìm $|w|$.

- A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. $2\sqrt{5}$. D. 4.

Lời giải.

Ta có $|w| = |(1 + 2i) \cdot \bar{z}| = |1 + 2i| \cdot |\bar{z}| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 214. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| = 4\sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất của $P = |z - 4 + 4i|$.

- A. $\max P = 4\sqrt{5}$. B. $\max P = 7\sqrt{5}$. C. $\max P = 5\sqrt{5}$. D. $\max P = 6\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có bất đẳng thức mô-đun số phức sau:

$$||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|.$$

Đặt $w = z - 4 + 4i \Rightarrow P = |w|$.

Ta có $|z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| = 4\sqrt{5} \Leftrightarrow |w + 2 - i| + |w + 6 - 3i| = 4\sqrt{5}$.

$$\text{Mà } \begin{cases} |w + 2 - i| \geq |w| - |2 - i| = |w| - \sqrt{5} \\ |w + 6 - 3i| \geq |w| - |6 - 3i| = |w| - 3\sqrt{5} \end{cases}$$

suy ra $4\sqrt{5} \geq (|w| - \sqrt{5}) + (|w| - 3\sqrt{5}) \Leftrightarrow |w| \leq 4\sqrt{5}$.

Vậy $\max P = 4\sqrt{5}$ khi $w = k(2 - i) = -4(2 - i)$ hay $z = -4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 215. Rút gọn tổng sau $S = C_{2018}^0 - 3C_{2018}^2 + 3^2C_{2018}^4 - 3^3C_{2018}^6 + \dots - 3^{1009}C_{2018}^{2018}$

- A. $S = 2^{2017}$. B. $S = 2^{2018}$. C. $S = -2^{2017}$. D. $S = -2^{2018}$.

Lời giải.

Ta có $(1 + x)^{2018} = C_{2018}^0 + C_{2018}^1x + C_{2018}^2x^2 + \dots + C_{2018}^{2018}x^{2018}$ (1).

Mặt khác $(1 - x)^{2018} = C_{2018}^0 - C_{2018}^1x + C_{2018}^2x^2 - \dots + C_{2018}^{2018}x^{2018}$ (2).

Cộng (1) và (2) ta được:

$$(1 + x)^{2018} + (1 - x)^{2018} = 2(C_{2018}^0 + C_{2018}^2x^2 + \dots + C_{2018}^{2018}x^{2018}) \quad (3).$$

Thay $x = i\sqrt{3}$ vào (3) ta được:

$$(1 + i\sqrt{3})^{2018} + (1 - i\sqrt{3})^{2018} = 2S \quad (4).$$

Cách 1:

Mà $(1 + i\sqrt{3})^3 = (1 - i\sqrt{3})^3 = -8 \Rightarrow (1 + i\sqrt{3})^{2016} = (1 - i\sqrt{3})^{2016} = (-8)^{672}$.

Suy ra, $(1 + i\sqrt{3})^{2018} + (1 - i\sqrt{3})^{2018}$

$$= (-8)^{672} \left((1 + i\sqrt{3})^2 + (1 - i\sqrt{3})^2 \right)$$

$$= (-8)^{672} \times (-4) = -2^{2018} \quad (5).$$

Từ (4) và (5) suy ra: $S = -2^{2017}$.

Cách 2:

$$\text{Ta có } \begin{cases} (1 + i\sqrt{3}) = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \\ (1 - i\sqrt{3}) = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1 + i\sqrt{3})^{2018} = 2^{2018} \left(\cos \frac{2018 \cdot \pi}{3} + i \sin \frac{2018 \cdot \pi}{3} \right) \\ (1 - i\sqrt{3})^{2018} = 2^{2018} \left(\cos \frac{2018 \cdot \pi}{3} - i \sin \frac{2018 \cdot \pi}{3} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1 + i\sqrt{3})^{2018} = 2^{2018} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \\ (1 - i\sqrt{3})^{2018} = 2^{2018} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \end{cases} \quad (5).$$

Từ (4) và (5) suy ra: $S = -\frac{2^{2018}}{2} = -2^{2017}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 216. Cho số phức $z = -3 + 4i$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Tung độ của điểm M là

- A. 6. B. 4. C. -4. D. -6.

Lời giải.

$\bar{z} = -3 - 4i$ nên tung độ điểm M là -4 .

Chọn đáp án **C** □

Câu 217. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 - \pi i$.

A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi$.

B. Phần thực là 1 và phần ảo là π .

C. Phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi i$.

D. Phần thực là -1 và phần ảo là $-\pi$.

Lời giải.

— Theo định nghĩa số phức có dạng $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thì có phần thực và phần ảo tương ứng là a và b .

— Vậy số phức $z = 1 - \pi i$ có phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 218. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-i}{z+i} \right| = 1$.

A. Hai đường thẳng $y = \pm 1$, trừ điểm $(0; -1)$.

B. Hình chữ nhật giới hạn bởi các đường thẳng $x = \pm 1, y = \pm 1$.

C. Đường tròn $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

D. Trục Ox .

Lời giải.

— Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow z + i \neq 0 \Leftrightarrow a + (b+1)i \neq 0 \Leftrightarrow a^2 + (b+1)^2 \neq 0$.

— Ta có $\left| \frac{z-i}{z+i} \right| = \frac{|z-i|}{|z+i|}$ nên

$$\begin{aligned} \left| \frac{z-i}{z+i} \right| = 1 &\Leftrightarrow \frac{|z-i|}{|z+i|} = 1 \Leftrightarrow |z-i| = |z+i| \\ &\Leftrightarrow |a + (b-1)i| = |a + (b+1)i| \\ &\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (b-1)^2} = \sqrt{a^2 + (b+1)^2} \\ &\Leftrightarrow b = 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện } a^2 + (b+1)^2 \neq 0). \end{aligned}$$

— Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là đường thẳng $y = 0$, chính là trục Ox .

Chọn đáp án **D** □

Câu 219. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = -3 - 5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$.

A. 3.

B. 0.

C. $-1 - 2i$.

D. -3 .

Lời giải.

Ta có $w = -1 - 2i$, nên tổng phần thực và phần ảo của w là -3 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 220. Cho số phức z thỏa mãn $z + 4\bar{z} = 7 + i(z-7)$. Khi đó, mô-đun của z bằng bao nhiêu?

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = \sqrt{3}$.

C. $|z| = \sqrt{5}$.

D. $|z| = 3$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có: $z + 4\bar{z} = 7 + i(z-7) \Leftrightarrow (x + yi) + 4(x - yi) = 7 + i(x + yi - 7)$

$$\Leftrightarrow 5x - 3yi = 7 - y + (x - 7)i \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 7 - y \\ -3y = x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + y = 7 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 1 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 221. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$. B. $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. C. $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. D. $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{5 + 7i}{1 + 3i} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 222. Cho số phức z và w thỏa mãn $z + w = 3 + 4i$ và $|z - w| = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z| + |w|$.

A. $\max T = \sqrt{176}$. B. $\max T = 14$. C. $\max T = 4$. D. $\max T = \sqrt{106}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$); $w = c + di$ ($c, d \in \mathbb{R}$).

Ta có $|z + w| = |3 + 4i| = 5 \Leftrightarrow |(a + bi) + (c + di)| = 5 \Leftrightarrow |(a + c) + (b + d)i| = 5 \Leftrightarrow (a + c)^2 + (b + d)^2 = 25$

$|z - w| = 9 \Leftrightarrow |(a + bi) - (c + di)| = 9 \Leftrightarrow |(a - c) + (b - d)i| = 9 \Leftrightarrow (a - c)^2 + (b - d)^2 = 81$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} (a + c)^2 + (b + d)^2 = 25 \\ (a - c)^2 + (b - d)^2 = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 = 25 \\ a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 81 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 53$$

Theo bất đẳng thức B.C.S ta có

$$|z| + |w| = \left| 1 \cdot \sqrt{a^2 + b^2} + 1 \cdot \sqrt{c^2 + d^2} \right| \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)} = \sqrt{106}.$$

Với $z = -\frac{21}{10} + \frac{47}{10}i$, $w = \frac{51}{10} - \frac{7}{10}i$ luôn thỏa mãn giả thiết và $|z| + |w| = \sqrt{106}$.

Vậy $\max(|z| + |w|) = \sqrt{106}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 223. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -1 + i$, $z_2 = 1 + 2i$, $z_3 = 2 - i$, $z_4 = -3i$. Gọi S diện tích tứ giác $ABCD$. Tính S .

A. $S = \frac{17}{2}$. B. $S = \frac{19}{2}$. C. $S = \frac{23}{2}$. D. $S = \frac{21}{2}$.

Lời giải.

Ta có $z_1 = -1 + i \Rightarrow A(-1; 1);$

$z_2 = 1 + 2i \Rightarrow B(1; 2);$

$z_3 = 2 - i \Rightarrow C(2; -1);$

$z_4 = -3i \Rightarrow D(0; -3).$

$AB = \sqrt{5}$, $AC = \sqrt{13}$, $BC = \sqrt{10}$, $AD = \sqrt{17}$, $CD = 2\sqrt{2}$.

Do đó: $p_1 = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{13} + \sqrt{10}}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{p_1(p_1 - AB)(p_1 - BC)(p_1 - AC)}}{2} = \frac{7}{2}$.

$p_2 = \frac{AD + CD + AC}{2} = \frac{\sqrt{17} + 2\sqrt{2} + \sqrt{13}}{2}$.

Diện tích tam giác ACD là $S_{\triangle ACD} = \frac{\sqrt{p_2(p_2 - AC)(p_2 - AD)(p_2 - CD)}}{2} = 5$.

Vậy diện tích tứ giác $ABCD$ là $S_{ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = \frac{7}{2} + 5 = \frac{17}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 224. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$ và số phức $w = (1 + i)\bar{z}$. Tìm $|w|$.

- A. $2\sqrt{5}$. B. 5. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{2} + \sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $|w| = |(1 + i)\bar{z}| = |1 + i| \cdot |\bar{z}| = \sqrt{2} \cdot |z| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 225. Trong các số phức $(1 + i)^2$, $(1 + i)^3$, $(1 + i)^5$, $(1 + i)^8$ số phức nào là số thực?

- A. $(1 + i)^2$. B. $(1 + i)^8$. C. $(1 + i)^5$. D. $(1 + i)^3$.

Lời giải.

Ta có $(1 + i)^2 = 2i$, $(1 + i)^3 = -2 + 2i$, $(1 + i)^5 = -4 - 4i$, $(1 + i)^8 = 16$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 226. Cho số phức $z = (1 + 2i)(5 - i)$, z có phần thực là

- A. 5. B. 3. C. 9. D. 7.

Lời giải.

Ta có $z = 7 + 9i$. Vậy phần thực là 7.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 227. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| = 4\sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất của $P = |z - 4 + 4i|$.

- A. $\max P = 7\sqrt{5}$. B. $\max P = 5\sqrt{5}$. C. $\max P = 4\sqrt{5}$. D. $\max P = 6\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $w = z - 4 + 4i$. Ta có

$$\begin{aligned} &|z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| = 4\sqrt{5} \\ \Leftrightarrow &|w + 2 - i| + |w + 6 - 3i| = 4\sqrt{5} \\ \Rightarrow &|w| - |2 - i| + |w| - 3|2 - i| \leq 4\sqrt{5} \\ \Leftrightarrow &2|w| \leq 8\sqrt{5} \Leftrightarrow |w| \leq 4\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 228. Rút gọn tổng sau $S = C_{2018}^2 + C_{2018}^5 + C_{2018}^8 + \dots + C_{2018}^{2018}$.

- A. $S = \frac{2^{2018} - 1}{3}$. B. $S = \frac{2^{2019} + 1}{3}$. C. $S = \frac{2^{2019} - 1}{3}$. D. $S = \frac{2^{2018} + 1}{3}$.

Lời giải.

Trước hết ta có nhận xét, nếu α là một nghiệm phức của phương trình $x^3 - 1 = 0$ (1), tức là $\alpha \neq 1$, thì $1 + \alpha + \alpha^2 = 0$ hay nói cách khác nếu α là một nghiệm phức của (1) thì α^2 cũng là nghiệm của (1). Ngoài ra

$$\alpha^k = \begin{cases} 1 & \text{khi } k = 3t, \\ \alpha & \text{khi } k = 3t + 1, \\ \alpha^2 & \text{khi } k = 3t + 2. \end{cases}$$

Bây giờ ta xét đa thức $P(x) = (1 + x)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^k$.

Ta có $P(x) = \sum_{k=0}^{672} C_{2018}^{3k} x^{3k} + \sum_{k=0}^{672} C_{2018}^{3k+1} x^{3k+1} + \sum_{k=0}^{672} C_{2018}^{3k+2} x^{3k+2}$.

Để ý rằng

$$\begin{aligned} P(1) &= C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + \dots + C_{2018}^{2018} = 2^{2018}; \\ P(\alpha) &= C_{2018}^0 + C_{2018}^1 \cdot \alpha + \dots + C_{2018}^{2018} \cdot \alpha^{2018} \\ &= (1 + \alpha)^{2018} = (-\alpha^2)^{2018} = \alpha^4 \cdot (\alpha^6)^{672} = \alpha; \\ P(\alpha^2) &= C_{2018}^0 + C_{2018}^1 \cdot \alpha^2 + \dots + C_{2018}^{2018} \cdot \alpha^{4036} \\ &= (1 + \alpha^2)^{2018} = (-\alpha)^{2018} = \alpha^2 \cdot (\alpha^3)^{672} = \alpha^2; \end{aligned}$$

Từ nhận xét trên ta thấy

$$S = \frac{P(1) + \alpha \cdot P(\alpha) + \alpha^2 \cdot P(\alpha^2)}{3} = \frac{2^{2018} - 1}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 229. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = i(1 - i)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a = 1, b = -1$. B. $a = 1, b = 1$. C. $a = 1, b = i$. D. $a = 1, b = -i$.

Lời giải.

Ta có $z = 1 + i$ suy ra $a = 1, b = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 230. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Môđun của số phức z bằng

- A. 3. B. 9. C. $\sqrt{41}$. D. 1.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{41}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 231. Cho các số phức z, w khác 0 và thỏa mãn: $|z - w| = 2|z| = |w|$. Tìm phần thực của số phức $u = \frac{z}{w}$.

- A. $-\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $\left| \frac{z}{w} - 1 \right| = 1$ và $\left| \frac{z}{w} \right| = \frac{1}{2}$. (*)

Đặt $\frac{z}{w} = x + yi$, ta có (*) tương đương với
$$\begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Trừ phương trình dưới cho phương trình trên ta được $x = \frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 232. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$ là một đường tròn. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 4$. B. $R = 16$. C. $R = 8$. D. $R = 2$.

Lời giải.

Ta có $w - 2 = (1 + \sqrt{3}i)z \Leftrightarrow \frac{w - 2}{1 + \sqrt{3}i} = z \Leftrightarrow \frac{w - 2}{1 + \sqrt{3}i} - 1 = z - 1 \Rightarrow \left| \frac{w - 3 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{3}i} \right| = |z - 1|$

$\Leftrightarrow |w - 3 - \sqrt{3}i| = |z - 1| \cdot |1 + \sqrt{3}i| = 4$.

Từ đó suy ra bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 233. Số phức z nào sau đây thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$ và z là số thuần ảo?

- A. $z = \sqrt{5}$. B. $z = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$. C. $z = 5i$. D. $z = -\sqrt{5}i$.

Lời giải.

Vì z là số thuần ảo nên ta đặt $z = bi \Rightarrow |z| = |b| = \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} b = \sqrt{5} \\ b = -\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \sqrt{5}i \\ z = -\sqrt{5}i \end{cases}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 234. Cho số phức $z = mi$ với $m \neq 0$ là tham số thực. Tìm phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$.

- A. $-\frac{1}{m}$. B. $\frac{1}{m}$. C. $-\frac{1}{m}i$. D. $\frac{1}{m}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{z} = \frac{1}{mi} = -\frac{i}{m} \Rightarrow$ phần ảo của $\frac{1}{z}$ là $-\frac{1}{m}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 235. Cho hai số phức $z = (a - 2b) - (a - b)i$ và $w = 1 - 2i$, biết $z = wi$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = -7$. B. $S = -4$. C. $S = -3$. D. $S = 7$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z &= \omega i \\ \Leftrightarrow (a - 2b) - (a - b)i &= (1 - 2i)i \\ \Leftrightarrow (a - 2b) - (a - b)i &= 2 + i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 2 \\ -a + b = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -3 \end{cases} &\Rightarrow S = a + b = -7. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 236. Cho số phức $(1 - i)z = 4 + 2i$. Tìm mô-đun của số phức $w = z + 3$.

- A. 5. B. $\sqrt{10}$. C. 25. D. $\sqrt{7}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Khi đó

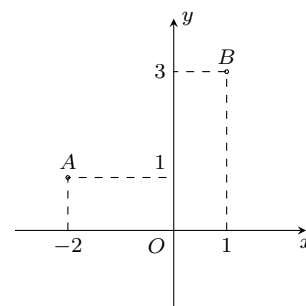
$$\begin{aligned} (1 - i)z &= 4 + 2i \Leftrightarrow (1 - i)(a + bi) = 4 + 2i \\ \Leftrightarrow a + b + (b - a)i &= 4 + 2i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ -a + b = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} &\Rightarrow z = 1 + 3i \Rightarrow w = 4 + 3i \\ \Rightarrow |\omega| &= 5. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 237.

Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm A, B như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức

- A. $-1 + 2i$. B. $-\frac{1}{2} + 2i$. C. $2 - i$. D. $2 - \frac{1}{2}i$.

**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. Khi đó $z = -\frac{1}{2} + 2i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 238. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ bằng

- A. 8. B. 5. C. 6. D. 3.

Lời giải.

Ta có: $z^2 - 8z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 4 + 3i \\ z = 4 - 3i \end{cases}$. Do đó phương trình có hai nghiệm là $\begin{cases} z_1 = 4 + 3i \\ z_2 = 4 - 3i \end{cases}$.

$$\Rightarrow |z_1 - z_2| = |(4 + 3i) - (4 - 3i)| = |6i| = 6.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 239. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} z^2 = |z|^2 + \bar{z} &\Leftrightarrow (a + bi)^2 = a^2 + b^2 + a - bi \\ &\Leftrightarrow 2abi - b^2 = b^2 + a - bi \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2ab = -b \\ -b^2 = b^2 + a \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \text{ hoặc } a = -\frac{1}{2} \\ 2b^2 + a = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{— } b = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow z = 0.$$

$$\text{— } a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow z = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i.$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 240. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 4. B. $2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{2}$. D. 3.

Lời giải.

Ta có $|iz + \sqrt{2} - i| = 1 \Leftrightarrow |z - (1 + i\sqrt{2})| = 1$.

Gọi $z_0 = 1 + i\sqrt{2}$ có điểm biểu diễn là $I(1; \sqrt{2})$.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Vì $|z_1 - z_2| = 2$ nên I là trung điểm của AB . Ta có

$$|z_1| + |z_2| = OA + OB \leq \sqrt{2(OA^2 + OB^2)} = \sqrt{4OI^2 + AB^2} = \sqrt{16} = 4.$$

Dấu bằng xảy ra khi $OA = OB$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 241. Điểm $M(3; -4)$ là điểm biểu diễn của số phức z , số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = 3 - 4i$. B. $\bar{z} = -3 + 4i$. C. $\bar{z} = 3 + 4i$. D. $\bar{z} = -3 - 4i$.

Lời giải.

Ta có $z = 3 - 4i$ suy ra $\bar{z} = 3 + 4i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 242. Số nguyên dương n thỏa mãn hệ thức: $C_{2n}^0 - C_{2n}^2 + C_{2n}^4 - C_{2n}^6 + C_{2n}^8 - C_{2n}^{10} + \dots + (-1)^n C_{2n}^{2n} = 2^{1008}$ là

- A. 2018. B. 2016. C. 1009. D. 1008.

Lời giải.

Xét khai triển

$$(1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 + C_{2n}^3 x^3 + C_{2n}^4 x^4 + C_{2n}^5 x^5 + \dots + C_{2n}^{2n-1} x^{2n-1} + C_{2n}^{2n} x^{2n}.$$

Cho $x = i$ ta có

$$\begin{aligned} (1+i)^{2n} &= C_{2n}^0 + C_{2n}^1 i + C_{2n}^2 i^2 + C_{2n}^3 i^3 + C_{2n}^4 i^4 + C_{2n}^5 i^5 + C_{2n}^6 i^6 + \dots + C_{2n}^{2n-1} i^{2n-1} + C_{2n}^{2n} i^{2n} \\ &= C_{2n}^0 + C_{2n}^1 i - C_{2n}^2 - C_{2n}^3 i + C_{2n}^4 + C_{2n}^5 i - C_{2n}^6 + \dots - C_{2n}^{2n-1} i + (-1)^n C_{2n}^{2n} \\ &= C_{2n}^0 - C_{2n}^2 + C_{2n}^4 - C_{2n}^6 + \dots + (-1)^n C_{2n}^{2n} + i(C_{2n}^1 - C_{2n}^3 + C_{2n}^5 - \dots - C_{2n}^{2n-1}) \\ &= C_{2n}^0 - C_{2n}^2 + C_{2n}^4 - C_{2n}^6 + C_{2n}^8 - C_{2n}^{10} + \dots + (-1)^n C_{2n}^{2n}. \end{aligned}$$

Khi đó $(1+i)^{2n} = 2^{1008} \Leftrightarrow [(1+i)^2]^n = 2^{1008} \Leftrightarrow (2i)^n = 2^{1008} \Leftrightarrow 2^n i^n = 2^{1008} \Leftrightarrow n = 1008$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 243. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| = 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \frac{1}{2}(1+i)z$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là một đường cong có độ dài bằng

- A. 4. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}\pi$. D. 4π .

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } w = \frac{1}{2}(1+i)z \Rightarrow z = \frac{2w}{1+i}. \text{ Ta có } |z - 2| = 2 &\Leftrightarrow \left| \frac{2w}{1+i} - 2 \right| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{2w - 2(1+i)}{1+i} \right| = 2 \Leftrightarrow \\ \frac{|2w - 2(1+i)|}{|1+i|} = 2 &\Leftrightarrow \frac{|2| \cdot |w - (1+i)|}{|1+i|} = 2 \Leftrightarrow |w - 1 - i| = \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Tập hợp biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(1; 1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$. Chu vi đường tròn $P = 2\pi R = 2\sqrt{2}\pi$.

Cách 2: Ta có

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{2}(1+i)(z-2) + (1+i) \\ \Leftrightarrow w - 1 - i &= \frac{1}{2}(1+i)(z-2) \\ \Rightarrow |w - 1 - i| &= \frac{1}{2} \cdot |1+i| \cdot |z-2| = \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Tập hợp biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$. Chu vi đường tròn $P = 2\pi R = 2\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 244. Cho số phức z thỏa mãn $z + (1+i)\bar{z} = 5 + 2i$. Mô-đun của z bằng

A. 3.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{27}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Ta có $z + (1+i)\bar{z} = 5 + 2i \Leftrightarrow (a+bi) + (1+i)(a-bi) = 5 + 2i \Leftrightarrow 2a + b + ai = 5 + 2i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 5 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 245. Cho số phức $z = a + bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$ và có mô-đun nhỏ nhất. Giá trị của $P = ab$ là

A. $\frac{3}{4}$.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$, ta có

$$\begin{aligned} |z| &= |\bar{z} - 3 + 4i| \\ \Leftrightarrow |a + bi| &= |a - bi - 3 + 4i| \\ \Leftrightarrow |a + bi| &= |(a-3) - (b-4)i| \\ \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} &= \sqrt{(a-3)^2 + (b-4)^2} \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 &= (a-3)^2 + (b-4)^2 \\ \Leftrightarrow -6a + 9 - 8b + 16 &= 0 \\ \Leftrightarrow 6a + 8b - 25 &= 0. \end{aligned}$$

Tập hợp điểm của số phức z là đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$. Vậy mô-đun nhỏ nhất của số phức z là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên đường thẳng.

Xét đường thẳng qua O và vuông góc với đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$ có phương trình là $8x - 6y = 0$.

Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$. Ta có tọa độ H thỏa hệ $\begin{cases} 6x + 8y - 25 = 0 \\ 8x - 6y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

Suy ra $H\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{3}{2} + 2i$. Vậy $a = \frac{3}{2}$, $b = 2$ khi đó $P = 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 246. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z trong mặt phẳng (Oxy) có điểm biểu diễn hình học là

A. $(6; 7)$.

B. $(6; -7)$.

C. $(-6; 7)$.

D. $(-6; -7)$.

Lời giải.

Ta có $z = 6 + 7i \Rightarrow \bar{z} = 6 - 7i \Rightarrow$ Điểm biểu diễn hình học của $\bar{z}$ là $M(6; -7)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 247. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Tính $|z_0 + 1 - i|$.

- A. $\sqrt{13}$. B. 13. C. 5. D. 25.

Lời giải.

Ta có: $z_0 = 3 - 2i$. Khi đó $|z_0 + 1 - i| = |3 - 2i + 1 - i| = |4 - 3i| = \sqrt{16 + 9} = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 248. Nếu $z = i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với $(a, b \in \mathbb{R})$ thì $a + b$ bằng

- A. -1. B. 2. C. -2. D. 1.

Lời giải.

$z = i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$ nên ta có:

$$i^2 + a.i + b = 0 \Leftrightarrow ai + b = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 249. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính $S = M^2 + m^2$.

- A. 1256. B. 1258. C. 1233. D. 1236.

Lời giải.

Cách 1: Sử dụng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai.

Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có } |z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |x - 3 + (y - 4)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 (*)$$

$$\text{Ta có } P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - [x^2 + (y - 1)^2] = 4x + 2y + 3 \Rightarrow y = \frac{P - 4x - 3}{2}$$

$$\text{Thế vào } (*) \text{ và rút gọn ta có: } 20x^2 - 8(P - 8)x + P^2 - 22P + 137 = 0$$

$$\text{Phương trình bậc hai này có nghiệm} \Leftrightarrow \Delta' = -4P^2 + 184P - 1716 \geq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33.$$

$$\text{Từ đó ta có } M = 33; m = 13 \Rightarrow M^2 + m^2 = 1258.$$

Cách 2: Sử dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki.

Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có } |z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |x - 3 + (y - 4)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5.$$

$$\text{Ta có } P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - [x^2 + (y - 1)^2] = 4x + 2y + 3 = 4(x - 3) + 2(y - 4) + 23.$$

Áp dụng BDT Bunhiacopxki ta có:

$$|4(x - 3) + 2(y - 4)| \leq \sqrt{(16 + 4)[(x - 3)^2 + (y - 4)^2]} = 10$$

$$\Leftrightarrow -10 \leq 4(x - 3) + 2(y - 4) \leq 10 \Leftrightarrow 13 \leq 4(x - 3) + 2(y - 4) + 23 \leq 33 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33.$$

$$\text{Từ đó ta có } M = 33; m = 13 \Rightarrow M^2 + m^2 = 1258.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 250. Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là

- A. $1 + 2i$. B. $-1 - 2i$. C. $2 - i$. D. $-1 + 2i$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 1 + 2i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 251. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Phần thực vào phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là

A. $-6; 1$.B. $-1; -6$.C. $-6; -1$.D. $6; 1$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } 2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i. \end{cases}$$

Suy ra $z_1 + 3z_2 = -6 - i$, do đó phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là $-6; -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 252. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $z \cdot \bar{z} = 10$. Tính $P = a - b$.

A. $P = 4$.B. $P = -4$.C. $P = -2$.D. $P = 2$.**Lời giải.**

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} \begin{cases} |z - 1 - 2i| = 5 \\ z \cdot \bar{z} = 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (a - 1)^2 + (b + 2)^2 = 25 \\ a^2 + b^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 4b = 10 \\ a^2 + b^2 = 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b - 5 \\ 5b^2 - 20b + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \text{ (loại)} \\ b = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow P = 1 - 3 = -2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 253. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| = 1$, số phức w thỏa mãn $|\bar{w} - 2 - 3i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z - w|$.

A. $\sqrt{13} - 3$.B. $\sqrt{17} - 3$.C. $\sqrt{17} + 3$.D. $\sqrt{13} + 3$.**Lời giải.**

Đặt $z = x + yi$, Đặt $w = a + bi$. Khi đó

$$|z - 1 - i| = 1 \Leftrightarrow |x - 1 + (y - 1)i| = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1; 1)$, $r = 1$.

$$|\bar{w} - 2 - 3i| = 2 \Leftrightarrow |a - 2 - (b + 3)i| = 2 \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b + 3)^2 = 4.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2; -3)$, bán kính $R = 2$.

$|z - w| = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$ đây là biểu thức xác định khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn cho số phức z và w .

Ta có $I_1I_2 = \sqrt{17} > R + r$ nên (C_1) nằm ngoài (C_2) .

Khi đó khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn là:

$$d = I_1I_2 - R - r = \sqrt{17} - 3.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 254. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Tính $z = z_1 + z_2$.

A. $z = -2 - 2i$.B. $z = -2 + 2i$.C. $z = 2 + 2i$.D. $z = 2 - 2i$.**Lời giải.**

$$z = z_1 + z_2 = 2 + 3i - 4 - 5i = -2 - 2i.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 255. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $a + \sqrt{3}b$.

A. -2.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Lời giải.

Ta có phương trình tương đương $\left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$.

Do phần ảo của z dương nên $a = \frac{1}{2}$ và $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Do đó $a + \sqrt{3}b = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 256. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị lớn nhất m của biểu thức $P = |z_1 - z_2|$.

A. $m = 2\sqrt{2} + 2$.B. $m = \sqrt{2} + 1$.C. $m = 2\sqrt{2}$.D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có $|z_1 - z_2| = |z_1 - iz_1| = |1 - i| \cdot |z_1| = \sqrt{2}|z_1|$. Do đó P lớn nhất khi và chỉ khi $|z_1|$ lớn nhất.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z_1 . Ta có

$$|z_1 + 1 - i| = 2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 4.$$

$\Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = 2$.

z_1 lớn nhất khi OM lớn nhất $\Rightarrow M \in OI \cap (I, R)$.

Đường thẳng OI là $y = -x$. Do đó $OI \cap (I, R) = \{A(\sqrt{2} - 1; 1 - \sqrt{2}); B(-\sqrt{2} - 1; \sqrt{2} + 1)\}$.

Mà $OA = 2 - \sqrt{2}$, $OB = 2 + \sqrt{2}$.

Nên $\max OM = OB = 2 + \sqrt{2}$ khi $M \equiv B \Leftrightarrow z_1 = -\sqrt{2} - 1 + (\sqrt{2} + 1)i$. Vậy $\max P = m = 2 + 2\sqrt{2}$.

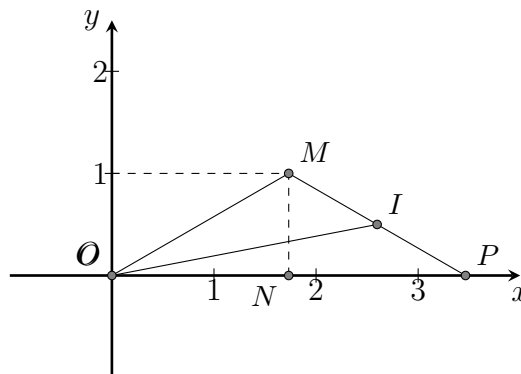
Chọn đáp án **A**

□

Câu 257. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2$, $|z_2| = \sqrt{3}$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $\widehat{MON} = 30^\circ$. Tính $S = |z_1^2 + 4z_2^2|$.

A. $5\sqrt{2}$.B. $3\sqrt{3}$.C. $4\sqrt{7}$.D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.



Ta có $S = |z_1^2 + 4z_2^2| = |z_1^2 - (2iz_2)^2| = |z_1 - 2iz_2| \cdot |z_1 + 2iz_2|$.

Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $2iz_2$. Khi đó ta có

$$|z_1 - 2iz_2| \cdot |z_1 + 2iz_2| = |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OP}| \cdot |\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{PM}| \cdot |2\overrightarrow{OI}| = 2PM \cdot OI.$$

Vì $\widehat{MON} = 30^\circ$ nên áp dụng định lí cosin cho $\triangle OMN$ với $OM = 2$, $ON = \sqrt{3}$ ta có

$$MN^2 = OM^2 + ON^2 - 2OM \cdot ON \cos \widehat{MON} = 4 + 3 - 4\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 1 \Rightarrow MN = 1.$$

Khi đó theo Pitago ta có $\triangle OMN$ vuông tại N . Khi đó $\triangle OMP$ có MN là đường cao đồng thời là trung tuyến, tức là $\triangle OMP$ cân tại $M \Rightarrow PM = OM = 2$.

Áp dụng định lý đường trung tuyến cho $\triangle OMN$ ta có $OI^2 = \frac{OM^2 + OP^2}{2} - \frac{MP^2}{4} = 7$.

Vậy $S = 2 \cdot PM \cdot OI = 4\sqrt{7}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 258. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3 + 3i| = \sqrt{2}$. Tính $P = a + b$ khi $|z - 1 + 3i| + |z - 3 + 5i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = -2$.

B. $P = -8$.

C. $P = 8$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

Ta có $|z - 3 + 3i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b + 3)^2 = 2$.

Tìm giá trị lớn nhất của $|z - 1 + 3i| + |z - 3 + 5i| = \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 3)^2} + \sqrt{(a - 3)^2 + (b + 5)^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có

$$\left[\sqrt{(a - 1)^2 + (b + 3)^2} + \sqrt{(a - 3)^2 + (b + 5)^2} \right]^2 \leq 2 [(a - 1)^2 + (b + 3)^2 + (a - 3)^2 + (b + 5)^2] \leq 4(a^2 - 4a + b^2 + 8b + 22).$$

Ta đổi biến $a - 3 = u, b + 3 = v$. Từ đó điều kiện là $u^2 + v^2 = 2$ và ta cần tìm giá trị lớn nhất của

$$u^2 + v^2 + 2(u + v) + 4 \leq 2 + 2\sqrt{2(u^2 + v^2)} + 4 = 10.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $u = v = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases}$. Vậy $P = a + b = 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 259. Tìm điểm M biểu diễn số phức $z = i - 2$.

A. $M = (-2; 1)$.

B. $M = (1; -2)$.

C. $M = (2; 1)$.

D. $M = (2; -1)$.

Lời giải.

Ta có $z = i - 2 = -2 + 1 \cdot i$ nên z được biểu diễn bởi điểm $M(-2, 1)$ trên mặt phẳng phức.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 260. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 2i - (1 + i)|z| = 0$ và $|z| > 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

A. $P = 3$.

B. $P = -5$.

C. $P = -1$.

D. $P = 7$.

Lời giải.

$z = a + bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ và $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} > 1$.

Khi đó $z + 1 + 2i - (1 + i)|z| = 0$

$\Rightarrow a + bi + 1 + 2i - (1 + i)\sqrt{a^2 + b^2} = 0$

$\Leftrightarrow a - \sqrt{a^2 + b^2} + 1 + i \cdot (b - \sqrt{a^2 + b^2} + 2) = 0 + 0i$

$\Rightarrow \begin{cases} a - \sqrt{a^2 + b^2} + 1 = 0 \\ b - \sqrt{a^2 + b^2} + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} = a + 1 \\ \sqrt{a^2 + b^2} = b + 2 \end{cases} \Rightarrow a + 1 = b + 2 \Rightarrow b = a - 1.$

Thay $b = a - 1$ vào phương trình $a - \sqrt{a^2 + b^2} + 1 = 0$ ta được

$a - \sqrt{a^2 + (a - 1)^2} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2a^2 - 2a + 1} = a + 1$

$\begin{cases} a + 1 \geq 0 \\ 2a^2 - 2a + 1 = a^2 + 2a + 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -1 \\ a^2 - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -1 \\ \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases}.$$

Với $a = 0 \Rightarrow b = 0 - 1 = -1$. Khi đó $\sqrt{a^2 + b^2} = 1$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Với $a = 4 \Rightarrow b = 4 - 1 = 3$. Khi đó $\sqrt{a^2 + b^2} = 5 > 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Suy ra $P = a + b = 4 + 3 = 7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 261. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 7 = 0$. Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. 7.

B. 10.

C. 14.

D. 21.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 4z + 7 = 0 \Leftrightarrow z = -2 + i\sqrt{3} \vee z = -2 - i\sqrt{3}$ nên $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 14$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 262. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 5 - i$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $\sqrt{37}$.

B. 5.

C. 25.

D. $\sqrt{5} + \sqrt{26}$.

Lời giải.

Ta có $z_1 = 1 + 2i \Rightarrow A(1; 2)$ và $z_2 = 5 - i \Rightarrow B(5; -1)$.

Suy ra $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 263. Xét các số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = 2$. Tính $a + b$ khi $|z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $4 + \sqrt{3}$.

B. $2 + \sqrt{3}$.

C. $4 - \sqrt{3}$.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $z - 3 - 2i = a + bi - 3 - 2i = t = x + yi \Rightarrow |t| = 2$ và $x^2 + y^2 = 4$.

Ta có $|z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i| = |t + 4| + 2|t + 1 - 3i| = \sqrt{x^2 + 8x + 16 + y^2} + 2|t + 1 - 3i|$

$$= 2\sqrt{\frac{4 + 16 + 8x}{4}} + 2|t + 1 - 3i| = 2\sqrt{5 + 2x} + 2|t + 1 - 3i|$$

$$= 2\sqrt{(x + 1)^2 + y^2} + 2\sqrt{(x + 1)^2 + (3 - y)^2} \geq 2(|y| + |3 - y|) \geq 6.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y(3 - y) \geq 0 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3 = -1 \\ b - 2 = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 + \sqrt{3} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 264. Cho số phức $z = a + bi$ khác 0, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tìm phần ảo của số phức z^{-1} .

A. $\frac{-b}{a^2 + b^2}$.

B. $\frac{b}{a^2 + b^2}$.

C. $\frac{a}{a^2 + b^2}$.

D. $\frac{-bi}{a^2 + b^2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^{-1} = \frac{1}{a + bi} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}i.$$

Phần ảo của số phức z^{-1} là $\frac{-b}{a^2 + b^2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 265. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = -i$.

A. i .B. -1 .C. 1 .D. $-i$.

Lời giải.

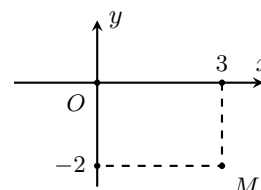
Số phức liên hợp của số phức là số phức có dạng $\bar{z} = a - bi$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 266.

Cho số phức z có biểu diễn hình học là điểm M như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $z = -3 + 2i$.B. $z = 3 + 2i$.C. $z = -3 - 2i$.D. $z = 3 - 2i$.

Lời giải.

Ta thấy điểm $M(3; -2)$ do đó $z = 3 - 2i$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 267. Cho số phức $z = 1 + i$. Số phức nghịch đảo của z là

A. $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$.B. $1 - i$.C. $\frac{1-i}{2}$.D. $\frac{-1+i}{2}$.

Lời giải.

Số phức nghịch đảo của z là $\frac{1}{z} = \frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{(1-i)(1+i)} = \frac{1-i}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 268. Cho i là đơn vị ảo. Gọi S là tập hợp tất cả các số n nguyên dương có hai chữ số thỏa mãn i^n là số nguyên dương. Số phần tử của S là

A. 22.

B. 23.

C. 45.

D. 46.

Lời giải.

i^n là số nguyên dương khi và chỉ khi $n = 4k$, với k nguyên dương. Khi đó, tập hợp $S = \{n = 4k | 3 \leq k \leq 24\}$. Vậy số phần tử của tập S là $24 - 3 + 1 = 22$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 269. Cho số phức $z = -3 + 4i$. Mô-đun của số phức z là

A. 4.

B. 7.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 270. Cho số phức $z = a + bi$. Phương trình nào dưới đây nhận z và $\bar{z}$ làm nghiệm?

A. $z^2 - 2az + a^2b^2 = 0$.B. $z^2 - 2az + a^2 + b^2 = 0$.C. $z^2 - 2az - a^2 - b^2 = 0$.D. $z^2 + 2az + a^2 + b^2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $z = a + bi$ và $\bar{z} = a - bi$ là nghiệm của phương trình

$$(z - a - bi)(z - a + bi) = 0 \Leftrightarrow (z - a)^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2az + a^2 + b^2 = 0.$$

Vậy z và $\bar{z}$ là nghiệm của phương trình $z^2 - 2az + a^2 + b^2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 271. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $\log_{\frac{1}{3}} \frac{|z-2|+2}{4|z-2|-1} > 1$. Khi đó $(x; y)$ thỏa mãn hệ thức nào dưới đây?

- A. $(x+2)^2 + y^2 > 49$. B. $(x+2)^2 + y^2 < 49$. C. $(x-2)^2 + y^2 < 49$. D. $(x-2)^2 + y^2 > 49$.

Lời giải.

Điều kiện $4|z-2|-1 > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 > \frac{1}{16}$.

Ta có

$$\frac{1}{3} \frac{|z-2|+2}{4|z-2|-1} > 1 \Leftrightarrow \frac{|z-2|+2}{4|z-2|-1} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3|z-2|+6 < 4|z-2|-1 \Leftrightarrow |z-2| > 7 \\ \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 > 49.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 272. Cho hai số thực b, c với $c > 0$. Kí hiệu A, B là hai điểm của mặt phẳng phức biểu diễn hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2bz + c = 0$. Tìm điều kiện của b và c sao cho tam giác OAB là tam giác vuông (với O là gốc tọa độ).

- A. $b = c$. B. $b^2 = c$. C. $2b^2 = c$. D. $b^2 = 2c$.

Lời giải.

Theo bài ra ta giả sử A, B là điểm biểu diễn lần lượt của $z_1 = x + yi, z_2 = x - yi$, suy ra A và B đối xứng nhau qua trục hoành.

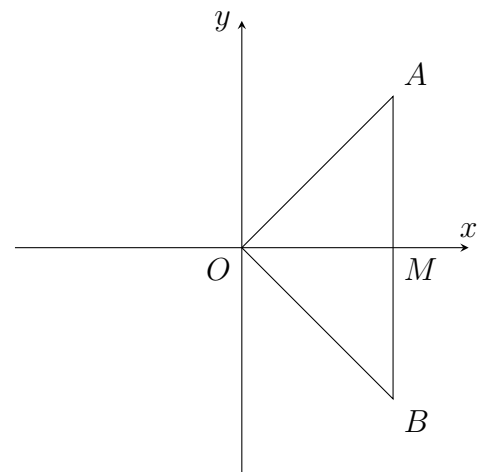
Áp dụng định lý Vi-ét ta có

$$z_1 + z_2 = 2x = -2b \text{ và } z_1 z_2 = x^2 + y^2 = c.$$

Để tam giác OAB vuông khi và chỉ khi $OM = MA = MB \Leftrightarrow$

$$|x| = |y| \Leftrightarrow x^2 = y^2 = b^2.$$

Từ đó suy ra $2b^2 = c$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 273. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện $2|\bar{z}_1 + i| = |\bar{z}_1 - z_1 - 2i|$ và $|z_2 - i - 10| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

- A. $\sqrt{10} + 1$. B. $3\sqrt{5} - 1$. C. $\sqrt{\sqrt{101} + 1}$. D. $\sqrt{\sqrt{101} - 1}$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = x + yi$ khi đó ta có $2|\bar{z}_1 + i| = |\bar{z}_1 - z_1 - 2i|$ tương đương với

$$4(x^2 + (1-y)^2) = (2y+2)^2$$

$$4x^2 + 4 - 8y + 4y^2 = 4y^2 + 8y + 4$$

$$x^2 = 4y \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{4} (P).$$

Gọi $z_2 = a + bi$ khi đó ta có $(a-10)^2 + (b-1)^2 = 1$, từ đó suy ra z_2 nằm trên đường tròn

$$(x-10)^2 + (y-1)^2 = 1 (C).$$

Nhận thấy đường tròn (C) có tâm $I(10; 1)$ và bán kính $R = 1$.

Ta có $|z_1 - z_2| + 1 \geq |z_1 - z_0| \Leftrightarrow |z_1 - z_2| \geq |z_1 - z_0| - 1$ (I là điểm biểu diễn của z_0).

Xét hàm số $f(x) = |z_1 - z_0|^2 = (x - 10)^2 + \left(\frac{x^2}{4} - 1\right)^2 = \frac{x^4}{16} + \frac{x^2}{2} - 20x + 101$,

có $f'(x) = \frac{x^3}{4} + x - 20 = 0 \Leftrightarrow (x - 4) \left(\frac{x^2}{4} + x + 5\right) = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

Từ đó suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 4$, suy ra $f(x) \geq f(4) = 45, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy ta có $|z_1 - z_2| \geq |z_1 - z_0| - 1 \geq \sqrt{45} - 1 = 3\sqrt{5} - 1$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $z_1 = 4 + 4i$ và z_2 là giao điểm giữa IM và đường tròn (C) (M là điểm biểu diễn của z_1).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 274. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(-2; 1)$. Hỏi điểm M là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $z = 2 - i$.

B. $z = -2 + i$.

C. $z = -1 + 2i$.

D. $z = 1 - 2i$.

Lời giải.

$M(-2; 1) \Rightarrow z = -2 + i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 275. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Giả sử A, B lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = 6$.

B. $AB = \sqrt{10}$.

C. $AB = 2\sqrt{10}$.

D. $AB = 2$.

Lời giải.

Ta có $z_1 = 1 + 3i$ và $z_2 = 1 - 3i \Rightarrow A(1; 3)$ và $B(1; -3) \Rightarrow AB = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 276. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = 1 - 3i$. Tính $T = |(1 + i)z_1 + 2z_2|$.

A. $T = 18$.

B. $T = 3\sqrt{2}$.

C. $T = 0$.

D. $T = 3$.

Lời giải.

$(1 + i)z_1 + 2z_2 = (1 + i)(2 + i) + 2(1 - 3i) = 3 - 3i \Rightarrow |(1 + i)z_1 + 2z_2| = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 277. Cho hai số phức $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Gọi z là số phức thỏa mãn $|3z - \sqrt{3}i| = \sqrt{3}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T = |z| + |z - z_1| + |z - z_2|$. Tính mô-đun của số phức $w = M + mi$.

A. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

B. $\sqrt{13}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $x^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}$ (C). Gọi K, A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z, z_1, z_2 . Khi đó $T = OK + KA + KB$.

Ta có A, B, O thuộc đường tròn (C) và tam giác ABO đều. Suy ra $m = 2OA = 2$. Đẳng thức xảy ra khi K trùng với O, A, B

Gọi K thuộc cung AB , ta có $KA \cdot KB = OA \cdot BK + AB \cdot OK \Leftrightarrow KA = KB + OK$ suy ra $T_2 = KA \leq \frac{4\sqrt{3}}{3}$. Vậy $|w| = \sqrt{\frac{16 \cdot 3}{9} + 4} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 278. Cho số phức $z = (1 - 2i)^2$, số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 3 - 4i$.

B. $\bar{z} = -3 + 4i$.

C. $\bar{z} = -3 - 4i$.

D. $\bar{z} = 1 + 2i$.

Lời giải.

Ta có $z = (1 - 2i)^2 = -3 - 4i \Rightarrow \bar{z} = -3 + 4i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 279. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 2z + 5 = 0$. Mô-đun của số phức $w = 4 - z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. $\sqrt{5}$.

D. 25.

Lời giải.

Phương trình $2z^2 - 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức $z_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}i$. Ta xét 2 trường hợp

$$\text{— TH1. } z_1 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i, z_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \Rightarrow w = 4 - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i\right)^2 = 4 + 3i \Rightarrow |w| = 5.$$

$$\text{— TH2. } z_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i, z_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i \Rightarrow w = 4 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i\right)^2 = 4 - 3i \Rightarrow |w| = 5.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 280. Cho z là số phức thỏa mãn điều kiện $\left|\frac{z+3}{1-2i} + 2\right| = 1$ và w là số thuần ảo. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z - w|$ bằng

A. $5 - \sqrt{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $1 + \sqrt{3}$.

Lời giải.

— Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có } \left|\frac{z+3}{1-2i} + 2\right| = 1 \Leftrightarrow |z + 5 - 4i| = |1 - 2i| \Leftrightarrow (x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 5.$$

Do đó tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn z là đường tròn (C) tâm $I(-5; 4)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

— Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có w là số thuần ảo $\Leftrightarrow x = 0$.

Do đó tập hợp điểm $N(x; y)$ biểu diễn w là trục Oy : $x = 0$.

— Ta có $|z - w| = MN$; $MN_{\min} = d(I, Oy) - R = 5 - \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 281. Cho z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6}$. Tính giá trị của biểu thức $P = |2z_1 + z_2|$.

A. $P = 2$.

B. $P = \sqrt{3}$.

C. $P = 3$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } z_1 = a_1 + b_1i, z_2 = a_2 + b_2i. \text{ Theo đề ta có } \begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = 1 \\ a_2^2 + b_2^2 = 1 \\ (a_1 - 2a_2)^2 + (b_1 - 2b_2)^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = 1 \\ a_2^2 + b_2^2 = 1 \\ 4(a_1a_2 + b_1b_2) = -1 \end{cases}.$$

$$P = |2z_1 + z_2| = \sqrt{(2a_1 + a_2)^2 + (2b_1 + b_2)^2} = \sqrt{4(a_1^2 + b_1^2) + (a_2^2 + b_2^2) + 4(a_1a_2 + b_1b_2)} = 2$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 282. Cho số phức $z = -1 + 2i$. Số phức $\bar{z}$ được biểu diễn bởi điểm nào dưới đây trên mặt phẳng tọa độ?

A. $P(1; 2)$.

B. $M(-1; 2)$.

C. $N(1; -2)$.

D. $Q(-1; -2)$.

Lời giải.

$\bar{z} = -1 - 2i \Rightarrow \bar{z}$ được biểu diễn bởi điểm $(-1; -2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 283. Cho số phức z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Tính $|z|$.

A. 3.

B. 5.

C. $\frac{25}{4}$.

D. $\frac{13}{4}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 + b^2} - 2(a - bi) = -7 + 3i + a + bi &\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - 3a + 7 + (b - 3)i = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} - 3a + 7 = 0 \\ b - 3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + 9} = 3a - 7 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 9 = (3a - 7)^2 \\ 3a - 7 \geq 0 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{4} \text{ (loại)} \\ a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $|z| = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 284. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $\begin{cases} |z - 3 - 2i| \leq 1 \\ |w + 1 + 2i| \leq |w - 2 - i| \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |z - w|$.

A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{2}$. B. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2}$. C. $P_{\min} = \frac{5\sqrt{2} - 2}{2}$. D. $P_{\min} = \sqrt{2} + 1$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ và $w = a + bi$ với $a, b, x, y \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \begin{cases} |z - 3 - 2i| \leq 1 \\ |w + 1 + 2i| \leq |w - 2 - i| \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} |x + yi - 3 - 2i| \leq 1 \\ |a + bi + 1 + 2i| \leq |a + bi - 2 - i| \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 2)^2} \leq 1 \\ \sqrt{(a + 1)^2 + (b + 2)^2} \leq \sqrt{(a - 2)^2 + (b - 1)^2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 1 \\ a + b \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy điểm biểu diễn hai số phức z và w trên mặt phẳng tọa độ Oxy tương ứng là điểm thuộc hình tròn $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$ và nửa mặt phẳng được giới hạn bởi phương trình $x + y = 0$. Bài toán yêu cầu tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z - w| = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$, nghĩa là tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm biểu diễn của z và w .

Khoảng cách đó là $d_{(I;d)} - R = \frac{|3 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} - 1 = \frac{5\sqrt{2} - 2}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 285. Phần ảo của số phức $z = 5 + 2i$ bằng

A. 5. B. $5i$. C. 2. D. $2i$.

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ có phần ảo là b nên số phức $z = 5 + 2i$ có phần ảo là 2.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 286. Biết z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Khi đó, giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ là

A. $\frac{9}{4}$. B. $-\frac{9}{4}$. C. 9. D. 4.

Lời giải.

$$2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{21}}{4}i & (= z_1) \\ z = -\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{21}}{4}i & (= z_2) \end{cases} \text{ Khi đó } z_1^2 + z_2^2 = -\frac{9}{4}.$$

Cách khác: $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} = -\frac{9}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 287. Cho hai số phức z_1, z_2 có điểm biểu diễn lần lượt là M_1, M_2 cùng thuộc đường tròn có phương trình: $x^2 + y^2 = 1$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1 + z_2|$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $P = \sqrt{2}$. C. $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $P = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có M_1, M_2 thuộc đường tròn tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R = 1$.

$|z_1 - z_2| = 1 \Leftrightarrow M_1M_2 = 1 \Leftrightarrow \triangle OM_1M_2$ là tam giác đều cạnh bằng 1.

Gọi H là trung điểm $M_1M_2 \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $P = |z_1 + z_2| = |\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}| = |2\overrightarrow{OH}| = 2OH = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 288. Cho số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z-1}{z+3i}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z+i| + 2|\bar{z}-4+7i|$.

A. 8. B. 20. C. $2\sqrt{5}$. D. $4\sqrt{5}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \left|\frac{z-1}{z+3i}\right| &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow \sqrt{2}|z-1| &= |z+3i| \\ \Leftrightarrow 2(x-1)^2 + 2y^2 &= x^2 + (y+3)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 &= 20. \end{aligned}$$

Do đó tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 20$ với bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

$P = |z+i| + 2|\bar{z}-4+7i| = |z+i| + 2|z-4-7i| = MA + 2MB$ với $A(0; -1), B(4; 7)$ lần lượt biểu diễn số phức $z_1 = -i, z_2 = 4 + 7i$.

Ta có $A(0; -1), B(4; 7) \in (C)$ và $AB = 4\sqrt{5} = 2R$ nên AB là đường kính đường tròn (C) .

$\Rightarrow MA^2 + MB^2 = AB^2 = 80$.

Mặt khác: $P = MA + 2MB \leq \sqrt{5(MA^2 + MB^2)} = 20$.

Dấu bằng xảy ra khi $MB = 2MA$. Vậy giá trị lớn nhất của P là 20.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 289. Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 1 - i\sqrt{3}$. B. $\bar{z} = -\sqrt{3} - i$. C. $\bar{z} = -1 + i\sqrt{3}$. D. $\bar{z} = \sqrt{3} + i$.

Lời giải.

$$z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 290. Cho số phức z thỏa mãn: $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. 1.

B. 0.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 (3+2i)z + (2-i)^2 &= 4+i \Leftrightarrow (3+2i)z + (3-4i) = 4+i \\
 &\Leftrightarrow (3+2i)z = 1+5i \Leftrightarrow z = \frac{1+5i}{3+2i} \\
 &\Leftrightarrow z = \frac{(1+5i)(3-2i)}{3^2+2^2} \Leftrightarrow z = \frac{13+13i}{13} \Leftrightarrow z = 1+i.
 \end{aligned}$$

Hiệu phần thực và phần ảo là: $1-1=0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 291. Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{iz - (3i+1)\bar{z}}{1+i} = |z|^2$. Số phức $w = \frac{26iz}{9}$ có môđun bằng

A. 9.

B. $\sqrt{26}$.C. $\sqrt{6}$.

D. 5.

Lời giải.

Gọi số phức z có dạng : $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$.

Do $z \neq 0$ nên $a^2 + b^2 > 0$. Ta có:

$$\begin{aligned}
 \frac{iz - (3i+1)\bar{z}}{1+i} &= |z|^2 \\
 \Leftrightarrow iz - (3i+1)\bar{z} &= (1+i)|z|^2 \\
 \Leftrightarrow i(a+bi) - (3i+1)(a-bi) &= (1+i)(a^2+b^2) \\
 \Leftrightarrow ia - b - 3ai - 3b - a + bi &= a^2 + b^2 + i(a^2 + b^2) \\
 \Leftrightarrow (-a-4b) + (b-2a)i &= a^2 + b^2 + i(a^2 + b^2) \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} -a-4b = a^2 + b^2 \\ b-2a = a^2 + b^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -a-4b = b-2a \\ -a-4b = a^2 + b^2 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ -9b = 26b^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ \begin{bmatrix} b = 0 \\ b = -\frac{9}{26} \end{bmatrix} \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a = b = 0 \text{ (loại)} \\ a = -\frac{45}{26}, b = -\frac{9}{26} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy : } w = \frac{26}{9}i \left(-\frac{45}{26} - \frac{9}{26}i \right) = 1 - 5i \Rightarrow |w| = \sqrt{26}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 292. Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|z^2 + 4| = 2|z|$. Đặt $P = 8(b^2 - a^2) - 12$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $P = (|z| - 2)^2$.B. $P = (|z|^2 - 4)^2$.C. $P = (|z| - 4)^2$.D. $P = (|z|^2 - 2)^2$.**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}
 |z^2 + 4| &= 2|z| \\
 \Leftrightarrow |a^2 - b^2 + 4 - 2abi| &= 2\sqrt{a^2 + b^2} \\
 \Leftrightarrow (a^2 - b^2 + 4)^2 + 4a^2b^2 &= 4(a^2 + b^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2 + 8(a^2 - b^2) + 16 = 4(a^2 + b^2) \\
&\Leftrightarrow (a^2 + b^2)^2 + 8(a^2 - b^2) + 16 - 4(a^2 + b^2) = 0 \\
&\Leftrightarrow (a^2 + b^2)^2 - 4(a^2 + b^2) + 4 = 8(b^2 - a^2) - 12 \\
&\Leftrightarrow (a^2 + b^2 - 2)^2 = 8(b^2 - a^2) - 12 \\
&\Leftrightarrow (|z|^2 - 2)^2 = 8(b^2 - a^2) - 12.
\end{aligned}$$

Vậy $P = (|z|^2 - 2)^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 293. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. -3. B. $-3i$. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Phần ảo là -3 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 294. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(z + 1 + i)(\bar{z} - i) + 3i = 9$ và $|\bar{z}| > 2$. Tính $P = a + b$.

- A. -3. B. -1. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Ta có $(z + 1 + i)(\bar{z} - i) + 3i = 9 \Leftrightarrow z\bar{z} + i(\bar{z} - z) + \bar{z} - i + 1 + 3i = 9 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2b + a - bi + 1 + 2i = 9$.

Do đó $b = 2$ và $a^2 + a = 0 \Leftrightarrow a = 0$ hoặc $a = -1$. Do $|\bar{z}| > 2$ nên ta chọn $a = -1$. Vậy $P = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 295. Cho số phức $u = 3 + 4i$. Nếu $z^2 = u$ thì ta có

- A. $\begin{cases} z = 4 + i \\ z = -4 - i \end{cases}$ B. $\begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 2 - i \end{cases}$ C. $\begin{cases} z = 2 + i \\ z = -2 - i \end{cases}$ D. $\begin{cases} z = 1 + i \\ z = 1 - i \end{cases}$

Lời giải.

$$\text{Với } z = a + bi, a, b \in \mathbb{R} \text{ ta có } z^2 = u \Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi = 3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ 2ab = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ a = -2 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 296. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - 1| = |z + 3 - 2i|$ và $w = z + m + i$ với $m \in \mathbb{R}$ là tham số. Giá trị của m để ta luôn có $|w| \geq 2\sqrt{5}$ là

- A. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -3 \end{cases}$ C. $-3 \leq m < 7$. D. $3 \leq m \leq 7$.

Lời giải.

Ta có $z = w - m - i$ nên $|w - m - 1 - i| = |w - m + 3 - 3i|$

Gọi $w = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$|(a - m - 1) + (b - 1)i| = |(a - m + 3) + (b - 3)i| \Leftrightarrow (a - m - 1)^2 + (b - 1)^2 = (a - m + 3)^2 + (b - 3)^2$$

Suy ra $b = 2a - 2m + 4$. Ta lại có

$$|w|^2 = a^2 + b^2 = a^2 + (2a - 2m + 4)^2 = 5a^2 + 8(2 - m)a + 4m^2 - 16m + 16.$$

Để $|w| \geq 2\sqrt{5} \Leftrightarrow 5a^2 + 8(2 - m)a + 4m^2 - 16m - 4 \geq 0$ với mọi a .

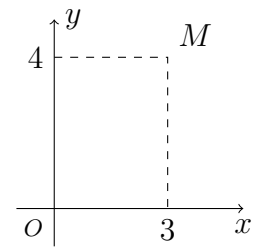
$$\text{Tương đương với } \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 16(2-m)^2 - 5(4m^2 - 16m - 4) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -3 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 297.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là 4 và phần ảo là 3. B. Phần thực là 3 và phần ảo là 4i.
C. Phần thực là 3 và phần ảo là 4. D. Phần thực là 4 và phần ảo là 3i.



Lời giải.

Điểm $M(3; 4)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 4i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 298. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z .

- A. $|z| = 4$. B. $|z| = \sqrt{17}$. C. $|z| = 17$. D. $|z| = 16$.

Lời giải.

Ta có $z(1+i) = 3 - 5i \Leftrightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} = \frac{(3-5i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = -1 - 4i$. Suy ra $|z| = \sqrt{17}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 299. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -4 - 5i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 2 + 2i$. B. $z = -2 - 2i$. C. $z = 2 - 2i$. D. $z = -2 + 2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (-4 - 5i) = -2 - 2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 300. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 8 + i$, $z_3 = 1 - 3i$. Khẳng định nào sau đây là một mệnh đề đúng?

- A. Tam giác MNP cân, không vuông. B. Tam giác MNP đều.
C. Tam giác MNP vuông, không cân. D. Tam giác MNP vuông cân.

Lời giải.

Ta có $M(1; 1)$, $N(8; 1)$, $P(1; -3)$.

nên $\overrightarrow{MN} = (7; 0)$; $\overrightarrow{MP} = (0; -4)$; $\overrightarrow{NP} = (-7; -4)$ và $MN = 7$; $MP = 4$; $NP = \sqrt{65}$.

Ngoài ra $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = 0$ nên tam giác MNP vuông tại M nhưng không cân.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 301. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = (1 + 2i)z_1 - \frac{3}{2}i$?

- A. $M(-2; 1)$. B. $M(3; -2)$. C. $M(3; 2)$. D. $M(2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $z_1 = 2 - \frac{1}{2}i \Rightarrow w = (1 + 2i) \left(2 - \frac{1}{2}i \right) - \frac{3}{2}i = 3 + 2i \Rightarrow M(3; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 302. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

- A. $m = \sqrt{2} - 1$. B. $m = 2\sqrt{2}$. C. $m = 2$. D. $m = 2\sqrt{2} - 2$.

Lời giải.

Ta có $|z_1| + |1 - i| \geq |z_1 + 1 - i| = 2 \Rightarrow |z_1| \geq 2 - \sqrt{2}$.

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = k(1 - i), (k \in \mathbb{R}, k \geq 0) \\ |z_1 + 1 - i| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow z_1 = (\sqrt{2} - 1)(1 - i)$.

Lại có $|z_1 - z_2| = |z_1 - iz_1| = |z_1(1 - i)| = |z_1| \cdot |1 - i| = |z_1| \cdot \sqrt{2} \geq 2\sqrt{2} - 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 303. Điểm biểu diễn của số phức z là $M(1; 2)$. Tọa độ của điểm biểu diễn cho số phức $w = z - 2\bar{z}$ là

A. $(2; -3)$.B. $(2; 1)$.C. $(-1; 6)$.D. $(2; 3)$.**Lời giải.**

Từ giả thiết suy ra $z = 1 + 2i$.

Từ đó $w = z - 2\bar{z} = (1 + 2i) - 2(1 - 2i) = -1 + 6i$.

Vậy tọa độ của điểm biểu diễn số phức w là $(-1; 6)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 304. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = (z_1 - 2z_2)\bar{z}_2 - 4z_1$ bằng

A. -10 .B. 10 .C. -5 .D. -15 .**Lời giải.**

Ta có $P = z_1 \cdot \bar{z}_2 - 2z_2 \cdot \bar{z}_2 - 4z_1 = (z_1)^2 - 2|z_2|^2 - 4z_1 = (z_1)^2 - 2|z_1|^2 - 4z_1$.

Giải phương trình đã cho, thu được hai nghiệm là $2 \pm i$.

- Nếu $z_1 = 2 - i$ thì $P = (2 - i)^2 - 2(2^2 + 1^2) - 4(2 - i) = 4 - 4i + i^2 - 10 - 8 + 4i = -15$.
- Nếu $z_1 = 2 + i$ thì $P = (2 + i)^2 - 2(2^2 + 1^2) - 4(2 + i) = 4 + 4i + i^2 - 10 - 8 - 4i = -15$.

Vậy $P = -15$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 305. Số phức $z = (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{2018}$ có phần ảo bằng

A. $2^{1009} - 1$.B. $2^{1009} + 1$.C. $1 - 2^{1009}$.D. $-2^{1009} - 1$.**Lời giải.**

Ta có

$$z = (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{2018} = (1 + i) \frac{(1 + i)^{2018} - 1}{(1 + i) - 1} = \frac{(1 + i)^{2019} - 1 - i}{i}.$$

$$(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i \Rightarrow (1 + i)^4 = (2i)^2 = -2^2$$

$$\Rightarrow (1 + i)^{2019} = (1 + i)^{4 \cdot 504 + 3} = (1 + i)^{4 \cdot 504} \times (1 + i)^2 \times (1 + i) = 2^{1009} \cdot i \cdot (1 + i).$$

$$\Rightarrow z = 2^{1009}(1 + i) - \frac{1}{i} - 1 = 2^{1009}(1 + i) + i - 1 = (2^{1009} - 1) + (2^{1009} + 1)i.$$

Vậy phần ảo của z bằng $2^{1009} + 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 306. Khai triển của biểu thức $(x^2 + x + 1)^{2018}$ được viết thành $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{4036}x^{4036}$.

Tổng $S = a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots - a_{4034} + a_{4036}$ bằng

A. -2^{1009} .B. 0 .C. 2^{1009} .D. -1 .**Lời giải.**

Ta có $i^2 = -1$, $i^4 = 1 \Rightarrow i^{4m+2} = -1$, $i^{4m} = 1$ với mọi m nguyên dương.

Theo giả thiết thì $(x^2 + x + 1)^{2018} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{4036}x^{4036}$.

Cho $x = i$, thu được

$$\begin{aligned} [(i)^2 + i + 1]^{2018} &= a_0 + a_1i + a_2i^2 + a_3i^3 + a_4i^4 + \cdots + a_{4034}i^{4034} + a_{4035}i^{4035} + a_{4036}i^{4036} \\ \Leftrightarrow i^{2018} &= a_0 + a_1i - a_2 + a_3i^3 + a_4 + \cdots - a_{4034} + a_{4035}i^{4035} + a_{4036} \\ \Leftrightarrow -1 &= (a_0 - a_2 + a_4 + \cdots - a_{4034} + a_{4036}) + (a_1i + a_3i^3 + \cdots + a_{4035}i^{4035}). \quad (1) \end{aligned}$$

Chú ý rằng với mọi $n = 2m + 1$ lẻ thì $i^n = i^{2m+1} = i^{2m}i = (-1)^m i$ là số thuần ảo, nên

$$(1) \Leftrightarrow -1 = a_0 - a_2 + a_4 - \cdots - a_{4034} + a_{4036}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 307. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|z_1| = 4, |z_2| = 3, |z_3| = 2$ và $|4z_1 \cdot z_2 + 16z_2 \cdot z_3 + 9z_1 \cdot z_3| = 48$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2 + z_3|$ bằng

- A. 1. B. 8. C. 2. D. 6.

Lời giải.

Đặt $z_1 = 4w_1, z_2 = 3w_2, z_3 = 2w_3$ với $|w_1| = |w_2| = |w_3| = 1$. Thu được

$$|4 \cdot 4w_1 \cdot 3w_2 + 16 \cdot 3w_2 \cdot 2w_3 + 9 \cdot 4w_1 \cdot 2w_3| = 48 \Leftrightarrow |2w_1w_2 + 4w_2w_3 + 3w_1w_3| = 2. \quad (1)$$

Nhân vào hai vế của (1) với $|\overline{w_1}\overline{w_2}\overline{w_3}|$, với chú ý rằng $\overline{z + w} = \overline{z} + \overline{w}, \overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}, z \cdot \overline{z} = |z|^2, |w_i| = 1, w_i \cdot \overline{w_i} = |\overline{w_i}|^2 = 1$ ($i = 1, 2, 3$), $|z| = |\overline{z}|$, ta được

$$\begin{aligned} |2\overline{w_3} + 4\overline{w_1} + 3\overline{w_2}| &= 2 \Leftrightarrow |\overline{2w_3 + 4w_1 + 3w_2}| = 2 \\ \Leftrightarrow |2w_3 + 4w_1 + 3w_2| &= 2 \Leftrightarrow |z_1 + z_2 + z_3| = 2. \end{aligned}$$

Vậy $P = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 308. Tính mô-đun của số phức $z = 2 - 3i$.

- A. $|z| = 13$. B. $|z| = \sqrt{13}$. C. $|z| = -3$. D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 309. Trên tập số phức, biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $z = -2 + i$. Tính giá trị của $T = a - b$.

- A. $T = 4$. B. $T = -1$. C. $T = 9$. D. $T = 1$.

Lời giải.

$z = -2 + i$ là một nghiệm của phương trình khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} (-2 + i)^2 + a(-2 + i) + b &= 0 \Leftrightarrow 4 - 4i - 1 - 2a + ai + b = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2a + b = 0 \\ -4 + a = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $T = a - b = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 310. Cho hai số phức: $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$.

- A. $w = -3 + 8i$. B. $w = -5 + i$. C. $w = -3 - 8i$. D. $w = -3 + i$.

Lời giải.

Ta có $w = z_1 - 2z_2 = (1 - 2i) - 2(2 + 3i) = -3 - 8i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 311. Cho số phức $|z - 1 + 2i| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 20$. B. $R = \sqrt{7}$. C. $R = 2\sqrt{5}$. D. $R = 7$.

Lời giải.

Ta gọi $w = x + yi$ khi đó $z = \frac{w - 3 + 2i}{2 - i} = \frac{2x - y - 8}{5} + \frac{x + 2y + 1}{5}i$ từ đó

$$\begin{aligned} |z - 1 + 2i| = 2 &\Rightarrow |2x - y - 13 + (x + 2y + 11)i| = 10 \\ &\Rightarrow (2x - y - 13)^2 + (x + 2y + 11)^2 = 100 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 14y + 38 = 0. \end{aligned}$$

Đây là phương trình đường tròn có $R = \sqrt{3^2 + 7^2 - 38} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 312. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ trên mặt phẳng phức. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. 6. B. 2. C. 4. D. 12.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = 4i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 2i \\ z = -1 - 2i \end{cases}$.

Đặt $A(-1; 2), B(-1; -2)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (0; -4) \Rightarrow AB = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 313. Cho số phức $z = -2 + i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $P(-2; 1)$. B. $N(2; 1)$. C. $Q(1; 2)$. D. $M(-1; -2)$.

Lời giải.

Có $w = zi = i(-2 + i) = -1 - 2i$ nên điểm biểu diễn của w là điểm $M(-1; -2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 314. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $|(2 + i)z|z - (1 - 2i)z| = |1 + 3i|$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tính $M = |2z_1 + 3z_2|$.

- A. $M = 19$. B. $M = 25$. C. $M = 19$. D. $M = \sqrt{19}$.

Lời giải.

Ta có $|(2 + i)z|z - (1 - 2i)z| = |1 + 3i| \Leftrightarrow |z[(2 + i)|z| - 1 + 2i]| = |1 + 3i|$
 $\Leftrightarrow |z|\sqrt{(2|z| - 1)^2 + (|z| + 2)^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow |z|^2(5|z|^2 + 5) = 10 \Leftrightarrow |z|^4 + |z|^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow |z| = 1$.

Suy ra $|z_1| = |z_2| = 1$.

Mặt khác $|2z_1 + 3z_2|^2 = (2z_1 + 3z_2)(2\bar{z}_1 + 3\bar{z}_2) = 13 + 6(z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2)$

và $|z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)(\bar{z}_1 - \bar{z}_2) = 2 - (z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2)$.

Do đó $M^2 + 6|z_1 - z_2|^2 = 25 \Rightarrow M = \sqrt{19}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 315. Trong tất cả các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 1| = \left| \frac{z + \bar{z}}{2} + 3 \right|$, gọi số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức có mô-đun nhỏ nhất. Tính $S = 2a + b$.

- A. 0. B. -4. C. 2. D. -2.

Lời giải.

Ta có $|z + 1| = \left| \frac{z + \bar{z}}{2} + 3 \right| \Leftrightarrow \sqrt{(a+1)^2 + b^2} = \sqrt{(a+3)^2} \Leftrightarrow b^2 = 4a + 8$.

Lại có $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + 4a + 8}$ nhỏ nhất khi $a = -2 \Rightarrow b = 0$.

Vậy $S = 2a + b = -4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 316. Trong mặt phẳng Oxy , số phức $z = 2i - 1$ được biểu diễn bởi điểm M có tọa độ là

- A. $(1; -2)$. B. $(2; 1)$. C. $(2; -1)$. D. $(-1; 2)$.

Lời giải.

Số phức $z = -1 + 2i$ có điểm biểu diễn $M(-1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 317. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 7z + 51i^{2008} = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = 2z_1 - z_1z_2 + 2z_2$.

- A. $P = -37$. B. $P = 58$. C. $P = -65$. D. $P = -44$.

Lời giải.

Ta có $z^2 - 7z + 51i^{2008} = 0 \Leftrightarrow z^2 - 7z + 51 = 0$.

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = 7 \\ z_1 \cdot z_2 = 51. \end{cases}$

Từ đó suy ra $P = 2z_1 - z_1z_2 + 2z_2 = 2(z_1 + z_2) - z_1z_2 = 14 - 51 = -37$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 318. Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z|(2 + i) = z - 1 + i(2z + 3)$. Tính $S = 3a + 5b$.

- A. $S = -11$. B. $S = -5$. C. $S = -1$. D. $S = 1$.

Lời giải.

ta có

$$\begin{aligned} |z|(2 + i) = z - 1 + i(2z + 3) &\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2}(2 + i) = a + bi - 1 + (2a + 2bi + 3)i \\ &\Leftrightarrow 2\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{a^2 + b^2}i = a - 2b - 1 + (2a + b + 3)i. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $\begin{cases} a - 2b - 1 = 2\sqrt{a^2 + b^2} \\ 2a + b + 3 = \sqrt{a^2 + b^2}. \end{cases}$

Giải hệ ta được $a = 3$ và $b = -4$, từ đó suy ra $S = 3a + 5b = -11$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 319. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z - 1 + i|$. Khi đó $P = M^2 + m^2$ bằng

- A. $\frac{171}{2}$. B. $\frac{171}{4}$. C. $\frac{167}{4}$. D. $\frac{167}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi P, A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức $z, -2 + i, 4 + 7i$. Khi đó

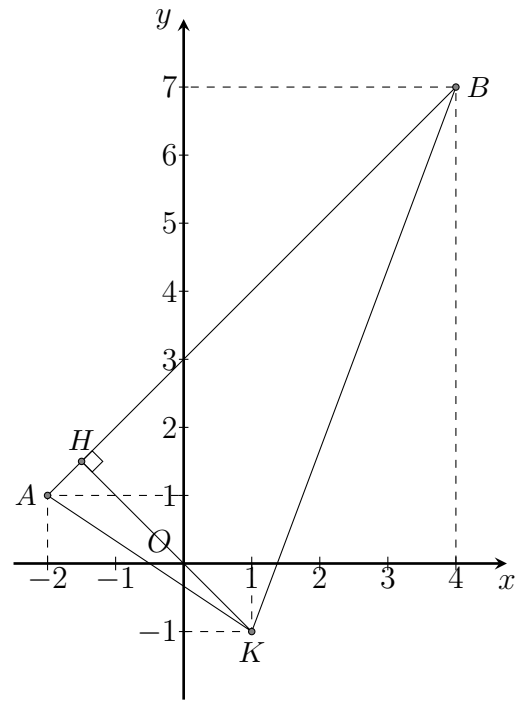
$$P(x; y), A(-2; 1), B(4; 7) \text{ và } \begin{cases} PA = |z + 2 - i| \\ PB = |z - 4 - 7i| \\ AB = 6\sqrt{2}. \end{cases}$$

Từ đó suy ra $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow PA + PB = AB$ hay tập hợp các điểm P biểu diễn cho số phức z là đoạn thẳng AB .

Gọi K là điểm biểu diễn số phức $1 - i \Rightarrow K(1; -1)$, khi đó $KA = \sqrt{13}, KB = \sqrt{73}$ và $|z - 1 + i| = PK$.

Ta có $M = \max\{KA, KB\} = \sqrt{73}$.

Dễ thấy tam giác KAB là tam giác có ba góc nhọn, do đó hình chiếu vuông góc H của điểm K trên đường thẳng AB nằm trong đoạn AB , do đó $m = KH = d(K, AB)$.



Đường thẳng AB có phương trình $\frac{x+2}{4+2} = \frac{y-1}{7-1}$ hay $x - y + 3 = 0$.

$$\text{Do đó } d(K, AB) = \frac{|1 - (-1) + 3|}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \Rightarrow m = \frac{5}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } M^2 + m^2 = 73 + \frac{25}{2} = \frac{171}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 320. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$.

A. $\bar{z} = 3 - 2i$.

B. $\bar{z} = -3 - 2i$.

C. $\bar{z} = 2 - 3i$.

D. $\bar{z} = -2 - 3i$.

Lời giải.

Ta có số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là $\bar{z} = 3 - 2i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 321. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 4i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

A. $I(3; -4), R = \sqrt{5}$.

B. $I(-3; 4), R = \sqrt{5}$.

C. $I(3; -4), R = 5$.

D. $I(-3; 4), R = 5$.

Lời giải.

Gọi $z = x + iy, (x, y \in \mathbb{R})$ thì $|z + 3 - 4i| = 5 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$. Vậy tâm $I(-3; 4)$ và bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 322. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1 - i)\bar{z} = -2i$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. 6.

D. -6.

Lời giải.

Gọi $z = x + iy$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} iz + (1-i)\bar{z} = -2i &\Leftrightarrow i(x+iy) + (1-i)(x-iy) = -2i \\ &\Leftrightarrow (x-2y) + (2-y)i = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=0 \\ 2-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x+y=6$.

Cách 2: Cách trắc nghiệm

Nhập máy tính $iz + (1-i)\bar{z}$

CALC $z=1$ ta được $1+0i$; CALC $z=i$ ta được $-2-i$.

Giải hệ $\begin{cases} 1x-2y=0 \\ 0x-1y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$.

Vậy $x+y=6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 323. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = 2|z+1| + 2|z-1| + |z-\bar{z}-4i|$ bằng

A. $4+2\sqrt{3}$. B. $2+\sqrt{3}$. C. $4+\frac{14}{\sqrt{15}}$. D. $2+\frac{7}{\sqrt{15}}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $|z| \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 4$. Suy ra $x, y \in [-2; 2]$.

Khi đó

$$P = 2\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + 2|y-2| = 2\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(1-x)^2 + y^2}\right) + 2|y-2|.$$

Bằng phép biến đổi tương đương với chú ý $|x| \geq x$, ta có: Với mọi số thực a, b, c, d ,

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2};$$

dấu “=” xảy ra khi $ad = bc \geq 0$. Áp dụng bất đẳng thức này với $a = x+1$, $c = 1-x$, $b = d = y$ và tính chất của giá trị tuyệt đối ta có

$$P \geq 2\sqrt{(x+1+1-x)^2 + (y+y)^2} + 2(2-y) = 4\sqrt{1+y^2} - 2y + 4.$$

Xét hàm số $f(y) = 4\sqrt{1+y^2} - 2y + 4$ liên tục trên $[-2; 2]$. Ta có $f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \in [-2; 2]$.

Ta có $f(2) = 4\sqrt{5}$, $f(-2) = 4\sqrt{5} + 8$, $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 4 + 2\sqrt{3}$, $f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 4 + \frac{10}{\sqrt{3}}$. Suy ra $\min_{[-2;2]} f(y) = 4 + 2\sqrt{3} = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Khi đó $P \geq f(y) \geq 4 + 2\sqrt{3}$, $\forall y \in [-2; 2]$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)y = y(1-x) \geq 0 \\ 2-y \geq 0 \\ y = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}. \text{ Vậy giá trị nhỏ nhất của } P \text{ bằng } 4 + 2\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 324. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Tìm số phức liên hợp của số phức $z_1 + 2z_2$.

- A. $-3 + 2i$. B. $3 - 2i$. C. $2 + i$. D. $2 - i$.

Lời giải.

$$\text{Xét phương trình } z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = -4 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases}$$

Khi đó $w = z_1 + 2z_2 = -3 - 2i \Rightarrow$ số phức liên hợp là $\bar{w} = -3 + 2i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 325. Cho số phức $z = 3 + 5i$. Tìm môđun của số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $|w| = 2$. B. $|w| = 2 + \sqrt{2}$. C. $|w| = 3\sqrt{2}$. D. $|w| = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w = iz + \bar{z} = i(3 + 5i) + 3 - 5i = -2 - 2i \Rightarrow |w| = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 326. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = |\bar{z} + 1 - 4i|$. Tìm phần thực của số phức có môđun nhỏ nhất.

- A. -1 . B. -2 . C. 4 . D. 3 .

Lời giải.

$$\text{Giả sử } z = x + yi \text{ với } x, y \in \mathbb{R}, \text{ khi đó ta có } |z - 2 + i| = |\bar{z} + 1 - 4i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{(x + 1)^2 + (y + 4)^2} \Leftrightarrow x = -2 - y.$$

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2 + y)^2 + y^2} = \sqrt{2y^2 + 4y + 4} = \sqrt{2(y + 1)^2 + 2} \geq \sqrt{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $y = -1 \Rightarrow x = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 327. Tìm phần ảo của số phức z biết z thỏa mãn $|z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i|$ và $\frac{z - i}{\bar{z} + i}$ là số thuần ảo.

- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{3}{17}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Giả sử } z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi \text{ với } a, b \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Ta có } |z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i| \Leftrightarrow a^2 + (b - 2)^2 = (a + 2)^2 + (4 - b)^2 \Leftrightarrow b - a = 4 \Leftrightarrow b = a + 4.$$

$$\text{Đồng thời } \frac{z - i}{\bar{z} + i} = \frac{a + (b - 1)i}{a + (1 - b)i} = \frac{[a + (b - 1)i]^2}{a^2 + (b - 1)^2} = \frac{a^2 - (b - 1)^2 + 2a(b - 1)i}{a^2 + (b - 1)^2}$$

Khi đó số phức $\frac{z - i}{\bar{z} + i}$ là số thuần ảo khi $a^2 - (b - 1)^2 = 0$, thay $b = a + 4$ vào ta được

$$a^2 - (a + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 328. Số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là nghiệm của phương trình $(1 + 2i)z - 8 - i = 0$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = -1$. B. $S = 1$. C. $S = -5$. D. $S = 5$.

Lời giải.

$$\text{Vì } (1 + 2i)z - 8 - i = 0 \Leftrightarrow z = \frac{8 + i}{1 + 2i} = \frac{(8 + i)(1 - 2i)}{1 + 4} = \frac{10 - 15i}{5} = 2 - 3i \text{ nên } \begin{cases} a = 2 \\ b = -3. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = a + b = -1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 329. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Tìm môđun của $w = z - i\bar{z}$.

A. $8\sqrt{2}$.

B. 8.

C. $4\sqrt{2}$.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i} = -4 - 4i.$$

$$\text{Suy ra } z = -4 + 4i; \text{ do đó } w = z - i\bar{z} = -8 + 8i.$$

$$\text{Vậy } |w| = |z - i\bar{z}| = \sqrt{(-8)^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 330. Cho số phức $\bar{z} = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \bar{z} = 3 - 2i \Rightarrow z = 3 + 2i.$$

Từ đó suy ra phần thực của z bằng 3, phần ảo của z bằng 2.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 331. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = iz + 1 - i$ là đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $r = 20$.

B. $r = 5$.

C. $r = 22$.

D. $r = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w = iz + 1 - i \Leftrightarrow w + i = i(z - i). \text{ Suy ra } |w + i| = |i||z - i| = 5.$$

Vậy tập hợp những điểm biểu diễn cho số phức w là đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $r = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 332. Xét số phức z và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là M, M' . Số phức $z(4 + 3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là N, N' . Biết rằng M, M', N, N' là bốn đỉnh của hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z + 4i - 5|$.

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{5}{\sqrt{34}}$.

D. $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Khi đó, các điểm M, M', N, N' lần lượt có tọa độ $M(a, b), M'(a, -b), N(4a - 3b, 3a + 4b), N'(4a - 3b, -3a - 4b)$. Vì M, M', N, N' lần lượt là 4 đỉnh của một hình chữ nhật nên có 2 trường hợp xảy ra.

— Trường hợp 1: Tứ giác $MM'N'N$ là hình chữ nhật.

— Trường hợp 2: Tứ giác $MM'NN'$ là hình chữ nhật.

$$\text{Ta có } P = |z + 4i - 5| = |z - (5 - 4i)|. \text{ Đặt } K(5; -4). \text{ Khi đó } P = |MK|.$$

Gọi I là giao điểm của hai đường chéo của hình chữ nhật.

Vì M đối xứng với M' qua trục Ox , N đối xứng với N' qua trục Ox nên I thuộc trục Ox hay điểm I có tung độ bằng 0.

Trường hợp 1: Tứ giác $MM'N'N$ là hình chữ nhật.

$$\text{Tung độ của điểm } I \text{ bằng 0 nên } -3a - 3b = 0 \Leftrightarrow a + b = 0.$$

Do đó điểm M thuộc đường thẳng $d_1: x + y = 0$.

Đoạn MK ngắn nhất có độ dài bằng khoảng cách từ điểm K đến đường thẳng d_1 và bằng

$$\frac{|5 \cdot 1 - 4 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Trường hợp 2: Tứ giác $MM'NN'$ là hình chữ nhật.

Tương tự trường hợp 1, ta được điểm M thuộc đường thẳng $d_2: 3x + 5y = 0$. Đoạn thẳng MK ngắn

nhất có độ dài là $\frac{|3 \cdot 5 + 5 \cdot (-4)|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = \frac{5}{\sqrt{34}}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z + 4i - 5| = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 333. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i; z_2 = 2 - 3i$. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $2z_1 + z_2$.

A. Phần thực là 4, phần ảo là -6 .

B. Phần thực là 4, phần ảo là -1 .

C. Phần thực là -1 , phần ảo là 4.

D. Phần thực là 4, phần ảo là 5.

Lời giải.

ta có: $2z_1 + z_2 = 4 - i$.

Suy ra phần thực là 4, phần ảo là -1 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 334. Tìm các số thực b, c để phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i$ làm một nghiệm.

A. $b = 2, c = -2$.

B. $b = 2, c = 2$.

C. $b = -2, c = 2$.

D. $b = -2, c = -2$.

Lời giải.

Ta có phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i$ làm một nghiệm.

$$\Rightarrow (1 + i)^2 + b(1 + i) + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + b = 0 \\ b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 335. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|2z - i| = |iz + 2|$, biết $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1 - 2z_2|$.

A. $A = \sqrt{5}$.

B. $A = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

C. $A = \sqrt{3}$.

D. $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = x_1 + y_1i, z_2 = x_2 + y_2i$ với $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} |2x_1 + (2y_1 - 1)i| = |2 - y_1 + x_1i| \\ |2x_2 + (2y_2 - 1)i| = |2 - y_2 + x_2i| \\ (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 + y_1^2 = 1 \\ x_2^2 + y_2^2 = 1 \\ x_1x_2 + y_1y_2 = 0 \end{cases}$$

Do đó, $A^2 = |z_1 - 2z_2|^2 = (x_1 - 2x_2)^2 + (y_1 - 2y_2)^2 = (x_1^2 + y_1^2) + 4(x_2^2 + y_2^2) - 4(x_1x_2 + y_1y_2) = 5$.

Khi đó $A = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 336. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Tính mô-đun của số phức $\bar{z}$.

A. 3.

B. 1.

C. 9.

D. $\sqrt{41}$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 5 + 4i$, suy ra $|\bar{z}| = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 337. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = -1 - 3i$. Tính giá trị của biểu thức $S = ab + 1$.

A. $S = 1$.

B. $S = -1$.

C. $S = -2$.

D. $S = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 z - (2 + 3i)\bar{z} &= -1 - 3i \\
 \Leftrightarrow (a + bi) - (2 + 3i)(a - bi) &= -1 - 3i \\
 \Leftrightarrow a + bi - 2a + 2bi - 3ai - 3b &= -1 - 3i \\
 \Leftrightarrow (-a - 3b) + (3b - 3a) &= -1 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 1 \\ a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $S = ab + 1 = 1$.Chọn đáp án **A** □**Câu 338.** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| = 2\sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất của $P = |z - 4 + 4i|$.

A. $P_{\max} = \frac{169}{5}$.

B. $P_{\max} = 50$.

C. $P_{\max} = 34$.

D. $P_{\max} = 3\sqrt{5}$.

Lời giải.Giả sử $z = x + yi$, $M(x; y)$, $A(2; -3)$, $B(-2; -1)$, $I(4; -4)$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned}
 |z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| &= 2\sqrt{5} \\
 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 3)^2} + \sqrt{(x + 2)^2 + (y + 1)^2} &= 2\sqrt{5} \\
 \Leftrightarrow AM + BM &= 2\sqrt{5}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Mặt khác, $AM + BM \geq AB = 2\sqrt{5}$, kết hợp với (1) suy ra dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M nằm trong đoạn AB . (2)Kiểm tra ta thấy $\overrightarrow{IA} = (-2; 1)$ và $\overrightarrow{IB} = (-6; 3)$ cùng phương, suy ra A, B, I thẳng hàng.Từ đó suy ra $P = IM$ đạt giá trị lớn nhất khi M trùng A hoặc B .Ta có $IA = \sqrt{5}$ và $IB = 3\sqrt{5}$, suy ra $P_{\max} = 3\sqrt{5}$.Chọn đáp án **D** □**Câu 339.** Hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 + i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ là

A. $\sqrt{55}$.

B. 5.

C. 6.

D. $\sqrt{61}$.

Lời giải.Ta có $z_1 + 3z_2 = 2 + 3i + 3(1 + i) = 5 + 6i$.Do đó $|z_1 + 3z_2| = |5 + 6i| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$.Chọn đáp án **D** □**Câu 340.** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính iz_0 .

A. $iz_0 = 3 - i$.

B. $iz_0 = -3i + 1$.

C. $iz_0 = -3 - i$.

D. $iz_0 = 3i - 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i. \end{cases}$$

Suy ra $z_0 = -1 + 3i$. Do đó $iz_0 = i(-1 + 3i) = -3 - i$.Chọn đáp án **C** □**Câu 341.** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - 2 + 3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là

- A. Đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 1$.
 B. Đường thẳng có phương trình $2x - 6y + 12 = 0$.
 C. Đường thẳng có phương trình $x - 3y - 6 = 0$.
 D. Đường thẳng có phương trình $x - 5y - 6 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$|z-1| = |z-2+3i| \Leftrightarrow |x-1+yi| = |x-2+(y+3)i| \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2 = (x-2)^2+(y+3)^2 \Leftrightarrow x-3y-6=0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $x - 3y - 6 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 342. Biết rằng hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3 - 4i| = 1$ và $|z_2 - 3 - 4i| = \frac{1}{2}$. Số phức z có phần thực là a và phần ảo là b thỏa mãn $3a - 2b = 12$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_1| + |z - 2z_2| + 2$ bằng

- A. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{11}$. B. $P_{\min} = 5 - 2\sqrt{3}$. C. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{13}$. D. $P_{\min} = 5 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đặt $z_3 = 2z_2$ thì $|z_3 - 6 - 8i| = 1$ và $P = |z - z_1| + |z - z_3| + 2$.

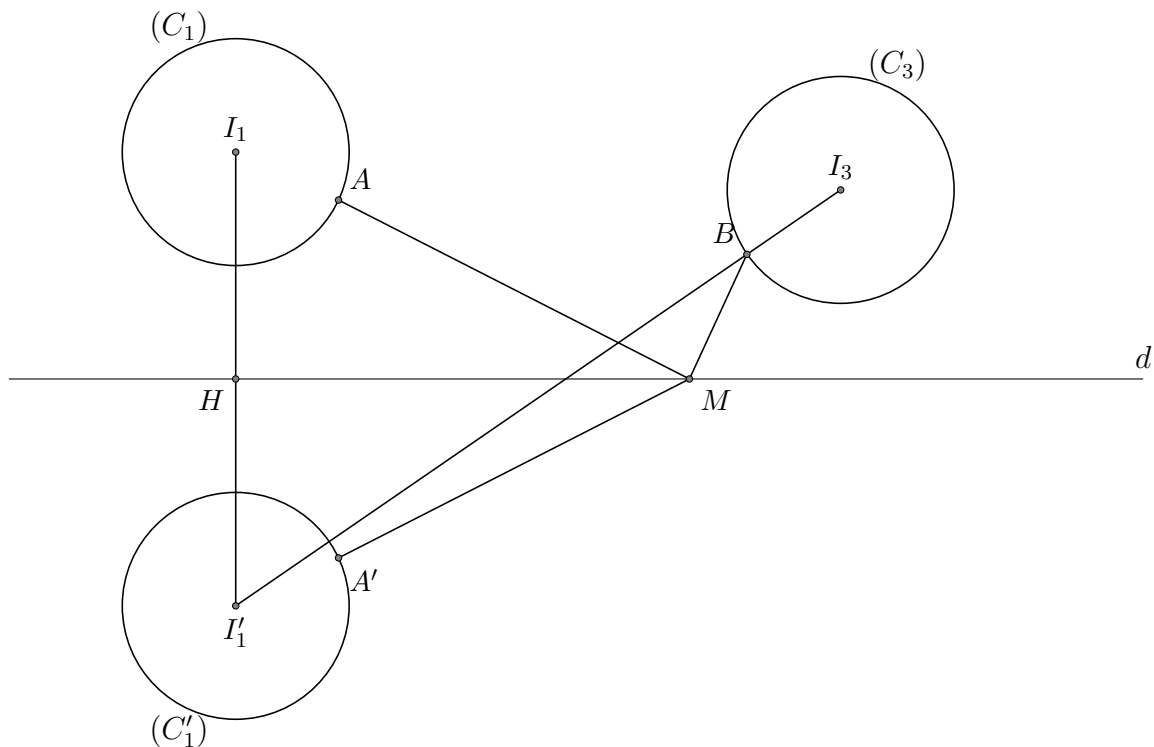
Gọi M, A, B lần lượt là các điểm biểu diễn cho z, z_1 và z_3 . Khi đó:

Điểm A nằm trên đường tròn (C_1) có tâm $I_1(3; 4)$, bán kính $R_1 = 1$;

Điểm B nằm trên đường tròn (C_3) có tâm $I_3(6; 8)$, bán kính $R_3 = 1$

Và điểm M nằm trên đường thẳng $d: 3x - 2y - 12 = 0$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $P = MA + MB + 2$.



Ta kiểm tra thấy (C_1) và (C_3) nằm cùng phía và không cắt đường thẳng $d: 3x - 2y - 12 = 0$.

Gọi đường tròn (C'_1) có tâm I'_1 và bán kính $R'_1 = 1$ đối xứng với (C_1) qua d .

Điểm A' đối xứng với A qua d thì A' thuộc (C'_1) .

Ta có $I_1I'_1: 2x + 3y - 18 = 0$. Gọi $H = I_1I'_1 \cap d \Rightarrow H \left(\frac{72}{13}; \frac{30}{13} \right)$ suy ra $I'_1 \left(\frac{105}{13}; \frac{8}{13} \right)$.

Ta có $P = MA + MB + 2 = MA' + MB + 2 = (MA' + R'_1) + (MB + R_3) \geq I'_1M + I_3M \geq I'_1I_3$.

Từ đó $P_{\min}$ khi các điểm I'_1, I_3, A', B và M thẳng hàng và $P_{\min} = I'_1I_3 = \frac{\sqrt{9945}}{13}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 343. Số phức liên hợp của số phức $z = i(1 - 2i)$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ là điểm nào dưới đây?

A. $E(2; -1)$.

B. $B(-1; 2)$.

C. $A(1; 2)$.

D. $F(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $z = i(1 - 2i) = i - 2i^2 = 2 + i \Rightarrow \bar{z} = 2 - i$. Do đó $\bar{z}$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ là điểm $E(2; -1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 344. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 + z^2 - 6 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $S = 2\sqrt{3}$.

B. $S = 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})$.

C. $S = 2\sqrt{2}$.

D. $S = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.

Lời giải.

Ta có $z^4 + z^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -3 \\ z^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm i\sqrt{3} \\ z = \pm \sqrt{2} \end{cases}$.

Do đó $S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |-i\sqrt{3}| + |i\sqrt{3}| + |-\sqrt{2}| + |\sqrt{2}| = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 345. Biết số phức z có phần ảo khác 0 và thỏa mãn $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 25$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức z trên?

A. $P(4; -3)$.

B. $N(3; -4)$.

C. $M(3; 4)$.

D. $Q(4; 3)$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$ và $y \neq 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} |z - (2 + i)| = \sqrt{10} \\ z \cdot \bar{z} = 25 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{10} \\ (x+yi)(x-yi) = 25 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 10 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 = 25 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Từ (1) ta có $y = 10 - 2x$, thay vào (2) ta được

$$x^2 + (10 - 2x)^2 = 25 \Leftrightarrow 5x^2 - 40x + 75 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \Rightarrow y = 0 \\ x = 3 \Rightarrow y = 4. \end{cases}$$

Như vậy $z = 3 + 4i$, nên điểm biểu diễn số phức z là điểm $M(3; 4)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 346. Cho A, B là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự z_0, z_1 khác 0 và thỏa mãn đẳng thức $z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1$. Hỏi ba điểm O, A, B tạo thành tam giác gì (O là gốc tọa độ)? Chọn phương án đúng và đầy đủ nhất.

A. Đều.

B. Cân tại O .C. Vuông tại O .D. Vuông cân tại O .**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1 &\Leftrightarrow \left(\frac{z_0}{z_1}\right)^2 - \frac{z_0}{z_1} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z_0}{z_1} = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} \\ \frac{z_0}{z_1} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} z_1 \\ z_0 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_1. \end{cases} \end{aligned}$$

— Xét trường hợp $z_0 = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} z_1$.

$$OA = |z_0| = \left| \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = \left| \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} \right| \cdot |z_1| = |z_1| = OB.$$

$$AB = |\vec{OB} - \vec{OA}| = |z_1 - z_0| = \left| z_1 - \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = \left| \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = |z_1| = OB.$$

Như vậy: $OA = OB = AB \Rightarrow \triangle OAB$ là tam giác đều.

— Xét trường hợp $z_0 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_1$.

$$OA = |z_0| = \left| \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = \left| \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} \right| \cdot |z_1| = |z_1| = OB.$$

$$AB = |\vec{OB} - \vec{OA}| = |z_1 - z_0| = \left| z_1 - \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = \left| \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = |z_1| = OB.$$

Như vậy: $OA = OB = AB \Rightarrow \triangle OAB$ là tam giác đều.

Tóm lại, ba điểm O, A, B tạo thành tam giác đều (O là gốc tọa độ).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 347. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$, với z là số phức

khác 0 và thỏa mãn $|z| \geq 2$. Tính tỉ số $\frac{M}{m}$.

A. $\frac{M}{m} = 5$.B. $\frac{M}{m} = 3$.C. $\frac{M}{m} = \frac{3}{4}$.D. $\frac{M}{m} = \frac{1}{3}$.**Lời giải.**

Với z là số phức khác 0 và thỏa mãn $|z| \geq 2$, ta có

$$— P = \left| \frac{z+i}{z} \right| = \frac{|z+i|}{|z|} \leq \frac{|z|+|i|}{|z|} = 1 + \frac{1}{|z|} \leq 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Rõ ràng khi $z = 2i$ thì $P = \frac{3}{2}$. Do đó $M = \frac{3}{2}$.

$$— P = \left| \frac{z+i}{z} \right| = \frac{|z+i|}{|z|} \geq \frac{||z|-|i||}{|z|} = 1 - \frac{1}{|z|} \geq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Rõ ràng khi $z = -2i$ thì $P = \frac{1}{2}$. Do đó $m = \frac{1}{2}$.

Như vậy: $\frac{M}{m} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 348.

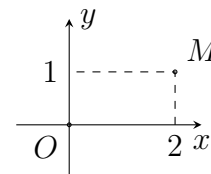
Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là

A. $2 - i$.

B. $1 + 2i$.

C. $1 - 2i$.

D. $2 + i$.



Lời giải.

Từ hình vẽ suy ra $M(2; 1)$ nên $z = 2 + i$. Vậy $\bar{z} = 2 - i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 349. Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm là $1 + 2i$?

A. $z^2 - 2z + 3 = 0$.

B. $z^2 + 2z + 5 = 0$.

C. $z^2 - 2z + 5 = 0$.

D. $z^2 + 2z + 3 = 0$.

Lời giải.

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 350. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + (2 - i)\bar{z} = 13 + 2i$?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có:

$$\begin{aligned} (1 + i)z + (2 - i)\bar{z} &= 13 + 2i \\ \Leftrightarrow (1 + i)(a + bi) + (2 - i)(a - bi) &= 13 + 2i \\ \Leftrightarrow 3a - 2b - bi &= 13 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 13 \\ -b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $z = 3 - 2i$ nên có 1 số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 351. Trong các số phức z có phần ảo dương thỏa mãn $|z^2 + 1| = 2|z|$, gọi z_1 và z_2 lần lượt là các số phức có mô-đun nhỏ nhất và lớn nhất. Khi đó mô-đun của số phức $w = z_1 + z_2$ là

A. $|w| = 2\sqrt{2}$.

B. $|w| = 2$.

C. $|w| = \sqrt{2}$.

D. $|w| = 1 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
|z^2 + 1| = 2|z| &\Leftrightarrow |z^2 + 1|^2 = 4|z|^2 \\
&\Leftrightarrow 4|z|^2 = (z^2 + 1)(\overline{z^2 + 1}) \\
&\Leftrightarrow (z^2 + 1)(\overline{z^2} + 1) = 4z \cdot \overline{z} \\
&\Leftrightarrow (z \cdot \overline{z})^2 + z^2 + \overline{z}^2 + 1 - 4z \cdot \overline{z} = 0 \\
&\Leftrightarrow (z + \overline{z})^2 + (z \cdot \overline{z})^2 - 6(z \cdot \overline{z}) + 1 = 0 \\
&\Leftrightarrow (z + \overline{z})^2 + |z|^4 - 6|z|^2 + 1 = 0 \\
&\Leftrightarrow |z|^4 - 6|z|^2 + 1 = -(z + \overline{z})^2 \leq 0 \\
&\Rightarrow 3 - 2\sqrt{2} \leq |z|^2 \leq 3 + 2\sqrt{2} \\
&\Rightarrow \sqrt{2} - 1 \leq |z| \leq \sqrt{2} + 1.
\end{aligned}$$

Do đó $\begin{cases} |z_1| = \sqrt{2} - 1 \\ |z_2| = \sqrt{2} + 1 \end{cases}$. Dấu “=” xảy ra khi

$$\begin{cases} |z_1| = \sqrt{2} - 1 \\ |z_2| = \sqrt{2} + 1 \\ z + \overline{z} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} z_1 = (\sqrt{2} - 1)i \\ z_1 = (1 - \sqrt{2})i \text{ (loại)} \\ z_2 = (\sqrt{2} + 1)i \\ z_2 = -(1 + \sqrt{2})i \text{ (loại)} \end{bmatrix} \end{cases} \Rightarrow |w| = |z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 352. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Khi đó số phức $w = z + (i + 1)\overline{z}$ có mô-đun là

A. $|w| = \sqrt{37}$. **B.** $|w| = \sqrt{72}$. **C.** $|w| = \sqrt{73}$. **D.** $|w| = \sqrt{27}$.

Lời giải.

Ta có $z = 3 + 2i \Rightarrow \overline{z} = 3 - 2i$. Khi đó $w = 3 + 2i + (i + 1)(3 - 2i) = 8 + 3i$.

Do đó $|w| = \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 353. Trong các số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 5i| = |\overline{z} + 3 - i|$, giả sử số phức có mô-đun nhỏ nhất có dạng $z = a + bi$. Khi đó $S = \frac{a}{b}$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \overline{z} = a - bi$.

Khi đó

$$\begin{aligned}
|z + 1 - 5i| &= |\overline{z} + 3 - i| \\
\Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b - 5)^2 &= (a + 3)^2 + (b + 1)^2 \\
\Leftrightarrow a + 3b - 4 &= 0 \Leftrightarrow a = 4 - 3b.
\end{aligned}$$

Do đó

$$\begin{aligned}
|z| &= \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(4 - 3b)^2 + b^2} = \sqrt{10b^2 - 24b + 16} \\
&= \sqrt{\left(\sqrt{10}b - \frac{12}{\sqrt{10}}\right)^2 + \frac{16}{10}} \geq \frac{4}{\sqrt{10}}.
\end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $b = \frac{6}{5} \Rightarrow a = \frac{2}{5}$. Suy ra $\min |z| = \frac{4}{\sqrt{10}}$.

Vậy $S = \frac{a}{b} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 354. Đặt $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$. Xét dãy (u_n) : $u_n = \frac{f(1) \cdot f(3) \cdot f(5) \cdots f(2n-1)}{f(2) \cdot f(4) \cdot f(6) \cdots f(2n)}$. Tính $\lim n\sqrt{u_n}$.

A. $\lim n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\lim n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{3}$. D. $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $f(n) = (n^2 + 1)^2 + 2n(n^2 + 1) + (n^2 + 1) = (n^2 + 1)[(n + 1)^2 + 1]$. Do đó

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{2(2^2 + 1)(3^2 + 1)(4^2 + 1)(5^2 + 1)(6^2 + 1) \cdots [(2n-1)^2 + 1][(2n)^2 + 1]}{(2^2 + 1)(3^2 + 1)(4^2 + 1)(5^2 + 1)(6^2 + 1)(7^2 + 1) \cdots [(2n)^2 + 1][(2n+1)^2 + 1]} \\ &= \frac{2}{(2n+1)^2 + 1}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \lim n\sqrt{u_n} = \lim \frac{n\sqrt{2}}{\sqrt{(2n+1)^2 + 1}} = \lim \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\left(2 + \frac{1}{n}\right)^2 + \frac{1}{n^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 355. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z + \frac{5}{2} - i\right| = \left|z + \frac{3}{2} + 2i\right|$. Biết biểu thức $Q = |z - 2 - 4i| + |z - 4 - 6i|$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$. Tính $P = a - 4b$.

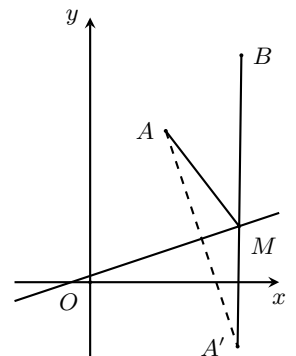
A. $P = -2$. B. $P = -\frac{911}{460}$. C. $P = -1$. D. $P = \frac{691}{272}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Giả thiết có được

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + (y - 1)^2} &= \sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + (y + 2)^2} \\ \Leftrightarrow 2x + 1 &= 6y. \end{aligned}$$

Biểu thức $Q = \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 4)^2} + \sqrt{(x - 4)^2 + (y - 6)^2}$.



Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của z , lúc đó M thuộc đường thẳng $d: 2x - 6y + 1 = 0$. Gọi $A(2; 4)$, $B(4; 6)$. Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $MA + MB$. Kiểm tra được A, B nằm cùng phía với d nên gọi A' là điểm đối xứng với A qua d . Ta tìm được $A' \left(\frac{39}{10}; -\frac{17}{10}\right)$. Độ dài $MA + MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv d \cap A'B$. Đường thẳng $A'B$ có phương trình là $-77x + y + \frac{151}{5} = 0$. Từ đó tìm được $M \left(\frac{1813}{460}; \frac{681}{460}\right)$ hay $a = \frac{1813}{460}$ và $b = \frac{681}{460}$. Kết luận, $a - 4b = -\frac{911}{460}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 356. Giả sử M là một điểm trên mặt phẳng phức biểu diễn số phức z . Quỹ tích các điểm M thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + i| = 2$ là

A. đường tròn tâm $I(1; 1)$ và bán kính $R = 2$.
B. đường tròn tâm $I(-1; 1)$ và bán kính $R = 2$.

C. đường tròn tâm $I(-1; -1)$ và bán kính $R = 2$.

D. đường tròn tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết ta có $(a - 1)^2 + (b + 1)^2 = 4$.

Vậy quỹ tích các điểm M là đường tròn tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 357. Cho số phức z thỏa mãn $z(1 - 2i) + i\bar{z} = 15 + i$. Tìm mô-đun của số phức z .

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = 4$.

C. $|z| = 2\sqrt{5}$.

D. $|z| = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó ta có

$$z(1 - 2i) + i\bar{z} = 15 + i \Leftrightarrow (x + 3y) + (y - x)i = 15 + i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4. \end{cases}$$

Vậy $|z| = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 358. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $\frac{7 - 4i}{z_1}$ trong mặt phẳng phức.

A. $P(3; 2)$.

B. $N(1; -2)$.

C. $Q(3; -2)$.

D. $M(1; 2)$.

Lời giải.

Ta có

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm 2i.$$

Do đó $z_1 = 1 - 2i$. Suy ra $\frac{7 - 4i}{z_1} = 3 + 2i$. Vậy điểm cần tìm là $P(3; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 359.

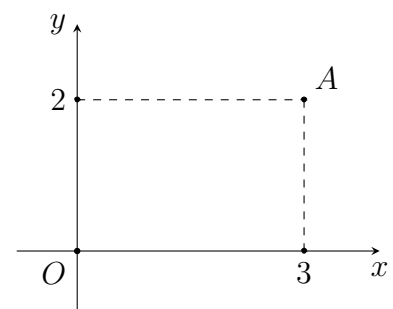
Điểm A trong hình vẽ biểu diễn cho số phức z . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Phần thực là 3, phần ảo là 2.

B. Phần thực là 3, phần ảo là $2i$.

C. Phần thực là -3 , phần ảo là $2i$.

D. Phần thực là -3 , phần ảo là 2.



Lời giải.

Điểm A biểu diễn số phức $z = 3 + 2i$, có phần thực là 3, phần ảo là 2.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 360. Cho số phức z thỏa mãn $|(1 + i)z + 2| + |(1 + i)z - 2| = 4\sqrt{2}$. Gọi $m = \max |z|$, $n = \min |z|$ và số phức $w = m + ni$. Tính $|w|^{2018}$.

A. 4^{1009} .

B. 5^{1009} .

C. 6^{1009} .

D. 2^{1009} .

Lời giải.

— Chia cả hai vế đẳng thức trong giả thiết cho $|1 + i|$, ta được

$$4 = |z - 1 + i| + |z + 1 - i|$$

$$\begin{aligned} &\geq |z - 1 + i + z + 1 - i| \\ &= 2|z|, \end{aligned}$$

hay $|z| \leq 2$, đẳng thức xảy ra khi $z = \sqrt{2}(1 - i)$. Do đó $m = 2$.

— Giả sử $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Suy ra

$$\begin{aligned} 16 &= [|z + 1 - i| + |z - 1 + i|]^2 \\ &= \left[\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} \right]^2 \\ &\leq 2[(x-1)^2 + (y+1)^2 + (x+1)^2 + (y-1)^2] \\ &= 2(2x^2 + 2y^2 + 4), \end{aligned}$$

suy ra $x^2 + y^2 \geq 2$, hay $|z| \geq \sqrt{2}$, dấu bằng xảy ra khi $z = 1 + i$. Do đó $n = \sqrt{2}$.

Vậy $w = 2\sqrt{2}i$, suy ra $|w| = 6^{1009}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 361. Mô-đun của số phức $z = \sqrt{7} - 3i$ là

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 10$. C. $|z| = 16$. D. $|z| = 4$.

Lời giải.

Ta có $z = \sqrt{7} - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + (-3)^2} = 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 362. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức liên hợp của số phức $z_1 + 2z_2$ là

- A. $-3 + 2i$. B. $3 - 2i$. C. $2 + i$. D. $2 - i$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 - 2i \\ z = -1 + 2i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases} \Rightarrow \overline{z_1 + 2z_2} = -3 + 2i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 363. Cho số phức z thỏa mãn $|z - |z|| = \sqrt{2}$. Biết rằng phần thực của z bằng a . Tính $|z|$ theo a .

- A. $|z| = \frac{1}{a-1}$. B. $|z| = \frac{a - \sqrt{a^2 + 1}}{2}$. C. $|z| = \frac{a + \sqrt{a^2 + 1}}{2}$. D. $|z| = \frac{a + \sqrt{a^2 + 4}}{2}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} &|z - |z|| = \sqrt{2} \\ \Leftrightarrow &|z - |z||^2 = 2 \\ \Leftrightarrow &(z - |z|) \cdot (\overline{z - |z|}) = 2 \\ \Leftrightarrow &(z - |z|) \cdot (\bar{z} - |z|) = 2 \\ \Leftrightarrow &|z|^2 - a \cdot |z| - 1 = 0 \\ \Rightarrow &|z| = \frac{a + \sqrt{a^2 + 4}}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 364. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 12$ và $|z_2 - 3 - 4i| = 5$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là

A. 0.

B. 2.

C. 7.

D. 17.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .

Ta thấy $|z_1| = 12$.

$\Rightarrow M \in (\mathcal{C}_1)$ có tâm O và bán kính $R_1 = 12$.

Ta thấy $|z_2 - 3 - 4i| = 5$.

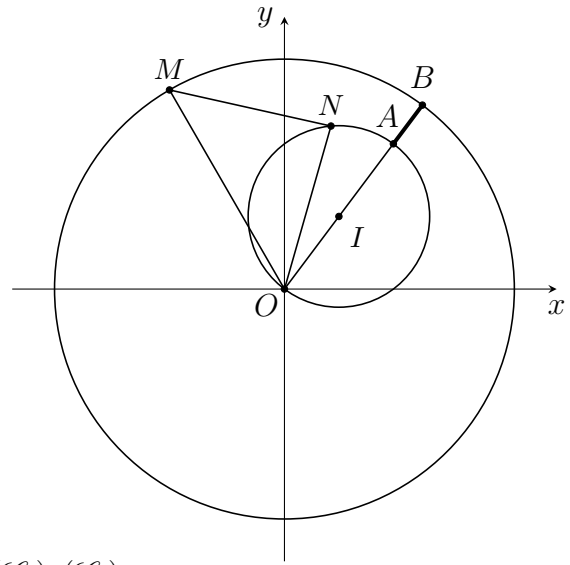
$\Rightarrow N \in (\mathcal{C}_2)$ có tâm $I(3; 4)$ và bán kính $R_2 = 5$.

Ta thấy $\overrightarrow{OI} = (3; 4) \Rightarrow OI = 5 \Rightarrow O \in (\mathcal{C}_2)$.

Ta có $|z_1 - z_2| = MN \geq OM - ON$.

Vì $OM = 12$ nên

$$\min(MN) = 12 - \max(ON) = 12 - 10 = 2.$$



Khi đó, $\begin{cases} M \equiv B \\ N \equiv A \end{cases}$ với A, B là giao điểm của tia OI với $(\mathcal{C}_1), (\mathcal{C}_2)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 365.

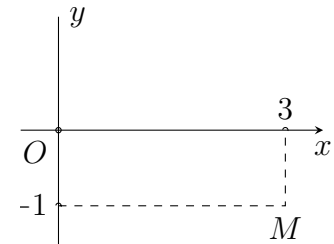
Điểm M trong hình là điểm biểu diễn số phức nào?

A. $z = (1 + 2i)(1 - i)$.

B. $2z - 6 = (1 - i)^2$.

C. $z = \frac{1+i}{1-i}$.

D. $z = (1 + i)(2 - 3i)$.



Lời giải.

Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - i$, do đó:

① $z = (1 + 2i)(1 - i) = 3 + i$ loại.

② $2z - 6 = (1 - i)^2 = -2i \Rightarrow z = 3 - i$ thỏa mãn.

③ $z = \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{2} = i$ loại.

④ $z = (1 + i)(2 - 3i) = 5 - i$ loại.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 366. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z+2| + 2|z-2|$

A. $\max T = 5\sqrt{2}$.

B. $\max T = 2\sqrt{10}$.

C. $\max T = 3\sqrt{5}$.

D. $\max T = 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó, do $|z| = 1$ nên $a^2 + b^2 = 1$.

Ta có: $T = \sqrt{(a+2)^2 + b^2} + 2\sqrt{(a-2)^2 + b^2}$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopski ta có:

$$\left[\sqrt{(a+2)^2 + b^2} + 2\sqrt{(a-2)^2 + b^2} \right]^2 \leq (1^2 + 2^2) [(a+2)^2 + b^2 + (a-2)^2 + b^2] = 5 [2(a^2 + b^2) + 8] = 50.$$

Vậy $\max T = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 367. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + i)^2 - (3 + 3i)$ là

- A. $\sqrt{10}$. B. -4 . C. 4 . D. $-3 - i$.

Lời giải.

Ta có $z = 2i - 3 - 3i = -3 - i$ nên tổng phần thực và phần ảo bằng -4 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 368. Cho số phức $z = 3 - 5i$. Gọi $w = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ là một căn bậc hai của z . Giá trị của biểu thức $T = x^4 + y^4$ là

- A. $T = \frac{43}{2}$. B. $T = 34$. C. $T = 706$. D. $T = \frac{17}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w^2 = z \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = 3 - 5i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = -5. \end{cases}$$

$$\text{Mà ta có } T = x^4 + y^4 = (x^2 - y^2)^2 + 2 \cdot x^2 y^2 = 3^2 + 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{43}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 369. Cho số phức z thỏa mãn $(z - 2 + i)(\bar{z} - 2 - i) = 25$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = 2\bar{z} - 2 + 3i$ là đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính c . Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. 18. B. 10. C. 20. D. 17.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (z - 2 + i)(\bar{z} - 2 - i) = \overline{z - 2 - i} \cdot (\bar{z} - 2 - i) = |\bar{z} - 2 - i|^2 = 25 \Rightarrow |\bar{z} - 2 - i| = 5.$$

$$\text{Ta có } w - 2 - 5i = 2(\bar{z} - 2 - i) \Rightarrow |w - 2 - 5i| = 2|\bar{z} - 2 - i| = 10.$$

Tập hợp điểm biểu diễn w là đường tròn tâm $I(2; 5)$ và bán kính $R = 10$.

$$\text{Vậy } a + b + c = 17.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 370. Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 8$. Tìm mô-đun của số phức $w = z_1 + z_2 - 2 + 4i$.

- A. $|w| = 13$. B. $|w| = 10$. C. $|w| = 16$. D. $|w| = 6$.

Lời giải.

Gọi $I(1; -2)$ là điểm biểu diễn số phức $1 - 2i$ và A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .

Vì $|z - 1 + 2i| = 5$ nên A, B thuộc $(I; 5)$ và $|z_1 - z_2| = 8$ nên $AB = 8$.

Ta có $|w| = |\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}| = 2IH$ với H là trung điểm AB .

$$\text{Mà } IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3.$$

$$\text{Vậy } |w| = 6.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 371. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{\bar{z} + i}{z - 1} = 2 - i$. Tìm số phức $w = 1 + z + z^2$.

- A. $w = 5 + 2i$. B. $w = 5 - 2i$. C. $w = \frac{9}{2} + 2i$. D. $w = \frac{9}{2} - 2i$.

Lời giải.

Điều kiện $z \neq 1$.

$$\text{Ta có } \frac{\bar{z} + i}{z - 1} = 2 - i \Leftrightarrow \bar{z} + i = (2 - i)(z - 1). \quad (1)$$

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\begin{aligned}(1) &\Leftrightarrow a - bi + i = (2 - i)(a + bi - 1) \\&\Leftrightarrow a - bi + i = 2a + 2bi - 2 - ai - bi^2 + i \\&\Leftrightarrow 2 - a - b + (a - 3b)i = 0 \\&\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - a - b = 0 \\ a - 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i.\end{aligned}$$

Suy ra $w = 1 + z + z^2 = 1 + \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\right) + \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\right)^2 = \frac{9}{2} + 2i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 372. Trong tập hợp số phức, phương trình $\frac{4}{z+1} = 1 - i$ có nghiệm là
A. $z = 2 - i$. **B.** $z = 5 - 3i$. **C.** $z = 1 + 2i$. **D.** $z = 3 + 2i$.

Lời giải.

Điều kiện $z \neq -1$.

Phương trình $\frac{4}{z+1} = 1 - i \Leftrightarrow z + 1 = \frac{4}{1-i} \Leftrightarrow z = \frac{4}{1-i} - 1 = 1 + 2i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 373. Cho số phức $\bar{z} = 3 - 5i$. Khi đó phần ảo của số phức z là

A. -5 . **B.** 5 . **C.** -3 . **D.** 3 .

Lời giải.

Ta có $z = 3 + 5i \Rightarrow$ phần ảo của số phức z là 5 .

Chọn đáp án **B** □

Câu 374. Cho số phức z thỏa mãn $(3 - 7i)|z| = \frac{176 - 82i}{\bar{z}} + 7 + 3i$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|(1 + i)z + 2 - i|$.

A. $5\sqrt{2} - \sqrt{5}$. **B.** $6\sqrt{2} - \sqrt{5}$. **C.** $3\sqrt{2} - \sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Điều kiện $\bar{z} \neq 0$.

Ta có

$$\begin{aligned}(3 - 7i)|z| &= \frac{176 - 82i}{\bar{z}} + 7 + 3i \\&\Leftrightarrow |z| = \frac{19 + 17i}{(3 - 7i) \cdot \bar{z}} + \frac{7 + 3i}{3 - 7i} \Leftrightarrow |z| = \frac{19 + 17i}{\bar{z}} - i \\&\Leftrightarrow |z| + i = \frac{19 + 17i}{\bar{z}} \Leftrightarrow (|z| + i)\bar{z} = 19 + 17i \\&\Rightarrow |(|z| + i)\bar{z}| = |19 + 17i| \text{ (Lấy mô-đun hai vế)} \\&\Leftrightarrow ||z| + i| \cdot |\bar{z}| = 5\sqrt{26} \Leftrightarrow \sqrt{|z|^2 + 1} \cdot |z| = 5\sqrt{26}.\end{aligned} \tag{2}$$

Đặt $t = |z| > 0$, khi đó

$$(2) \Rightarrow \sqrt{t^2 + 1} \cdot t = 5\sqrt{26} \Leftrightarrow (t^2 + 1) \cdot t^2 = 650 \Leftrightarrow t^4 + t^2 - 650 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 = 25 \\ t^2 = -26 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Với $t^2 = 25 \Rightarrow t = 5 \Rightarrow |z| = 5$.

$$\text{Đặt } P = |(1 + i)z + 2 - i| = \left| (1 + i) \left(z + \frac{2 - i}{1 + i} \right) \right| = \sqrt{2} \left| z - \frac{-2 + i}{1 + i} \right| = \sqrt{2} \left| z - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \right) \right|.$$

Gọi $M(x; y)$, $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ lần lượt là điểm biểu diễn số phức z

và $w = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

Khi đó $P = \sqrt{2}MA$ và M thuộc đường tròn (C) có tâm $O(0; 0)$, bán kính $R = 5$.

Ta có $OA = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} < R = 5 \Rightarrow A$ nằm trong đường tròn (C) .

Gọi E, F là giao điểm của OA với đường tròn (C) với $AF < AE$.

Ta có $AF \leq MA \leq AE$.

Vậy P nhỏ nhất khi và chỉ khi MA nhỏ nhất

$$\Leftrightarrow MA = MO - OA = 5 - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow P = 5\sqrt{2} - \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

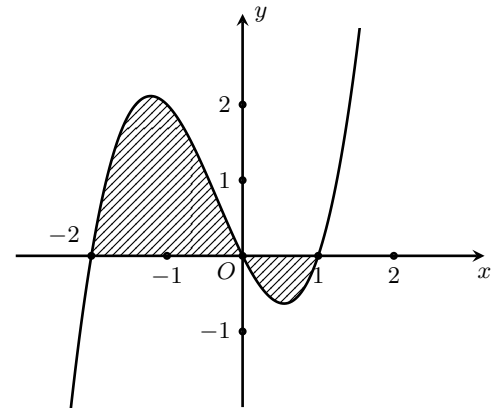
Câu 375. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, diện tích hình phẳng phân tô đậm được tính theo công thức

A. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$

C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$



Lời giải.

Ta có $S = \int_{-2}^0 |f(x)| dx + \int_0^1 |f(x)| dx.$

Từ đồ thị hàm số suy ra $f(x) \geq 0, \forall x \in [-2; 0]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [0; 1]$.

Suy ra $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 376. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Môđun của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $\sqrt{5}.$

B. 1.

C. 5.

D. $\sqrt{13}.$

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (1 + i) + (2 - 3i) = 3 - 2i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 377. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2i.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2i.

D. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

Lời giải.

Ta có $z = 3 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 + 2i$ nên số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 378. Gọi A và B là hai điểm trong mặt phẳng biểu diễn hai nghiệm phức phân biệt của phương trình $z^2 + 6z + 12 = 0$. Tính độ dài của đoạn thẳng AB .

A. $AB = 2\sqrt{3}$.

B. $AB = \sqrt{3}$.

C. $AB = 3$.

D. $AB = 12$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 6z + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -3 - \sqrt{3}i \\ z_2 = -3 + \sqrt{3}i \end{cases}. \text{ Do đó, } A(-3; -\sqrt{3}) \text{ và } B(-3; \sqrt{3}).$$

Ta tính được $AB = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 379. Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Số phức z có môđun nhỏ nhất là

A. $z = -2 + 2i$.

B. $z = 2 + 2i$.

C. $z = 2 - 2i$.

D. $z = -2 - 2i$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó

$$\begin{aligned} |z - 2 - 4i| = |z - 2i| &\Leftrightarrow |x - 2 + (y - 4)i| = |x + (y - 2)i| \\ &\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = x^2 + (y - 2)^2 \\ &\Leftrightarrow x + y - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4 - y. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(y - 4)^2 + y^2} = \sqrt{2y^2 - 8y + 16} = \sqrt{2(y - 2)^2 + 8} \geq 2\sqrt{2}.$$

$|z|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $y = 2 \Rightarrow x = 2$. Do đó $z = 2 + 2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 380. Cho phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Một nghiệm phức của phương trình đã cho là

A. $z = 2 + 3i$.

B. $z = 5 - 4i$.

C. $z = 1 + i$.

D. $z = 3 - i$.

Lời giải.

$$z^2 - 6z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + i \\ z = 3 - i \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

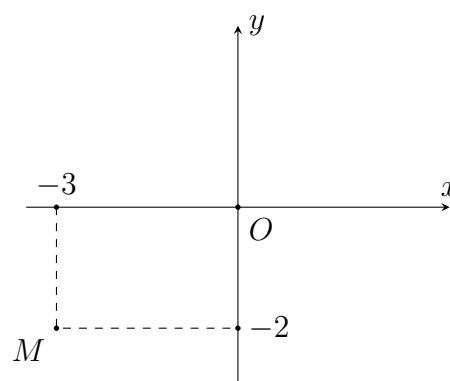
Câu 381. Điểm M trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức

A. $z = -3 + 2i$.

B. $z = 3 + 2i$.

C. $z = -3 - 2i$.

D. $z = 3 - 2i$.



Lời giải.

Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 - 2i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 382. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn phương trình $\frac{(|z| - 1)(1 + iz)}{z - \frac{1}{\bar{z}}} = i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 1 - \sqrt{2}$.

B. $P = 1$.

C. $P = 1 + \sqrt{2}$.

D. $P = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \frac{(|z| - 1)(1 + iz)}{z - \frac{1}{\bar{z}}} = i &\Leftrightarrow \frac{(|z| - 1)(1 + iz)\bar{z}}{z\bar{z} - 1} = i \quad (|z| \neq 1) \\ &\Leftrightarrow \frac{(|z| - 1)(1 + iz)\bar{z}}{|z|^2 - 1} = i \Leftrightarrow \frac{(1 + iz)\bar{z}}{|z| + 1} = i \\ &\Leftrightarrow \bar{z} + i|z|^2 = i(|z| + 1) \Leftrightarrow a - bi + (a^2 + b^2)i = i(\sqrt{a^2 + b^2} + 1) \\ &\Leftrightarrow a + (-b + a^2 + b^2)i = i(\sqrt{a^2 + b^2} + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b^2 - b = |b| + 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ \begin{cases} b < 0 \\ b = \pm 1 \quad (\text{loại}) \\ b > 0 \\ b^2 - 2b - 1 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ \begin{cases} b = 1 + \sqrt{2} \quad (\text{nhận}) \\ b = 1 - \sqrt{2} \quad (\text{loại}). \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $P = a + b = 1 + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 383. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - i| + |z + 1 + 3i| = 6\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z - 2 - 3i|$ là

A. $5\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{5}$.

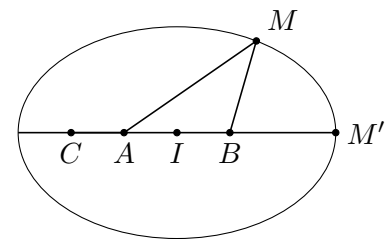
C. $6\sqrt{5}$.

D. $4\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $|z - 1 - i| + |z + 1 + 3i| = 6\sqrt{5} \Leftrightarrow MA + MB = 6\sqrt{5}$ với $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$, $A(1; 1)$ biểu diễn số phức $1 + i$, $B(-1; -3)$ biểu diễn số phức $-1 - 3i$.

Khi đó điểm M nằm trên elip tâm I có độ dài trục lớn $6\sqrt{5}$ và A, B là hai tiêu điểm.



— $|z - 2 - 3i| = MC$ với $C(2; 3)$ biểu diễn số phức $2 + 3i$.

— $\overrightarrow{AB} = (-2; -4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$.

— $\overrightarrow{AC} = (1; 2) \Rightarrow AC = \sqrt{5}$.

— Vì $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$ nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ngược hướng và $AB = 2AC$.

Gọi M' là điểm nằm trên elip sao cho A, B, M' thẳng hàng và M' khác phía A so với B .

Ta có $BM' = \frac{6\sqrt{5} - AB}{2} = 2\sqrt{5}$.

Ta thấy $MC \leq M'C$ với mọi điểm M nằm trên elip.

Do đó MC lớn nhất khi và chỉ khi $M \equiv M'$.

Khi đó $MC = M'C = CA + AB + BM' = \sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 384. Biết z là một nghiệm của phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$. Tính giá trị biểu thức $P = z^3 + \frac{1}{z^3}$.

A. $P = -2$.

B. $P = 0$.

C. $P = 4$.

D. $P = \frac{7}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^3 + \frac{1}{z^3} = \left(z + \frac{1}{z}\right)^3 - 3z \cdot \frac{1}{z} \left(z + \frac{1}{z}\right) = 1 - 3 = -2.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 385.** Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z}{z-i}\right| = 3$ là đường nào?

A. Một đường thẳng.

B. Một đường parabol.

C. Một đường tròn.

D. Một đường elip.

Lời giải.**Cách 1:** Giả sử $z = a + bi$ trong đó $(a, b \in \mathbb{R}, z \neq i)$.

Từ giả thiết ta có:

$$|z| = 3|z - i| \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 9a^2 + 9(b-1)^2 \Leftrightarrow 8a^2 + 8b^2 - 18b + 9 = 0 \Leftrightarrow a^2 + \left(b - \frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}.$$

Do đó tập hợp điểm biểu diễn điểm z là một đường tròn.**Cách 2:** Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của z, i trong mặt phẳng phức.Khi đó $AO = |z|$ và $AB = |z - i|$.Từ đề bài ta có $\frac{AO}{AB} = 3$.Như vậy, tập hợp điểm A là đường tròn Apollonius của đoạn thẳng OB với tỉ số 3.Chọn đáp án **C** □**Câu 386.** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = |z_1| = |z_2| > 0$. Tính $A = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4$.

A. 1.

B. $1 - i$.C. -1 .D. $1 + i$.**Lời giải.****Cách 1:** Do $|z_1| = |z_2| > 0$ nên $z_2, z_1 \neq 0$.Từ đẳng thức $|z_1 - z_2| = |z_1| = |z_2|$, ta có $\left|\frac{z_1}{z_2} - 1\right| = \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = 1$.Đặt $w = \frac{z_1}{z_2}$. Bài toán trở thành: Cho số phức w thỏa mãn $|w - 1| = |w| = 1$. Tính $A = w^4 + \frac{1}{w^4}$.Trong mặt phẳng phức, ta gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $w, 1$.Khi đó $|w| = OA, 1 = OB, |w - 1| = AB$. Suy ra $\triangle OAB$ là tam giác đều.Do đó, w chỉ có thể là $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ hoặc $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.Khi đó, ta luôn có $w\bar{w} = 1, w + \bar{w} = 1$ và $(w - \bar{w})^2 = -3$.

Ta có

$$A = \left(w^2 - \frac{1}{w^2}\right)^2 + 2 = (w^2 - \bar{w}^2)^2 + 2 = (w - \bar{w})^2 (w + \bar{w})^2 + 2 = 1^2 \cdot (-3) + 2 = -1.$$

Cách 2: Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2 trong mặt phẳng phức.Khi đó $|z_1| = OA, |z_2| = OB$ và $|z_1 - z_2| = AB$. Suy ra $\triangle OAB$ là tam giác đều.Không mất tổng quát ta có thể giả sử $z_1 = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ và $z_2 = r(\cos \psi + i \sin \psi)$ trong đó $r > 0$ và $\varphi - \psi = \frac{\pi}{3}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \cos(\varphi - \psi) + i \sin(\varphi - \psi) = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}. \\ \frac{z_2}{z_1} &= \cos(\psi - \varphi) + i \sin(\psi - \varphi) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right). \end{aligned}$$

Vậy $A = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4 = \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}\right) + \left(\cos \left(-\frac{4\pi}{3}\right) + i \sin \left(-\frac{4\pi}{3}\right)\right) = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 387. Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tính số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

A. $w = \frac{8}{3}$. B. $w = \frac{8}{3} + i$. C. $w = \frac{10}{3} + i$. D. $w = \frac{10}{3}$.

Lời giải.

Ta có $w = i\left(1 + \frac{1}{3}i\right) + 3\left(1 - \frac{1}{3}i\right) = \left(3 - \frac{1}{3}\right) + i(1 - 1) = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 388. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Khi đó $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ bằng

A. $\frac{3}{2}i$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Theo định lí Vi-ét ta có
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z_1 z_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Ta có

$$\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 z_2} = \frac{(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2}{z_1 z_2} = \frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 389. Mô đun của số phức $z = (1 + 2i)(2 - i)$ là

A. $|z| = 5$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = 10$. D. $|z| = 6$.

Lời giải.

Ta có $z = (1 + 2i)(2 - i) = 4 + 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 390. Phần thực của số phức $z = 1 - 2i$ là

A. -2 . B. -1 . C. 1 . D. 3 .

Lời giải.

Số phức $z = 1 - 2i$ có phần thực là 1.

Chọn đáp án **C** □

Câu 391. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| \leq 2$ và $|z - \bar{z}| \leq 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $T = |z - 2i|$. Tổng $M + m$ bằng

A. $1 + \sqrt{10}$. B. $\sqrt{2} + \sqrt{10}$. C. 4 . D. 1 .

Lời giải.

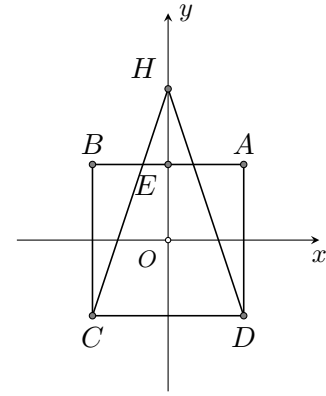
Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} |z + \bar{z}| \leq 2 \\ |z - \bar{z}| \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| \leq 1 \\ |y| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [-1; 1] \\ y \in [-1; 1] \end{cases}.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là điểm $E(x; y)$ nằm trong hình vuông $ABCD$ với $A(1; 1)$, $B(-1; 1)$, $C(-1; -1)$ và $D(1; -1)$ như hình vẽ.

Khi đó $T = |z - 2i| = EH$ với $H(0; 2)$.

Dễ thấy EH đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $E(0; 1)$ khi đó $m = \min EH = 1$.



Tương tự EH đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} E(-1; -1) \\ E(1; -1) \end{cases}$.

Khi đó $M = \max EH = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

Vậy $M + m = 1 + \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 392. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1| + |z - 3 - 4i| = 10$. Giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |\bar{z} - 1 + 2i|$ bằng

- A. $P_{\min} = \sqrt{17}$. B. $P_{\min} = \sqrt{34}$. C. $P_{\min} = 2\sqrt{10}$. D. $P_{\min} = \frac{\sqrt{34}}{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, điểm biểu diễn của z là $M(x; y)$.

Khi đó $|z + 1| + |z - 3 - 4i| = 10 \Leftrightarrow MA + MB = 10$ với $A(-1; 0)$ và $B(3; 4)$.

Suy ra M thuộc elip có độ dài trục lớn là $10 \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$ và hai tiêu điểm là A, B .

Mà $\overrightarrow{AB} = (4; 4) \Rightarrow AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow 2c = 4\sqrt{2} \Rightarrow c = 2\sqrt{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= |\bar{z} - 1 + 2i| \\ &= \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 2)^2} = MH \end{aligned}$$

Với $H(1; 2)$. Dễ thấy A, B, H thẳng hàng nên H thuộc đoạn AB .

Do đó $P_{\min} \Leftrightarrow MH$ ngắn nhất khi và chỉ khi M thuộc trục nhỏ của elip.

Khi đó độ dài MH bằng một nửa trục nhỏ hay $MH = b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{17}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 393. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phân biệt của phương trình $z^4 + 3z^2 + 4 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$.

- A. $T = 8$. B. $T = 6$. C. $T = 4$. D. $T = 2$.

Lời giải.

$$z^4 + 3z^2 + 4 = 0.$$

Đặt $X = z^2$. Khi đó phương trình trở thành $X^2 + 3X + 4 = 0$

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} S = X_1 + X_2 = -3 \\ P = X_1 \cdot X_2 = 4 \end{cases}$

Ta có: $\overline{X_1} = X_2$.

$$P = X_1 \cdot X_2 = X_1 \cdot \overline{X_1} = |X_1|^2 = |z^2|^2 = 4 \Rightarrow |z^2| = 2.$$

$$\text{Do đó } T = 4 \cdot |z^2| = 4 \cdot 2 = 8.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 394. Cho số phức $z = (1 + i)^2(1 + 2i)$. Số phức z có phần ảo là

A. 2.

B. 4.

C. -2.

D. $2i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = (1 + i)^2(1 + 2i) = 2i(1 + 2i) = -4 + 2i.$$

Do đó phần ảo của số phức z là 2.

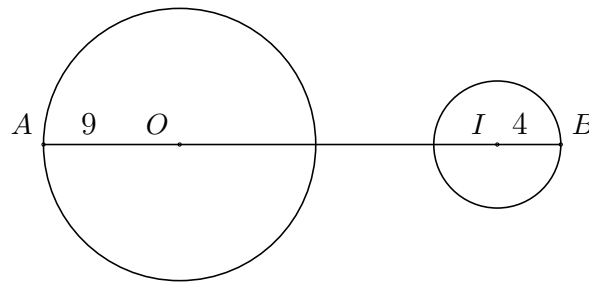
Chọn đáp án **A**

□

Câu 395. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z - 5 + 3i| = 3, |iw + 4 + 2i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |3iz + 2w|$.

A. $\sqrt{554} + 5$.B. $\sqrt{578} + 13$.C. $\sqrt{578} + 5$.D. $\sqrt{554} + 13$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } |z - 5 + 3i| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{3iz - 15i - 9}{3i} \right| = 3 \Leftrightarrow |3iz - 9 - 15i| = 9.$$

$$|iw + 4 + 2i| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{-i}{2}(-2w - 4 + 8i) \right| = 2 \Leftrightarrow |-2w - 4 + 8i| = 4.$$

Gọi A và B là điểm biểu diễn của $3iz$ và $-2w$, khi đó A và B lần lượt thuộc các đường tròn tâm $O(9; 15)$ bán kính bằng 9 và đường tròn $I(4; -8)$ bán kính bằng 4. Ta tính được $OI = \sqrt{554}$.

$$\text{Khi đó } T = |3iz + 2w| = |3iz - (-2w)| = AB.$$

Do $IO = \sqrt{554} > 4 + 9$ nên hai đường tròn ngoài nhau, suy ra $AB_{\max} = AO + OI + IB = \sqrt{554} + 13$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 396. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 5$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức w xác định bởi $w = (2 + 3i) \cdot \bar{z} + 3 + 4i$ là một đường tròn bán kính R . Tính R .

A. $R = 5\sqrt{17}$.B. $R = 5\sqrt{10}$.C. $R = 5\sqrt{5}$.D. $R = 5\sqrt{13}$.

Lời giải.

$$\text{Theo giả thiết } |z - 1| = 5 \Rightarrow |\bar{z} - 1| = 5.$$

Lại có

$$\begin{aligned}
 w &= (2 + 3i) \cdot \bar{z} + 3 + 4i \\
 \Leftrightarrow \bar{z} &= \frac{w - 3 - 4i}{2 + 3i} \\
 \Leftrightarrow \bar{z} - 1 &= \frac{w - 5 - 7i}{2 + 3i} \\
 \Rightarrow |\bar{z} - 1| &= \left| \frac{w - 5 - 7i}{2 + 3i} \right| = 5 \\
 \Leftrightarrow \frac{|w - 5 - 7i|}{\sqrt{13}} &= 5 \\
 \Leftrightarrow |w - 5 - 7i| &= 5\sqrt{13}.
 \end{aligned}$$

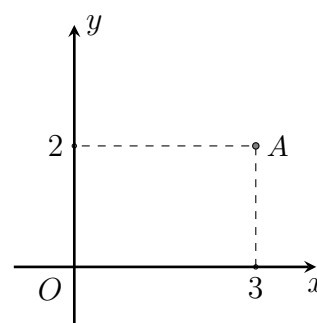
Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn $I(5; 7), R = 5\sqrt{13}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 397.

Điểm A trong hình vẽ bên là biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực là 3 và phần ảo là -2 .
- B. Phần thực là -3 và phần ảo là 2.
- C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$.
- D. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.



Lời giải.

Ta có $z = 3 + 2i$. Do đó $\bar{z} = 3 - 2i$.

Suy ra, $\bar{z}$ có phần thực là 3 và phần ảo là -2 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 398. Một mô-đun của số phức $z = (1 - 2i)^2$ là

- A. 3.
- B. $\sqrt{5}$.
- C. 4.
- D. 5.

Lời giải.

Ta có $z = (1 - 2i)^2 = -3 - 4i$. Do đó, $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 399. Cho $\{x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$ thỏa mãn $(1 - 2i)x + (1 + 2y)i = 1 + i$. Khi đó $P = x + y$ bằng

- A. $P = -1$.
- B. $P = 2$.
- C. $P = 0$.
- D. $P = -2$.

Lời giải.

Ta có $(1 - 2i)x + (1 + y)i = 1 + i \Leftrightarrow (x - 1) + (2y - 2x)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Suy ra, $P = x + y = 1 + 1 = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 400. Xét số phức z thỏa mãn $|iz - 2i - 2| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |(1 + i)z + 2i|$.

- A. $P_{\min} = \frac{9}{\sqrt{17}}$.
- B. $P_{\min} = 3\sqrt{2}$.
- C. $P_{\min} = 4\sqrt{2}$.
- D. $P_{\min} = \sqrt{26}$.

Lời giải.

Giả sử số phức z có dạng $z = a + bi$, z có biểu diễn hình học là điểm $M(a; b)$. Khi đó

$$|iz - 2i - 2| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34} \Leftrightarrow \sqrt{(b+2)^2 + (a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2 + (b-3)^2} = \sqrt{34}. \quad (1)$$

Gọi điểm $A(2; -2)$, $B(-1; 3)$ khi đó ta có $AB = \sqrt{34}$. Kết hợp với (1) ta suy ra $MA - MB = AB$.

$\Rightarrow$ Điểm M trùng với điểm B hoặc B là trung điểm của MA . Ta xét hai trường hợp sau:

— TH1: M trùng $B \Rightarrow M(-1; 3)$. Suy ra

$$P = \sqrt{(a-b)^2 + (a+b+2)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}.$$

— TH2: B là trung điểm của $MA \Rightarrow M(-4; 8)$. Suy ra

$$P = \sqrt{(a-b)^2 + (a+b+2)^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}.$$

Suy ra, $\min P = 4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 401. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z + 2i\bar{z} = 5 + 3i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z + 2\bar{z}$.

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Cách 1: Đặt $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Thay vào biểu thức trên ta được $(x + 3y) + (x + y)i = 5 + 3i$, suy ra $z = 2 + i$.

Vậy $w = 6 - i$.

Từ đó suy ra $\text{Re}(w) + \text{Im}(w) = 6 + (-1) = 5$.

Cách 2: Sử dụng máy tính bỏ túi Casio

Đặt $z = X + Yi \Rightarrow \bar{z} = X - Yi$.

Nhập vào máy tính: $(1-i)(X+Yi) + 2i(X-Yi) - (5+3i)$.

Gán $X = 1000$, $Y = 100$. Ta được kết quả là $1259 + 1097i$.

Phân tích số liệu: $1295 = X + 3Y - 5$ và $1097 = X + Y - 3$.

$$\text{Do đó ta giải hệ phương trình: } \begin{cases} X + 3Y - 5 = 0 \\ X + Y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X + 3Y = 5 \\ X + Y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 2 \\ Y = 1. \end{cases}$$

Do đó ta có $z = 2 + i$. Từ đó suy ra $w = 6 - i$.

Vậy $\text{Im}(w) + \text{Re}(w) = 5$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 402. Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{2-9i}{1+6i}$.

A. $-\frac{52}{37}$.

B. $\frac{52}{37}$.

C. $-\frac{21}{37}$.

D. $\frac{21}{37}$.

Lời giải.

$$z = \frac{2-9i}{1+6i} = \frac{(2-9i)(1-6i)}{(1+6i)(1-6i)} = -\frac{52}{37} - \frac{21}{37}i.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 403. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $A = 2\sqrt{10}$.

B. $A = 20$.

C. $A = 10$.

D. $A = \sqrt{10}$.

Lời giải.

Phương trình có hai nghiệm là $z_1 = -1 - 3i, z_2 = -1 + 3i$.

Suy ra $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 404. Gọi a là phần thực của số phức z thỏa mãn $(z - 1)(\bar{z} + 2i)$ là số thực và $|z|$ là nhỏ nhất. Tìm a .

A. $a = \frac{8}{5}$.

B. $a = \frac{2}{5}$.

C. $a = \frac{3}{5}$.

D. $a = \frac{4}{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Theo giả thiết, ta có:

$$(z - 1)(\bar{z} + 2i) = [(a - 1) + bi][a - (b - 2)i] = a(a - 1) + b(b - 2) + [ab - (a - 1)(b - 2)]i.$$

$$(z - 1)(\bar{z} + 2i) \text{ là số thực } \Leftrightarrow ab - (a - 1)(b - 2) = 0 \Leftrightarrow 2a + b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2 - 2a.$$

$$\text{Khi đó } z = a + (2 - 2a)i. \text{ Suy ra } |z| = \sqrt{a^2 + (2 - 2a)^2} = \sqrt{5a^2 - 8a + 4} = \sqrt{5\left(a - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}} \geq$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5}. \text{ Từ đây, ta được min } |z| = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ khi } a = \frac{4}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 405. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $z = \frac{3 - i}{1 + i} + \frac{2 + i}{i}$.

A. Phần thực là 2, phần ảo là -4 .

B. Phần thực là 2, phần ảo là $4i$.

C. Phần thực là 2, phần ảo là 4.

D. Phần thực là 2, phần ảo là $-4i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{(3 - i)(1 - i)}{2} + \frac{(2 + i)(-i)}{1} = 2 - 4i. \text{ Vậy số phức } z \text{ có phần thực là 2, phần ảo là } -4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 406. Cho các mệnh đề:

(I) Số phức $z = 2i$ là số thuần ảo.

(II) Nếu số phức z có phần thực là a , số phức z' có phần thực là a' thì số phức $z \cdot z'$ có phần thực là $a \cdot a'$.

(III) Tích của hai số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và $z' = a' + b'i$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức có phần ảo là $ab' + a'b$.

Số mệnh đề đúng trong ba mệnh đề trên là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $z \cdot z' = (a + bi)(a' + b'i) = (aa' - bb') + (ab' + a'b)i$. Do đó, chỉ có hai mệnh đề đúng là (I) và (III).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 407. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức thỏa mãn $\begin{cases} |\bar{z} - 2 + 5i| = 2 \\ |z - 5 - i| = 3 \end{cases}$. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử?

A. 0.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} (a - 2)^2 + (5 - b)^2 = 4 \\ (a - 5)^2 + (b - 1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{16}{5} \\ b = \frac{17}{5} \end{cases}.$$

Như vậy tập S chỉ có một phần tử là $z = \frac{16}{5} + \frac{17}{5}i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 408. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của phần thực số phức $w = z^3 + \frac{1}{z^3}$, trong đó z là số phức có $|z| = 1$. Tính $P = M^2 + m^2$.

- A. $P = 8$. B. $P = 5$. C. $P = 29$. D. $P = 10$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } z = a + bi \Rightarrow z + \frac{1}{z} = 2a \quad w = z^3 + \frac{1}{z^3} \Leftrightarrow w = \left(z + \frac{1}{z}\right)^3 - 3\left(z + \frac{1}{z}\right) = 8a^3 - 6a.$$

$$\text{Do } a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow -1 \leq a \leq 1.$$

Xét hàm số $f(a) = 8a^3 - 6a$ với $a \in [-1; 1]$ có $\max f(a) = 2$ và $\min f(a) = -2$.

$$\text{Vậy } P = M^2 + m^2 = 8$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 409. Cho số phức $z = 11 + i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(-11; 0)$. B. $M(11; 1)$. C. $P(11; 0)$. D. $N(11; -1)$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 11 - i$ nên có điểm biểu diễn là $N(11; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 410. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z = z - 1$. Môđun của z bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. B. $\frac{1}{10}$. C. 1. D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

$$(2 + 3i)z = z - 1 \Leftrightarrow (1 + 3i)z = -1 \Leftrightarrow |1 + 3i| \cdot |z| = 1 \Rightarrow |z| = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 411. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z - 2i}{z + 3 - i} \right| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + 3 - 2i|$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\left| \frac{z - 2i}{z + 3 - i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z - 2i| = |z + 3 - i| \Leftrightarrow |x + (y - 2)i| = |(x + 3) + (y - 1)i| \Leftrightarrow 3x + y + 3 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 3x + y + 3 = 0$.

Ta có $|z + 3 - 2i| = |z - (-3 + 2i)|$, với $M_0(-3; 2)$.

$$|z + 3 - 2i| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } d(M_0, d) = \frac{|-9 + 2 + 3|}{\sqrt{9 + 1}} = \frac{4}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 412. Cho số phức $z = (\sqrt{3} + \sqrt{5}i)^{2018}$. Biết phần ảo của z có dạng $z = a + b\sqrt{3} + c\sqrt{5} + d\sqrt{15}$, trong các số a, b, c, d có đúng bao nhiêu số bằng 0?

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Lời giải.

$$z = (\sqrt{3} + \sqrt{5}i)^{2018} = (-2 + 2\sqrt{15}i)^{1009} = 2^{1009} \sum_{k=0}^{1009} C_{1009}^k (-1)^{1009-k} \sqrt{15}^k i^k.$$

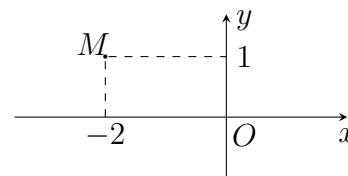
Phần ảo của z ứng với giá trị k là số lẻ nên $a = b = c = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 413.

Trong mặt phẳng Oxy , điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là

- A. $-2 + i$. B. $1 - 2i$. C. $-2 - i$. D. $1 + 2i$.



Lời giải.

Ta có $M(-2; 1)$ nên điểm M là điểm biểu diễn số phức $z = -2 + i$. Do đó $\bar{z} = -2 - i$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 414. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $(z_1 - 1)^{2018} + (z_2 - 1)^{2018}$ bằng

- A. $-2^{1010}i$. B. $2^{1009}i$. C. 0. D. 2^{2018} .

Lời giải.

Phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 2 + i$.

Ta có

$$\begin{aligned} (z_1 - 1)^{2018} + (z_2 - 1)^{2018} &= (1 - i)^{2018} + (1 + i)^{2018} \\ &= [(1 - i)^2]^{1009} + [(1 + i)^2]^{1009} \\ &= (-2i)^{1009} + (2i)^{1009} \\ &= -(2i)^{1009} + (2i)^{1009} = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 415. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$, $w = (4 - 3i)z + 1 - 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là

- A. $3\sqrt{5}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $5\sqrt{5}$. D. $6\sqrt{5}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $w = (4 - 3i)z + 1 - 2i \Rightarrow z = \frac{w - 1 + 2i}{4 - 3i}$.

$$\text{Nên } |z| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left| \frac{w - 1 + 2i}{4 - 3i} \right| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |w - 1 + 2i| = 5\sqrt{5}.$$

Vậy, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn $I(1; -2)$ và bán kính $R = 5\sqrt{5}$.

Ta có $OI = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5} < R$.

Do đó $\min |w| = R - OI = 5\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 416. Cho số phức z_0 có $|z_0| = 2018$. Diện tích của đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn của z_0 và các nghiệm của phương trình $\frac{1}{z + z_0} = \frac{1}{z} + \frac{1}{z_0}$ được viết dạng $n\sqrt{3}$, $n \in \mathbb{N}$. Chữ số hàng đơn vị của n là

- A. 9. B. 8. C. 3. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} z \neq 0 \\ z + z_0 \neq 0. \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned}\frac{1}{z+z_0} &= \frac{1}{z} + \frac{1}{z_0} \Leftrightarrow zz_0 = (z+z_0)z + (z+z_0)z_0 \\ &\Leftrightarrow z^2 + z_0z + z_0^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} z = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0 \\ z = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0. \end{cases}\end{aligned}$$

Như vậy, phương trình $\frac{1}{z+z_0} = \frac{1}{z} + \frac{1}{z_0}$ có hai nghiệm là $z_1 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0$ và $z_2 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0$.

Gọi M_0, M_1, M_2 lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_0, z_1, z_2 .

$$M_0M_1 = |z_1 - z_0| = \left| \left(-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0 \right| = \left| -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| \cdot |z_0| = 2018\sqrt{3}.$$

$$M_0M_2 = |z_2 - z_0| = \left| \left(-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0 \right| = \left| -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| \cdot |z_0| = 2018\sqrt{3}.$$

$$M_1M_2 = |z_2 - z_1| = \left| (\sqrt{3}i)z_0 \right| = 2018\sqrt{3}.$$

Như vậy, tam giác $M_0M_1M_2$ là tam giác đều cạnh bằng $2018\sqrt{3}$. Diện tích của tam giác $M_0M_1M_2$ là

$$S = \frac{(2018\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = 3054243\sqrt{3}.$$

Do đó $n = 3054243$, chữ số hàng đơn vị của n là 3.

Chọn đáp án **C** □

Câu 417. Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(2; -3)$. Tìm tọa độ điểm M' biểu diễn cho số phức iz .

- A. $M'(-3; 2)$. B. $M'(-3; -2)$. C. $M'(3; -2)$. D. $M'(3; 2)$.

Lời giải.

Ta có $z = 2 - 3i \Leftrightarrow iz = 3 + 2i$.

Vậy điểm biểu diễn cho số phức iz là điểm $M'(3; 2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 418. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = -4 - 3i$. Tìm a, b .

- A. $a = -4, b = 3$. B. $a = -4, b = -3i$. C. $a = -4, b = -3$. D. $a = 4, b = 3$.

Lời giải.

Số phức $z = -4 - 3i$ có phần thực là $a = -4$, phần ảo là $b = -3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 419. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z - i = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2 - 2i|$.

- A. $\sqrt{5}$. B. 9. C. $2\sqrt{2}$. D. 4.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 2$ nên $P = |2 - 2i| = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 420. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - i| = 2\sqrt{2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $H = |z + 3 - 2i| + |z - 3 + 4i|$. Tính $M + m$.

A. $2\sqrt{26} + 6\sqrt{2}$.

B. $16\sqrt{2}$.

C. $11\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{26} + 8\sqrt{2}$.

Lời giải.Ta có $H = |z + 3 - 2i| + |-z + 3 - 4i| \geq |z + 3 - 2i - z + 3 - 4i| = |6 - 6i| = 6\sqrt{2}$.Đặt $w = z - 2 - i \Rightarrow |w| = 2\sqrt{2}$.Đặt $w = a + bi$ ta có $a^2 + b^2 = 8 \Rightarrow (a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) = 16 \Rightarrow a + b \leq 4$.Ta có $H = |w + 5 - i| + |w - 1 + 5i| = \sqrt{(a + 5)^2 + (b - 1)^2} + \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 5)^2}$.

$$\Rightarrow H^2 \leq (1 + 1)[(a + 5)^2 + (b - 1)^2 + (a - 1)^2 + (b + 5)^2]$$

$$\Rightarrow H \leq 2(2a^2 + 2b^2 + 8(a + b) + 52) \leq 2(2 \cdot 8 + 8 \cdot 4 + 52) = 200.$$

Do đó $H \leq 10\sqrt{2}$. Vậy $M + m = 16\sqrt{2}$.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 421. Cho số phức $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$, thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $S = a + b$.

A. $S = \frac{1}{2}$.

B. $S = -1$.

C. $S = 1$.

D. $S = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow (1 + i)(a + bi) + 2(a - bi) = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow (3a - b) + (a - b)i = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 3 \\ a - b = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Do đó $S = a + b = -1$.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 422. Trong mặt phẳng Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |(1 + i)z|$. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là

A. đường tròn có tâm $I(1; 0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.

B. đường tròn có tâm $I(0; 1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.

C. đường tròn có tâm $I(-1; 0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.

D. đường tròn có tâm $I(0; -1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.

Lời giải.Đặt $z = x + yi$, trong đó x, y là các số thực.

$$|z - 1| = |(1 + i)z| \Leftrightarrow |(x - 1) + yi| = |1 + i||x + yi| \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 2(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0.$$

Do đó, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa yêu cầu bài toán là đường tròn tâm $I(-1; 0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 423. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$. Mô-đun lớn nhất của z bằng

A. 7.

B. 8.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa $|z - 3 + 4i| = 2$ là đường tròn có tâm $I(3; -4)$ và bán kính bằng $R = 2$. Suy ra $\max |z| = IO + R = 7$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 424. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| + |z - 5 + 2i| = \sqrt{34}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z + 1 + 2i|$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A. $\frac{30}{\sqrt{34}} + \sqrt{34}$. B. $\frac{30}{\sqrt{34}} + 5$. C. $\sqrt{34} + 6$. D. $\frac{30}{\sqrt{34}} + 6$.

Lời giải.

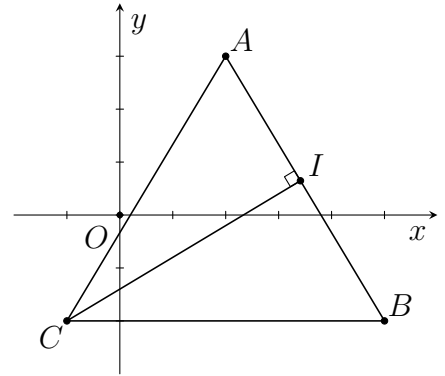
Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Gọi $I(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Ta có $A(2; 3)$, $B(5; -2)$, $C(-1; -2)$ lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 5 - 2i$, $z_3 = -1 - 2i$. Khi đó $AB = \sqrt{34}$ và $|z + 1 + 2i| = CI$.

Theo đề bài thì $AI + BI = \sqrt{34} = AB$ nên I thuộc đoạn thẳng AB .

Phương trình của đường thẳng AB là $5x + 3y - 19 = 0$.



CI đạt giá trị nhỏ nhất khi $CI \perp AB$ hay $CI = d(C, AB) = \frac{|5 \cdot (-1) + 3 \cdot (-2) - 19|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{30}{\sqrt{34}}$.

CI đạt giá trị lớn nhất khi I trùng với điểm đầu mút của đoạn thẳng AB .

Mặt khác $CA = \sqrt{34}$ và $CB = 6$.

Vậy giá trị lớn nhất của CI là 6.

Do đó $M = 6$, $m = \frac{30}{\sqrt{34}}$.

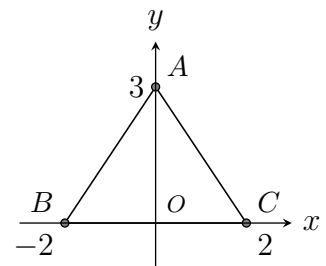
Vì vậy $M + m = \frac{30}{\sqrt{34}} + 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 425.

Cho tam giác ABC như hình vẽ. Biết trọng tâm G của tam giác ABC là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. 1. B. -1. C. $-i$. D. i .



Lời giải.

Theo giả thiết, ta có $A(0; 3)$, $B(-2; 0)$, $C(2; 0)$.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(0; 1)$ nên $z = i \Rightarrow \bar{z} = -i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 426. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - 2\bar{z} = -2 + 9i$. Khi đó giá trị $a + 3b$ bằng

- A. -1. B. -7. C. 11. D. 5.

Lời giải.

Ta có $z - 2\bar{z} = -2 + 9i \Leftrightarrow -a + 3bi = -2 + 9i \Rightarrow a = 2; b = 3 \Rightarrow a + 3b = 11$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 427. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 2i - (1 + i)|z| = 0$ và $|z| > 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

A. $P = -1$.

B. $P = 3$.

C. $P = -5$.

D. $P = 7$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z + 1 + 2i - (1 + i)|z| = 0 \Leftrightarrow a + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} + (b + 2 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \\ b + 2 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0. \end{cases}$$

Suy ra $a + 1 = b + 2 \Leftrightarrow a = b + 1$, thay vào phương trình thứ nhất của hệ, ta được:

$$b + 2 - \sqrt{2b^2 + 2b + 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b + 2 \geq 0 \\ 2b^2 + 2b + 1 = b^2 + 4b + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -2 \\ b = -1 \text{ hoặc } b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \Rightarrow a = 0 \\ b = 3 \Rightarrow a = 4. \end{cases}$$

— Với $a = 0, b = -1$ ta có $|z| = 1$ (không thỏa mãn).— Với $a = 4, b = 3$ ta có $|z| = 5$ (thỏa mãn).Vậy $P = a + b = 3 + 4 = 7$.Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 428. Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1 - i| = |z_1 - 1 + i|$ và $|z_2 - 1| = |z_2 + 2i|$.Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2| + |z_1 - 3| + |z_2 - 3|$?

A. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}}{2}$.

B. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

C. $P_{\min} = 4\sqrt{3}$.

D. $P_{\min} = 4\sqrt{2}$.

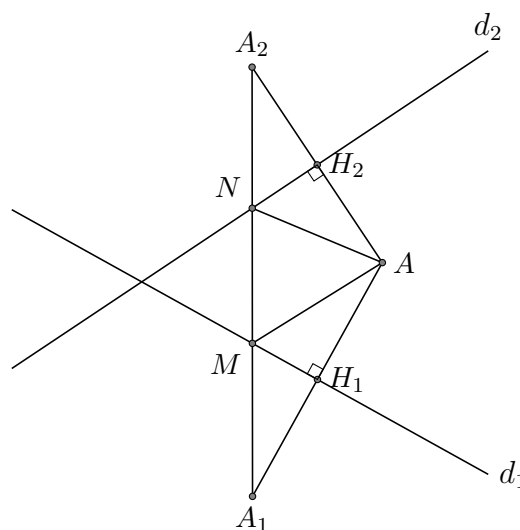
Lời giải.Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Ta có

$$|z_1 - i| = |z_1 - 1 + i| \Leftrightarrow a^2 + (b - 1)^2 = (a - 1)^2 + (b + 1)^2 \Leftrightarrow 2a - 4b - 1 = 0.$$

$$\Rightarrow M \text{ di động trên đường thẳng } d_1: 2x - 4y - 1 = 0.$$

$$|z_2 - 1| = |z_2 + 2i| \Leftrightarrow (c - 1)^2 + d^2 = c^2 + (d + 2)^2 \Leftrightarrow 2c + 4d + 3 = 0.$$

$$\Rightarrow N \text{ di động trên đường thẳng } d_2: 2x + 4y + 3 = 0.$$

Ta có $P = |z_1 - z_2| + |z_1 - 3| + |z_2 - 3| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2} + \sqrt{(a - 3)^2 + b^2} + \sqrt{(c - 3)^2 + d^2} = MN + MA + NA$ với $A(3; 0)$.Gọi A_1 đối xứng với A qua đường thẳng d_1 ; A_2 đối xứng với A qua đường thẳng d_2 , ta có

$$MN + MA + NA = MN + MA_1 + NA_2 \geq A_1A_2.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi bốn điểm M, N, A_1, A_2 thẳng hàng.Gọi Δ_1 là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với d_1 , ta có phương trình đường thẳng Δ_1 là

$$2x + y - 6 = 0.$$

Gọi $H_1 = \Delta_1 \cap d_1 \Rightarrow$ tọa độ điểm H_1 là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - 4y - 1 = 0 \\ 2x + y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H_1 \left(\frac{5}{2}; 1 \right) \Rightarrow A_1(2; 2).$$

Gọi Δ_2 là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với d_2 , ta có phương trình đường thẳng Δ_2 là $2x - y - 6 = 0$.

Gọi $H_2 = \Delta_2 \cap d_2 \Rightarrow$ tọa độ điểm H_2 là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 4y + 3 = 0 \\ 2x - y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{21}{10} \\ y = -\frac{9}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow H_2 \left(\frac{21}{10}; -\frac{9}{5} \right) \Rightarrow A_2 \left(\frac{6}{5}; -\frac{18}{5} \right).$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = A_1 A_2 = \sqrt{\left(\frac{6}{5} - 2 \right)^2 + \left(-\frac{18}{5} - 2 \right)^2} = 4\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 429. Cho số phức $z = a + bi$, với a, b là các số thực bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $z - \bar{z}$ không phải là số thực.

B. Phần ảo của z là bi .

C. Mô-đun của z^2 bằng $a^2 + b^2$.

D. Số z và $\bar{z}$ có mô-đun khác nhau.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } |z^2| = (|z|)^2 = \left(\sqrt{a^2 + b^2} \right)^2 = a^2 + b^2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 430. Cho các số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 3 - 2i$. Phương trình bậc hai có hai nghiệm z_1 và z_2 là

A. $z^2 + 6z - 13 = 0$. B. $z^2 + 6z + 13 = 0$. C. $z^2 - 6z + 13 = 0$. D. $z^2 - 6z - 13 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } z_1 + z_2 = 6, z_1 \cdot z_2 = 13$$

Suy ra phương trình bậc hai có hai nghiệm z_1 và z_2 là $z^2 - 6z + 13 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 431. Cho số phức z . Gọi A, B lần lượt là các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z và $(1 + i)z$. Tính $|z|$ biết diện tích tam giác OAB bằng 8.

A. $|z| = 4$.

B. $|z| = 2\sqrt{2}$.

C. $|z| = 4\sqrt{2}$.

D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $z \neq 0$.

$$(1 + i)z = (1 + i)(a + bi) = a - b + (a + b)i.$$

$$\text{Suy ra } A(a; b), B(a - b; a + b), \overrightarrow{AB} = (-b; a), AB = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{Đường thẳng } AB : a(x - a) + b(y - b) = 0 \Leftrightarrow ax + by - a^2 - b^2 = 0.$$

$$\text{Chiều cao hạ từ } O \text{ của tam giác } OAB \text{ là } h = d(O, AB) = \frac{|-a^2 - b^2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Diện tích tam giác OAB bằng 8 nên

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{a^2 + b^2} \right)^2 = 8 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 4 \Leftrightarrow |z| = 4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 432. Cho các số phức w, z thỏa mãn $|w + i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2 + i)(z - 4)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 1 - 2i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

- A. $4\sqrt{13}$. B. $4 + 2\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{53}$. D. $6\sqrt{7}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có:

$$|5w + 5i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow |(2 + i)(z - 4) + 5i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \left| z - 4 + \frac{5i}{2 + i} \right| = \frac{3\sqrt{5}}{|2 + i|} \Leftrightarrow |z - 3 + 2i| = 3.$$

Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức z , suy ra M thuộc đường tròn (T) tâm $I(3; -2)$ bán kính $R = 3$.

Gọi $A(1; 2)$, $B(5; 2)$ và $E(3; 2)$ là trung điểm của AB . Ta có $P = MA + MB$.

$$\text{Khi đó } P^2 = (MA + MB)^2 \leq 2(MA^2 + MB^2) = 4ME^2 + AB^2.$$

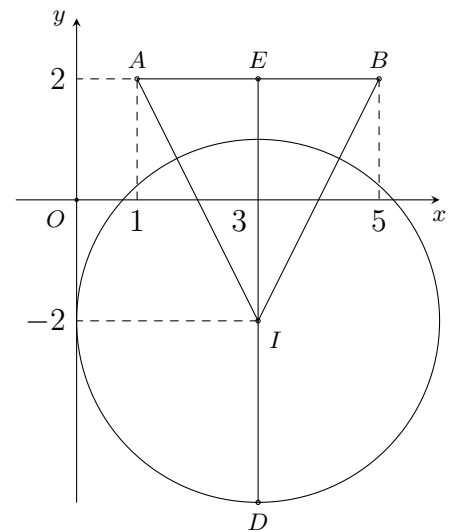
Nhận thấy E nằm ngoài đường tròn (T) , gọi D là giao điểm của tia đối của tia IE và đường tròn (T) suy ra $ME \leq ED$, với mọi M thuộc (T) .

$$\text{Mặt khác ta có: } \overrightarrow{AB} = (4; 0), \overrightarrow{IE} = (0; 4) \Rightarrow AB \perp IE \Rightarrow DE = R + IE = 3 + 4 = 7.$$

$$\Rightarrow P^2 \leq 4ME^2 + AB^2 \leq 4DE^2 + AB^2 = 4 \cdot 49 + 16 = 212.$$

$$\Rightarrow P \leq 2\sqrt{53}, \text{ dấu "}" xảy ra khi và chỉ khi } M \equiv D.$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là } P_{\max} = 2\sqrt{53}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 433. Cho số phức $z = 3 + i$. Tính $|\bar{z}|$.

- A. $|\bar{z}| = 2\sqrt{2}$. B. $|\bar{z}| = 2$. C. $|\bar{z}| = 4$. D. $|\bar{z}| = \sqrt{10}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |\bar{z}| = |z| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

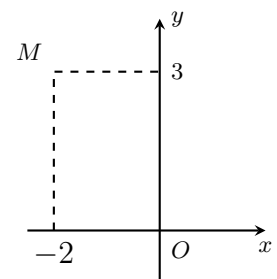
Chọn đáp án **D**

□

Câu 434.

Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức

- A. $3 - 2i$. B. $-2 + 3i$. C. $2 - 3i$. D. $3 + 2i$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ, số phức có phần thực là -2 và phần ảo là 3 . Suy ra số phức cần tìm là $-2 + 3i$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 435. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 1 = 0$, trong đó số phức z_1 có phần ảo âm. Tính $z_1 + 3z_2$.

A. $z_1 + 3z_2 = \sqrt{2}i$. B. $z_1 + 3z_2 = -\sqrt{2}$. C. $z_1 + 3z_2 = -\sqrt{2}i$. D. $z_1 + 3z_2 = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $z^2 = -\frac{1}{2} = \frac{i^2}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}i \\ z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}i \end{cases}$.

Từ giả thiết ta có $z_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}i, z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}i$.

Suy ra $z_1 + 3z_2 = \sqrt{2}i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 436. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $z + |z|^2i - 1 - \frac{3}{4}i = 0$?

A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Thay vào biểu thức của bài toán ta có:

$$(a-1) + \left(a^2 + b^2 + b - \frac{3}{4}\right)i = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b^2 + b + \frac{1}{4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy chỉ có đúng một số phức thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 437. Cho số phức $z = 1 + i$. Biết rằng tồn tại các số phức $z_1 = a + 5i, z_2 = b$ (trong đó $a, b \in \mathbb{R}, b > 1$) thỏa mãn $\sqrt{3}|z - z_1| = \sqrt{3}|z - z_2| = |z_1 - z_2|$. Tính $b - a$.

A. $b - a = 5\sqrt{3}$. B. $b - a = 2\sqrt{3}$. C. $b - a = 4\sqrt{3}$. D. $b - a = 3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đặt $M(1; 1), N(a; 5), P(b; 0)$ ($b > 1$) lần lượt là các điểm biểu thị cho các số phức z, z_1, z_2 .

Ta có $\overrightarrow{MN} = (a-1; 4), \overrightarrow{MP} = (b-1; -1)$ nên

$$\begin{cases} |\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{MP}| \\ \cos 120^\circ = \frac{\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP}}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{MP}|} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + 16 = (b-1)^2 + 1 \\ -\frac{1}{2} = \frac{(a-1)(b-1) - 4}{(a-1)^2 + 16} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a-1)^2 - (b-1)^2 = -15 \\ (a-1)^2 + 2(a-1)(b-1) = -8 \end{cases} \quad (*)$$

Đặt $x = a - 1, y = b - 1$ ($y > 0$) thì $\begin{cases} x^2 + y^2 = -15 \\ x^2 + 2xy = -8 \end{cases} \Rightarrow 7x^2 + 30xy + 8y^2 = 0$ (nhân chéo vế với vế của hai phương trình).

Tìm được $\begin{cases} x = -\frac{2}{7}y \\ x = -4y \end{cases}$. Thay vào (*) thì thấy chỉ có $x = -\frac{2}{7}y$ thỏa mãn.

Lúc này $y^2 = \frac{49}{3}$. Do $y > 0 \Rightarrow y = \frac{7}{\sqrt{3}}, x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$. Vậy $b - a = y - x = 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 438. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Số phức iz_0 bằng

A. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. B. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. C. $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. D. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{3 \pm i}{2}.$$

$$\text{Do đó } z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 439. Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Số phức liên hợp của số phức $w = 2(z_1 + z_2)$ là

A. $\bar{w} = 8 + 10i$.

B. $\bar{w} = 12 - 16i$.

C. $\bar{w} = 12 + 8i$.

D. $\bar{w} = 28i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w = 2(6 + 8i) = 12 + 16i \Rightarrow \bar{w} = 12 - 16i.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 440. Cho số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Môđun của số phức $z - 2 - i$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. 9.

C. 25.

D. 5.

Lời giải.

$$\text{Đặt } z = x + yi, (\forall x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow |z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \quad (1).$$

Ta có:

$$\begin{aligned} M &= |z + 2|^2 - |z - i|^2 \\ &= (x + 2)^2 + y^2 - x^2 - (y - 1)^2 = 4x + 2y + 3 \\ &= 4(x - 3) + 2(y - 4) + 23 \\ &\leq \sqrt{20} \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 4)^2} + 23 = 33. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu " = " xảy ra khi chỉ khi } \frac{x - 3}{y - 4} = \frac{4}{2} \text{ kết hợp với (1) suy ra } \begin{cases} x = y = 5 \Rightarrow z = 5 + 5i \\ x = 1, y = 3 \Rightarrow z = 1 + 3i. \end{cases}$$

$$\text{Thử lại ta có } M_{\max} = 33 \Leftrightarrow z = 5 + 5i \Rightarrow |z - 2 - i| = 5.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 441. Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. 1.

B. -5.

C. 5.

D. -1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = 3 + 2i. \text{ Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức } z \text{ là } 3 + 2 = 5.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 442. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z = (1 + 2i) - (-2 + i)$. Môđun của z bằng

A. 2.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1 + 2i)z = (1 + 2i) - (-2 + i) \Leftrightarrow (1 + 2i)z = 3 + i \Leftrightarrow z = \frac{3 + i}{1 + 2i} = 1 - i.$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 443. Biết $2^n (C_n^0 + iC_n^1 - C_n^2 - iC_n^3 + \dots + i^k C_n^k + \dots + i^n C_n^n) = 32768i$, với C_n^k là các số tổ hợp chập k của n và $i^2 = -1$. Đặt $T_{k+1} = i^k C_n^k$, giá trị của T_8 bằng

A. $-330i$.

B. $-8i$.

C. $-36i$.

D. $-120i$.

Lời giải.

Ta có $2^n (C_n^0 + iC_n^1 - C_n^2 - iC_n^3 + \dots + i^k C_n^k + \dots + i^n C_n^n) = 32768i$

$$\Leftrightarrow 2^n (C_n^0 + iC_n^1 + i^2 C_n^2 + i^3 C_n^3 + \dots + i^k C_n^k + \dots + i^n C_n^n) = 32768i$$

$$\Leftrightarrow 2^n (1+i)^n = 2^{15}i \Leftrightarrow (1+i)^n = 2^{15-n}i: \text{ là số thuần ảo } (*)$$

Nếu $n = 2m + 1, m \in \mathbb{N}$ thì $(1+i)^n = (1+i)^{2m+1} = 2^m i^m (1+i)$: không thuần ảo, sai so với (*).

Như vậy $n = 2m, m \in \mathbb{N}$. Khi đó $(*) \Leftrightarrow (1+i)^{2m} = 2^{15-2m}i \Leftrightarrow 2^m i^m = 2^{15-2m}i \Leftrightarrow m = 5$.

Vậy $n = 10$, từ đó ta có $T_8 = i^7 C_8^7 = -8i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 444. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Mô-đun của số phức z bằng

A. 10.

B. $5\sqrt{2}$.

C. 13.

D. $\sqrt{10}$.**Lời giải.**

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ và gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của z trên Oxy , ta có

$$|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5.$$

$$\text{Và } P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - x^2 - (y - 1)^2 = 4x + 2y + 3.$$

$$\Rightarrow P = 4x + 2y + 3 = [4(x - 3) + 2(y - 4)] + 23 \leq \sqrt{4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 4)^2} + 23 = 33.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{x-3}{4} = \frac{y-4}{2} = t \\ 4(x-3) + 2(y-4) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \\ t = 0,5. \end{cases}$$

Vậy P đạt giá trị lớn nhất khi $z = 5 + 5i \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 445. Gọi z_1, z_2, z_3 là ba nghiệm phức của phương trình $z^3 + 8 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2| + |z_3|$ bằng

A. $2 + 2\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $2 + \sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow (z + 2)(z^2 - 2z + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 \\ z^2 - 2z + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 \\ z = 1 - \sqrt{3}i \\ z = 1 + \sqrt{3}i \end{cases}$$

Do đó $|z_1| + |z_2| + |z_3| = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 446. Cho số phức z thỏa mãn $(1+z)(1+i) - 5 + i = 0$. Số phức $w = 1 + z$ bằng

A. $-1 + 3i$.B. $1 - 3i$.C. $-2 + 3i$.D. $2 - 3i$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } (1+z)(1+i) - 5 + i = 0 \Leftrightarrow 1 + z = \frac{5-i}{1+i} \Leftrightarrow 1 + z = 2 - 3i \Leftrightarrow z = 1 - 3i.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 447. Giá trị của biểu thức $C_{100}^0 - C_{100}^2 + C_{100}^4 - C_{100}^6 + \dots - C_{100}^{98} + C_{100}^{100}$ bằng

A. -2^{100} .B. -2^{50} .C. 2^{100} .D. 2^{50} .**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} (1+i)^{100} &= C_{100}^0 + iC_{100}^1 + i^2 C_{100}^2 + \dots + i^{100} C_{100}^{100} \\ &= (C_{100}^0 - C_{100}^2 + C_{100}^4 - \dots + C_{100}^{100}) + (C_{100}^1 - C_{100}^3 + C_{100}^5 - \dots - C_{100}^{99})i \end{aligned}$$

Mặt khác $(1+i)^{100} = [(1+i)^2]^{50} = (2i)^{50} = -2^{50}$.

Vậy $C_{100}^0 - C_{100}^2 + C_{100}^4 - C_{100}^6 + \dots - C_{100}^{98} + C_{100}^{100} = -2^{50}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 448. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+1| + |z^2 - z + 1|$. Giá trị của $M \cdot m$ bằng

- A. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{13\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

Đặt $t = |z+1| \leq |z| + 1 = 2$ nên $t \in [0; 2]$. Vì $|z| = 1$ nên $z \cdot \bar{z} = 1$, suy ra

$$P = |z+1| + |z^2 - z + z \cdot \bar{z}| = |z+1| + |z + \bar{z} - 1|.$$

Ta lại có

$$t^2 = |z+1|^2 = (z+1)(\bar{z}+1) = 2 + (z + \bar{z})$$

nên $z + \bar{z} = t^2 - 2$. Vậy $P = f(t) = t + |t^2 - 3|$, với $t \in [0; 2]$. Ta viết lại hàm số $f(t)$ như sau:

$$f(t) = \begin{cases} t^2 + t - 3 & \text{khi } \sqrt{3} \leq t \leq 2 \\ -t^2 + t + 3 & \text{khi } 0 \leq t < \sqrt{3} \end{cases}.$$

Ta có

$$f'(t) = \begin{cases} 2t + 1 & \text{khi } \sqrt{3} \leq t < 2 \\ -2t + 1 & \text{khi } 0 < t < \sqrt{3} \end{cases}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Khi đó, $f(0) = 3$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}$; $f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$; $f(2) = 3$.

Vậy $M = \frac{13}{4}$; $m = \sqrt{3}$ nên $M \cdot m = \frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 449. Phần ảo của số phức $\frac{1}{1+i}$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2}i$. D. -1 .

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{1+i} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ nên phần ảo của số phức $\frac{1}{1+i}$ là $-\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 450. Cho số phức z thỏa $z - |z| = -2 - 4i$. Mô-đun của z là

- A. 3. B. 25. C. 5. D. 4.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Theo đề bài ta có

$$a + bi - \sqrt{a^2 + b^2} = -2 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} a - \sqrt{a^2 + b^2} = -2 \\ b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Vậy mô-đun của z là $\sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 451. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau: $|z - 10 + 2i| = |z + 2 - 14i|$ và $|z - 1 - 10i| = 5$?

D. Hai.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Từ điều kiện ban đầu ta có hệ phương trình

Để ý đường thẳng $3x - 4y + 12 = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(x - 1)^2 + (y - 10)^2 = 25$, nên hệ trên chỉ có một cặp nghiệm $(x; y)$, suy ra chỉ có một số phức thỏa yêu cầu đề bài.

☐

Câu 452. Cho số phức z thoả điều kiện $|z + 2| = |z + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

được viết dưới dạng $(a + b\sqrt{17})/\sqrt{2}$ với a, b là các hữu tỉ. Giá trị của $a + b$ là

D. 4.

- Đặt $E(-2; 0)$, $F(0; -2)$, $A(1, 2)$, $B(3, 4)$, $C(5, 6)$, $M(x, y)$ biểu diễn cho số phức z .
- Từ giả thiết, ta có M thuộc đường trung trực $\Delta : y = x$ của đoạn EF và $P = AM + BM + CM$.
- Ta chứng minh điểm M chính là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng Δ .
 - Với M' tùy ý thuộc Δ , M' khác M . Gọi A' là điểm đối xứng của A qua Δ . Nhận thấy rằng ba điểm A' , M , C thẳng hàng.
 - Ta có $AM' + BM' + CM' = A'M' + BM' + CM'$. Mà $A'M' + CM' > A'C = A'M + CM = AM + CM$. Lại có $BM' > BM$. Do đó $AM' + BM' + CM' > AM + BM + CM$.

- Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết $|z + 2| = |z + 2i|$, dẫn đến $y = x$. Khi đó $z = x + xi$.
- $P = \sqrt{(x-1)^2 + (x-2)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (x-4)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (x-6)^2}$.
- Sử dụng bất đẳng thức

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$. Ta có

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-1)^2 + (x-2)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (x-6)^2} &= \sqrt{(x-1)^2 + (x-2)^2} + \sqrt{(5-x)^2 + (6-x)^2} \\ &\geq \sqrt{(x-1+6-x)^2 + (x-2+5-x)^2} \\ &\geq \sqrt{34}.\end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x-1}{6-x} = \frac{x-2}{5-x} \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$.

— Mặt khác

$$\sqrt{(x-3)^2 + (x-4)^2} = \sqrt{2x^2 - 14x + 25} = \sqrt{2} \sqrt{\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{7}{2}$.

— Từ hai trường hợp trên, ta thấy, giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{1+2\sqrt{17}}{\sqrt{2}}$. Khi đó $a+b=3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 453. Số phức $z = 15 - 3i$ có phần ảo bằng

A. 15.

B. 3.

C. -3.

D. $3i$.

Lời giải.

Phần ảo là -3.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 454. Cho hai số phức $z = 3 - 5i$ và $w = -1 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức $z' = \bar{z} - w \cdot z$ trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là

A. $(-4; -6)$.

B. $(4; 6)$.

C. $(4; -6)$.

D. $(-6; -4)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}z' &= \bar{z} - w \cdot z \\ &= 3 + 5i - (-1 + 2i) \cdot (3 - 5i) \\ &= 3 + 5i - (7 + 11i) \\ &= -4 - 6i.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 455. Xét các số phức $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = 2 + mi$, ($m \in \mathbb{R}$). Giá trị nhỏ nhất của mô-đun số phức $\frac{z_2}{z_1}$ bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\left| \frac{z_2}{z_1} \right| = \frac{|z_2|}{|z_1|} = \frac{\sqrt{4+m^2}}{5} \geq \frac{2}{5}$, $\forall m \in \mathbb{R}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $m = 0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của mô-đun số phức $\frac{z_2}{z_1}$ bằng $\frac{2}{5}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 456. Trong mặt phẳng phức, cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| \leq \sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|z + 1| \leq \sqrt{2}$. B. $|z + i| \leq \sqrt{2}$. C. $|2z + 1 - i| \leq 2$. D. $|2z - 1 + i| \leq 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z - 1 + i| \leq \sqrt{2}$ là hình tròn (1) tâm $I(1; -2)$ bán kính $r = \sqrt{2}$.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $|2z - 1 + i| \leq 3\sqrt{2}$ là hình tròn (2) có tâm $I_1\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $r_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Nhận thấy hình tròn (1) nằm trong hình tròn (2).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 457. Tính số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2018} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2018}$ có kết quả là

- A. 2. B. -2. C. 2i. D. 1 + i.

Lời giải.

$$z = i^{2018} + (-i)^{2018} = -2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 458. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1, z_2 \neq 0$ và $z_2^2 - 2z_1z_2 + 2z_1^2 = 0$. Tính $\left|\frac{z_2}{z_1}\right|$.

- A. $\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \sqrt{3}$. B. $\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = 2\sqrt{2}$. C. $\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. D. $\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$z_2^2 - 2z_1z_2 + 2z_1^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 - 2\left(\frac{z_2}{z_1}\right) + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{z_2}{z_1} = 1 \pm i \Rightarrow \left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 459. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5}$. Khi đó số phức $w = z + 1 + i$ có môđun lớn nhất $|w|_{\max}$ bằng

- A. $|w|_{\max} = 20$. B. $|w|_{\max} = 2\sqrt{5}$. C. $|w|_{\max} = \sqrt{5}$. D. $|w|_{\max} = 5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |w - 2 + i| = \sqrt{5} \geq |w| - |2 - i| = |w| - \sqrt{5} \Rightarrow |w| \leq 2\sqrt{5}$, dấu "=" xảy ra khi $w = 4 - 2i$. Vậy $|w|_{\max} = 2\sqrt{5}$.

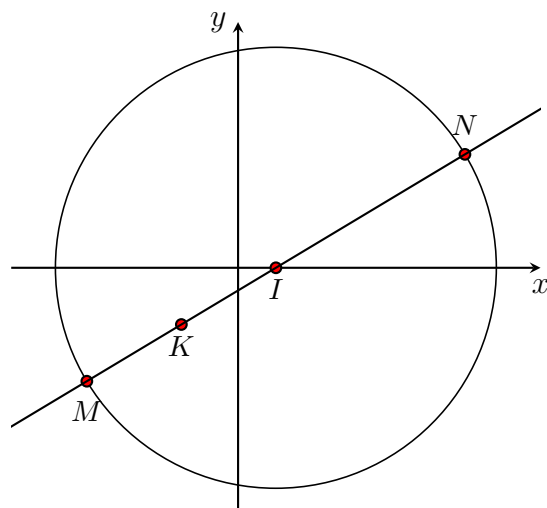
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 460. Cho hai số phức z_1, z_2 đồng thời thỏa mãn hai điều kiện $|z - 1| = \sqrt{34}$ và $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$ trong đó $m \in \mathbb{R}$, sao cho $|z_1 - z_2|$ lớn nhất. Khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{130}$. C. 2. D. 10.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$. $|z - 1| = \sqrt{34}$ suy ra biểu diễn của z thuộc đường tròn tâm $I(1; 0)$, bán kính $\sqrt{34}$, $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i| \Leftrightarrow (2m - 2)x + (4 - 2m)y + 3 = 0$ (d) nên biểu diễn của z thuộc đường thẳng d, dễ thấy d luôn đi điểm $K\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ cố định.



Biểu diễn của z_1, z_2 là giao điểm của đường tròn tâm I và đường thẳng d , dễ thấy $|z_1 - z_2|$ lớn nhất khi d đi qua I , khi đó $z_1 = -4 - 3i, z_2 = 6 + 3i$ và $|z_1 + z_2| = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 461. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tọa độ điểm M biểu diễn cho số phức $z = 3 + 5i$.

A. $M(3; -5)$.

B. $M(-3; -5)$.

C. $M(3; 5)$.

D. $M(5; 3)$.

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ có điểm biểu diễn là $M(a; b)$. Vậy suy ra điểm M có tọa độ là $(3; 5)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 462. Phương trình $z^2 + z + 3 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 trên tập hợp số phức. Tính giá trị của biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$.

A. $P = -5$.

B. $P = -\frac{21}{2}$.

C. $P = 6$.

D. $P = 7$.

Lời giải.

$$\text{Có } z^2 + z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{11}}{2} \\ z = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{11}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2 = -5.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 463. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1| = |z_2| = \sqrt{17}$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết $MN = 3\sqrt{2}$, gọi H là đỉnh thứ tư của hình bình hành $OMHN$ và K là trung điểm của ON . Tính độ dài ℓ của đoạn thẳng KH .

A. $\ell = \frac{\sqrt{17}}{2}$.

B. $\ell = 5\sqrt{2}$.

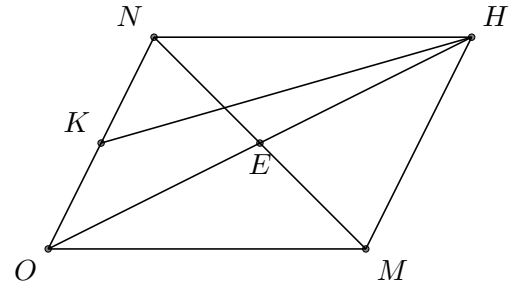
C. $\ell = \frac{3\sqrt{13}}{2}$.

D. $\ell = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi E là giao điểm của OH và MN .

$$\begin{aligned} OE^2 &= \frac{OM^2 + ON^2}{2} - \frac{MN^2}{4} \\ &= 17 - \frac{9}{2} = \frac{25}{2} \Rightarrow OH^2 = 4OE^2 = 50 \\ HK^2 &= \frac{HN^2 + HO^2}{2} - \frac{ON^2}{4} = \frac{OM^2 + OH^2}{2} - \frac{ON^2}{4} \\ &= \frac{17 + 50}{2} - \frac{17}{4} = \frac{117}{4} \Rightarrow \ell = HK = \frac{3\sqrt{13}}{2}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 464. Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $w + 3$ và $3w - 8i + 13$ với w là một số phức. Tính $S = b^2 - c^3$.

A. $S = -496$.

B. $S = 0$.

C. $S = -26$.

D. $S = 8$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = w + 3 = m + ni$ và $z_2 = 3w - 8i + 13 = m - ni$, với $m, n \in \mathbb{R}$ là hai nghiệm phức của phương trình.

$$\text{Vậy ta có } w = m - 3 + ni = \frac{m - 13}{3} + \frac{8 - n}{3}i \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m - 13}{3} = m - 3 \\ \frac{8 - n}{3} = n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 2. \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = -b = 2m \\ z_1 z_2 = c = m^2 + n^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 8 \end{cases}, \text{ vậy ta suy ra } S = b^2 - c^3 = -496.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 465. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2017} z_0$?

A. $M(3; -1)$.

B. $M(3; 1)$.

C. $M(-3; 1)$.

D. $M(-3; -1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 - 3i \\ z = -1 + 3i \end{cases}. \text{ Suy ra } z_0 = -1 + 3i.$$

$$w = i^{2017} z_0 = i(-1 + 3i) = -3 - i. \text{ Suy ra điểm } M(-3; -1) \text{ biểu diễn số phức } w.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 466. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Biết tập hợp các điểm A biểu diễn hình học số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(4; 3)$ và bán kính $R = 3$. Đặt M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của $F = 4a + 3b - 1$. Tính giá trị $M + m$.

A. $M + m = 63$.

B. $M + m = 48$.

C. $M + m = 50$.

D. $M + m = 41$.

Lời giải.

$$\text{Ta có phương trình đường tròn } (C) : (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 9.$$

$$\text{Do điểm } A \text{ nằm trên đường tròn } (C) \text{ nên ta có } (a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 9.$$

$$\text{Ta có } F = 4a + 3b - 1 \Rightarrow a = \frac{F + 1 - 3b}{4}$$

$$(a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 9 \Rightarrow \left(\frac{F + 1 - 3b}{4} - 4 \right)^2 + b^2 - 6b + 9 = 9 \Leftrightarrow 25b^2 - 2(3F + 3)b + F^2 + 225 = 0$$

$$\Delta' = (3F + 3)^2 - 25F^2 - 5625 \geq 0 \Leftrightarrow -16F^2 + 18F - 5625 \geq 0 \Leftrightarrow 9 \leq F \leq 39$$

Khi đó $M = 39, m = 9$. Vậy $M + m = 48$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 467. Số phức nào sau đây là số thuần ảo?

- A. $z = \sqrt{3} + 2i$. B. $z = -2 + 3i$. C. $z = 2i$. D. $z = -2$.

Lời giải.

Số phức thuần ảo là số phức có phần thực bằng 0 $\Rightarrow z = 2i$ là số thuần ảo.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 468. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Tìm iz_0 ?

- A. $i \cdot z_0 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. B. $i \cdot z_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. C. $i \cdot z_0 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. D. $i \cdot z_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Lời giải.

$$\text{Xét phương trình } 2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases} \Rightarrow z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow i \cdot z_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 469. Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

- A. $S = -5$. B. $S = \frac{7}{3}$. C. $S = -\frac{7}{3}$. D. $S = 5$.

Lời giải.

Ta có $z = a + bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Khi đó

$$\begin{aligned} z + 1 + 3i - |z|i &= 0 \Leftrightarrow a + bi + 1 + 3i - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 0 \\ b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ \sqrt{b^2 + 1} = b + 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

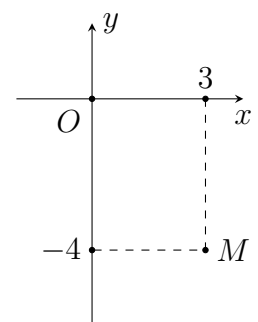
$$\Rightarrow S = a + 3b = -1 - 4 = -5.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 470.

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm z .

- A. $z = -4 + 3i$. B. $z = -3 + 4i$. C. $z = 3 - 4i$. D. $z = 3 + 4i$.



Lời giải.

Điểm M có tọa độ là $M(3; -4) \Rightarrow$ điểm M biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 471. Cho số phức z thỏa mãn $|(z+2)i+1|+|(\bar{z}-2)i-1|=10$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính tổng $S = M + m$.

A. $S = 9$.

B. $S = 8$.

C. $S = 2\sqrt{21}$.

D. $S = -2\sqrt{21}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $x, y \in \mathbb{R}$, khi đó $\bar{z} = a - bi$

$$\text{Xét } |(z+2)i+1|+|(\bar{z}-2)i-1|=10 \Leftrightarrow |z+2-i|+|\bar{z}-2+i|=10.$$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $M(z)$, $N(\bar{z})$, $A(-2;1)$, $B(2;-1)$, $C(2;1)$, khi đó $MC = NB$.

$$\text{Khi đó ta được } MA + MC = 10, \text{ quỹ tích điểm } M \text{ là Elip với } \begin{cases} AC = 4 \\ 2a = 10 \end{cases} \Rightarrow (E): \frac{X^2}{25} + \frac{Y^2}{21} = 1.$$

(phương trình Elip với hệ trục tọa độ IXY với $I(0;1)$ là trung điểm của đoạn AC)

$$\text{Áp dụng công thức đổi trục tọa độ } \begin{cases} X = x \\ Y = y - 1 \end{cases} \text{ ta được } (E): \frac{x^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{21} = 1.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = 5 \sin t \\ b = 1 + \sqrt{21} \cos t \end{cases} \text{ với } t \in [0; 2\pi], \text{ ta được } |z|^2 = OM^2 = a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow |z|^2 = 25 \sin^2 t + (1 + \sqrt{21} \cos t)^2 = -4 \cos^2 t + 2\sqrt{21} \cos t + 26 = f(t).$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = -4 \cos^2 t + 2\sqrt{21} \cos t + 26, \text{ đặt } \cos t = a \in [-1; 1],$$

$$\text{Ta được hàm } f(a) = -4a^2 + 2\sqrt{21}a + 26, f'(a) = -8a + 2\sqrt{21} > 0 \Leftrightarrow a < \frac{2\sqrt{21}}{8}$$

$$\Rightarrow f(a) \text{ đồng biến trên } [-1; 1] \Rightarrow \begin{cases} \max f(a) = 1 + \sqrt{21} & \text{khi } a = \cos t = 1 \\ \min f(a) = -1 + \sqrt{21} & \text{khi } a = \cos t = -1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } M + m = 2\sqrt{21}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 472. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = 4 - i$. Tính mô-đun của số phức $z_1^2 + \bar{z}_2$.

A. 12.

B. 10.

C. 13.

D. 15.

Lời giải.

$$\text{Ta có số phức } w = z_1^2 + \bar{z}_2 = (3 - i)^2 + (4 + i) = 9 - 6i + i^2 + 4 + i = 12 - 5i.$$

$$\text{Nên } |w| = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 473. Cho số phức z thỏa mãn $|2z - 3 - 4i| = 10$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Khi đó $M - m$ bằng

A. 5.

B. 15.

C. 10.

D. 20.

Lời giải.

Giả sử số phức $z = x + iy$ với $x, y \in \mathbb{R}$ và điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Khi đó

$$|2z - 3 - 4i| = 10 \Leftrightarrow |2(x + yi) - 3 - 4i| = 10 \Leftrightarrow |(2x - 3) + (2y - 4)i| = 10$$

suy ra

$$(2x - 3)^2 + (2y - 4)^2 = 100 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 = 25.$$

Do đó tập hợp điểm M thuộc đường tròn (C) có tâm $I\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ và bán kính $R = 5$.

Mà $|z| = OM$, ở đó O là gốc tọa độ. Do $OI = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2} = \frac{5}{2}$ suy ra O nằm trong đường tròn

(C). Do đó $\max |z| = OI + IM = \frac{5}{2} + 5 = \frac{15}{2}$ và $\min |z| = IM - OI = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$.

Vậy $M - m = \frac{15}{2} - \frac{5}{2} = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 474. Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z - i| + |z + i| = 6$. Gọi S là đường cong tạo bởi tất cả các điểm biểu diễn số phức $(z - i)(i + 1)$ khi z thay đổi. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong S .

A. 12π .

B. $12\sqrt{2}\pi$.

C. $9\sqrt{2}\pi$.

D. 9π .

Lời giải.

Giả sử điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $w = (z - i)(i + 1)$.

Khi đó $(z - i)(i + 1) = x + yi$ nên

$$\begin{cases} z - i = \frac{x + yi}{1 + i} \\ z + i = \frac{x + yi}{1 + i} + 2i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z - i = \frac{(x + yi)(1 - i)}{2} \\ z + i = \frac{(x - 2) + (y + 2)i}{1 + i} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z - i = \frac{(x + yi)(1 - i)}{2} \\ z + i = \frac{[(x - 2) + (y + 2)i](1 - i)}{2} \end{cases}$$

Ta suy ra $|z - i| = |x + yi| \cdot \left| \frac{1 - i}{2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + y^2}$.

Tương tự $|z + i| = |(x - 2) + (y + 2)i| \cdot \left| \frac{1 - i}{2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 2)^2}$.

Do giả thiết $|z - i| + |z + i| = 6$ suy ra

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 2)^2} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 2)^2} = 6\sqrt{2}.$$

Giả sử $F_2(0; 0)$ và $F_1(2; -2)$, khi đó $MF_1 + MF_2 = 6\sqrt{2}$. Do đó tập hợp điểm M chuyển động trên elip nhận F_1, F_2 là tiêu điểm và có độ dài trục lớn là $6\sqrt{2}$.

Ta có $a = 3\sqrt{2}$ và $c = \frac{F_1F_2}{2} = \sqrt{2}$ nên $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 4$. Khi đó $S = \pi ab = 12\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 475. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = z_1^4 + z_2^4$.

A. -14 .

B. $-14i$.

C. 14 .

D. $14i$.

Lời giải.

• Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i \end{cases}$

• Do đó $P = z_1^4 + z_2^4 = (1 + 2i)^4 + (1 - 2i)^4 = -14$.

Chọn đáp án **(A)** □

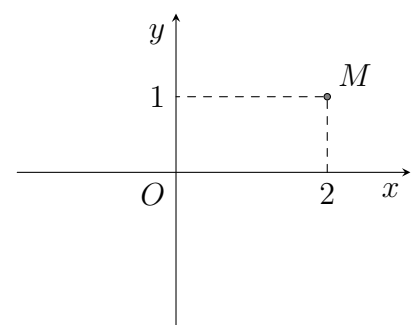
Câu 476. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức có phần thực là

A. 1 .

B. 2 .

C. $\sqrt{5}$.

D. 3 .



Lời giải.

Điểm M biểu diễn số phức $z = 2 + i$. Do đó, phần thực của z là 2 .

Chọn đáp án (B)

□

Câu 477. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = 1$ và $\left|\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z}\right| = 1$?

A. 6.

B. 4.

C. 10.

D. 8.

Lời giải.

• Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$.

• $\left|\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z}\right| = 1 \Leftrightarrow \frac{|z^2 + \bar{z}^2|}{|z| \cdot |\bar{z}|} = 1 \Leftrightarrow |z^2 + \bar{z}^2| = 1 \Leftrightarrow |2(x^2 - y^2)| = 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 = \pm \frac{1}{2}$.

$$\bullet \text{ Ta có } \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - y^2 = \pm \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3}{4}, y^2 = \frac{1}{2} \\ x^2 = \frac{1}{4}, y^2 = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}, y = \frac{1}{2} \\ x = \frac{\sqrt{3}}{2}, y = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, y = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, y = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{1}{2}, y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = -\frac{1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

• Vậy có 8 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 478. Có bao nhiêu số thực m sao cho phương trình bậc hai $2z^2 + 2(m-1)z + 2m+1 = 0$ có 2 nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 đều không phải là số thực và thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = \sqrt{10}$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Do z_1, z_2 không phải số thực nên z_1, z_2 là các số phức liên hợp. Suy ra $z_1 z_2 = |z_1|^2 = |z_2|^2$.

$$\begin{aligned} |z_1| + |z_2| &= \sqrt{10} \\ \Leftrightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2|z_1||z_2| &= 10 \\ \Leftrightarrow 2z_1 z_2 + 2|z_1 z_2| &= 10 \\ \Leftrightarrow 2 \frac{2m+1}{2} + 2 \left| \frac{2m+1}{2} \right| &= 10 \\ \Leftrightarrow |2m+1| &= 9-2m \\ \Leftrightarrow m &= 2. \end{aligned}$$

Với $m = 2$, phương trình có 2 nghiệm $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ và $z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 479. Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 4i$.

A. $M(3; 4)$.B. $M(-3; -4)$.C. $M(3; -4)$.D. $M(-3; 4)$.

Lời giải.

Ta có số phức $z = 3 - 4i$ có điểm biểu diễn là $M(3; -4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 480. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z| = 5$ và $z(2 + i)(1 - 2i)$ là một số thực. Tính $P = |a| + |b|$.

A. $P = 8$.

B. $P = 4$.

C. $P = 5$.

D. $P = 7$.

Lời giải.

Ta có

$$z(2 + i)(1 - 2i) = (a + bi)(4 - 3i) = 4a + 3b + (-3a + 4b)i. \quad (1)$$

Do $z(2 + i)(1 - 2i)$ là một số thực nên từ (1) suy ra $-3a + 4b = 0 \Leftrightarrow b = \frac{3}{4}a$. (2)

Mặt khác $|z| = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 25$. (3)

Thế (2) vào (3) ta được phương trình

$$a^2 + \left(\frac{3}{4}a\right)^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = \pm 4.$$

Với $a = 4 \Rightarrow b = 3$ và $a = -4 \Rightarrow b = -3$.

Vậy $P = |a| + |b| = 3 + 4 = 7$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 481. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 11 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $H = |3z_1| - |z_2|$.

A. $H = 22$.

B. $H = 11$.

C. $H = 2\sqrt{11}$.

D. $H = \sqrt{11}$.

Lời giải.

Ta có

$$z^2 - 6z + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 + \sqrt{2}i \\ z_2 = 3 - \sqrt{2}i \end{cases}$$

Mà $|z_1| = |z_2|$ nên $H = |3z_1| - |z_2| = 3|z_1| - |z_1| = 2|z_1| = 2|3 + \sqrt{2}i| = 2\sqrt{11}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 482. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$. Tính $P = -a + 4b$ khi $\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $P = 7$.

B. $P = 6$.

C. $P = 5$.

D. $P = 4$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 4(z - \bar{z}) - 15i &= i(z + \bar{z} - 1)^2 \\ \Leftrightarrow 4(2bi) - 15i &= i(2a - 1)^2 \\ \Leftrightarrow 8b - 15 &= (2a - 1)^2 \\ \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 &= 2b - \frac{15}{4}. \quad (1) \end{aligned}$$

Từ (1) suy ra $2b - \frac{15}{4} \geq 0 \Leftrightarrow b \geq \frac{15}{8}$.

Ta có

$$\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|^2 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (b + 3)^2 = b^2 + 8b + \frac{21}{4}.$$

Xét hàm số $f(b) = b^2 + 8b + \frac{21}{4}$ trên $\left[\frac{15}{8}; +\infty\right)$ ta có bảng biến thiên

b	$\frac{15}{8}$ $+\infty$
$f'(b)$	$+$
$f(b)$	$f\left(\frac{15}{8}\right)$ $+\infty$

Từ bảng biến thiên trên suy ra $\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $b = \frac{15}{8}$, khi đó $a = \frac{1}{2}$.

Vậy $P = -a + 4b = -\frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{15}{8} = 7$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 483. Cho số phức $z = \cos 2\alpha + (\sin \alpha - \cos \alpha)i$ với $\alpha \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ là

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{\cos^2 2\alpha + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2} \\ &= \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha + 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha} \\ &= \sqrt{2 - \sin^2 2\alpha - \sin 2\alpha} \\ &= \sqrt{\frac{9}{4} - \left(\sin 2\alpha + \frac{1}{2}\right)^2} \leq \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\sin 2\alpha = -\frac{1}{2}$. Vậy giá trị lớn nhất của $|z|$ là $\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 484.

Cho số phức z có biểu diễn hình học là điểm M ở hình vẽ bên.

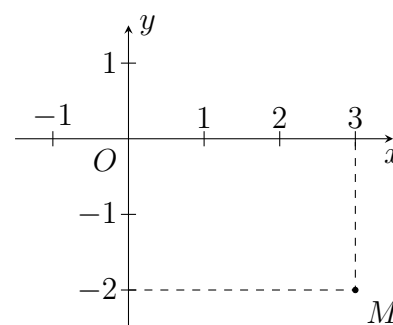
Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $z = 3 + 2i$.

B. $z = -2 - 3i$.

C. $z = 3 - 2i$.

D. $z = -2 + 3i$.



Lời giải.

Điểm $M(3; -2)$ biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 485. Giả sử $\frac{1}{(1-i)^9} = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó

A. $a = \frac{1}{32}; b = \frac{-1}{32}$.

B. $a = 0; b = \frac{1}{32}$.

C. $a = \frac{1}{32}; b = 0$.

D. $a = b = \frac{1}{32}$.

Lời giải.

Ta có $(1 - i)^2 = 1 - 2i + i^2 = -2i \Rightarrow (1 - i)^4 = 4 \Rightarrow (1 - i)^8 = 16$.

Khi đó

$$\frac{1}{(1 - i)^9} = \frac{1}{16(1 - i)} = \frac{1 + i}{32}.$$

Vậy $a = b = \frac{1}{32}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 486. Số phức z có phần ảo lớn nhất thỏa mãn $|z - 1 - i| = 1$ là

A. $z = 2 + 2i$.

B. $z = 1 + 2i$.

C. $z = 2i$.

D. $z = -1 + 3i$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$, theo bài ra ta có

$$|(x - 1) + (y - 1)i| = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1.$$

Mà $(x - 1)^2 \geq 0$ nên $(y - 1)^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq y - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 2$.

Vậy phần ảo của z có giá trị lớn nhất bằng 2.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 1; y = 2$, hay $z = 1 + 2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 487. Gọi (C) là tập hợp các điểm trên mặt phẳng biểu diễn số phức $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z - 1| = 1$ và N là điểm biểu diễn số phức $z_0 = 1 - i$. Tìm điểm M thuộc (C) sao cho MN có độ dài lớn nhất

A. $M(1; 1)$.

B. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

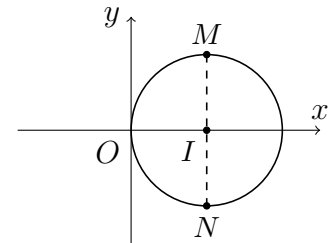
C. $M(1; 0)$.

D. $M(0; 0)$.

Lời giải.

Ta có $|z - 1| = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 1$ nên tập hợp điểm (C) biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = 1$.

Điểm N có tọa độ là $N(1; -1)$ cũng thuộc (C) nên MN có độ dài lớn nhất khi MN là đường kính của đường tròn (C) hay I là trung điểm của MN nên tọa độ M là $M(1; 1)$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 488. Cho số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ là điểm $M(2; -1)$. Mô-đun của số phức z bằng

A. 3.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. 5.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $z = 2 - i$, $|z| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 489. Kí hiệu z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Tính giá trị của $S = z_1 + z_2 - z_1z_2$.

A. $S = 2$.

B. $S = -2$.

C. $S = 5$.

D. $S = -5$.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét ta có $S = \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 490. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = \sqrt{5}$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ thuộc đường thẳng $\Delta : 3x - y + 1 = 0$?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải.

Tập hợp biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$. Khoảng cách từ I đến Δ là $d = \frac{1}{\sqrt{10}} < R$ nên đường thẳng Δ cắt đường tròn tại 2 điểm phân biệt. Từ đó suy ra có 2 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 491. Xét số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| + |z - 3 + i| = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1 + 4i|$.

A. 3.

B. $2 + \sqrt{2}$.

C. 5.

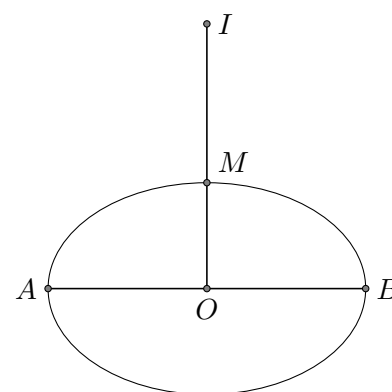
D. $5 - \sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta nhận thấy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| + |z - 3 + i| = 6$ chính là đường elíp (E) có độ dài trục lớn bằng $2a = 6$, trục nhỏ bằng $2b = 4$ với $A(-1; 1)$ và $B(3; -1)$ là hai đỉnh trên trục lớn.

Xét điểm $I(-1; 4)$ nằm ngoài elíp (E) và I nằm trên đường trung trục của đoạn AB .

Ta có $P = |z + 1 + 4i| = MI$ với mọi điểm $M \in (E)$. Từ đó suy ra giá trị nhỏ nhất của P bằng $d(I, AB) - b = 5 - 2 = 3$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 492. Cho số phức z , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức $z; iz$ và $z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Tính mô-đun của số phức z .

A. $2\sqrt{3}$.B. $3\sqrt{2}$.

C. 6.

D. 9.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, với a, b là số thực. Gọi M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn số phức z, iz và $z + iz$. Khi đó $M(a; b); N(-b; a); P(a - b; a + b)$.

Suy ra $MN = \sqrt{2(a^2 + b^2)}; NP = PM = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Suy ra tam giác MNP vuông cân tại P .

Ta có $S_{\Delta MNP} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot NP \cdot PM = 18 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 36 \Leftrightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 493. Cho số phức $z = a + bi$ (với a, b là số nguyên) thỏa mãn $(1 - 3i)z$ là số thực và $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$. Khi đó $a + b$ bằng

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Lời giải.

Ta có $(1 - 3i)z = (a + 3b) + (b - 3a)i$, $\bar{z} - 2 + 5i = (a - 2) + (5 - b)i$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} b - 3a = 0 \\ (a - 2)^2 + (5 - b)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ 5a^2 - 17a + 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ \begin{cases} a = \frac{7}{5} \text{ (loại)} \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 6. \end{cases}$$

Vậy $a + b = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 494. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$ là một đường tròn. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R = 4$.

B. $R = 16$.

C. $R = 8$.

D. $R = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} w - 2 &= (1 + \sqrt{3}i)z \\ \Leftrightarrow \frac{w - 2}{1 + \sqrt{3}i} &= z \\ \Leftrightarrow \frac{w - 2}{1 + \sqrt{3}i} - 1 &= z - 1 \\ \Rightarrow \left| \frac{w - 3 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{3}i} \right| &= |z - 1| \\ \Leftrightarrow |w - 3 - \sqrt{3}i| &= |z - 1| \cdot |1 + \sqrt{3}i| = 4. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 495. Trong mặt phẳng phức, xét số phức z và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là M, M' ; số phức $z(4 + 3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là N, N' . Biết rằng M, M', N, N' là bốn đỉnh của hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z + 4i - 5|$.

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{5}{\sqrt{34}}$.

D. $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Khi đó $z(4 + 3i) = 4a - 3b + (3a + 4b)i$ và $M(a; b); M'(a; -b), N(4a - 3b; 3a + 4b), N'(4a - 3b; -3a - 4b)$. $\overrightarrow{MN} = (3a - 3b; 3a + 3b)$.

Theo tính chất đối xứng thì $MNN'M'$ là hình thang cân. Do đó để $MNN'M'$ là hình chữ nhật thì $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với trục Ox hay $3a + 3b = 0 \Leftrightarrow b = -a$.

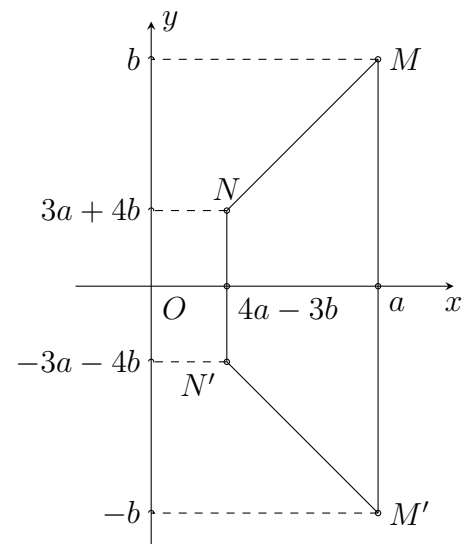
Ta có

$$\begin{aligned} |z + 4i - 5| &= \sqrt{(a - 5)^2 + (b + 4)^2} \\ &= \sqrt{(a - 5)^2 + (-a + 4)^2} = \sqrt{2a^2 - 18a + 41} \\ &= \sqrt{2\left(a - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \\ &\geq \frac{1}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = \frac{9}{2}$ hay $z = \frac{9}{2} - \frac{9}{2}i$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z + 4i - 5|$ bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$ khi và chỉ khi $z = \frac{9}{2} - \frac{9}{2}i$.

Chọn đáp án **(A)** □



Câu 496. Cho số phức z và w thỏa mãn $z + w = 3 + 4i$ và $|z - w| = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z| + |w|$.

- A. $\max T = \sqrt{176}$. B. $\max T = 14$. C. $\max T = 4$. D. $\max T = \sqrt{106}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$); $w = c + di$ ($c, d \in \mathbb{R}$).

Ta có

$$\begin{aligned} |z + w| &= |3 + 4i| = 5 \\ \Leftrightarrow |(a + bi) + (c + di)| &= 5 \\ \Leftrightarrow |(a + c) + (b + d)i| &= 5 \\ \Leftrightarrow (a + c)^2 + (b + d)^2 &= 25. \end{aligned}$$

và

$$\begin{aligned} |z - w| &= 9 \\ \Leftrightarrow |(a + bi) - (c + di)| &= 9 \\ \Leftrightarrow |(a - c) + (b - d)i| &= 9 \\ \Leftrightarrow (a - c)^2 + (b - d)^2 &= 81. \end{aligned}$$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{aligned} &\begin{cases} (a + c)^2 + (b + d)^2 = 25 \\ (a - c)^2 + (b - d)^2 = 81 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 = 25 \\ a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 81 \end{cases} \\ \Rightarrow &a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 53. \end{aligned}$$

Theo bất đẳng thức B.C.S ta có

$$||z| + |w|| = |1 \cdot \sqrt{a^2 + b^2} + 1 \cdot \sqrt{c^2 + d^2}| \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)} = \sqrt{106}.$$

Với $z = -\frac{21}{10} + \frac{47}{10}i$, $w = \frac{51}{10} - \frac{7}{10}i$ luôn thỏa mãn giả thiết và $|z| + |w| = \sqrt{106}$.

Vậy $\max(|z| + |w|) = \sqrt{106}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 497. Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$, biết $z = \frac{(1+i)3i}{1-i}$.

- A. 3. B. -3. C. 0. D. -1.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{(1+i)3i}{1-i} = \frac{3(-1+i)}{1-i} = -3 \Rightarrow \bar{z} = -3 + 0i$. Vậy phần ảo của $\bar{z}$ bằng 0.

Chọn đáp án **C** □

Câu 498. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 5$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Điểm M thuộc đường tròn có phương trình nào sau đây?

- A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$.
C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$. D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$.

Lời giải.

Vì $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z nên $z = x + yi$. Ta có

$$|z - 1 - 2i| = 5 \Leftrightarrow |x - 1 + (y - 2)i| = 5 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 499. Cho số phức z có điểm biểu diễn là $M(x; y)$ và thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = |z - 2 - 3i|$. Biết $|z - 1 - 2i| + |z - 7 + 4i| = 6\sqrt{2}$, khi đó x thuộc khoảng

- A. (0; 2). B. (1; 3). C. (4; 8). D. (2; 4).

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z - 2 + 3i| &= |z - 2 - 3i| \Leftrightarrow |x - 2 + (y + 3)i| = |x - 2 + (y - 3)i| \\ &\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = (x - 2)^2 + (y - 3)^2 \\ &\Leftrightarrow y = 0. \end{aligned}$$

Mặt khác, gọi $A(1; 2)$, $B(7; -4) \Rightarrow AB = 6\sqrt{2}$. Ta có

$$|z - 1 - 2i| + |z - 7 + 4i| = MA + MB \leq AB = 6\sqrt{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi M nằm trên đoạn AB . Khi đó,

$$\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}, \text{ với } k \in [0; 1] \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 6k \\ 0 - 2 = -6k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ k = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 500. Trong mặt phẳng phức, xét hình bình hành tạo bởi các điểm $0, z, \frac{1}{z}$ và $z + \frac{1}{z}$. Biết z có phần thực dương và diện tích hình bình hành bằng $\frac{35}{37}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\left|z + \frac{1}{z}\right|^2$.

- A. $\frac{53}{20}$. B. $\frac{60}{37}$. C. $\frac{22}{9}$. D. $\frac{50}{27}$.

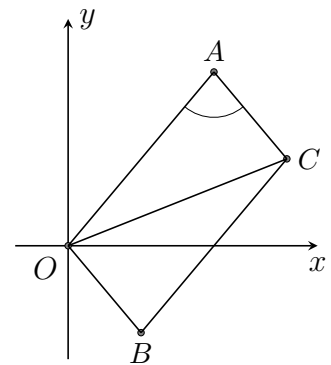
Lời giải.

Gọi O, A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $0, z, \frac{1}{z}, z + \frac{1}{z}$.

Khi đó, diện tích hình bình hành $OACB$ là

$$S = OA \cdot OB \sin \alpha = |z| \cdot \left|\frac{1}{z}\right| \sin \alpha = \frac{35}{37} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{35}{37}.$$

Suy ra, $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{12}{37}$.



Áp dụng định lý cô-sin trong tam giác OAC , ta có

$$\begin{aligned} \left|z + \frac{1}{z}\right|^2 &= OC^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cos \alpha \\ &= |z|^2 + \left|\frac{1}{z}\right|^2 - 2|z| \left|\frac{1}{z}\right| \cos \alpha \geq 2 - 2 \cos \alpha. \end{aligned}$$

$$\text{— Nếu } \cos \alpha = \frac{12}{37} \text{ thì } \left|z + \frac{1}{z}\right|^2 \geq 2 - 2 \cdot \frac{12}{37} = \frac{50}{37}.$$

$$\text{— Nếu } \cos \alpha = -\frac{12}{37} \text{ thì } \left|z + \frac{1}{z}\right|^2 \geq 2 + 2 \cdot \frac{12}{37} = \frac{98}{37}.$$

Suy ra, $\left|z + \frac{1}{z}\right|^2$ nhỏ nhất bằng $\frac{50}{37}$ khi $|z| = 1$ và $\cos \alpha = \frac{12}{37}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 501. Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 3| = |z - 1|$ và $(z + 2)(\bar{z} - i)$ là số thực.

- A. $z = 2$. B. $z = -2 + 2i$. C. $z = 2 - 2i$. D. Không có z .

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, khi đó ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} |z - 3| = |z - 1| \\ \operatorname{Im}[(z + 2)(\bar{z} - i)] = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} |z - 3|^2 = |z - 1|^2 \\ \operatorname{Im}[(z + 2)(\bar{z} - i)] = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} |(a + bi) - 3|^2 = |a + bi - 1|^2 \\ \operatorname{Im}[(a + bi + 2)(\overline{a + bi} - i)] = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} |(a + bi) - 3|^2 = |a - 1 + bi|^2 \\ \operatorname{Im}[(a + 2 + bi)(a - (b + 1)i)] = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (a - 3)^2 + b^2 = (a - 1)^2 + b^2 \\ \operatorname{Im}[(a + 2)a + b(b + 1)) - i((a + 2)(b + 1) - ab)] = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 6a + 9 = a^2 - 2a + 1 \\ a + 2b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $z = a + bi = 2 - 2i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 502. Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) + 12i = 3$. Tìm phần ảo của số $\bar{z}$.

- A. $-\frac{9}{2}$. B. $-\frac{15}{2}$. C. $\frac{15}{2}i$. D. $\frac{15}{2}$.

Lời giải.

$$z = \frac{3 - 12i}{1 + i} = -\frac{9}{2} - \frac{15}{2}i \Rightarrow \bar{z} = -\frac{9}{2} + \frac{15}{2}i. \text{ Phần ảo của } \bar{z} \text{ là } \frac{15}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 503. Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 4z + (m - 2)^2 = 0, m \in \mathbb{R}$ (1). Gọi m_0 là một giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$. Hỏi trong đoạn $[0; 2018]$ có bao nhiêu giá trị nguyên của m_0 ?

- A. 2019. B. 2015. C. 2014. D. 2018.

Lời giải.

$$\Delta' = 4 - (m - 2)^2 = 4m - m^2.$$

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$ thì phương trình (1) luôn có 2 nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 .

$$\text{Khi đó } |z_1| = |z_2| \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = z_2 \\ z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0. \end{cases} \quad (\text{Điều này không xảy ra}).$$

$$\text{Nếu } \Delta' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 0 \end{cases} \text{ thì phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phức phân biệt } z_1, z_2.$$

$$z_1 = 2 + \sqrt{m^2 - 4m}i \text{ và } z_2 = 2 - \sqrt{m^2 - 4m}i$$

$$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{4 + m^2 - 4m} = |m - 2|.$$

Vậy $\begin{cases} m > 4 \\ m < 0 \end{cases}$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện bài toán.

Kết hợp điều kiện suy ra $4 < m \leq 2018$, suy ra có 2014 số m_0 nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 504. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z - m| = 4$ và $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .

A. 0 .

B. 12 .

C. 6 .

D. 14.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $z \neq 6$. $M(a; b)$ là điểm biểu diễn z . Khi đó ta có

$$\frac{z}{z-6} = \frac{a+bi}{(a+bi)-6} = \frac{(a+bi)(a-6-bi)}{(a-6+bi)(a-6-bi)} = \frac{a(a-6)+b^2+i(b(a-6)-ab)}{(a-6)^2+b^2}.$$

Để $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo thì ta phải có $\begin{cases} a(a-6)+b^2=0 & (1) \\ (a-6)^2+b^2 \neq 0 \end{cases}$.

Suy ra điểm M thuộc đường tròn tâm $I(3; 0)$, bán kính $R = 3$.

Từ $|z - m| = 4 \Leftrightarrow |(a + bi) - m| = 4 \Leftrightarrow (a - m)^2 + b^2 = 16$ (2) suy ra điểm M thuộc đường tròn tâm $I'(m; 0)$, bán kính $R' = 4$.

Để có đúng 1 điểm M thỏa mãn thì 2 đường tròn $(I; R)$ và $(I'; R')$ phải có 1 điểm chung duy nhất

$$\Leftrightarrow \begin{cases} II' = R + R' \\ II' = |R - R'| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m - 3| = 7 \\ |m - 3| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 10 \\ m = -4 \\ m = 4 \\ m = 2 \end{cases}.$$

Khi $m = 10, m = 2$ thì hai đường tròn tiếp xúc tại điểm $(6; 0)$, do vậy các trường hợp này bị loại.

Vậy tổng các phần tử của S là $4 - 4 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 505.

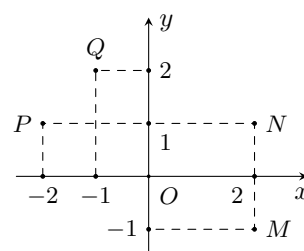
Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$?

A. N.

B. P.

C. M.

D. Q.



Lời giải.

Vì $z = -1 + 2i$ nên điểm biểu diễn của số phức z có tọa độ $(-1; 2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 506. Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là

A. $1 + 2i$.

B. $-1 - 2i$.

C. $2 - i$.

D. $-1 + 2i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = 1 - 2i$ là $1 + 2i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 507. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $\bar{z} = -4 - 3i$.

B. $\bar{z} = -4 + 3i$.

C. $\bar{z} = 4 + 3i$.

D. $\bar{z} = 3 + 4i$.

Lời giải.

$z = 4 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 4 + 3i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 508. Điểm nào trong các điểm dưới đây biểu diễn số phức $z = -1 + i$?

- A. $Q(0; -1)$. B. $M(-1; 1)$. C. $N(1; -1)$. D. $P(-1; 0)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = -1 + i$ là $M(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 509. Số phức $z = -2i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là

- A. -2 và 0 . B. $-2i$ và 0 . C. 0 và -2 . D. 0 và 2 .

Lời giải.

Số phức $z = -2i$ có phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -2 .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 510. Điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$ trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là

- A. $(1; -2)$. B. $(-1; -2)$. C. $(2; -1)$. D. $(2; 1)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$ trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là $(1; -2)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 511. Cho số phức $z = -4 + 5i$. Điểm biểu diễn của z có tọa độ

- A. $(-4; 5)$. B. $(-4; -5)$. C. $(4; -5)$. D. $(4; 5)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z = a + bi$ là $M(a; b)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 512. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là

- A. $\bar{z} = -3 + 2i$. B. $\bar{z} = 2 - 3i$. C. $\bar{z} = -3 - 2i$. D. $\bar{z} = 3 - 2i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 513. Mô-đun số phức $z = 4 - 3i$ bằng

- A. 7 . B. 5 . C. 1 . D. 25 .

Lời giải.

Ta có $|z| = |4 - 3i| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 514. Tính mô-đun của số phức $z = 3 + 4i$.

- A. 3 . B. 5 . C. 7 . D. $\sqrt{7}$.

Lời giải.

$|z| = |3 + 4i| = \sqrt{9 + 16} = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 515.

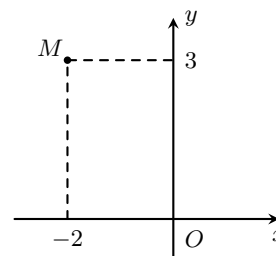
Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào trong các số phức cho sau đây?

A. $3 - 2i$.

B. $-2 + 3i$.

C. $2 - 3i$.

D. $3 + 2i$.



Lời giải.

Điểm $M(-2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -2 + 3i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 516. Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là

A. 2 và 1.

B. 1 và $2i$.

C. 1 và 2.

D. 1 và i .

Lời giải.

Số phức $z = 1 + 2i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là 1 và 2.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 517. Số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $\bar{z} = 2 + 3i$.

B. $\bar{z} = 3 - 2i$.

C. $\bar{z} = 3 + 2i$.

D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 518. Số phức được biểu diễn bởi điểm $M(2; -1)$ là

A. $2 + i$.

B. $1 + 2i$.

C. $2 - i$.

D. $-1 + 2i$.

Lời giải.

Số phức có điểm biểu diễn bởi $M(2; -1)$ trên mặt phẳng tọa độ là $2 - i$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 519. Số phức liên hợp của $z = a + bi$ là

A. $\bar{z} = -a + bi$.

B. $\bar{z} = b - ai$.

C. $\bar{z} = -a - bi$.

D. $\bar{z} = a - bi$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 520. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$; $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$. Tính $|z_1 - z_2|$.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Giả sử M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 .

Theo bài ra ta có $OM = ON = 1$ và $|\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}| = \sqrt{3}$.

Do đó $3 = |\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}|^2 = OM^2 + ON^2 + 2\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} \Rightarrow 2\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 3 - 1 - 1 = 1$.

Ta có $|z_1 - z_2| = |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}| = \sqrt{(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON})^2} = \sqrt{OM^2 + ON^2 - 2\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}} = 1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 521. Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. -4 .

B. $-4i$.

C. 4.

D. $4i$.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng -4 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 522. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Mô-đun của số phức z là một số âm.
- B. Mô-đun của số phức z là một số thực.
- C. Mô-đun của số phức $z = a + bi$ là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- D. Mô-đun của số phức z là một số thực không âm.

Lời giải.

Ta có $z = a + bi$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) $\Leftrightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

$$\text{Do } a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} |z| \in \mathbb{R} \subset \mathbb{C} \\ |z| \geq 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 523. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức đối của z có tọa độ điểm biểu diễn là

- A. $(-5; 4)$.
- B. $(5; -4)$.
- C. $(-5; -4)$.
- D. $(5; 4)$.

Lời giải.

Ta có $z = 5 - 4i \Leftrightarrow -z = -5 + 4i$.

Vậy tọa độ điểm biểu diễn của $-z$ là $(-5; 4)$.

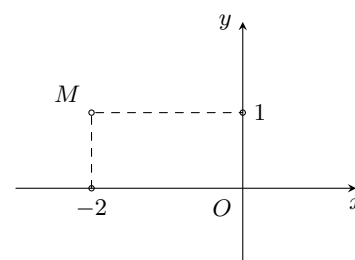
Chọn đáp án **A**

□

Câu 524.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

- A. $z = -2 + i$.
- B. $z = 1 - 2i$.
- C. $z = 2 + i$.
- D. $z = 1 + 2i$.



Lời giải.

Ta có $M(-2; 1) \Rightarrow z = -2 + i$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 525. Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

- A. -4 .
- B. $-4i$.
- C. 4 .
- D. $4i$.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng -4 . Nó là hệ số của i trong dạng đại số của số phức.

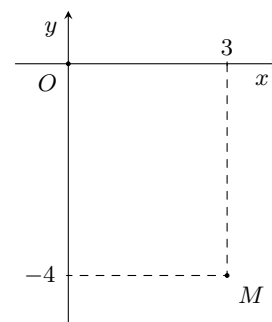
Chọn đáp án **A**

□

Câu 526.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .
- B. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
- C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
- D. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.



Lời giải.

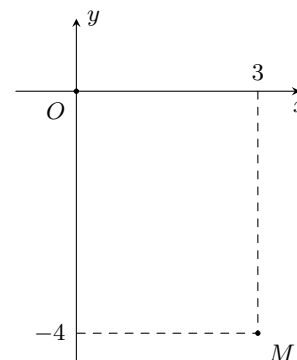
Ta có $M(3; -4)$ nên điểm M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$.

Vậy, số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 527.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3.

B. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

D. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

Lời giải.

Điểm M trong hình vẽ biểu diễn cho số phức $z = 3 - 4i$.

Vậy số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 528. Số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $\bar{z} = 3 - 2i$.

B. $\bar{z} = 2 + 3i$.

C. $\bar{z} = 3 + 2i$.

D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 2 + 3i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 529. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $-3i$.

B. 2.

C. -3 .

D. 3.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là -3 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 530. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (3 + i)(m - 2i), m \in \mathbb{R}$.

A. $\bar{z} = -(3m + 2) + (m - 6)i$.

B. $\bar{z} = (3m + 2) + (m - 6)i$.

C. $\bar{z} = -(3m + 2) - (m - 6)i$.

D. $\bar{z} = (3m + 2) - (m - 6)i$.

Lời giải.

Ta có $z = (3 + i)(m - 2i) = (3m + 2) + (m - 6)i$, do đó số phức liên hợp của z là $\bar{z} = (3m + 2) - (m - 6)i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 531. Cho số phức $z = -4 + 5i$. Biểu diễn hình học của z là điểm có tọa độ

A. $(-4; 5)$.

B. $(-4; -5)$.

C. $(4; -5)$.

D. $(4; 5)$.

Lời giải.

Tọa độ biểu diễn số phức $z = -4 + 5i$ là điểm $M(-4; 5)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 532. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

A. 2 và 3.

B. -2 và -3 .

C. 2 và $-3i$.

D. 2 và -3 .

Lời giải.

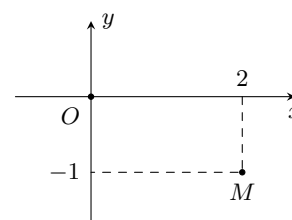
Ta có $z = 2 + 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 - 3i$. Vậy phần thực của $\bar{z}$ là 2 và phần ảo của $\bar{z}$ là -3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 533.

Điểm M trong hình vẽ là biểu diễn hình học của số phức nào dưới đây?

- A. $z = 1 + 2i$. B. $z = 2 + i$. C. $z = -1 + 2i$. D. $z = -1 - 2i$.

**Lời giải.**

Theo hình vẽ thì $M(2; -1)$ nên điểm M biểu diễn cho số phức $z = 2 - i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 534. Số phức liên hợp của số phức $z = 4 + 3i$ là

- A. $\bar{z} = -3 + 4i$. B. $\bar{z} = 4 - 3i$. C. $\bar{z} = 3 + 4i$. D. $\bar{z} = 3 - 4i$.

Lời giải.

Với $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thì số phức liên hợp là $\bar{z} = a - bi$.

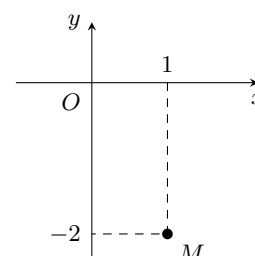
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 535.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực, phần ảo của số phức z

- A. Phần thực là -2 , phần ảo là i . B. Phần thực là 1 , phần ảo là -2 .
C. Phần thực là 1 , phần ảo là $-2i$. D. Phần thực là -2 , phần ảo là 1 .

**Lời giải.**

Vì $M(1; -2)$ nên $z = 1 - 2i$. Vậy phần thực của z là 1 , phần ảo của z là -2 .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 536. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng 2 . B. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng 2 .
C. Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng -2 . D. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 .

Lời giải.

Ta có $z = 3 - 2i$, suy ra phần thực của z bằng 3 , phần ảo của z bằng -2 .

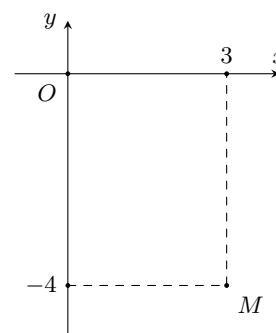
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 537.

Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức z . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
B. Số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
C. Số phức z có phần thực là -4 và phần ảo là 3 .
D. Số phức z có phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

**Lời giải.**

Số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 538. Điểm M biểu diễn số phức $z = 3 + 2i$ trong mặt phẳng tọa độ phức là

A. $M(2; 3)$.

B. $M(-3; -2)$.

C. $M(3; 2)$.

D. $M(3; -2)$.

Lời giải.Số phức $z = 3 + 2i$ có điểm biểu diễn là $M(3; 2)$.Chọn đáp án **C** ☐**Câu 539.** Cho số phức $z = -12 + 5i$. Mô-đun của số phức z bằng

A. 13.

B. 119.

C. 17.

D. -7.

Lời giải.

$$|z| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = 13.$$

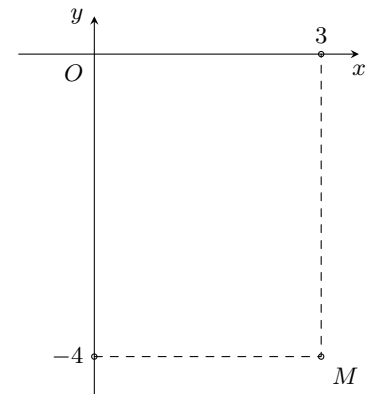
Chọn đáp án **A** ☐**Câu 540.**Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

A. Phần thực là 3 và phần ảo là -4.

B. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

C. Phần thực là -4 và phần ảo là 3.

D. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

**Lời giải.**Theo hình vẽ ta thấy $z = 3 - 4i$ nên phần thực là 3 và phần ảo là -4.Chọn đáp án **A** ☐**Câu 541.** Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là điểm nào sau đây?

A. $M(6; -7)$.

B. $N(-6; 7)$.

C. $P(-6; -7)$.

D. $Q(6; 7)$.

Lời giải.Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 6 - 7i$ nên được biểu diễn bởi $M(6; -7)$.Chọn đáp án **A** ☐**Câu 542.** Biết $M(1; -2)$ là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$, số phức z bằng

A. $2 + i$.

B. $1 + 2i$.

C. $2 - i$.

D. $1 - 2i$.

Lời giải.Vì $M(1; -2)$ là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ nên $\bar{z} = 1 - 2i$. Từ đó suy ra $z = 1 + 2i$.Chọn đáp án **B** ☐**Câu 543.** Cho số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -5)$. Xác định số phức liên hợp $\bar{z}$ của z .

A. $\bar{z} = -5 + 3i$.

B. $\bar{z} = 5 + 3i$.

C. $\bar{z} = 3 + 5i$.

D. $\bar{z} = 3 - 5i$.

Lời giải.Vì số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -5)$ nên $z = 3 - 5i$.Do đó số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 3 + 5i$.Chọn đáp án **C** ☐**Câu 544.** Có bao nhiêu số phức z có phần thực bằng 2 và $|z + 1 - 2i| = 3$?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.Gọi số phức z có phần thực bằng 2 là $z = 2 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$.Do $|z + 1 - 2i| = 3 \Leftrightarrow 9 + (b - 2)^2 = 9 \Leftrightarrow (b - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow b = 2$. Vậy $z = 2 + 2i$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 545.** Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của số phức z làA. $\bar{z} = 3 - 2i$.B. $\bar{z} = 3 + 2i$.C. $\bar{z} = -2 - 3i$.D. $\bar{z} = 2 + 3i$.**Lời giải.**Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 546.** Tìm hai số thực x, y thỏa mãn $(3x + 2yi) + (3 - i) = 4x - 3i$, với i là đơn vị ảo.A. $x = 3, y = -1$.B. $x = \frac{2}{3}, y = -1$.C. $x = 3, y = -3$.D. $x = -3, y = -1$.**Lời giải.**Ta có $(3x + 2yi) + (3 - i) = 4x - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3 = 4x \\ 2y - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ Chọn đáp án **(A)** □**Câu 547.** Trong mặt phẳng phức, điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$ làA. $M(3; -2)$.B. $N(2; -3)$.C. $P(-2; 3)$.D. $Q(-3; 2)$.**Lời giải.**Số phức $z = 3 - 2i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là 3 và -2 nên z có điểm biểu diễn là $M(3; -2)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 548.** Điểm biểu thị số phức $z = 3 - 2i$ làA. $M(3; -2)$.B. $N(-2; 3)$.C. $P(2; 3)$.D. $Q(3; 2)$.**Lời giải.**Điểm biểu thị số phức $z = 3 - 2i$ là điểm $M(3; -2)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 549.** Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$.A. $\bar{z} = 1 + 2i$.B. $\bar{z} = 2 - i$.C. $\bar{z} = -1 + 2i$.D. $\bar{z} = -1 - 2i$.**Lời giải.**Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là $\bar{z} = 1 + 2i$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 550.** Tìm các số thực x, y thỏa mãn $(3x - 2) + (2y + 1)i = (x + 1) - (y - 5)i$, với i là đơn vị ảo.A. $x = \frac{3}{2}, y = -2$.B. $x = -\frac{3}{2}, y = -\frac{4}{3}$.C. $x = 1, y = \frac{4}{3}$.D. $x = \frac{3}{2}, y = \frac{4}{3}$.**Lời giải.**

Ta có

$$(3x - 2) + (2y + 1)i = (x + 1) - (y - 5)i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 = x + 1 \\ 2y + 1 = -(y - 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy $x = \frac{3}{2}, y = \frac{4}{3}$.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 551. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Số phức $z = a + bi$ có mô-đun là $\sqrt{a^2 + b^2}$.

B. Số phức $z = a + bi$ có số đối $z' = a - bi$.

C. Số phức $z = a + bi = 0$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$.

D. Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng phức Oxy .

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ có số đối $z' = -a - bi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 552. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 4i$?

A. $M(3; 4)$.

B. $M(-3; 4)$.

C. $M(3; -4)$.

D. $M(-3; -4)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 4i$ là điểm có tọa độ $(3; -4)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 553. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $3x + y + 5xi = 2y - 1 + (x - y)i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = \frac{1}{7}; y = \frac{4}{7}$.

B. $x = -\frac{2}{7}; y = \frac{4}{7}$.

C. $x = -\frac{1}{7}; y = \frac{4}{7}$.

D. $x = -\frac{1}{7}; y = -\frac{4}{7}$.

Lời giải.

Ta có đẳng thức đã cho tương đương với

$$\begin{cases} 3x + y = 2y - 1 \\ 5x = x - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = -1 \\ 4x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{7} \\ y = \frac{4}{7} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 554. Gọi M và M' lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức z và $\bar{z}$. Xác định mệnh đề đúng.

A. M và M' đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. M và M' đối xứng với nhau qua trục tung.

C. M và M' đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.

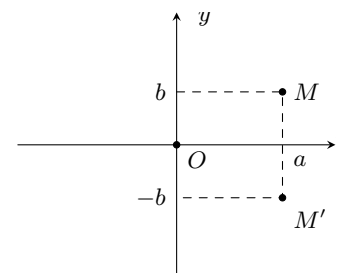
D. Ba điểm O, M, M' thẳng hàng.

Lời giải.

Viết $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$.

Suy ra các điểm biểu diễn cho các số phức z và $\bar{z}$ lần lượt là $M(a; b)$ và $M'(a; -b)$.

Vậy M và M' đối xứng với nhau qua trục hoành.

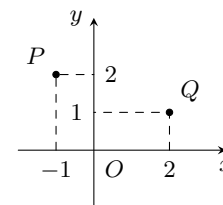


Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 555. Trong hình vẽ bên, điểm P biểu diễn số phức z_1 , điểm Q biểu diễn số phức z_2 . Tìm số phức $z = z_1 + z_2$?

- A. $1 + 3i$. B. $-3 + i$. C. $-1 + 2i$. D. $2 + i$.



Lời giải.

Nhìn vào hình vẽ trên ta thấy $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = 2 + i$. Khi đó $z_1 + z_2 = 1 + 3i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 556. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

- A. $\bar{z} = 2 - i$. B. $\bar{z} = 2 + i$. C. $\bar{z} = -2 + i$. D. $\bar{z} = -2 - i$.

Lời giải.

Số phức $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$) thì số phức liên hợp của z là $\bar{z} = x - yi$.

Do đó số phức liên hợp của $2 + i$ là $2 - i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 557. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó M biểu diễn cho số phức nào sau đây?

- A. $-i$. B. $2 - 2i$. C. $1 + i$. D. $1 - i$.

Lời giải.

Ta có $A(1; 1), B(1; -3) \Rightarrow$ tọa độ của M là $M(1; -1) \Rightarrow M$ biểu diễn cho $z = 1 - i$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 558. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $|z|$ là một số không âm. B. $|z|$ là một số thực.
C. $|z|$ là một số phức. D. $|z|$ là một số thực dương.

Lời giải.

Với $z = 0 + 0$ có $|z| = 0$.

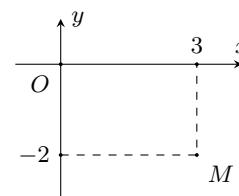
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 559.

Cho số phức z có biểu diễn hình học là điểm M ở hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\bar{z} = -3 - 2i$. B. $\bar{z} = 3 + 2i$. C. $\bar{z} = 3 - 2i$. D. $\bar{z} = -3 + 2i$.



Lời giải.

Từ hình vẽ ta có $z = 3 - 2i$ nên suy ra $\bar{z} = 3 + 2i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 560. Cho số phức $z = -3 + 4i$. Mô-đun của z là

- A. $|z| = 7$. B. $|z| = 4$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = 3$.

Lời giải.

Ta có mô-đun của z là $|z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 561. Cho số phức $z = -1 + 2i$. Số phức $\bar{z}$ được biểu diễn bởi điểm nào dưới đây trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $Q(-1; -2)$. B. $P(1; 2)$. C. $N(1; -2)$. D. $M(-1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = -1 - 2i$, nên điểm biểu diễn cho số phức $\bar{z}$ là $Q(-1; -2)$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 562. Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$?

- A. $1 + 2i$. B. $1 - 2i$. C. $-2 + i$. D. $-1 - 2i$.

Lời giải.

Số phức $z = 1 - 2i$ có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 563. Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là

- A. 1 và 2. B. 1 và i . C. 1 và $2i$. D. 2 và 1.

Lời giải.

Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là 1 và 2.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 564. Cho số phức $z = 10 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực bằng 10 và phần ảo bằng 2. B. Phần thực bằng 10 và phần ảo bằng $2i$.
C. Phần thực bằng -10 và phần ảo bằng $-2i$. D. Phần thực bằng -10 và phần ảo bằng -2 .

Lời giải.

$\bar{z} = 10 + 2i$ nên $\bar{z}$ có phần thực bằng 10 và phần ảo bằng 2.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 565. Trong mặt phẳng Oxy , gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = -3i$, $z_2 = 2 - 2i$, $z_3 = -5 - i$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó điểm G biểu diễn số phức

- A. $z = 2 - i$. B. $z = 1 - 2i$. C. $z = -1 - 2i$. D. $z = -1 - i$.

Lời giải.

Ta có: $A(0; -3)$; $B(2; -2)$; $C(-5; -1)$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow G(-1; -2)$.

Điểm G biểu diễn số phức $z = -1 - 2i$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 566. Tọa độ điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 2 + 5i$ là

- A. $(2; -5)$. B. $(2; 5)$. C. $(-2; -5)$. D. $(-2; 5)$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 2 - 5i \Rightarrow M(2; -5)$ là điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức z .

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 567. Giả sử a, b , là hai số thực thỏa mãn $2a + (b - 3)i = 4 - 5i$ với i là đơn vị ảo. Giá trị của a, b , bằng

- A. $a = 1, b = 8$. B. $a = 8, b = 8$. C. $a = 2, b = -2$. D. $a = -2, b = 2$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} 2a = 4 \\ b - 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 568. Số phức $z = 5 - 8i$ có phần ảo là

A. 5.

B. -8 .

C. 8.

D. $-8i$.

Lời giải.

Số phức $z = 5 - 8i$ có phần ảo là -8 .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 569. Tìm phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$.

A. -4 .

B. 4.

C. 3.

D. -3 .

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ là -4 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 570. Số phức z thỏa mãn $z = 5 - 8i$ có phần ảo là

A. -8 .

B. 8.

C. 5.

D. $-8i$.

Lời giải.

Số phức $z = 5 - 8i$ có phần thực là 5 và phần ảo là -8 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 571. Trong các số phức $z_1 = -2i$, $z_2 = 2 - i$, $z_3 = 5i$, $z_4 = 4$ có bao nhiêu số thuần ảo?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

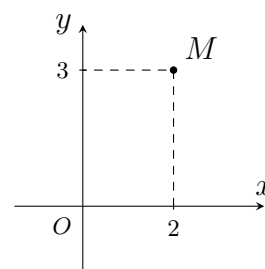
Số thuần ảo là số có dạng $z = bi$ ($b \in \mathbb{R}$).

Vậy trong các số phức đã cho có hai số thuần ảo là $z_1 = -2i$, $z_3 = 5i$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 572. Số phức z có điểm biểu diễn A như hình vẽ. Phần ảo của số phức $\frac{z}{z-i}$ bằng

A. $\frac{5}{4}i$.B. $\frac{1}{4}i$.C. $\frac{5}{4}$.D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Vì điểm $A = (2; 3)$ nên $z = 2 + 3i$. Do đó $\frac{z}{z-i} = \frac{2+3i}{2+2i} = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}i$.

Vậy phần ảo của số phức $\frac{z}{z-i}$ bằng $\frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 573. Mô-đun của số phức $w = 2 - \sqrt{5}i$ là

A. $|w| = \sqrt{29}$.B. $|w| = 1$.C. $|w| = \sqrt{7}$.D. $|w| = 3$.

Lời giải.

Ta có $|w| = \sqrt{2^2 + (-\sqrt{5})^2} = \sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 574. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. $\bar{z} = 3 + 2i$. B. $\bar{z} = 3 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 + 3i$. D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 575. Trong mặt phẳng Oxy , điểm nào sau đây biểu diễn số phức $z = 2 + i$?

- A. $M(2; 0)$. B. $N(2; 1)$. C. $N(2; -1)$. D. $N(1; 2)$.

Lời giải.

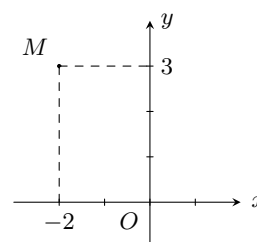
Trong mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = 2 + i$ là $N(2; 1)$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 576.

Điểm M trong hình vẽ bên biểu thị cho số phức nào dưới đây?

- A. $3 + 2i$. B. $2 - 3i$. C. $-2 + 3i$. D. $3 - 2i$.



Lời giải.

Điểm $M(-2; 3)$ biểu diễn cho số phức $z = -2 + 3i$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 577. Biết rằng có duy nhất một cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $(x + y) + (x - y)i = 5 + 3i$. Tính giá trị của $S = x + 2y$.

- A. $S = 4$. B. $S = 6$. C. $S = 5$. D. $S = 3$.

Lời giải.

Ta có

$$(x + y) + (x - y)i = 5 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1. \end{cases}$$

Do đó $S = x + 2y = 4 + 2 \cdot 1 = 6$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 578. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. $(2; 3)$. B. $(2; -3)$. C. $(-3; 2)$. D. $(3; 2)$.

Lời giải.

Ta có điểm $A(2; -3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - 3i$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 579. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. $M(2; -3)$. B. $M(2; 3)$. C. $M(-2; 3)$. D. $M(-2; -3)$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$. Vậy điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là $M(2; 3)$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 580. Mô-đun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

- A. 7. B. 25. C. 5. D. 1.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 581. Phần ảo của số phức $z = -1 + i$ là

A. 1.

B. -1.

C. i .

D. $-i$.

Lời giải.

Số phức $z = -1 + i$ viết lại là $z = -1 + 1 \cdot i$ nên có phần ảo là 1.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 582. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $1 \leq |z| \leq 2$ là một hình phẳng có diện tích bằng

A. π .

B. 2π .

C. 4π .

D. 3π .

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với x, y là các số thực. Theo giả thiết, ta có

$$1 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4.$$

Gọi $(C_1), (C_2)$ lần lượt là đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4$. Khi đó, $(C_1), (C_2)$ có tâm $O(0; 0)$, bán kính lần lượt là $R_1 = 1$ và $R_2 = 2$.

Hình phẳng cần tìm chính là vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn (C_1) và (C_2) .

Gọi S là diện tích vành khăn, suy ra

$$S = \pi R_2^2 - \pi R_1^2 = 4\pi - \pi = 3\pi.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 583. Cho số phức $z = 3 - 5i$. Phần ảo của z là

A. 5.

B. 3.

C. -5.

D. $-5i$.

Lời giải.

Do $z = 3 - 5i$ nên có phần ảo bằng -5.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 584.

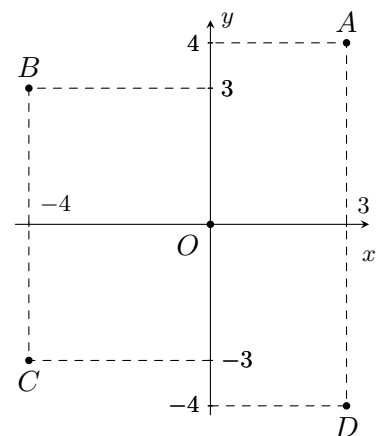
Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D ?

A. Điểm D .

B. Điểm B .

C. Điểm A .

D. Điểm C .



Lời giải.

Ta có $z = 3 - 4i$ nên điểm biểu diễn số phức z là $D(3; -4)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 585. Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là

A. $N(-3; 2)$.

B. $P(3; 2)$.

C. $M(2; -3)$.

D. $Q(2; 3)$.

Lời giải.

Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là $M(2; -3)$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 586.

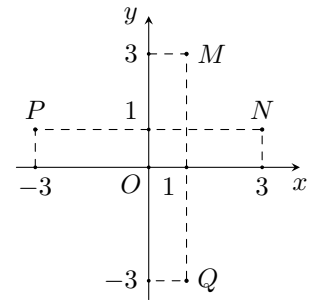
Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = 1 + 3i$?

A. Q.

B. P.

C. M.

D. N.

**Lời giải.**

Điểm $M(1; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 1 + 3i$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 587. Cho số phức $z = m + 3 + (m^2 - 1)i$, với m là tham số thực thay đổi. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thuộc đường cong (C) . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành.

A. $\frac{8}{3}$.B. $\frac{4}{3}$.C. $\frac{1}{3}$.D. $\frac{2}{3}$.**Lời giải.**

Điểm $M(m + 3; m^2 - 1)$ là điểm biểu diễn số phức $z = m + 3 + (m^2 - 1)i$.

Đặt $x = m + 3$; $y = m^2 - 1$, ta có $y = (x - 3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 8$. Suy ra điểm M thuộc đường $(C): y = x^2 - 6x + 8$.

Hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là nghiệm của phương trình

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4. \end{cases}$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành là

$$S = \int_2^4 |x^2 - 6x + 8| dx = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 588. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z là

A. $(2; -3)$.B. $(2; 3)$.C. $(-2; -3)$.D. $(-2; 3)$.**Lời giải.**

Ta có $z = 2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 3i \Rightarrow M(2; 3)$ là điểm biểu diễn số phức liên hợp của z .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 589. Mô-đun của số phức $z = 5 - 2i$ bằng

A. $\sqrt{29}$.

B. 3.

C. 7.

D. 29.

Lời giải.

Ta có $|z| = |5 - 2i| = \sqrt{5^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 590. Số phức $z = 5 - 7i$ có số phức liên hợp là

- A. $\bar{z} = 5 + 7i$. B. $\bar{z} = -5 + 7i$. C. $\bar{z} = 7 - 5i$. D. $\bar{z} = -5 - 7i$.

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ có số phức liên hợp là $\bar{z} = a - bi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 591. Nếu điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn hình học của số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy thỏa mãn $OM = 4$ thì

- A. $|z| = \frac{1}{4}$. B. $|z| = 4$. C. $|z| = 16$. D. $|z| = 2$.

Lời giải.

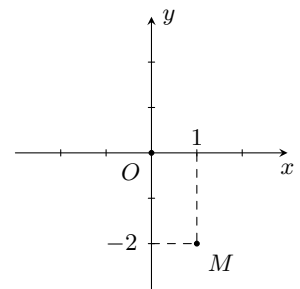
Theo bài ra $OM = 4 \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 4 \Rightarrow |z| = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 592.

Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?

- A. $1 - 2i$. B. $i + 2$. C. $i - 2$. D. $1 + 2i$.



Lời giải.

Vì $M(1; -2)$ nên M là điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 2i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 593. Tìm các số thực a, b thỏa mãn $(a - 2b) + (a + b + 4)i = (2a + b) + 2bi$ với i là đơn vị ảo.

- A. $a = -3, b = 1$. B. $a = 3, b = -1$. C. $a = -3, b = -1$. D. $a = 3, b = 1$.

Lời giải.

Ta có $(a - 2b) + (a + b + 4)i = (2a + b) + 2bi \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 2a + b \\ a + b + 4 = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 0 \\ a - b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 594. Gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $1 + 2i, 1 + \sqrt{3} + i, 1 + \sqrt{3} - i, 1 - 2i$ trên mặt phẳng tọa độ. Biết tứ giác $ABCD$ nội tiếp được trong một đường tròn, tâm của đường tròn đó biểu diễn số phức có phần thực là

- A. $\sqrt{3}$. B. 2 . C. $\sqrt{2}$. D. 1 .

Lời giải.

Ta có $A(1; 2), B(1 + \sqrt{3}; 1), C(1 + \sqrt{3}; -1), D(1; -2)$.

Khi đó $\overrightarrow{BA} = (-\sqrt{3}; 1), \overrightarrow{BD} = (-\sqrt{3}; -3)$ suy ra $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow \triangle ABD$ vuông tại B .

$\overrightarrow{CA} = (-\sqrt{3}; 3), \overrightarrow{CD} = (-\sqrt{3}; -1)$ suy ra $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow \triangle ACD$ vuông tại C .

Do đó tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ là trung điểm đoạn AD có tọa độ $I(1; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 595. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M, N theo thứ tự là các điểm biểu diễn cho số phức z và $\bar{z}$ (với $z \neq 0$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. M và N đối xứng nhau qua trục Ox .

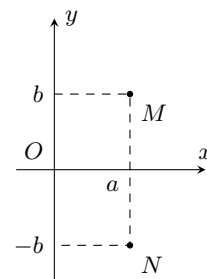
- B. M và N đối xứng nhau qua trục Oy .
 C. M và N đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.
 D. M và N đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ .

Lời giải.

Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Ta được $N(a; -b)$ là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$.

Ta thấy M và N đối xứng nhau qua trục Ox .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 596. Phần ảo của số phức $z = 5 + 2i$ bằng

- A. 5. B. $2i$. C. 2. D. $5i$.

Lời giải.

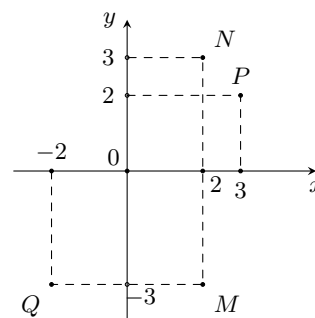
Số phức $z = 2i + 5$ có phần thực bằng 5, phần ảo bằng 2.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 597. Điểm nào trong hình vẽ dưới đây biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$?

- A. M .
 B. P .
 C. N .
 D. Q .

**Lời giải.**

Ta có $\bar{z} = 2 + 3i \Rightarrow$ điểm biểu diễn của $\bar{z}$ là $(2; 3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 598. Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Số phức z có phần thực là a , phần ảo là bi . B. Số phức z có mô-đun là $\sqrt{a^2 + b^2}$.
 C. Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$. D. $z = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$.

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ thì phần thực là a , phần ảo là b .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 599. Điểm $M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức

- A. $z = -1 + 3i$. B. $z = 2$. C. $z = 1 - 3i$. D. $z = 2i$.

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$. Do đó điểm $M(-1; 3)$ biểu diễn cho số phức $z = -1 + 3i$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 600. Phần ảo của số phức liên hợp của $z = 4i - 7$ là

- A. -4. B. -7. C. 7. D. 4.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = -7 - 4i$. Vậy phần ảo của $\bar{z}$ là -4 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 601. Mô-đun của số phức $z = -4 + 3i$ là

A. -1 .

B. 1 .

C. 5 .

D. 25 .

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 602. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 3$. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $\omega = 1 + \bar{z}$ là

A. đường tròn tâm $I(-2; 1)$ bán kính $R = 3$. B. đường tròn tâm $I(2; -1)$ bán kính $R = 3$.

C. đường tròn tâm $I(-1; -1)$ bán kính $R = 9$. D. đường tròn tâm $I(-1; -1)$ bán kính $R = 3$.

Lời giải.

Gọi $\omega = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

+ Ta có $\omega = 1 + \bar{z} \Leftrightarrow x + yi = 1 + \bar{z} \Leftrightarrow \bar{z} = x - 1 + yi \Rightarrow z = x - 1 - yi$.

+ $|z + 2 - i| = 3 \Leftrightarrow |x - 1 - yi + 2 - i| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} = 3 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$.

Vậy tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $\omega = 1 + \bar{z}$ là đường tròn tâm $I(-1; -1)$ bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 603. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 1 + 3i$.

A. $\bar{z} = -1 + 3i$.

B. $\bar{z} = 1 - 3i$.

C. $\bar{z} = 3 - i$.

D. $\bar{z} = -1 - 3i$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 1 - 3i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 604. Mô-đun của số phức $z = bi$, $b \in \mathbb{R}$ là

A. b .

B. b^2 .

C. $|b|$.

D. $\sqrt{b}$.

Lời giải.

Ta có $|z| = |bi| = |b| \cdot |i| = |b|$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 605.

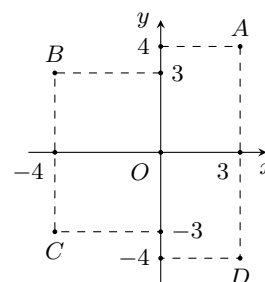
Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 4i$?

A. Điểm D.

B. Điểm C.

C. Điểm A.

D. Điểm B.

**Lời giải.**

Số phức $z = 3 + 4i$ có điểm biểu diễn là $A(3; 4)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 606. Điểm M biểu diễn số phức $z = 2 - i$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

A. $M = (1; -2)$.

B. $M = (2; -1)$.

C. $M = (-2; 1)$.

D. $M = (2; 1)$.

Lời giải.

Số phức $z = 2 - i$ có điểm biểu diễn là $M = (2; -1)$.

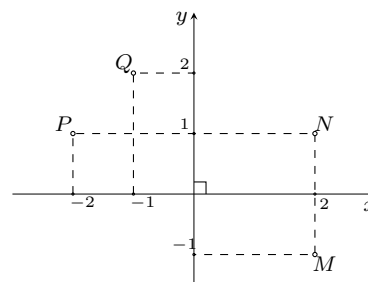
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 607.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -2 + i$

- A. N. B. P. C. M. D. Q.

**Lời giải.**

Số phức $z = -2 + i$ có phần thực -2 , phần ảo 1 nên có điểm biểu diễn tọa độ $(-2; 1)$ chính là P.

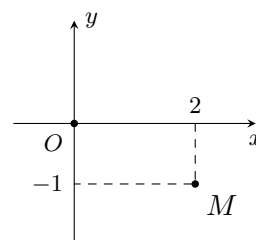
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 608.

Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức $\bar{z}$. Số phức z là

- A. $2 - i$. B. $2 + i$. C. $1 + 2i$. D. $1 - 2i$.

**Lời giải.**

Từ hình vẽ suy ra tọa độ điểm M là $M(2; -1)$ nên $\bar{z} = 2 - i$. Vậy $z = 2 + i$.

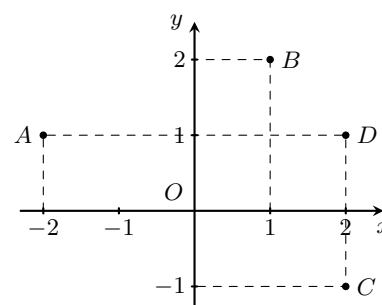
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 609.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + i$?

- A. D. B. B. C. C. D. A.

**Lời giải.**

Điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ là $I(a; b)$. Vậy đáp án đúng là D(2; 1).

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 610. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 4i$?

- A. $M(3; 4)$. B. $M(-3; 4)$. C. $M(3; -4)$. D. $M(-3; -4)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 4i$ là điểm có tọa độ $(-3; 4)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 611. Số phức $-3 + 7i$ có phần ảo bằng

- A. 3. B. -7 . C. -3 . D. 7.

Lời giải.

Số phức $-3 + 7i$ có phần ảo bằng 7.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 612. Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là

A. $3 + 4i$.

B. $4 - 3i$.

C. $3 - 4i$.

D. $4 + 3i$.

Lời giải.

Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là $z = 3 + 4i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 613. Số phức $5 + 6i$ có phần thực bằng

A. -5 .

B. 5 .

C. -6 .

D. 6 .

Lời giải.

Số phức $5 + 6i$ có phần thực bằng 5.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 614. Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

A. $-1 - 3i$.

B. $1 - 3i$.

C. $-1 + 3i$.

D. $1 + 3i$.

Lời giải.

Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là $1 + 3i$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 615. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $(2x + 5y) + (4x + 3y)i = 5 + 2i$.

A. $x = \frac{5}{14}$ và $y = -\frac{8}{7}$.

B. $x = \frac{8}{7}$ và $y = -\frac{5}{14}$.

C. $x = -\frac{5}{14}$ và $y = \frac{8}{7}$.

D. $x = -\frac{5}{14}$ và $y = -\frac{8}{7}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2x + 5y) + (4x + 3y)i = 5 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 5 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{14} \\ y = \frac{8}{7} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 616.

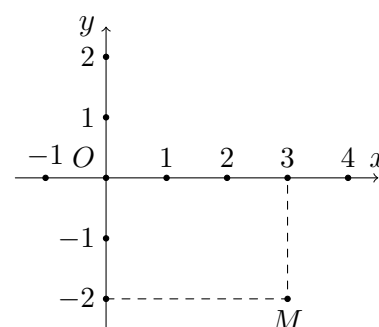
Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z = -2 + 3i$.

B. $z = 3 + 2i$.

C. $z = 2 - 3i$.

D. $z = 3 - 2i$.



Lời giải.

Vì điểm $M(3; -2)$ nên nó là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 2i$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 617. Tìm phần thực a và phần ảo b của số phức $z = \sqrt{5} - 2i$.

A. $a = -2, b = \sqrt{5}$.

B. $a = \sqrt{5}, b = 2$.

C. $a = \sqrt{5}, b = -2$.

D. $a = \sqrt{5}, b = -2i$.

Lời giải.

Số phức $z = \sqrt{5} - 2i$ có phần thực $a = \sqrt{5}$ và phần ảo $b = -2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 618. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{7}$.

- A. Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = \frac{7}{2}$. B. Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = 7$.
C. Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = 49$. D. Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = \sqrt{7}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết $|z| = \sqrt{7} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 7$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = \sqrt{7}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 619. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. $\bar{z} = -2 - 3i$. B. $\bar{z} = -2 + 3i$. C. $\bar{z} = 3 - 2i$. D. $\bar{z} = 2 + 3i$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 2 + 3i$.

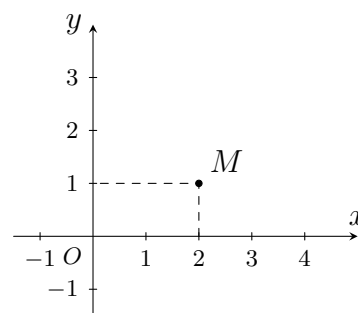
Chọn đáp án **D**

□

Câu 620.

Điểm M trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức z . Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. -1 . B. $3i$. C. 3 . D. $2 + i$.



Lời giải.

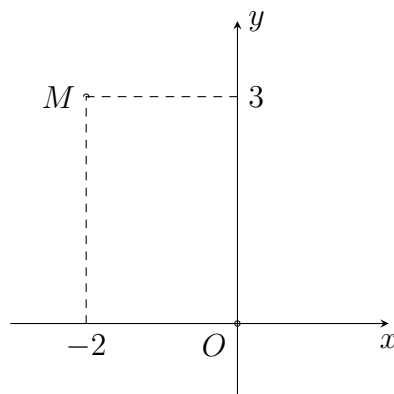
Dựa vào hình vẽ ta có tọa độ của M là $(2; 1)$. Do đó, số phức $z = 2 + i$.

Vậy tổng phần thực và phần ảo là $2 + 1 = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 621. Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức z . Chọn khẳng định đúng.



- A. $\bar{z} = -2 + 3i$. B. $\bar{z} = 3 - 2i$. C. $\bar{z} = -2 - 3i$. D. $\bar{z} = 3 + 2i$.

Lời giải.

$z = -2 + 3i \Rightarrow \bar{z} = -2 - 3i$.

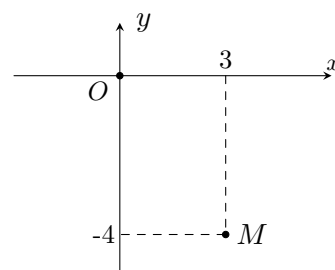
Chọn đáp án **C**

□

Câu 622.

Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức

- A. $z = 3 - 4i$. B. $z = -4 - 3i$.
C. $z = 3 + 4i$. D. $z = -4 + 3i$.

**Lời giải.**

Điểm $M(3; -4)$ biểu diễn cho số phức $z = 3 - 4i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 623. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là

- A. $(6; 7)$. B. $(6; -7)$. C. $(-6; 7)$. D. $(-6; -7)$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = 6 + 7i$ là $\bar{z} = 6 - 7i$. Điểm biểu diễn của $\bar{z}$ có tọa độ là $(6; -7)$.

Chọn đáp án **(B)**

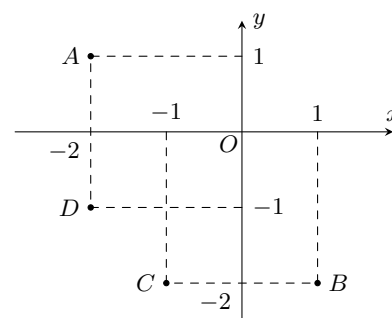
□

Câu 624.

Cho 4 điểm A, B, C, D trên hình vẽ biểu diễn 4 số phức khác nhau.

Chọn mệnh đề **sai**.

- A. B là điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$.
B. D là điểm biểu diễn số phức $z = -1 - 2i$.
C. C là điểm biểu diễn số phức $z = -1 - 2i$.
D. A là điểm biểu diễn số phức $z = -2 + i$.

**Lời giải.**

D là điểm biểu diễn số phức $z = -2 - i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 625. Cho số phức $z = -1 - 4i$. Tìm phần thực của số phức $\bar{z}$.

- A. -4 . B. -1 . C. 1 . D. 4 .

Lời giải.

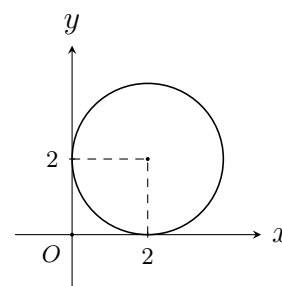
Ta có $\bar{z} = -1 + 4i \Rightarrow$ Phần thực của số phức $\bar{z}$ là -1 .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 626.

Trong mặt phẳng tọa độ, đường tròn tô đậm như hình vẽ bên là tập hợp điểm biểu diễn số phức z . Hỏi số phức z thỏa mãn đẳng thức nào sau đây ?



- A. $|z - 2 - 2i| = 2$. B. $|z - 2| = 2$. C. $|z - 1 - 2i| = 2$. D. $|z - 2i| = 2$.

Lời giải.

z thuộc đường tròn tâm $I(2; 2)$ bán kính 2. Do đó $|z - 2 - 2i| = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 627. Cho số phức z thỏa $|z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1 + i\sqrt{3})z + 2$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 9$. B. $r = 16$. C. $r = 25$. D. $r = 4$.

Lời giải.

$$w - 3 - i\sqrt{3} = (1 + i\sqrt{3})(z - 1).$$

Suy ra $|w - 3 - i\sqrt{3}| = |(1 + i\sqrt{3})(z - 1)| = 4$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn bán kính 4.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 628. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Mô-đun của z là

- A. 3. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. 4.

Lời giải.

$$|z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 629. Cho các số phức z, z' có biểu diễn hình học lần lượt là các điểm M, M' trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Nếu $OM = 2OM'$ thì

- A. $|z| = 2|z'|$. B. $z' = 2z$. C. $z = 2z'$. D. $|z'| = 2|z|$.

Lời giải.

Ta có $|z| = OM, |z'| = OM'$. Do đó, nếu $OM = 2OM'$ thì $|z| = 2|z'|$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 630. Cho số phức $z = -2 - 5i$. Nếu z và z' là hai số phức liên hợp của nhau thì

- A. $z' = \sqrt{(-2)^2 + 5^2}$. B. $z' = 2 - 5i$. C. $z' = 2 + 5i$. D. $z' = -2 + 5i$.

Lời giải.

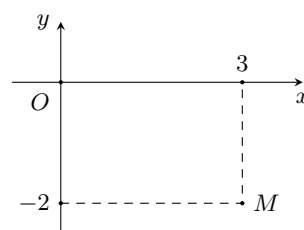
z' là số phức liên hợp của $z = -2 - 5i$ thì $z' = -2 + 5i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 631.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M có tọa độ như hình bên. Xác định số phức z có điểm biểu diễn là điểm M .

- A. $z = 3 + 2i$. B. $z = -2 + 3i$. C. $z = 2 + 3i$. D. $z = 3 - 2i$.



Lời giải.

Số phức z có điểm biểu diễn là điểm $M(3; -2) \Rightarrow z = 3 - 2i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 632. Cho số phức $z = 4 - 3i$. Tìm mô-đun của số phức z .

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 25$. C. $|z| = \sqrt{7}$. D. $|z| = 1$.

Lời giải.

$$Ta\ có\ |z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 633. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Phần thực của số phức z là 1. B. Phần ảo của số phức z là $-2i$.
C. Phần ảo của số phức z là 2. D. Số phức z là số thuần ảo.

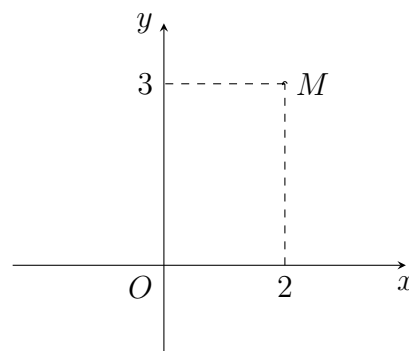
Lời giải.

Số phức $z = 1 - 2i$ có phần thực là 1, phần ảo là -2 và không phải là số thuần ảo.

Chọn đáp án **A** □

Câu 634. Điểm M trong hình vẽ bên là biểu diễn số phức

- A. $z = 2 + 3i$. B. $z = 3 - 2i$. C. $z = 2 - 3i$. D. $z = 3 + 2i$.

**Lời giải.**

Số phức $z = a + bi$ có điểm biểu diễn là $M(a; b)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 635. Điểm nào trong các điểm sau đây là điểm biểu diễn hình học của số phức $z = -5 + 4i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- A. $C(5; -4)$. B. $B(4; -5)$. C. $A(-5; 4)$. D. $D(4; 5)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn hình học của số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ là $M(a; b)$. Vậy điểm biểu diễn hình học của số phức $z = -5 + 4i$ là $A(-5; 4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 636. Tìm mô-đun của số phức $z = 4 - 3i$.

- A. $|z| = 4$. B. $|z| = 1$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = \sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 637. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm biểu diễn của số phức liên hợp của z là điểm nào sau đây?

- A. $M(1; 2)$. B. $N(1; -2)$. C. $P(-1; -2)$. D. $Q(2; -1)$.

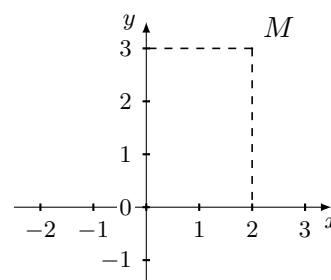
Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 1 - 2i$. Do đó điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ là $N(1; -2)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 638.

Điểm M trong hình vẽ bên là biểu diễn số phức



- A. $z = 3 + 2i$. B. $z = 3 - 2i$. C. $z = 2 - 3i$. D. $z = 2 + 3i$.

Lời giải.

Trục thực (trục Ox) chỉ số 2, trục ảo (trục Oy) chỉ số 3. Vậy đáp án là $z = 2 + 3i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 639. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\bar{z} = a - bi$. B. z^2 là số thực. C. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. D. $z \cdot \bar{z}$ là số thực.

Lời giải.

Xét $z = 1 + 2i \in \mathbb{C}$, ta có $z^2 = z \cdot z = (1 + 2i)(1 + 2i) = -3 + 4i \notin \mathbb{R}$.

Vậy khẳng định “ z^2 là số thực” sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 640. Cho số phức z , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của số phức z , iz và $z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Tính mô-đun của số phức z .

- A. $|z| = 2\sqrt{3}$. B. $|z| = 3\sqrt{2}$. C. $|z| = 6$. D. $|z| = 9$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có

$$iz = i(x + yi) = -y + xi \text{ và } z + iz = x + yi - y + xi = x - y + (x + y)i.$$

Gọi $A(x; y)$, $B(-y; x)$, $C(x - y; x + y)$ là các điểm biểu diễn của z , iz , $z + iz$.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{(-x - y)^2 + (x - y)^2}, AC = \sqrt{(-y)^2 + x^2}, BC = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \triangle ABC \text{ vuông tại } C.$$

$$\text{Khi đó } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) = 18 \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 6 = |z|.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 641. Tính mô-đun của số phức $z = 3 + 4i$.

- A. $\sqrt{7}$. B. 3. C. 7. D. 5.

Lời giải.

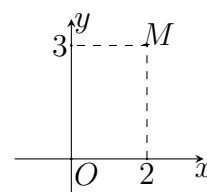
$$\text{Ta có } z = 3 + 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 642.

Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ bằng

- A. $2 + 3i$. B. $2 - 3i$. C. $3 + 2i$. D. $3 - 2i$.



Lời giải.

Ta có $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 3i$. Suy ra $\bar{z} = 2 - 3i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 643. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa đồng thời các điều kiện $|z - i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 4.

Lời giải.

Đặt $z = x + iy$ (với $x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } |z - i| = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 25. \quad (*)$$

$$z^2 \text{ là số thuần ảo, suy ra } x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = -y. \end{cases}$$

Với $x = y$ thay vào (*) ta được $x^2 + (x - 1)^2 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3. \end{cases}$

Với $x = -y$ thay vào (*) ta được $x^2 + (x + 1)^2 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3. \end{cases}$

Vậy có 4 số phức cần tìm là $4 + 4i, -3 - 3i, -4 + 4i, 3 - 3i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 644. Phần ảo của số phức $z = -3 + 2i$ là

A. -2 .

B. 3 .

C. 2 .

D. -3 .

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = -3 + 2i$ là 2 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 645.

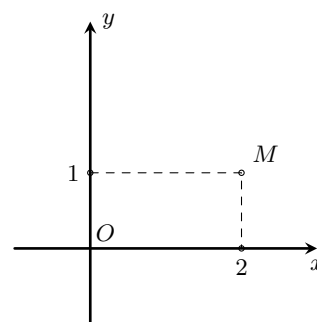
Trong hình vẽ bên điểm M biểu diễn số phức z . Số phức z bằng

A. $2 + i$.

B. $1 + 2i$.

C. $1 - 2i$.

D. $2 - i$.



Lời giải.

Điểm M có tọa độ $(2; 1)$ nên là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 646. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $-1 - 2i, 4 - 4i, -3i$. Số phức biểu diễn trọng tâm tam giác ABC là

A. $-1 - 3i$.

B. $1 - 3i$.

C. $-3 + 9i$.

D. $3 - 9i$.

Lời giải.

Ta có $A(-1; -2), B(4; -4), C(0; -3)$ nên trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là $G(1; -3)$. Do đó số phức biểu diễn điểm G là $1 - 3i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 647. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $\bar{z} = -2 - 3i$.

B. $\bar{z} = -2 + 3i$.

C. $\bar{z} = 3 - 2i$.

D. $\bar{z} = 2 + 3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 648. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - (3 - 4i)| = 2$ là

A. Đường tròn tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = 2$.

B. Đường tròn tâm $I(-3; -4)$, bán kính $R = 2$.

C. Đường tròn tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 2$.

D. Đường tròn tâm $I(-3; 4)$, bán kính $R = 2$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Theo giả thiết $|\bar{z} - (3 - 4i)| = 2 \Leftrightarrow |a - bi - (3 - 4i)| = 2 \Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b - 4)^2 = 4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 649.

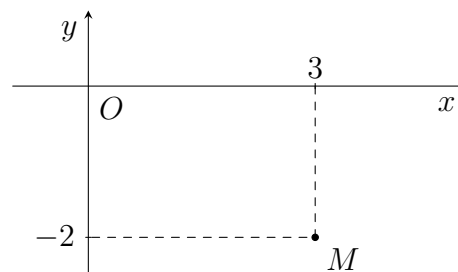
Cho số phức z có điểm biểu diễn là M trong hình vẽ bên. Gọi M' là điểm biểu diễn cho số phức $\bar{z}$. Tọa độ của điểm M' là

A. $M'(-3; -2)$.

B. $M'(3; 2)$.

C. $M'(-3; 2)$.

D. $M'(3; -2)$.

**Lời giải.**

Số phức z biểu diễn điểm M là $z = 3 - 2i$.

$\Rightarrow \bar{z} = 3 + 2i \Rightarrow M'(3; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 650. Số phức liên hợp của $z = 1 - 2i$ là

A. $\bar{z} = 1 + 2i$.

B. $\bar{z} = -1 - 2i$.

C. $\bar{z} = 2 - i$.

D. $\bar{z} = -1 + 2i$.

Lời giải.

Số phức $\bar{z} = 1 + 2i$ là số phức liên hợp của $z = 1 - 2i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 651. Cho số phức $z = 3 + i$. Tính $|\bar{z}|$.

A. $|\bar{z}| = 4$.

B. $|\bar{z}| = \sqrt{10}$.

C. $|\bar{z}| = 2\sqrt{2}$.

D. $|\bar{z}| = 2$.

Lời giải.

Do $z = 3 + i$ nên $\bar{z} = 3 - i$.

Vậy $|\bar{z}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 652. Số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 1 - 2i$ được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ bởi điểm nào sau?

A. $Q(-1; -2)$.

B. $M(1; 2)$.

C. $P(-1; 2)$.

D. $N(1; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 1 - 2i \Rightarrow z = 1 + 2i$. Khi đó số phức z được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ bởi điểm $M(1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 653. Môđun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng:

A. 25.

B. 5.

C. 4.

D. -3.

Lời giải.

Có $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 654. Cho số phức z thỏa mãn $|2z - 1| = |\bar{z} + 1 + i|$ và điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ thuộc đường tròn có tâm $I(1; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$. Khi đó tích môđun của tất cả các số phức z thỏa mãn các yêu cầu trên là?

A. $\sqrt{5}$.

B. 3.

C. $3\sqrt{5}$.

D. 1.

Lời giải.Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned}
|2(a + bi) - 1| &= |a - bi + 1 + i| \\
\Leftrightarrow |(2a - 1) + 2bi| &= |(a + 1) - (b - 1)i| \\
\Leftrightarrow (2a - 1)^2 + (2b)^2 &= (a + 1)^2 + (b - 1)^2 \\
\Leftrightarrow 3a^2 + 3b^2 - 6a + 2b - 1 &= 0.
\end{aligned} \tag{1}$$

Vì điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ thuộc đường tròn tâm $I(1; 1)$, $R = \sqrt{5}$ nên ta có

$$\begin{aligned}
(a - 1)^2 + (b - 1)^2 &= 5 \\
\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2a - 2b &= 3 \\
\Leftrightarrow a^2 - 2a &= 3 - b^2 + 2b.
\end{aligned} \tag{2}$$

Thế (2) vào (1) ta được $3(3 - b^2 + 2b) + 3b^2 + 2b - 1 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

Khi đó, thay vào (2) ta suy ra $\begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1 \\ z_2 = 2 - i \end{cases} \Rightarrow |z_1| \cdot |z_2| = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 655.** Cho số phức $z = 1 - 2i$, điểm M biểu diễn số phức $\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy có tọa độ làA. $M(2; 1)$.B. $M(1; 2)$.C. $M(1; -2)$.D. $M(-1; 2)$.**Lời giải.**Ta có $z = 1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 + 2i \Rightarrow M(1; 2)$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 656.** Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = m^2 - 2m + 2$, với m là tham số thực. Biết rằng điểm biểu diễn của số phức $w = (6 + 8i)z + i$ thuộc đường tròn (C_m) . Tìm bán kính nhỏ nhất của đường tròn (C_m) .A. $\frac{1}{10}$.

B. 1.

C. 10.

D. $\sqrt{10}$.**Lời giải.**Ta có $w = (6 + 8i)z + i \Leftrightarrow \frac{w - i}{6 + 8i} = z \Leftrightarrow \left| \frac{w - i}{6 + 8i} \right| = |z| \Leftrightarrow |w - i| = |z| \cdot |6 + 8i| = 10(m^2 - 2m + 2)$.Giả sử $w = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$, khi đó $|w - i| = 10(m^2 - 2m + 2) \Rightarrow (x)^2 + (y - 1)^2 = 100(m^2 - 2m + 2)^2$. $\Rightarrow$ tập hợp biểu diễn w là đường tròn có bán kính $R = 10(m^2 - 2m + 2)$.Ta có $m^2 - 2m + 2 = (m - 1)^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow R \geq 10 \Rightarrow R_{\min} = 10$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 657.** Cho số phức $z = -3 + 4i$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Tung độ của điểm M là

A. 6.

B. -4.

C. 4.

D. -6.

Lời giải. $z = -3 + 4i \Rightarrow \bar{z} = -3 - 4i$. Điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là điểm $M(-3; -4)$ nên tung độ điểm M bằng -4.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 658. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = -\pi i + 1$.

- A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi$.
 B. Phần thực là $-\pi$ và phần ảo là 1.
 C. Phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi i$.
 D. Phần thực là $-\pi i$ và phần ảo là 1.

Lời giải.

Số phức z có phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 659. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 8 + i$, $z_3 = 1 - 3i$ trong mặt phẳng phức Oxy . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\triangle MNP$ vuông.
 B. $\triangle MNP$ đều.
 C. $\triangle MNP$ cân.
 D. $\triangle MNP$ vuông cân.

Lời giải.

Ta có $M(1; 1)$, $N(8; 1)$, $P(1; -3)$.

Dễ dàng tính được $MN = 7$, $NP = \sqrt{65}$, $MP = 4$ và $MN^2 + MP^2 = NP^2$.

Vậy tam giác MNP vuông tại M .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 660. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Số phức $z = 2018i$ là số thuần ảo.
 B. Số 0 không phải là số thuần ảo.
 C. Số phức $z = 5 - 3i$ có phần thực bằng 5, phần ảo bằng -3 .
 D. Điểm $M(-1; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$.

Lời giải.

Số 0 vừa là số thực, vừa là số thuần ảo.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 661. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$.

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$.
 B. $\bar{z} = -2 - 3i$.
 C. $\bar{z} = 2 - 3i$.
 D. $\bar{z} = -3 - 2i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 3 - 2i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 662. Cho số phức z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $A(3; -4)$. Tính $|z|$.

- A. 25.
 B. $\sqrt{5}$.
 C. 10.
 D. 5.

Lời giải.

Theo đề bài suy ra $z = 3 - 4i$. Từ đó $|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 663. Trong mặt phẳng phức Oxy , điểm $A(-2; 1)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A. $z = 2 - i$.
 B. $z = -2 + i$.
 C. $z = 2 + i$.
 D. $z = -2 - i$.

Lời giải.

Điểm $A(-2; 1)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -2 + i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 664. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của $\bar{z}$.

- A. Phần thực là 2, phần ảo là $-2i$.
 B. Phần thực là 3, phần ảo là -2 .
 C. Phần thực là 3, phần ảo là $2i$.
 D. Phần thực là 3, phần ảo là 2.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 3 + 2i$, vậy z có phần thực là 3, phần ảo là 2.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 665. Tìm phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$.

A. 2.

B. 3.

C. i .D. $2i$.**Lời giải.**

Phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$ là 2.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 666. Cho số phức $z = -2 + 3i$. Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. -3.

B. 3.

C. $-3i$.D. $3i$.**Lời giải.**

Ta có $\bar{z} = \overline{-2 + 3i} = -2 - 3i$. Phần ảo cần tìm là -3.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 667. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

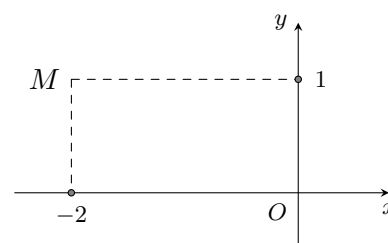
A. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số thực không âm.B. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số phức.C. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số thực dương.D. Với mọi số phức z , $|z|$ là một số thực.**Lời giải.**

Với mọi số phức z thì $|z|$ là một số thực không âm nên $|z|$ là số thực hay $|z|$ là số phức.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 668.

Điểm M trong hình vẽ bên là biểu diễn số phức z . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2z = -4 + i$.B. $2z = -4 + 2i$.C. $2z = 4 - 2i$.D. $2z = 2 - 4i$.**Lời giải.**

Theo hình vẽ, ta có $z = -2 + i \Rightarrow 2z = -4 + 2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 669. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C là ba điểm lần lượt biểu diễn ba số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Khi đó tam giác ABC

A. đều.

B. vuông.

C. cân.

D. có một góc tù.

Lời giải.

Theo giả thiết, tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(O; 1)$ có $AB = 2$. Suy ra tam giác ABC vuông tại C .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 670. Cho số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$. Tính mô-đun của số phức z

A. $|z| = \sqrt{34}$.B. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$.D. $|z| = 34$.**Lời giải.**

Cách 1 Ta có $z(2-i) + 13i = 1 \Rightarrow |z(2-i)| = |1-13i| \Leftrightarrow |z| \cdot \sqrt{5} = \sqrt{170} \Leftrightarrow |z| = \sqrt{34}$.

Cách 2 Ta có $z(2-i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z(2-i) = 1-13i$

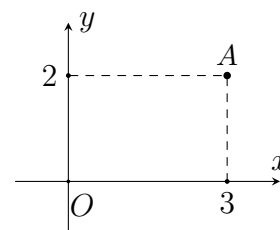
$$\Leftrightarrow z(2-i)(2+i) = (1-13i)(2+i) \Leftrightarrow 5z = 15-25i \Leftrightarrow z = 3-5i$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{34}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 671.

Cho số phức z có điểm biểu diễn là điểm A trong hình vẽ. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.



A. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.

B. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2.

C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng -3i.

D. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2i.

Lời giải.

$$z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 672. Cho số phức $z = 2 + 4i$. Tính hiệu phần thực và phần ảo của z .

A. 2.

B. $2\sqrt{5}$.

C. -2.

D. 6.

Lời giải.

$$z = 2 + 4i \Rightarrow \begin{cases} \text{Phần thực bằng 2} \\ \text{Phần ảo bằng 4} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \text{Hiệu phần thực và phần ảo là } 2 - 4 = -2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 673. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 2 - 3i$.

B. $\bar{z} = -2 - 3i$.

C. $\bar{z} = -2 + 3i$.

D. $\bar{z} = 3 + 2i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = 2 + 3i$ là $\bar{z} = 2 - 3i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 674. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 2i$; M' là điểm biểu diễn số phức $z' = \frac{3i}{2}z$. Tính diện tích tam giác OMM' .

A. $S_{\triangle OMM'} = 4$.

B. $S_{\triangle OMM'} = 6$.

C. $S_{\triangle OMM'} = 3$.

D. $S_{\triangle OMM'} = \frac{15}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } M(2; 2). \text{ Mặt khác } z' = \frac{3i}{2}z = -3 + 3i \Rightarrow M'(-3; 3).$$

$$\text{Tam giác } OMM' \text{ có } \overrightarrow{OM} = (2; 2), \overrightarrow{OM'} = (-3; 3) \Rightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OM'} = 2 \cdot (-3) + 2 \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow OM \perp OM'.$$

$$\text{Diện tích tam giác } OMM' \text{ là } S_{\triangle OMM'} = \frac{1}{2} OM \cdot OM' = \frac{1}{2} \cdot |z| \cdot |z'| = 6.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 675. Cho số phức $z = 3 - 4i$. Mô-đun của z bằng

A. 25.

B. 7.

C. -1.

D. 5.

Lời giải.

$$z = 3 - 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 676. Cho số phức $z = -3 + 7i$. Phần ảo của số phức z là?

A. $7i$.

B. 4.

C. 7.

D. -3 .

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = -3 + 7i$ là 7.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 677. Trong mặt phẳng toạ độ, điểm $M(-3; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z = 3 + 2i$.

B. $z = -3 + 2i$.

C. $z = -3 - 2i$.

D. $z = 3 - 2i$.

Lời giải.

$M(-3; 2)$ được biểu diễn bởi số phức $z = -3 + 2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 678. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .

B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

D. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .

Lời giải.

$z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$.

Vậy phần thực của $\bar{z}$ bằng 3 và phần ảo bằng -2 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 679.

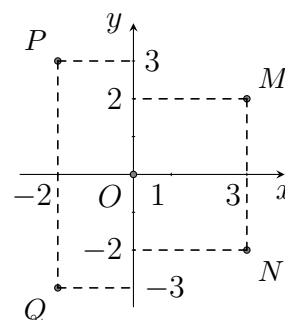
Trong các điểm ở hình bên, điểm nào là điểm biểu diễn cho số phức $z = 3 - 2i$?

A. P.

B. M.

C. Q.

D. N.



Lời giải.

Điểm N là điểm biểu diễn cho số phức $z = 3 - 2i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 680.

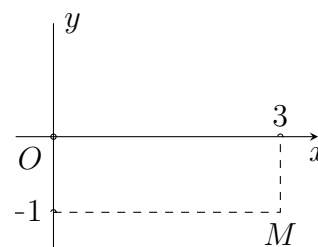
Điểm M trong hình là điểm biểu diễn số phức nào?

A. $z = (1 + 2i)(1 - i)$.

B. $2z - 6 = (1 - i)^2$.

C. $z = \frac{1+i}{1-i}$.

D. $z = (1 + i)(2 - 3i)$.



Lời giải.

Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - i$, do đó:

① $z = (1 + 2i)(1 - i) = 3 + i$ loại.

② $2z - 6 = (1 - i)^2 = -2i \Rightarrow z = 3 - i$ thỏa mãn.

③ $z = \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{2} = i$ loại.

④ $z = (1 + i)(2 - 3i) = 5 - i$ loại.

Chọn đáp án (B)

□

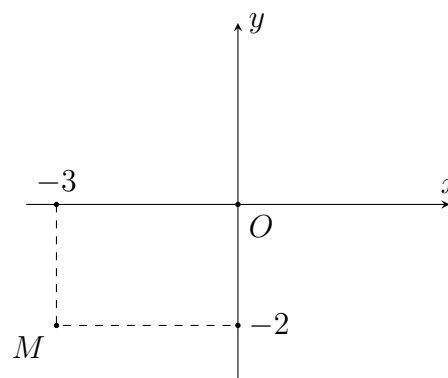
Câu 681. Điểm M trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức

A. $z = -3 + 2i$.

B. $z = 3 + 2i$.

C. $z = -3 - 2i$.

D. $z = 3 - 2i$.



Lời giải.

Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 - 2i$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 682. Phần thực của số phức $z = 1 - 2i$ là

A. -2 .

B. -1 .

C. 1 .

D. 3 .

Lời giải.

Số phức $z = 1 - 2i$ có phần thực là 1 .

Chọn đáp án (C)

□

Câu 683. Cho số phức $z = 11 + i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z là điểm nào dưới đây?

A. $Q(-11; 0)$.

B. $M(11; 1)$.

C. $P(11; 0)$.

D. $N(11; -1)$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 11 - i$ nên có điểm biểu diễn là $N(11; -1)$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 684. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z = z - 1$. Môđun của z bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. 1 .

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

$$(2 + 3i)z = z - 1 \Leftrightarrow (1 + 3i)z = -1 \Leftrightarrow |1 + 3i| \cdot |z| = 1 \Rightarrow |z| = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 685.

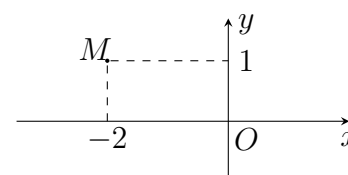
Trong mặt phẳng Oxy , điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là

A. $-2 + i$.

B. $1 - 2i$.

C. $-2 - i$.

D. $1 + 2i$.



Lời giải.

Ta có $M(-2; 1)$ nên điểm M là điểm biểu diễn số phức $z = -2 + i$. Do đó $\bar{z} = -2 - i$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 686. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = -4 - 3i$. Tìm a, b .

A. $a = -4, b = 3$.

B. $a = -4, b = -3i$.

C. $a = -4, b = -3$.

D. $a = 4, b = 3$.

Lời giải.

Số phức $z = -4 - 3i$ có phần thực là $a = -4$, phần ảo là $b = -3$.

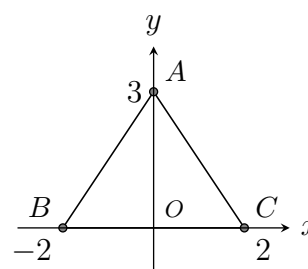
Chọn đáp án **C**

□

Câu 687.

Cho tam giác ABC như hình vẽ. Biết trọng tâm G của tam giác ABC là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. 1. B. -1. C. $-i$. D. i .



Lời giải.

Theo giả thiết, ta có $A(0; 3)$, $B(-2; 0)$, $C(2; 0)$.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(0; 1)$ nên $z = i \Rightarrow \bar{z} = -i$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 688. Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. 1. B. -5. C. 5. D. -1.

Lời giải.

Ta có $z = 3 + 2i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức z là $3 + 2 = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 689. Số phức $z = 15 - 3i$ có phần ảo bằng

- A. 15. B. 3. C. -3. D. $3i$.

Lời giải.

Phần ảo là -3.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 690. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tọa độ điểm M biểu diễn cho số phức $z = 3 + 5i$.

- A. $M(3; -5)$. B. $M(-3; -5)$. C. $M(3; 5)$. D. $M(5; 3)$.

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ có điểm biểu diễn là $M(a; b)$. Vậy suy ra điểm M có tọa độ là $(3; 5)$.

Chọn đáp án **C**

□

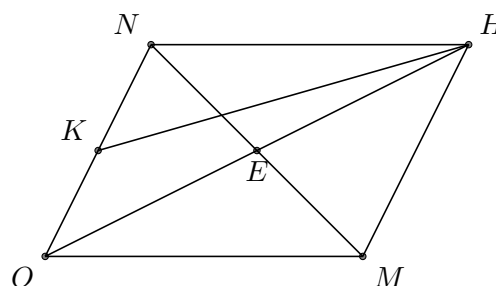
Câu 691. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1| = |z_2| = \sqrt{17}$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết $MN = 3\sqrt{2}$, gọi H là đỉnh thứ tư của hình bình hành $OMHN$ và K là trung điểm của ON . Tính độ dài ℓ của đoạn thẳng KH .

- A. $\ell = \frac{\sqrt{17}}{2}$. B. $\ell = 5\sqrt{2}$. C. $\ell = \frac{3\sqrt{13}}{2}$. D. $\ell = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi E là giao điểm của OH và MN .

$$\begin{aligned} OE^2 &= \frac{OM^2 + ON^2}{2} - \frac{MN^2}{4} \\ &= 17 - \frac{9}{2} = \frac{25}{2} \Rightarrow OH^2 = 4OE^2 = 50 \\ HK^2 &= \frac{HN^2 + HO^2}{2} - \frac{ON^2}{4} = \frac{OM^2 + OH^2}{2} - \frac{ON^2}{4} \\ &= \frac{17 + 50}{2} - \frac{17}{4} = \frac{117}{4} \Rightarrow \ell = HK = \frac{3\sqrt{13}}{2}. \end{aligned}$$

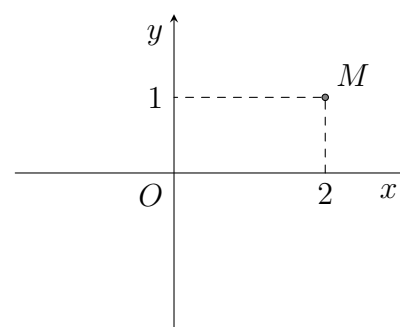


Chọn đáp án **C**

□

Câu 692. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức có phần thực là

- A. 1. B. 2. C. $\sqrt{5}$. D. 3.



Lời giải.

Điểm M biểu diễn số phức $z = 2 + i$. Do đó, phần thực của z là 2.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 693. Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 4i$.

- A. $M(3; 4)$. B. $M(-3; -4)$. C. $M(3; -4)$. D. $M(-3; 4)$.

Lời giải.

Ta có số phức $z = 3 - 4i$ có điểm biểu diễn là $M(3; -4)$.

Chọn đáp án **C**

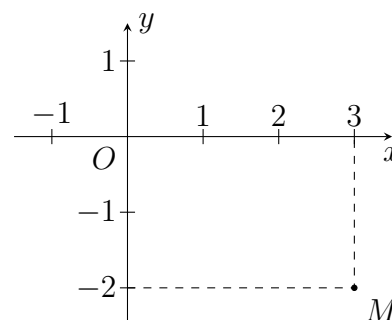
□

Câu 694.

Cho số phức z có biểu diễn hình học là điểm M ở hình vẽ bên.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $z = 3 + 2i$. B. $z = -2 - 3i$.
C. $z = 3 - 2i$. D. $z = -2 + 3i$.



Lời giải.

Điểm $M(3; -2)$ biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$.

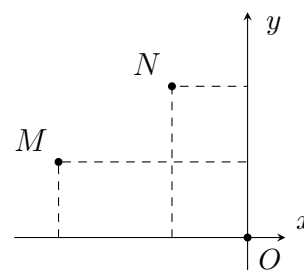
Chọn đáp án **C**

□

Câu 695.

Gọi M và N lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 khác 0. Khi đó khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $|z_1 + z_2| = MN$. B. $|z_2| = ON$.
C. $|z_1 - z_2| = MN$. D. $|z_1| = OM$.



Lời giải.

Gọi $z_1 = a_1 + b_1i \Rightarrow M(a_1, b_1)$, $z_2 = a_2 + b_2i \Rightarrow M(a_2, b_2)$.

Ta có $|z_1 + z_2| = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2}$.

Mà $MN = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}$. Suy ra $|z_1 + z_2| \neq MN$.

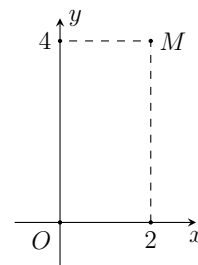
Chọn đáp án **A**

□

Câu 696.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức nào trong 4 số phức được liệt kê dưới đây?

- A. $z = 4 - 2i$. B. $z = 2 + 4i$. C. $z = 4 + 2i$. D. $z = 2 - 4i$.



Lời giải.

Ta có tọa độ $M(2; 4)$, suy ra số phức biểu diễn bởi M là $z = 2 + 4i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 697. Cho số phức $z = 1 + 3i$. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức liên hợp $\bar{z}$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(-1; -3)$. B. $M(1; 3)$. C. $M(1; -3)$. D. $M(-1; 3)$.

Lời giải.

Số phức liên hợp $\bar{z} = 1 - 3i$ nên $M(1; -3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 698. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ là

- A. $M(-1; 2)$. B. $M(-1; -2)$. C. $M(1; -2)$. D. $M(2; 1)$.

Lời giải.

$\bar{z} = 1 - 2i$. Suy ra điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ là $M(1; -2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 699. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$.

- A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$. B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$. D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2 .

Lời giải.

Theo định nghĩa thì số phức $z = 3 + 2i$ có phần thực và phần ảo tương ứng là 3 và 2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 700. Cho số phức $z = \cos \varphi + i \sin \varphi$, ($\varphi \in \mathbb{R}$). Tìm mô-đun của z .

- A. $|\cos \varphi| + |\sin \varphi|$. B. 1 . C. $|\cos \varphi + \sin \varphi|$. D. $|\cos 2\varphi|$.

Lời giải.

Ta có $z = \cos \varphi + i \sin \varphi = 1(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ nên $r = 1$.

Vậy $|z| = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 701. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $(2 + i)z + \frac{15 - 5i}{1 - i} = 20$.

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 7$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = 1$.

Lời giải.

Ta có $(2 + i)z + \frac{15 - 5i}{1 - i} = 20 \Leftrightarrow z = 3 - 4i \Rightarrow |z| = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 702. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; -3)$ biểu diễn số phức z_A , điểm B biểu diễn số phức $z_B = (1 + i)z_A$. Tính diện tích S của tam giác OAB .

- A. $S = \frac{11}{2}$. B. $S = \frac{13}{2}$. C. $S = \frac{17}{2}$. D. $S = \frac{15}{2}$.

Lời giải.

Ta có $z_A = 2 - 3i \Rightarrow z_B = 5 - i \Rightarrow B(5; -1)$.

Trong không gian $Oxyz$, ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OA} = (2; -3; 0) \\ \overrightarrow{OB} = (5; -1; 0) \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}| = \frac{13}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 703. Cho hai số phức z_1, z_2 thuộc tập hợp $S = \{z \in \mathbb{C} : |iz - 2 - 3i| = 2\}$ và thỏa mãn $z_1 + z_2 = 4 - 2i$. Tính $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $A = 6$.

B. $A = 14$.

C. $A = 8$.

D. $A = 12$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 .

Gọi E là trung điểm MN .

Ta có

$$\begin{aligned} |iz - 2 - 3i| &= 2 \\ \Leftrightarrow |i \cdot (z - 3 + 2i)| &= 2 \\ \Leftrightarrow |z - 3 + 2i| &= 2. \end{aligned} \quad (1)$$

Từ (1) ta thấy M, N thuộc đường tròn tâm $I(3; -2)$ bán kính $R = 2$.

Ta có $E(2; -1) \Rightarrow \overrightarrow{EI} = (1; -1) \Rightarrow EI = \sqrt{2} \Rightarrow MN = 2\sqrt{2}$.

Trong $\triangle OMN$, ta có

$$\begin{aligned} OE^2 &= \frac{OM^2 + ON^2}{2} - \frac{MN^2}{4} \\ \Rightarrow OM^2 + ON^2 &= 14. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 704. Cho các số phức $z_1 = 1 + 3i, z_2 = -2 + 2i, z_3 = -1 - i$ được biểu diễn lần lượt bởi các điểm A, B, C trên mặt phẳng phức. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Khi đó điểm M biểu diễn số phức

A. $z = 6i$.

B. $z = -6i$.

C. $z = 2$.

D. $z = -2$.

Lời giải.

Tọa độ $A(1; 3), B(-2; 2), C(-1; -1)$. Gọi tọa độ điểm $M(x; y)$.

$\overrightarrow{AM} = (x - 1; y - 3), \overrightarrow{AB} = (-3; -1), \overrightarrow{AC} = (-2; -4)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = -3 - (-2) \\ y - 3 = (-1) - (-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow z = 6i$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 705. Tìm tọa độ điểm biểu diễn hình học của số phức $z = 8 - 9i$.

A. $(8; 9)$.

B. $(8; -9)$.

C. $(-9; 8)$.

D. $(8; -9i)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = 8 - 9i$ là $(8; -9)$.

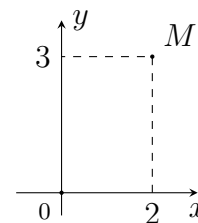
Chọn đáp án (B) □

Câu 706.

Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức $\bar{z}$.

Số phức z bằng

- A. $2 + 3i$. B. $3 + 2i$.
C. $2 - 3i$. D. $3 - 2i$.



Lời giải.

Từ hình vẽ, ta thấy điểm M biểu diễn của số phức $2 + 3i$, do đó từ giả thiết suy ra $\bar{z} = 2 + 3i$.

Vậy, $z = 2 - 3i$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 707. Tìm phần thực của số phức $z = 1 - 2i$.

- A. -2 . B. -1 . C. 1 . D. 3 .

Lời giải.

Phần thực của số phức $z = 1 - 2i$ là 1 .

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 708. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = |\bar{z}i + 3i|$. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình

- A. $6x + 4y - 5 = 0$. B. $6x - 4y = 0$. C. $6x - 4y + 5 = 0$. D. $6x + 4y + 5 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$, ta có $|z - 2i| = |\bar{z}i + 3i| \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = y^2 + (x + 3)^2 \Leftrightarrow 6x + 4y + 5 = 0$.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 709. Số phức $z = 2 - 3i$ có số phức liên hợp là

- A. $3 - 2i$. B. $2 + 3i$. C. $-2 + 3i$. D. $3 + 2i$.

Lời giải.

$\bar{z} = \overline{2 - 3i} = 2 + 3i$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 710. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2 và phần ảo là $-3i$.
B. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2 và phần ảo là -3 .
C. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2 và phần ảo là $3i$.
D. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực là 2 và phần ảo là 3 .

Lời giải.

Một số phức $z = a + bi$ thì a là phần thực, b là phần ảo và i là đơn vị ảo.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 711. Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là

- A. $\bar{z} = -6 + 4i$. B. $\bar{z} = 4 + 6i$. C. $\bar{z} = 6 + 4i$. D. $\bar{z} = -6 - 4i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $6 - 4i$ là $6 + 4i$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 712. Mô-đun của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

- A. 1 . B. 13 . C. $\sqrt{13}$. D. 5 .

Lời giải.

Số phức $z = 3 - 2i$ có mô-đun là $|z| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 713. Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của số phức $z = 1 + i$.

A. Phần thực là 1, phần ảo là -1 .

B. Phần thực là 1, phần ảo là $-i$.

C. Phần thực là 1, phần ảo là 1.

D. Phần thực là 1, phần ảo là i .

Lời giải.

$\bar{z} = 1 - i$, phần thực bằng 1, phần ảo bằng -1 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 714. Cho số phức z thay đổi, thỏa mãn $|z - i| = |z - 1 + 2i|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $\omega = z + 2i$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $x - 4y + 3 = 0$.

B. $x + 3y + 4 = 0$.

C. $x - 3y + 4 = 0$.

D. $-x + 3y + 4 = 0$.

Lời giải.

Đặt $\omega = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó, $z = \omega - 2i = x + (y - 2)i$. Suy ra $|z - i| = |z - 1 + 2i| \Leftrightarrow |x + (y - 3)i| = |x - 1 + yi|$, hay tương đương với $x^2 + (y - 3)^2 = (x - 1)^2 + y^2 \Leftrightarrow x - 3y + 4 = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 715. Mô-đun của số phức $w = a + 2i$ với $a \in \mathbb{R}$ bằng bao nhiêu?

A. $|w| = \sqrt{a + 2}$.

B. $|w| = \sqrt{a^2 - 4}$.

C. $|w| = \sqrt{a^2 + 4}$.

D. $|w| = a^2 + 4$.

Lời giải.

Số phức $w = a + 2i$ có mô-đun là $|w| = \sqrt{a^2 + 4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 716.

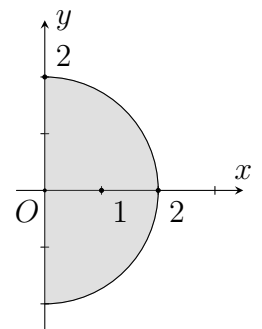
Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ là nửa hình tròn tâm $O(0; 0)$ bán kính $R = 2$ (phần tô đậm, kể cả đường giới hạn) như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $x \geq 0$ và $|z| = \sqrt{2}$.

B. $y \geq 0$ và $|z| = 2$.

C. $x \geq 0$ và $|z| \leq 2$.

D. $y \geq 0$ và $|z| \leq 2$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ trên ta thấy số phức z có phần thực không âm và $|z| \leq 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 717.

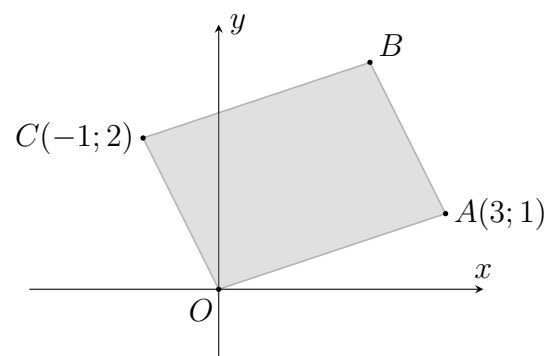
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC$ có tọa độ điểm $A(3; 1)$, $C(-1; 2)$ (như hình vẽ bên). Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là điểm B ?

A. $w_1 = -2 + 3i$.

B. $w_2 = 2 + 3i$.

C. $w_3 = 4 - i$.

D. $w_4 = -4 + i$.



Lời giải.

Do $OABC$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}. \quad (1)$$

Mà $\overrightarrow{OA} = (3; 1)$ và $\overrightarrow{OC} = (-1; 2)$ nên từ (1) suy ra

$$\overrightarrow{OB} = (2; 3). \quad (2)$$

Từ (2) suy ra điểm $B(2; 3)$ hay điểm B là điểm biểu diễn của số phức $w_2 = 2 + 3i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 718. Cho tập $X = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$ có phần thực, phần ảo đều thuộc X và có tổng $x + y \leq 10$?

A. 20.

B. 10.

C. 15.

D. 24.

Lời giải.

Xét số phức $z = x + yi$ ($x, y \in X$).

Vì số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $x + y \leq 10$ nên ta xét các trường hợp sau

① $(x; y) \in \{(1; 3), (1; 5), (1; 7), (1; 9), (3; 5), (3; 7)\}$, có $2 \times 6 = 12$ số phức thỏa mãn.

② $(x; y) \in \{(1; 1), (3; 3), (5; 5)\}$, có 3 số phức thỏa mãn.

Vậy có $12 + 3 = 15$ số phức thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 719. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 - 3i$.

A. 1 và $-3i$.

B. 1 và -3 .

C. -3 và 1.

D. 1 và 3.

Lời giải.

Phần thực là 1 và phần ảo là -3 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 720. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn M là

A. $M(-5; -4)$.

B. $M(5; -4)$.

C. $M(5; 4)$.

D. $M(-5; 4)$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 5 + 4i$ suy ra $M(5; 4)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 721. Cho số phức $z = 2 - i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Phần thực bằng 2.

B. Phần thực bằng -1 .

C. Phần thực bằng 1.

D. Phần ảo bằng 2.

Lời giải.

Số phức $z = 2 - i$ có phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -1 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 722. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M biểu diễn số phức $z = 4 - i$ là

A. $M(4; 1)$.

B. $M(-4; 1)$.

C. $M(4; -1)$.

D. $M(-4; -1)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = 4 - i$ là $M(4; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 723. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức z là

A. $\bar{z} = -3 + 2i$.

B. $\bar{z} = 2 + 3i$.

C. $\bar{z} = -2 + 3i$.

D. $\bar{z} = -2 - 3i$.

Lời giải.

$$z = 2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 3i.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 724. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - i| = 2$ là

- A. đường tròn $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$.
 B. đường tròn tâm $I(2; -1)$ và bán kính $R = 2$.
 C. đường thẳng $x - y - 2 = 0$.
 D. đường thẳng $x + y - 2 = 0$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $|z + 2 - i| = 2 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - i| = 2$ là đường tròn $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 725. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z có phần thực bằng 3 là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -3$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Do z có phần thực bằng 3 nên $x = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 726. Điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - 3i$ trên mặt phẳng Oxy là điểm nào sau đây?

- A. $(-2; 3)$. B. $(-3; 2)$. C. $(2; 3)$. D. $(2; -3)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - 3i$ trong mặt phẳng Oxy là $(2; -3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 727. Cho số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(-1; 5)$. Tính mô-đun của z .

- A. $|z| = \sqrt{26}$. B. $|z| = 4$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = \sqrt{24}$.

Lời giải.

Điểm $M(-1; 5)$ biểu diễn của số phức $z = -1 + 5i$.

Vậy mô-đun của z là $|z| = \sqrt{26}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 728. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 - i$ là

- A. 2. B. -1. C. -2. D. 3.

Lời giải.

Ta có phần thực của z bằng 3 và phần ảo của z bằng -1 . Do đó tổng phần thực và phần ảo là 2.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 729. Cho số phức $z = a + (a - 5)i$ với $a \in \mathbb{R}$. Tìm a để điểm biểu diễn của số phức nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai và thứ tư

- A. $a = -\frac{1}{2}$. B. $a = \frac{5}{2}$. C. $a = 0$. D. $a = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Để thỏa mãn bài toán suy ra $a - 5 = -a \Leftrightarrow 2a - 5 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 730. Cho cho hai số phức $z = 3 + 2i$ và $w = 3 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. $|z| > |w|$.
 B. $|z| = |w|$.
 C. Nếu A và B theo thứ tự là hai điểm biểu diễn của z và w trên hệ tọa độ Oxy thì $AB = |z - w|$.
 D. Số phức z là số phức liên hợp của số phức w .

Lời giải.

Do $|z| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ và $|w| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$ nên $|z| = |w|$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 731. Trong hệ tọa độ Oxy , cho điểm M biểu diễn số phức $z = -2 + 3i$. Gọi N là điểm thuộc đường thẳng $y = 3$ sao cho tam giác OMN cân tại O . Điểm N là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $z = 3 - 2i$. B. $z = -2 - 3i$. C. $z = 2 + 3i$. D. $z = -2 + i$.

Lời giải.

Do giả thiết suy ra tọa độ $M(-2; 3)$ nên M thuộc đường thẳng $y = 3$. Vì tam giác OMN cân tại O suy ra N đối xứng với M qua Oy nên tọa độ điểm $N(2; 3)$. Khi đó điểm N là biểu diễn của số phức $z = 2 + i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 732. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên hệ tọa độ Oxy . Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

- A. $(1; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(0; 0)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải.

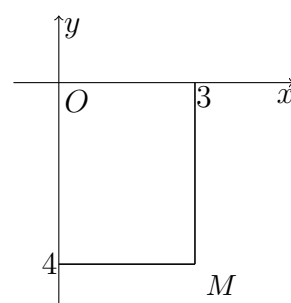
Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i \end{cases}$. Không mất tính tổng quát giả sử $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - 2i$ do

đó tọa độ điểm $M(1; 2)$ và $N(1; -2)$. Gọi I là trung điểm của MN ta suy ra tọa độ $I(1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 733. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .
 B. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
 C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
 D. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

**Lời giải.**

Dựa vào hình vẽ ta được số phức $z = 3 - 4i$. Vậy số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 734. Cho số phức $z = 4 - 3i$. Điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng phức là

- A. $M(4; 3)$. B. $M(-4; 3)$. C. $M(4; -3)$. D. $M(-3; 4)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng phức là $M(4; -3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 735. Tìm hai số thực x, y thỏa mãn $2 + (5 - y)i = (x - 1) + 5i$.

- A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -6 \\ y = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

$$2 + (5 - y)i = (x - 1) + 5i \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = x - 1 \\ 5 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 736. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm A là điểm biểu diễn số phức $z = 1 + 2i$, B là điểm thuộc đường thẳng $y = 2$ sao cho tam giác OAB cân tại O . Điểm B là điểm biểu diễn của số phức nào trong các số phức dưới đây?

- A. $-3 + 2i$. B. $-1 + 2i$. C. $3 + 2i$. D. $1 - 2i$.

Lời giải.

$z = 1 + 2i \Rightarrow A(1; 2)$; điểm B thuộc đường thẳng $y = 2 \Rightarrow B(a; 2)$. Tam giác OAB cân tại $O \Leftrightarrow OA = OB \Leftrightarrow 5 = a^2 + 4 \Leftrightarrow a = \pm 1$. Vậy điểm B biểu diễn cho số phức $z = \pm 1 + 2i$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 737. Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = -3 + 2i$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

- A. 1. B. -1. C. -4. D. -7.

Lời giải.

Ta có $a = -3, b = 2$ nên $a + 2b = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 738. Số phức z thỏa mãn $\bar{z} = -3 - 2i$ là

- A. $z = 3 + 2i$. B. $z = -3 - 2i$. C. $z = -3 + 2i$. D. $z = 3 - 2i$.

Lời giải.

Dễ thấy ngay $z = \bar{\bar{z}} = \overline{-3 - 2i} = -3 + 2i$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 739. Mô-đun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

- A. 1. B. 7. C. 5. D. $\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 740. Cho số phức z thỏa mãn $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$. Mô-đun của số phức z bằng

- A. 2. B. 1. C. 16. D. 4.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned}
 a + bi - 4 &= (1 + i)\sqrt{a^2 + b^2} - (4 + 3a + 3bi)i \\
 \Leftrightarrow a - 4 + bi &= \sqrt{a^2 + b^2} + i\sqrt{a^2 + b^2} - (4 + 3a)i + 3b \\
 \Leftrightarrow a - 3b - \sqrt{a^2 + b^2} - 4 + (b - \sqrt{a^2 + b^2} + 3a + 4)i &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b - \sqrt{a^2 + b^2} - 4 = 0 \\ 3a + b - \sqrt{a^2 + b^2} + 4 = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b - \sqrt{a^2 + b^2} - 4 = 0 \\ 2a + 4b + 8 = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} -2b - 4 - 3b - \sqrt{(-2b - 4)^2 + b^2} - 4 = 0 \\ a = -2b - 4 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(-2b - 4)^2 + b^2} = 5b + 8 \\ a = -2b - 4 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 5b^2 + 16b + 16 = 25b^2 + 80b + 64 \\ a = -2b - 4 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 20b^2 + 64b + 48 = 0 \\ a = -2b - 4 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{6}{5} \\ a = -\frac{8}{5} \\ b = -2 \\ a = 0 \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Với cả hai trường hợp ta đều có $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 741. Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng có phương trình là

A. $y = x + 7$.

B. $y = 7$.

C. $x = 7$.

D. $y = x$.

Lời giải.

Các điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$, $b \in \mathbb{R}$ có tọa độ $M_b = (7; b)$, $b \in \mathbb{R}$. Tập hợp các điểm M_b là đường thẳng $x = 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 742. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho các điểm $A(4; 0)$, $B(1; 4)$ và $C(1; -1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Biết rằng G là điểm biểu diễn số phức z . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $z = 3 - \frac{3}{2}i$.

B. $z = 3 + \frac{3}{2}i$.

C. $z = 2 - i$.

D. $z = 2 + i$.

Lời giải.

G là trọng tâm của tam giác ABC suy ra $G\left(\frac{4+1+1}{3}; \frac{0+4+(-1)}{3}\right) = (2; 1)$.

Vậy G là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 743. Cho các số phức $z_1 = 3i$, $z_2 = -1 - 3i$ và $z_3 = m - 2i$. Tập giá trị của tham số m để số phức z_3 có mô-đun nhỏ nhất trong 3 số phức đã cho là

A. $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.

B. $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.

C. $\{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$.

D. $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} |z_3| < |z_1| \\ |z_3| < |z_2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4 < 9 \\ m^2 + 4 < 10 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 < 5 \Leftrightarrow -\sqrt{5} < m < \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 744. Cho số phức $z = 3 - 5i$. Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của z . Tính $S = a + b$.

A. $S = -8$.

B. $S = 8$.

C. $S = 2$.

D. $S = -2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a = 3, b = -5 \Rightarrow S = a + b = -2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 745. Cho số phức $z = 7 - 5i$. Tìm phần thực a của z .

A. $a = -7$.

B. $a = 5$.

C. $a = -5$.

D. $a = 7$.

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ có phần thực là a nên số phức $z = 7 - 5i$ có phần thực là 7.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 746. Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 2 + yi = -2 + 5i$.

A. $x = 0, y = 5$.

B. $x = -2, y = 5$.

C. $x = 2, y = 5$.

D. $x = 2, y = -5$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } x^2 - 2 + yi = -2 + 5i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = -2 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 747. Trên mặt phẳng phức, cho điểm A biểu diễn số phức $-2 + 3i$, điểm B biểu diễn số phức $4 - 5i$. Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó, điểm M biểu diễn số phức nào trong các số phức sau

A. $3 - 4i$.

B. $3 + 4i$.

C. $1 + i$.

D. $1 - i$.

Lời giải.

Ta có $A(-2; 3), B(4; -5)$. M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(1; -1)$. Vậy M biểu diễn số phức $1 - i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 748. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (1 - i)(3 + 2i)$.

A. $\bar{z} = -5 + i$.

B. $\bar{z} = 5 - i$.

C. $\bar{z} = 5 + i$.

D. $\bar{z} = -5 - i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = (1 - i)(3 + 2i) = 5 - i, \text{ suy ra } \bar{z} = 5 + i.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 749. Tính mô-đun của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $|z| = 7$.

B. $|z| = \sqrt{7}$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = 25$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 750. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng tọa độ, N là điểm đối xứng của M qua Oy (M, N không thuộc các trục tọa độ). Số phức ω có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là N . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\omega = -z$. B. $\omega = -\bar{z}$. C. $\omega = \bar{z}$. D. $|\omega| > |z|$.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$, N là điểm đối xứng của M qua Oy .

Khi đó $N(-x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $\omega = -x + yi = -(x - yi) = -\bar{z}$.

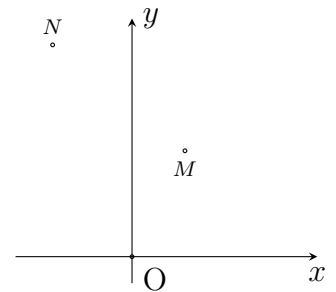
Chọn đáp án **B**

□

Câu 751.

Cho số phức z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là M , biết z^2 có điểm biểu diễn là N như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|z| < 1$. B. $1 < |z| < 3$. C. $3 < |z| < 5$. D. $|z| > 5$.



Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}^+$ và $a < b$. Khi đó $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$.

Từ hình vẽ ta thấy

$$\begin{aligned} & \begin{cases} a^2 - b^2 < 0 \\ 2ab > 2b \\ a^2 - b^2 > -a \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a > 1 \\ b < \sqrt{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & 1 < a < b < \sqrt{2} \end{aligned}$$

Vậy $1 < |z| < 3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 752. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trong mặt phẳng phức, I là trung điểm MN , O là gốc tọa độ (3 điểm O, M, N phân biệt và không thẳng hàng). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|z_1 + z_2| = 2OI$. B. $|z_1 + z_2| = OI$.
C. $|z_1 - z_2| = OM + ON$. D. $|z_1 - z_2| = 2(OM + ON)$.

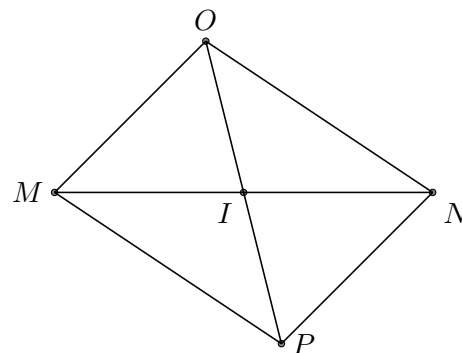
Lời giải.

Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $z_1 + z_2$.

Khi đó $OMPN$ là hình bình hành nên $2OI = OP = |z_1 + z_2|$.

$|z_1 - z_2| = MN$ và $MN \neq OM + ON$, $MN \neq 2(OM + ON)$.

Vậy đáp số đúng là $|z_1 + z_2| = 2OI$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 753. Tìm số phức z có điểm biểu diễn là $(-2; 9)$.

A. $z = -2i + 9i$.

B. $z = -2i + 9$.

C. $z = -2x + 9yi$.

D. $z = -2 + 9i$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ là $(a; b)$, với a, b là số thực.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 754. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-5i| = 6$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(-2; 5)$ và $R = 36$.

B. $I(-2; 5)$ và $R = 6$.

C. $I(2; -5)$ và $R = 36$.

D. $I(2; -5)$ và $R = 6$.

Lời giải.

Gọi $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z + 2 - 5i| = 6 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 36$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn z là đường tròn có tâm $I(-2; 5)$ và bán kính $R = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 755. Số phức liên hợp của số phức $z = 7i + 2$ là

A. $\bar{z} = 7i - 2$.

B. $\bar{z} = 2 - 7i$.

C. $\bar{z} = -2 - 7i$.

D. $\bar{z} = 2 + 7i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$ với $(a, b \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 756. Mô-đun của số phức $z = a - 2i$ là

A. $|z| = \sqrt{a^2 + 4}$.

B. $|z| = \sqrt{a^2 - 4}$.

C. $|z| = z + 2$.

D. $|z| = \sqrt{a + 2}$.

Lời giải.

$$|z| = \sqrt{a^2 + (-2)^2} = \sqrt{a^2 + 4}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 757. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 5 - 4i$.

A. Phần thực là 5, phần ảo là 4i.

B. Phần thực là 5, phần ảo là $-4i$.

C. Phần thực là 5, phần ảo là -4 .

D. Phần thực là 5, phần ảo là 4.

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có phần thực là a và phần ảo là b .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 758. Cho số phức $z = -4 - 6i$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Tung độ của điểm M là

A. 4.

B. -6.

C. 6.

D. -4.

Lời giải.

Có $z = -4 - 6i \Rightarrow \bar{z} = -4 + 6i$, suy ra điểm biểu diễn của $\bar{z}$ là $M(-4; 6)$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 759. Cho số phức $z = 7 - i\sqrt{5}$. Phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

A. 7 và $\sqrt{5}$.B. -7 và $\sqrt{5}$.C. 7 và $i\sqrt{5}$.D. 7 và $-\sqrt{5}$.**Lời giải.**

Có $\bar{z} = 7 + i\sqrt{5}$, có phần thực là 7, phần ảo là $\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 760. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Số phức $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ được gọi là số thuần ảo (hay số ảo) khi $a = 0$.

B. Số i được gọi là đơn vị ảo.

C. Mỗi số thực a được coi là một số phức với phần ảo bằng 0.

D. Số 0 không phải là số ảo.

Lời giải.

Số 0 vừa là số thực, vừa là số thuần ảo.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 761. Phần thực của số phức $z = 3 + 2i$ bằng

A. $\sqrt{13}$.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Phần thực của số phức $3 + 2i$ là 3.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 762. Số phức nào sau đây là số thuần ảo?

A. $z = 3i$.B. $z = \sqrt{3} + i$.C. $z = -2 + 3i$.D. $z = -2$.**Lời giải.**

Vì $z = 3i$ có phần thực bằng 0 và phần ảo bằng $3 \neq 0$ nên $z = 3i$ là số thuần ảo.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 763.

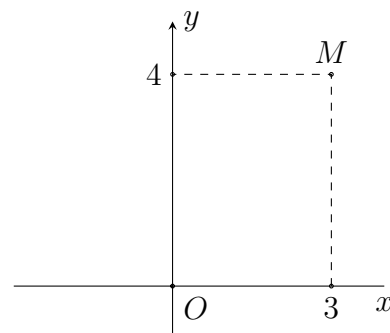
Trong mặt phẳng phức, cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. Số phức z có phần ảo bằng 4.

B. $\bar{z} = 3 - 4i$.

C. $|z| = 5$.

D. $z - \bar{z} = 6$.

**Lời giải.**

Ta có $z = 3 + 4i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 4i$, do đó $z - \bar{z} = 8i$.

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 764. Trong mặt phẳng phức, cho hai điểm $A(-3; 5)$, $B(2; 4)$. Trung điểm M của đoạn AB là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $z = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2}i$.

B. $z = \frac{9}{2} - \frac{1}{2}i$.

C. $z = 9 - i$.

D. $z = -1 + 9i$.

Lời giải.

Tọa độ điểm M là $\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$. Suy ra, điểm M biểu diễn số phức $z = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2}i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 765. Số phức $z = 12 - 3i$ có phần thực và phần ảo lần lượt bằng

A. -12 và 3 .

B. 12 và 3 .

C. -3 và 12 .

D. 12 và -3 .

Lời giải.

Số phức $z = 12 - 3i$ có phần thực là 12 và phần ảo là -3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 766. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $(x + y) + (2x - y)i = 3 - 6i$.

A. $x = -1; y = -4$.

B. $y = -1; x = 4$.

C. $x = -1; y = 4$.

D. $x = 1; y = -4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 767. Mô-đun của số phức $z = m - 2i$ ($m \in \mathbb{R}$) là

A. $\sqrt{m^2 - 2}$.

B. $\sqrt{m^2 + 2}$.

C. $\sqrt{m^2 - 4}$.

D. $\sqrt{m^2 + 4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{m^2 + 4}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 768. Trong mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 4i$ là

A. $M(3; -4)$.

B. $M(-3; -4)$.

C. $M(-3; 4)$.

D. $M(3; 4)$.

Lời giải.

$M(-3; 4)$ là điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 4i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 769. Gọi A, B, C là các điểm trong mặt phẳng Oxy theo thứ tự biểu diễn các số phức $2 + 3i$, $3 + i$, $1 + 2i$. Trọng tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức z . Tìm z .

A. $z = 1 + i$.

B. $z = 1 - i$.

C. $z = 2 - 2i$.

D. $z = 2 + 2i$.

Lời giải.

Ta có: $A(2; 3), B(3; 1), C(1; 2) \Rightarrow G(2; 2)$ là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 2i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 770. Trong mặt phẳng Oxy , số phức $z = 2i - 1$ được biểu diễn bởi điểm M có tọa độ là

A. $(1; -2)$.

B. $(2; 1)$.

C. $(2; -1)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải.

Số phức $z = -1 + 2i$ có điểm biểu diễn $M(-1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 771. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$.

A. $\bar{z} = 3 - 2i$.

B. $\bar{z} = -3 - 2i$.

C. $\bar{z} = 2 - 3i$.

D. $\bar{z} = -2 - 3i$.

Lời giải.

Ta có số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là $\bar{z} = 3 - 2i$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 772. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $M(3; -2)$ là điểm biểu diễn cho số phức nào sau đây?

- A. $z = 2 - 3i$. B. $z = 2 + 3i$. C. $z = 3 - 2i$. D. $z = -3 + 2i$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $M(3; -2)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z = 3 - 2i$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 773. Cho số phức $\bar{z} = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

- A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2. B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 . D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 3 - 2i \Rightarrow z = 3 + 2i$.

Từ đó suy ra phần thực của z bằng 3, phần ảo của z bằng 2.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 774. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Tính mô-đun của số phức $\bar{z}$.

- A. 3. B. 1. C. 9. D. $\sqrt{41}$.

Lời giải.

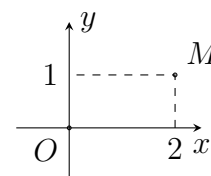
Ta có $\bar{z} = 5 + 4i$, suy ra $|\bar{z}| = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$.

Chọn đáp án **(D)** ☐

Câu 775.

Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là

- A. $2 - i$. B. $1 + 2i$. C. $1 - 2i$. D. $2 + i$.



Lời giải.

Từ hình vẽ suy ra $M(2; 1)$ nên $z = 2 + i$. Vậy $\bar{z} = 2 - i$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 776. Mô-đun của số phức $z = \sqrt{7} - 3i$ là

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 10$. C. $|z| = 16$. D. $|z| = 4$.

Lời giải.

Ta có $z = \sqrt{7} - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + (-3)^2} = 4$.

Chọn đáp án **(D)** ☐

Câu 777. Cho số phức $\bar{z} = 3 - 5i$. Khi đó phần ảo của số phức z là

- A. -5 . B. 5. C. -3 . D. 3.

Lời giải.

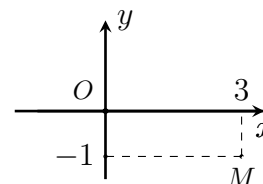
Ta có $\bar{z} = 3 - 5i \Rightarrow z = 3 + 5i$ nên phần ảo của số phức z là 5.

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 778.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

- A. $z = 1 - 3i$. B. $z = -1 + 3i$. C. $z = 3 + i$. D. $z = 3 - i$.



Lời giải.

Điểm $M(3; -1)$ là biểu diễn cho số phức $z = 3 - i$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 779. Cho số phức $z = 2i - 8$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = 2i + 8$. B. $\bar{z} = -2i + 8$. C. $\bar{z} = 2i - 8$. D. $\bar{z} = -2i - 8$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = -2i - 8$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 780. Trong mặt phẳng phức cho các điểm $A(-4; 1)$, $B(1; 3)$, $C(-6; 0)$ lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1 , z_2 , z_3 . Trọng tâm G của tam giác ABC là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A. $-3 + \frac{4}{3}i$. B. $3 + \frac{4}{3}i$. C. $3 - \frac{4}{3}i$. D. $-3 - \frac{4}{3}i$.

Lời giải.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $\begin{cases} x_G = -3 \\ y_G = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(-3; \frac{4}{3}\right)$ là điểm biểu diễn của số phức

$-3 + \frac{4}{3}i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 781. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = \sqrt{13}$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = 13$.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 782. Tính mô-đun của số phức z , biết rằng z vừa là số thực vừa là số thuần ảo.

- A. $|z| = 1$. B. $|z| = 0$.
C. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \forall a, b \in \mathbb{R}$. D. $|z| = i$.

Lời giải.

Do z vừa là số thực vừa là số thuần ảo nên $z = 0$.

Vậy $|z| = |0| = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 783. Điểm nào sau đây là biểu diễn của số phức $z = 2 - 3i$?

- A. $M(2; -3)$. B. $M(-2; -3)$. C. $M(-2; 3)$. D. $M(2; 3)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ là $M(2; -3)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 784. Tìm số phức liên hợp của của số $z = 5 + i$.

- A. $\bar{z} = 5 - i$. B. $\bar{z} = -5 - i$. C. $\bar{z} = 5 + i$. D. $\bar{z} = -5 + i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của của số $a + bi$ là $a - bi$. Do đó $\bar{z} = 5 - i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 785. Cho số phức $z = \sqrt{7} - 3i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = 3$.

C. $|z| = 4$.

D. $|z| = 16$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + (-3)^2} = 4.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 786. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\bar{z}$.

A. $M(1; 1)$.

B. $M(1; -5)$.

C. $M(5; -5)$.

D. $M(5; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w = 3 - 2i + i(3 + 2i) \Leftrightarrow w = 3 - 2i + 3i - 2 \Leftrightarrow w = 1 + i.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 787. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z = 4 - 3i + 2z$. Số phức liên hợp của số phức z là

A. $\bar{z} = 2 + i$.

B. $\bar{z} = -2 + i$.

C. $\bar{z} = -2 - i$.

D. $\bar{z} = 2 - i$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } z = a + bi.$$

$$\text{Ta có: } (1 + 2i)z = 4 - 3i + 2z \Leftrightarrow (-1 + 2i)z = 4 - 3i \Leftrightarrow z = -2 - i.$$

$$\text{Vậy } \bar{z} = -2 + i.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 788. Cho số phức $z = -3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. -1 .

B. $-i$.

C. -5 .

D. $-5i$.

Lời giải.

Số phức $z = -3 - 2i$ có phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 . Tổng phần thực và phần ảo của số phức z là -5 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 789. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính mô-đun của số phức $\bar{z}$.

A. $|\bar{z}| = a^2 + b^2$.

B. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

C. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 - b^2}$.

D. $|\bar{z}| = \sqrt{a + b}$.

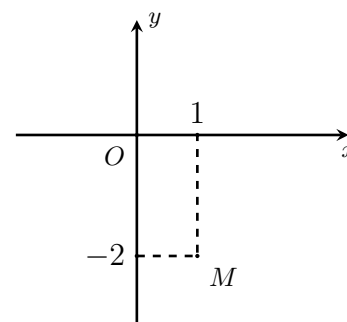
Lời giải.

$$|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 790.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức.



A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$.

B. Phần thực là -2 và phần ảo là 1.

C. Phần thực là -2 và phần ảo là i .

D. Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Lời giải.

Số phức z có phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 791. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. 2 .

B. 3 .

C. $3i$.

D. -3 .

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là -3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 792. Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2 - 3i}$ là

A. $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$.

B. $(4; -1)$.

C. $(2; -3)$.

D. $(3; -2)$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{1}{2 - 3i} = \frac{2 + 3i}{(2 - 3i)(2 + 3i)} = \frac{2 + 3i}{13} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$. Suy ra điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$ là $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 793. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = (1 - i)(2 + i)$, $z_2 = 1 + 3i$, $z_3 = -1 - 3i$. Tam giác ABC là

A. Một tam giác vuông cân.

B. Một tam giác cân (không đều).

C. Một tam giác vuông (không cân).

D. Một tam giác đều.

Lời giải.

Ta có $z_1 = 3 - i$, $z_2 = 1 + 3i$, $z_3 = -1 - 3i$. Điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2, z_3 lần lượt là $A(3; -1)$, $B(1; 3)$, $C(-1; -3)$.

$\Rightarrow AB = \sqrt{(1-3)^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{5}$. Tương tự $BC = 2\sqrt{10}$, $CA = 2\sqrt{5}$. Do $AB = AC (= 2\sqrt{5})$ và $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên tam giác ABC là tam giác vuông cân.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 794. Cho số phức z có phần ảo âm và thỏa mãn $z^2 - 3z + 5 = 0$. Tìm mô-đun của số phức $\omega = 2z - 3 + \sqrt{14}$.

A. $\sqrt{24}$.

B. $\sqrt{17}$.

C. 4 .

D. 5 .

Lời giải.

Ta có phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$ có hai nghiệm là $z = \frac{3 + \sqrt{11}i}{2}$ và $z = \frac{3 - \sqrt{11}i}{2}$.

$\Rightarrow \omega = \sqrt{14} \pm \sqrt{11}i$.

$\Rightarrow |\omega| = \sqrt{14 + 11} = \sqrt{25} = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 795. Cho số phức $z = a + a^2i$ với $a \in \mathbb{R}$. Khi đó điểm biểu diễn của số phức liên hợp của z nằm trên đường nào?

A. Đường thẳng $y = -x + 1$.

B. Đường thẳng $y = 2x$.

C. Parabol $y = x^2$.

D. Parabol $y = -x^2$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức liên hợp $\bar{z}$ là $M(a; -a^2)$. Do đó điểm M thuộc $y = -x^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 796. Cho số phức $z = 2 + i$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức liên hợp của số phức z .

- A. $(-2; -1)$. B. $(-2; 1)$. C. $(2; 1)$. D. $(2; -1)$.

Lời giải.

Dễ thấy $\bar{z} = 2 - i$, điểm biểu diễn tương ứng có tọa độ là $(2; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 797. Tìm phần ảo của số phức $z = 3 - 2i$.

- A. $\text{Im}z = -2i$. B. $\text{Im}z = -2$. C. $\text{Im}z = 2$. D. $\text{Im}z = 3$.

Lời giải.

Dễ thấy $\text{Im}z = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 798. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Mệnh đề nào dưới đây luôn đúng?

- A. $z - \bar{z} = 2a$. B. $z\bar{z} = a^2 - b^2$. C. $z + \bar{z} = 2bi$. D. $|z^2| = |z|^2$.

Lời giải.

Dễ thấy $|z^2| = |z|^2$ với mọi số phức z .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 799. Số phức z nào sau đây thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$ và z là số thuần ảo?

- A. $z = \sqrt{5}$. B. $z = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$. C. $z = 5i$. D. $z = -\sqrt{5}i$.

Lời giải.

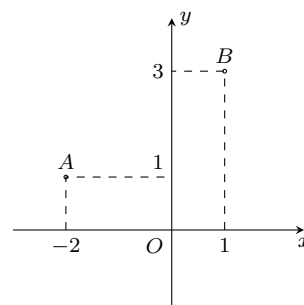
Vì z là số thuần ảo nên ta đặt $z = bi \Rightarrow |z| = |b| = \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} b = \sqrt{5} \\ b = -\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \sqrt{5}i \\ z = -\sqrt{5}i \end{cases}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 800.

Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm A, B như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức

- A. $-1 + 2i$. B. $-\frac{1}{2} + 2i$. C. $2 - i$. D. $2 - \frac{1}{2}i$.



Lời giải.

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. Khi đó $z = -\frac{1}{2} + 2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 801. Điểm $M(3; -4)$ là điểm biểu diễn của số phức z , số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = 3 - 4i$. B. $\bar{z} = -3 + 4i$. C. $\bar{z} = 3 + 4i$. D. $\bar{z} = -3 - 4i$.

Lời giải.

Ta có $z = 3 - 4i$ suy ra $\bar{z} = 3 + 4i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 802. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z trong mặt phẳng (Oxy) có điểm biểu diễn hình học là

A. (6; 7).

B. (6; -7).

C. (-6; 7).

D. (-6; -7).

Lời giải.Ta có $z = 6 + 7i \Rightarrow \bar{z} = 6 - 7i \Rightarrow$ Điểm biểu diễn hình học của $\bar{z}$ là $M(6; -7)$.Chọn đáp án (B) □**Câu 803.** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính $S = M^2 + m^2$.

A. 1256.

B. 1258.

C. 1233.

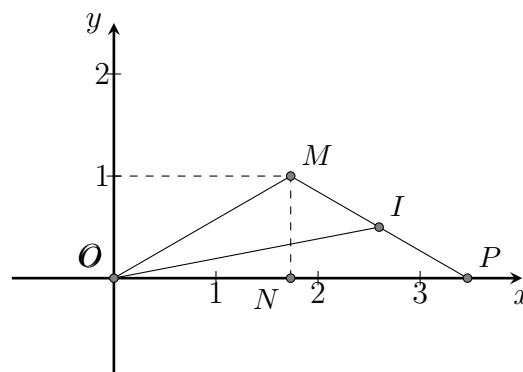
D. 1236.

Lời giải.**Cách 1:** Sử dụng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai.Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.Ta có $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |x - 3 + (y - 4)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 (*)$.Ta có $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - [x^2 + (y - 1)^2] = 4x + 2y + 3 \Rightarrow y = \frac{P - 4x - 3}{2}$ Thế vào (*) và rút gọn ta có: $20x^2 - 8(P - 8)x + P^2 - 22P + 137 = 0$ Phương trình bậc hai này có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = -4P^2 + 184P - 1716 \geq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$.Từ đó ta có $M = 33; m = 13 \Rightarrow M^2 + m^2 = 1258$.**Cách 2:** Sử dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki.Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.Ta có $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |x - 3 + (y - 4)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$.Ta có $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - [x^2 + (y - 1)^2] = 4x + 2y + 3 = 4(x - 3) + 2(y - 4) + 23$.

Áp dụng BDT Bunhiacopxki ta có:

$$|4(x - 3) + 2(y - 4)| \leq \sqrt{(16 + 4)[(x - 3)^2 + (y - 4)^2]} = 10$$

$$\Leftrightarrow -10 \leq 4(x - 3) + 2(y - 4) \leq 10 \Leftrightarrow 13 \leq 4(x - 3) + 2(y - 4) + 23 \leq 33 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$$

Từ đó ta có $M = 33; m = 13 \Rightarrow M^2 + m^2 = 1258$.Chọn đáp án (B) □**Câu 804.** Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ làA. $1 + 2i$.B. $-1 - 2i$.C. $2 - i$.D. $-1 + 2i$.**Lời giải.**Ta có $\bar{z} = 1 + 2i$.Chọn đáp án (A) □**Câu 805.** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |z_2| = \sqrt{3}$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $\widehat{MON} = 30^\circ$. Tính $S = |z_1^2 + 4z_2^2|$.A. $5\sqrt{2}$.B. $3\sqrt{3}$.C. $4\sqrt{7}$.D. $\sqrt{5}$.**Lời giải.**

Ta có $S = |z_1^2 + 4z_2^2| = |z_1^2 - (2iz_2)^2| = |z_1 - 2iz_2| \cdot |z_1 + 2iz_2|$.

Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $2iz_2$. Khi đó ta có

$$|z_1 - 2iz_2| \cdot |z_1 + 2iz_2| = |\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OP}| \cdot |\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{PM}| \cdot |2\overrightarrow{OI}| = 2PM \cdot OI.$$

Vì $\widehat{MON} = 30^\circ$ nên áp dụng định lí côsin cho $\triangle OMN$ với $OM = 2$, $ON = \sqrt{3}$ ta có

$$MN^2 = OM^2 + ON^2 - 2OM \cdot ON \cos \widehat{MON} = 4 + 3 - 4\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 1 \Rightarrow MN = 1.$$

Khi đó theo Pitago ta có $\triangle OMN$ vuông tại N . Khi đó $\triangle OMP$ có MN là đường cao đồng thời là trung tuyến, tức là $\triangle OMP$ cân tại $M \Rightarrow PM = OM = 2$.

Áp dụng định lý đường trung tuyến cho $\triangle OMN$ ta có $OI^2 = \frac{OM^2 + ON^2}{2} - \frac{MN^2}{4} = 7$.

Vậy $S = 2 \cdot PM \cdot OI = 4\sqrt{7}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 806. Cho số phức $z = a + bi$ khác 0, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tìm phần ảo của số phức z^{-1} .

- A. $\frac{-b}{a^2 + b^2}$. B. $\frac{b}{a^2 + b^2}$. C. $\frac{a}{a^2 + b^2}$. D. $\frac{-bi}{a^2 + b^2}$.

Lời giải.

Ta có $z^{-1} = \frac{1}{a + bi} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}i$.

Phần ảo của số phức z^{-1} là $\frac{-b}{a^2 + b^2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 807. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = -i$.

- A. i . B. -1 . C. 1 . D. $-i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức là số phức có dạng $\bar{z} = a - bi$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 808. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 5 - i$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $\sqrt{37}$. B. 5 . C. 25 . D. $\sqrt{5} + \sqrt{26}$.

Lời giải.

Ta có $z_1 = 1 + 2i \Rightarrow A(1; 2)$ và $z_2 = 5 - i \Rightarrow B(5; -1)$.

Suy ra $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 809. Phần ảo của số phức $z = 5 + 2i$ bằng

- A. 5 . B. $5i$. C. 2 . D. $2i$.

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ có phần ảo là b nên số phức $z = 5 + 2i$ có phần ảo là 2 .

Chọn đáp án **C** □

Câu 810. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. -3 . B. $-3i$. C. 2 . D. 3 .

Lời giải.

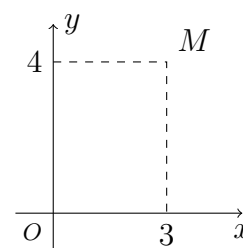
Phần ảo là -3 .

Chọn đáp án **A** □

Câu 811.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là 4 và phần ảo là 3. B. Phần thực là 3 và phần ảo là $4i$.
C. Phần thực là 3 và phần ảo là 4. D. Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$.

**Lời giải.**

Điểm $M(3; 4)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 4i$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 812. Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z .

- A. $|z| = 4$. B. $|z| = \sqrt{17}$. C. $|z| = 17$. D. $|z| = 16$.

Lời giải.

Ta có $z(1 + i) = 3 - 5i \Leftrightarrow z = \frac{3 - 5i}{1 + i} = \frac{(3 - 5i)(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)} = -1 - 4i$. Suy ra $|z| = \sqrt{17}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 813. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 8 + i$, $z_3 = 1 - 3i$. Khẳng định nào sau đây là một mệnh đề đúng?

- A. Tam giác MNP cân, không vuông. B. Tam giác MNP đều.
C. Tam giác MNP vuông, không cân. D. Tam giác MNP vuông cân.

Lời giải.

Ta có $M(1; 1)$, $N(8; 1)$, $P(1; -3)$.

nên $\overrightarrow{MN} = (7; 0)$; $\overrightarrow{MP} = (0; -4)$; $\overrightarrow{NP} = (-7; -4)$ và $MN = 7$; $MP = 4$; $NP = \sqrt{65}$.

Ngoài ra $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = 0$ nên tam giác MNP vuông tại M nhưng không cân.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 814. Tìm phần ảo của số phức $z = 8 - 12i$.

- A. -12 . B. 18 . C. 12 . D. $-12i$.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 8 - 12i$ là -12 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 815. Cho số phức $z = 2018 - 2017i$. Điểm M biểu diễn của số phức liên hợp của z là

- A. $M(-2018; 2017)$. B. $M(2018; -2017)$. C. $M(-2018; -2017)$. D. $M(2018; 2017)$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = 2018 - 2017i$ là $\bar{z} = 2018 + 2017i$.

Suy ra điểm biểu diễn của $\bar{z}$ là $M(2018; 2017)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 816. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. $-3i$. B. 3 . C. -3 . D. $3i$.

Lời giải.

Phần thực của z bằng 2 và phần ảo của z bằng -3 .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 817. Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. 10.

C. -6.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$; $|z_2| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$.

$|z_1|^2 + |z_2|^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = 10$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 818.** Cho số phức $z = -3 + 4i$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Tung độ của điểm M là

A. 6.

B. 4.

C. -4.

D. -6.

Lời giải.

$\bar{z} = -3 - 4i$ nên tung độ điểm M là -4.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 819.** Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 - \pi i$.

A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi$.

B. Phần thực là 1 và phần ảo là π .

C. Phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi i$.

D. Phần thực là -1 và phần ảo là $-\pi$.

Lời giải.— Theo định nghĩa số phức có dạng $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thì có phần thực và phần ảo tương ứng là a và b .— Vậy số phức $z = 1 - \pi i$ có phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 820.** Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -1 + i, z_2 = 1 + 2i, z_3 = 2 - i, z_4 = -3i$. Gọi S diện tích tứ giác $ABCD$. Tính S .

A. $S = \frac{17}{2}$.

B. $S = \frac{19}{2}$.

C. $S = \frac{23}{2}$.

D. $S = \frac{21}{2}$.

Lời giải.

Ta có $z_1 = -1 + i \Rightarrow A(-1; 1)$;

$z_2 = 1 + 2i \Rightarrow B(1; 2)$;

$z_3 = 2 - i \Rightarrow C(2; -1)$;

$z_4 = -3i \Rightarrow D(0; -3)$.

$AB = \sqrt{5}, AC = \sqrt{13}, BC = \sqrt{10}, AD = \sqrt{17}, CD = 2\sqrt{2}$.

Do đó: $p_1 = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{13} + \sqrt{10}}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{p_1(p_1 - AB)(p_1 - BC)(p_1 - AC)}}{2} = \frac{7}{2}$.

$p_2 = \frac{AD + CD + AC}{2} = \frac{\sqrt{17} + 2\sqrt{2} + \sqrt{13}}{2}$.

Diện tích tam giác ACD là $S_{\triangle ACD} = \frac{\sqrt{p_2(p_2 - AC)(p_2 - AD)(p_2 - CD)}}{2} = 5$.

Vậy diện tích tứ giác $ABCD$ là $S_{ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = \frac{7}{2} + 5 = \frac{17}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 821.** Cho số phức $z = 5 - 4i$. Môđun của số phức z bằng

A. 3.

B. 9.

C. $\sqrt{41}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{41}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 822. Tìm phần ảo của số phức $z = 5 - 8i$.

A. 8.

B. $-8i$.

C. 5.

D. -8 .

Lời giải.

Theo sách giáo khoa ta thấy z có phần ảo là -8 .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 823. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} - 3 + i = 0$. Môđun của z bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{10}$.

B. 10.

C. $\sqrt{3}$.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $|z| = |\bar{z}| = |3 - i| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 824.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức

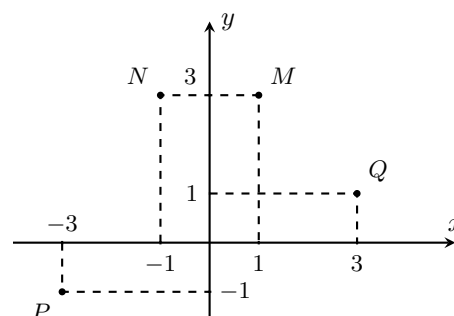
$z = (1 + i)(2 - i)$?

A. P.

B. M.

C. N.

D. Q.



Lời giải.

Ta có: $z = 2 - i + 2i - i^2 = 3 + i$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 825. Trên mặt phẳng tập hợp các số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = x + 1$.B. $y = -x + 1$.C. $y = -x - 1$.D. $y = x - 1$.

Lời giải.

Ta có $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i| \Leftrightarrow |(x + 2) + (y + 1)i| = |x - (y + 3)i| \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 1)^2 = x^2 + (y + 3)^2$
 $\Leftrightarrow 4x + 4 + 2y + 1 = 6y + 9 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 826. Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng có phương trình là

A. $y = 7$.B. $x = 7$.C. $y = x + 7$.D. $y = x$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ là $M(7; b)$. Dễ thấy các điểm $M(7; b)$ nằm trên đường thẳng $x = 7$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 827. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $\bar{z} = 3 + 2i$.B. $\bar{z} = 3 - 2i$.C. $\bar{z} = 2 + 3i$.D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

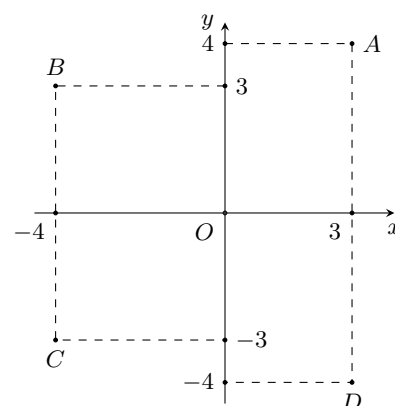
Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 828. Cho mặt phẳng Oxy , điểm nào sau đây biểu diễn số phức $z = 2 + i$?

A. $M(2; 0)$.B. $N(2; 1)$.C. $P(2; -1)$.D. $Q(1; 2)$.**Lời giải.**Xét $z = 2 + i \Rightarrow N(2; 1)$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 829.**

Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D ?

A. Điểm D . B. Điểm B . C. Điểm A . D. Điểm C .**Lời giải.**Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm có tọa độ là $D(3; -4)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 830.** Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn làA. $N(-3; 2)$.B. $P(3; 2)$.C. $M(2; -3)$.D. $Q(2; 3)$.**Lời giải.**Điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ là $M(2; -3)$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 831.** Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $A(4; 5)$ là điểm biểu diễn số phức nào trong các số sau?A. $z = -4 + 5i$.B. $z = -4 - 5i$.C. $z = 4 - 5i$.D. $z = 4 + 5i$.**Lời giải.**Chọn đáp án **(D)** □**Câu 832.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ là điểmA. $M(3; 2)$.B. $N(-3; 2)$.C. $P(2; -3)$.D. $Q(2; 3)$.**Lời giải.**Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ là $P(2; -3)$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 833.** Mô-đun của số phức $z = 8 - 6i$ bằng

A. 14.

B. 2.

C. 100.

D. 10.

Lời giải.Ta có $|z| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 834.** Phần ảo của số phức $z = 1 - i$ làA. -1 .

B. 1.

C. i .D. $-i$.**Lời giải.**Số phức $z = 1 - i$ có phần ảo là -1 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 835. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $1 \leq |z| \leq 3$ là một hình phẳng có diện tích là

A. 2π .

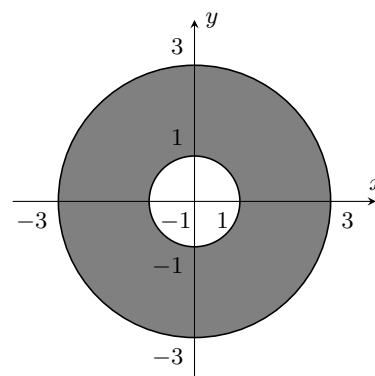
B. 4π .

C. 8π .

D. π .

Lời giải.

Phần hình phẳng cần tính diện tích là phần nằm giữa hai hình tròn đồng tâm có bán kính lần lượt là 1 và 3, như vậy diện tích cần tìm là $S = \pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 1^2 = 9\pi - \pi = 8\pi$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 836. Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số thuần ảo khi và chỉ khi

A. $a = 0; b \neq 0$.

B. $a \neq 0; b = 0$.

C. $a = 0$.

D. $b = 0$.

Lời giải.

Theo định nghĩa trong sách giáo khoa.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 837.

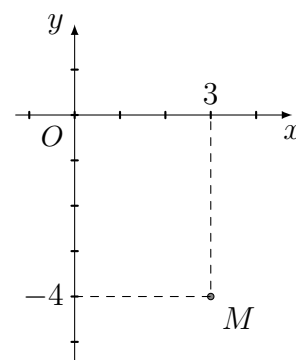
Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn như hình vẽ bên. Tìm a, b .

A. $a = -4, b = 3$.

B. $a = 3, b = -4$.

C. $a = 3, b = 4$.

D. $a = -4, b = -3$.



Lời giải.

Từ hình vẽ suy ra $a = 3, b = -4$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 838.

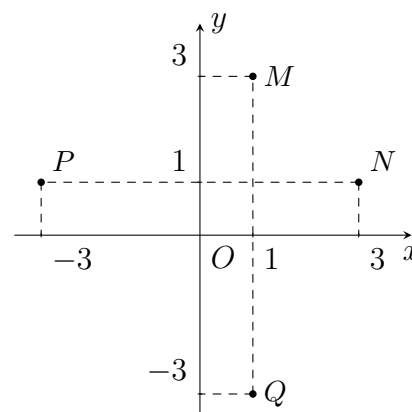
Điểm nào trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn số phức $z = 1 + 3i$

A. Điểm Q.

B. Điểm P.

C. Điểm M.

D. Điểm N.



Lời giải.

$z = 1 + 3i \Rightarrow$ Điểm biểu diễn của z có tọa độ là $M(1; 3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 839. Cho số phức $z = m + 3 + (m^2 - 1)i$, với m là tham số thực thay đổi. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thuộc đường cong (C) . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành.

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

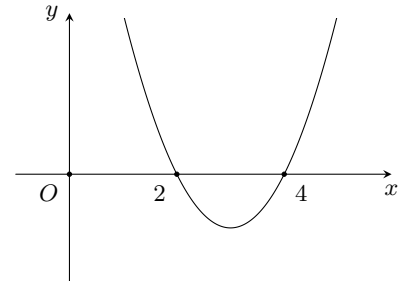
Lời giải.

$$\text{Ta có } z = m + 3 + (m^2 - 1)i = x + yi \Rightarrow \begin{cases} x = m + 3 \\ y = m^2 - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = (x - 3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 8.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành là

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = 2; x = 4.$$



Diện tích hình phẳng cần tính là $\int_2^4 -(x^2 - 6x + 8) dx = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 840. Mô-đun của số phức $z = -4 + 3i$ là

A. -1 .

B. 1 .

C. 5 .

D. 25 .

Lời giải.

Mô-đun của số phức là

$$|z| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 841. Cho hai số thực x, y thỏa mãn phương trình $x + 2i = 3 + 4yi$. Khi đó giá trị của x và y là

A. $x = 3i, y = \frac{1}{2}$.

B. $x = 3, y = 2$.

C. $x = 3, y = -\frac{1}{2}$.

D. $x = 3, y = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } x + 2i = 3 + 4yi \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2 = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 842. Cho số phức $z = -2 + i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $M(-1; -2)$.

B. $P(-2; 1)$.

C. $N(2; 1)$.

D. $Q(1; 2)$.

Lời giải.

Với $z = -2 + i$ ta có $w = iz = i(-2 + i) = -1 - 2i \Rightarrow$ điểm biểu diễn của w là $M(-1; -2)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 843. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b + i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a = 0, b = 2$.

B. $a = \frac{1}{2}, b = 1$.

C. $a = 0, b = 1$.

D. $a = 1, b = 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2a + (b + i)i = 1 + 2i \Leftrightarrow 2a - 1 + bi = 1 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 1 = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 844. Xét số phức z thỏa mãn $(z + 2i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(1; -1)$. B. $(1; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; -1)$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$, ta có

$$(z + 2i)(\bar{z} + 2) = [a + (b + 2)i][(a + 2) - bi] = [a(a + 2) + b(b + 2)] + [(a + 2)(b + 2) - ab]i.$$

$$(z + 2i)(\bar{z} + 2) \text{ là số thuần ảo} \Leftrightarrow a(a + 2) + b(b + 2) = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường tròn có phương trình $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$ có tâm $I(-1; -1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 845. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ là

- A. một đường thẳng. B. một đường tròn. C. một elip. D. một điểm.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$.

$$\text{Ta có } z \cdot \bar{z} = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của các số phức z là đường tròn có tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 846. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

- A. đường thẳng. B. đường tròn. C. parabol. D. hypebol.

Lời giải.

Gọi $x = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\begin{aligned} 2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2| &\Leftrightarrow 2|(x - 1) + yi| = |2x + 2| \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + y^2} = \sqrt{(x + 1)^2} \\ &\Leftrightarrow y^2 = 4x. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một parabol.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 847. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$+ |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$+ z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a = \pm b. \end{cases}$$

Hệ này có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 848. Tìm số phức $w = 3z + \bar{z}$ biết $z = 1 + 2i$.

A. $w = 4 + 4i$.

B. $w = 4 - 4i$.

C. $w = 2 - 4i$.

D. $w = 2 + 4i$.

Lời giải.

Ta có $w = 3z + \bar{z} = 3(1 + 2i) + 1 - 2i = 3 + 6i + 1 - 2i = 4 + 4i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 849. Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Tính mô-đun của số phức $w = 1 - z + z^2$.

A. $|w| = \sqrt{37}$.

B. $|w| = \sqrt{457}$.

C. $|w| = \sqrt{425}$.

D. $|w| = \sqrt{445}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$, với $a \in \mathbb{Z}$.

Theo đề bài ta có

$$\sqrt{a^2 + b^2} = 2(a - bi) - 7 + 3i + a + bi \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = (3a - 7) + (3 - b)i. \quad (*)$$

Suy ra $3 - b = 0$ hay $b = 3$. Khi đó $(*)$ trở thành

$$\sqrt{a^2 + 9} = 3a - 7 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 7 \geq 0 \\ 8a^2 - 42a + 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{7}{3} \\ \begin{cases} a = 4 \\ a = \frac{5}{4} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow a = 4.$$

Vậy $z = 4 + 3i$. Khi đó $w = 1 - (4 + 3i) + (4 + 3i)^2 = 1 - 4 - 3i + 16 + 24i - 9 = 4 + 21i$.

Do đó $|w| = \sqrt{4^2 + 21^2} = \sqrt{457}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 850. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z + 2i|$ là

A. Đường tròn.

B. Đường thẳng.

C. Parabol.

D. Hypebol.

Lời giải.

Giả sử số phức $z = x + yi$, ($x; y \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn $M(x; y)$. Khi đó ta có

$$|z - 1| = |z + 2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y + 2)^2} \Leftrightarrow 2x + 4y + 3 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $2x + 4y + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 851. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2|z + 1| + 2|z - 1| + |z - \bar{z} - 4i|$ bằng

A. $4 + 2\sqrt{3}$.

B. $2 + \sqrt{3}$.

C. $4 + \frac{14}{\sqrt{15}}$.

D. $2 + \frac{7}{\sqrt{15}}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, ($x; y \in \mathbb{R}$). Theo giả thiết ta có $|z| \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x; y \leq 2$.

$$\begin{aligned} P &= 2|z + 1| + 2|z - 1| + |z - \bar{z} - 4i| \\ &= 2|z + 1| + 2|\overline{z - 1}| + |2yi - 4i| \\ &= 2(|z + 1| + |1 - \bar{z}| + |y - 2|) \\ &\geq 2(|z - \bar{z} + 2| + |y - 2|) \\ &\geq 2(2\sqrt{1 + y^2} + 2 - y). \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(y) = 2\sqrt{1+y^2} + 2 - y$ trên đoạn $[-2; 2]$, ta có

$$f'(y) = \frac{2y}{\sqrt{1+y^2}-1}, f'(y) = 0 \Leftrightarrow 2y = \sqrt{1+y^2} \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Mà $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2 + \sqrt{3}$, $f(-2) = 4 + 2\sqrt{5}$, $f(2) = 2\sqrt{5}$.

Suy ra $\min_{[-2;2]} f(y) = 2 + \sqrt{3}$ khi $y = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Do đó $P \geq 2(2 + \sqrt{3}) = 4 + 2\sqrt{3}$.

Vậy $\min P = 4 + 2\sqrt{3}$ khi $\begin{cases} y = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ z = \bar{z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow z = \frac{1}{\sqrt{3}}i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 852. Tìm số phức $3z + \bar{z}$ biết $z = 1 + 2i$.

A. $3z + \bar{z} = 4 + 4i$. B. $3z + \bar{z} = 4 - 4i$. C. $3z + \bar{z} = 2 - 4i$. D. $3z + \bar{z} = 2 + 4i$.

Lời giải.

$z = 1 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 - 2i \Rightarrow 3z + \bar{z} = 3(1 + 2i) + 1 - 2i = 4 + 4i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 853. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Giá trị của $ab + 1$ bằng

A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. -2 .

Lời giải.

Ta có $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Nên $a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3a - 3b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$.

Vậy $ab + 1 = -1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 854. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$.

A. $|z| = \sqrt{34}$. B. $|z| = 34$. C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $z(2 - i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1 - 13i}{2 - i} \Leftrightarrow z = \frac{(1 - 13i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} \Leftrightarrow z = 3 - 5i$.

Vậy $|z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 855. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 4$. B. $r = 5$. C. $r = 20$. D. $r = 22$.

Lời giải.

Ta có $|w - i| = |(3 + 4i)z| = |3 + 4i||z| = \sqrt{3^2 + 4^2} \cdot 4 = 20$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn cho các số phức w là đường tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $r = 20$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 856. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z - (1 + 2i)\bar{z} = 7 - i$. Tìm mô-đun của z .

A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = 1$. C. $|z| = \sqrt{3}$. D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned}(2 + 3i)z - (1 + 2i)\bar{z} &= 7 - i \\ \Leftrightarrow (2 + 3i)(x + yi) - (1 + 2i)(x - yi) &= 7 - i \\ \Leftrightarrow (x - 5y) + (x + 3y)i &= 7 - i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5y = 7 \\ x + 3y = -1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1. \end{cases}\end{aligned}$$

Như vậy $z = 2 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 857. Số nào trong các số phức sau là số thực?

- A. $(\sqrt{3} + 2i) - (\sqrt{3} - 2i)$. B. $(3 + 2i) + (3 - 2i)$.
C. $(5 - 2i) + (\sqrt{5} - 2i)$. D. $(1 + 2i) + (-1 + 2i)$.

Lời giải.

Ta có $(3 + 2i) + (3 - 2i) = 3 + 3 = 6$ nên $(3 + 2i) + (3 - 2i)$ là số thực.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 858. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z - (1 + 2i)\bar{z} = 7 - i$. Tìm mô-đun của z .

- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = 1$. C. $|z| = \sqrt{3}$. D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn bài toán. Khi đó, ta có

$$\begin{aligned}(2 + 3i)(a + bi) - (1 + 2i)(a - bi) &= 7 - i \\ \Leftrightarrow 2a - 3b + (3a + 2b)i - [a + 2b + (2a - b)i] &= 7 - i \\ \Leftrightarrow a - 5b + (a + 3b)i &= 7 - i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a - 5b = 7 \\ a + 3b = -1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1. \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy $|z| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 859. Cho hai số phức z_1, z_2 biết $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$ và $|z_1| = |z_2| = 1$. Tính $|z_1 - z_2|$.

- A. $|z_1 - z_2| = 1$. B. $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. C. $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$. D. $|z_1 - z_2| = 3$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z_1 + z_2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 2(ac + bd)} = \sqrt{3}$.

$|z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{c^2 + d^2} = 1$.

Suy ra $ac + bd = \frac{1}{2}$.

Từ đó ta có $|z_1 - z_2| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2} = \sqrt{(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) - 2(ac + bd)} = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 860. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 3 + i - |z|i = 0$. Tính $S = a + b$.

A. 0.

B. -1.

C. -3.

D. 1.

Lời giải.

$$z + 3 + i - |z|i = 0 \Leftrightarrow a + bi + 3 + i - \sqrt{a^2 + b^2} \cdot i = 0 \Leftrightarrow (a + 3) + (b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 = 0 \\ b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ \sqrt{9 + b^2} = b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b + 1 \geq 0 \\ 9 + b^2 = (b + 1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b \geq -1 \\ 9 = 2b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b \geq 1 \\ b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 4. \end{cases}$$

Vậy $S = a + b = -3 + 4 = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 861.

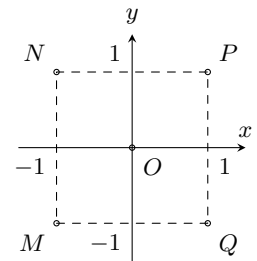
Cho số phức $z = -1 + 2i, w = 2 - i$. Điểm nào trong hình bên biểu diễn số phức $z + w$?

A. P.

B. N.

C. Q.

D. M.



Lời giải.

Vì $z + w = -1 + 2i + 2 - i = 1 + i$ nên điểm biểu diễn là điểm $P(1; 1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 862. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 1|^2 + |z - \bar{z}|i + (z + \bar{z})i^{2019} = 1$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$— |z - 1|^2 = |a + bi - 1|^2 = (a - 1)^2 + b^2.$$

$$— |z - \bar{z}|i = |a + bi - a + bi|i = \sqrt{(2b)^2}i = 2|b|i.$$

$$— i^{2019} = i^{4 \cdot 504 + 3} = (i^4)^{504} \cdot i^3 = i \cdot i^2 = -i.$$

$$— (z + \bar{z})i^{2019} = -i(a + bi + a - bi) = -2ai.$$

Khi đó ta suy ra $(a - 1)^2 + b^2 + 2|b|i - 2ai = 1$.

$$\begin{cases} (a - 1)^2 + b^2 = 1 \\ 2|b| - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 2a + b^2 = 0 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2|b|^2 - 2|b| = 0 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| = 0 \\ |b| = 1 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ a = 1 \\ b = 1 \\ a = 1 \\ b = -1. \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 863. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Mô-đun của số phức $w = 2z + (1 + i)\bar{z}$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. $\sqrt{10}$.D. $2\sqrt{2}$.**Lời giải.**Ta có $w = 2(2 - 3i) + (1 + i)(2 + 3i) = 4 - 6i + 2 + 3i + 2i + 3i^2 = 3 - i$.Vậy $|w| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 864.** Cho số phức $z = 2 - 3i$. Mô-đun của số phức $w = \bar{z} + z^2$ bằngA. $3\sqrt{10}$.B. $\sqrt{206}$.C. $\sqrt{134}$.D. $3\sqrt{2}$.**Lời giải.**Ta có $w = 2 + 3i + (2 - 3i)^2 = 2 + 3i + 4 - 12i + 9i^2 = -3 - 9i$.Vậy $|w| = \sqrt{3^2 + (-9)^2} = 3\sqrt{10}$.Chọn đáp án **A** □**Câu 865.** Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x(3 + 2i) + y(1 - 4i) = 1 + 24i$. Giá trị của $x + y$ bằng

A. -3.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 x(3 + 2i) + y(1 - 4i) = 1 + 24i &\Leftrightarrow 3x + y + (2x - 4y)i = 1 + 24i \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - 4y = 24 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $x + y = -3$.Chọn đáp án **A** □**Câu 866.** Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt làA. $I(-1; 1), R = 4$.B. $I(-1; 1), R = 2$.C. $I(1; -1), R = 2$.D. $I(1; -1), R = 4$.**Lời giải.**Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn bài toán.Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .Ta có $|z - 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |(x - 1) + (y + 1)i| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$.Vậy M thuộc đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 2$.Chọn đáp án **C** □**Câu 867.** Tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 2| = |z - i|$ là một đường thẳng có phương trìnhA. $4x + 2y + 3 = 0$.B. $2x + 4y + 13 = 0$.C. $4x - 2y + 3 = 0$.D. $2x - 4y + 13 = 0$.**Lời giải.**Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn bài toán.Khi đó $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức.

Ta có

$$\begin{aligned}
 |z + 2| = |z - i| &\Leftrightarrow |x + 2 + yi| = |x + (y - 1)i| \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} \\
 &\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 = x^2 + y^2 - 2y + 1 \\
 &\Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0. \quad (*)
 \end{aligned}$$

Đẳng thức (*) chứng tỏ M thuộc đường thẳng có phương trình $4x + 2y + 3 = 0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn bài toán là đường thẳng $4x + 2y + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 868. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$.

A. 3.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $w = 2(1 + 2i) + (1 - 2i) = 3 + 2i$. Suy ra tổng của phần thực và phần ảo của w là $3 + 2 = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 869. Tìm tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$.

A. Đường tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

B. Đường tròn tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

C. Đường tròn tâm $I(-1; 0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

D. Đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi \Rightarrow (1 + i)z = (a - b) + (a + b)i$.

Vậy

$$\begin{aligned}
 |z - i| = |(1 + i)z| &\Leftrightarrow |a + (b - 1)i| = |(a - b) + (a + b)i| \\
 &\Leftrightarrow a^2 + (b - 1)^2 = (a - b)^2 + (a + b)^2 \\
 &\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2b - 1 = 0.
 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 870. Tìm mô đun của số phức z biết $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$.

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó $\bar{z} = a - bi$ và

$$\begin{aligned}
 & (2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i \\
 \Leftrightarrow & (2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) - 2(1 - i) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} - 1)(1 - i) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2z - 1)(1 + i)^2 + (\bar{z} - 1)(1 - i)(1 + i) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2a + 2bi - 1) \cdot 2i + 2(a - bi - 1) = 0 \\
 \Leftrightarrow & a - 2b - 1 + (2a - b - 1)i = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} a - 2b - 1 = 0 \\ 2a - b - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases} \\
 \Rightarrow & |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 871. Có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + i\sqrt{5}| + |z - i\sqrt{5}| = 6$, biết z có mô đun bằng $\sqrt{5}$?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Có $|z| = \sqrt{5} \Rightarrow z$ thuộc đường tròn (C) tâm $O(0; 0)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

Gọi $M(x; y)$, $E(0; \sqrt{5})$, $F(0; -\sqrt{5})$ lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z , $i\sqrt{5}$ và $-i\sqrt{5}$.

Ta có $c = EF = 2\sqrt{5}$ và $|z + i\sqrt{5}| + |z - i\sqrt{5}| = 6 \Leftrightarrow ME + MF = 6$.

Suy ra M thuộc elip (E) có hai tiêu điểm là $E, F \in Oy$ độ dài trục lớn $a = 3$ nằm trên Oy và trục bé $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 2$ nằm trên Ox .

Suy ra $b < R$ do đó elip (E) có phần nằm trong đường tròn (C) do đó (E) và (C) có bốn điểm chung. Mặt khác z là giao điểm của (C) và (E) nên có 4 số phức z thỏa mãn điều kiện.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 872. Cho số phức $z = 1 - i$. Biểu diễn số phức z^2 là điểm

A. $M(-2; 0)$.

B. $N(1; 2)$.

C. $P(2; 0)$.

D. $Q(0; -2)$.

Lời giải.

Ta có $z^2 = (1 - i)^2 = 1 - 2i + i^2 = -2i$.

Do đó, điểm biểu diễn số phức z^2 là điểm $Q(0; -2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 873. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 + 2z_2| = 4$. Giá trị của $|2z_1 - z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $3\sqrt{6}$.

D. 8.

Lời giải.

Giả sử $z_1 = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$; $z_2 = c + di$, $(c, d \in \mathbb{R})$.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} |z_1| = 2 \\ |z_2| = 2 \\ |z_1 + 2z_2| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ c^2 + d^2 = 4 \\ (a + 2c)^2 + (b + 2d)^2 = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 & (1) \\ c^2 + d^2 = 4 & (2) \\ a^2 + b^2 + 4(c^2 + d^2) + 4(ac + bd) = 16 & (3). \end{cases}$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được $ac + bd = -1$. (4)

Ta có $|2z_1 - z_2| = \sqrt{(2a - c)^2 + (2b - d)^2} = \sqrt{4(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) - 4(ac + bd)}$. (5)

Thay (1), (2), (4) vào (5) ta có $|2z_1 - z_2| = 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 874. Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = 2a + 3b$.

- A. $S = -5$. B. $S = 5$. C. $S = -6$. D. $S = 6$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có

$$(a + 1) + (b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 0 \\ b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b \geq -3 \\ (b + 3)^2 = b^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy $S = 2a + 3b = -2 - 4 = -6$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 875. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm I , bán kính R . Xác định tọa độ điểm I và bán kính R .

- A. $I(2; -1)$, $R = 2$. B. $I(-2; -1)$, $R = 4$. C. $I(-2; -1)$, $R = 2$. D. $I(2; -1)$, $R = 4$.

Lời giải.

Ta có $|\bar{z} + 2 - i| = |\overline{z + 2 - i}| = |\bar{z} + 2 + i| = |z - (-2 - i)| = 4$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-2; -1)$, bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 876. Cho số phức $z \neq 1$ thỏa mãn $z^3 = 1$. Tính $(1 - z + z^{2018})(1 + z - z^{2018})$.

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Từ $z^3 = 1$ suy ra $z^{2018} = (z^3)^{672} \cdot z^2 = z^2$. Vì $z^2 + z + 1 = 0$ nên

$$\begin{aligned} (1 - z + z^{2018})(1 + z - z^{2018}) &= (1 - z + z^2)(1 + z - z^2) = 1 - (z - z^2)^2 \\ &= [1 - (z - z^2)][1 + (z - z^2)] = 4 - (1 + z + z^2) = 4. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 877. Cho hai số phức z, w thay đổi thỏa mãn $|z| = 3$, $|z - w| = 1$. Biết tập hợp điểm của số phức w là hình phẳng H . Tính diện tích S của hình H .

- A. $S = 20\pi$. B. $S = 16\pi$. C. $S = 4\pi$. D. $S = 12\pi$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z, w . Suy ra M nằm trên đường tròn tâm O , bán kính bằng 3.

Vì $|z - w| = 1$ nên $MN = 1$, do đó N nằm trên đường tròn tâm O bán kính bằng 4 hoặc bằng 2.

Suy ra $S = 4^2 \cdot \pi - 2^2 \cdot \pi = 12\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 878. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (4 - 3i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 20$. B. $r = 5$. C. $r = 10$. D. $r = 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$w = 3 - 2i + (4 - 3i)z \Leftrightarrow w - (3 - 2i) = (4 - 3i)z \Leftrightarrow |w - (3 - 2i)| = |(4 - 3i)z| \Leftrightarrow |w - (3 - 2i)| = 10.$$

Vậy $r = 10$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 879. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - i| = 10$.

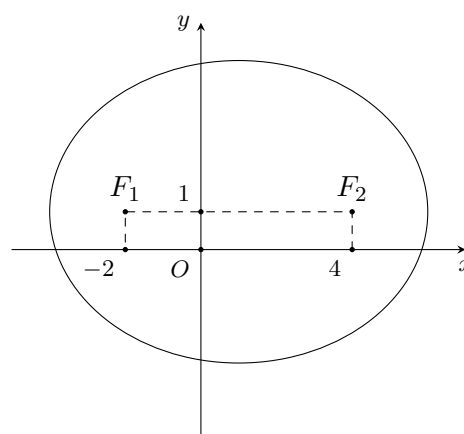
- A. 15π . B. 20π . C. 12π . D. Đáp án khác.

Lời giải.

Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z , $F_1(-2; 1)$, $F_2(4; 1)$, ta có: $F_1F_2 = 6$.

Điều kiện đã cho tương đương $MF_1 + MF_2 = 10$. Do đó tập hợp các điểm M là elip có $2c = F_1F_2 = 6 \Rightarrow c = 3$, $2a = 10 \Rightarrow a = 5$. Suy ra $b = 4$.

Vậy diện tích elip là $S = \pi ab = 20\pi$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 880. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ và $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$. Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a = \pm b. \end{cases}$$

Hệ này có 4 nghiệm phân biệt $(1; -1)$, $(1; 1)$, $(-1; 1)$, $(-1; -1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 881. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $3z \cdot \bar{z} + 2017(z - \bar{z}) = 48 - 2016i$

- A. $|z| = 4$. B. $|z| = \sqrt{2016}$. C. $|z| = \sqrt{2017}$. D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, từ giả thiết ta có $3|z|^2 = 48 - 2016i - 2b \cdot 2017i = 48$ (vì $|z|^2 \in \mathbb{R}$), suy ra $|z| = 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 882. Cho số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 3$. B. $P = -1$. C. $P = -5$. D. $P = 7$.

Lời giải.

Ta có $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0 \Leftrightarrow z = (|z| - 2) + (|z| - 1)i$.

Lấy mô-đun hai vế, ta được $|z| = \sqrt{(|z| - 2)^2 + (|z| - 1)^2}$

$$\Rightarrow |z|^2 = 2|z|^2 - 6|z| + 5 \Rightarrow \begin{cases} |z| = 1 & \text{loại do } |z| > 1 \\ |z| = 5 & \text{thỏa } |z| > 1 \end{cases}$$

Với $|z| = 5 \Rightarrow z = (|z| - 2) + (|z| - 1)i = 3 + 4i$.

Suy ra $a = 3, b = 4$.

Vậy $a + b = 7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 883. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$. Xác định phần thực và phần ảo của z .

A. Phần thực là -2 ; phần ảo là 3 .

B. Phần thực là -3 ; phần ảo là $5i$.

C. Phần thực là -2 ; phần ảo là $5i$.

D. Phần thực là -2 ; phần ảo là 5 .

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$, ta có

$$(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2 \Leftrightarrow (2 - 3i)(a + bi) + (4 + i)(a - bi) = 8 - 6i \Leftrightarrow 3a + 2b - (a + b)i = 4 - 3i.$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} 3a + 2b = 4 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5. \end{cases}$$

Vậy $z = -2 + 5i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 884. Cho số phức z thỏa mãn $z - 4 = (i + 1)|z| - (3z + 4)i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $|z| \in (6; 9)$.

B. $|z| \in (4; 6)$.

C. $|z| \in (1; 4)$.

D. $|z| \in (0; 1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z - 4 &= (i + 1)|z| - (3z + 4)i \\ \Leftrightarrow (1 + 3i)z &= (4 + |z|) + (|z| - 4)i. \end{aligned}$$

Lấy mô-đun hai vế, ta được

$$\begin{aligned} |1 + 3i| \cdot |z| &= \sqrt{(4 + |z|)^2 + (|z| - 4)^2} \\ \Leftrightarrow 10|z|^2 &= 2|z|^2 + 32 \Leftrightarrow |z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 885. Trong mặt phẳng Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - (2 - 3i)| \leq 2$.

A. Một đường thẳng.

B. Một hình tròn.

C. Một đường tròn.

D. Một đường Elip.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Khi đó, } |z - (2 - 3i)| \leq 2 \Leftrightarrow |x + yi - (2 - 3i)| \leq 2 \Leftrightarrow |(x - 2) + (y + 3)i| \leq 2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 4.$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z nằm bên trong hình tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 886. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $(2 + 3i)|z| = (4 + 3i)z - 15(1 - i)$. Tính $a - b$.

A. -1.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned}
 (2+3i)|z| &= (4+3i)z - 15(1-i) \\
 \Leftrightarrow 2\sqrt{a^2+b^2} + 3\sqrt{a^2+b^2}i &= (4a-3b-15) + (3a+4b+15)i \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{a^2+b^2} = 4a-3b-15 \\ 3\sqrt{a^2+b^2} = 3a+4b+15. \end{cases} & \quad (I)
 \end{aligned}$$

Từ hệ (I) ta được $6a - 17b - 75 = 0$. (1)Vì $a, b \in \mathbb{Z}$ nên từ (1) ta được $\begin{cases} a = 4 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a - b = 7$.

Cách khác:

Ta có

$$\begin{aligned}
 (2+3i)|z| &= (4+3i)z - 15(1-i) \\
 \Leftrightarrow 25z &= (17|z| + 15) + (6|z| - 15 \cdot 7)i \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 25a = 17|z| + 15 \\ 25b = 6|z| - 15 \cdot 7 \end{cases} \\
 \Rightarrow 25(a-b) &= 11|z| + 15 \cdot 8. \quad (2)
 \end{aligned}$$

Mặt khác, ta có

$$\begin{aligned}
 (2+3i)|z| &= (4+3i)z - 15(1-i) \\
 \Leftrightarrow (4+3i)z &= (2+3i)|z| + 15(1-i) \\
 \Leftrightarrow 25|z|^2 &= (2|z| + 15)^2 + (3|z| - 15)^2 \\
 \Rightarrow |z| &= 5. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Từ (2) và (3) ta được $a - b = 7$.Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 887. Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2 - 3i = 2\bar{z}$.A. $z = 2 + i$.B. $z = 2 - i$.C. $z = 3 - 2i$.D. $z = 3 + i$.**Lời giải.**Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$(a+bi) + 2 - 3i = 2(a-bi) \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 = 2a \\ b-3 = -2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + i.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 888. Tìm số phức $z = a + bi$ (với a, b là các số thực và $a^2 + b^2 \neq 0$) thỏa mãn điều kiện $\bar{z}(2+i-z) = |z|^2$. Tính $S = a^2 + 2b^2 - ab$ A. $S = 3$.B. $S = -1$.C. $S = 2$.D. $S = 1$.**Lời giải.**

$$\bar{z}(2+i-z) = |z|^2 \Leftrightarrow (a-bi)(2+i) = 2(a^2+b^2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b = 2(a^2+b^2) \\ a-2b = 0. \end{cases}$$

Thay $a = 2b$ vào phương trình thứ nhất của hệ, ta được

$$5b = 2 \cdot 5b^2 \Leftrightarrow 5b = 10b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \\ b = 0 \Rightarrow a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a = 1 \end{cases} \text{ (Do } a^2 + b^2 \neq 0).$$

Vậy $S = a^2 + 2b^2 - ab = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 889. Tìm môđun của số phức z thỏa mãn điều kiện $z(4 - 3i) = 2 + |z|$.

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = \frac{1}{2}$. C. $|z| = 4$. D. $|z| = 3$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$(x + yi)(4 - 3i) = 2 + \sqrt{x^2 + y^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 2 + \sqrt{x^2 + y^2} \\ -3x + 4y = 0. \end{cases}$$

Thay $x = \frac{4}{3}y$, ta có

$$4 \cdot \frac{4y}{3} + 3y = 2 + \sqrt{\frac{16y^2}{9} + y^2} \Leftrightarrow 25y - 5|y| = 6.$$

- $y \geq 0$, suy ra $y = \frac{3}{10} \Rightarrow x = \frac{2}{5}$, ta có $|z| = \frac{1}{2}$.
— $y < 0$, suy ra $y = \frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{4}{15}$, trường hợp này loại.

Cách khác: Lấy môđun hai vế của đẳng thức, suy ra

$$|z(4 - 3i)| = |2 + |z|| \Leftrightarrow 5|z| = 2 + |z| \Leftrightarrow |z| = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 890. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$ là một đường tròn.

Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(1; 1)$. B. $(0; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} |x + yi - i| &= |(1 + i)(x + yi)| \\ \Leftrightarrow |x + (y - 1)i| &= |x - y + (x + y)i| \\ \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 &= (x - y)^2 + (x + y)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 &= 2. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 891. Cho hai số phức z, w thỏa mãn các điều kiện $|z + w| = \sqrt{17}$, $|z + 2w| = \sqrt{58}$ và $|z - 2w| = 5\sqrt{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \bar{z} \cdot w + z\bar{w}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z + w|^2 = (z + w)(\bar{z} + \bar{w}) = z \cdot \bar{z} + w \cdot \bar{w} + z \cdot \bar{w} + w \bar{z} = 17. \quad (1)$$

$$\text{Lại có } |z + 2w|^2 = (z + 2w)(\bar{z} + 2\bar{w}) = z \cdot \bar{z} + 4w \cdot \bar{w} + 2z \cdot \bar{w} + 2w \bar{z} = 58. \quad (2)$$

$$\text{Thêm nữa } |z - 2w|^2 = (z - 2w)(\bar{z} - 2\bar{w}) = z \cdot \bar{z} + 4w \cdot \bar{w} - 2z \cdot \bar{w} - 2w \bar{z} = 50. \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} z \cdot \bar{z} + w \cdot \bar{w} + z \cdot \bar{w} + w \bar{z} = 17 \\ z \cdot \bar{z} + 4w \cdot \bar{w} + 2(z \cdot \bar{w} + w \bar{z}) = 58 \\ z \cdot \bar{z} + 4w \cdot \bar{w} - 2(z \cdot \bar{w} + w \bar{z}) = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z \cdot \bar{z} = 2 \\ w \cdot \bar{w} = 13 \\ z \cdot \bar{w} + w \bar{z} = 2. \end{cases}$$

Vậy $z \cdot \bar{w} + w \bar{z} = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 892. Cho số phức z thỏa mãn $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (3 + 2i)z + (2 - i)^2 &= 4 + i \\ \Leftrightarrow (3 + 2i)z &= 4 + i - (2 - i)^2 \\ \Leftrightarrow (3 + 2i)z &= 1 + 5i \\ \Leftrightarrow z &= \frac{1 + 5i}{3 + 2i} \\ \Leftrightarrow z &= 1 + i. \end{aligned}$$

Suy ra phần thực là 1 và phần ảo là 1.

Vậy hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là 0.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 893. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z - (2 - i)\bar{z} = 3$. Mô-đun của số phức $w = \frac{i - 2z}{1 - i}$ là

A. $\frac{\sqrt{122}}{5}$.

B. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{45}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{122}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Ta có

$$\begin{aligned} (1 + i)z - (2 - i)\bar{z} &= 3 \\ \Leftrightarrow (1 + i)(a + bi) - (2 - i)(a - bi) &= 3 \\ \Leftrightarrow -a + (2a + 3b)i &= 3 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -a = 3 \\ 2a + 3b = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \\ \Rightarrow z &= -3 + 2i. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } w = \frac{i - 2z}{1 - i} = \frac{i - 2(-3 + 2i)}{1 - i} = \frac{6 - 3i}{1 - i} = \frac{9}{2} + \frac{3}{2}i \Rightarrow |w| = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 894. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích

- A. $S = 25\pi$. B. $S = 9\pi$. C. $S = 12\pi$. D. $S = 16\pi$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta suy ra $|2z - 6 + 8i| \leq 4 \Leftrightarrow |(2z + 1 - i) - (7 - 9i)| \leq 4 \Leftrightarrow |w - (7 - 9i)| \leq 4$ nên tập hợp các điểm biểu diễn cho w trong mặt phẳng Oxy là hình tròn có bán kính bằng 4, do đó diện tích hình tròn này bằng 16π .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 895. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + i + 1| = |\bar{z} - 2i|$ và $|z| = 1$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết $|z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$ (1). Mặt khác

$$\begin{aligned} |z + i + 1| &= |\bar{z} - 2i| \Leftrightarrow |x + yi + i + 1| = |x - yi - 2i| \\ \Leftrightarrow |(x + 1) + (y + 1)i| &= |x - (y + 2)i| \\ \Leftrightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + (y + 1)^2} &= \sqrt{x^2 + (y + 2)^2} \\ \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 1)^2 &= x^2 + (y + 2)^2 \\ \Leftrightarrow x - y - 1 &= 0 \Leftrightarrow y = x - 1. \end{aligned}$$

Thay $y = x - 1$ vào (1), ta được $x^2 + (x - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Với $x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow z = -i$.

Với $x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow z = 1$.

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 896. Cho z_1, z_2 thỏa mãn $|2z - i| = |2 + iz|$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$|2z - i| = |2 + iz| \Leftrightarrow (2x)^2 + (2y - 1)^2 = (2 - y)^2 + x^2 \Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1.$$

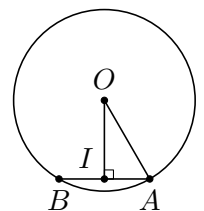
Vậy tập hợp điểm biểu diễn của z là đường tròn (C) tâm $O(0; 0)$, bán kính $R = 1$.

Gọi A là điểm biểu diễn của z_1 và B là điểm biểu diễn của z_2 . Khi đó ta có

- A, B thuộc (C) ;
- $AB = |z_1 - z_2| = 1$;
- điểm biểu diễn của số phức $\frac{z_1 + z_2}{2}$ là trung điểm I của AB , suy ra

$$|z_1 + z_2| = 2 \cdot \left| \frac{z_1 + z_2}{2} \right| = 2OI = 2\sqrt{OA^2 - AI^2} = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 897. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$. Tìm $|z|$.

- A. $|z| = 25$. B. $|z| = 7$. C. $|z| = 4$. D. $|z| = 5$.

Lời giải.

Viết $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó, ta có

$$\begin{aligned} (1 + 2i)^2 z + \bar{z} &= 4i - 20 \\ \Leftrightarrow (-3 + 4i)(a + bi) + (a - bi) &= 4i - 20 \\ \Leftrightarrow (-2a - 4b + 20) + (4a - 4b - 4)i &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 4b + 20 = 0 \\ 4a - 4b - 4 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 10 \\ a - b = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 898. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho tồn tại 2 số phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời các phương trình $|z - 1| = |z - i|$ và $|z + 2m| = m + 1$. Tổng tất cả các phần tử của S là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $|z + 2m| = m + 1 \geq 0$.

TH 1. $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ suy ra $z = 2$ (loại) vì không thỏa mãn phương trình $|z - 1| = |z - i|$.

TH 2. $m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$ (1).

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} &\begin{cases} |z - 1| = |z - i| \\ |z + 2m| = m + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = x^2 + (y - 1)^2 \\ (x + 2m)^2 + y^2 = (m + 1)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = x \\ (x + 2m)^2 + y^2 = (m + 1)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = x \\ 2x^2 + 4mx + 3m^2 - 2m - 1 = 0. \end{cases} (*) \end{aligned}$$

Để tồn tại hai số phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn yêu cầu bài toán thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4m^2 - 2(3m^2 - 2m - 1) = 2(-m^2 + 2m + 1) > 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{2} < m < 1 + \sqrt{2}. (2)$$

Kết hợp điều kiện (1) và (2), $m \in \mathbb{Z}$ thì $m \in S = \{0; 1; 2\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là: $0 + 1 + 2 = 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 899. Cho số phức z thỏa mãn $z + 3\bar{z} = (\overline{1 - 2i})^2$. Phần ảo của z là

- A. -2 . B. $\frac{3}{4}$. C. 2 . D. $-\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

$$\text{Ta có } (\overline{1 - 2i})^2 = -3 + 4i \Rightarrow z + 3\bar{z} = -3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = -3 \\ -2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ y = -2. \end{cases}$$

Do vậy, phần ảo của z là $y = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 900. Cho cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $(2x - y)i + y(1 - 2i) = 3 + 7i$. Khi đó biểu thức $P = x^2 - xy$ nhận giá trị nào sau đây?

- A. 30. B. 40. C. 10. D. 20.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2x - y)i + y(1 - 2i) = 3 + 7i \Leftrightarrow y + (2x - 3y)i = 3 + 7i \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 8. \end{cases}$$

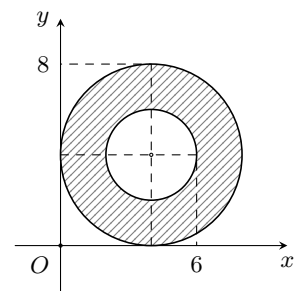
$$\text{Vậy } P = x^2 - xy = 64 - 24 = 40.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 901.

Phần gạch trong hình vẽ bên là hình biểu diễn của tập hợp các số phức thỏa mãn điều kiện nào trong các điều kiện sau đây

- A. $6 \leq |z| \leq 8$. B. $2 \leq |z + 4 + 4i| \leq 4$.
C. $2 \leq |z - 4 - 4i| \leq 4$. D. $4 \leq |z - 4 - 4i| \leq 16$.



Lời giải.

Nhận xét

Nếu $z_0 = a + bi$ và $z = x + yi$ thì tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa $R_1 \leq |z - z_0| \leq R_2$, ($R_1 < R_2$) là hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn tâm $I(a; b)$ và bán kính R_1, R_2 .

Theo hình vẽ, phần gạch trong hình vẽ là các điểm thuộc hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn tâm $I(4; 4)$ bán kính $R_1 = 2$ và $R_2 = 4$. Vậy đáp án thỏa mãn là $2 \leq |z - (4 + 4i)| \leq 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 902. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = m^2 + 2m + 5$ với m là số thực. Biết tập hợp điểm biểu diễn của số phức $w = (3 + 4i)z - 2i$ là đường tròn. Tìm bán kính R nhỏ nhất của đường tròn đó.

- A. $R = 5$. B. $R = 10$. C. $R = 15$. D. $R = 20$.

Lời giải.

$$\text{Có } w = (3 + 4i)z - 2i \Rightarrow z = \frac{w + 2i}{3 + 4i} \Rightarrow |z| = \frac{|w + 2i|}{5}.$$

$$\text{Lại có } |z| = m^2 + 2m + 5 \Rightarrow |w + 2i| = 5(m^2 + 2m + 5) = 5(m + 1)^2 + 20 \geq 20.$$

Vì tập hợp điểm biểu diễn cho w là đường tròn nên tập hợp điểm biểu diễn cho $w + 2i$ cũng là một đường tròn có cùng bán kính.

Vậy bán kính nhỏ nhất của là $R = 20$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 903. Cho hai số phức z và w . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\overline{(z \cdot w)} = \bar{z} \cdot \bar{w}$. B. $z \cdot \bar{z} = z^2$. C. $\overline{(z + w)} = \bar{z} + \bar{w}$. D. $\overline{(z^2)} = (\bar{z})^2$.

Lời giải.

Ta có $z \cdot \bar{z} = |z|^2 \neq z^2$. Nên khẳng định $z \cdot \bar{z} = z^2$ **sai**.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 904. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z + \bar{z} = |z|$ là

- A. hai đường thẳng. B. một parabol. C. một đường thẳng. D. một ê-líp.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$z + \bar{z} = |z| \Rightarrow x + yi + x - yi = \sqrt{x^2 + y^2} \Leftrightarrow 4x^2 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow 3x^2 = y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3}x + y = 0 \\ \sqrt{3}x - y = 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 905. Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tính số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

- A. $w = \frac{8}{3}$. B. $w = \frac{8}{3} + i$. C. $w = \frac{10}{3} + i$. D. $w = \frac{10}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w = i \left(1 + \frac{1}{3}i \right) + 3 \left(1 - \frac{1}{3}i \right) = \frac{8}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 906. Cho số phức $z = (1 + i)^2(1 + 2i)$. Số phức z có phần ảo là

- A. $2i$. B. 4 . C. 2 . D. -4 .

Lời giải.

Ta có $z = (1 + i)^2(1 + 2i) = -4 + 2i$. Suy ra phần ảo của z là 2 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 907. Cho số phức z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Tính $|z|$.

- A. 5 . B. 3 . C. $\frac{13}{4}$. D. $\frac{25}{4}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\begin{aligned} |z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z &\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - 2(a - bi) = -7 + 3i + (a + bi) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} - 3a + 7 = 0 \\ b - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + 9} = 3a - 7 \\ b = 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{7}{3} \\ \begin{cases} a = 4 \\ a = \frac{5}{4} \end{cases} \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 908. Cho số phức $z = a + bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 1$. B. $P = -\frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -1$.

Lời giải.

$$(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + 2(a-bi) = 3 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b=3 \\ a-b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Suy ra $P = a + b = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 909. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z-i| = |z-\bar{z}+2i|$ là

- A. Đường parabol có phương trình $x = \frac{y^2}{4}$.
 B. Đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{4}$.
 C. Đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=1$.
 D. Đường tròn tâm $I(\sqrt{3};0)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Theo bài ra ta có

$$\begin{aligned} 2|x+yi-i| &= |x+yi-(x-yi)+2i| \Leftrightarrow 2|x+(y-1)i| = 2|(y+1)i| \\ &\Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = (y+1)^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 4y. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn là đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 910. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z + (3-i)\bar{z} = 2-6i$. Tìm mô-đun của số phức $w = 2z+2$.

- A. $6\sqrt{2}$. B. $\sqrt{7}$. C. $\sqrt{34}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó ta có

$$\begin{aligned} (1-i)(x+yi) + (3-i)(x-yi) &= 2-6i \\ \Leftrightarrow (x+y) + (y-x)i + (3x-y) - (x+3y)i &= 2-6i \\ \Leftrightarrow 4x - (2x+2y)i &= 2-6i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4x=2 \\ 2x+2y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{5}{2} \end{cases}. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $w = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i\right) + 2 = 3 + 5i$ nên $|w| = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 911. Cho các số phức $z_1 = 2+i$, $z_2 = x+yi$. Tính tổng $S = x+y$ biết $|z_2+i| = |z_2-1+2i|$ và $|z_1|^2 + |z_2|^2 = |z_1 - z_2|^2$.

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $-\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z_2 + i| = |z_2 - 1 + 2i| &\Leftrightarrow |x + (y + 1)i| = |(x - 1) + (y + 2)i| \\ &\Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = (x - 1)^2 + (y + 2)^2 \\ &\Leftrightarrow x - y - 2 = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Lại có

$$\begin{aligned} |z_1|^2 + |z_2|^2 = |z_1 - z_2|^2 &\Leftrightarrow |2 + i|^2 + |x + yi|^2 = |(2 - x) + (1 - y)i|^2 \\ &\Leftrightarrow 5 + x^2 + y^2 = (2 - x)^2 + (1 - y)^2 \\ &\Leftrightarrow 2x + y = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow S = x + y = -\frac{2}{3}.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 912. Cho $a, b \in \mathbb{R}$ và thỏa mãn $(a + bi)i - 2a = 1 + 3i$, với i là đơn vị ảo. Giá trị $a - b$ bằng

- A.** -4. **B.** 4. **C.** 10. **D.** -10.

Lời giải.

Ta có $(a + bi)i - 2a = 1 + 3i \Leftrightarrow -2a - b + ai = 1 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} -2a - b = 1 \\ a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -7. \end{cases}$

Do đó $a - b = 10$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 913. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1 - i)\bar{z} = -2i$ bằng

- A.** -6. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi, (a; b \in \mathbb{R})$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} iz + (1 - i)\bar{z} &= -2i \\ \Leftrightarrow i(a + bi) + (1 - i)(a - bi) &= -2i \\ \Leftrightarrow ia - b + a - bi - ai - b &= -2i \\ \Leftrightarrow a - 2b + (2 - b)i &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - b = 0 \\ a - 2b = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Tổng phần thực và phần ảo của z là $2 + 4 = 6$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 914. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là

- A.** Một parabol. **B.** Một đường tròn. **C.** Một đường thẳng. **D.** Một điểm.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi, (x; y \in \mathbb{R})$.

Ta có

$$\begin{aligned} 2|z - i| &= |z - \bar{z} + 2i| \\ \Leftrightarrow 2|x + yi - i| &= |x + yi - x + yi + 2i| \\ \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + (y - 1)^2} &= 2|y + 1| \\ \Leftrightarrow y &= \frac{1}{4}x^2. \end{aligned}$$

Vậy quỹ tích các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn đề bài là một đường parabol.

Chọn đáp án **A** □

Câu 915. Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Mô-đun của số phức $w = 1 - z + z^2$.

A. $|w| = \sqrt{37}$. B. $|w| = \sqrt{425}$. C. $|w| = \sqrt{457}$. D. $|w| = \sqrt{445}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$).

Ta có:

$$\begin{aligned} |z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z &\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - 2(a - bi) = -7 + 3i + a + bi \\ \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - 2a + 2bi &= a - 7 + (b + 3)i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = b + 3 \Rightarrow b = 3 & (1) \\ \sqrt{a^2 + b^2} - 2a = a - 7. & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Thay (1) vào (2) ta được $\sqrt{a^2 + 9} = 3a - 7 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 7 \geq 0 \\ a^2 + 9 = (3a - 7)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{7}{3} \\ \begin{cases} a = 4 \\ a = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow a = 4. \end{cases}$

Vậy $z = 4 + 3i \Rightarrow w = 1 - z + z^2 = 4 + 21i \Rightarrow |w| = \sqrt{457}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 916. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 1 - 10i$. B. $z = 5 - 4i$. C. $z = 3 - 10i$. D. $z = 3 + 3i$.

Lời giải.

Ta có $z = z_1 + z_2 = 3 - 7i + 2 + 3i = 5 - 4i$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 917. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích

A. 9π . B. 12π . C. 16π . D. 25π .

Lời giải.

Ta có $w = 2z + 1 - i \Leftrightarrow z = \frac{w}{2} - \frac{1 - i}{2}$.

Suy ra $|z - 3 + 4i| \leq 2 \Leftrightarrow \left| \frac{w}{2} - \frac{1 - i}{2} - 3 + 4i \right| \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}|w - (1 + 23i)| \leq 2 \Leftrightarrow |w - (1 + 23i)| \leq 4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn cho w là hình tròn tâm $A(1; 23)$, bán kính $R = 4$, có diện tích $S = \pi \times R^2 = 16\pi$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 918. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} + 1 + 2i| = 1$ là

- A. Đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 1$.
 B. Đường tròn tâm $I(-1; -2)$, bán kính $R = 1$.
 C. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 1$.
 D. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 1$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$ được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$. Ta có

$$|\bar{z} + 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |x - yi + 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1.$$

Vậy nên M thuộc đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 919. Nếu hai số thực x, y thỏa mãn $x(3 + 2i) + y(1 - 4i) = 1 + 24i$ thì $x - y$ bằng

- A. 3. B. -3. C. -7. D. 7.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} x(3 + 2i) + y(1 - 4i) &= 1 + 24i \\ \Leftrightarrow 3x + y + (2x - 4y)i &= 1 + 24i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - 4y = 24 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases} \\ \Rightarrow x - y &= 7. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 920. Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 5i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Tìm mô-đun của số phức $w = z_1 + z_2 - 6 + 10i$.

- A. $|w| = 10$. B. $|w| = 32$. C. $|w| = 16$. D. $|w| = 8$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \begin{cases} w_1 = z_1 - 3 + 5i \\ w_2 = z_2 - 3 + 5i \end{cases} \Rightarrow w_1 + w_2 = z_1 + z_2 - 6 + 10i = w.$$

$$\text{Mà } \begin{cases} |w_1| = |w_2| = 5 \\ |w_1 - w_2| = |z_1 - z_2| = 6. \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } |w_1 + w_2|^2 + |w_1 - w_2|^2 = 2(|w_1|^2 + |w_2|^2) \Rightarrow |w_1 + w_2|^2 = 64.$$

$$\text{Vậy } |w| = |w_1 + w_2| = 8.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 921. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

- A. $\bar{z} = 3 + i$. B. $\bar{z} = -3 + i$. C. $\bar{z} = 3 - i$. D. $\bar{z} = -3 - i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = i(3i + 1) = 3i^2 + i = -3 + i \Rightarrow \bar{z} = -3 - i.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 922. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2 - 2018z = 2019|z|^2$?

A. Vô số.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } z^2 - 2018z = 2019|z|^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 - 2018a = 2019(a^2 + b^2) & (1) \\ 2ab - 2018b = 0 & (2). \end{cases}$$

$$\text{Từ (2) ta được } \begin{cases} b = 0 \\ a = 1009. \end{cases}$$

$$\text{Thay } b = 0 \text{ vào (1) ta được } -2018a = 2019a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -1. \end{cases}$$

Do đó trường hợp này ta có 2 số phức thỏa yêu cầu là $z = 0$; $z = -1$.

Thay $a = 1009$ vào (1) ta được $-2018 \cdot 1009 \cdot 1010 = 2020b^2$ vô nghiệm do $b \in \mathbb{R}$.

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 923. Cho số phức z thỏa $z + 2\bar{z} = 2 + 3i$, thì $|z|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{29}}{3}$.B. $\frac{85}{3}$.C. $\frac{29}{3}$.D. $\frac{\sqrt{85}}{3}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, suy ra $\bar{z} = a - bi$.

$$\text{Ta có } z + 2\bar{z} = 2 + 3i \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 2 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 2 \\ -b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -3 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{85}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 924. Nếu số phức $z = 1 - i$ thì z^{10} bằng

A. $32i$.B. -32 .C. $-32i$.D. 32 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^{10} = (z^2)^5 = (-2i)^5 = -32i.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 925. Giá trị của $|(1-i)(2+i)-i|$ bằng

A. $\sqrt{17}$.B. $\sqrt{5}$.

C. 3.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Ta có

$$(\overline{1-i})(2+i)-i = (1+i)(2+i)-i = 1+2i.$$

$$\text{Vậy } |(\overline{1-i})(2+i)-i| = |1+2i| = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 926. Cho số phức z thỏa mãn $3\bar{z} + (1+i)z = 1-5i$. Tìm mô-đun của z .

A. $|z| = 5$.B. $|z| = \sqrt{5}$.C. $|z| = \sqrt{13}$.D. $|z| = \sqrt{10}$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} 3(a - bi) + (1 + i)(a + bi) &= 1 - 5i \Leftrightarrow 4a - b + (a - 2b)i = 1 - 5i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = 1 \\ a - 2b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $|z| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 927. Xét các số phức z thỏa mãn $(2 - z)(\bar{z} + i)$ là số thuần ảo. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ là

- A. Đường tròn có tâm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.
 B. Đường tròn có tâm $I\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.
 C. Đường tròn có tâm $I(2; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.
 D. Đường tròn có tâm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$ nhưng bỏ hai điểm $A(2; 0)$ và $B(0; 1)$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$(2 - z)(\bar{z} + i) = (2 - x - yi)(x - yi + i) = -x^2 - y^2 + 2x + y - 2yi - xi + 2i.$$

Để $(2 - z)(\bar{z} + i)$ là số thuần ảo thì

$$-x^2 - y^2 + 2x + y = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - y = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường tròn có tâm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 928. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|iz - 2i + 1| = 2$ là đường tròn có tọa độ tâm là

- A. $(2; 1)$. B. $(2; -1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-2; -1)$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Khi đó $|iz - 2i + 1| = 2 \Leftrightarrow |ai - b - 2i + 1| = 2 \Leftrightarrow (b - 1)^2 + (a - 2)^2 = 4$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|iz - 2i + 1| = 2$ là đường tròn có tọa độ tâm $I(2; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 929. Xét các số phức z thỏa mãn $(z - 4i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.

- A. $(-1; -2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; -2)$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có

$$\begin{aligned} (z - 4i)(\bar{z} + 2) &= [x + (y - 4)i][(x + 2) - yi] \\ &= x(x + 2) - xyi + (x + 2)(y - 4)i + y(y - 4) \\ &= (x^2 + y^2 + 2x - 4y) + (-4x + 2y - 8)i. \end{aligned}$$

Do đó $(z - 4i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường tròn có tâm $(-1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 930. Cho số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và $|z + 2|^2 - |z - i|^2 = 33$. Môđun của số phức $z - 2 - i$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. 9.

C. 25.

D. 5.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Khi đó

$$\begin{aligned} \begin{cases} |z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \\ |z + 2|^2 - |z - i|^2 = 33 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \\ (x + 2)^2 + y^2 - [x^2 + (y - 1)^2] = 33 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \\ y = 15 - 2x \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 3)^2 + (11 - 2x)^2 = 5 \\ y = 15 - 2x \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó $z = 5 + 5i \Rightarrow |z - 2 - i| = |3 + 4i| = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 931. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thuần ảo.

A. Trục Ox .

B. Hai đường thẳng $y = x$, $y = -x$, bỏ đi điểm $O(0; 0)$.

C. Hai đường thẳng $y = x$, $y = -x$.

D. Trục Oy .

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Khi đó $z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$.

Ta có z^2 là số thuần ảo $\Leftrightarrow x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow y = \pm x$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thuần ảo là hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 932. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1 + 2i)z + i$ là một đường tròn. Tìm bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = \sqrt{5}$.

B. $r = 10$.

C. $r = 5$.

D. $r = 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} w = (1 + 2i)z + i &\Leftrightarrow w - i = (1 + 2i)z \Rightarrow |w - i| = |(1 + 2i)z| \\ &\Leftrightarrow |w - i| = |(1 + 2i)| \cdot |z| \Leftrightarrow |w - i| = \sqrt{1 + 2^2} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow |w - i| = 5. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn bán kính $r = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 933. Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 1$.

B. $P = -1$.

C. $P = -\frac{1}{2}$.

D. $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow (1 + i)(a + bi) + 2(a - bi) = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow 3a - b + (a - b)i = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 3 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 3 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Vậy $a + b = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 934. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính mô-đun của số phức $z + i$.

A. $|z + i| = \sqrt{61}$.

B. $|z + i| = 5\sqrt{2}$.

C. $|z + i| = 3\sqrt{5}$.

D. $|z + i| = 2\sqrt{41}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $(x; y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$.

Theo giả thiết $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = ((x + 2)^2 + y^2) - (x^2 + (y - 1)^2) = 4x + 2y + 3$.

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} M - 23 &= 4(x - 3) + 2(y - 4) \\ &\leq \sqrt{(16 + 4)[(x - 3)^2 + (y - 4)^2]} = \sqrt{20 \cdot 5} = 10. \end{aligned}$$

Vậy $M \leq 33$ và $M = 33$ xảy ra khi

$$\begin{cases} 4x + 2y + 3 = 33 \\ (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 15 - 2x \\ (x - 3)^2 + (11 - 2x)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 5. \end{cases}$$

Vậy $z = 5 + 5i \Rightarrow |z + i| = |5 + 6i| = \sqrt{61}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 935. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + 2i)z$.

A. 4.

B. 7.

C. -4.

D. $4i$.

Lời giải.

Ta có $w = (1 + 2i)(3 - 2i) = 7 + 4i$. Suy ra phần ảo của w bằng 4.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 936. Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + 2i) - \bar{z}(2 - 3i) = -4 + 12i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z .

A. $M(3; 1)$.

B. $M(3; -1)$.

C. $M(-1; 3)$.

D. $M(1; 3)$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned}(x + yi)(1 + 2i) - (x - yi)(2 - 3i) &= -4 + 12i \\ \Leftrightarrow (x - 2y - 2x + 3y) + (2x + y + 3x + 2y)i &= -4 + 12i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = -4 \\ 5x + 3y = 12 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1. \end{cases}\end{aligned}$$

Suy ra $z = 3 - i$, điểm biểu diễn số phức z là $M(3; -1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 937. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn phương trình $|z - 2 - 3i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. 8.

B. 4.

C. $2\sqrt{2}$.

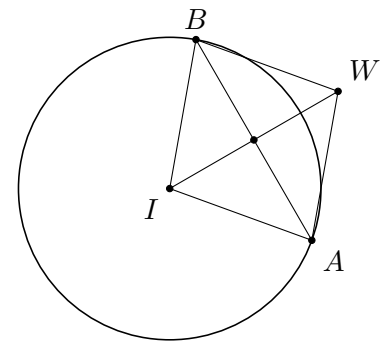
D. 2.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Từ các giả thiết z_1, z_2 thỏa mãn phương trình $|z - 2 - 3i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 6$ suy ra A, B thuộc đường tròn tâm $I(2; 3)$ (là điểm biểu diễn của số phức $z_0 = 2 + 3i$) bán kính $R = 5$ đồng thời thỏa mãn $AB = 6$.

Ta có

$$(w - z_0) - z_0 = (z_1 - z_0) + (z_2 - z_0)$$



nên $w - z_0$ có điểm biểu diễn W chính là đỉnh thứ tư của hình thoi $IAWB$. Do đó

$$\begin{aligned}|w - 2z_0|^2 &= IW^2 = 4IA^2 - AB^2 = 4 \cdot 5^2 - 6^2 = 64 \\ \Rightarrow |w - 2z_0| &= 8.\end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $J(4; 6)$, bán kính $r = 8$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 938. Tìm số z thỏa mãn phương trình $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$.

A. $z = \frac{-2}{3} - 4i$.

B. $z = \frac{2}{3} - 4i$.

C. $z = \frac{-2}{3} + 4i$.

D. $z = \frac{2}{3} + 4i$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó, phương trình có dạng

$$a + bi + 2(a - bi) = 2 - 4i \Leftrightarrow 3a - bi = 2 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = 4. \end{cases}$$

Vậy $z = \frac{2}{3} + 4i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 939. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $x + (y + 2i)i = 2 + i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = 4; y = 1$.

B. $x = 3; y = 2$.

C. $x = -1; y = 2$.

D. $x = 0; y = 1$.

Lời giải.

Ta có $x + (y + 2i)i = 2 + i \Leftrightarrow x - 2 + yi = 2 + i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 940. Xét các số phức z thỏa mãn $(z + 2i + 1)(\bar{z} + 3i)$ là số thuần ảo, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó là

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $(z + 2i + 1)(\bar{z} + 3i) = (x + yi + 2i + 1)(x - yi + 3i) = x^2 + y^2 + x - y - 6 + (5x - y + 3)i$.

Vì $(z + 2i + 1)(\bar{z} + 3i)$ là số thuần ảo nên $x^2 + y^2 + x - y - 6 = 0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn tâm $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 941. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $2 + 3i, 1 - 2i, -3 + i$. Tọa độ điểm Q sao cho tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành là

- A. $Q(0; 2)$. B. $Q(6; 0)$. C. $Q(-2; 6)$. D. $Q(-4; -4)$.

Lời giải.

Ta có $M(2; 3), N(1; -2), P(-3; 1)$.

Gọi $Q(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-1; -5), \overrightarrow{QP} = (-3 - x; 1 - y)$.

Do $MNPQ$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = -1 \\ 1 - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow Q(-2; 6)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 942. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích bằng

- A. $S = 25\pi$. B. $S = 4\pi$. C. $S = 16\pi$. D. $S = 9\pi$.

Lời giải.

Do $w = 2z + 1 - i \Rightarrow z = \frac{w - 1 + i}{2}$, thay vào $|z - 3 + 4i| \leq 2$ ta được

$$\left| \frac{w - 1 + i}{2} - 3 + 4i \right| \leq 2 \Leftrightarrow |w - (7 - 9i)| \leq 4.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn cho số phức w là hình tròn tâm $I(7; -9)$ bán kính $R = 4$.

Diện tích hình tròn là $S = 16\pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 943. Cho hai điểm A và B là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự z_1, z_2 khác 0 và thỏa mãn đẳng thức $z_1^2 + z_2^2 = z_1 z_2$. Hỏi ba điểm O, A, B tạo thành tam giác gì? (O là gốc tọa độ). Chọn phương án đúng nhất

- A. Vuông cân tại O . B. Cân tại O . C. Đều. D. Vuông tại O .

Lời giải.

$$— z_1^2 + z_2^2 = z_1 z_2 \Rightarrow (z_1 - z_2)^2 = -z_1 z_2 \Rightarrow |z_1 - z_2|^2 = |z_1| |z_2|. \quad (1)$$

$$— z_1^2 + z_2^2 = z_1 z_2 \Rightarrow z_1(z_1 - z_2) = -z_2^2 \Rightarrow |z_1| |z_1 - z_2| = |z_2|^2 \Rightarrow |z_1 - z_2|^2 = \frac{|z_2|^4}{|z_1|^2}. \quad (2)$$

$$— \text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow |z_1|^3 = |z_2|^3 \Rightarrow |z_1| = |z_2|. \quad (3)$$

— Từ (1) và (3), suy ra $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2|$, hay $OA = OB = AB \Rightarrow \triangle OAB$ đều.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 944. Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn điều kiện $z^4 = |z|$. Số phần tử của S là

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } z^4 = |z| \Rightarrow |z|^4 = |z| \Leftrightarrow |z|(|z|^3 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 0 \\ |z| = 1 \end{cases}.$$

$$\text{— } |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0.$$

$$\text{— } |z| = 1 \Leftrightarrow z^4 = 1 \Leftrightarrow (z^2 - 1)(z^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ z = 1 \\ z = i \\ z = -i. \end{cases}$$

Vậy có 5 số phức z thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 945. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z \cdot \bar{z} + z| = 2$ và $|z| = 2$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Từ $|z| = 2$ và $|z \cdot \bar{z} + z| = 2$, suy ra $|4 + z| = 2$.

Tập hợp số phức z thỏa mãn điều kiện $|z| = 2$ là đường tròn tâm $O(0; 0)$ bán kính $R_1 = 2$.

Tập hợp số phức z thỏa mãn điều kiện $|4 + z| = 2$ là đường tròn tâm $I(-4; 0)$ bán kính $R_2 = 2$.

Do $OI = 4 = R_1 + R_2$ nên hai đường tròn tiếp xúc ngoài. Suy ra có 1 số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 946. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , gọi (H) là hình biểu diễn tập hợp các số phức z thỏa mãn $|7z - \bar{z}| \leq 10$. Diện tích của hình (H) bằng

A. $\frac{5\pi}{2}$.

B. $\frac{25\pi}{12}$.

C. $\frac{7\pi}{2}$.

D. 5π .

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta thấy

$$\begin{aligned} & |7z - \bar{z}| \leq 10 \\ \Leftrightarrow & |6x + 8yi| \leq 10 \\ \Leftrightarrow & 36x^2 + 64y^2 \leq 100 \\ \Leftrightarrow & \frac{x^2}{\left(\frac{5}{3}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{5}{4}\right)^2} \leq 1. \quad (1) \end{aligned}$$

Từ (1) ta được (H) là hình elip.

$$\text{Ta có } S_{(H)} = \pi \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25\pi}{12}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 947. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2 + 3| = 2|z + \bar{z}|$ và $|z - 4 + 3i| = 3$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

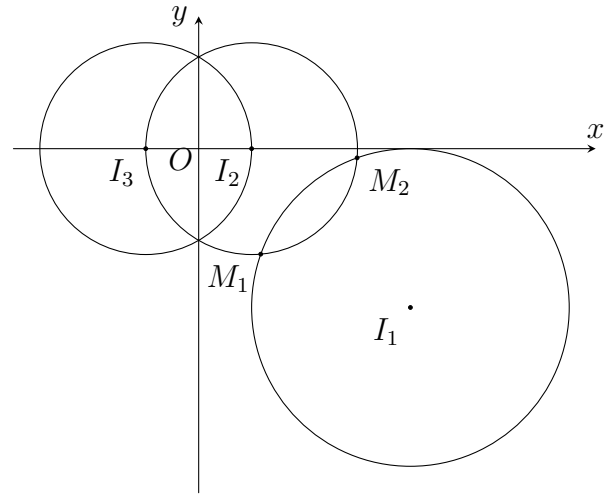
Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi M là điểm biểu diễn của z .

Ta có $|z - 4 + 3i| = 3$ nên M thuộc đường tròn $(\mathcal{C}_1)$ có tâm $I_1(4; -3)$ và bán kính $R_1 = 3$. (1)

Ta thấy

$$\begin{aligned}
 & |z^2 + 3| = 2|z + \bar{z}| \\
 \Leftrightarrow & (x^2 - y^2 + 3)^2 + (2xy)^2 = 16x^2 \\
 \Leftrightarrow & (x^2 - y^2)^2 + 9 + 6(x^2 - y^2) + 4x^2y^2 = 16x^2 \\
 \Leftrightarrow & (x^2 + y^2)^2 + 9 - 6(x^2 + y^2) = 4x^2 \\
 \Leftrightarrow & (x^2 + y^2 - 3)^2 = 4x^2 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 + y^2 - 3 = -2x \\ x^2 + y^2 - 3 = 2x \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 & (2) \\ (x+1)^2 + y^2 = 4 & (3) \end{cases}
 \end{aligned}$$



Hình 1

Đặt $\begin{cases} (\mathcal{C}_2): (x-1)^2 + y^2 = 4 \\ (\mathcal{C}_3): (x+1)^2 + y^2 = 4. \end{cases}$

Từ (1), (2) và (3), ta thấy M là điểm chung của $\begin{cases} (\mathcal{C}_1) \\ (\mathcal{C}_2) \end{cases}$ hay $\begin{cases} (\mathcal{C}_1) \\ (\mathcal{C}_3) \end{cases}$.

Từ hình 1, ta thấy có hai điểm M thỏa mãn, tức có hai số phức thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 948. Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tìm số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

A. $w = \frac{10}{3} + i$. B. $w = \frac{10}{3}$. C. $w = \frac{8}{3}$. D. $w = \frac{8}{3} + i$.

Lời giải.

Ta có $z = 1 - \frac{1}{3}i \Rightarrow \bar{z} = 1 + \frac{1}{3}i$. Khi đó $w = i\bar{z} + 3z = i\left(1 + \frac{1}{3}i\right) + 3\left(1 - \frac{1}{3}i\right) = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 949. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 1 + i$. Tính $|z_1 + 3z_2|$.

A. $|z_1 + 3z_2| = \sqrt{11}$. B. $|z_1 + 3z_2| = 11$. C. $|z_1 + 3z_2| = \sqrt{61}$. D. $|z_1 + 3z_2| = 61$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + 3z_2 = (2 + 3i) + 3(1 + i) = 5 + 6i \Rightarrow |z_1 + 3z_2| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 950. Cho số phức z thỏa mãn $|z-i| = |z-1+2i|$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (2-i)z+1$ trên mặt phẳng là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $x + 7y + 9 = 0$. B. $x + 7y - 9 = 0$. C. $x - 7y - 9 = 0$. D. $x - 7y + 9 = 0$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z-i| = |z-1+2i| \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + (y+2)^2 \Leftrightarrow x - 3y - 2 = 0$. (1)

Gọi $M(x'; y')$ là điểm biểu diễn của w , ta có $w = (2-i)z+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2x + y + 1 \\ y' = -x + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5}(2x' - y' - 2) \\ y = \frac{1}{5}(x' + 2y' - 1) \end{cases}$.

(2)

Từ (2) và (1) $\Rightarrow \frac{1}{5}(2x' - y' - 2) - \frac{3}{5}(x' + 2y' - 1) - 2 = 0 \Leftrightarrow x' + 7y' + 9 = 0$.

Vậy tập các điểm biểu diễn của w là đường thẳng có phương trình $x + 7y + 9 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 951. Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(z + 1 + i)(\bar{z} - i) + 3i = 9$ và $|\bar{z}| > 2$. Tính $P = a + b$.

A. 2.

B. 1.

C. -3.

D. -1.

Lời giải.

Phương trình tương đương $|z|^2 - iz + (1 + i)\bar{z} + 2i - 8 = 0 \quad (1)$.

Thay $z = a + bi$ vào (1) và biến đổi ta được

$$a^2 + b^2 + a + 2b - 8 + (2 - b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + a + 2b - 8 = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \\ a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vì $|\bar{z}| > 2$ nên ta chọn $\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$. Vậy $P = a + b = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 952. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 2i^{2020}| = |\bar{z} - 1 + 2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 2\bar{z} - 1 + 4i$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Khoảng cách từ $I(2; -3)$ đến đường thẳng đó bằng

A. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{18\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{10\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{18\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải.

Đặt $w = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$.

Khi đó, $x + yi = 2\bar{z} - 1 + 4i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{x+1}{2} + \frac{y-4}{2}i$ và $z = \frac{x+1}{2} - \frac{y-4}{2}i$.

Ta có

$$\begin{aligned} |z - 2i^{2020}| &= |\bar{z} - 1 + 2i| \\ \Leftrightarrow |z - 2| &= |\bar{z} - 1 + 2i| \\ \Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{2} - 2\right)^2 + \left(\frac{y-4}{2}\right)^2 &= \left(\frac{x+1}{2} - 1\right)^2 + \left(\frac{y-4}{2} + 2\right)^2 \\ \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 &= (x-1)^2 + y^2 \\ \Leftrightarrow x + 2y - 6 &= 0. \end{aligned}$$

Như thế, tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường thẳng $\Delta: x + 2y - 6 = 0$.

Vậy khoảng cách từ $I(2; -3)$ đến Δ là $\frac{|2 - 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{1+4}} = \frac{10\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 953. Cho số phức z khác 0 là số thuần ảo. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\bar{z}$ là số thực.

B. $z = \bar{z}$.

C. $z + \bar{z} = 0$.

D. Phần ảo của z bằng 0.

Lời giải.

Ta có $z = bi$, với $b \neq 0$, suy ra $\bar{z} = -bi$. Do đó $z + \bar{z} = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 954. Cho z_1, z_2 là hai số phức tùy ý. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.

B. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.

C. $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$.

D. $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$.

Lời giải.

Khẳng định $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ sai vì $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 955. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện $|z_1 - z_2| = |z_1| = |z_2| = 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2$ là

A. Đường tròn có bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

B. Đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

C. Đường elip.

D. Đường thẳng.

Lời giải.

Ta có $|z|^2 = |z_1 + z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) - |z_1 - z_2|^2 = 2(4 + 4) - 4 = 12$, suy ra $|z| = 2\sqrt{3}$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 956. Trên mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 3i| = 2$ là đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\begin{aligned} &|z + (2 - 3i)| = 2 \\ \Leftrightarrow &|x + yi + 2 - 3i| = 2 \\ \Leftrightarrow &|x + 2 + (y - 3)i| = 2 \\ \Leftrightarrow &\sqrt{(x + 2)^2 + (y - 3)^2} = 2 \\ \Leftrightarrow &(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4 \\ \Leftrightarrow &x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 957. Nếu 2 số thực x, y thỏa mãn $x(3 + 2i) + y(1 - 4i) = 1 - 32i$ thì $x + y$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. -3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} &x(3 + 2i) + y(1 - 4i) = 1 - 32i \\ \Leftrightarrow &(3x + y) + (2x - 4y)i = 1 - 32i \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - 4y = -32 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = -2 \\ y = 7. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x + y = -2 + 7 = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 958. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa mãn $z \cdot \bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 + 10i$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 7$.

B. $S = 17$.

C. $S = -17$.

D. $S = 5$.

Lời giải.

Ta có $z \cdot \bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2$ và $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$. Khi đó

$$\begin{aligned} z \cdot \bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) &= 13 + 10i \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 12\sqrt{a^2 + b^2} + 2bi &= 13 + 10i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 12\sqrt{a^2 + b^2} = 13 \\ 2b = 10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 12\sqrt{a^2 + 25} + 12 = 0 \\ b = 5. \end{cases} \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \sqrt{a^2 + 25}$ với $t \geq 5$ và $t^2 = a^2 + 25$. Phương trình (1) trở thành

$$t^2 - 12t - 13 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (\text{loại}) \\ t = 13. \end{cases}$$

Với $t = 13 \Rightarrow \sqrt{a^2 + 25} = 13 \Leftrightarrow a^2 = 144 \Leftrightarrow a = 12$ vì $a > 0$.

Vậy $S = a + b = 12 + 5 = 17$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 959. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $P(-2; 1)$.

B. $Q(1; 2)$.

C. $M(1; -2)$.

D. $N(2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $w = iz = i(1 - 2i) = i - 2i^2 = 2 + i$. Do đó, điểm $N(2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ.

Chọn đáp án **D** □

Câu 960. Cho số phức $z = 2 + i$. Tính mô-đun của số phức $w = z^2 - 1$.

A. $2\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $5\sqrt{5}$.

D. 20.

Lời giải.

Ta có $w = z^2 - 1 = (2 + i)^2 - 1 = 4 + 4i + i^2 - 1 = 2 + 4i$.

Do đó $|w| = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 961. Số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 3 - 2i$ là

A. $1 - 2i$.

B. $1 + 2i$.

C. $2 - i$.

D. $2 + i$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} z + 2\bar{z} = 3 - 2i &\Leftrightarrow (a + bi) + 2(a - bi) = 3 - 2i \\ &\Leftrightarrow 3a - bi = 3 - 2i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $z = 1 + 2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 962. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $3 \leq |z - 3i + 1| \leq 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z tạo thành một hình phẳng. Tính diện tích hình phẳng đó.

A. $S = 16\pi$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = 25\pi$.

D. $S = 8\pi$.

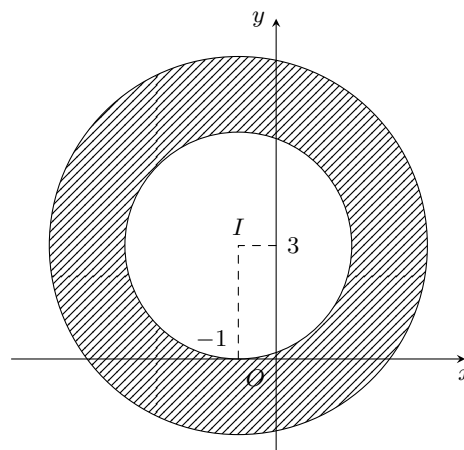
Lời giải.

Gọi các điểm biểu diễn các số phức z và $-1 + 3i$ lần lượt là M và $I(-1; 3)$. Ta có

$$3 \leq |z - 3i + 1| \leq 5 \Rightarrow 3 \leq IM \leq 5.$$

Gọi (C_1) là đường tròn tâm I , bán kính $R_1 = 3$; (C_2) là đường tròn tâm I , bán kính $R_2 = 5$. Khi đó tập hợp các điểm M nằm ngoài đường tròn (C_1) và nằm trong đường tròn (C_2) (phần gạch chéo trên hình vẽ). Diện tích hình phẳng này là

$$S = \pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 3^2 = 16\pi.$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 963. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $-2 \cdot \bar{z}$.

A. Phần thực bằng -6 và phần ảo bằng $-4i$.

B. Phần thực bằng -6 và phần ảo bằng -4 .

C. Phần thực bằng -6 và phần ảo bằng $4i$.

D. Phần thực bằng -6 và phần ảo bằng 4 .

Lời giải.

Ta có $z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$, do đó $-2 \cdot \bar{z} = -6 + 4i$.

Vậy số phức $-2 \cdot \bar{z}$ có phần thực bằng -6 và phần ảo bằng 4 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 964. Cho số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$.

A. $\bar{w} = 3 - 2i$.

B. $\bar{w} = 1 - 4i$.

C. $\bar{w} = -1 + 4i$.

D. $\bar{w} = 3 + 2i$.

Lời giải.

Ta có $w = z_1 + z_2 = 3 - 2i$.

Khi đó $\bar{w} = 3 + 2i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 965. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - (3 - 4i)| = 2$ là

A. Đường tròn có tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 2$.

B. Đường tròn có tâm $I(-3; 4)$, bán kính $R = 2$.

C. Đường tròn có tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 4$.

D. Đường tròn có tâm $I(-3; 4)$, bán kính $R = 4$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z - (3 - 4i)| = 2 \Leftrightarrow |(x - 3) + (y + 4)i| = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn đề bài là đường tròn có tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 966. Gọi a và b là các số thực thỏa mãn $a + 2bi + b - 3 = -ai - i$ với i là đơn vị ảo. Tính $a + b$.

A. 3.

B. 11.

C. -3.

D. -11.

Lời giải.

Ta thấy

$$a + 2bi + b - 3 = -ai - i \Leftrightarrow (a + b - 3) + (a + 2b + 1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a + 2b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -4. \end{cases}$$

Vậy $a + b = 3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 967. Cho số phức z thỏa mãn $2z + (3 - 2i)\bar{z} = 5 + 5i$. Mô-đun của z bằng

A. 5.

B. $\sqrt{8}$.C. $\sqrt{5}$.D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} 2(x + yi) + (3 - 2i)(x - yi) &= 5 + 5i \\ \Leftrightarrow 5x - (2x + y)i &= 5 + 5i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 2x + y = 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó ta có $z = 1 + 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 968. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $3a + (b - i)(-1 + 2i) = 3 + 5i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a = 1, b = 2$.B. $a = \frac{1}{2}, b = 1$.C. $a = -1, b = 1$.D. $a = -2, b = 2$.

Lời giải.

Ta có $3a + (b - i)(-1 + 2i) = 3 + 5i \Leftrightarrow 3a - b + 2 + (2b + 1)i = 3 + 5i$.

$$\text{Đồng nhất hệ số ta có } \begin{cases} 3a - b + 2 = 3 \\ 2b + 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 969. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i$, với i là đơn vị ảo.

A. $x = -1; y = -3$.B. $x = -1; y = -1$.C. $x = 1; y = -1$.D. $x = 1; y = -3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i \Leftrightarrow x + 1 - (3y + 9)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 3y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 970. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1.

B. $\frac{5}{4}$.C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } (\bar{z} + i)(z + 2) = (x - yi + i)(x + yi + 2) = (x^2 + 2x + y^2 - y) + (x - 2y + 2)i$$

Vì $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo nên ta có: $x^2 + 2x + y^2 - y = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 971. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + 2yi) + (2 + i) = 2x - 3i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = -2; y = -2$. B. $x = -2; y = -1$. C. $x = 2; y = -2$. D. $x = 2; y = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (3x + 2yi) + (2 + i) &= 2x - 3i \Leftrightarrow (3x + 2) + (2y + 1)i = 2x - 3i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 = 2x \\ 2y + 1 = -3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 972. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\frac{9}{2}$. B. $3\sqrt{2}$. C. 3. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ trong đó $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $(\bar{z} + 3i)(z - 3) = x^2 + y^2 - 3x - 3y + (3x + 3y - 9)i$.

Số phức $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo khi chỉ khi $x^2 + y^2 - 3x - 3y = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{2}$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường tròn có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 973. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 3 - i) + 2i = (4 - i)z$?

A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Ta có $|z|(z - 3 - i) + 2i = (4 - i)z \Leftrightarrow z(4 - |z| - i) = -3|z| + (2 - |z|)i$.

Đặt $t = |z|$, điều kiện $t \geq 0, t \in \mathbb{R}$. Lấy mô-đun hai vế ta được

$$\begin{aligned} t|4 - t - i| &= |-3t + (2 - t)i| \Leftrightarrow t\sqrt{(4 - t)^2 + 1} = \sqrt{9t^2 + (2 - t)^2} \\ &\Leftrightarrow t^4 - 8t^3 + 6t^2 + 4t - 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (t - 1)(t^3 - 7t^2 - t + 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t \approx 7,081 \\ t \approx 0,61146 \\ t \approx -0,6928. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó, có 3 giá trị t thỏa mãn.

Mặt khác, với mỗi $t \geq 0$, ta có $z = \frac{-3t + (2 - t)i}{4 - t - i}$ nên có duy nhất một số phức z thỏa mãn.

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **B** □

Câu 974. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = -2; y = 4$. B. $x = 2; y = 4$. C. $x = -2; y = 0$. D. $x = 2; y = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i \Leftrightarrow 2x - 4 + (4 - y)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ 4 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 975. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. 4. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Đặt } Z = (\bar{z} + 2i)(z - 2) = [x + (2 - y)i][(x - 2) + yi] = [x(x - 2) - y(2 - y)] + [xy + (x - 2)(2 - y)]i.$$

Vì Z là số thuần ảo nên có phần thực bằng không do đó

$$x(x - 2) - y(2 - y) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2.$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 976. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 6 - i) + 2i = (7 - i)z$?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z|(z - 6 - i) + 2i = (7 - i)z \Leftrightarrow (|z| - 7 + i)z = 6|z| + (|z| - 2)i. \quad (*)$$

$$\Rightarrow |(|z| - 7 + i)z| = |6|z| + (|z| - 2)i| \Leftrightarrow [(|z| - 7)^2 + 1]|z|^2 = 36|z|^2 + (|z| - 2)^2 \quad (**)$$

Đặt $t = |z|$ thì $t \in \mathbb{R}$, $t \geq 0$ và $(**)$ trở thành $t^4 - 14t^3 + 13t^2 + 4t - 4 = 0$.

$$\Leftrightarrow (t - 1)(t^3 - 13t^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t \approx 12,96 \\ t \approx 0,56 \\ t \approx -0,5 \end{cases} \text{ (chỉ nhận 3 giá trị } t \geq 0).$$

Thay vào $(*)$ ta được 3 số phức z .

Lưu ý:

Để chứng minh phương trình cuối cùng theo t có 3 nghiệm $t \geq 0$ ta cần dùng đến phương pháp hàm số: chứng minh $f(t) = t^3 - 13t^2 + 4 = 0$ có 2 nghiệm không âm đều khác 1.

Bảng biến thiên của $f(t)$ trên nửa khoảng $[0; \infty)$ như sau:

t	0	1	$\frac{26}{3}$	$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$
$f(t)$	4	-8	$-\frac{8680}{27}$	$+\infty$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 977. Tìm hai số x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (3 - i) = 5x - 4i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = -1; y = -1$. B. $x = -1; y = 1$. C. $x = 1; y = -1$. D. $x = 1; y = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$(2x - 3yi) + (3 - i) = 5x - 4i \Leftrightarrow 3x - 3 + (3y - 3)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3 = 0 \\ 3y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 978. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $(\bar{z} - 2i)(z + 2) = a^2 + 2a + b^2 + 2b - 2(a + b + 2)i$. Vì $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo nên $a^2 + 2a + b^2 + 2b = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 2$.

Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các số điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 979. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = -2 + i$. Tìm số phức liên hợp của $z_1 + z_2$.

- A. $1 + 3i$. B. $1 - 3i$. C. $-1 + 3i$. D. $-1 - 3i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (3 - 4i) + (-2 + i) = 1 - 3i \Rightarrow \overline{z_1 + z_2} = 1 + 3i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 980. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + 4i$. Tìm điểm M biểu diễn số phức $z_1 \cdot z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $M(-2; 11)$. B. $M(11; 2)$. C. $M(11; -2)$. D. $M(-2; -11)$.

Lời giải.

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (1 - 2i)(3 + 4i) = 3 + 4i - 6i + 8 = 11 - 2i$. Vậy điểm $M(11; -2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 981. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $(1 + i)z|z| - 1 = (i - 2)|z|$.

- A. $|z| = 1$. B. $|z| = 4$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = 3$.

Lời giải.

Ta thấy $(1 + i)z|z| - 1 = (i - 2)|z| \Leftrightarrow (1 + i)z|z| = (i - 2)|z| + 1$.

Lấy mô-đun hai vế ta được

$$\begin{aligned} |i + 1||z|^2 &= ||z|i + 1 - 2|z|| \\ \Leftrightarrow \sqrt{2}|z|^2 &= \sqrt{(1 - 2|z|)^2 + |z|^2} \\ \Leftrightarrow 2|z|^4 &= (1 - 2|z|)^2 + |z|^2 \\ \Leftrightarrow 2|z|^4 - 5|z|^2 + 4|z| - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 1 \\ 2|z|^3 + 2|z|^2 - 3|z| + 1 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Ta chứng minh phương trình $2|z|^3 + 2|z|^2 - 3|z| + 1 = 0$ vô nghiệm.

Đặt $t = |z|$ điều kiện $t \geq 0$. Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + 2t^2 - 3t + 1$.

Ta có $f'(t) = 6t^2 + 4t - 3$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 6t^2 + 4t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-2 + \sqrt{22}}{6} \\ t = \frac{-2 - \sqrt{22}}{6} \end{cases}$ (loại).

Ta có bảng biến thiên sau

x	0	$\frac{-2 + \sqrt{22}}{6}$	$+\infty$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	1	$\frac{116 - 22\sqrt{22}}{54}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(t) \geq \frac{116 - 22\sqrt{22}}{54} > 0, \forall t \geq 0$. Suy ra $f(t) = 0$ vô nghiệm.

Vậy $|z| = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 982. Mô-đun của số phức $z = (1 + 2i)(2 - i)$ là

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = \sqrt{5}$.

C. $|z| = 10$.

D. $|z| = 6$.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-1)^2} = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 983. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 + 3z^2 + 4 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$.

A. $T = 8$.

B. $T = 6$.

C. $T = 4$.

D. $T = 2$.

Lời giải.

Nhận xét: Cho số phức $z = a + bi$, khi đó ta luôn có $|z|^2 = |z^2|$.

Giải phương trình $z^4 + 3z^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = C_1 = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}i}{2} \\ z^2 = C_2 = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}i}{2} \end{cases}, (C_1, C_2 \in \mathbb{C}).$

Suy ra, phương trình đã cho có 4 nghiệm thỏa mãn $z_1^2 = z_2^2 = C_1, z_3^2 = z_4^2 = C_2$.

Suy ra

$$\begin{aligned} T &= |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2 \\ &= |z_1^2| + |z_2^2| + |z_3^2| + |z_4^2| \\ &= |C_1| + |C_1| + |C_2| + |C_2| \\ &= 4\sqrt{\frac{9}{4} + \frac{7}{4}} = 8. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 984. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức $z = i(7 - 4i)$ trong mặt phẳng tọa độ?

A. $P(-4; 7)$.

B. $M(4; 7)$.

C. $Q(-4; -7)$.

D. $N(4; -7)$.

Lời giải.

Ta có $z = 7i - 4i^2 = 4 + 7i$. Do đó z được biểu diễn bởi $M(4; 7)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 985. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức $w = 2z + 4 - i$ là đường tròn có tâm $I(a; b)$, bán kính R . Tổng $a + b + R$ bằng

A. 11.

B. 9.

C. 7.

D. 4.

Lời giải.

Gọi $z' = z - 3 + 4i \Rightarrow |z'| = 5$ và $z = z' + 3 - 4i$ Ta có

$$w = 2(z' + 3 - 4i) + 4 - i = 2z' + 10 - 9i.$$

Do đó $|w - (10 - 9i)| = 2|z'| = 10$. Suy ra tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức $w = 2z + 4 - i$ là đường tròn có tâm $I(10; -9)$, bán kính 10.

Vậy $a + b + R = 10 - 9 + 10 = 11$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 986. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2i| = |\bar{z} + 1|$. Tập hợp những điểm M biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ là đường thẳng có phương trình $ax + 4y + c = 0$, trong đó a, c là các số nguyên. Tính $P = a + c$.

A. 5.

B. 1.

C. -1.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Khi đó ta có

$$\begin{aligned} |z - 2i| &= |\bar{z} + 1| \\ \Leftrightarrow |x + (y - 2)i| &= |(x + 1) - yi| \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 2)^2} &= \sqrt{(x + 1)^2 + (-y)^2} \\ \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 &= (x + 1)^2 + y^2 \\ \Leftrightarrow 2x + 4y - 3 &= 0. \end{aligned}$$

Vậy $a = 2, c = -3$. Do đó $a + c = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 987. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|3z - i| = |3 + iz|$. Biết rằng $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1 + z_2|$.

A. $P = 2\sqrt{2}$.B. $P = \frac{1}{2}$.C. $P = \frac{3}{2}$.D. $P = 1$.

Lời giải.

Gọi A, B là hai điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|3z - i| = |3 + iz| \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$.

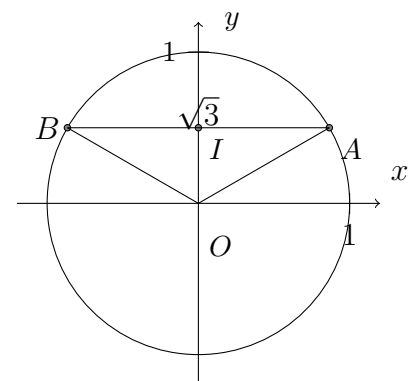
Suy ra A, B nằm trên đường tròn tâm O bán kính 1.

Từ $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$ ta có khoảng cách $AB = \sqrt{3}$.

Không mất tính tổng quát, ta vẽ hai điểm A, B đối xứng nhau qua trục tung thỏa $AB = \sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm AB suy ra $A = (\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$ và $B(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$.

Vậy $|z_1 + z_2| = 1$.



Cách khác. $|z_1 - z_2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 3 \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 = -\frac{1}{2}$.

Khi đó $|z_1 + z_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2} = \sqrt{(x_1^2 + y_1^2) + (x_2^2 + y_2^2) + 2(x_1x_2 + y_1y_2)} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 988. Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 2| = |z|$ và $(z + 1)(\bar{z} - i)$ là số thực. Giá trị của biểu thức $S = a + 2b$ bằng bao nhiêu?

A. $S = -3$.

B. $S = 0$.

C. $S = -1$.

D. $S = 1$.

Lời giải.

$$|z - 2| = |z| \Leftrightarrow \sqrt{(a - 2)^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow (a - 2)^2 = a^2 \Leftrightarrow a = 1.$$

$$(z + 1)(\bar{z} - i) = (a + 1 + bi)(a - bi - i) = a(a + 1) + b(b + 1) - (a + b + 1)i.$$

Vì $(z + 1)(\bar{z} - i)$ là số thực nên $a + b + 1 = 0 \Rightarrow b = -2$.

Vậy $S = a + 2b = -3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 989. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - i|$. Tìm mô-đun nhỏ nhất của số phức $w = 2z + 2 - i$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$|z - 1| = |z - i| \Leftrightarrow |a - 1 + bi| = |a + (b - 1)i| \Leftrightarrow (a - 1)^2 + b^2 = a^2 + (b - 1)^2 \Leftrightarrow a - b = 0.$$

Khi đó $w = 2(a + ai) + 2 - i = 2a + 2 + (a - 1)i$.

$$\text{Suy ra } |w| = \sqrt{(2a + 2)^2 + (2a - 1)^2} = \sqrt{8a^2 + 4a + 5} = \sqrt{8\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{2}} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy mô-đun nhỏ nhất của số phức w là $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 990. Xét các số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5}$. Tìm $P = 16a + 8b$ biết $|z + 1 + i| + |z - 1 + 4i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. -36 .

B. $\sqrt{58}$.

C. 58 .

D. 40 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z - 1 + 2i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (b + 2)^2 = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2a - 4b.$$

$$M = |z + 1 + i| + |z - 1 + 4i| = \sqrt{(a + 1)^2 + (b + 1)^2} + \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 4)^2}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} M^2 &\leq 2[(a + 1)^2 + (b + 1)^2 + (a - 1)^2 + (b + 4)^2] \\ &\leq 2[a^2 + b^2 + 10b + 19] \\ &\leq 2[2(2a - 4b) + 10b + 19] \\ &\leq 2[4a + 2b + 19] \\ &\leq 2[4(a - 1) + 2(b + 2) + 19]. \end{aligned}$$

Mặt khác $4(a - 1) + 2(b + 2) + 19 \leq \sqrt{(4^2 + 2^2)[(a - 1)^2 + (b + 2)^2]} + 19 = 29$ nên $M^2 \leq 58$.

Do đó M đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{58}$ khi $\begin{cases} 4a + b = 10 \\ \sqrt{58} = \sqrt{4a - 2b + 2} + \sqrt{4b + 17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{45}{16} \\ b = -\frac{5}{8} \end{cases}$.

Suy ra $P = 16a + 8b = 40$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 991. Số nào trong các số phức sau là số thực?

A. $(1 + 2i) + (-1 + 2i)$.

B. $(3 + 2i) + (3 - 2i)$.

C. $(5 + 2i) - (\sqrt{5} - 2i)$.

D. $(\sqrt{3} - 2i) - (\sqrt{3} + 2i)$.

Lời giải.

Số phức có phần ảo bằng 0 là số thực. Do đó $(3 + 2i) + (3 - 2i) = 6$ là số thực.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 992. Giả sử A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Khi đó độ dài của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $|z_1| - |z_2|$.

B. $|z_1| + |z_2|$.

C. $|z_2 - z_1|$.

D. $|z_2 + z_1|$.

Lời giải.

Giả sử $z_1 = x_1 + y_1i$ và $z_2 = x_2 + y_2i$ trong đó x_1, y_1, x_2, y_2 là các số thực. Theo giả thiết thì $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

Ta có $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Lại có $|z_2 - z_1| = |(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)i| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Vậy $|\overrightarrow{AB}| = |z_2 - z_1|$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 993. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn: $z + 1 - 2i - |z|(1 - i) = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , M là điểm biểu diễn của số phức z . Khi đó M thuộc đường thẳng nào sau đây?

A. $x - y + 2 = 0$.

B. $x + y - 1 = 0$.

C. $x + y - 2 = 0$.

D. $x + y + 1 = 0$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có

$$\begin{aligned} x + yi + 1 - 2i - \sqrt{x^2 + y^2}(1 - i) &= 0 \Leftrightarrow (x + 1 - \sqrt{x^2 + y^2}) + (y + \sqrt{x^2 + y^2} - 2)i = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 - \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \\ y + \sqrt{x^2 + y^2} - 2 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow y = 1 - x \text{ hay } x + y - 1 = 0. \end{aligned}$$

Điều đó chứng tỏ M thuộc đường thẳng $x + y - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 994. Cho hai số phức z, z' thỏa mãn $|z + 5| = 5$ và $|z' + 1 - 3i| = |z' - 3 - 6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z - z'|$.

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $3\sqrt{10}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ và $N(x'; y')$ lần lượt là điểm biểu diễn cho số phức z và z' .

Do $|z + 5| = 5$ nên M thuộc đường tròn tâm $I(-5; 0)$ bán kính $R = 5$.

Lại có

$$\begin{aligned} |z' + 1 - 3i| &= |z' - 3 - 6i| \\ \Leftrightarrow |x' + y'i + 1 - 3i| &= |x' + y'i - 3 - 6i| \\ \Leftrightarrow |(x' + 1) + (y' - 3)i| &= |(x' - 3) + (y' - 6)i| \\ \Leftrightarrow (x' + 1)^2 + (y' - 3)^2 &= (x' - 3)^2 + (y' - 6)^2 \\ \Leftrightarrow 2x' + 1 - 6y' + 9 &= 6x' + 9 - 12y' + 36 \\ \Leftrightarrow 8x' + 6y' - 35 &= 0 \quad (\Delta). \end{aligned}$$

Suy ra N thuộc đường thẳng (Δ) . Khi đó $|z - z'| = MN$, vậy $|z - z'|$ nhỏ nhất khi MN nhỏ nhất. Dựa vào hình vẽ ta thấy giá trị nhỏ nhất bằng $d(I, \Delta) - R = \frac{|-40 - 35|}{10} - 5 = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 995. Cho số phức z thỏa mãn $z|(1 + 3i)|z| - 3 + i| = 4\sqrt{10}$ và $|z| > 1$. Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{65}}{4}}$. B. $|z| = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{65}}{2}}$. C. $|z| = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{65}}{2}}$. D. $|z| = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{65}}{4}}$.

Lời giải.

Từ phương trình và giả thiết suy ra z có dạng $z = x$, ($x > 0, |x| > 1, x \in \mathbb{R}$).

Từ phương trình ta có

$$\begin{aligned} x|(1 + 3i)x - 3 + i| &= 4\sqrt{10} \Leftrightarrow x|(x - 3) + (3x + 1)i| = 4\sqrt{10} \\ \Leftrightarrow x\sqrt{(x - 3)^2 + (3x + 1)^2} &= 4\sqrt{10} \Leftrightarrow x^2(x^2 - 6x + 9 + 9x^2 + 6x + 1) = 160 \\ \Leftrightarrow x^4 + x^2 - 16 &= 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{-1 + \sqrt{65}}{2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{65}}{2}}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 996. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $2x + 1 + (1 - 2y)i = 2 - x + (3y - 2)i$.

A. $x = \frac{1}{3}; y = \frac{3}{5}$. B. $x = 1; y = \frac{3}{5}$. C. $x = 1; y = \frac{1}{5}$. D. $x = \frac{1}{3}; y = \frac{1}{5}$.

Lời giải.

Áp dụng định nghĩa hai số phức bằng nhau ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 1 = 2 - x \\ 1 - 2y = 3y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 997. Trong các số phức $(1 + i)^3, (1 + i)^4, (1 + i)^5, (1 + i)^6$ số phức nào là số phức thuần ảo?

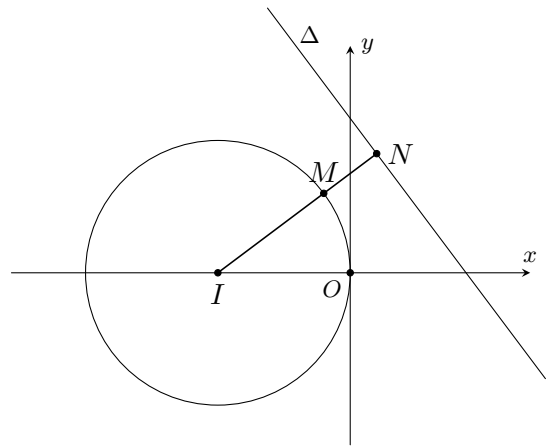
A. $(1 + i)^5$. B. $(1 + i)^6$. C. $(1 + i)^3$. D. $(1 + i)^4$.

Lời giải.

$$(1 + i)^3 = 2i - 2, (1 + i)^4 = -4, (1 + i)^5 = -4(1 + i), (1 + i)^6 = -8i.$$

Vậy số thuần ảo là $(1 + i)^6$.

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 998. Số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$ là

A. $-3 - i$.

B. $2 - i$.

C. $2 + i$.

D. $-2 - i$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có

$$z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i \Leftrightarrow a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3b - 3a = -9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 999. Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$. Tính $T = a + 2b$.

A. $T = -7 + 12\sqrt{2}$.

B. $T = -7 + 6\sqrt{2}$.

C. $T = 12 - 7\sqrt{2}$.

D. $T = -7 - 12\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $z = (\sqrt{2} + 3i)^2 = -7 + 6\sqrt{2}i \Rightarrow T = a + 2b = -7 + 12\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1000. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $w = iz + \bar{z}$. Tính tích ab .

A. -9 .

B. -6 .

C. 9 .

D. 6 .

Lời giải.

Ta có $w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + 2 - 5i = -3 - 3i$. Suy ra $ab = 9$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1001. Gọi $\mathbb{C}$ là tập hợp các số phức. Xét các khẳng định sau

① $z^2 \geq 0 \forall z \in \mathbb{C}$.

② $z^2 = |z^2| \forall z \in \mathbb{C}$.

③ $|\bar{z}| = |z| \forall z \in \mathbb{C}$.

Số khẳng định đúng là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $i^2 = -1 < 0$ và $|i^2| = 1$ nên mệnh đề a) và b) sai.

Chỉ có khẳng định c) đúng.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1002. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + z)^2$ là số thực. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là

A. Hai đường thẳng.

B. Đường thẳng.

C. Parabol.

D. Đường tròn.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $(1 + z)^2 = (x + 1)^2 - y^2 + 2(x + 1)yi$.

$$(1 + z)^2 \text{ là số thực khi } 2(x + 1)y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}.$$

Vậy tập hợp các điểm M là hai đường thẳng $d_1: x + 1 = 0, d_2: y = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1003. Cho số phức z . Gọi A, B lần lượt là các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức z và $(1+i)z$. Tính mô-đun của z , biết diện tích $\triangle OAB$ bằng 32.

A. $|z| = 4\sqrt{2}$.

B. $|z| = 4$.

C. $|z| = 8$.

D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) ta có

$$(1+i)z = (1+i)(a+bi) = a-b + (a+b)i.$$

Ta có $OA = \sqrt{a^2 + b^2}$; $OB = \sqrt{2(a^2 + b^2)}$.

$$\cos(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{a^2 + b^2}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{2(a^2 + b^2)}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} S_{\triangle OAB} = 32 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}OA \cdot OB \cdot \sin \widehat{AOB} = 32 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{2(a^2 + b^2)} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 32 \\ &\Leftrightarrow a^2 + b^2 = 64 \Rightarrow |z| = 8. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1004. Tính mô-đun của số phức z biết $\bar{z} = (2i-1)(3+i)$.

A. $|z| = 2\sqrt{5}$.

B. $|z| = 5\sqrt{2}$.

C. $|z| = \sqrt{10}$.

D. $|z| = \sqrt{26}$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = (2i-1)(3+i) = -5 + 5i \Rightarrow z = 5 + 5i \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1005. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 không phải là thực, thỏa mãn điều kiện $z_1 + z_2 = 4$ và $|z_1 - 2| = |z_2 - 2| = |z_3 - 2| = 1$. Tính giá trị biểu thức $T = |z_3 - z_1|^2 + |z_3 - z_2|^2$.

A. $T = 12$.

B. $T = 1$.

C. $T = 4$.

D. $T = 8$.

Lời giải.

- Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ.
- Từ giả thiết $|z_1 - 2| = |z_2 - 2| = |z_3 - 2| = 1$ suy ra A, B, C thuộc đường tròn tâm $I(2; 0)$ bán kính $R = 1$.
- Từ giả thiết $z_1 + z_2 = 4$ suy ra I là trung điểm của AB nên $AB = 2R = 2$.
- $T = |z_3 - z_1|^2 + |z_3 - z_2|^2 = AC^2 + BC^2 = AB^2 = 4R^2 = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1006. Cho số phức $z = a+bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$ thỏa $||z-1| + z-2| = a = b$. Tính $|z(1+\bar{z})|$.

A. $3\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Vì $a = b$ nên $z = a + ai$.

Ta có $||z-1| + z-2| = a \Leftrightarrow \left(\sqrt{(a-1)^2 + a^2} + a-2\right)^2 + a^2 = a^2 \Leftrightarrow \sqrt{2a^2 - 2a + 1} = 2-a$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-a \geq 0 \\ 2a^2 - 2a + 1 = 4 - 4a + a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 2 \\ a^2 + 2a - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1 \text{ (vì } a > 0).$$

Khi đó $|z(1+\bar{z})| = |(1+i)(1+1-i)| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1007. Trong mặt phẳng phức, điểm $M(1; -2)$ biểu diễn số phức z . Mô-đun của số phức $w = i\bar{z} - z^2$ bằng

- A. 26. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{26}$. D. 6.

Lời giải.

Ta có $z = 1 - 2i$ nên $w = i\bar{z} - z^2 = i(1 + 2i) - (1 - 2i)^2 = 1 + 5i$.

Vậy $|w| = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1008. Gọi S là tập hợp các số phức z sao cho $z - 2i\bar{z} + 1 - 3i$ là số thực và z^2 là số thuần ảo. Tổng các phần tử của tập hợp S là

- A. $-4 - 2i$. B. $4 - 2i$. C. $-2 + 4i$. D. $1 + i$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$— z - 2i\bar{z} + 1 - 3i = (a - 2b + 1) + (-2a + b - 3)i.$$

Vì $z - 2i\bar{z} + 1 - 3i$ là số thực nên $-2a + b - 3 = 0$.

$$— z^2 = a^2 - b^2 + 2abi.$$

Vì z^2 là số thuần ảo nên $a^2 - b^2 = 0$.

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} -2a + b - 3 = 0 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a + 3 \\ 3a^2 + 12a + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} b = -3 \\ a = -3. \end{cases}$$

Vậy $S = \{-1 + i; -3 - 3i\}$, tổng các phần tử của S là $-4 - 2i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1009. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $\omega = (1 + i\sqrt{3})z + 2$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 2\sqrt{3}$. B. $r = 4$. C. $r = 3$. D. $r = 2$.

Lời giải.

Ta có $|z - 1| = 2$. Khi đó

$$\begin{aligned} \omega = (1 + i\sqrt{3})z + 2 &\Leftrightarrow \omega = (1 + i\sqrt{3})(z - 1) + 3 + i\sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow [\omega - (3 + i\sqrt{3})] = (1 + i\sqrt{3})(z - 1) \\ &\Rightarrow |\omega - (3 + i\sqrt{3})| = |1 + i\sqrt{3}| \cdot |z - 1| \\ &\Rightarrow |\omega - (3 + i\sqrt{3})| = 2 \cdot 2 = 4. \end{aligned}$$

Giả sử $\omega = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$|\omega - (3 + i\sqrt{3})| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + (y - \sqrt{3})^2} = 4 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 16.$$

Suy ra $r = 4$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1010. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i = |z|$. Tính $S = 4a + b$.

- A. $S = -3$. B. $S = 4$. C. $S = -1$. D. $S = -4$.

Lời giải.

— Ta có

$$\begin{aligned} z + 2 + i &= |z| \\ \Rightarrow z &= (|z| - 2) - i \\ \Rightarrow |z| &= |(|z| - 2) - i| \\ \Rightarrow |z| &= \sqrt{(|z| - 2)^2 + 1} \\ \Rightarrow |z|^2 &= (|z| - 2)^2 + 1 \Leftrightarrow |z| = \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

— Khi đó thì $z = -\frac{3}{4} - i \Rightarrow a = -\frac{3}{4}, b = -1 \Rightarrow S = -4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1011. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z^2 - 2z + 5| = |\bar{z} - 1 - 2i|$. Giá trị lớn nhất của $|z - 2 + 2i|$ bằng

- A. $\sqrt{17} + 1$. B. 5. C. 2. D. $\sqrt{13} + 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z^2 - 2z + 5| &= |\bar{z} - 1 - 2i| \Leftrightarrow |(z - 1)^2 - 4i^2| = |\bar{z} - 1 - 2i| \\ &\Leftrightarrow |z - 1 - 2i| \cdot |z - 1 + 2i| = |\bar{z} - 1 - 2i|. \quad (*) \end{aligned}$$

Mà với $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$, ta có

$$|z - 1 + 2i| = \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 2)^2} = \sqrt{(a - 1)^2 + (-b - 2)^2} = |\bar{z} - 1 - 2i|.$$

Do đó

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} |z - 1 - 2i| = 0 \\ |z - 1 + 2i| = 1. \end{cases}$$

- Trường hợp $|z - 1 + 2i| = 0 \Leftrightarrow z = 1 - 2i \Rightarrow |z - 2 + 2i| = |-1| = 1$.
- Trường hợp $|z - 1 - 2i| = 1$, ta có

$$\begin{aligned} |z - 2 + 2i + 1 - 4i| &= 1 \Rightarrow |z - 2 + 2i| - |1 - 4i| \leq 1 \\ &\Leftrightarrow |z - 2 + 2i| \leq 1 + |1 - 4i| = 1 + \sqrt{17}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} |z - 1 - 2i| = 1 \\ |z - 2 + 2i| = 1 + \sqrt{17} \end{cases}$. Điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn hệ này là giao điểm của đường tròn tâm $I_1(1; 2)$, bán kính $R_1 = 1$ và đường tròn tâm $I_2(2; -2)$, bán kính $R_2 = 1 + \sqrt{17}$. Ta có $I_1I_2 = \sqrt{17} = R_2 - R_1$. Do đó M là điểm tiếp xúc trong của hai đường tròn này.

Vậy giá trị lớn nhất của $|z - 2 + 2i|$ bằng $1 + \sqrt{17}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1012. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức iz ?

- A. $M(-2; 3)$. B. $M(2; 3)$. C. $M(3; -2)$. D. $M(-2; 3i)$.

Lời giải.

Ta có $z = 3 - 2i \Rightarrow iz = 2 + 3i$.

Điểm biểu diễn số phức iz là $M(2; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1013. Cho $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2018}$ (với i là đơn vị ảo). Khi đó S^{2018} bằng

- A. -1 . B. 1 . C. 2018 . D. i .

Lời giải.

$$S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2018} = \frac{1 - i^{2019}}{1 - i} = \frac{1 - (i^2)^{1009}i}{1 - i} = \frac{1 + i}{1 - i} = i \Rightarrow S^{2018} = -1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1014. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -3 - 5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$.

- A. 3 . B. -3 . C. 0 . D. $-1 - 2i$.

Lời giải.

Ta có $w = -1 - 2i \Rightarrow$ tổng phần thực và phần ảo của số phức w là -3 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1015. Cho số phức z thỏa mãn $z + 4\bar{z} = 7 + i(z - 7)$. Khi đó, mô-đun của z bằng bao nhiêu?

- A. $|z| = \sqrt{3}$. B. $|z| = 3$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = 5$.

Lời giải.

Giả sử $x = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} z + 4\bar{z} = 7 + i(z - 7) &\Leftrightarrow x + yi + 4(x - yi) = 7 + i(x + yi - 7) \\ \Leftrightarrow (5x + y - 7) + i(-x - 3y + 7) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + y - 7 = 0 \\ -x - 3y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Mô-đun của số phức z là $|z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1016. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 không phải là số thuần thực, thỏa mãn điều kiện $z_1 + z_2 = 4$ và $|z_1 - 2| = |z_2 - 2| = |z_3 - 2| = 1$. Tính giá trị biểu thức $T = |z_3 - z_1|^2 + |z_3 - z_2|^2$.

- A. $T = 12$. B. $T = 1$. C. $T = 4$. D. $T = 8$.

Lời giải.

- Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ.
- Từ giả thiết $|z_1 - 2| = |z_2 - 2| = |z_3 - 2| = 1$ suy ra A, B, C thuộc đường tròn tâm $I(2; 0)$ bán kính $R = 1$.
- Từ giả thiết $z_1 + z_2 = 4$ suy ra I là trung điểm của AB nên $AB = 2R = 2$.
- $T = |z_2 - z_1|^2 + |z_3 - z_2|^2 = AC^2 + BC^2 = AB^2 = 4R^2 = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1017. Số nào sau đây là số thuần ảo?

- A. $(1 + i)^4$. B. $(1 + i)^3$. C. $(1 + i)^5$. D. $(1 + i)^6$.

Lời giải.

Ta có

- $(1 + i)^4 = (1 + 2i + i^2)^2 = 4i^2 = -4$.
- $(1 + i)^3 = (1 + i)^2 \cdot (1 + i) = 2i \cdot (1 + i) = -2 + 2i$.
- $(1 + i)^5 = (1 + i)^4 \cdot (1 + i) = -4 \cdot (1 + i) = -4 - 4i$.
- $(1 + i)^6 = (1 + i)^5 \cdot (1 + i) = -4 \cdot (1 + i)(1 + i) = -8i$ là số thuần ảo.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1018. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2, |z_1 + z_2| = 2\sqrt{3}$. Tính $|z_1 - z_2|$.

- A. $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. B. $|z_1 - z_2| = 2$. C. $|z_1 - z_2| = 3$. D. $|z_1 - z_2| = 0$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .

Khi đó $OA = |z_1| = 2, OB = |z_2| = 2$.

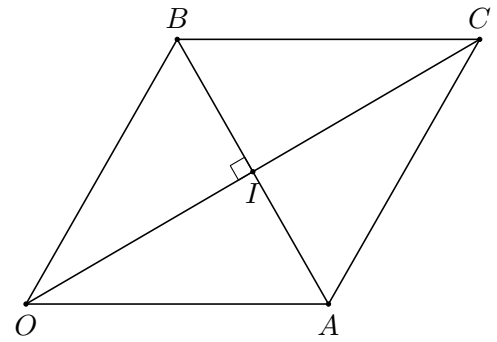
Dựng hình thoi $OACB$, khi đó C là điểm biểu diễn số phức

$z_1 + z_2$. Do đó $OC = |z_1 + z_2| = 2\sqrt{3}$.

Gọi I là tâm hình thoi $OACB$, ta có $OI = \frac{OC}{2} = \sqrt{3}$.

Từ đó $IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = 1$. Suy ra $AB = 2IA = 2$.

Bởi vậy $|z_1 - z_2| = AB = 2$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1019. Trong mặt phẳng phức, gọi M là điểm biểu diễn số phức $(z - \bar{z})^2$ với $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M thuộc tia đối của tia Oy . B. M thuộc tia Oy .
C. M thuộc tia đối của tia Ox . D. M thuộc tia Ox .

Lời giải.

Ta có $(z - \bar{z})^2 = (a + bi - a + bi)^2 = 4b^2i^2 = -4b^2$. Do giả thiết suy ra M thuộc tia đối của tia Ox .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1020. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Tính $\frac{z}{\bar{z}}$.

- A. $\frac{-5 + 12i}{13}$. B. $\frac{5 - 6i}{11}$. C. $\frac{5 - 12i}{13}$. D. $\frac{-5 - 12i}{13}$.

Lời giải.

Ta có

$$\frac{z}{\bar{z}} = \frac{z \cdot z}{\bar{z} \cdot z} = \frac{z^2}{|z|^2} = \frac{(2 + 3i)^2}{2^2 + 3^2} = \frac{-5 + 12i}{13}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1021. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn ba điều kiện $|z_1 - 4 - 3i| = 5; |z_2 - 4 - 3i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 5$. Gọi S là tập hợp chứa tất cả các số kiểu $|z_1 + 3z_2|$. Có bao nhiêu số nguyên trong tập S ?

- A. 40. B. 38. C. 39. D. 37.

Lời giải.

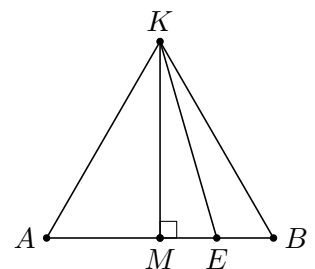
Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1; z_2$ và $K(4; 3)$.

Từ giả thiết ta có $AK = BK = 5$ và $AB = 5$.

Gọi E là điểm thỏa mãn $\vec{EA} + 3\vec{EB} = \vec{0} \Rightarrow \vec{EB} = \frac{1}{4}\vec{AB}$.

Ta có $|z_1 + 3z_2| = |\vec{OA} + 3\vec{OB}| = |\vec{OE} + \vec{EA} + 3\vec{OE} + 3\vec{EB}| = 4OE$.

$\triangle KAB$ đều cạnh bằng 5 có M là trung điểm AB và E là trung điểm MB .



Ta có

$$KE = \sqrt{KM^2 - ME^2} = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{13}}{4}.$$

Suy ra E di động trên đường tròn tâm $K(4; 3)$ bán kính $r = \frac{5\sqrt{13}}{4}$. Ta có

$$OK - r \leq OE \leq OK + r \Leftrightarrow 4(OK - r) \leq 4OE \leq 4(OK + r) \Leftrightarrow 20 - 5\sqrt{13} \leq 4OE \leq 20 + 5\sqrt{13}.$$

Trong đoạn $[20 - 5\sqrt{13}; 20 + 5\sqrt{13}]$ có 37 số nguyên.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1022. Cho $(2 - 2i)^{2018} = a + bi; a, b \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

- A. -8^{1009} . B. 8^{1009} . C. -4^{1009} . D. 4^{1009} .

Lời giải.

Ta có

$$(2 - 2i)^{2018} = 2^{2018} \cdot [(1 - i)^2]^{1009} = 2^{2018} \cdot (-2i)^{1009} = -8^{1009}i.$$

Vậy $a = 0, b = -8^{1009}$ và $P = a + b = -8^{1009}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1023. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i, z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

- A. $-5 + 5i$. B. $-5i$. C. $5 - 5i$. D. $-1 + i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 - z_2 = (2 - 2i) - (-3 + 3i) = 5 - 5i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1024. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2i|^2 + 2|1 - \bar{z}|^2 + 3|z - 2 + i|^2 = 2018$ là một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.

- A. $\left(\frac{4}{3}; -\frac{5}{6}\right)$. B. $\left(-\frac{4}{3}; \frac{5}{6}\right)$. C. $(1; 1)$. D. $\left(\frac{4}{3}; -\frac{7}{6}\right)$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} & |x + (y + 2)i|^2 + 2|1 - x + yi|^2 + 3|x - 2 + (y + 1)i|^2 = 2018 \\ \Leftrightarrow & x^2 + (y + 2)^2 + 2(1 - x)^2 + 2y^2 + 3(x - 2)^2 + 3(y + 1)^2 = 2018 \\ \Leftrightarrow & 6x^2 + 6y^2 - 16x + 10y - 1997 = 0 \\ \Leftrightarrow & \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{12071}{36}. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{12071}{36}$ có tâm là $I\left(\frac{4}{3}; -\frac{5}{6}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1025. Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 1 + 2i - (1 + i)|z| = 0$ và $|z| > 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

- A. $P = 3$. B. $P = -1$. C. $P = 7$. D. $P = -5$.

Lời giải.

Với $z = a + bi$ ta có:

$$\begin{aligned} z + 1 + 2i - (1 + i)|z| = 0 & \Leftrightarrow a + bi + 1 + 2i = (1 + i)\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = \sqrt{a^2 + b^2} \\ b + 2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 2a + 1 = a^2 + b^2 \\ b^2 + 2b + 1 = a^2 + b^2 \end{cases} \quad (a \geq -1, b \geq -2) & \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = b^2 - 1 & (1) \\ 16b + 16 = (b^2 - 1)^2 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có (2) $\Leftrightarrow b^4 - 2b^2 - 16b - 15 = 0 \Leftrightarrow (b+1)(b-3)(b^2+2b+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ b = 3. \end{cases}$

Với $b = -1 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow z = -i$ (không thỏa mãn $|z| > 1$).

Với $b = 3 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow z = 3 + 4i$ (thỏa mãn).

Vậy $P = a + b = 7$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1026. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |\bar{z} - i|$. Quỹ tích các điểm biểu diễn số phức $w = (3 - 4i)z + i$ là đường thẳng có phương trình

A. $7x - y - 1 = 0$. B. $x - 7y + 1 = 0$. C. $7x - y + 1 = 0$. D. $7x + y + 1 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có

$$|z - 1| = \sqrt{(x - 1)^2 + y^2}.$$

$$|\bar{z} - i| = \sqrt{x^2 + (y + 1)^2}.$$

Theo giả thiết thì $\sqrt{(x - 1)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y + 1)^2} \Leftrightarrow y = -x$.

Xét số phức $w = (3 - 4i)(x + yi) = (3x + 4y) + (3y - 4x + 1)i$.

Gọi $M'(x'; y')$ là điểm biểu diễn số phức w .

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = x \\ y' = -7x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow y' = 7x' + 1 \Leftrightarrow 7x - y + 1 = 0$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1027. Tính giá trị của biểu thức $P = C_{2018}^1 - C_{2018}^3 + \dots + (-1)^k C_{2018}^{2k+1} + \dots + C_{2018}^{2017}$.

A. $P = 2^{1009}$. B. $P = 0$. C. $P = \frac{2^{2018} - 1}{2}$. D. $P = \frac{2^{2018} + 1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$(a + b)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k a^{2018-k} b^k.$$

Với $i^2 = -1$, ta có

$$(1 + i)^{2018} = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 i + C_{2018}^2 i^2 + \dots + C_{2018}^{2018} i^{2018} \quad (1)$$

$$(1 - i)^{2018} = C_{2018}^0 - C_{2018}^1 i + C_{2018}^2 i^2 + \dots + C_{2018}^{2018} i^{2018} \quad (2)$$

Lấy (1) trừ (2) theo vế ta được

$$(1 + i)^{2018} - (1 - i)^{2018} = 2i (C_{2018}^1 + C_{2018}^3 i^2 + C_{2018}^5 i^4 + \dots + C_{2018}^{2017} i^{2016}).$$

Mà

$$(i^2)^{2k} = 1, (i^2)^{2k+1} = -1, \text{ với mọi } k \in \mathbb{N}.$$

Suy ra,

$$P = \frac{(1 + i)^{2018} - (1 - i)^{2018}}{2i} = \frac{(2i)^{1009} - (-2i)^{1009}}{2i} = 2 \cdot (2i)^{1008} = 2^{1009}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1028. Tìm số phức thỏa mãn $i(\bar{z} - 2 + 3i) = 1 + 2i$.

- A. $z = -4 + 4i$. B. $z = -4 - 4i$. C. $z = 4 - 4i$. D. $z = 4 + 4i$.

Lời giải.

Ta có $i(\bar{z} - 2 + 3i) = 1 + 2i \Leftrightarrow -\bar{z} + 2 - 3i = i - 2 \Leftrightarrow \bar{z} = 4 - 4i$.

Khi đó $z = 4 + 4i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1029. Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 6z_1 + 5z_2$.

- A. $\bar{z} = 51 + 40i$. B. $\bar{z} = 48 - 37i$. C. $\bar{z} = 51 - 40i$. D. $\bar{z} = 48 + 37i$.

Lời giải.

Ta có $z = 6z_1 + 5z_2 = 6(3 + 2i) + 5(6 + 5i) = 48 + 37i$.

Vậy $\bar{z} = 48 - 37i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1030. Tính tổng $S = C_{2018}^1 - 3C_{2018}^3 + 3^2C_{2018}^5 - \dots + 3^{1008}C_{2018}^{2017}$.

- A. 2^{2017} . B. 2^{2018} . C. $2^{2017} - 1$. D. $2^{2018} - 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (1 + i\sqrt{3})^{2018} &= C_{2018}^0 + i\sqrt{3}C_{2018}^1 + (i\sqrt{3})^2C_{2018}^2 + \dots + (i\sqrt{3})^{2018}C_{2018}^{2018} \\ \Leftrightarrow 2^{2018} \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{2018} &= (C_{2018}^0 - 3C_{2018}^2 + \dots - 3^{1009}C_{2018}^{2018}) + i\sqrt{3}(C_{2018}^1 - 3C_{2018}^3 + \dots + 3^{1008}C_{2018}^{2017}) \\ \Leftrightarrow 2^{2018} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) &= (C_{2018}^0 - 3C_{2018}^2 + \dots - 3^{1009}C_{2018}^{2018}) + i\sqrt{3}(C_{2018}^1 - 3C_{2018}^3 + \dots + 3^{1008}C_{2018}^{2017}) \\ \Rightarrow 2^{2018} \frac{\sqrt{3}}{2} &= \sqrt{3}(C_{2018}^1 - 3C_{2018}^3 + 3^2C_{2018}^5 - \dots + 3^{1008}C_{2018}^{2017}) \\ \Leftrightarrow \sqrt{3}S &= \sqrt{3} \cdot 2^{2017} \\ \Leftrightarrow S &= 2^{2017}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1031. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - i| = |z - 1 + 2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = z + 2i$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

- A. $x - 3y + 4 = 0$. B. $x + 3y + 4 = 0$. C. $x - 4y + 3 = 0$. D. $-x + 3y + 4 = 0$.

Lời giải.

Ta có $z = w - 2i$. Thay vào giả thiết $\Rightarrow |w - 3i| = |w - 1|$.

Gọi $w = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\begin{aligned} |x + yi - 3i| &= |x + yi - 1| \Leftrightarrow |x + (y - 3)i| = |x - 1 + yi| \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 3)^2} = \sqrt{(x - 1)^2 + y^2} \\ &\Leftrightarrow x - 3y + 4 = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1032. Tính giá trị của tổng phần thực và phần ảo của số phức z biết $z = (2 + i)^2$.

- A. 7. B. 6. C. 8. D. -1.

Lời giải.

Ta có $z = (2 + i)^2 = 4 + 4i + i^2 = 3 + 4i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của z bằng 7.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1033. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của z .

A. -2.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết, suy ra

$$(a + bi) + 2(a - bi) = 3 - 2i \Leftrightarrow 3a - bi = 3 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ -b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Vậy phần ảo của z bằng 2.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1034. Cho số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = 3$, $|z_1| = 1$, $|z_2| = 2$. Tính $z_1 \cdot \bar{z}_2 + \bar{z}_1 \cdot z_2$.

A. 2.

B. 8.

C. 0.

D. 4.

Lời giải.

Có $|z_1 + z_2| = 3 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2) = 9 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2) = 9 \Leftrightarrow |z_1|^2 + z_1 \cdot \bar{z}_2 + \bar{z}_1 \cdot z_2 + |z_2|^2 = 9$.

Mà $|z_1| = 1$, $|z_2| = 2$ nên $z_1 \cdot \bar{z}_2 + \bar{z}_1 \cdot z_2 = 9 - 1^2 - 2^2 = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1035. Tổng 2 số phức $1 + i$ và $\sqrt{3} + i$ bằng

A. $1 + \sqrt{3} + 2i$.B. $2i$.C. $1 + \sqrt{3} + i$.D. $1 + \sqrt{3}$.**Lời giải.**

Ta có $1 + i + \sqrt{3} + i = 1 + \sqrt{3} + 2i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1036. Cho số phức $z = a + bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $z \cdot |z| + 2z + i = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b^2$.

A. $T = 4\sqrt{3} - 2$.B. $T = 3 + 2\sqrt{2}$.C. $T = 3 - 2\sqrt{2}$.D. $T = 4 + 2\sqrt{3}$.**Lời giải.**

Ta có $z \cdot |z| + 2z + i = 0 \Leftrightarrow z \cdot (|z| + 2) = -i$. Lấy mô-đun hai vế, ta được

$$|z|(|z| + 2) = 1 \Leftrightarrow |z|^2 + 2|z| - 1 = 0 \Leftrightarrow |z| = -1 + \sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó } z = \frac{-i}{1 + \sqrt{2}} \Rightarrow a + b^2 = 0 + \left(\frac{-1}{1 + \sqrt{2}}\right)^2 = 3 - 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1037. Cho hai số phức $z = 5 + 2i$ và $z' = 1 - i$. Tính mô-đun của số phức $w = z - z'$.

A. 5.

B. $3\sqrt{5}$.C. $\sqrt{17}$.D. $\sqrt{37}$.**Lời giải.**

Ta có $|w| = |z - z'| = |5 + 2i - (1 - i)| = |4 + 3i| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1038. Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$, là số phức thỏa mãn $(1 + i)z + 3\bar{z} = 9 + 4i$. Tính $T = a + b$.

A. $T = -1$.B. $T = 1$.C. $T = 7$.D. $T = -3$.**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}
 (1+i)z + 3\bar{z} &= 9 + 4i \\
 \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + 3(a-bi) &= 9 + 4i \\
 \Leftrightarrow a+bi+ai-b+3a-3bi &= 9 + 4i \\
 \Leftrightarrow (4a-b) + (a-2b)i &= 9 + 4i \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-b=9 \\ a-2b=4 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $T = 2 - 1 = 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1039. Cho i là đơn vị ảo. Giá trị của biểu thức $z = (1+i)^2$ là

- A. $2i$. B. $-i$. C. $-2i$. D. i .

Lời giải.

Ta có $z = (1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1040. Tập hợp tất cả các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = (\bar{z})^2$ là

- A. trục hoành. B. gồm cả trục hoành và trục tung.
C. đường thẳng $y = x$. D. trục tung.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } z^2 = (\bar{z})^2 \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = x^2 - y^2 - 2xyi \Leftrightarrow 4xyi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0. \end{cases}$$

Vậy tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn cho số phức z là trục hoành và trục tung.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1041. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1; |z_2| = 2$ và $z_1 \cdot \bar{z}_2$ là số thuần ảo, tính $|z_1 - z_2|$.

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 2. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Vì $z_1 \bar{z}_2$ là số thuần ảo nên $z_1 \bar{z}_2 + \overline{z_1 \bar{z}_2} = 0$.

Ta có $|z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)(\bar{z}_1 - \bar{z}_2) = |z_1|^2 + |z_2|^2 - (z_1 \bar{z}_2 + \overline{z_1 \bar{z}_2}) = 5 - (z_1 \bar{z}_2 + \overline{z_1 \bar{z}_2}) = 5$.

Vậy $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1042. Cho $S = |-C_{2018}^0 + 3C_{2018}^2 - 3^2C_{2018}^4 + \dots - 3^{1008}C_{2018}^{2016} + 3^{1019}C_{2018}^{2018}|$. Hỏi S có bao nhiêu chữ số.

- A. 607. B. 608. C. 609. D. 610.

Lời giải.

Đặt $f(x) = (1+x)^{2018}$, ta có

$$f(x) = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 x + C_{2018}^2 x^2 + \dots + C_{2018}^{2018} x^{2018}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} f(\sqrt{3}i) &= C_{2018}^0 + \sqrt{3}iC_{2018}^1 + 3i^2C_{2018}^2 + \dots + 3^{1009}i^{2018}C_{2018}^{2018} \\ &= C_{2018}^0 + \sqrt{3}iC_{2018}^1 - 3C_{2018}^2 + \dots - 3^{1009}C_{2018}^{2018}, \\ f(-\sqrt{3}i) &= C_{2018}^0 - \sqrt{3}iC_{2018}^1 + 3i^2C_{2018}^2 + \dots + 3^{1009}i^{2018}C_{2018}^{2018} \\ &= C_{2018}^0 - \sqrt{3}iC_{2018}^1 - 3C_{2018}^2 + \dots - 3^{1009}C_{2018}^{2018}. \end{aligned}$$

Suy ra $S = \frac{|f(\sqrt{3}i) + f(-\sqrt{3}i)|}{2}$. Mặt khác, ta có

$$\begin{aligned} f(\sqrt{3}i) &= (1 + \sqrt{3}i)^{2018} = 2^{2018} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^{2018} \\ &= 2^{2018} \left(\cos \frac{2018\pi}{3} + i \sin \frac{2018\pi}{3} \right) = 2^{2018} \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right), \\ f(-\sqrt{3}i) &= (1 - \sqrt{3}i)^{2018} = 2^{2018} \left[\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right]^{2018} \\ &= 2^{2018} \left[\cos \left(-\frac{2018\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{2018\pi}{3} \right) \right] = 2^{2018} \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right), \end{aligned}$$

Suy ra $S = 2^{2018}$. Ta có

$$\log S = \log (2^{2018}) \approx 607,4785.$$

Vậy S có 608 chữ số.

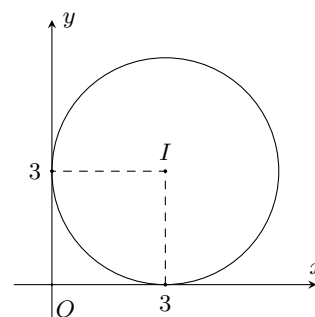
Chọn đáp án **B**

□

Câu 1043.

Đường tròn ở hình bên là tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn đẳng thức nào dưới đây?

- A. $|z - 3| = 3$. B. $|z| = 3$.
C. $|z - 3 - 3i| = 3$. D. $|z - 3i| = 3$.



Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Dựa vào hình vẽ ta thấy tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z thuộc đường tròn tâm $I(3; 3)$, có bán kính $R = 3$.

Suy ra

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 3^2 \Leftrightarrow |z - 3 - 3i| = 3.$$

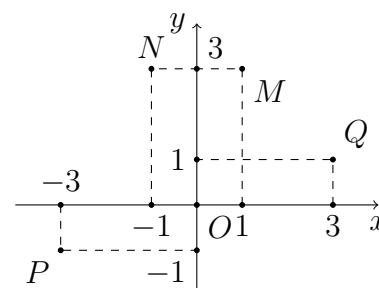
Chọn đáp án **C**

□

Câu 1044.

Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = (1 + i)(2 - i)$?

- A. M. B. P. C. N. D. Q.



Lời giải.

Ta có $z = (1 + i)(2 - i) = 3 + i$ có điểm biểu diễn là $Q(3; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1045. Cho số phức $z = -4 + 3i$. Tính mô-đun của số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $|w| = 7\sqrt{2}$. B. $|w| = \sqrt{50}$. C. $|w| = 2\sqrt{7}$. D. $|w| = 25$.

Lời giải.

Ta có $w = iz + \bar{z} = i(-4 + 3i) - 4 - 3i = -7 - 7i \Rightarrow |w| = 7\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1046. Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 2| = |z|$ và $(z + 1)(\bar{z} - i)$ là số thực. Giá trị của biểu thức $S = a + 2b$ bằng bao nhiêu?

- A. $S = -3$. B. $S = 1$. C. $S = 0$. D. $S = -1$.

Lời giải.

Ta có $|z - 2| = |z| \Leftrightarrow |(a - 2) + bi| = |a + bi| \Leftrightarrow (a - 2)^2 + b^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow (a - 2)^2 = a^2 \Leftrightarrow a = 1$.

Mặt khác $(z + 1)(\bar{z} - i) = (2 + bi)(1 - (b + 1)i) = 2 - 2(b - 1)i + bi + b(b - 1) = 2 + (-b - 2)i + b(b - 1)$ là số thực khi và chỉ khi $-b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = -2$.

Vậy $S = a + 2b = 1 + 2 \cdot (-2) = -3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1047. Cho biết có hai số phức z thỏa mãn $z^2 = 119 - 120i$, ký hiệu là z_1 và z_2 . Tính $|z_1 - z_2|^2$.

- A. 169. B. 114244. C. 338. D. 676.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} a^2 - b^2 = 119 \\ 2ab = -120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 5 \\ a = 12 \\ b = -5 \end{cases}.$$

Do đó $z_1 = -12 + 5i; z_2 = 12 - 5i$.

Suy ra $|z_1 - z_2|^2 = |-24 + 10i|^2 = 676$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1048. Cho w là số phức thay đổi thỏa mãn $|w| = 2$. Trong mặt phẳng phức, các điểm biểu diễn số phức $z = 3w + 1 - 2i$ chạy trên đường nào?

- A. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 6$. B. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 2$.
C. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$. D. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 6$.

Lời giải.

Ta có: $z = 3w + 1 - 2i \Leftrightarrow z - 1 + 2i = 3w$.

$\Rightarrow |z - 1 + 2i| = |3w| = 6$.

$\Rightarrow$ Điểm biểu diễn số phức z chạy trên đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1049. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn:
$$\begin{cases} |z_1| = |z_2| = |z_3| = 1 \\ z_1^2 = z_2 \cdot z_3 \\ |z_1 - z_2| = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$
. Tính giá trị của biểu thức

$$M = |z_2 - z_3| - |z_3 - z_1|.$$

A. $-\sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$. B. $-\sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2} - 2}{2}$. D. $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2} + 2}{2}$.

Lời giải.

Đặt $z_1 = a_1 + b_1i$; $z_2 = a_2 + b_2i$.

Theo giả thiết ta có:

$$— |z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = 1.$$

$$— |z_1 - z_2| = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 = \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2 + \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2(a_1a_2 + b_1b_2) = 2 + \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2(a_1a_2 + b_1b_2) = -\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } |z_1 + z_2| = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{2 + 2(a_1a_2 + b_1b_2)} = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}.$$

Ta có:

$$\begin{aligned} M &= |z_2 - z_3| - |z_3 - z_1| = \left|z_2 - \frac{z_1^2}{z_2}\right| - \left|\frac{z_1^2}{z_2} - z_1\right| \\ &= \frac{|z_2 - z_1| \cdot |z_2 + z_1|}{|z_2|} - \frac{|z_1||z_1 - z_2|}{|z_2|} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} - 1\right) = \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2} + 2}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1050. Đẳng thức nào trong các đẳng thức sau đúng?

A. $(1 + i)^{2018} = 2^{1009}i$.

B. $(1 + i)^{2018} = -2^{1009}i$.

C. $(1 + i)^{2018} = 2^{1009}$.

D. $(1 + i)^{2018} = -2^{1009}$.

Lời giải.

Ta thấy $(1 + i)^{2018} = [(1 + i)^2]^{1009} = (2i)^{1009} = 2^{1009}i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1051. Cho số phức $w = (2 + i)^2 - 3(2 - i)$. Giá trị của $|w|$ là

A. $\sqrt{54}$.

B. $2\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{43}$.

D. $\sqrt{58}$.

Lời giải.

Ta có $w = -3 + 7i$ nên $|w| = \sqrt{(-3)^2 + 7^2} = \sqrt{58}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1052. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$. Phép tịnh tiến véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến tập hợp biểu diễn số phức z thành tập hợp biểu diễn số phức z' . Tìm $P = \max |z - z'|$.

A. $P = 15$.

B. $P = 12$.

C. $P = 20 - \sqrt{5}$.

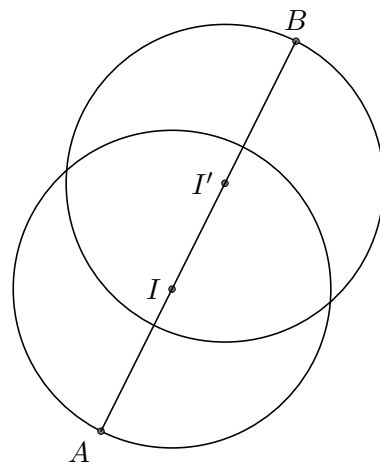
D. $P = 10 + \sqrt{5}$.

Lời giải.

Xét hai đường tròn $(I; 5); (I'; 5)$ với $I(1; -2), I'(2; 0)$.

Khi đó $\max|z - z'| = AB$ với A, B là các giao điểm của đường thẳng II' với các đường tròn $(I; 5); (I'; 5)$ (A không nằm trong $(I'; 5)$ và B không nằm trong $(I; 5)$).

Khi đó $AB = 2R + II' = 10 + \sqrt{5}$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1053. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a < 0$) thỏa mãn $1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2$. Tính $|z|$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{\sqrt{17}}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2 \Leftrightarrow 1 + a - bi = a^2 + (b + 1)^2 - a^2 + (b + 1)^2 - 2a(b + 1)i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + a = 2(b + 1)^2 \\ -b = -2a(b + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2(b + 1)^2 - 1 \\ 1 - (b + 1) = -2a(b + 1) \end{cases}$$

Thế $a = 2(b + 1)^2 - 1$ vào phương trình dưới ta được

$$4(b + 1)^3 - 3(b + 1) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b + 1 = -1 \\ b + 1 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow a = 1 \text{ (loại)} \\ b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1054. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức $w = i \cdot \bar{z} + z$ là

A. $w = -1 + i$.

B. $w = 5 - i$.

C. $w = -1 + 5i$.

D. $w = -1 - i$.

Lời giải.

$$w = i \cdot (2 + 3i) + 2 - 3i = -1 - i.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1055. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z - \frac{\bar{z}}{1 - i} = 9 - 9i$. Tính $|z|$.

A. $\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\sqrt{17}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Phương trình đã cho có dạng

$$\begin{aligned}
 & (2+i)(1-i)(x+yi) - (x-yi) = (9-9i)(1-i) \\
 \Leftrightarrow & (3-i)(x+yi) - (x-yi) = -18i \\
 \Leftrightarrow & (2x+y) + (4y-x)i = -18i \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x+y=0 \\ -x+4y=-18 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x=2 \\ y=-4. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Suy ra $|z| = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1056. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i| = 2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?

A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$(z-1)^2 \text{ là số thuần ảo } \Leftrightarrow (a-1)^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = a-1 \\ b = 1-a. \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned}
 & |z+2-i| = 2\sqrt{2} \\
 \Leftrightarrow & (a+2)^2 + (b-1)^2 = 8 \quad (1).
 \end{aligned}$$

— Trường hợp 1: $b = a-1$.

$$(1) \Leftrightarrow 2a^2 + 8 = 8 \Leftrightarrow a = 0 \Rightarrow b = -1.$$

— Trường hợp 2: $b = 1-a$.

$$(1) \Leftrightarrow 2a^2 + 4a - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow b = 2 - \sqrt{3} \\ a = -\sqrt{3} - 1 \Rightarrow b = \sqrt{3} + 2. \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1057. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn phương trình $\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z - \frac{1}{\bar{z}}} = i$. Tính

$P = a + b$.

A. $P = 1 - \sqrt{2}$.

B. $P = 1$.

C. $P = 1 + \sqrt{2}$.

D. $P = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \frac{(|z| - 1)(1 + iz)}{z - \frac{1}{\bar{z}}} = i \Leftrightarrow \frac{(|z| - 1)(1 + iz)\bar{z}}{z\bar{z} - 1} = i \quad (|z| \neq 1) \\
& \Leftrightarrow \frac{(|z| - 1)(1 + iz)\bar{z}}{|z|^2 - 1} = i \Leftrightarrow \frac{(1 + iz)\bar{z}}{|z| + 1} = i \\
& \Leftrightarrow \bar{z} + i|z|^2 = i(|z| + 1) \Leftrightarrow a - bi + (a^2 + b^2)i = i(\sqrt{a^2 + b^2} + 1) \\
& \Leftrightarrow a + (-b + a^2 + b^2)i = i(\sqrt{a^2 + b^2} + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b^2 - b = |b| + 1 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ \begin{cases} b < 0 \\ b = \pm 1 \quad (\text{loại}) \\ b > 0 \\ b^2 - 2b - 1 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ \begin{cases} b = 1 + \sqrt{2} \quad (\text{nhận}) \\ b = 1 - \sqrt{2} \quad (\text{loại}). \end{cases} \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $P = a + b = 1 + \sqrt{2}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1058.** Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tính số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

A. $w = \frac{8}{3}$. B. $w = \frac{8}{3} + i$. C. $w = \frac{10}{3} + i$. D. $w = \frac{10}{3}$.

Lời giải.

Ta có $w = i\left(1 + \frac{1}{3}i\right) + 3\left(1 - \frac{1}{3}i\right) = \left(3 - \frac{1}{3}\right) + i(1 - 1) = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 1059.** Biết z là một nghiệm của phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$. Tính giá trị biểu thức $P = z^3 + \frac{1}{z^3}$.

A. $P = -2$. B. $P = 0$. C. $P = 4$. D. $P = \frac{7}{4}$.

Lời giải.

Ta có $z^3 + \frac{1}{z^3} = \left(z + \frac{1}{z}\right)^3 - 3z \cdot \frac{1}{z} \left(z + \frac{1}{z}\right) = 1 - 3 = -2$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 1060.** Mô đun của số phức $z = (1 + 2i)(2 - i)$ là

A. $|z| = 5$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = 10$. D. $|z| = 6$.

Lời giải.

Ta có $z = (1 + 2i)(2 - i) = 4 + 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 1061.** Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| \leq 2$ và $|z - \bar{z}| \leq 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $T = |z - 2i|$. Tổng $M + m$ bằng

A. $1 + \sqrt{10}$. B. $\sqrt{2} + \sqrt{10}$. C. 4. D. 1.

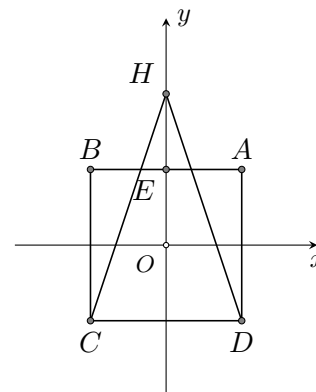
Lời giải.Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} |z + \bar{z}| \leq 2 \\ |z - \bar{z}| \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| \leq 1 \\ |y| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [-1; 1] \\ y \in [-1; 1] \end{cases}.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là điểm $E(x; y)$ nằm trong hình vuông $ABCD$ với $A(1; 1)$, $B(-1; 1)$, $C(-1; -1)$ và $D(1; -1)$ như hình vẽ.

Khi đó $T = |z - 2i| = EH$ với $H(0; 2)$.

Dễ thấy EH đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $E(0; 1)$ khi đó $m = \min EH = 1$.



Tương tự EH đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} E(-1; -1) \\ E(1; -1) \end{cases}$.

Khi đó $M = \max EH = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

Vậy $M + m = 1 + \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1062. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z + 2i\bar{z} = 5 + 3i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z + 2\bar{z}$.

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Cách 1: Đặt $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Thay vào biểu thức trên ta được $(x + 3y) + (x + y)i = 5 + 3i$, suy ra $z = 2 + i$.

Vậy $w = 6 - i$.

Từ đó suy ra $\text{Re}(w) + \text{Im}(w) = 6 + (-1) = 5$.

Cách 2: Sử dụng máy tính bỏ túi Casio

Đặt $z = X + Yi \Rightarrow \bar{z} = X - Yi$.

Nhập vào máy tính: $\boxed{(1 - i)(X + Yi) + 2i(X - Yi) - (5 + 3i)}$.

Gán $X = 1000$, $Y = 100$. Ta được kết quả là $1259 + 1097i$.

Phân tích số liệu: $1295 = X + 3Y - 5$ và $1097 = X + Y - 3$.

$$\text{Do đó ta giải hệ phương trình: } \begin{cases} X + 3Y - 5 = 0 \\ X + Y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X + 3Y = 5 \\ X + Y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 2 \\ Y = 1. \end{cases}$$

Do đó ta có $z = 2 + i$. Từ đó suy ra $w = 6 - i$.

Vậy $\text{Im}(w) + \text{Re}(w) = 5$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1063. Cho các mệnh đề:

- (I) Số phức $z = 2i$ là số thuần ảo.
- (II) Nếu số phức z có phần thực là a , số phức z' có phần thực là a' thì số phức $z \cdot z'$ có phần thực là $a \cdot a'$.
- (III) Tích của hai số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và $z' = a' + b'i$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức có phần ảo là $ab' + a'b$.

Số mệnh đề đúng trong ba mệnh đề trên là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $z \cdot z' = (a + bi)(a' + b'i) = (aa' - bb') + (ab' + a'b)i$. Do đó, chỉ có hai mệnh đề đúng là (I) và (III).

Chọn đáp án **C** □

Câu 1064. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức thỏa mãn $\begin{cases} |\bar{z} - 2 + 5i| = 2 \\ |z - 5 - i| = 3 \end{cases}$. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử?

A. 0.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} (a - 2)^2 + (5 - b)^2 = 4 \\ (a - 5)^2 + (b - 1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{16}{5} \\ b = \frac{17}{5} \end{cases}.$$

Như vậy tập S chỉ có một phần tử là $z = \frac{16}{5} + \frac{17}{5}i$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1065. Cho số phức $z = (\sqrt{3} + \sqrt{5}i)^{2018}$. Biết phần ảo của z có dạng $z = a + b\sqrt{3} + c\sqrt{5} + d\sqrt{15}$, trong các số a, b, c, d có đúng bao nhiêu số bằng 0?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

$$z = (\sqrt{3} + \sqrt{5}i)^{2018} = (-2 + 2\sqrt{15}i)^{1009} = 2^{1009} \sum_{k=0}^{1009} C_{1009}^k (-1)^{1009-k} \sqrt{15}^k i^k.$$

Phần ảo của z ứng với giá trị k là số lẻ nên $a = b = c = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1066. Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(2; -3)$. Tìm tọa độ điểm M' biểu diễn cho số phức iz .

A. $M'(-3; 2)$.B. $M'(-3; -2)$.C. $M'(3; -2)$.D. $M'(3; 2)$.**Lời giải.**

Ta có $z = 2 - 3i \Leftrightarrow iz = 3 + 2i$.

Vậy điểm biểu diễn cho số phức iz là điểm $M'(3; 2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1067. Trong mặt phẳng Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |(1 + i)z|$. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là

A. đường tròn có tâm $I(1; 0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.B. đường tròn có tâm $I(0; 1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.C. đường tròn có tâm $I(-1; 0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.D. đường tròn có tâm $I(0; -1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.**Lời giải.**

Đặt $z = x + yi$, trong đó x, y là các số thực.

$$|z - 1| = |(1 + i)z| \Leftrightarrow |(x - 1) + yi| = |1 + i||x + yi| \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 2(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0.$$

Do đó, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa yêu cầu bài toán là đường tròn tâm $I(-1; 0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1068. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - 2\bar{z} = -2 + 9i$. Khi đó giá trị $a + 3b$ bằng

A. -1.

B. -7.

C. 11.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $z - 2\bar{z} = -2 + 9i \Leftrightarrow -a + 3bi = -2 + 9i \Rightarrow a = 2; b = 3 \Rightarrow a + 3b = 11$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1069. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 2i - (1 + i)|z| = 0$ và $|z| > 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

A. $P = -1$.B. $P = 3$.C. $P = -5$.D. $P = 7$.

Lời giải.

Ta có $z + 1 + 2i - (1 + i)|z| = 0 \Leftrightarrow a + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} + (b + 2 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \\ b + 2 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0. \end{cases}$$

Suy ra $a + 1 = b + 2 \Leftrightarrow a = b + 1$, thay vào phương trình thứ nhất của hệ, ta được:

$$b + 2 - \sqrt{2b^2 + 2b + 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b + 2 \geq 0 \\ 2b^2 + 2b + 1 = b^2 + 4b + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -2 \\ \begin{cases} b = -1 \Rightarrow a = 0 \\ b = 3 \Rightarrow a = 4. \end{cases} \end{cases}$$

— Với $a = 0, b = -1$ ta có $|z| = 1$ (không thỏa mãn).

— Với $a = 4, b = 3$ ta có $|z| = 5$ (thỏa mãn).

Vậy $P = a + b = 3 + 4 = 7$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1070. Cho số phức $z = a + bi$, với a, b là các số thực bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $z - \bar{z}$ không phải là số thực.B. Phần ảo của z là bi .C. Mô-đun của z^2 bằng $a^2 + b^2$.D. Số z và $\bar{z}$ có mô-đun khác nhau.

Lời giải.

Ta có: $|z^2| = (|z|)^2 = (\sqrt{a^2 + b^2})^2 = a^2 + b^2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1071. Cho số phức z . Gọi A, B lần lượt là các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z và $(1 + i)z$. Tính $|z|$ biết diện tích tam giác OAB bằng 8.

A. $|z| = 4$.B. $|z| = 2\sqrt{2}$.C. $|z| = 4\sqrt{2}$.D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $z \neq 0$.

$(1 + i)z = (1 + i)(a + bi) = a - b + (a + b)i$.

Suy ra $A(a; b)$, $B(a - b; a + b)$, $\overrightarrow{AB} = (-b; a)$, $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$

Đường thẳng AB : $a(x - a) + b(y - b) = 0 \Leftrightarrow ax + by - a^2 - b^2 = 0$.

Chiều cao hạ từ O của tam giác OAB là $h = d(O, AB) = \frac{|-a^2 - b^2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Diện tích tam giác OAB bằng 8 nên

$$\frac{1}{2} \cdot (\sqrt{a^2 + b^2})^2 = 8 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 4 \Leftrightarrow |z| = 4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1072. Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Số phức liên hợp của số phức $w = 2(z_1 + z_2)$ là

- A. $\bar{w} = 8 + 10i$. B. $\bar{w} = 12 - 16i$. C. $\bar{w} = 12 + 8i$. D. $\bar{w} = 28i$.

Lời giải.

Ta có $w = 2(6 + 8i) = 12 + 16i \Rightarrow \bar{w} = 12 - 16i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1073. Biết $2^n (C_n^0 + iC_n^1 - C_n^2 - iC_n^3 + \dots + i^k C_n^k + \dots + i^n C_n^n) = 32768i$, với C_n^k là các số tổ hợp chập k của n và $i^2 = -1$. Đặt $T_{k+1} = i^k C_n^k$, giá trị của T_8 bằng

- A. $-330i$. B. $-8i$. C. $-36i$. D. $-120i$.

Lời giải.

Ta có $2^n (C_n^0 + iC_n^1 - C_n^2 - iC_n^3 + \dots + i^k C_n^k + \dots + i^n C_n^n) = 32768i$

$$\Leftrightarrow 2^n (C_n^0 + iC_n^1 + i^2 C_n^2 + i^3 C_n^3 + \dots + i^k C_n^k + \dots + i^n C_n^n) = 32768i$$

$$\Leftrightarrow 2^n (1 + i)^n = 2^{15}i \Leftrightarrow (1 + i)^n = 2^{15-n}i: \text{ là số thuần ảo } (*)$$

Nếu $n = 2m + 1$, $m \in \mathbb{N}$ thì $(1 + i)^n = (1 + i)^{2m+1} = 2^m i^m (1 + i)$: không thuần ảo, sai so với (*).

Như vậy $n = 2m$, $m \in \mathbb{N}$. Khi đó $(*) \Leftrightarrow (1 + i)^{2m} = 2^{15-2m}i \Leftrightarrow 2^m i^m = 2^{15-2m}i \Leftrightarrow m = 5$.

Vậy $n = 10$, từ đó ta có $T_8 = i^7 C_8^7 = -8i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1074. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + z)(1 + i) - 5 + i = 0$. Số phức $w = 1 + z$ bằng

- A. $-1 + 3i$. B. $1 - 3i$. C. $-2 + 3i$. D. $2 - 3i$.

Lời giải.

Ta có $(1 + z)(1 + i) - 5 + i = 0 \Leftrightarrow 1 + z = \frac{5 - i}{1 + i} \Leftrightarrow 1 + z = 2 - 3i \Leftrightarrow z = 1 - 3i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1075. Giá trị của biểu thức $C_{100}^0 - C_{100}^2 + C_{100}^4 - C_{100}^6 + \dots - C_{100}^{98} + C_{100}^{100}$ bằng

- A. -2^{100} . B. -2^{50} . C. 2^{100} . D. 2^{50} .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (1 + i)^{100} &= C_{100}^0 + iC_{100}^1 + i^2 C_{100}^2 + \dots + i^{100} C_{100}^{100} \\ &= (C_{100}^0 - C_{100}^2 + C_{100}^4 - \dots + C_{100}^{100}) + (C_{100}^1 - C_{100}^3 + C_{100}^5 - \dots - C_{100}^{99})i \end{aligned}$$

Mặt khác $(1 + i)^{100} = [(1 + i)^2]^{50} = (2i)^{50} = -2^{50}$.

Vậy $C_{100}^0 - C_{100}^2 + C_{100}^4 - C_{100}^6 + \dots - C_{100}^{98} + C_{100}^{100} = -2^{50}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1076. Cho hai số phức $z = 3 - 5i$ và $w = -1 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức $z' = \bar{z} - w \cdot z$ trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là

- A. $(-4; -6)$. B. $(4; 6)$. C. $(4; -6)$. D. $(-6; -4)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z' &= \bar{z} - w \cdot z \\ &= 3 + 5i - (-1 + 2i) \cdot (3 - 5i) \\ &= 3 + 5i - (7 + 11i) \\ &= -4 - 6i. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1077. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = 4 - i$. Tính mô-đun của số phức $z_1^2 + \bar{z}_2$.

A. 12.

B. 10.

C. 13.

D. 15.

Lời giải.

Ta có số phức $w = z_1^2 + \bar{z}_2 = (3 - i)^2 + (4 + i) = 9 - 6i + i^2 + 4 + i = 12 - 5i$.

Nên $|w| = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1078. Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z - i| + |z + i| = 6$. Gọi S là đường cong tạo bởi tất cả các điểm biểu diễn số phức $(z - i)(i + 1)$ khi z thay đổi. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong S .

A. 12π .

B. $12\sqrt{2}\pi$.

C. $9\sqrt{2}\pi$.

D. 9π .

Lời giải.

Giả sử điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $w = (z - i)(i + 1)$.

Khi đó $(z - i)(i + 1) = x + yi$ nên

$$\begin{cases} z - i = \frac{x + yi}{1 + i} \\ z + i = \frac{x + yi}{1 + i} + 2i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z - i = \frac{(x + yi)(1 - i)}{2} \\ z + i = \frac{(x - 2) + (y + 2)i}{1 + i} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z - i = \frac{(x + yi)(1 - i)}{2} \\ z + i = \frac{[(x - 2) + (y + 2)i](1 - i)}{2} \end{cases}$$

Ta suy ra $|z - i| = |x + yi| \cdot \left| \frac{1 - i}{2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + y^2}$.

Tương tự $|z + i| = |(x - 2) + (y + 2)i| \cdot \left| \frac{1 - i}{2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 2)^2}$.

Do giả thiết $|z - i| + |z + i| = 6$ suy ra

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 2)^2} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 2)^2} = 6\sqrt{2}.$$

Giả sử $F_2(0; 0)$ và $F_1(2; -2)$, khi đó $MF_1 + MF_2 = 6\sqrt{2}$. Do đó tập hợp điểm M chuyển động trên elip nhận F_1, F_2 là tiêu điểm và có độ dài trục lớn là $6\sqrt{2}$.

Ta có $a = 3\sqrt{2}$ và $c = \frac{F_1F_2}{2} = \sqrt{2}$ nên $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 4$. Khi đó $S = \pi ab = 12\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1079. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z| = 5$ và $z(2 + i)(1 - 2i)$ là một số thực. Tính $P = |a| + |b|$.

A. $P = 8$.

B. $P = 4$.

C. $P = 5$.

D. $P = 7$.

Lời giải.

Ta có

$$z(2 + i)(1 - 2i) = (a + bi)(4 - 3i) = 4a + 3b + (-3a + 4b)i. \quad (1)$$

Do $z(2+i)(1-2i)$ là một số thực nên từ (1) suy ra $-3a+4b=0 \Leftrightarrow b=\frac{3}{4}a$. (2)

Mặt khác $|z|=5 \Leftrightarrow a^2+b^2=25$. (3)

Thế (2) vào (3) ta được phương trình

$$a^2 + \left(\frac{3}{4}a\right)^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = \pm 4.$$

Với $a=4 \Rightarrow b=3$ và $a=-4 \Rightarrow b=-3$.

Vậy $P=|a|+|b|=3+4=7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1080. Số phức z có phần ảo lớn nhất thoả mãn $|z-1-i|=1$ là

A. $z=2+2i$.

B. $z=1+2i$.

C. $z=2i$.

D. $z=-1+3i$.

Lời giải.

Giả sử $z=x+yi$, $x, y \in \mathbb{R}$, theo bài ra ta có

$$|(x-1)+(y-1)i|=1 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=1.$$

Mà $(x-1)^2 \geq 0$ nên $(y-1)^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq y-1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 2$.

Vậy phần ảo của z có giá trị lớn nhất bằng 2.

Dấu bằng xảy ra khi $x=1; y=2$, hay $z=1+2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1081. Gọi (C) là tập hợp các điểm trên mặt phẳng biểu diễn số phức $z=x+yi$, $x, y \in \mathbb{R}$ thoả mãn $|z-1|=1$ và N là điểm biểu diễn số phức $z_0=1-i$. Tìm điểm M thuộc (C) sao cho MN có độ dài lớn nhất

A. $M(1;1)$.

B. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

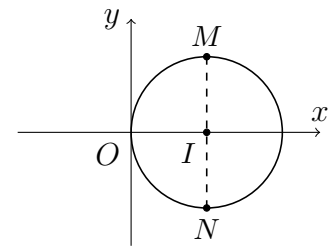
C. $M(1;0)$.

D. $M(0;0)$.

Lời giải.

Ta có $|z-1|=1 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=1$ nên tập hợp điểm (C) biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=1$.

Điểm N có toạ độ là $N(1;-1)$ cũng thuộc (C) nên MN có độ dài lớn nhất khi MN là đường kính của đường tròn (C) hay I là trung điểm của MN nên toạ độ M là $M(1;1)$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1082. Cho số phức z thoả mãn $|z-1-2i|=5$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Điểm M thuộc đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2=25$.

B. $(x-1)^2+(y-2)^2=25$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2=5$.

D. $(x-1)^2+(y-2)^2=5$.

Lời giải.

Vì $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z nên $z=x+yi$. Ta có

$$|z-1-2i|=5 \Leftrightarrow |x-1+(y-2)i|=5 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=25.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1083. Cho số phức z có điểm biểu diễn là $M(x;y)$ và thoả mãn $|z-2+3i|=|z-2-3i|$. Biết $|z-1-2i|+|z-7+4i|=6\sqrt{2}$, khi đó x thuộc khoảng

A. (0; 2).

B. (1; 3).

C. (4; 8).

D. (2; 4).

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 |z - 2 + 3i| &= |z - 2 - 3i| \Leftrightarrow |x - 2 + (y + 3)i| = |x - 2 + (y - 3)i| \\
 &\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = (x - 2)^2 + (y - 3)^2 \\
 &\Leftrightarrow y = 0.
 \end{aligned}$$

Mặt khác, gọi $A(1; 2)$, $B(7; -4) \Rightarrow AB = 6\sqrt{2}$. Ta có

$$|z - 1 - 2i| + |z - 7 + 4i| = MA + MB \leq AB = 6\sqrt{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi M nằm trên đoạn AB . Khi đó,

$$\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}, \text{ với } k \in [0; 1] \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 6k \\ 0 - 2 = -6k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ k = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1084.** Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) + 12i = 3$. Tìm phần ảo của số $\bar{z}$.A. $-\frac{9}{2}$.B. $-\frac{15}{2}$.C. $\frac{15}{2}i$.D. $\frac{15}{2}$.**Lời giải.**

$$z = \frac{3 - 12i}{1 + i} = -\frac{9}{2} - \frac{15}{2}i \Rightarrow \bar{z} = -\frac{9}{2} + \frac{15}{2}i. \text{ Phần ảo của } \bar{z} \text{ là } \frac{15}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1085.** Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 3| = |z - 1|$ và $(z + 2)(\bar{z} - i)$ là số thực.A. $z = 2$.B. $z = -2 + 2i$.C. $z = 2 - 2i$.D. Không có z .**Lời giải.**Giả sử $z = a + bi$, khi đó ta có

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} |z - 3| = |z - 1| \\ \operatorname{Im}[(z + 2)(\bar{z} - i)] = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} |z - 3|^2 = |z - 1|^2 \\ \operatorname{Im}[(z + 2)(\bar{z} - i)] = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} |(a + bi) - 3|^2 = |a + bi - 1|^2 \\ \operatorname{Im}[(a + bi + 2)(\overline{a + bi} - i)] = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} |(a + bi) - 3|^2 = |a - 1 + bi|^2 \\ \operatorname{Im}[(a + 2 + bi)(a - (b + 1)i)] = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} (a - 3)^2 + b^2 = (a - 1)^2 + b^2 \\ \operatorname{Im}[(a + 2)a + b(b + 1) - i((a + 2)(b + 1) - ab)] = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 6a + 9 = a^2 - 2a + 1 \\ a + 2b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $z = a + bi = 2 - 2i$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1086.** Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z - m| = 4$ và $\frac{z}{z - 6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .

A. 0.

B. 12.

C. 6.

D. 14.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $z \neq 6$. $M(a; b)$ là điểm biểu diễn z . Khi đó ta có

$$\frac{z}{z-6} = \frac{a+bi}{(a+bi)-6} = \frac{(a+bi)(a-6-bi)}{(a-6+bi)(a-6-bi)} = \frac{a(a-6)+b^2+i(b(a-6)-ab)}{(a-6)^2+b^2}.$$

Để $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo thì ta phải có $\begin{cases} a(a-6)+b^2=0 & (1) \\ (a-6)^2+b^2 \neq 0 \end{cases}$.

Suy ra điểm M thuộc đường tròn tâm $I(3; 0)$, bán kính $R=3$.

Từ $|z-m|=4 \Leftrightarrow |(a+bi)-m|=4 \Leftrightarrow (a-m)^2+b^2=16$ (2) suy ra điểm M thuộc đường tròn tâm $I'(m; 0)$, bán kính $R'=4$.

Để có đúng 1 điểm M thỏa mãn thì 2 đường tròn $(I; R)$ và $(I'; R')$ phải có 1 điểm chung duy nhất

$$\Leftrightarrow \begin{cases} II' = R + R' \\ II' = |R - R'| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m-3|=7 \\ |m-3|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=10 \\ m=-4 \\ m=4 \\ m=2 \end{cases}.$$

Khi $m=10, m=2$ thì hai đường tròn tiếp xúc tại điểm $(6; 0)$, do vậy các trường hợp này bị loại.

Vậy tổng các phần tử của S là $4-4=0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1087. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

A. 12.

B. 1.

C. 11.

D. 12i.

Lời giải.

$w = 3z_1 - 2z_2 = -1 + 12i$. Vậy w có phần ảo là 12.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1088. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2x + 1 + (1 - 2y)i = 2(2 - i) + yi - x$. Khi đó giá trị của $x^2 - 3xy - y$ bằng

A. -3.

B. 1.

C. -2.

D. -1.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 2x + 1 + (1 - 2y)i &= 2(2 - i) + yi - x \\ \Leftrightarrow 2x + 1 + (1 - 2y)i &= 4 - x + (y - 2)i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 4 - x \\ 1 - 2y = y - 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $x^2 - 3xy - y = -3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1089. Cho M là tập hợp các số phức z thỏa $|2z - i| = |2 + iz|$. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc tập hợp M sao cho $|z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$.

A. $P = \sqrt{2}$.

B. $P = \sqrt{3}$.

C. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} |2z - i| &= |2 + iz| \\ \Leftrightarrow |2x + (2y - 1)i| &= |2 - y + xi| \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 &= 1. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn (C) có tâm O và bán kính $R = 1$.

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Ta có A, B thuộc (C) và $|z_1 - z_2| = 1 \Leftrightarrow AB = 1$. Suy ra $\triangle OAB$ đều nên $P = |z_1 + z_2| = |\vec{OA} + \vec{OB}| = 2|\vec{OH}| = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1090. Cho các số phức z thỏa mãn $|zi - (2 + i)| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là

- A. $I(1; -2)$. B. $I(-1; 2)$. C. $I(-1; -2)$. D. $I(1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $|i(z - 1 + 2i)| = 2 \Rightarrow |z - 1 + 2i| = 2 \Rightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2} = 2$.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; -2)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1091. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i) \cdot \bar{z} + \overline{(1 + 2i)} \cdot (1 - 2z) = 10 + 7i$. Tính mô đun của z .

- A. 3 . B. $\sqrt{3}$. C. 5 . D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Ta có

$$\begin{aligned} (1 - i) \cdot \bar{z} + \overline{(1 + 2i)} \cdot (1 - 2z) &= 10 + 7i \\ \Leftrightarrow (1 - i)(a - bi) + (1 - 2i)(1 - 2(a + bi)) &= 10 + 7i \\ \Leftrightarrow a - b - ai - bi + (1 - 2i)(1 - 2a - 2bi) &= 10 + 7i \\ \Leftrightarrow a - b - ai - bi + 1 - 2a - 2(1 - 2a)i - 2bi - 4b &= 10 + 7i \\ \Leftrightarrow -3a - 5b + 1 + 3ai - 3bi - 2i &= 10 + 7i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -3a - 5b + 1 = 10 \\ 3a - 3b - 2 = 7 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |z| = |1 - 2i| = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 1092. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + \bar{z}$ là số thuần ảo và $|z - 2i| = 1$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. Vô số.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ trong đó $a, b \in \mathbb{R}$, ta có $\bar{z} = a - bi$.

Số phức $(1 + i)z + \bar{z} = (1 + i)(a + bi) + (a - bi) = 2a - b + ai$ là số thuần ảo khi chỉ khi $2a - b = 0 \Leftrightarrow b = 2a$.

Mặt khác

$$\begin{aligned} |z - 2i| = 1 &\Leftrightarrow |a + bi - 2i| = 1 \Leftrightarrow a^2 + (2a - 2)^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow 5a^2 - 8a + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow z = 1 + 2i \\ a = \frac{3}{5} \Rightarrow b = \frac{6}{5} \Rightarrow z = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}i. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1093. Cho số phức w thỏa mãn $|w + 2| \leq 1$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 2w + 1 - i$ là một hình tròn. Tính diện tích S của hình tròn đó.

- A. $S = 2\pi$. B. $S = 4\pi$. C. 9π . D. π .

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\bar{z} = 2w + 1 - i \Leftrightarrow x - yi = 2w + 1 - i \Leftrightarrow w = \frac{x - 1}{2} - \frac{y - 1}{2}i.$$

Lại có $|w + 2| \leq 1$ nên

$$\left(\frac{x - 1}{2} + 2\right)^2 + \left(\frac{y - 1}{2}\right)^2 \leq 1 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4.$$

Nên tập hợp điểm biểu diễn z là hình tròn bán kính $R = 2$ có diện tích $S = 4\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1094. Cho khai triển $(2018x^2 + x + 2018)^{2018} = a_0 + a_1x + \dots + a_{4036}x^{4036}$. Tính tổng $S = a_1 - a_3 + a_5 - \dots + a_{4035}$.

- A. $S = 0$. B. $S = -1$. C. $S = 2^{2018}$. D. $S = 1$.

Lời giải.

Cho $x = i$ ($i^2 = -1$) trong khai triển $(2018x^2 + x + 2018)^{2018} = a_0 + a_1x + \dots + a_{4036}x^{4036}$ ta được

$$\begin{aligned} i^{2018} &= a_0 + a_1i + a_2i^2 + \dots + a_{4036}i^{4036} \\ &\Leftrightarrow -1 = (a_0 - a_2 + a_4 - \dots + a_{4036}) + (a_1 - a_3 + a_5 - \dots + a_{4035})i \end{aligned}$$

Vậy $S = a_1 - a_3 + \dots + a_{4035} = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1095. Số phức $z = (1 - i)^{2018}$ có phần thực bằng

- A. 1. B. 2^{1009} . C. -2^{1009} . D. 0.

Lời giải.

$$z = (1 - i)^{2018} = [(1 - i)^2]^{1009} = (-2i)^{1009} = (-2)^{1009}i = -2^{1009}i.$$

Suy ra phần thực của số phức z bằng 0.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1096. Cho z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6}$. Tính giá trị của biểu thức $P = |2z_1 + z_2|$.

- A. $P = 2$. B. $P = \sqrt{3}$. C. $P = 3$. D. $P = 1$.

Lời giải.

Đặt $z_1 = a_1 + b_1i$; $z_2 = a_2 + b_2i$. Suy ra $a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = 1$.

Và $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6} \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = -\frac{1}{4}$.

Suy ra $P = |2z_1 + z_2| = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1097. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn cho số z thỏa mãn $|(1+2i)z - 10| = |(2+i)\bar{z} + 5|$ là

A. hai đường thẳng cắt nhau.

B. hai đường thẳng song song.

C. một đường thẳng.

D. một đường tròn.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned} |(1+2i)z - 10| &= |(2+i)\bar{z} + 5| \\ \Leftrightarrow |(1+2i)(x+yi) - 10| &= |(2+i)(x-yi) + 5| \\ \Leftrightarrow |x-2y-10 + (2x+y)i| &= |(2x+y) + (x-2y+5)i| \\ \Leftrightarrow (x-2y-10)^2 + (2x+y)^2 &= (2x+y)^2 + (x-2y+5)^2 \\ \Leftrightarrow 2x-4y-5 &= 0. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn cho số z là đường thẳng $2x - 4y - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1098. Tìm phần ảo của số phức z biết $z - (2+3i)\bar{z} = 1 - 9i$.

A. 1.

B. -2.

C. -1.

D. 2.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} z - (2+3i)\bar{z} &= 1 - 9i \Leftrightarrow x + yi - (2+3i)(x-yi) = 1 - 9i \\ \Leftrightarrow x + yi - [2x + 3y + (3x - 2y)i] &= 1 - 9i \\ \Leftrightarrow -x - 3y - 3(x-y)i &= 1 - 9i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -x - 3y = 1 \\ -3(x-y) = -9 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phần ảo của số phức z là $y = -1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1099. Cho số phức $w = (2+i)^2 - 3(2-i)$. Giá trị của $|w|$ là

A. $\sqrt{54}$.

B. $\sqrt{58}$.

C. $2\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{43}$.

Lời giải.

Ta có $w = -3 + 7i$ nên $|w| = \sqrt{58}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1100. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1+i)z - (2-i)\bar{z}$.

A. -5.

B. -9.

C. $-5i$.

D. $-9i$.

Lời giải.

$$w = (1+i)z - (2-i)\bar{z} = (1+i)(2-3i) - (2-i)(2+3i) = -2-5i.$$

Phần ảo của số phức w là -5 .

Chọn đáp án **A** □

Câu 1101. Cho hai số phức $z_1 = 2+i$ và $z_2 = 1-i$. Tìm số phức $z = z_1 + 2z_2$.

- A. $1+i$. B. 1 . C. $4-i$. D. $2i$.

Lời giải.

$$z = z_1 + 2z_2 = 2+i+2(1-i) = 4-i.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1102. Cho $z_1 = 2+3i$; $z_2 = 4+5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức w biết $w = 2(z_1 + z_2)$.

- A. $\bar{w} = 12-16i$. B. $\bar{w} = 12+16i$. C. $\bar{w} = -14+44i$. D. $\bar{w} = -14-44i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w = 2(2+3i+4+5i) = 12+16i. \text{ Vậy } \bar{w} = 12-16i.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1103. Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z+3+2i = (|z|+1)(1+i)$ và $|z| > 1$. Tính $P = a-b$.

- A. $P = -1$. B. $P = -5$. C. $P = 3$. D. $P = 7$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} z+3+2i &= (|z|+1)(1+i) \Leftrightarrow a+bi+3+2i = (\sqrt{a^2+b^2}+1)(1+i) \\ \Leftrightarrow a+bi+3+2i &= \sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{a^2+b^2} \cdot i + 1+i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a+3 = \sqrt{a^2+b^2}+1 \\ b+2 = \sqrt{a^2+b^2}+1 \end{cases} &\Rightarrow a-b = -1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1104. Cho số phức $z = a+bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. $z+\bar{z} = 2bi$. B. $z-\bar{z} = 2a$. C. $z \cdot \bar{z} = a^2-b^2$. D. $|z^2| = |z|^2$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = a-bi$, do đó

- $z+\bar{z} = 2a$.
- $z-\bar{z} = 2bi$.
- $z \cdot \bar{z} = a^2+b^2$.
- $|z^2| = |z \cdot z| = |z| \cdot |z| = |z|^2$.

Vậy chỉ có mệnh đề $|z^2| = |z|^2$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1105. Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+2i| = 5$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = z+1-i$ là

- A. Đường tròn tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=5$. B. Đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R=5$.
C. Đường tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=5$. D. Đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=5$.

Lời giải.

Ta có

$$w-4+3i = z-3+2i$$

$$\Rightarrow |w - 4 + 3i| = |z - 3 + 2i| = 5.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(4; -3)$, bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1106. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để có đúng hai số phức z thỏa mãn $|z - (2m - 1) - i| = 10$ và $|z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i|$.

A. 41.

B. 40.

C. 165.

D. 164.

Lời giải.

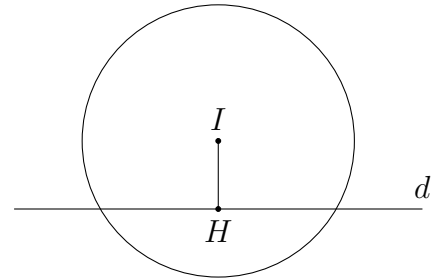
Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn là M . Ta có

$$|z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i|$$

$$\Leftrightarrow |(a - 1) + (b + 1)i| = |(a - 2) + (3 - b)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 1)^2} = \sqrt{(a - 2)^2 + (3 - b)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2a + 8b - 11 = 0.$$



Suy ra điểm M thuộc đường thẳng $d: 2x + 8y - 11 = 0$.

Mặt khác, từ $|z - (2m - 1) - i| = 10$, suy ra điểm M thuộc đường tròn (C) tâm $I(2m - 1; 1)$, bán kính bằng 10. Vậy M là giao điểm của d và (C) .

Để tồn tại đúng hai số phức z , điều kiện là d phải cắt (C) tại đúng 2 điểm phân biệt. Điều này xảy ra khi

$$d(I, d) < 10 \Leftrightarrow \frac{|2(2m - 1) + 8 \cdot 1 - 11|}{\sqrt{2^2 + 8^2}} < 10 \Leftrightarrow \frac{5 - 10\sqrt{68}}{4} < m < \frac{5 + 10\sqrt{68}}{4}.$$

Vậy có $21 - (-19) + 1 = 41$ giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **A** □

Câu 1107. Tính mô-đun của số phức $z = (1 + 2i)(2 - i)$.

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = \sqrt{5}$.

C. $|z| = 10$.

D. $|z| = 6$.

Lời giải.

Ta có $|z| = |1 + 2i| \cdot |2 - i| = 5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1108. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - 3i)z + 6 = 5i - 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\bar{z} = \frac{29}{13} + \frac{11}{13}i$.

B. $\bar{z} = \frac{29}{13} - \frac{11}{13}i$.

C. $\bar{z} = -\frac{29}{13} - \frac{11}{13}i$.

D. $\bar{z} = -\frac{29}{13} + \frac{11}{13}i$.

Lời giải.

$$z = \frac{5i - 7}{2 - 3i} = -\frac{29}{13} - \frac{11}{13}i \Rightarrow \bar{z} = -\frac{29}{13} + \frac{11}{13}i.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1109. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 6, |z_2| = 2$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1, iz_2 . Biết rằng $\widehat{MON} = 60^\circ$. Tính $T = |z_1^2 + 9z_2^2|$.

A. $T = 36\sqrt{2}$.

B. $T = 24\sqrt{3}$.

C. $T = 36\sqrt{3}$.

D. $T = 18$.

Lời giải.

Cách 1: P là điểm biểu diễn của số phức $3iz_1$.

Q là điểm biểu diễn của số phức $z_1 + 3iz_2$.

Ta có $|z_1^2 + 9z_2^2| = |z_1 - 3iz_2| |z_1 + 3iz_2| = MP \cdot OQ$.

Theo giả thiết $\widehat{MON} = 60^\circ \Rightarrow MOP$ là tam giác đều, do đó $MP = 6$.

Ta có $OQ^2 = OM^2 + MP^2 - 2OM \cdot MP \cdot \cos 120^\circ = 6^2 + 6^2 + 6^2 = 108$.

$\Rightarrow OQ = 6\sqrt{3} \Rightarrow |z_1^2 + 9z_2^2| = 36\sqrt{3}$.

Cách 2: (Cách này về ý tưởng giống với phương pháp tọa độ hóa mà ta sử dụng trong các bài toán Hình học)

Ta có thể chọn $z_1 = 6i$ và từ đây suy ra một số phức $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$ (khi đó z_1 và z_2 thỏa mãn các điều kiện đề bài).

$\Rightarrow z_1^2 = -36$ và $z_2^2 = -2 + 2\sqrt{3}i$.

Suy ra $T = |z_1^2 + 9z_2^2| = |-54 + 18\sqrt{3}i| = \sqrt{54^2 + 3 \cdot 18^2} = 36\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1110. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1 - i)\bar{z} + 2i$ là

A. một đường tròn.

B. một đường thẳng.

C. một elip.

D. một hypebol hoặc parabol.

Lời giải.

Ta có $(1 - i)\bar{z} = w - 2i \Rightarrow |w - 2i| = |(1 - i)\bar{z}| = 2\sqrt{2}$, suy ra tập hợp biểu diễn các số phức w là một đường tròn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1111. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 + z_2| = 3$. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. một giá trị khác.

Lời giải.

Đặt $z_1 = a_1 + b_1i, z_2 = a_2 + b_2i$. Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = 1 \\ a_2^2 + b_2^2 = 4 \\ (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = 1 \\ a_2^2 + b_2^2 = 4 \\ 2a_1a_2 + 2b_1b_2 = 4 \end{cases}$$

Suy ra $|z_1 - z_2| = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2} = 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1112. Cho số phức $z = (1 - i)^2(3 + 2i)$. Số phức z có phần ảo là

A. 6.

B. $-6i$.

C. -6 .

D. 4.

Lời giải.

Ta có $z = (1 - i)^2(3 + 2i) = 4 - 6i$. Do đó $\text{Im}(z) = -6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1113. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2z - i| = 6$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 3.

B. $6\sqrt{2}$.

C. 6.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$|2z - i| = 6 \Leftrightarrow |2x + (2y - 1)i| = 6 \Leftrightarrow (2x)^2 + (2y - 1)^2 = 36 \Leftrightarrow x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 9.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(0; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = 3$.

Cách khác. $|2z - i| = 6 \Leftrightarrow \left|2\left(z - \frac{1}{2}i\right)\right| = 6 \Leftrightarrow |2| \cdot \left|z - \frac{1}{2}i\right| = 6 \Leftrightarrow \left|z - \frac{1}{2}i\right| = 3$

$\Rightarrow$ tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I\left(0; \frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1114. Cho các số phức $z_1 = -3i$, $z_2 = 4 + i$ và z thỏa mãn $|z - i| = 2$. Biết biểu thức $T = |z - z_1| + 2|z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Hiệu $a - b$ bằng

A. $\frac{3 - 6\sqrt{13}}{17}$. B. $\frac{6\sqrt{13} - 3}{17}$. C. $\frac{3 + 6\sqrt{13}}{17}$. D. $-\frac{3 + 6\sqrt{13}}{17}$.

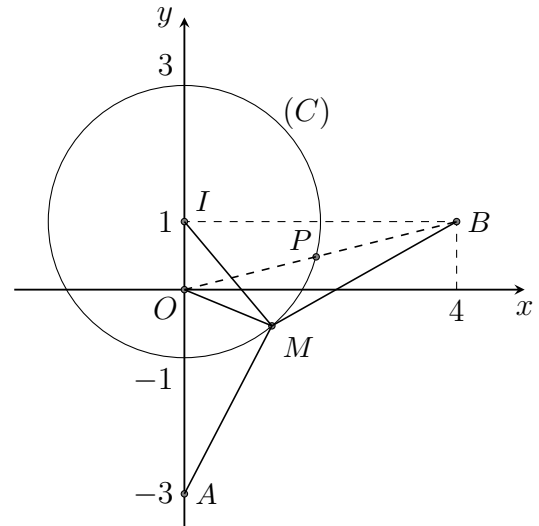
Lời giải.

— Trong mặt phẳng Oxy , điểm $A(0; -3)$ biểu diễn số phức $z_1 = -3i$; điểm $B(4; 1)$ biểu diễn số phức $z_2 = 4 + i$.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Giả thiết $|z - i| = 2 \Rightarrow$ tập hợp điểm M là đường tròn (C) tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = 2$.

Ta có $T = |z - z_1| + 2|z - z_2| = AM + 2BM$.

Trong mặt phẳng Oxy , ta sẽ tìm vị trí điểm D sao cho khi M di chuyển trên đường tròn (C) ta luôn có $AM = 2DM$.



— Nhận thấy $IA = 4 = 2R$, nên trên tia IA lấy điểm D sao cho $ID = \frac{1}{2}R \Rightarrow D \equiv O$.

Khi đó $IO \cdot IA = R^2 = IM^2 \Rightarrow \triangle IAM \sim \triangle IMO \Rightarrow \frac{AM}{MO} = \frac{IM}{IO} = 2$.

Suy ra $T = 2(OM + BM) \geq 2OB$.

Do đó, $T_{\min} = 2OB$ khi O, M, B thẳng hàng theo thứ tự đó, hay $M \equiv P$ (như hình vẽ).

Phương trình đường thẳng OB : $x - 4y = 0$. Ta có $P \in OB \Rightarrow P(4t; t)$ (với $t > 0$).

$P \in (C): x^2 + (y - 1)^2 = 4 \Rightarrow (4t)^2 + (t - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow 17t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1 + 2\sqrt{13}}{17}$.

$\Rightarrow M\left(\frac{4 + 8\sqrt{13}}{17}; \frac{1 + 2\sqrt{13}}{17}\right)$. Vậy $a - b = \frac{3 + 6\sqrt{13}}{17}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1115. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và thỏa mãn điều kiện $(1 + 2i)z - (2 - 3i)\bar{z} = 2 + 30i$. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = -2$. B. $S = 2$. C. $S = 8$. D. $S = -8$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & (1+2i)(a+bi) - (2-3i)(a-bi) = 2+30i \\
 \Leftrightarrow & a-2b+2ai+bi-2a+3b+3ai+2bi = 2+30i \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} a-2b-2a+3b = 2 \\ 2a+b+3a+2b = 30 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} -a+b = 2 \\ 5a+3b = 30 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} a = 3 \\ b = 5. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Suy ra $S = 8$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1116. Cho số phức $z \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{17}}{z} + 1 - 3i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2 < |z| < 3$. B. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{4}$. D. $0 < |z| < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & (2+i)|z| = \frac{\sqrt{17}}{z} + 1 - 3i \\
 \Leftrightarrow & (2|z| - 1) + (|z| + 3)i = \frac{\sqrt{17}}{z} \\
 \Leftrightarrow & \sqrt{(2|z| - 1)^2 + (|z| + 3)^2} = \frac{\sqrt{17}}{|z|} \\
 \Leftrightarrow & (2|z| - 1)^2 + (|z| + 3)^2 = \frac{17}{|z|^2} \\
 \Leftrightarrow & 5|z|^4 + 2|z|^3 + 10|z|^2 - 17 = 0 \\
 \Leftrightarrow & |z| = 1.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1117. Tìm phần ảo của số phức $z = (a+bi)(1-2i)$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

- A. $2a+b$. B. $2a-b$. C. $a+2b$. D. $b-2a$.

Lời giải.

$$z = (a+bi)(1-2i) = (a+2b) + (b-2a)i.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1118. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z biết số phức $(z-i)(2+i)$ là một số thuần ảo.

- A. Đường thẳng $2x - y + 1 = 0$. B. Đường thẳng $x + 2y - 2 = 0$.
C. Đường thẳng $2x + y - 1 = 0$. D. Đường thẳng $2x - y - 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$$(z-i)(2+i) = (x+yi-i)(2+i) = (2x-y+1) + (x+2y-2)i.$$

Để $(z-i)(2+i)$ là một số thuần ảo thì $2x-y+1=0$ hay tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z là đường thẳng $2x-y+1=0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1119. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn: $|z - \bar{z} - 2i| = |z + \bar{z} - 6|$ và $|z - 6 - 2i| = 2\sqrt{2}$.

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} |z - \bar{z} - 2i| = |z + \bar{z} - 6| \\ |z - 6 - 2i| = 2\sqrt{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} |x + yi - (x - yi) - 2i| = |x + yi + (x - yi) - 6| \\ |x + yi - 6 - 2i| = 2\sqrt{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} |(2y - 2)i| = |2x - 6| \\ |(x - 6) + (y - 2)i| = 2\sqrt{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sqrt{(2y - 2)^2} = \sqrt{(2x - 6)^2} \\ (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 4 \\ (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} y = x - 2 \\ (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 8 \\ y = -x + 4 \\ (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 5 + \sqrt{3}; y = 3 + \sqrt{3} \\ x = 5 - \sqrt{3}; y = 3 - \sqrt{3} \\ x = 4; y = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1120. Cho số phức $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{2} + 3$.

B. $6\sqrt{2} + 11$.

C. $6\sqrt{2} - 7$.

D. 11.

Lời giải.

Ta có

$$z = (\sqrt{2} + 3i)^2 = -7 + 6\sqrt{2}i.$$

Vậy số z có phần thực bằng -7 và phần ảo bằng $6\sqrt{2}$.

Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng $6\sqrt{2} - 7$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1121. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , số phức $z = (2 - 3i) - (3 + i)$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

A. $M(-1; -4)$.

B. $N(1; -4)$.

C. $P(1; 4)$.

D. $Q(-1; 4)$.

Lời giải.

Ta có

$$z = (2 - 3i) - (3 + i) = -1 - 4i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là điểm $M(-1; -4)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1122. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x(3 + 2i) + y(1 - 4i) = 1 + 24i$. Tính giá trị $x + y$.

A. $x + y = 4$.

B. $x + y = 3$.

C. $x + y = 2$.

D. $x + y = -3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} x(3 + 2i) + y(1 - 4i) &= 1 + 24i \\ \Leftrightarrow 3x + 2xi + y - 4yi &= 1 + 24i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - 4y = 24 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x + y = 2 + (-5) = -3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1123. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = |z|$. Biết rằng tập hợp các điểm M là một đường thẳng, tìm phương trình đường thẳng đó.

A. $2x + 4y + 5 = 0$.

B. $2x - 4y + 5 = 0$.

C. $2x - 4y + 3 = 0$.

D. $2x - y + 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z + 1 - 2i| &= |z| \\ \Leftrightarrow |x + yi + 1 - 2i| &= |x + yi| \\ \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 &= x^2 + y^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= x^2 + y^2 \\ \Leftrightarrow 2x - 4y + 5 &= 0. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng có phương trình $2x - 4y + 5 = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1124. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2i(\bar{z}) = 3(1 + i)$. Tính giá trị của biểu thức $P = 4x + 5y$.

A. $P = 12$.

B. $P = 8$.

C. $P = 9$.

D. $P = 21$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 z + 2i(\bar{z}) &= 3(1 + i) \\
 \Leftrightarrow x + yi + 2i(x - yi) &= 3(1 + i) \\
 \Leftrightarrow x + yi + 2xi + 2y &= 3 + 3i \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $P = 4x + 5y = 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 9$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1125. Tìm mô-đun của số phức z thỏa mãn điều kiện $z - 2\bar{z} = 3 + 4i$.

A. $|z| = \frac{\sqrt{93}}{3}$. B. $|z| = \frac{\sqrt{95}}{3}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{91}}{3}$. D. $|z| = \frac{\sqrt{97}}{3}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$, thay vào phương trình ta có

$$\begin{aligned}
 a + bi - 2a + 2bi &= 3 + 4i \\
 \Leftrightarrow -a + 3bi &= 3 + 4i \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = \frac{4}{3}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Mô-đun của z là $|z| = \sqrt{9 + \frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{97}}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1126. Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$.

A. $P = -1$. B. $P = -5$. C. $P = 3$. D. $P = 7$.

Lời giải.

Thay $z = a + bi$ vào phương trình ta có

$$\begin{aligned}
 z + 2 + i - |z|(1 + i) &= 0 \\
 \Leftrightarrow a + bi + 2 + i - \sqrt{a^2 + b^2}(1 + i) &= 0 \\
 \Leftrightarrow (a + 2 - \sqrt{a^2 + b^2}) + i(b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2}) &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 = \sqrt{a^2 + b^2} \\ b + 1 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b - 1 \\ b + 1 = \sqrt{2b^2 - 2b + 1} \end{cases} \\
 \Rightarrow b^2 - 4b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ (loại)} \\ b = 4 \Rightarrow a = 3 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $P = 3 + 4 = 7$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1127. Thu gọn số phức $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$, ta được:

A. $z = -1 - i$.

B. $z = 1 - i$.

C. $z = -1 - 2i$.

D. $z = 1 + i$.

Lời giải.Ta có $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i) = i + 2 - 4i - 3 + 2i = -1 - i$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1128.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 + (\bar{z})^2 = 0$ là

A. Trục hoành và trục tung.

B. Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

C. Trục hoành.

D. Các đường phân giác của góc tạo bởi hai trục tọa độ.

Lời giải.Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó

$$z^2 + (\bar{z})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + yi)^2 + (x - yi)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi + x^2 - y^2 - 2xyi = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = y^2$$

$$\Leftrightarrow y = \pm x.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là các đường phân giác của góc tạo bởi hai trục tọa độ.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1129.** Tìm số các số phức thỏa mãn điều kiện $z^2 + 2\bar{z} = 0$.

A. 0.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó

$$z^2 + 2\bar{z} = 0 \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi + 2(x - yi) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2x = 0 \\ 2xy - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2x = 0 \\ 2y(x - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2x = 0 \\ y = 0 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x^2 + 2x = 0 \\ x = 1 \\ y^2 = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = \sqrt{3} \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = -\sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1130.** Cho số phức $z = 2 + bi$. Tính $z \cdot \bar{z}$.

A. $z \cdot \bar{z} = \sqrt{4 + b^2}$.

B. $z \cdot \bar{z} = 4 - b^2$.

C. $z \cdot \bar{z} = -b$.

D. $z \cdot \bar{z} = 4 + b^2$.

Lời giải.Ta có $z \cdot \bar{z} = (2 + bi)(2 - bi) = 4 - b^2i^2 = 4 + b^2$.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1131. Cho số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(1; -2)$. Tính mô-đun của số phức $w = i\bar{z} - z^2$.

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{26}$. C. 26. D. 6.

Lời giải.

Ta có $z = 1 - 2i \Rightarrow w = i(1 + 2i) - (1 - 2i)^2 = i - 2 - (-3 - 4i) = 1 + 5i$.

Vậy $|w| = \sqrt{26}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1132. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm phức của phương trình $z^4 + z^2 - 6 = 0$. Tính $T = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2$.

- A. $T = 2$. B. $T = 14$. C. $T = 4$. D. $T = -2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^4 + z^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 2 \\ z^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\sqrt{2} \\ z = \sqrt{2} \\ z = -\sqrt{3}i \\ z = \sqrt{3}i \end{cases}$$

Do đó, phương trình đã cho có 4 nghiệm phức là $z_1 = -\sqrt{2}, z_2 = \sqrt{2}, z_3 = -\sqrt{3}i, z_4 = \sqrt{3}i$.

Vậy $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2 = -2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1133. Các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 5 + 12i$ thuộc đường nào trong các đường cho bởi phương trình sau đây?

- A. $y = 2x^2$. B. $(x - 1)^2 + y^2 = 5$. C. $y = 2x$. D. $y = -2x$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta được

$$\begin{aligned} z \cdot \bar{z} + 3(z - \bar{z}) &= 5 + 12i \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6yi &= 5 + 12i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ 6y = 12 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ y = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó, có hai điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là $A(1; 2)$ và $B(-1; 2)$.

Dễ thấy A, B chỉ thuộc đường $y = 2x^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1134. Nếu mô-đun của số phức z là r ($r > 0$) thì mô-đun của số phức $(1 - i)^3 \cdot z$ bằng

- A. $\sqrt{2}r$. B. $3r$. C. $2r$. D. $2\sqrt{2}r$.

Lời giải.

Do $|(1 - i)^3 \cdot z| = |(1 - i)^3| |z| = |2 - 2i| |z| = 2\sqrt{2} |z| = 2\sqrt{2}r$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1135. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i - 1)$ là

- A. $\bar{z} = 3 - i$. B. $\bar{z} = -3 + i$. C. $\bar{z} = 3 + i$. D. $\bar{z} = -3 - i$.

Lời giải.

Ta có $z = i(3i - 1) \Leftrightarrow z = -3 - i$ suy ra $\bar{z} = -3 + i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1136. Số nào trong các số sau là số thuần ảo?

A. $(\sqrt{3} + 2i)(\sqrt{3} - 2i)$.

B. $(\sqrt{3} + 2i) + (\sqrt{3} - 2i)$.

C. $\frac{1 - 4i}{1 + 4i}$.

D. $(3 + 3i)^2$.

Lời giải.

Do $(3 + 3i)^2 = 9 + 18i + 9i^2 = 18i$ nên $(3 + 3i)^2$ là số thuần ảo.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1137. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| \leq 2$. Trong hệ tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 3z - 2 + i$ là hình tròn có diện tích bằng

A. 25π .

B. 16π .

C. 36π .

D. 9π .

Lời giải.

Giả sử số phức $w = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức w suy ra điểm $M(x; y)$.

Do giả thiết ta có

$$w = 3z - 2 + i \Leftrightarrow x + yi = 3z - 2 + i \Leftrightarrow 3z = x + 2 + (y - 1)i \Leftrightarrow z = \frac{x + 2}{3} + \left(\frac{y - 1}{3}\right)i$$

Khi đó $z - 1 + 2i = \frac{x + 2}{3} + \left(\frac{y - 1}{3}\right)i - 1 + 2i = \frac{x - 1}{3} + \left(\frac{y + 5}{3}\right)i$ suy ra

$$|z - 1 + 2i| \leq 2 \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{x - 1}{3}\right)^2 + \left(\frac{y + 5}{3}\right)^2} \leq 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 5)^2 \leq 36$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w nằm trong đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 36$. Gọi R là bán kính đường tròn (C) suy ra $R = 6$ nên diện tích hình tròn bằng 36π .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1138. Cho số phức $z = 1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{2018}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $z = -2^{1009}$.

B. $z = -2^{1009} + (2^{1009} + 1)i$.

C. $z = 2^{1009} + (2^{1009} + 1)i$.

D. $z = 2^{1009} + 2^{1009}i$.

Lời giải.

Ta có

$$1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{2018} = \frac{1 - (1 + i)^{2019}}{1 - (1 + i)} = \frac{1 - (1 + i)^{2019}}{-i} = i - i \cdot (1 + i)^{2019}$$

Vì $(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i$ suy ra $(1 + i)^8 = 2^4$.

Mà $(1 + i)^{2019} = [(1 + i)^8]^{252} \cdot (1 + i)^3$ suy ra $i \cdot (1 + i)^{2019} = (2^4)^{252} \cdot 2i^2 \cdot (1 + i) = -2^{1009}(1 + i)$. Do đó $z = i + 2^{1009}(1 + i) = 2^{1009} + (1 + 2^{1009})i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1139. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm điểm biểu diễn của số phức $w = z + i \cdot \bar{z}$.

A. $M(5; -5)$.

B. $M(1; -5)$.

C. $M(1; 1)$.

D. $M(5; 1)$.

Lời giải.

Ta có: $\bar{z} = 3 + 2i$.

Khi đó $w = z + i \cdot \bar{z} = 3 - 2i + i(3 + 2i) = 1 + i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức w là $M(1; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1140. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

A. $\bar{z} = 3 - i$.

B. $\bar{z} = -3 - i$.

C. $\bar{z} = -3 + i$.

D. $\bar{z} = 3 + i$.

Lời giải.

Ta có: $z = i(3i + 1) = -3 + i \Rightarrow \bar{z} = -3 - i$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1141. Cho số phức $z = (2 - 3i)(3 - 4i)$. Điểm biểu diễn số phức z là

A. $M(6; 17)$.

B. $M(17; 6)$.

C. $M(-17; -6)$.

D. $M(-6; -17)$.

Lời giải.

Ta có $z = (2 - 3i)(3 - 4i) = -6 - 17i$. Do đó, điểm biểu diễn cho số phức z là $M(-6; -17)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1142. Rút gọn biểu thức $P = i^{2000} + i^{2021}$.

A. $P = 1 + i$.

B. $P = 1 - i$.

C. $P = -1 + i$.

D. $P = -1 - i$.

Lời giải.

$$P = i^{2000} + i^{2021} = 1 + i.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1143. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $(1 + i)z + 2\bar{z} = 4 - 3i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 3$.

B. $P = 10$.

C. $P = 7$.

D. $P = 5$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$. Khi đó

$$\begin{aligned} (1 + i)z + 2\bar{z} &= 4 - 3i \\ \Leftrightarrow (1 + i)(a + bi) + 2(a - bi) &= 4 - 3i \\ \Leftrightarrow (3a - b) + i(a - b) &= 4 - 3i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 4 \\ a - b = -3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = \frac{13}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $P = a + b = 10$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1144. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $(2x - 1) + (y + 1)i = 1 + 2i$. Giá trị của biểu thức $x^2 + 2xy + y^2$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Từ } (2x - 1) + (y + 1)i = 1 + 2i \text{ ta có } \begin{cases} 2x - 1 = 1 \\ y + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x^2 + 2xy + y^2 = 4.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1145. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $2 + 3i, 1 - 2i$ và $-3 + i$. Tìm tọa độ của điểm Q sao cho tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

- A. $Q(0; 2)$. B. $Q(6; 0)$. C. $Q(-2; 6)$. D. $Q(-4; -4)$.

Lời giải.

Ta có $M(2; 3), N(1; -2), P(-3; 1)$.

Gọi H là trung điểm của MP , suy ra $H\left(\frac{-1}{2}; 2\right)$.

Vì $MNPQ$ là hình bình hành nên H cũng là trung điểm của NQ , do đó $Q(-2; 6)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1146. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| = |2 - 3i - z|$ là

- A. Đường thẳng $x - 2y - 3 = 0$. B. Đường thẳng $x + 2y + 1 = 0$.
C. Đường tròn $x^2 + y^2 = 2$. D. Đường tròn $x^2 + y^2 = 4$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Khi đó, ta có

$$\begin{aligned} |z - i| &= |2 - 3i - z| \\ \Leftrightarrow |x + yi - i| &= |2 - 3i - x - yi| \\ \Leftrightarrow |x + (y - 1)i| &= |(2 - x) + (-3 - y)i| \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} &= \sqrt{(2 - x)^2 + (-3 - y)^2} \\ \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 &= (2 - x)^2 + (-3 - y)^2 \\ \Leftrightarrow x - 2y - 3 &= 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1147. Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $z(1 + 2i)^2 + \bar{z} = -20 + 4i$. Giá trị của $a^2 - b^2$ bằng

- A. 16. B. 1. C. 5. D. 7.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z(1 + 2i)^2 + \bar{z} &= -20 + 4i \\ \Leftrightarrow (a + bi)(-3 + 4i) + (a - bi) &= -20 + 4i \\ \Leftrightarrow (-3a - 4b) + (4a - 3b)i + (a - bi) &= -20 + 4i \\ \Leftrightarrow (-2a - 4b) + (4a - 4b)i &= -20 + 4i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 4b = -20 \\ 4a - 4b = 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $a^2 - b^2 = 16 - 9 = 7$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1148. Với các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 4$, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

A. $R = 8$.

B. $R = 16$.

C. $R = 2$.

D. $R = 4$.

Lời giải.Viết z dưới dạng $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó, ta có:

$$|z - 2 + i| = 4 \Leftrightarrow |(a - 2) + (b + 1)i| = 4 \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b + 1)^2 = 16.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z đã cho là đường tròn tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 4$.Chọn đáp án **D** □**Câu 1149.** Cho số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$.

A. $\bar{w} = 4 - i$.

B. $\bar{w} = 4 + i$.

C. $\bar{w} = -4 + i$.

D. $\bar{w} = -4 - i$.

Lời giải.Ta có $w = z_1 + z_2 = (1 + 3) + (2 - 1)i = 4 + i \Rightarrow \bar{w} = 4 - i$.Chọn đáp án **A** □**Câu 1150.** Cho z là một số thuần ảo khác 0. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\bar{z}$ là số thực.

B. Phần ảo của z bằng 0.

C. $z = \bar{z}$.

D. $z + \bar{z} = 0$.

Lời giải.Vì z là số thuần ảo khác 0 nên $z = bi$, $b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$ và $\bar{z} = -bi$.Suy ra $z + \bar{z} = 0$.Chọn đáp án **D** □**Câu 1151.** Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 phân biệt thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 3$ và $\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = \bar{z}_3$. Biết z_1, z_2, z_3 lần lượt được biểu diễn bởi các điểm A, B, C trên mặt phẳng phức. Tính góc $\widehat{ACB}$.

A. 150° .

B. 90° .

C. 120° .

D. 45° .

Lời giải.Viết $z_1 = a_1 + b_1i$, $z_2 = a_2 + b_2i$, $z_3 = a_3 + b_3i$, $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$. Khi đó, ta có hệ:

$$\begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = 9 & (1) \\ a_2^2 + b_2^2 = 9 & (2) \\ a_3^2 + b_3^2 = 9 & (3) \\ a_1 + a_2 = a_3 & (4) \\ -b_1 - b_2 = -b_3 & (5). \end{cases}$$

Thế (4) và (5) vào (3), ta có $(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 = 9$ (6).Thế (1) và (2) vào (6), ta có $2a_1a_2 + 2b_1b_2 = -9$. $\overrightarrow{CA} = (a_1 - a_3; b_1 - b_3)$, $\overrightarrow{CB} = (a_2 - a_3; b_2 - b_3)$.

Suy ra

$$\begin{aligned} \cos \widehat{ACB} &= \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{CB}|} = \frac{(a_1 - a_3)(a_2 - a_3) + (b_1 - b_3)(b_2 - b_3)}{\sqrt{(a_1 - a_3)^2 + (b_1 - b_3)^2} \sqrt{(a_2 - a_3)^2 + (b_2 - b_3)^2}} \\ &= \frac{-a_2(-a_1) + (-b_2)(-b_1)}{\sqrt{(-a_2)^2 + (-b_2)^2} \sqrt{(-a_1)^2 + (-b_1)^2}} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2} \sqrt{a_1^2 + b_1^2}} \\ &= \frac{9}{\sqrt{9}\sqrt{9}} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Vậy $\widehat{ACB} = 120^\circ$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1152. Số phức $z + \bar{z}$ là

- A. Số thực. B. Số ảo. C. 0. D. 2.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Vậy $z + \bar{z} = 2a$ là số thực.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1153. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 4i, z_2 = -1 + 3i$. Tính môđun của số phức $w = z_1 \bar{z}_2 - 2\bar{z}_1$.

- A. $|w| = 2\sqrt{2}$. B. $|w| = 2\sqrt{10}$. C. $|w| = 4\sqrt{2}$. D. $|w| = 2$.

Lời giải.

Ta có $w = (2+4i)(-1-3i) - 2(2-4i) = (10-10i) - (4-8i) = 6-2i$. Do đó $|w| = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1154. Tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2| = |i - z|$ là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $4x - 2y + 3 = 0$. B. $4x + 2y - 3 = 0$. C. $4x - 2y - 3 = 0$. D. $4x + 2y + 3 = 0$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta được

$$(a + 2)^2 + b^2 = a^2 + (b - 1)^2 \Leftrightarrow 4a + 2b + 3 = 0.$$

Vậy các điểm biểu diễn số phức z nằm trên đường thẳng có phương trình

$$4x + 2y + 3 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1155. Tính mô-đun của số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{1}{25}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Gọi ω là số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2 \Rightarrow \omega = \frac{1}{z} = \frac{-3 + 4i}{25}$.

Vậy $|\omega| = \frac{1}{5}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1156. Cho số phức z thỏa $(1 + i)z = 3 - i$. Tìm phần ảo của z .

- A. $-2i$. B. $2i$. C. 2. D. -2 .

Lời giải.

Ta có $z = \frac{3 - i}{1 + i} = 1 - 2i$, do đó phần ảo của z bằng -2 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 1157. Tìm số thực m sao cho $m^2 - 1 + (m + 1)i$ là số ảo.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = \pm 1$. D. $m = -1$.

Lời giải.

$m^2 - 1 + (m + 1)i$ là số ảo khi $m^2 - 1 = 0$ hay $m = \pm 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1158. Tính $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2017} + i^{2018}$.

A. $S = -i$.

B. $S = 1 + i$.

C. $S = 1 - i$.

D. $S = i$.

Lời giải.

Ta có $(i)^{4n} = 1, (i)^{4n+1} = i, (i)^{4n+2} = -1, (i)^{4n+3} = -i$. Do đó

$$S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2017} + i^{2018} = \frac{1 - i^{2019}}{1 - i} = \frac{1 + i}{1 - i} = i.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1159. Tìm phần thực a và phần ảo b của số phức $z = (-2 + 3i)(-9 - 10i)$.

A. $a = 48$ và $b = 7$.

B. $a = -48$ và $b = 7$.

C. $a = -48$ và $b = -7$.

D. $a = 48$ và $b = -7$.

Lời giải.

Ta có $z = (-2 + 3i)(-9 - 10i) = 48 - 7i$ nên $a = 48$ và $b = -7$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1160. Tìm mô-đun của số phức $z = (-6 + 8i)^2$.

A. $|z| = 4\sqrt{527}$.

B. $|z| = 2\sqrt{7}$.

C. $|z| = 100$.

D. $|z| = 10$.

Lời giải.

Ta có $z = (-6 + 8i)^2 = -28 - 96i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-28)^2 + (-96)^2} = 100$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1161. Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa $z + 2i + 1 = |z|(1 + i)$ và $|z| > 1$. Tính $P = a - b$.

A. $P = -3$.

B. $P = 3$.

C. $P = -1$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

Từ giả thiết $z + 2i + 1 = |z|(1 + i)$ suy ra

$$(a+1)+(b+2)i = \sqrt{a^2+b^2} + i \cdot \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow \begin{cases} a+1 = \sqrt{a^2+b^2} \\ b+2 = \sqrt{a^2+b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -1 \\ a = b+1 \\ (b+2)^2 = (b+1)^2 + b^2 \quad (1). \end{cases}$$

$$\text{Từ (1)} \Leftrightarrow b^2 - 2b - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Khi $b = -1 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow |z| = 1$. Trường hợp này loại vì $|z| > 1$.

Khi $b = 3 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow |z| = 5 > 1$. Trường hợp này nhận, vậy $P = a - b = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1162. Tìm các số phức z thỏa $2iz + 3\bar{z} = 5$.

A. $z = -3 - 2i$.

B. $z = 3 - 2i$.

C. $z = -3 + 2i$.

D. $z = 3 + 2i$.

Lời giải.

Gọi số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết, ta có

$$2i(a+bi) + 3(a-bi) = 5 \Leftrightarrow (3a-2b) + (2a-3b)i = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b = 5 \\ 2a-3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow z = 3 + 2i.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1163. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

A. $w = -3 - 3i$.

B. $w = 3 + 7i$.

C. $w = -7 - 7i$.

D. $w = 7 - 3i$.

Lời giải.

Ta có $w = i \cdot (2 + 5i) + (2 - 5i) = -3 - 3i$.

Chọn đáp án **A**

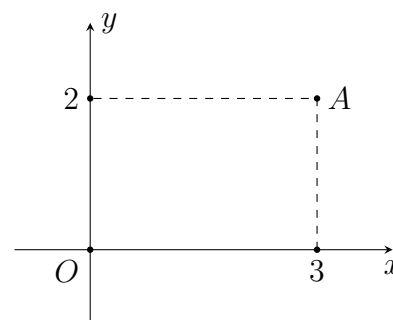
□

Câu 1164.

Điểm A trong hình vẽ biểu diễn cho số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

A. Phần thực là 3, phần ảo là $-2i$.

B. Phần thực là 3, phần ảo là 2.

C. Phần thực là 3, phần ảo là -2 .D. Phần thực là 3, phần ảo là $2i$.

Lời giải.

Ta có tọa độ điểm $A(3; 2)$, suy ra số phức $z = 3 + 2i$.

Vậy phần thực của z là 3 và phần ảo của z là 2.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1165. Phần thực của số phức $z = (a + i)(1 - i)$ là

A. $-a + 1$.

B. $a - 1$.

C. $a + 1$.

D. $a^2 + 1$.

Lời giải.

$$z = (a + i)(1 - i) = a + 1 + (1 - a)i.$$

Phần thực của z là $a + 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1166. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - 2i| + |\bar{z} - 3| = |\sqrt{7} + 3i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 2 - i|$.

A. $P = 2$.

B. $P = \sqrt{2}$.

C. $P = \sqrt{3}$.

D. $P = 3$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$.

$$\begin{aligned} 4 &= |\sqrt{7} + 3i| = |z - 1 - 2i| + |\bar{z} - 3| \\ &= \sqrt{(a - 1)^2 + (b - 2)^2} + \sqrt{(a - 3)^2 + b^2} \\ &= \frac{1}{2} \left(2\sqrt{(a - 1)^2 + (b - 2)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(2\sqrt{(a - 3)^2 + b^2} \right) \\ &\leq \frac{1}{2} \left(\frac{4 + (a - 1)^2 + (b - 2)^2}{2} + \frac{4 + (a - 3)^2 + b^2}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} [(a - 2)^2 + (b - 1)^2 + 6] = \frac{1}{2} (P^2 + 6) \\ &\Rightarrow P \geq \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2 = \sqrt{(a-1)^2 + (b-2)^2} \\ 2 = \sqrt{(a-3)^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = (a-1)^2 + (b-2)^2 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 = (a-3)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ a = 3 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Ta cũng có thể tìm giá trị lớn nhất của P . Ta có

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) - (ac + bd)^2 = (ad - bc)^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq ac + bd.$$

Ta đi chứng minh bất đẳng thức

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} &\geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2} \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2\sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} &\geq (a+c)^2 + (b+d)^2 \\ \Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} &\geq ac + bd \text{ (luôn đúng, xem chứng minh trên).} \end{aligned}$$

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} 4 = |\sqrt{7} + 3i| &= |z - 1 - 2i| + |\bar{z} - 3| \\ &= |z - 1 - 2i| + |z - 3| \\ &\geq \sqrt{(a-1)^2 + (b-2)^2} + \sqrt{(a-3)^2 + b^2} \\ &\geq \sqrt{(a-1+a-3)^2 + (b-2+b)^2} \\ &= 2\sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2} = 2|z - 2 - i| = 2P. \end{aligned}$$

Từ đây suy ra $P \leq 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1167. Số phức $z = (1 + 2i)(2 - 3i)$ bằng

- A. $8 - i$. B. 8 . C. $8 + i$. D. $-4 + i$.

Lời giải.

Có $z = (1 + 2i)(2 - 3i) = 2 + 4i - 3i - 6i^2 = 8 + i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1168. Cho hai số phức $z_1 = m + 3i$, $z_2 = 2 - (m + 1)i$, với $m \in \mathbb{R}$. Tìm các giá trị của m để $w = z_1 \cdot z_2$ là số thực.

- A. $m = 1$ hoặc $m = -2$. B. $m = 2$ hoặc $m = -1$.
C. $m = 2$ hoặc $m = -3$. D. $m = -2$ hoặc $m = -3$.

Lời giải.

Ta có $w = z_1 \cdot z_2 = (m + 3i)(2 - (m + 1)i) = 5m + 3 + (6 - m - m^2)i$.

Để w là số thực thì $6 - m - m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1169. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 12$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (8 - 6i)z + 2i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 120$. B. $r = 122$. C. $r = 12$. D. $r = 24\sqrt{7}$.

Lời giải.

Có $w = (8 - 6i)z + 2i \Leftrightarrow w - 2i = (8 - 6i)z \Rightarrow |w - 2i| = |8 - 6i| \cdot |z| = 10 \cdot 12 = 120$.

Từ đó ta suy ra tập hợp điểm biểu diễn w là đường tròn tâm $I(0; 2)$, bán kính $R = 120$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1170. Cho $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$. Khi đó $w = z_1 - 2z_2$ bằng

A. $w = 5 + 8i$.

B. $w = -3 + 8i$.

C. $w = 3 - i$.

D. $w = -3 - 4i$.

Lời giải.

$$w = z_1 - 2z_2 = (1 + 2i) - 2(2 - 3i) = -3 + 8i.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1171. Cho số phức $z = a + bi$. Khi đó phần ảo của số phức z^2 bằng

A. b .

B. a .

C. $2ab$.

D. $a^2 - b^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 = (a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi. \text{ Do đó phần ảo của } z^2 \text{ là } 2ab.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1172. Cho hai số phức $z = m + 3i$ và $z' = 2 - (m + 1)i$. Tích các giá trị của m để zz' là số thực là

A. 6.

B. -6.

C. 10.

D. 12.

Lời giải.

$$\text{Ta có } zz' = (m + 3i)(2 - (m + 1)i) = 5m + 3 + i(-m^2 - m + 6).$$

$$\text{Do đó } zz' \text{ là số thực khi và chỉ khi } -m^2 - m + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1173. Với x, y là hai số thực thỏa mãn $x(3 + 5i) + y(1 - 2i)^3 = 9 + 14i$. Giá trị của $2x - 3y$ bằng

A. $\frac{205}{109}$.

B. $\frac{172}{61}$.

C. $\frac{353}{61}$.

D. $\frac{94}{109}$.

Lời giải.

$$x(3 + 5i) + y(1 - 2i)^3 = 9 + 14i \Leftrightarrow x(3 + 5i) + y(-11 + 2i) = 9 + 14i$$

$$\Leftrightarrow (3x - 11y) + i(5x + 2y) = 9 + 14i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 11y = 9 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{172}{61} \\ y = -\frac{3}{61}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 2x - 3y = 2 \cdot \frac{172}{61} - 3 \cdot \frac{-3}{61} = \frac{353}{61}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1174. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (3 + 2i)(3 - 2i)$.

A. $\bar{z} = 13$.

B. $\bar{z} = i$.

C. $\bar{z} = 0$.

D. $\bar{z} = -13$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = (3 + 2i)(3 - 2i) = 13 \Rightarrow \bar{z} = 13.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1175. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $z - 4$ là số thuần ảo khác 0?

- A. 2. B. 0. C. Vô số. D. 1.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $z - 4 = (x - 4) + yi$ là số thuần ảo khác 0 nên $\begin{cases} y \neq 0 \\ x = 4. \end{cases}$

Khi đó $|z - 3i| = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y - 3)^2 = 25 \Leftrightarrow (y - 3)^2 = 9 \Leftrightarrow y = 6$ (vì $y \neq 0$).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1176. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = 3$.

- A. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $r = 3$. B. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $r = 3$.
C. Đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $r = 9$. D. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $r = 9$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có $M(x; y)$ biểu diễn số phức z .

Do $|z + 1 - 2i| = 3 \Rightarrow |(x + 1) + (y - 2)i| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + (y - 2)^2} = 3 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Suy ra tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn z là đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $r = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1177. Gọi x, y là hai số thực thỏa $x(3 - 5i) - y(2 - i)^2 = 4 - 2i$. Tính $M = 2x - y$.

- A. $M = 1$. B. $M = 2$. C. $M = -2$. D. $M = 0$.

Lời giải.

Ta có $x(3 - 5i) - y(2 - i)^2 = 4 - 2i \Leftrightarrow x(3 - 5i) - y(4 - 4i + i^2) = 4 - 2i \Leftrightarrow (3x - 3y) - (5x - 4y)i = 4 - 2i$.

Khi đó ta có hệ

$$\begin{cases} 3x - 3y = 4 \\ 5x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{3} \\ y = -\frac{14}{3} \end{cases}.$$

Suy ra $M = 2x - y = 2 \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) + \frac{14}{3} = -2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1178. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| = |z - 1 + 2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó.

- A. $4x + 6y - 3 = 0$. B. $4x - 6y + 3 = 0$. C. $4x - 6y - 3 = 0$. D. $4x + 6y + 3 = 0$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$|z + 1 - i| = |z - 1 + 2i|$$

$$\Leftrightarrow |x + yi + 1 - i| = |x + yi - 1 + 2i|$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = (x - 1)^2 + (y + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x - 6y - 3 = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1179. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm mô-đun của số phức $w = 2z + (1 + i)\bar{z}$.

- A. $|w| = \sqrt{10}$. B. $|w| = 4$. C. $|w| = \sqrt{15}$. D. $|w| = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

$w = 2z + (1 + i)\bar{z} \Leftrightarrow w = 2(2 - 3i) + (1 + i)(2 + 3i) = 4 - 6i + 2 + 2i + 3i - 3 = 3 - i$.

Khi đó $|w| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1180. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 3i + (1 - i)^2$.

- A. $\bar{z} = -1 - 5i$. B. $\bar{z} = 1 - 5i$. C. $\bar{z} = 1 + 5i$. D. $\bar{z} = 5 - i$.

Lời giải.

Ta có $z = 1 - 3i + 1 - 2i + i^2 = 1 - 5i$. Suy ra $\bar{z} = 1 + 5i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1181. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$, biết rằng $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$.

- A. $w = 3 - i$. B. $w = 5 + 8i$. C. $w = -3 + 8i$. D. $w = -3 - 4i$.

Lời giải.

Ta có: $w = z_1 - 2z_2 = 1 + 2i - 2(2 - 3i) = -3 + 8i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1182. Cho hai số thực x, y thỏa phương trình $2x + 3 + (1 - 2y)i = 2(2 - i) - 3yi + x$. Tính giá trị biểu thức $P = x^2 - 3xy - y$.

- A. $P = -12$. B. $P = 13$. C. $P = 11$. D. $P = -3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2x + 3 + (1 - 2y)i = 2(2 - i) - 3yi + x &\Leftrightarrow 2x + 3 + (1 - 2y)i = 4 + x + (-3y - 2)i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = 4 + x \\ 1 - 2y = -3y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $P = x^2 - 3xy - y = 1^2 - 3 \cdot (-3) - (-3) = 13$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1183. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (2 + i)z - 3i$ là một đường tròn có bán kính bằng r . Tìm bán kính r .

- A. $r = \sqrt{5}$. B. $r = 5$. C. $r = \sqrt{10}$. D. $r = 25$.

Lời giải.

Biến đổi $w = (2 + i)z - 3i \Leftrightarrow w + 3i = (2 + i)z$.

Lấy mô-đun 2 vế, ta được $|w + 3i| = |(2 + i)z| = |2 + i| \cdot |z| = 5$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(0; -3)$ và bán kính $r = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1184. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 4 - 3i$. Khi đó $z_1 \cdot z_2$ có phần ảo bằng

- A. 11. B. 2. C. -11. D. -2.

Lời giải.

$z_1 \cdot z_2 = (2 + i)(4 - 3i) = 11 - 2i$.

Vậy số phức $z_1 \cdot z_2$ có phần ảo bằng -2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1185. Cho số phức thỏa mãn $\bar{z} = \frac{1 + 3i}{1 - i}$. Tìm mô-đun của $w = i\bar{z} + z$.

- A. $|w| = 2\sqrt{2}$. B. $|w| = 4\sqrt{2}$. C. $|w| = \sqrt{2}$. D. $|w| = 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = \frac{1 + 3i}{1 - i} \Rightarrow \bar{z} = -1 + 2i \Rightarrow z = -1 - 2i \Rightarrow w = -3 - 3i \Rightarrow |w| = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1186. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $3z - 2\bar{z} - 6 + 10i = 0$. Tính $a - b$.

A. 8.

B. -8.

C. -4.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 3z - 2\bar{z} - 6 + 10i &= 0 \\ \Leftrightarrow 3(a + bi) - 2(a - bi) - 6 + 10i &= 0 \\ \Leftrightarrow a - 6 + (5b + 10)i &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $a - b = 8$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1187. Có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa $|z + 3 - i| = 2\sqrt{2}$ và z^2 thuần ảo?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$ thuần ảo $\Rightarrow x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y$ hay $x = -y$.

Với $y = x \Rightarrow |z + 3 - i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow |x + xi + 3 - i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (x + 3)^2 + (x - 1)^2 = 8 \Leftrightarrow x = -1$.

Với $y = -x$

$$\Rightarrow |z + 3 - i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow |x - xi + 3 - i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (x + 3)^2 + (x + 1)^2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - \sqrt{3} \\ x = -2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy có ba số phức z thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1188. Điểm biểu diễn của số phức z là $M(1; 2)$. Tọa độ của điểm biểu diễn cho số phức $w = z - 2\bar{z}$ là

A. (2; -3).

B. (2; 1).

C. (-1; 6).

D. (2; 3).

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $z = 1 + 2i$.

Từ đó $w = z - 2\bar{z} = (1 + 2i) - 2(1 - 2i) = -1 + 6i$.

Vậy tọa độ của điểm biểu diễn số phức w là $(-1; 6)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1189. Khai triển của biểu thức $(x^2 + x + 1)^{2018}$ được viết thành $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{4036}x^{4036}$.

Tổng $S = a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots - a_{4034} + a_{4036}$ bằng

A. -2^{1009} .

B. 0.

C. 2^{1009} .

D. -1.

Lời giải.

Ta có $i^2 = -1$, $i^4 = 1 \Rightarrow i^{4m+2} = -1$, $i^{4m} = 1$ với mọi m nguyên dương.

Theo giả thiết thì $(x^2 + x + 1)^{2018} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{4036}x^{4036}$.

Cho $x = i$, thu được

$$\begin{aligned} [(i)^2 + i + 1]^{2018} &= a_0 + a_1i + a_2i^2 + a_3i^3 + a_4i^4 + \dots + a_{4034}i^{4034} + a_{4035}i^{4035} + a_{4036}i^{4036} \\ \Leftrightarrow i^{2018} &= a_0 + a_1i - a_2 + a_3i^3 + a_4 + \dots - a_{4034} + a_{4035}i^{4035} + a_{4036} \\ \Leftrightarrow -1 &= (a_0 - a_2 + a_4 + \dots - a_{4034} + a_{4036}) + (a_1i + a_3i^3 + \dots + a_{4035}i^{4035}). \quad (1) \end{aligned}$$

Chú ý rằng với mọi $n = 2m + 1$ lẻ thì $i^n = i^{2m+1} = i^{2m}i = (-1)^m i$ là số thuần ảo, nên

$$(1) \Leftrightarrow -1 = a_0 - a_2 + a_4 - \cdots - a_{4034} + a_{4036}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1190. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|z_1| = 4, |z_2| = 3, |z_3| = 2$ và $|4z_1 \cdot z_2 + 16z_2 \cdot z_3 + 9z_1 \cdot z_3| = 48$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2 + z_3|$ bằng

- A. 1. B. 8. C. 2. D. 6.

Lời giải.

Đặt $z_1 = 4w_1, z_2 = 3w_2, z_3 = 2w_3$ với $|w_1| = |w_2| = |w_3| = 1$. Thu được

$$|4 \cdot 4w_1 \cdot 3w_2 + 16 \cdot 3w_2 \cdot 2w_3 + 9 \cdot 4w_1 \cdot 2w_3| = 48 \Leftrightarrow |2w_1w_2 + 4w_2w_3 + 3w_1w_3| = 2. \quad (1)$$

Nhân vào hai vế của (1) với $|\overline{w_1}\overline{w_2}\overline{w_3}|$, với chú ý rằng $\overline{z + w} = \overline{z} + \overline{w}, \overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}, z \cdot \overline{z} = |z|^2, |w_i| = 1, w_i \cdot \overline{w_i} = |\overline{w_i}|^2 = 1 (i = 1, 2, 3), |z| = |\overline{z}|$, ta được

$$\begin{aligned} |2\overline{w_3} + 4\overline{w_1} + 3\overline{w_2}| &= 2 \Leftrightarrow |\overline{2w_3 + 4w_1 + 3w_2}| = 2 \\ \Leftrightarrow |2w_3 + 4w_1 + 3w_2| &= 2 \Leftrightarrow |z_1 + z_2 + z_3| = 2. \end{aligned}$$

Vậy $P = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1191. Cho số phức $z = -2 + i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $P(-2; 1)$. B. $N(2; 1)$. C. $Q(1; 2)$. D. $M(-1; -2)$.

Lời giải.

Có $w = zi = i(-2 + i) = -1 - 2i$ nên điểm biểu diễn của w là điểm $M(-1; -2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1192. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $|(2 + i)z|z - (1 - 2i)z| = |1 + 3i|$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tính $M = |2z_1 + 3z_2|$.

- A. $M = 19$. B. $M = 25$. C. $M = 19$. D. $M = \sqrt{19}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } |(2 + i)z|z - (1 - 2i)z| &= |1 + 3i| \Leftrightarrow |z[(2 + i)|z| - 1 + 2i]| = |1 + 3i| \\ \Leftrightarrow |z|\sqrt{(2|z| - 1)^2 + (|z| + 2)^2} &= \sqrt{10} \Leftrightarrow |z|^2(5|z|^2 + 5) = 10 \Leftrightarrow |z|^4 + |z|^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow |z| = 1. \end{aligned}$$

Suy ra $|z_1| = |z_2| = 1$.

$$\text{Mặt khác } |2z_1 + 3z_2|^2 = (2z_1 + 3z_2)(2\overline{z_1} + 3\overline{z_2}) = 13 + 6(z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2)$$

$$\text{và } |z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)(\overline{z_1} - \overline{z_2}) = 2 - (z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2).$$

$$\text{Do đó } M^2 + 6|z_1 - z_2|^2 = 25 \Rightarrow M = \sqrt{19}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1193. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 4i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

- A. $I(3; -4), R = \sqrt{5}$. B. $I(-3; 4), R = \sqrt{5}$. C. $I(3; -4), R = 5$. D. $I(-3; 4), R = 5$.

Lời giải.

Gọi $z = x + iy, (x, y \in \mathbb{R})$ thì $|z + 3 - 4i| = 5 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$. Vậy tâm $I(-3; 4)$ và bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1194. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1 - i)\bar{z} = -2i$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 6. D. -6.

Lời giải.

Gọi $z = x + iy$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} iz + (1 - i)\bar{z} = -2i &\Leftrightarrow i(x + iy) + (1 - i)(x - iy) = -2i \\ &\Leftrightarrow (x - 2y) + (2 - y)i = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x + y = 6$.

Cách 2: Cách trắc nghiệm

Nhập máy tính $iz + (1 - i)\bar{z}$

CALC $z = 1$ ta được $1 + 0i$; CALC $z = i$ ta được $-2 - i$.

Giải hệ $\begin{cases} 1x - 2y = 0 \\ 0x - 1y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$.

Vậy $x + y = 6$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1195. Cho số phức $z = 3 + 5i$. Tìm môđun của số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $|w| = 2$. B. $|w| = 2 + \sqrt{2}$. C. $|w| = 3\sqrt{2}$. D. $|w| = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $w = iz + \bar{z} = i(3 + 5i) + 3 - 5i = -2 - 2i \Rightarrow |w| = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1196. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 - i - |z|(1 - i) = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Hỏi M thuộc đường thẳng nào sau đây?

- A. $x - y + 5 = 0$. B. $x - y + 2 = 0$. C. $x + y - 2 = 0$. D. $x + y + 1 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } z + 2 - i - |z|(1 - i) = 0 &\Leftrightarrow x + yi + 2 - i - (1 - i)\sqrt{x^2 + y^2} = 0 \\ &\Leftrightarrow x + 2 - \sqrt{x^2 + y^2} + (y - 1 + \sqrt{x^2 + y^2})i = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 - \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \\ y - 1 + \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow x + 2 - \sqrt{x^2 + y^2} + y - 1 + \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \Leftrightarrow x + y + 1 = 0. \end{aligned}$$

Do đó M thuộc đường thẳng $x + y + 1 = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1197. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Tìm môđun của $w = z - i\bar{z}$.

- A. $8\sqrt{2}$. B. 8. C. $4\sqrt{2}$. D. 4.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i} = -4 - 4i$.

Suy ra $z = -4 + 4i$; do đó $w = z - i\bar{z} = -8 + 8i$.

Vậy $|w| = |z - i\bar{z}| = \sqrt{(-8)^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1198. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = iz + 1 - i$ là đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $r = 20$.B. $r = 5$.C. $r = 22$.D. $r = 4$.

Lời giải.

Ta có $w = iz + 1 - i \Leftrightarrow w + i = i(z - i)$. Suy ra $|w + i| = |i||z - i| = 5$.

Vậy tập hợp những điểm biểu diễn cho số phức w là đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $r = 5$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1199. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 2 - 3i$. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $2z_1 + z_2$.

A. Phần thực là 4, phần ảo là -6 .B. Phần thực là 4, phần ảo là -1 .C. Phần thực là -1 , phần ảo là 4.

D. Phần thực là 4, phần ảo là 5.

Lời giải.

ta có: $2z_1 + z_2 = 4 - i$.

Suy ra phần thực là 4, phần ảo là -1 .

Chọn đáp án (B) □

Câu 1200. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|2z - i| = |iz + 2|$, biết $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1 - 2z_2|$.

A. $A = \sqrt{5}$.B. $A = \frac{\sqrt{5}}{2}$.C. $A = \sqrt{3}$.D. $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = x_1 + y_1i$, $z_2 = x_2 + y_2i$ với $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} |2x_1 + (2y_1 - 1)i| = |2 - y_1 + x_1i| \\ |2x_2 + (2y_2 - 1)i| = |2 - y_2 + x_2i| \\ (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 + y_1^2 = 1 \\ x_2^2 + y_2^2 = 1 \\ x_1x_2 + y_1y_2 = 0 \end{cases}$$

Do đó, $A^2 = |z_1 - 2z_2|^2 = (x_1 - 2x_2)^2 + (y_1 - 2y_2)^2 = (x_1^2 + y_1^2) + 4(x_2^2 + y_2^2) - 4(x_1x_2 + y_1y_2) = 5$.

Khi đó $A = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1201. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = -1 - 3i$. Tính giá trị của biểu thức $S = ab + 1$.

A. $S = 1$.B. $S = -1$.C. $S = -2$.D. $S = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z - (2 + 3i)\bar{z} &= -1 - 3i \\ \Leftrightarrow (a + bi) - (2 + 3i)(a - bi) &= -1 - 3i \\ \Leftrightarrow a + bi - 2a + 2bi - 3ai - 3b &= -1 - 3i \\ \Leftrightarrow (-a - 3b) + (3b - 3a) &= -1 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 1 \\ a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $S = ab + 1 = 1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1202. Hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 + i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ là

A. $\sqrt{55}$.

B. 5.

C. 6.

D. $\sqrt{61}$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + 3z_2 = 2 + 3i + 3(1 + i) = 5 + 6i$.

Do đó $|z_1 + 3z_2| = |5 + 6i| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1203. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - 2 + 3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là

A. Đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 1$.

B. Đường thẳng có phương trình $2x - 6y + 12 = 0$.

C. Đường thẳng có phương trình $x - 3y - 6 = 0$.

D. Đường thẳng có phương trình $x - 5y - 6 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$|z - 1| = |z - 2 + 3i| \Leftrightarrow |x - 1 + yi| = |x - 2 + (y + 3)i| \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = (x - 2)^2 + (y + 3)^2 \Leftrightarrow x - 3y - 6 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $x - 3y - 6 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1204. Số phức liên hợp của số phức $z = i(1 - 2i)$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ là điểm nào dưới đây?

A. $E(2; -1)$.

B. $B(-1; 2)$.

C. $A(1; 2)$.

D. $F(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $z = i(1 - 2i) = i - 2i^2 = 2 + i \Rightarrow \bar{z} = 2 - i$. Do đó $\bar{z}$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ là điểm $E(2; -1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1205. Biết số phức z có phần ảo khác 0 và thỏa mãn $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 25$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức z trên?

A. $P(4; -3)$.

B. $N(3; -4)$.

C. $M(3; 4)$.

D. $Q(4; 3)$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$ và $y \neq 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} |z - (2 + i)| = \sqrt{10} \\ z \cdot \bar{z} = 25 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{10} \\ (x + yi)(x - yi) = 25 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 10 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 = 25 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Từ (1) ta có $y = 10 - 2x$, thay vào (2) ta được

$$x^2 + (10 - 2x)^2 = 25 \Leftrightarrow 5x^2 - 40x + 75 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \Rightarrow y = 0 \\ x = 3 \Rightarrow y = 4. \end{cases}$$

Như vậy $z = 3 + 4i$, nên điểm biểu diễn số phức z là điểm $M(3; 4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1206. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + (2 - i)\bar{z} = 13 + 2i$?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có:

$$\begin{aligned}(1 + i)z + (2 - i)\bar{z} &= 13 + 2i \\ \Leftrightarrow (1 + i)(a + bi) + (2 - i)(a - bi) &= 13 + 2i \\ \Leftrightarrow 3a - 2b - bi &= 13 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 13 \\ -b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2. \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy $z = 3 - 2i$ nên có 1 số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1207. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + i)^2 - (3 + 3i)$ là

A. $\sqrt{10}$.

B. -4 .

C. 4.

D. $-3 - i$.

Lời giải.

Ta có $z = 2i - 3 - 3i = -3 - i$ nên tổng phần thực và phần ảo bằng -4 .

Chọn đáp án **B** □

Câu 1208. Cho số phức $z = 3 - 5i$. Gọi $w = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) là một căn bậc hai của z . Giá trị của biểu thức $T = x^4 + y^4$ là

A. $T = \frac{43}{2}$.

B. $T = 34$.

C. $T = 706$.

D. $T = \frac{17}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w^2 = z \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = 3 - 5i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = -5. \end{cases}$$

$$\text{Mà ta có } T = x^4 + y^4 = (x^2 - y^2)^2 + 2 \cdot x^2 y^2 = 3^2 + 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{43}{2}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1209. Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 8$. Tìm mô-đun của số phức $w = z_1 + z_2 - 2 + 4i$.

A. $|w| = 13$.

B. $|w| = 10$.

C. $|w| = 16$.

D. $|w| = 6$.

Lời giải.

Gọi $I(1; -2)$ là điểm biểu diễn số phức $1 - 2i$ và A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .

Vì $|z - 1 + 2i| = 5$ nên A, B thuộc $(I; 5)$ và $|z_1 - z_2| = 8$ nên $AB = 8$.

Ta có $|w| = |\vec{IA} + \vec{IB}| = 2IH$ với H là trung điểm AB .

$$\text{Mà } IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3.$$

Vậy $|w| = 6$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1210. Cho số phức z thỏa mãn $(z - 2 + i)(\bar{z} - 2 - i) = 25$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = 2\bar{z} - 2 + 3i$ là đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính c . Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 18.

B. 10.

C. 20.

D. 17.

Lời giải.

Ta có $(z - 2 + i)(\bar{z} - 2 - i) = \overline{z - 2 - i} \cdot (\bar{z} - 2 - i) = |\bar{z} - 2 - i|^2 = 25 \Rightarrow |\bar{z} - 2 - i| = 5$.

Ta có $w - 2 - 5i = 2(\bar{z} - 2 - i) \Rightarrow |w - 2 - 5i| = 2|\bar{z} - 2 - i| = 10$.

Tập hợp điểm biểu diễn w là đường tròn tâm $I(2; 5)$ và bán kính $R = 10$.

Vậy $a + b + c = 17$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1211. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 7 + i - |z|(2 + i) = 0$ và $|z| < 3$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 5$. B. $P = -\frac{1}{2}$. C. $P = 7$. D. $P = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$z + 7 + i - |z|(2 + i) = 0 \Leftrightarrow a + 7 + (b + 1)i - 2\sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 7 = 2\sqrt{a^2 + b^2} & (1) \\ \sqrt{a^2 + b^2} = b + 1 & (2) \end{cases}$$

Suy ra $a + 7 = 2(b + 1) \Rightarrow a = 2b - 5$ thế vào (2) ta được

$$\sqrt{(2b - 5)^2 + b^2} = b + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -1 \\ 4b^2 - 22b + 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -1 \\ b = 4 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Với $b = 4 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow |z| = 5 > 3$ (không thỏa mãn).

Với $b = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow |z| = \frac{5}{2} < 3$.

Vậy $z = -2 + \frac{3}{2}i \Rightarrow P = a + b = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1212. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tính mô-đun của số phức $w = (1 + i)z$.

- A. $|w| = \sqrt{26}$. B. $|w| = \sqrt{37}$. C. $|w| = 5$. D. $|w| = 4$.

Lời giải.

Ta có $|w| = |(1 + i)z| = |1 + i| \cdot |2 - 3i| = \sqrt{2} \cdot \sqrt{13} = \sqrt{26}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1213. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1 + z_2|$.

- A. $P = 4\sqrt{6}$. B. $P = 2\sqrt{26}$. C. $P = 5 + 3\sqrt{5}$. D. $P = 34 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đặt $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

$$Ta \text{ có } z_1 + z_2 = 8 + 6i \Leftrightarrow (a + c) + (b + d)i = 8 + 6i \Leftrightarrow \begin{cases} a + c = 8 \\ b + d = 6 \end{cases}$$

$$|z_1 - z_2| = |(a - c) + (b - d)i| = 2 \Leftrightarrow (a - c)^2 + (b - d)^2 = 4.$$

$$Do \text{ đó, } (a - c)^2 + (b - d)^2 + (a + c)^2 + (b + d)^2 = 4 + 8^2 + 6^2 = 104 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 52.$$

$$Suy \text{ ra } |z_1|^2 + |z_2|^2 = 52.$$

Ta có

$$\begin{aligned} (|z_1| + |z_2|)^2 &\leq 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) = 104 \\ \Leftrightarrow |z_1| + |z_2| &\leq \sqrt{104} = 2\sqrt{26}. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $|z_1| = |z_2|$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1214. Tính $P = \left|1 + \sqrt{3}i\right|^{2018} + \left|1 - \sqrt{3}i\right|^{2018}$.

A. $P = 2$.

B. $P = 2^{1010}$.

C. $P = 2^{2019}$.

D. $P = 4$.

Lời giải.Ta có: $|1 + \sqrt{3}i| = |1 - \sqrt{3}i| = 2$, nên $P = 2^{2018} + 2^{2018} = 2^{2019}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1215.** Gọi (H) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $1 \leq |z - 1| \leq 2$ trong mặt phẳng phức. Tính diện tích hình (H) .

A. 2π .

B. 3π .

C. 4π .

D. 5π .

Lời giải.Giả sử $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$, khi đó: $1 \leq |z - 1| \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq (x - 1)^2 + y^2 \leq 4$, suy ra điểm biểu diễn số phức z nằm trong hình vành khuyên giới hạn bởi 2 hình tròn đồng tâm $I(1; 0)$ có bán kính lần lượt là $R_1 = 1$ và $R_2 = 2$. Từ đó suy ra diện tích hình (H) là: $S = \pi R_2^2 - \pi R_1^2 = 3\pi$.Chọn đáp án **B** □**Câu 1216.** Cho số phức $z = a + bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $z \cdot |z| + 2z + i = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b^2$

A. $T = 4\sqrt{3} - 2$.

B. $T = 3 + 2\sqrt{2}$.

C. $T = 3 - 2\sqrt{2}$.

D. $T = 4 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải.Ta có $(a + bi) \cdot \sqrt{a^2 + b^2} + 2(a + bi) + i = 0$

Suy ra
$$\begin{cases} a \cdot \sqrt{a^2 + b^2} + 2a = 0 \\ b \cdot \sqrt{a^2 + b^2} + 2b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b \cdot |b| + 2b + 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Với $b \geq 0$ thì $(*) \Leftrightarrow b^2 + 2b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = -1$ (loại)Với $b < 0$ thì $(*) \Leftrightarrow -b^2 + 2b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = 1 \pm \sqrt{2}$. Nhận giá trị $b = 1 - \sqrt{2}$.Vậy $T = a + b^2 = 3 - 2\sqrt{2}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1217.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 5$ là

A. Một đường tròn.

B. Một đường thẳng.

C. Một đường parabol.

D. Một đường elip.

Lời giải.Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.Theo giả thiết $|z - 3 + 4i| = 5 \Leftrightarrow |(x - 3) + (y + 4)i| = 5 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$.Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(3; -4)$ bán kính $R = 5$.Chọn đáp án **A** □**Câu 1218.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z + 2i)^2$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.Gọi $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z - 1 - 3i| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (b - 3)^2 = 18$. (1)

Mặt khác $(z + 2i)^2 = (a + (b + 2)i)^2 = a^2 - (b + 2)^2 + 2a(b + 2)i$ là số thuần ảo nên $\begin{cases} a = b + 2 \\ a = -b - 2 \end{cases}$.

+ Nếu $a = b + 2$ thế vào phương trình (1) ta có $(b + 1)^2 + (b - 3)^2 = 18 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 + \sqrt{5} \Rightarrow a = 3 + \sqrt{5} \\ b = 1 - \sqrt{5} \Rightarrow a = 3 - \sqrt{5} \end{cases}$.

+ Nếu $a = -b - 2$ thế vào phương trình (1) ta có $(b + 3)^2 + (b - 3)^2 = 18 \Leftrightarrow b = 0 \Rightarrow a = -2$.

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1219. Tìm mô-đun của số phức z biết $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$.

- A. $|z| = 4$. B. $|z| = 1$. C. $|z| = \frac{1}{2}$. D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z - 4 &= (1 + i)|z| - (4 + 3z)i \Leftrightarrow (1 + 3i)z = (1 + i)|z| + 4(1 - i) \\ \Leftrightarrow z &= \frac{1 + i}{1 + 3i} \cdot |z| + 4 \cdot \frac{1 - i}{1 + 3i} \Leftrightarrow z = \frac{(1 + i)(1 - 3i)}{(1 + 3i)(1 - 3i)} \cdot |z| + 4 \cdot \frac{(1 - i)(1 - 3i)}{(1 + 3i)(1 - 3i)} \\ \Leftrightarrow z &= \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i\right) \cdot |z| - 4 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i\right) \Leftrightarrow z = \left(\frac{2}{5}|z| - \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{|z|}{5} + \frac{8}{5}\right)i. \end{aligned}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} |z|^2 &= \left(\frac{2}{5}|z| - \frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{|z|}{5} + \frac{8}{5}\right)^2 \Leftrightarrow 25|z|^2 = (2|z| - 4)^2 + (|z| + 8)^2 \\ \Leftrightarrow 25|z|^2 &= 4|z|^2 - 16|z| + 16 + |z|^2 + 16|z| + 64 \Leftrightarrow 20|z|^2 = 80 \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 2 \\ |z| = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $|z| = 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1220. Biết phương trình $z^2 + 2z + m = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức $z_1 = -1 + 3i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức $z_1 + 2z_2$ là

- A. $-3 + 3i$. B. $-3 + 9i$. C. $-3 - 3i$. D. $-3 + 9i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = -2 \Leftrightarrow z_2 = -2 - z_1 = -2 + 1 - 3i = -1 - 3i$.

Vậy $z_1 + 2z_2 = -3 - 3i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1221. Nghiệm của phương trình $2z^2 + 3z + 4 = 0$ trên tập số phức là

- A. $z_1 = \frac{-3 + \sqrt{23}i}{4}; z_2 = \frac{3 - \sqrt{23}i}{4}$. B. $z_1 = \frac{3 + \sqrt{23}i}{4}; z_2 = \frac{-3 - \sqrt{23}i}{4}$.
C. $z_1 = \frac{-3 + \sqrt{23}i}{4}; z_2 = \frac{-3 - \sqrt{23}i}{4}$. D. $z_1 = \frac{3 + \sqrt{23}i}{4}; z_2 = \frac{3 - \sqrt{23}i}{4}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có hai nghiệm là $z_1 = \frac{-3 + \sqrt{23}i}{4}; z_2 = \frac{-3 - \sqrt{23}i}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1222. Phương trình $z^2 + |z| = 0$ có mấy nghiệm trong tập số phức?

- A. Có 2 nghiệm. B. Có 3 nghiệm. C. Có 1 nghiệm. D. Có 4 nghiệm.

Lời giải.

Giả sử số phức z cần tìm có dạng $a + bi$, khi đó phương trình đã cho trở thành

$$a^2 + 2abi - b^2 + \sqrt{a^2 + b^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - b^2 + \sqrt{a^2 + b^2}) + 2abi = 0 \Rightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 + \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \\ 2ab = 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta thu được tập nghiệm là $(a; b) = \{(0; 0), (0; 1), (0; -1)\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1223. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$, biết $z = -i(4i + 3)$.

- A. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng 3. B. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng -3 .
C. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng $3i$. D. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng $-3i$.

Lời giải.

$z = 4 - 3i$ nên $\bar{z} = 4 + 3i$. Vậy $\bar{z}$ có phần thực bằng 4, phần ảo bằng 3.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1224. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z - 5 = 3i$. Tìm số phức liên hợp của số phức z .

- A. $\bar{z} = \frac{11}{5} - \frac{7}{5}i$. B. $\bar{z} = \frac{11}{5} + \frac{7}{5}i$. C. $\bar{z} = -\frac{11}{5} - \frac{7}{5}i$. D. $\bar{z} = -\frac{11}{5} + \frac{7}{5}i$.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta suy ra $z = \frac{5 + 3i}{1 + 2i} = \frac{11}{5} - \frac{7}{5}i$. Suy ra $\bar{z} = \frac{11}{5} + \frac{7}{5}i$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1225. Trong mặt phẳng phức, biết số phức z có điểm biểu diễn nằm trong góc phần tư (I).

Hỏi điểm biểu diễn của số phức $w = \frac{1}{iz}$ nằm trong góc phần tư nào?

- A. (I). B. (II). C. (III). D. (IV).

Lời giải.

Điểm biểu diễn của iz chính là ảnh của điểm biểu diễn của z qua phép quay tâm O , góc quay 90° . Trong khi điểm biểu diễn của $\frac{1}{z}$ và điểm biểu diễn của z khác phía đối với trục hoành và cùng phía đối với trục tung. Vậy điểm biểu diễn của w thuộc góc phần tư (III).

Chọn đáp án (C) □

Câu 1226. Cho số phức z thỏa mãn các điều kiện $|z - 2| = |\bar{z}|$ và $(z - 3)(\bar{z} + 1 - 4i) \in \mathbb{R}$. Tìm phần ảo của số phức z .

- A. -2 . B. -1 . C. 2 . D. 1 .

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Từ $|z - 2| = |\bar{z}|$ ta suy ra $(x - 2)^2 + y^2 = x^2 + y^2$, hay $x = 1$. Khi đó, $(z - 3)(\bar{z} + 1 - 4i) = (-2 + yi)(2 - (y + 4)i) = y^2 + 4y - 4 + 4(y + 2)i \in \mathbb{R} \Leftrightarrow y = -2$. Vậy, phần ảo của z bằng -2 .

Chọn đáp án (A) □

Câu 1227. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = (1 - \sqrt{3}i)z + 1 - 2i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 2$. B. $r = 1$. C. $r = 4$. D. $r = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta suy ra $\frac{w - 1 + 2i}{1 - \sqrt{3}i} - 3 = z - 3$, hay $w - 1 + 2i - 3(1 - \sqrt{3}i) = (z - 3)(1 - \sqrt{3}i)$. Lấy mô-đun hai vế, ta suy ra $|w - 4 + (2 + 3\sqrt{3})i| = |(z - 3)(1 - \sqrt{3}i)| = 2$. Vậy, $r = 2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1228. Nếu mô-đun của số phức z bằng r ($r > 0$) thì mô-đun của số phức $(1 - i)^2 z$ bằng

- A. $2r$. B. $4r$. C. r . D. $r\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$|(1 - i)^2 z| = |(1 - i)^2| \cdot |z| = 2|z| = 2r.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1229. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = 3 - 4i$. Môđun của số phức $w = z_1 + z_2$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{15}$. C. 17. D. 15.

Lời giải.

Ta có $w = 4 - i$. Suy ra $|w| = \sqrt{4^2 + (-1)^2} = \sqrt{17}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1230. Môđun của số phức $z = (2 - 3i)(1 + i)^4$ là

- A. $|z| = -8 + 12i$. B. $|z| = \sqrt{13}$. C. $|z| = 4\sqrt{13}$. D. $|z| = \sqrt{31}$.

Lời giải.

Ta có $(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i \Rightarrow (1 + i)^4 = (2i)^2 = 4i^2 = -4$ nên

$$z = (2 - 3i)(1 + i)^4 = (2 - 3i)(-4) = -8 + 12i.$$

Từ đó $|z| = \sqrt{(-8)^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1231. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 12 - 2i$. Phần thực a và phần ảo b của z là

- A. $a = 4$, $b = 2i$. B. $a = 4$, $b = 2$. C. $a = 4$, $b = -2$. D. $a = 4$, $b = -2i$.

Lời giải.

Ta có $z = a + bi$. Từ giả thiết suy ra

$$\begin{aligned} a + bi + 2(a - bi) &= 12 - 2i \Leftrightarrow 3a - bi = 12 - 2i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 12 \\ -b = -2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $a = 4$, $b = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1232. Cho A , B , C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $4 - 3i$, $(1 + 2i)i$ và $\frac{1}{i}$. Số phức có điểm biểu diễn D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $-6 - 4i$. B. $-6 + 3i$. C. $6 - 5i$. D. $4 - 2i$.

Lời giải.

Ta có $(1 + 2i)i = -2 + i$, $\frac{1}{i} = \frac{i}{i^2} = -i$.

Tọa độ của các điểm A, B, C là $A(4; -3)$, $B(-2; 1)$, $C(0; -1)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 4 = 0 + 2 \\ y_D + 3 = -1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = -5. \end{cases}$$

Vậy D là điểm biểu diễn của số phức $z = 6 - 5i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1233. Rút gọn biểu thức $M = (1 - i)^{2018}$ ta được

- A. $M = 2^{1009}$. B. $M = -2^{1009}$. C. $M = 2^{1009}i$. D. $M = -2^{1009}i$.

Lời giải.

Ta có $(1 - i)^2 = 1 - 2i + i^2 = -2i \Rightarrow (1 - i)^4 = (-2i)^2 = 2^2$. Từ đó

$$M = (1 - i)^{2018} = (1 - i)^{4 \cdot 504 + 2} = [(1 - i)^4]^{504} \cdot (1 - i)^2 = (2^2)^{504} \cdot (-2i) = -2^{1009}i.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1234. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là

- A. Một đường thẳng. B. Một đường tròn. C. Một parabol. D. Một điểm.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} 2|z - i| &= |z - \bar{z} + 2i| \\ \Leftrightarrow 2|x + (y - 1)i| &= |(2y + 2)i| \\ \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 &= (y + 1)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y + 1 &= y^2 + 2y + 1 \\ \Leftrightarrow y &= \frac{1}{4}x^2 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một parabol.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1235. Cho hai số phức $z = (a - 2b) - (a - b)i$ và $w = 1 - 2i$, biết $z = wi$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = -7$. B. $S = -4$. C. $S = -3$. D. $S = 7$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z &= \omega i \\ \Leftrightarrow (a - 2b) - (a - b)i &= (1 - 2i)i \\ \Leftrightarrow (a - 2b) - (a - b)i &= 2 + i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 2 \\ -a + b = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -3 \end{cases} &\Rightarrow S = a + b = -7. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1236. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} z^2 &= |z|^2 + \bar{z} \Leftrightarrow (a + bi)^2 = a^2 + b^2 + a - bi \\ \Leftrightarrow 2abi - b^2 &= b^2 + a - bi \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2ab = -b \\ -b^2 = b^2 + a \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \text{ hoặc } a = -\frac{1}{2} \\ 2b^2 + a = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{— } b = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow z = 0.$$

$$\text{— } a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow z = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i.$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1237. Cho số phức z thỏa mãn $z + (1 + i)\bar{z} = 5 + 2i$. Mô-đun của z bằng

- A. 3. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{27}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Ta có $z + (1 + i)\bar{z} = 5 + 2i \Leftrightarrow (a + bi) + (1 + i)(a - bi) = 5 + 2i \Leftrightarrow 2a + b + ai = 5 + 2i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 5 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1238. Số nguyên dương n thỏa mãn hệ thức: $C_{2n}^0 - C_{2n}^2 + C_{2n}^4 - C_{2n}^6 + C_{2n}^8 - C_{2n}^{10} + \dots + (-1)^n C_{2n}^{2n} = 2^{1008}$ là

- A. 2018. B. 2016. C. 1009. D. 1008.

Lời giải.

Xét khai triển

$$(1 + x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 + C_{2n}^3 x^3 + C_{2n}^4 x^4 + C_{2n}^5 x^5 + \dots + C_{2n}^{2n-1} x^{2n-1} + C_{2n}^{2n} x^{2n}.$$

Cho $x = i$ ta có

$$\begin{aligned} (1 + i)^{2n} &= C_{2n}^0 + C_{2n}^1 i + C_{2n}^2 i^2 + C_{2n}^3 i^3 + C_{2n}^4 i^4 + C_{2n}^5 i^5 + C_{2n}^6 i^6 + \dots + C_{2n}^{2n-1} i^{2n-1} + C_{2n}^{2n} i^{2n} \\ &= C_{2n}^0 + C_{2n}^1 i - C_{2n}^2 - C_{2n}^3 i + C_{2n}^4 + C_{2n}^5 i - C_{2n}^6 + \dots - C_{2n}^{2n-1} i + (-1)^n C_{2n}^{2n} \\ &= C_{2n}^0 - C_{2n}^2 + C_{2n}^4 - C_{2n}^6 + \dots + (-1)^n C_{2n}^{2n} + i (C_{2n}^1 - C_{2n}^3 + C_{2n}^5 - \dots - C_{2n}^{2n-1}) \\ &= C_{2n}^0 - C_{2n}^2 + C_{2n}^4 - C_{2n}^6 + C_{2n}^8 - C_{2n}^{10} + \dots + (-1)^n C_{2n}^{2n}. \end{aligned}$$

Khi đó $(1 + i)^{2n} = 2^{1008} \Leftrightarrow [(1 + i)^2]^n = 2^{1008} \Leftrightarrow (2i)^n = 2^{1008} \Leftrightarrow 2^n i^n = 2^{1008} \Leftrightarrow n = 1008$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1239. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $z \cdot \bar{z} = 10$. Tính $P = a - b$.

- A. $P = 4$. B. $P = -4$. C. $P = -2$. D. $P = 2$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} \begin{cases} |z - 1 + 2i| = 5 \\ z \cdot \bar{z} = 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (a - 1)^2 + (b + 2)^2 = 25 \\ a^2 + b^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 4b = 10 \\ a^2 + b^2 = 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b - 5 \\ 5b^2 - 20b + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \text{ (loại)} \\ b = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow P = 1 - 3 = -2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1240. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Tính $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = -2 - 2i$. B. $z = -2 + 2i$. C. $z = 2 + 2i$. D. $z = 2 - 2i$.

Lời giải.

$z = z_1 + z_2 = 2 + 3i - 4 - 5i = -2 - 2i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1241. Cho số phức $z = -3 + 4i$. Mô-đun của số phức z là

- A. 4. B. 7. C. 3. D. 5.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1242. Cho i là đơn vị ảo. Gọi S là tập hợp tất cả các số n nguyên dương có hai chữ số thỏa mãn i^n là số nguyên dương. Số phần tử của S là

- A. 22. B. 23. C. 45. D. 46.

Lời giải.

i^n là số nguyên dương khi và chỉ khi $n = 4k$, với k nguyên dương. Khi đó, tập hợp $S = \{n = 4k | 3 \leq k \leq 24\}$. Vậy số phần tử của tập S là $24 - 3 + 1 = 22$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1243. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $\log_{\frac{1}{3}} \frac{|z-2|+2}{4|z-2|-1} > 1$. Khi đó $(x; y)$ thỏa mãn hệ thức nào dưới đây?

- A. $(x+2)^2 + y^2 > 49$. B. $(x+2)^2 + y^2 < 49$. C. $(x-2)^2 + y^2 < 49$. D. $(x-2)^2 + y^2 > 49$.

Lời giải.

Điều kiện $4|z-2|-1 > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 > \frac{1}{16}$.

Ta có

$$\frac{1}{3} \frac{|z-2|+2}{4|z-2|-1} > 1 \Leftrightarrow \frac{|z-2|+2}{4|z-2|-1} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3|z-2|+6 < 4|z-2|-1 \Leftrightarrow |z-2| > 7 \\ \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 > 49.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1244. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(z+1+i)(\bar{z}-i) + 3i = 9$ và $|\bar{z}| > 2$. Tính $P = a + b$.

- A. -3. B. -1. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Ta có $(z+1+i)(\bar{z}-i) + 3i = 9 \Leftrightarrow z\bar{z} + i(\bar{z}-z) + \bar{z} - i + 1 + 3i = 9 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2b + a - bi + 1 + 2i = 9$.

Do đó $b = 2$ và $a^2 + a = 0 \Leftrightarrow a = 0$ hoặc $a = -1$. Do $|\bar{z}| > 2$ nên ta chọn $a = -1$. Vậy $P = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1245. Cho số phức $u = 3 + 4i$. Nếu $z^2 = u$ thì ta có

- A. $\begin{cases} z = 4 + i \\ z = -4 - i \end{cases}$ B. $\begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 2 - i \end{cases}$ C. $\begin{cases} z = 2 + i \\ z = -2 - i \end{cases}$ D. $\begin{cases} z = 1 + i \\ z = 1 - i \end{cases}$

Lời giải.

$$\text{Với } z = a + bi, a, b \in \mathbb{R} \text{ ta có } z^2 = u \Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi = 3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ 2ab = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1246. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -4 - 5i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 2 + 2i$. B. $z = -2 - 2i$. C. $z = 2 - 2i$. D. $z = -2 + 2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (-4 - 5i) = -2 - 2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1247. Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của $z = 6z_1 + 5z_2$.

- A. $\bar{z} = 51 + 40i$. B. $\bar{z} = 51 - 40i$. C. $\bar{z} = 48 + 37i$. D. $\bar{z} = 48 - 37i$.

Lời giải.

Ta có $z = 6z_1 + 5z_2 = 48 + 37i$ nên $\bar{z} = 48 - 37i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1248. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $3z \cdot \bar{z} + 2017(z - \bar{z}) = 48 - 2016i$

- A. $|z| = 4$. B. $|z| = \sqrt{2016}$. C. $|z| = \sqrt{2017}$. D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, từ giả thiết ta có $3|z|^2 = 48 - 2016i - 2b \cdot 2017i = 48$ (vì $|z|^2 \in \mathbb{R}$), suy ra $|z| = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1249. Cho số phức $z = a + bi$ (với a, b là số nguyên) thỏa mãn $(1 - 3i)z$ là số thực và $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 9. B. 8. C. 7. D. 6.

Lời giải.

Ta có $(1 - 3i)z = (a + 3b) + (b - 3a)i$, $\bar{z} - 2 + 5i = (a - 2) + (5 - b)i$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} b - 3a = 0 \\ (a - 2)^2 + (5 - b)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ 5a^2 - 17a + 14 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ \begin{cases} a = \frac{7}{5} \text{ (loại)} \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 6 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy $a + b = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1250. Cho số phức z thỏa mãn $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Ta có $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i \Leftrightarrow (3 + 2i)z + (3 - 4i) = 4 + i \Leftrightarrow (3 + 2i)z = 1 + 5i \Leftrightarrow z = 1 + i$.

Vậy hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là 0.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1251. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính mô-đun của số phức $w = M + mi$.

- A. $|w| = \sqrt{2315}$. B. $|w| = \sqrt{1258}$. C. $|w| = 3\sqrt{137}$. D. $|w| = 2\sqrt{309}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $P = (x + 2)^2 + y^2 - [x^2 + (y - 1)^2] = 4x + 2y + 3$.

Mặt khác $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$.

Đặt $x = 3 + \sqrt{5} \sin t$ và $y = 4 + \sqrt{5} \cos t$ thỏa $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$.

Suy ra $P = 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t + 23$.

Xét hàm số $f(t) = 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t$.

Chia cả hai vế cho $\sqrt{(4\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2} = 10$ ta có

$$f(t) = 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t \Leftrightarrow \frac{f(t)}{10} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \sin t + \frac{\sqrt{5}}{5} \cos t.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} \cos u = \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \sin u = \frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases} \text{ ta có}$$

$$\frac{f(t)}{10} = \cos u \sin t + \sin u \cos t \Leftrightarrow \frac{f(t)}{10} = \sin(t + u)$$

Suy ra

$$-1 \leq \frac{f(t)}{10} \leq 1 \Rightarrow -10 \leq f(t) \leq 10 \Rightarrow 13 \leq P \leq 33.$$

Vậy $M = \max P = 33$ và $m = \min P = 13$.

Khi đó $w = 33 + 13i$. Do đó $|w| = \sqrt{33^2 + 13^2} = \sqrt{1258}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1252. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i}$ trên mặt phẳng Oxy .

A. $(-1; -4)$.

B. $(1; 4)$.

C. $(1; -4)$.

D. $(-1; 4)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i} = \frac{5 - 14i}{3 + 2i} = \frac{(5 - 14i)(3 - 2i)}{13} = \frac{-13 - 52i}{13} = -1 - 4i.$$

Do đó điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng Oxy có tọa độ $(-1; -4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1253. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

A. $S = \frac{7}{3}$.

B. $S = -5$.

C. $S = 5$.

D. $S = -\frac{7}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow a + bi + 1 + 3i - i\sqrt{a^2 + b^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow a + 1 + (b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 0 \\ b + 3 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b \geq -3 \\ (b + 3)^2 = 1 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow S = -5.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1254. Cho số phức $z = (1 + 3i)(4 - i)$, phần thực của z bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. 1.

C. 11.

D. 7.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = (1 + 3i)(4 - i) = 7 + 11i.$$

Vậy phần thực của z bằng 7.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1255. Trong các số phức $(1+i)^4$, $(1+i)^6$, $(1+i)^9$, $(1+i)^{10}$ số phức nào là số thực?

- A. $(1+i)^9$. B. $(1+i)^6$. C. $(1+i)^{10}$. D. $(1+i)^4$.

Lời giải.

Ta có $(1+i)^2 = 1+2i+i^2 = 2i$.

Do đó $(1+i)^4 = (1+i)^2 = (2i)^2 = -4$ là một số thực.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1256. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$ và số phức $w = (1+2i) \cdot \bar{z}$. Tìm $|w|$.

- A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. $2\sqrt{5}$. D. 4.

Lời giải.

Ta có $|w| = |(1+2i) \cdot \bar{z}| = |1+2i| \cdot |\bar{z}| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1257. Rút gọn tổng sau $S = C_{2018}^0 - 3C_{2018}^2 + 3^2C_{2018}^4 - 3^3C_{2018}^6 + \dots - 3^{1009}C_{2018}^{2018}$

- A. $S = 2^{2017}$. B. $S = 2^{2018}$. C. $S = -2^{2017}$. D. $S = -2^{2018}$.

Lời giải.

Ta có $(1+x)^{2018} = C_{2018}^0 + C_{2018}^1x + C_{2018}^2x^2 + \dots + C_{2018}^{2018}x^{2018}$ (1).

Mặt khác $(1-x)^{2018} = C_{2018}^0 - C_{2018}^1x + C_{2018}^2x^2 - \dots + C_{2018}^{2018}x^{2018}$ (2).

Cộng (1) và (2) ta được:

$$(1+x)^{2018} + (1-x)^{2018} = 2(C_{2018}^0 + C_{2018}^2x^2 + \dots + C_{2018}^{2018}x^{2018}) \quad (3).$$

Thay $x = i\sqrt{3}$ vào (3) ta được:

$$(1+i\sqrt{3})^{2018} + (1-i\sqrt{3})^{2018} = 2S \quad (4).$$

Cách 1:

Mà $(1+i\sqrt{3})^3 = (1-i\sqrt{3})^3 = -8 \Rightarrow (1+i\sqrt{3})^{2016} = (1-i\sqrt{3})^{2016} = (-8)^{672}$.

Suy ra, $(1+i\sqrt{3})^{2018} + (1-i\sqrt{3})^{2018}$

$$= (-8)^{672} \left((1+i\sqrt{3})^2 + (1-i\sqrt{3})^2 \right)$$

$$= (-8)^{672} \times (-4) = -2^{2018} \quad (5).$$

Từ (4) và (5) suy ra: $S = -2^{2017}$.

Cách 2:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \begin{cases} (1+i\sqrt{3}) = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \\ (1-i\sqrt{3}) = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right) \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} (1+i\sqrt{3})^{2018} = 2^{2018} \left(\cos \frac{2018 \cdot \pi}{3} + i \sin \frac{2018 \cdot \pi}{3} \right) \\ (1-i\sqrt{3})^{2018} = 2^{2018} \left(\cos \frac{2018 \cdot \pi}{3} - i \sin \frac{2018 \cdot \pi}{3} \right) \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} (1+i\sqrt{3})^{2018} = 2^{2018} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \\ (1-i\sqrt{3})^{2018} = 2^{2018} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \end{cases} & \quad (5). \end{aligned}$$

Từ (4) và (5) suy ra: $S = -\frac{2^{2018}}{2} = -2^{2017}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1258. Cho hai số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = -3-5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$.

- A. 3. B. 0. C. $-1-2i$. D. -3 .

Lời giải.

Ta có $w = -1-2i$, nên tổng phần thực và phần ảo của w là -3 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 1259. Cho số phức z thỏa mãn $z + 4\bar{z} = 7 + i(z - 7)$. Khi đó, mô-đun của z bằng bao nhiêu?

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = \sqrt{3}$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = 3$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có: $z + 4\bar{z} = 7 + i(z - 7) \Leftrightarrow (x + yi) + 4(x - yi) = 7 + i(x + yi - 7)$

$$\Leftrightarrow 5x - 3yi = 7 - y + (x - 7)i \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 7 - y \\ -3y = x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + y = 7 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 1 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1260. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = i(1 - i)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a = 1, b = -1$. B. $a = 1, b = 1$. C. $a = 1, b = i$. D. $a = 1, b = -i$.

Lời giải.

Ta có $z = 1 + i$ suy ra $a = 1, b = 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1261. Cho các số phức z, w khác 0 và thỏa mãn: $|z - w| = 2|z| = |w|$. Tìm phần thực của số phức $u = \frac{z}{w}$.

- A. $-\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $\left|\frac{z}{w} - 1\right| = 1$ và $\left|\frac{z}{w}\right| = \frac{1}{2}$. (*)

$$\text{Đặt } \frac{z}{w} = x + yi, \text{ ta có (*) tương đương với } \begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Trừ phương trình dưới cho phương trình trên ta được $x = \frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1262. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$ là một đường tròn. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 4$. B. $R = 16$. C. $R = 8$. D. $R = 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w - 2 = (1 + \sqrt{3}i)z \Leftrightarrow \frac{w - 2}{1 + \sqrt{3}i} = z \Leftrightarrow \frac{w - 2}{1 + \sqrt{3}i} - 1 = z - 1 \Rightarrow \left| \frac{w - 3 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{3}i} \right| = |z - 1|$$

$$\Leftrightarrow |w - 3 - \sqrt{3}i| = |z - 1| \cdot |1 + \sqrt{3}i| = 4.$$

Từ đó suy ra bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1263. Trong tập số phức, khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$. B. $z + \bar{z}$ là số thuần ảo.
C. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$. D. $z^2 - (\bar{z})^2 = 4ab$ với $z = a + bi$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = a_1 + b_1i$ và $z_2 = a_2 + b_2i$, với $a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$. Khi đó $z_1 + z_2 = a_1 + a_2 + (b_1 + b_2)i$.

Do đó $\overline{z_1 + z_2} = a_1 + a_2 - (b_1 + b_2)i = a_1 - b_1i + a_2 - b_2i = \overline{z_1} + \overline{z_2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1264. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn bán kính r . Tính r .

- A. $r = 7$. B. $r = 20$. C. $r = 2\sqrt{5}$. D. $r = \sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $w = 3 - 2i + (2 - i)z \Leftrightarrow z = \frac{w - 3 + 2i}{2 - i}$.

Suy ra $\Rightarrow |z| = \frac{|w - 3 + 2i|}{|2 - i|} \Rightarrow 2 = \frac{|w - 3 + 2i|}{\sqrt{5}} \Rightarrow |w - 3 + 2i| = 2\sqrt{5}$.

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $r = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1265. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn tâm I có bán kính R lần lượt là

- A. $I(-2; -1); R = 4$. B. $I(-2; -1); R = 2$. C. $I(2; -1); R = 4$. D. $I(2; -1); R = 2$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

Ta có $|\bar{z} + 2 - i| = 4 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + (-b - 1)^2 = 16 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + (b + 1)^2 = 16$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức là đường tròn tâm $I(-2; -1)$, bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1266. Cho số phức z , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức $z; iz$ và $z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Tính mô-đun của số phức z .

- A. $2\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{2}$. C. 6. D. 9.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, với a, b là số thực. Gọi M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn số phức z, iz và $z + iz$.

Khi đó $M(a; b); N(-b; a); P(a - b; a + b)$. Suy ra $MN = \sqrt{2(a^2 + b^2)}; NP = PM = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Suy ra tam giác MNP vuông cân tại P .

Ta có $S_{\Delta MNP} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot NP \cdot PM = 18 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 36 \Leftrightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1267. Cho số phức $z = a + bi$ (trong đó a, b là các số thực) thỏa mãn $3z - (4 + 5i)\bar{z} = -17 + 11i$. Tính ab .

- A. $ab = 6$. B. $ab = -3$. C. $ab = 3$. D. $ab = -6$.

Lời giải.

Ta có $3z - (4 + 5i)\bar{z} = -17 + 11i \Leftrightarrow 3(a + bi) - (4 + 5i)(a - bi) = -17 + 11i$

$\Leftrightarrow -a - 5b + (-5a + 7b)i = -17 + 11i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 5b = -17 \\ -5a + 7b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow ab = 6$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1268. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = |z + \bar{z}| = 1$?

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$, ta có $\bar{z} = a - bi$. Từ đó:

$$|z| = |z + \bar{z}| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ |2a| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

Do đó có 4 số phức thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1269. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

- A. đường thẳng. B. đường tròn. C. parabol. D. hypebol.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$, ta có $\bar{z} = x - yi$. Từ đó:

$$\begin{aligned} 2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2| &\Leftrightarrow 2|(x - 1) + yi| = |2x + 2| \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + y^2} = |x + 1| \Leftrightarrow y^2 = 4x. \end{aligned}$$

Nên tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một parabol.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1270. Phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + 2i)i$ lần lượt là

- A. 1 và 2. B. -2 và 1. C. 1 và -2. D. 2 và 1.

Lời giải.

Ta có $z = (1 + 2i)i = -2 + i$. Do đó phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là -2 và 1.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1271. Cho số phức thỏa $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

- A. $I(0; 1)$. B. $I(0; -1)$. C. $I(-1; 0)$. D. $I(1; 0)$.

Lời giải.

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $w = \bar{z} + i \Leftrightarrow x + yi = \bar{z} + i \Leftrightarrow \bar{z} = x + (y - 1)i \Leftrightarrow z = x + (1 - y)i$.

Theo đề $|z| = 3 \Leftrightarrow x^2 + (1 - y)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 9$.

Vậy tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là đường tròn tâm $I(0; 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1272. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)(z - i) + 2z = 2i$. Mô-đun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$ là

- A. $\sqrt{10}$. B. $\sqrt{8}$. C. $-\sqrt{10}$. D. $-\sqrt{8}$.

Lời giải.

Ta có $(1 + i)(z - i) + 2z = 2i \Leftrightarrow (3 + i)z = -1 + 3i \Leftrightarrow z = i$.

Suy ra $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2} = \frac{-i - 2i + 1}{i^2} = -1 + 3i$.

Vậy $|w| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1273. Cho số phức z thỏa mãn $3\bar{z} + (1 + i)z = 1 - 5i$. Tìm mô-đun của z .

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = \sqrt{13}$. D. $|z| = \sqrt{10}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Thay vào phương trình ta được:

$$\begin{aligned} 3(a - bi) + (1 + i)(a + bi) &= 1 - 5i \Leftrightarrow (4a - b) + (a - 2b)i = 1 - 5i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = 1 \\ a - 2b = -5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 1 + 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{10}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1274. Cho $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + 2i)z$.

A. -4.

B. 7.

C. 4.

D. 4i.

Lời giải.

Ta có $w = (1 + 2i)z = (1 + 2i)(3 - 2i) = 7 + 4i$.

Từ đây ta suy ra phần ảo của số phức w bằng 4.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1275. Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + 2i) - \bar{z}(2 - 3i) = -4 + 12i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z .

A. $M(3; 1)$.

B. $M(3; -1)$.

C. $M(-1; 3)$.

D. $M(1; 3)$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$ suy ra $\bar{z} = a - bi$

Từ giả thiết ta có

$$\begin{aligned} (a + bi)(1 + 2i) - (a - bi)(2 - 3i) &= -4 + 12i \Leftrightarrow (-a + b) + (5a + 3b)i = -4 + 12i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = -4 \\ 5a + 3b = 12 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy tọa độ điểm M biểu diễn số phức z là $M(3; -1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1276. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn phương trình $|z - 2 - 3i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $\omega = z_1 + z_2$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó

A. $R = 8$.

B. $R = 4$.

C. $R = 2\sqrt{2}$.

D. $R = 2$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2

$\Rightarrow A, B \in (C)$ có tâm $I(2; 3)$ và $R = 5$.

Ta có $|\vec{IA}| = |\vec{IB}| = 5$; $|\vec{AB}| = |\vec{OB} - \vec{OA}| = |z_1 - z_2| = 6$

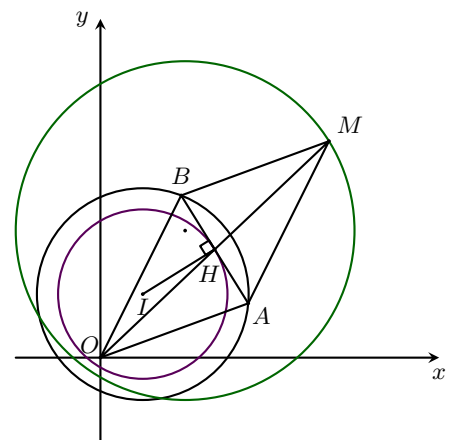
Gọi H là trung điểm AB ta có $IH = \sqrt{IA^2 - \frac{AB^2}{4}} = 4$.

Vậy H thuộc đường tròn I bán kính $R_1 = 4$.

Ta có $\omega = z_1 + z_2 \Rightarrow \vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OH} \Rightarrow \vec{OM} = 2\vec{OH}$.

Vậy M là ảnh của H qua phép vị tự tâm O tỷ số $k = 2$.

Vậy tập hợp M là đường tròn bán kính $R = kR_1 = 8$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1277. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 1$.

B. $P = -1$.

C. $P = -\frac{1}{2}$.

D. $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 (1+i)z + 2\bar{z} &= 3 + 2i \\
 \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + 2(a-bi) &= 3 + 2i \\
 \Leftrightarrow a+bi+ai-b+2a-2bi &= 3 + 2i \\
 \Leftrightarrow 3a-b+(a-b)i &= 3 + 2i \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b=3 \\ a-b=2 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $P = a + b = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1278. Tìm số phức liên hợp của số phức z , biết: $4z + (2+3i)(1-2i) = 4+3i$

- A. $\bar{z} = -1 - \frac{5}{4}i$. B. $\bar{z} = 1 - \frac{5}{4}i$. C. $\bar{z} = -1 + \frac{5}{4}i$. D. $\bar{z} = -1 - i$.

Lời giải.

$4z + (2+3i)(1-2i) = 4+3i \Leftrightarrow 4z + 8 - i = 4+3i \Leftrightarrow 4z = -4 + 4i \Leftrightarrow z = -1 + i$. Vậy $\bar{z} = -1 - i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1279. Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z thỏa $|z+4-3i| \leq 2$ là

- A. Hình tròn tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=4$. B. Hình tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=4$.
C. Hình tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=2$. D. Hình tròn tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=2$.

Lời giải.

Đặt $z = x+yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có: $|z+4-3i| \leq 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x+4)^2 + (y-3)^2} \leq 2 \Leftrightarrow (x+4)^2 + (y-3)^2 \leq 4$.
Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là điểm cách điểm $I(-4;3)$ một khoảng bé hơn hoặc bằng 2 hay tập hợp điểm biểu diễn là hình tròn tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1280. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|iz-2i+1|=2$ là đường tròn có tọa độ tâm là

- A. $(2;1)$. B. $(2;-1)$. C. $(-2;-1)$. D. $(-2;1)$.

Lời giải.

Gọi số phức $z = x + yi$; ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|iz - 2i + 1| = 2 \Leftrightarrow |(1-y) + (x-2)i| = 2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tọa độ tâm là $(2;1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1281. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z}-2i)(z+3)$ là một số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một phương trình đường tròn có bán kính bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{11}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $(\bar{z} - 2i)(z + 3) = x^2 + y^2 + 3x + 2y - (2x + 3y + 6)i$.

Theo giả thiết ta có tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có phương trình là $x^2 + y^2 + 3x + 2y = 0$. Vậy bán kính của đường tròn là $R = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1282. Xét các số phức z thỏa mãn $(z + 2i + 1)(\bar{z} + 3i)$ là số thuần ảo, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó là:

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Gọi số phức z có dạng $z = x + yi$.

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{aligned}(z + 2i + 1)(\bar{z} + 3i) &= (x + yi + 2i + 1)(x - yi + 3i) \\ &= (x^2 + x - 6 + y^2 - y) + (5x + 3 - y)i\end{aligned}$$

Mà $(z + 2i + 1)(\bar{z} + 3i)$ là một số thuần ảo nên phần thực bằng 0.

Suy ra

$$\begin{aligned}x^2 + x - 6 + y^2 - y &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) + \left(y^2 - y + \frac{1}{4}\right) &= \frac{13}{2} \\ \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 &= \frac{13}{2}.\end{aligned}$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có tâm là $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1283. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 3$. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn số phức $w = 1 + \bar{z}$ là

- A. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$ bán kính $R = 3$. B. Đường tròn tâm $I(2; -1)$ bán kính $R = 3$.
C. Đường tròn tâm $I(-1; -1)$ bán kính $R = 9$. D. Đường tròn tâm $I(-1; -1)$ bán kính $R = 3$.

Lời giải.

Từ $w = 1 + \bar{z} \Rightarrow \bar{w} = \overline{1 + \bar{z}} \Rightarrow z = \bar{w} - 1$.

Thế vào $|z + 2 - i| = 3$ ta được

$$|\bar{w} + 1 - i| = 3 \Leftrightarrow |\overline{\bar{w} + 1 - i}| = 3 \Leftrightarrow |w + 1 + i| = 3.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1284. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2 + 2|z| = 0$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết $z^2 + 2|z| = 0 \Leftrightarrow (x + yi)^2 + \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \\ 2xy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x = 0 \\ |y| - y^2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x^2 + |x| = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Giải hệ (1) ta được $\begin{cases} x = 0 \\ |y| = 0 \\ |y| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ y = -1 \\ x = 0 \\ y = 1. \end{cases}$

Giải hệ (2) ta được $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0. \end{cases}$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn bài toán là $z = 0, z = i, z = -i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1285. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $a + (b - i)i = 1 + 3i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a = -2, b = 3$. B. $a = 1, b = 3$. C. $a = 2, b = 4$. D. $a = 0, b = 3$.

Lời giải.

Ta có: $a + (b - i)i = 1 + 3i \Leftrightarrow a + 1 + bi = 1 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1286. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - i| = 4$ là đường cong có phương trình

A. $(x - 1)^2 + y^2 = 4$. B. $x^2 + (y - 1)^2 = 4$. C. $(x - 1)^2 + y^2 = 16$. D. $x^2 + (y - 1)^2 = 16$.

Lời giải.

Ta có $|z - i| = 4 \Leftrightarrow |x + yi - i| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = 4 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 16$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1287. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z + \bar{z}| + 4$ và $|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$?

A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$|z|^2 = 2|z + \bar{z}| + 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4|x| + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4 = 0, & x \geq 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 4 = 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Theo đề ta có

$$\begin{aligned} |z - 1 - i| = |z - 3 + 3i| &\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = (x - 3)^2 + (y + 3)^2 \\ &\Leftrightarrow 4x = 8y + 16 \\ &\Leftrightarrow x = 2y + 4 \quad (3). \end{aligned}$$

+ Thay (3) vào (1) ta được

$$(2y + 4)^2 + y^2 - 4(2y + 4) - 4 = 0 \Leftrightarrow 5y^2 + 8y - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{24}{5} \text{ (nhận)} \\ y = -2 \Rightarrow x = 0 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

+ Thay (3) vào (2) ta được

$$(2y + 4)^2 + y^2 + 4(2y + 4) - 4 = 0 \Leftrightarrow 5y^2 + 24y + 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \Rightarrow x = 0 \text{ (loại)} \\ y = -\frac{14}{5} \Rightarrow x = -\frac{8}{5} \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức thỏa điều kiện.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1288. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $a + (b - 1)i = \frac{1 + 3i}{1 - 2i}$. Giá trị nào dưới đây là mô-đun của z ?

A. 5.

B. 1.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a + (b - 1)i = \frac{1 + 3i}{1 - 2i} \Leftrightarrow a + (b - 1)i = -1 + i \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Vậy mô-đun của z là $\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1289. Tính mô-đun của số phức z biết $\bar{z} + 1 = \frac{2 - 3i}{1 + i}$.

A. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{2}$.

B. $|z| = \sqrt{34}$.

C. $|z| = \frac{\sqrt{26}}{2}$.

D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{4}$.

Lời giải.

$$\bar{z} + 1 = \frac{2 - 3i}{1 + i} \Leftrightarrow \bar{z} = -\frac{3}{2} - \frac{5}{2}i \Rightarrow z = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2}i \Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{34}}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1290. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

B. $\bar{z} = +\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.

C. $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.

D. $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{5 + 7i}{1 + 3i} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1291. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2z - i| = 4$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } |2z - i| = 4 \Leftrightarrow |2x + 2yi - i| = 4 \Leftrightarrow 4x^2 + (2y - 1)^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 4.$$

Vậy tập hợp điểm cần tìm là một đường tròn có bán kính $R = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1292. Cho số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$. Tính mô-đun của số phức z .

A. $|z| = 34$.

B. $|z| = \sqrt{34}$.

C. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

D. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z(2 - i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1 - 13i}{2 - i}.$$

$$\text{Suy ra } |z| = \frac{|1 - 13i|}{|2 - i|} = \frac{\sqrt{1 + (-13)^2}}{\sqrt{2 + (-1)^2}} = \sqrt{34}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1293. Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $\bar{z} - \frac{5+i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- A. 1. B. $1 - 2\sqrt{3}i$. C. $-3 - 2\sqrt{3}i$. D. $1 - \sqrt{3}i$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) và $a^2 + b^2 \neq 0$.

Ta có

$$\begin{aligned}\bar{z} - \frac{5+i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0 &\Leftrightarrow a - bi - \frac{5+i\sqrt{3}}{a+bi} - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 5 - i\sqrt{3} - a - bi = 0 \\ &\Leftrightarrow (a^2 + b^2 - a - 5) - (b + \sqrt{3})i = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - a - 5 = 0 \\ b + \sqrt{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - a - 2 = 0 \\ b = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\sqrt{3} \\ a = 2 \\ b = -\sqrt{3} \end{cases}\end{aligned}$$

Suy ra $\begin{cases} z = -1 - i\sqrt{3} \\ z = 2 - i\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow S = \{-1 - i\sqrt{3}; 2 - i\sqrt{3}\}.$

Khi đó tổng giá trị các phần tử của S là $1 - 2\sqrt{3}i$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1294. Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$. Số phức $\frac{z}{z'}$ có phần thực là

- A. $\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2}$. B. $\frac{aa' + bb'}{a^2 + b^2}$. C. $\frac{a + a'}{a^2 + b^2}$. D. $\frac{2bb'}{a'^2 + b'^2}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{z}{z'} = \frac{a + bi}{a' + b'i} = \frac{(a + bi)(a' - b'i)}{a'^2 + b'^2} = \frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2} + \frac{a'b - ab'}{a'^2 + b'^2}i.$

Do đó phần thực của $\frac{z}{z'}$ bằng $\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2}.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 1295. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 + 3i| = 5$ và $\frac{z}{z-2}$ là số thuần ảo?

- A. 0. B. Vô số. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Đặt $z = x + iy$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Điều kiện $z \neq 2$

Ta có $|z + 2 + 3i| = 5 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x + 6y = 12. \quad (1)$

$$\frac{z}{z-2} = \frac{x + yi}{x - 2 + yi} = \frac{x^2 - 2x + y^2}{(x-2)^2 + y^2} + \frac{-2yi}{(x-2)^2 + y^2}.$$

Vì z là số thuần ảo nên $\frac{x^2 - 2x + y^2}{(x-2)^2 + y^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + y^2 = 0. \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x$. Thay vào (1) ta được $x^2 - 6x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow z = 1 + i$.

Với $x = 2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow z = 2$ (loại).

Vậy có một số phức z thỏa mãn đề.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1296. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 + 3i| = 5$ và $\frac{z}{z-2}$ là số thuần ảo.

A. 0.

B. vô số.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Xét số phức $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Điều kiện $z \neq 2$.

$$\text{Ta có } |z + 2 + 3i| = 5 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x + 6y = 12. \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \frac{z}{z-2} = \frac{x + yi}{x - 2 + yi} = \frac{(x + yi)(x - 2 - yi)}{(x - 2)^2 + y^2} = \frac{x^2 - 2x + y^2 - 2yi}{(x - 2)^2 + y^2}.$$

$$\text{Vì } \frac{z}{z-2} \text{ là số thuần ảo nên } x^2 - 2x + y^2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) có } x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x. \text{ Thay vào (1) được } 2x^2 - 6x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Với $x = 1$ ta có $y = 1$, từ đó có $z = 1 + i$.

Với $x = 2$ ta có $y = 0$, từ đó có $z = 2$ (loại).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1297. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(2 - i)z = (4 + i)z + 3 - 2i$. Giá trị của $|4\bar{z} + i|$ là

A. $\sqrt{26}$.

B. $\sqrt{30}$.

C. $\sqrt{17}$.

D. $\sqrt{15}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2 - i)z = (4 + i)z + 3 - 2i \Leftrightarrow z(-2 - 2i) = 3 - 2i \Leftrightarrow z = -\frac{1}{4} + \frac{5}{4}i.$$

$$\text{Do đó } |4\bar{z} + i| = \left| 4\left(-\frac{1}{4} - \frac{5}{4}i\right) + i \right| = |-1 - 4i| = \sqrt{17}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1298. Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $\bar{z} - \frac{5 + i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$. Tính tổng tất cả các phần tử của S

A. $1 - 2\sqrt{3}i$.

B. $-3 - 2\sqrt{3}i$.

C. 1.

D. $1 - i\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\bar{z} - \frac{5 + i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - a - bi = 5 + i\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - a = 5 \\ b = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - a - 2 = 0 \\ b = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \\ b = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy $z_1 = -1 - i\sqrt{3}$ và $z_2 = 2 - i\sqrt{3}$.

Suy ra $z_1 + z_2 = 1 - 2\sqrt{3}i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1299. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

B. $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.

C. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

D. $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1 + 3i)z - 5 = 7i \Leftrightarrow z = \frac{5 + 7i}{1 + 3i} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1300. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Dưới đây có bao nhiêu mệnh đề đúng?

I. Mô-đun của z là một số thực dương.II. $z^2 = |z|^2$.III. $|\bar{z}| = |iz| = |z|$.IV. Điểm $M(-a; b)$ biểu diễn số phức $\bar{z}$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Mệnh đề I sai, cụ thể mô-đun của số 0 bằng 0 chứ không phải là số thực dương.

Mệnh đề II sai vì $|z|^2$ là số thực, z^2 có thể không là số thực, chẳng hạn $(1+i)^2 \neq |1+i|^2$.Mệnh đề III đúng vì $|iz| = |i| \cdot |z| = |z| = |\bar{z}|$.Mệnh đề IV sai và điểm biểu diễn của $\bar{z}$ là $(a; -b)$.Chọn đáp án **C**

□

Câu 1301. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - \sqrt{3}i)^2 z = 3 - 4i$. Mô-đun của z bằngA. $\frac{5}{4}$.B. $\frac{5}{2}$.C. $\frac{2}{5}$.D. $\frac{4}{5}$.**Lời giải.**

Ta có

$$(1 - \sqrt{3}i)^2 z = 3 - 4i \Leftrightarrow z = \frac{3 - 4i}{(1 - \sqrt{3}i)^2} = \frac{-3 + 4\sqrt{3}}{8} + \frac{4 + 3\sqrt{3}}{8}i.$$

Vậy mô-đun của z là

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{-3 + 4\sqrt{3}}{8}\right)^2 + \left(\frac{4 + 3\sqrt{3}}{8}\right)^2} = \frac{5}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1302. Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z .A. $M(-1; 1)$.B. $M(-1; -1)$.C. $M(1; 1)$.D. $M(1; -1)$.**Lời giải.**Ta có: $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i \Leftrightarrow z = \frac{4 + i - (2 - i)^2}{(3 + 2i)} \Leftrightarrow z = 1 + i$.Vậy điểm biểu diễn cho số phức z là $M(1; 1)$.Chọn đáp án **C**

□

Câu 1303. Cho số phức $z = 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + \dots + 2018i^{2017}$ có phần thực là a và phần ảo là b . Tính $b - a$.

A. 1.

B. -1.

C. 1010.

D. -2017.

Lời giải.Với $x \neq 1$ ta có $1 + x + x^2 + \dots + x^{2018} = \frac{x^{2019} - 1}{x - 1}$, suy ra

$$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + 2018x^{2017} = \frac{2018x^{2019} - 2019x^{2018} + 1}{(x - 1)^2}.$$

Do đó $z = 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + \dots + 2018i^{2017} = \frac{2018i^{2019} - 2019i^{2018} + 1}{(x - 1)^2} = 1009 + 1010i$.Vậy $b - a = 1$.Chọn đáp án **A**

□

Câu 1304. Cho số phức z khác 0. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\frac{z}{\bar{z}}$ là số thuần ảo. B. $z - \bar{z}$ là số ảo. C. $z \cdot \bar{z}$ là số thực. D. $z + \bar{z}$ là số thực.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: $\frac{z}{\bar{z}} = \frac{z^2}{z \cdot \bar{z}} = \frac{z^2}{|z|^2} = \frac{a^2 - b^2 + 2abi}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} + \frac{2ab}{a^2 + b^2}i$, ($a^2 + b^2 \neq 0$).

$$- \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ a^2 + b^2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{z}{\bar{z}} \text{ là số thuần ảo.}$$

$$- \begin{cases} a^2 - b^2 \neq 0 \\ a^2 + b^2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{z}{\bar{z}} \text{ không là số thuần ảo.}$$

Do đó nhận định $\frac{z}{\bar{z}}$ là số thuần ảo là sai.

Ta có: $z \cdot \bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2$ là một số thực nên nhận định $z \cdot \bar{z}$ là số thực là đúng.

Ta có: $z + \bar{z} = 2a$ là số thực nên nhận định $z + \bar{z}$ là số thực là đúng.

Ta có: $z - \bar{z} = 2bi$ là số ảo nên nhận định $z - \bar{z}$ là số ảo là đúng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1305. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 4 = 0$. Tính $w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1z_2$.

- A. $w = -\frac{3}{4} + 2i$. B. $w = \frac{3}{4} + 2i$. C. $w = 2 + \frac{3}{2}i$. D. $w = \frac{3}{2} + 2i$.

Lời giải.

Theo định lí Viète, ta có Khi đó $\begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{3}{2} \\ z_1z_2 = 2 \end{cases}$. Suy ra

$$w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1z_2 = \frac{z_1 + z_2}{z_1z_2} + iz_1z_2 = \frac{3}{4} + 2i.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1306. Trong mặt phẳng Oxy , gọi M là điểm biểu diễn số phức $w = \frac{2z + \bar{z} + 1 - i}{z^2 + i}$ trong đó z là số phức thỏa mãn $(1-i)(z-i) = 2-i+z$. Gọi N là điểm trong mặt phẳng sao cho $(\vec{Ox}, \vec{ON}) = 2\varphi$, trong đó $\varphi = (\vec{Ox}, \vec{OM})$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia OM . Điểm N nằm trong góc phần tư nào?

- A. Góc phần tư thứ (IV). B. Góc phần tư thứ (I).
C. Góc phần tư thứ (II). D. Góc phần tư thứ (III).

Lời giải.

Ta có $(1-i)(z-i) = 2-i+z \Rightarrow z = 3i \Rightarrow w = -\frac{7}{82} - \frac{19}{82}i \Rightarrow M\left(-\frac{7}{82}; -\frac{19}{82}\right) \Rightarrow \tan \varphi = \frac{19}{7}$.

Suy ra $\sin 2\varphi = \frac{2 \tan \varphi}{1 + \tan^2 \varphi} = \frac{133}{205}$ và $\cos 2\varphi = \frac{1 - \tan^2 \varphi}{1 + \tan^2 \varphi} = -\frac{156}{205}$.

Vậy N thuộc góc phần tư thứ (II).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1307. Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z = z-1$. Mô-đun của $\bar{z}$ bằng

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\sqrt{10}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải.

Ta có

$$(2 + 3i)z = z - 1 \Leftrightarrow (1 + 3i)z = -1 \Leftrightarrow z = \frac{-1}{1 + 3i} = -\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i.$$

Suy ra

$$|\bar{z}| = |z| = \sqrt{\left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1308. Cho số phức z thỏa mãn $|z + i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 + 4i)z + 2 + i$ là một đường tròn tâm I . Điểm I có tọa độ là

- A. $(6; -2)$. B. $(6; 2)$. C. $(2; 1)$. D. $(-2; -1)$.

Lời giải.

Ta có

$$w = (3 + 4i)z + 2 + i \Leftrightarrow z = \frac{w - 2 - i}{3 + 4i} \Leftrightarrow z + i = \frac{w - 2 - i}{3 + 4i} + i = \frac{w - 6 + 2i}{3 + 4i}.$$

Lấy mô-đun hai vế ta được

$$|z + i| = \left| \frac{w - 6 + 2i}{3 + 4i} \right| \Leftrightarrow 1 = \frac{|w - 6 + 2i|}{|3 + 4i|} \Leftrightarrow |w - 6 + 2i| = 5.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn w là đường tròn tâm $I(6; -2)$, bán kính $r = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1309. Viết số phức $z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i}$ dưới dạng $z = a + bi$ với a, b là các số thực. Tìm a, b .

- A. $a = -1; b = -4$. B. $a = 1; b = -4$. C. $a = -1; b = 4$. D. $a = 1; b = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i} = \frac{5 - 14i}{3 + 2i} = \frac{(5 - 14i)(3 - 2i)}{13} = \frac{-13 - 52i}{13} = -1 - 4i.$$

Do đó điểm biểu diễn cho số phức z có tọa độ $(-1; -4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1310. Tìm phần thực của số phức z thỏa mãn $(5 - i)z = 7 - 17i$.

- A. -2 . B. 3 . C. -3 . D. 2 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{7 - 17i}{5 - i} = \frac{(7 - 17i)(5 + i)}{26} = 2 - 3i.$$

Phần thực của z là 2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1311. Cho số phức z thỏa điều kiện $|z| = 10$ và $w = (6 + 8i) \cdot \bar{z} + (1 - 2i)^2$. Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức w là đường tròn có tâm là

- A. $I(-3; -4)$. B. $I(3; 4)$. C. $I(1; -2)$. D. $I(6; 8)$.

Lời giải.

Chú ý: Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa $|z - (a + bi)| = R$ là đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R .

Đẳng thức đã cho tương đương với

$$w + 3 + 4i = (6 + 8i) \cdot \bar{z} \Rightarrow |w - (-3 - 4i)| = |6 + 8i| \cdot |\bar{z}| = 10 \cdot 10 = 100.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn cho số phức w là đường tròn có tâm là $I(-3; -4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1312. Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các số phức $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$ là đường tròn có bán kính bằng R . Tính R .

A. $R = 8$.B. $R = 2$.C. $R = 16$.D. $R = 4$.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } z = \frac{w - 2}{1 + \sqrt{3}i}.$$

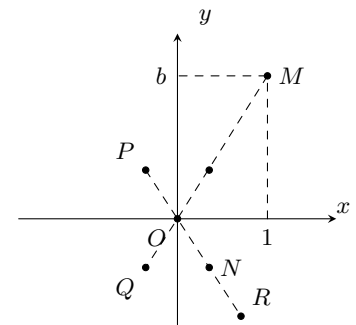
Suy ra

$$|z - 1| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{w - 2}{1 + \sqrt{3}i} - 1 \right| = 2 \Leftrightarrow |w - 3 - \sqrt{3}i| = 4.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức w là đường tròn tâm $I(3; \sqrt{3})$, bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1313.**

Trong mặt phẳng phức, cho số phức z có điểm biểu diễn là M . Biết rằng số phức $w = \frac{1}{z}$ được biểu diễn bởi một trong bốn điểm N, P, Q, R như hình vẽ bên. Hỏi điểm biểu diễn của w là điểm nào?

A. N .B. P .C. Q .D. R .**Lời giải.**Viết $z = 1 + bi$, với $b \in \mathbb{R}, b > 0$.

$$\text{Suy ra } w = \frac{1}{z} = \frac{1}{1 + bi} = \frac{1 - bi}{1^2 + b^2} = \frac{1}{1 + b^2} - \frac{b}{1 + b^2}i.$$

Suy ra điểm biểu diễn cho w là điểm có tọa độ $\left(\frac{1}{1 + b^2}; \frac{-b}{1 + b^2} \right)$.

Do $\left(\frac{1}{1 + b^2} \right)^2 + \left(\frac{-b}{1 + b^2} \right)^2 = 1$ và $b > 0$ nên điểm biểu diễn cho w thuộc góc phần tư thứ IV của mặt phẳng tọa độ và nằm trên đường tròn tâm O , bán kính bằng 1.

Vậy điểm biểu diễn cho w là N .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1314. Cho số thực $a > 2$ và gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + a = 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $z_1 + z_2$ là số thực.B. $z_1 - z_2$ là số ảo.C. $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là số ảo.D. $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là số thực.**Lời giải.**

Xét phương trình $z^2 - 2z + a = 0$ có $\Delta' = 1 - a < 0, \forall a > 2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức là: $z_1 = 1 + \sqrt{a - 1}i, z_2 = 1 - \sqrt{a - 1}i$. Khi đó ta có

$$\text{— } z_1 + z_2 = 1 + \sqrt{a - 1}i + 1 - \sqrt{a - 1}i = 2 \text{ là số thực.}$$

$$\text{— } z_1 - z_2 = 1 + \sqrt{a - 1}i - 1 + \sqrt{a - 1}i = 2\sqrt{a - 1}i \text{ là số ảo } \forall a > 2.$$

$$\text{— } \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{1 + \sqrt{a - 1}i}{1 - \sqrt{a - 1}i} + \frac{1 - \sqrt{a - 1}i}{1 + \sqrt{a - 1}i} = \frac{4 - 2a}{a} \text{ là một số thực, } \forall a > 2.$$

Vậy mệnh đề “ $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là số ảo” là **sai**.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1315. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = \sqrt{3}$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tính $|z_1 + z_2|$.

A. 2.

B. 3.

C. $\sqrt{2}$.D. $2\sqrt{2}$.**Lời giải.**

Ta có

$$|z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)(\overline{z_1} - \overline{z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 - (z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1}) = 4 \Rightarrow z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1} = 2.$$

$$|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\overline{z_1} + \overline{z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + (z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1}) = 8.$$

Vậy $|z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1316. Cho 3 số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn
$$\begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 = 0 \\ |z_1| = |z_2| = |z_3| = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

Tính $A = |z_1 + z_2|^2 + |z_2 + z_3|^2 + |z_3 + z_1|^2$.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -z_3 \\ z_1 + z_3 = -z_2 \\ z_2 + z_3 = -z_1 \end{cases} \Rightarrow A = |-z_1|^2 + |-z_2|^2 + |-z_3|^2 = \frac{8}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1317. Số phức liên hợp của số phức z biết $z = (1+i)(3-2i) + \frac{1}{3+i}$ là

A. $\frac{53}{10} - \frac{9}{10}i$. B. $\frac{13}{10} - \frac{9}{10}i$. C. $\frac{13}{10} + \frac{9}{10}i$. D. $\frac{53}{10} + \frac{9}{10}i$.

Lời giải.

Ta có $z = 5 + i + \frac{3-i}{10} = \frac{53}{10} + \frac{9}{10}i$ nên $\bar{z} = \frac{53}{10} - \frac{9}{10}i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1318. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 13i = 1$. Tính mô-đun của số phức z .

A. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. B. $|z| = 34$. C. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$. D. $|z| = \sqrt{34}$.

Lời giải.

Ta có $z(2-i) + 13i = 1 \Rightarrow z = \frac{1-13i}{2-i} = 3-5i$. Do đó $|z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1319. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1+i\sqrt{8})z + i$ là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là

A. 3. B. 6. C. 9. D. 36.

Lời giải.

Ta có $w = (1+i\sqrt{8})z + i \Leftrightarrow z = \frac{w-i}{1+i\sqrt{8}} \Leftrightarrow z+1 = \frac{w+1+(\sqrt{8}-1)i}{1+i\sqrt{8}}$.

Vì $|z+1| = 2$ nên $\left| \frac{w+1+(\sqrt{8}-1)i}{1+i\sqrt{8}} \right| = |z+1| \Leftrightarrow |w+1+(\sqrt{8}-1)i| = 6. \quad (*)$

Đặt $w = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Thay vào (*) ta được

$$|x + yi + 1 + (\sqrt{8}-1)i| = 6 \Leftrightarrow |(x+1) + (y+\sqrt{8}-1)i| = 6 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+\sqrt{8}-1)^2 = 36.$$

Vậy $r = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1320. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 5 - 3i| = 5$ đồng thời $|z_1 - z_2| = 8$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình

A. $(x - 10)^2 + (y - 6)^2 = 16$.

B. $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = 9$.

C. $(x - 10)^2 + (y - 6)^2 = 36$.

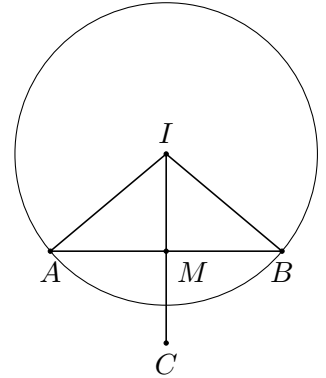
D. $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Thay vào $|z - 5 - 3i| = 5$ ta được

$$|x + yi - 5 - 3i| = 5 \Leftrightarrow |(x - 5) + (y - 3)i| = 5 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 25.$$

Giả sử $z_1 = x_1 + y_1i$ có điểm biểu diễn là A và $z_2 = x_2 + y_2i$ có điểm biểu diễn là B suy ra A và B thuộc đường tròn (C) tâm $I(5; 3)$ bán kính $R = 5$.



Mà

$$\begin{aligned} |z_1 - z_2| = 8 &\Leftrightarrow |(x_1 + y_1i) - (x_2 + y_2i)| = 8 \\ &\Leftrightarrow |(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2)i| = 8 \Leftrightarrow \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 8 \\ &\Leftrightarrow AB = 8. \end{aligned}$$

Gọi M là trung điểm của AB và C là điểm đối xứng của I qua M .

Vì $IACB$ là hình bình hành nên $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{IC} \Leftrightarrow |\vec{IA} + \vec{IB}| = |\vec{IC}| = IC$.

$$\begin{cases} \vec{IA} = (x_1 - 5; y_1 - 3) \\ \vec{IB} = (x_2 - 5; y_2 - 3) \end{cases} \Rightarrow \vec{IA} + \vec{IB} = (x_1 + x_2 - 10; y_1 + y_2 - 6).$$

$$\text{Do đó } |\vec{IA} + \vec{IB}| = \sqrt{(x_1 + x_2 - 10)^2 + (y_1 + y_2 - 6)^2},$$

$$IC = 2IM = 2\sqrt{IA^2 - AM^2} = 2\sqrt{5^2 - 4^2} = 6.$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{(x_1 + x_2 - 10)^2 + (y_1 + y_2 - 6)^2} = 6 \Leftrightarrow (x_1 + x_2 - 10)^2 + (y_1 + y_2 - 6)^2 = 36.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$ thuộc đường tròn $(x - 10)^2 + (y - 6)^2 = 36$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1321. Cho số phức z thỏa mãn $(z + 3 - i)(\bar{z} + 3i + 1)$ là một số thực. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó bằng

A. $4\sqrt{2}$.

B. 0.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

— Đặt $z = x + iy \Rightarrow \bar{z} = x - iy$.

— Số phức $(z + 3 - i)(\bar{z} + 3i + 1) = [x + 3 + (y - 1)i][x + 1 + (3 - y)i]$ có phần ảo là $(x + 3)(3 - y) + (y - 1)(x + 1)$.

— Theo đề $(z + 3 - i)(\bar{z} + 3i + 1)$ là số thực nên phần ảo bằng 0

$$(x + 3)(3 - y) + (y - 1)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 4 = 0.$$

— Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là đường thẳng $(\Delta): x - y - 4 = 0$.

— Vậy $d[O; \Delta] = \frac{|4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1322. Cho số phức z thỏa mãn $z + (2 + i)\bar{z} = 3 + 5i$. Tính môđun của số phức z .

- A. $|z| = 13$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = \sqrt{13}$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

Khi đó

$$z + (2 + i)\bar{z} = 3 + 5i \Leftrightarrow a + bi + (2 + i)(a - bi) = 3 + 5i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2a + b = 3 \\ b + a - 2b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 5 \\ 3a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy $|z| = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1323. Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1 - i)z = 3 + i$.

- A. -1 . B. 1 . C. -2 . D. 2 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1 - i)z = 3 + i \Leftrightarrow z = \frac{3 + i}{1 - i} = \frac{(3 + i)(1 + i)}{2} = \frac{2 + 4i}{2} = 1 + 2i.$$

Vậy phần ảo của số phức là 2 .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1324. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 + 3i| \leq 3$. Trong mặt phẳng Oxy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình có diện tích.

- A. $S = 25\pi$. B. $S = 16\pi$. C. $S = 9\pi$. D. $S = 36\pi$.

Lời giải.

Giả sử $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$w = 2z + 1 - i \Rightarrow z = \frac{x - 1 + (y + 1)i}{2}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} |z - 2 + 3i| \leq 3 &\Leftrightarrow \left| \frac{x - 1 + (y + 1)i}{2} - 2 + 3i \right| \leq 3 \\ &\Leftrightarrow \left| \frac{x - 5 + (y + 7)i}{2} \right| \leq 3 \\ &\Leftrightarrow (x - 5)^2 + (y + 7)^2 \leq 36. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là hình tròn có bán kính $R = 6$.

Diện tích hình tròn $S = 36\pi$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1325. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z - 4}$ là số thuần ảo.

- A. 0 . B. 2 . C. 1 . D. Vô số.

Lời giải.

Điều kiện $z \neq 4$.

Vì $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo nên $\frac{z}{z-4} = ai$ với $a \in \mathbb{R}$, suy ra $z = \frac{4ai}{-1+ai}$. Khi đó

$$\begin{aligned} |z-3i| = 5 &\Leftrightarrow \left| \frac{4ai}{-1+ai} - 3i \right| = 5 \\ &\Leftrightarrow \left| \frac{3a + (3+4a)i}{-1+ai} \right| = 5 \\ &\Leftrightarrow \frac{9a^2 + (3+4a)^2}{1+a^2} = 25 \\ &\Leftrightarrow a = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Vậy có duy nhất số phức z thỏa mãn bài ra.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1326. Tìm phần ảo của số phức z , biết $(2-i)z = 1+3i$.

A. 3.

B. $\frac{7}{5}i$.

C. $\frac{7}{5}$.

D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $(2-i)z = 1+3i \Leftrightarrow z = \frac{1+3i}{2-i} = -\frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$. Vậy z có phần ảo là $\frac{7}{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1327. Trong mặt phẳng Oxy , gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1, z_2, z_1 + z_2$. Xét các mệnh đề sau

① $|z_1| = |z_2| \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = z_2 \\ z_1 = -z_2 \end{cases};$

② $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|;$

③ Nếu $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ thì $z_1 \cdot \overline{z_2} + z_2 \cdot \overline{z_1} = 0;$

④ $OC^2 + AB^2 = 2(OA^2 + OB^2).$

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Gọi $z_1 = x_1 + y_1i, z_2 = x_2 + y_2i$ ($x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{R}$), ta có

— $|z_1| = |z_2| = r \Leftrightarrow x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2 = r^2 \Rightarrow A, B$ nằm trên đường tròn tâm O , bán kính r , do đó mệnh đề 1) sai.

— $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2) = \overrightarrow{OC}$, suy ra $OACB$ là hình bình hành, khi đó $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2| = OC \leq OA + AC = OA + OB = |z_1| + |z_2|$, do đó mệnh đề 2) đúng.

— $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 = 0$, khi đó $z_1 \cdot \overline{z_2} + z_2 \cdot \overline{z_1} = (x_1 + y_1i)(x_2 - y_2i) + (x_1 - y_1i)(x_2 + y_2i) = 2(x_1x_2 + y_1y_2) = 0$, suy ra mệnh đề 3) đúng.

— $OC^2 + AB^2 = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = (x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 2(x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2) = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) = 2(OA^2 + OB^2)$, do đó mệnh đề 4) đúng.

Vậy có 3 mệnh đề đúng trong các mệnh đề đã cho.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1328. Có bao nhiêu số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $|z+i| + |z-3i| = |z+4i| + |z-6i|$ và $|z| \leq 10$.

A. 12.

B. 2.

C. 10.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $z = a + bi, (a; b \in \mathbb{R}) \Rightarrow$ điểm biểu diễn của z là $M(a; b)$.

Các điểm M cần tìm thuộc hình tròn tâm $O(0; 0)$, bán kính $R = 10$.

Xét các điểm $A(0; 6), B(0; -4), C(0; 3), D(0; -1), E(0; 10), F(0; -10)$.

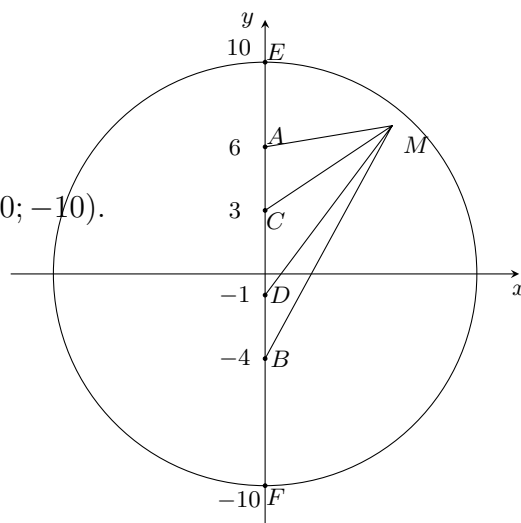
Ta có $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{10}, \frac{AD}{AB} = \frac{7}{10}$.

Do đó ta có $\overrightarrow{MC} = \frac{3}{10}\overrightarrow{MA} + \frac{7}{10}\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MD} = \frac{7}{10}\overrightarrow{MA} + \frac{3}{10}\overrightarrow{MB}$.

Ta có

$$\begin{cases} MC = \left| \frac{3}{10}\overrightarrow{MA} + \frac{7}{10}\overrightarrow{MB} \right| \\ MD = \left| \frac{7}{10}\overrightarrow{MA} + \frac{3}{10}\overrightarrow{MB} \right| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MC \leq \frac{3}{10}MA + \frac{7}{10}MB \\ MD \leq \frac{7}{10}MA + \frac{3}{10}MB. \end{cases}$$

Suy ra ta có $MC + MD \leq MA + MB$.



Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ cùng hướng $\Leftrightarrow M$ thuộc đoạn AE hoặc đoạn BF .

Do $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in \{-10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Vậy có tất cả 12 điểm M cần tìm, với $M(a; 0)$ và $a \in \{-10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

• **Lưu ý:** Theo cách giải trên, điểm mẫu chốt giải được bài toán là A, B, C, D thẳng hàng và tỉ lệ $\frac{AC}{AB} = k, \frac{AD}{AB} = 1 - k$. Như thế có thể tạo ra một lớp bài toán dạng $MA + MB = MC + MD$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1329. Cho số phức z có mô-đun bằng $2\sqrt{2}$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức $w = (1 - i)(z + 1) - i$ là đường tròn có tâm $I(a; b)$, bán kính R . Tổng $a + b + R$ bằng

A. 5.

B. 7.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

— Ta có $z = \frac{w + i}{1 - i} - 1 = \frac{w - 1 + 2i}{1 - i}$.

— Mà $|z| = 2\sqrt{2} \Rightarrow \left| \frac{w - 1 + 2i}{1 - i} \right| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|w - 1 + 2i|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

— Ta có

$$\begin{aligned} |w - 1 + 2i| = 4 &\Leftrightarrow |x + yi - 1 + 2i| = 4 \quad (w = x + yi, x, y \in \mathbb{R}) \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2} = 4 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16. \end{aligned}$$

— Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 4$. Suy ra $a + b + R = 3$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1330. Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z là

A. $M(-1; 1)$.

B. $M(-1; -1)$.

C. $M(1; 1)$.

D. $M(1; -1)$.

Lời giải.

Ta có

$$(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i \Leftrightarrow (3+2i)z = 4+i - (2-i)^2 \Leftrightarrow z = \frac{1+5i}{3+2i} = \frac{(1+5i)(3-2i)}{13} = 1+i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là $M(1; 1)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1331. Cho z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau đồng thời thỏa mãn $\frac{z_1}{z_2} \in \mathbb{R}$ và $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3}$.

Tính mô đun của số phức z_1 .

- A. $|z_1| = 3$. B. $|z_1| = \frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $|z_1| = 2$. D. $|z_1| = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Giả sử $z_1 = a + bi$, với $(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow z_2 = a - bi$.

Ta có $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3} \Rightarrow |b| = \sqrt{3}$.

Ta có $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+bi}{a-bi} = \frac{(a+bi)(a^2-b^2+2abi)}{(a^2-b^2)^2+4a^2b^2} \in \mathbb{R}$.

Suy ra $2a^2b + b(a^2 - b^2) = 0 \Leftrightarrow 3a^2 = b^2 \Rightarrow a^2 = 1$.

Vậy $|z_1| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1+3} = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1332. Số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 5$, $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17}$ và z có phần ảo dương. Tìm tổng phần thực và phần ảo của z .

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ và $y > 0$.

Từ

$$|z - 1| = 5 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x = 24. \quad (1)$$

Từ

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17} \Leftrightarrow \frac{\bar{z}}{|z|^2} + \frac{z}{|z|^2} = \frac{5}{17} \Leftrightarrow 2x = \frac{5}{17}(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \frac{34}{5}x = 0. \quad (2)$$

Lấy (1) trừ (2) theo vế, ta được $x = 5$, $y = 3$. Vậy $x + y = 8$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1333. Cho số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z|(2+i) = z - 1 + i(2z+3)$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 1$. B. $S = -5$. C. $S = -1$. D. $S = 7$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z|(2+i) = z - 1 + i(2z+3) &\Leftrightarrow (2|z|+1) + (|z|-3)i = (1+2i)z \quad (1) \\ &\Rightarrow |(2|z|+1) + (|z|-3)i|^2 = |(1+2i)z|^2 \\ &\Leftrightarrow (2|z|+1)^2 + (|z|-3)^2 = 5|z|^2 \\ &\Leftrightarrow |z| = 5. \end{aligned}$$

Thay $|z| = 5$ vào (1), ta được $z = 3 - 4i$.

Vậy $S = a + b = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1334. Cho số phức z thỏa mãn $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2019}$. Tính z^4 .

- A. -1 . B. i . C. $-i$. D. 1 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{2} = \frac{2i}{2} = i \Rightarrow z = i^{2019} = (i^4)^{504} \cdot i^3 = -i \Rightarrow z^4 = (-i)^4 = 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1335. Nghịch đảo $\frac{1}{z}$ của số phức $z = 1 + 3i$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}}i$. B. $\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{3}{\sqrt{10}}i$. C. $\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i$. D. $\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z \cdot \bar{z}} = \frac{1-3i}{1+9} = \frac{1}{10} - \frac{3}{10}i.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1336. Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Môđun của số phức $w = (z+1)\bar{z}$ bằng

- A. 2 . B. $\sqrt{10}$. C. $\sqrt{5}$. D. 4 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } (3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i \Leftrightarrow z = \frac{4+i-(2-i)^2}{3+2i} = 1+i.$$

$$\text{Suy ra } |w| = |(z+1)\bar{z}| = |z+1| \cdot |\bar{z}| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1337. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 2z = 3+i$. Giá trị của biểu thức $z + \frac{1}{z}$ bằng

- A. $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$. B. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. C. $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$. D. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

Lời giải.

$$\text{Giả sử } z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi.$$

$$\text{Ta có } \bar{z} + 2z = 3+i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow z = 1+i.$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i.$$

$$\text{Vậy ta có } z + \frac{1}{z} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1338. Tính mô-đun của số phức z , biết $(1-2i)z + 2-i = -12i$.

- A. 5 . B. $\sqrt{7}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1-2i)z + 2-i = -12i \Leftrightarrow z = \frac{-2-11i}{1-2i} = 4-3i.$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1339. Cho số phức $z = \frac{3i}{3+i} - i$. Mô-đun của số phức $\bar{z}$ là

- A. $\frac{\sqrt{370}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\frac{-3}{10} + \frac{1}{10}i$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{3i}{3+i} - i \Leftrightarrow z = \frac{1}{3+i} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{3}{10} + \frac{1}{10}i$.

Vậy $|\bar{z}| = \sqrt{\frac{9}{100} + \frac{1}{100}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1340. Tìm phần thực của số phức z , biết $z + \frac{|z|^2}{z} = 10$.

A. 20.

B. 10.

C. 5.

D. 15.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi \neq 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có

$$\begin{aligned} z + \frac{|z|^2}{z} = 10 &\Leftrightarrow z^2 + |z|^2 = 10z \\ &\Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi + a^2 + b^2 = 10a + 10bi \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2 - 10a = 0 \\ 2ab = 10b \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy z có phần thực bằng 5.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1341. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 13i = 1$. Tính mô-đun của số phức z .

A. $|z| = 34$.B. $|z| = \sqrt{34}$.C. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.D. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $z(2-i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1-13i}{2-i} = 3-5i$.

Khi đó $|z| = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1342. Tìm phần ảo của số phức z biết $z(2-i) + 13i = 1$.

A. $-5i$.B. $5i$.C. -5 .

D. 5.

Lời giải.

Ta có $z(2-i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1-13i}{2-i} = 3-5i$.

Vậy phần ảo của z bằng -5 .

Chọn đáp án (C) □

Câu 1343. Cho số phức z thỏa $\frac{z}{z^2}$ là số thực, $|z - \bar{z}| = 3\sqrt{2}$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 3\sqrt{2}$.B. $|z| = \sqrt{6}$.C. $|z| = 2\sqrt{3}$.D. $|z| = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|z - \bar{z}| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow |2yi| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow |y| = \frac{3}{\sqrt{2}}$.

Khi đó, $\frac{z}{z^2} = \frac{x+yi}{x^2-y^2-2xyi} = \frac{(x+yi)(x^2-y^2+2xyi)}{(x^2-y^2)^2+4x^2y^2} = \frac{x^3-3xy^2-(y^3-3x^2y)i}{(x^2+y^2)^2}$.

Vì $\frac{z}{z^2}$ là số thực nên

$$y^3 - 3x^2y = 0 \Rightarrow y^2 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{y^2}{3} = \frac{3}{2}.$$

Vậy $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{6}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1344. Tìm điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ là số phức liên hợp của z , biết $(4+3i)z - (3+4i)(2+i) = 9 - 9i$.

- A. $(2; -1)$. B. $(2; 1)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $(4+3i)z - (3+4i)(2+i) = 9 - 9i \Rightarrow z = \frac{9 - 9i + (3+4i)(2+i)}{4+3i} = 2 - i \Rightarrow \bar{z} = 2 + i$.

Vậy điểm biểu diễn của $\bar{z}$ là $(2; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1345. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z \Leftrightarrow z(|z| - 5 + i) = 4|z| + (|z| - 2)i.$$

Lấy môđun 2 vế ta được

$$|z| \sqrt{(|z| - 5)^2 + 1} = \sqrt{(4|z|)^2 + (|z| - 2)^2}.$$

Đặt $t = |z|, t \geq 0$ ta được

$$t \sqrt{(t - 5)^2 + 1} = \sqrt{(4t)^2 + (t - 2)^2} \Leftrightarrow (t - 1)(t^3 - 9t^2 + 4) = 0.$$

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt $t \geq 0$ vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1346. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 5 - i) + 2i = (6 - i)z$?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Ta có $|z|(z - 5 - i) + 2i = (6 - i)z \Leftrightarrow (|z| - 6 + i)z = 5|z| + (|z| - 2)i \quad (1).$

Lấy mô-đun hai vế của (1) ta có $\sqrt{(|z| - 6)^2 + 1} \cdot |z| = \sqrt{25|z|^2 + (|z| - 2)^2}.$

Bình phương hai vế và rút gọn ta được

$$\begin{aligned} |z|^4 - 12|z|^3 + 11|z|^2 + 4|z| - 4 &= 0 \Leftrightarrow (|z| - 1)(|z|^3 - 11|z|^2 + 4) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 1 \\ |z|^3 - 11|z|^2 + 4 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 1 \\ |z| \approx 10,967 \\ |z| \approx 0,62 \\ |z| \approx -0,587. \end{cases} \end{aligned}$$

Mà $|z|(z - 5 - i) + 2i = (6 - i)z \Leftrightarrow z = \frac{(5 + i)|z| + 2i}{|z| - 6 + i}.$

Do $|z| \geq 0$ nên ta có ba số phức thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1347. Tìm số phức $\bar{z}$, biết $(2 - 5i)z - 3 + 2i = 5 + 7i$.

- A. $\bar{z} = -\frac{9}{29} + \frac{50}{29}i$. B. $\bar{z} = -\frac{9}{29} - \frac{50}{29}i$. C. $\bar{z} = \frac{9}{29} - \frac{50}{29}i$. D. $\bar{z} = \frac{9}{29} + \frac{50}{29}i$.

Lời giải.

Ta có $(2 - 5i)z - 3 + 2i = 5 + 7i \Rightarrow z = \frac{5i + 8}{2 - 5i} = \frac{(5i + 8)(2 + 5i)}{(2 - 5i)(2 + 5i)} = -\frac{9}{29} + \frac{50}{29}i \Rightarrow \bar{z} = -\frac{9}{29} - \frac{50}{29}i.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1348. Tìm tọa độ của điểm biểu diễn số phức $z = \frac{3+4i}{1-i}$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $Q\left(\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$. B. $N\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$. C. $P\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{3+4i}{1-i} = \frac{(3+4i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -\frac{1}{2} + \frac{7}{2}i$ nên tọa độ của điểm biểu diễn số phức z là $\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1349. Cho số phức $z = 7 - i$. Tìm số phức $w = \frac{1}{z}$.

- A. $w = \frac{7}{50} - \frac{1}{50}i$. B. $w = -\frac{1}{50} + \frac{7}{50}i$. C. $w = \frac{1}{50} + \frac{7}{50}i$. D. $w = \frac{7}{50} + \frac{1}{50}i$.

Lời giải.

Ta có $w = \frac{1}{z} = \frac{1}{7-i} = \frac{7+i}{(7-i)(7+i)} = \frac{7}{50} + \frac{1}{50}i$.

Chọn đáp án **(D)** □

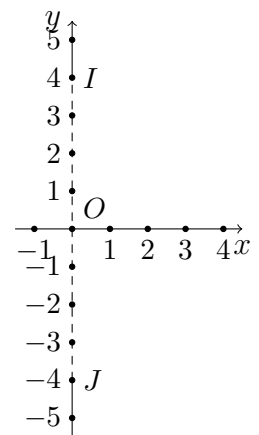
Câu 1350. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\frac{z+4i}{z-4i}$ là một số thực dương.

- A. Trục Oy bỏ đi đoạn IJ (với I là điểm biểu diễn $4i$, J là điểm biểu diễn $-4i$).
 B. Trục Oy bỏ đi đoạn IJ (với I là điểm biểu diễn $2i$, J là điểm biểu diễn $-2i$).
 C. Đoạn IJ (với I là điểm biểu diễn $4i$, J là điểm biểu diễn $-4i$).
 D. Trục Ox bỏ đi đoạn nối IJ (với I là điểm biểu diễn 4 , J là điểm biểu diễn -4).

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Ta có

$$\begin{aligned} \frac{z+4i}{z-4i} &= \frac{x+yi+4i}{x+iy-4i} = \frac{x+(y+4)i}{x+(y-4)i} \\ &= \frac{[x+(y+4)i][x-(y-4)i]}{[x+(y-4)i][x-(y-4)i]} \\ &= \frac{x^2 - x(y-4)i + x(y+4)i + (y+4)(y-4)}{x^2 + (y-4)^2} \\ &= \frac{x^2 + y^2 - 16}{x^2 + (y-4)^2} + \frac{8x}{x^2 + (y-4)^2}i. \end{aligned}$$



Để $\frac{z+4i}{z-4i}$ là một số thực dương khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x = 0 \\ x^2 + y^2 - 16 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y^2 - 16 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y < -4 \\ y > 4 \end{cases}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là trục Oy bỏ đi đoạn IJ (với I là điểm biểu diễn $4i$, J là điểm biểu diễn $-4i$).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1351. Cho số phức $z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m$ (m nguyên dương). Có bao nhiêu giá trị $m \in [1; 50]$ để z là số thuần ảo?

A. 25.

B. 24.

C. 26.

D. 50.

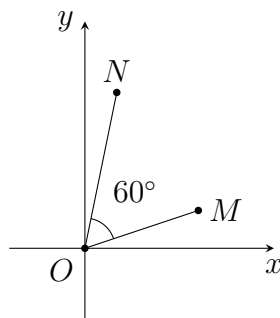
Lời giải.

$$\frac{2+6i}{3-i} = \frac{(2+6i)(3+i)}{10} = 2i, (2i)^m \text{ là số thuần ảo khi } m \text{ là số lẻ.}$$

Số số nguyên dương lẻ $\in [1; 50]$ là 25.Chọn đáp án **A**

□

Câu 1352. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 3, |z_2| = 4$ và chúng được biểu diễn trong mặt phẳng phức lần lượt là các điểm M, N . Biết góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{ON}$ bằng 60° . Tìm môđun của số phức $z = \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}$.

A. $|z| = \sqrt{3}$.B. $|z| = \frac{\sqrt{5}}{2}$.C. $|z| = \frac{\sqrt{481}}{13}$.D. $|z| = 4\sqrt{3}$.**Lời giải.**

Đặt $z_1 = 3(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, $z_2 = 4(\cos(\varphi \pm 60^\circ) + i \sin(\varphi \pm 60^\circ))$, ta có

$$z = \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} = \frac{1 + \frac{z_2}{z_1}}{1 - \frac{z_2}{z_1}} = \frac{1 + \frac{4}{3}(\cos 60^\circ \pm i \sin 60^\circ)}{1 - \frac{4}{3}(\cos 60^\circ \pm i \sin 60^\circ)} = \frac{1 + \frac{4}{3}\left(\frac{1}{2} \pm i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{1 - \frac{4}{3}\left(\frac{1}{2} \pm i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{5 \pm 2i\sqrt{3}}{1 \mp 2i\sqrt{3}}$$

Suy ra $|z| = \frac{\sqrt{481}}{13}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1353. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ và $|z_1| = |z_2| = |z_3| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $|z_1 + z_2 + z_3| < |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1|$.B. $|z_1 + z_2 + z_3| \neq |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1|$.C. $|z_1 + z_2 + z_3| > |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1|$.D. $|z_1 + z_2 + z_3| = |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1|$.**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}
 |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1| &= |z_1 z_2 z_3| \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right| \\
 &= \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^3 \left| \frac{\bar{z}_1}{|z_1|^2} + \frac{\bar{z}_2}{|z_2|^2} + \frac{\bar{z}_3}{|z_3|^2} \right| \\
 &= \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^3 \left| \frac{\bar{z}_1}{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^2} + \frac{\bar{z}_2}{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^2} + \frac{\bar{z}_3}{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^2} \right| \\
 &= \frac{2\sqrt{2}}{3} |\bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \bar{z}_3| = \frac{2\sqrt{2}}{3} |z_1 + z_2 + z_3| \\
 &= \frac{2\sqrt{2}}{3} |z_1 + z_2 + z_3| = 0 = |z_1 + z_2 + z_3|.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1354. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|(1+i)z - 4 + 2i| = 4\sqrt{2}$ là một đường tròn. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

A. $I(1; -3), R = 4$. **B.** $I(4; -2), R = 4\sqrt{2}$. **C.** $I(1; -3), R = 2$. **D.** $I(-1; 3), R = 4$.

Lời giải.

Gọi điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z .

$$\begin{aligned}
 |(1+i)z - 4 + 2i| = 4\sqrt{2} &\Leftrightarrow \frac{|(1+i)z - 4 + 2i|}{|1+i|} = \frac{4\sqrt{2}}{|1+i|} \\
 \Leftrightarrow |z - 1 + 3i| = 4 &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 4^2.
 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; -3)$, bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1355. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{2\bar{z} - z + 3i}{z + i} \right| = 3$. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là

A. Một Parabol. **B.** Một đường thẳng. **C.** Một đường tròn. **D.** Một Elip.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi \in \mathbb{C}$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{2\bar{z} - z + 3i}{z + i} \right| &= 3 \\
 \Leftrightarrow \frac{|2\bar{z} - z + 3i|}{|z + i|} &= 3 \\
 \Leftrightarrow \frac{|2(a - bi) - (a + bi) + 3i|}{|a + bi + i|} &= 3 \\
 \Leftrightarrow |2(a - bi) - (a + bi) + 3i| &= 3|a + bi + i| \\
 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (3 - 3b)^2} &= 3\sqrt{a^2 + (b + 1)^2} \\
 \Leftrightarrow 8a^2 - 36b &= 0 \\
 \Leftrightarrow b &= \frac{2}{9}a^2
 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là một Parabol.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1356. Cho số phức $z = \frac{2-6i}{(1+i)^2}$, khi đó số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = -3 + i$. B. $\bar{z} = 3 - i$. C. $\bar{z} = -3 - i$. D. $\bar{z} = 3 + i$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{2-6i}{2i} = -i - 3 \Rightarrow \bar{z} = -3 + i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1357. Cho số phức $z = \frac{m+1}{1+m(2i-1)}$, ($m \in \mathbb{R}$). Tìm các giá trị nguyên của m để $|z-i| < 1$ là

- A. 0. B. 1. C. 4. D. Vô số.

Lời giải.

Ta có $z - i = \frac{m+1}{1+m(2i-1)} - i = \frac{3m+1+(m-1)i}{1+2mi-m}$.

Theo giả thiết có

$$\begin{aligned} |z-i| < 1 &\Leftrightarrow \frac{3m+1+(m-1)i}{1+2mi-m} < 1 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(3m+1)^2 + (m-1)^2} < \sqrt{(1-m)^2 + (2m)^2} \\ &\Leftrightarrow 5m^2 + 6m + 1 < 0 \\ &\Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{5}. \end{aligned}$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị nào thỏa mãn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1358. Cho số phức $z = 1 - i$ và $\bar{z}$ là số phức liên hợp của z . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $|\bar{z}| < 2$. B. $\frac{z^3}{\bar{z}^3} = i$. C. z^2 là số thuần ảo. D. $\bar{z}^4$ là số thuần ảo.

Lời giải.

Ta có $\bar{z}^4 = (1+i)^4 = ((1+i)^2)^2 = (2i)^2 = -4$ không phải số thuần ảo. Do đó mệnh đề $\bar{z}^4$ là số thuần ảo sai.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1359. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-1}{2-i} + i \right| = \sqrt{5}$. Biết rằng tập hợp biểu diễn số phức $w = (1-i)z + 2i$ có dạng $(x+2)^2 + y^2 = m$. Tìm m .

- A. $m = 96$. B. $m = 92$. C. $m = 50$. D. $m = 100$.

Lời giải.

Ta có $w = (1-i)z + 2i \Rightarrow z = \frac{w-2i}{1-i}$. Do đó, ta có

$$\begin{aligned} \left| \frac{z-1}{2-i} + i \right| = \sqrt{5} &\Leftrightarrow \left| \frac{z+2i}{2-i} \right| = \sqrt{5} \\ &\Leftrightarrow |z+2i| = 5 \\ &\Leftrightarrow \left| \frac{w-2i}{1-i} + 2i \right| = 5 \\ &\Leftrightarrow |w+2| = 5\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn $(x+2)^2 + y^2 = 50$.

Vậy $m = 50$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1360. Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $(i+3)z + \frac{2+i}{i} = (2-i)\bar{z}$. Tính mô-đun của số phức $w = z - i$.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{26}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{26}}{25}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$(i+3)z + \frac{2+i}{i} = (2-i)\bar{z} \Leftrightarrow (i+3)(x+yi) - 2i + 1 = (2-i)(x-yi)$$

$$\Leftrightarrow (x+1) + (2x+5y-2)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 2x+5y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=\frac{4}{5} \end{cases}$$

Do đó $z = -1 + \frac{4}{5}i \Rightarrow w = z - i = -1 - \frac{1}{5}i$.

Bởi vậy $|w| = \sqrt{(-1)^2 + \left(-\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{5}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1361. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$. Tính $P = \frac{a}{b}$.

A. $P = \frac{3}{5}$.

B. $P = \frac{1}{5}$.

C. $P = 5$.

D. $P = -\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Vì $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ nên

$$\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$$

$$\Leftrightarrow \bar{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$$

$$\Leftrightarrow a - bi + 2i(a+bi) + \frac{2(a+bi+i)(1+i)}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (2a-3b-1) + (3a+1)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-3b-1=0 \\ 3a+1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ b=-\frac{5}{9} \end{cases}$$

Vậy $P = \frac{a}{b} = \frac{3}{5}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1362. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 13i = 1$. Tính mô-đun của số phức z .

A. $|z| = 34$.

B. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$.

C. $|z| = \sqrt{34}$.

D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z(2-i) + 13i = 1 &\Leftrightarrow z = \frac{1-13i}{2-i} \Leftrightarrow z = \frac{(1-13i) \cdot (2+i)}{(2-i) \cdot (2+i)} \\ &\Leftrightarrow z = \frac{1}{5}(2-26i+i+13) \Leftrightarrow z = 3-5i. \end{aligned}$$

Suy ra $|z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} \Leftrightarrow |z| = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1363. Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 + 2z + 2| = |z + 1 - i|$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $\sqrt{2} + 1$.

B. 2.

C. $\sqrt{2} + 2$.

D. $\sqrt{2} - 1$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 2 = (z+1)^2 + 1 = (z+1)^2 - i^2 = (z+1+i)(z+1-i)$. Do đó

$$\begin{aligned} |z^2 + 2z + 2| = |z + 1 - i| &\Leftrightarrow \left| \frac{z^2 + 2z + 2}{z + 1 - i} \right| = 1 \\ &\Leftrightarrow \left| \frac{(z+1+i)(z+1-i)}{z+1-i} \right| = 1 \\ &\Leftrightarrow |z+1+i| = 1. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $r = 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|z|$ là $OI + r = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} + 1 = \sqrt{2} + 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1364. Tìm số phức z thỏa mãn $z + 4 - 2i = \frac{10 + 20i}{3 - i}$.

A. $z = -3 + 9i$.

B. $z = 1 - 3i$.

C. $z = 46 - 52i$.

D. $z = 5 + 5i$.

Lời giải.

Ta có $z + 4 - 2i = \frac{10 + 20i}{3 - i} \Leftrightarrow z + 4 - 2i = 1 + 7i \Leftrightarrow z = -3 + 9i$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1365. Cho số phức z thỏa mãn $|(1-i)z - 4 + 2i| = 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $I(3; -1), R = \sqrt{2}$.

B. $I(3; -1), R = 2$.

C. $I(3; 1), R = \sqrt{2}$.

D. $I(3; 1), R = 2$.

Lời giải.

Chia hay vế của đẳng thức $|(1-i)z - 4 + 2i| = 2$ cho $|1-i|$ ta được $|z - (3+i)| = \sqrt{2}$. Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(3; 1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1366. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $az^2 + z + \frac{1}{a} = 0$ ($a \in \mathbb{R}_+^*$). Biết $|z_1| + |z_2| = 2$, khi đó a nhận giá trị bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Theo giả thiết

$$\begin{aligned} az^2 + z + \frac{1}{a} = 0 &\Leftrightarrow a^2 z^2 + az + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(az + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} az + \frac{1}{2} = \frac{i\sqrt{3}}{2} \\ az + \frac{1}{2} = -\frac{i\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2a}(-1 + i\sqrt{3}) \\ z = -\frac{1}{2a}(1 + i\sqrt{3}) \end{cases}. \quad (1) \end{aligned}$$

Vì $|z_1| + |z_2| = 2$ nên từ (1) suy ra $\frac{1}{2a}(2 + 2) = 2 \Leftrightarrow a = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1367. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z = 3 - 4i$. Tìm phần thực của z .

A. $\frac{2}{25}$.

B. $-\frac{11}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{11}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$(2 + i)z = 3 - 4i \Leftrightarrow z = \frac{3 - 4i}{2 + i} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i.$$

Suy ra phần thực của z bằng $\frac{2}{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1368. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó, từ giả thiết ta suy ra

$$\begin{aligned} z + 2 + i - |z|(1 + i) &= 0 \\ \Leftrightarrow a + bi + 2 + i - \sqrt{a^2 + b^2}(1 + i) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \\ b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \\ b = a + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 = \sqrt{a^2 + (a + 1)^2} \\ b = a + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ (a + 2)^2 = a^2 + (a + 1)^2 \\ b = a + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a^2 - 2a - 3 = 0 \\ b = a + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1, b = 0 \\ a = 3, b = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy có 2 số phức z thỏa bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1369. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{17}}{z} + 1 - 3i$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn tâm I , bán kính R . Khi đó

A. $I(-1; -2), R = \sqrt{5}$.

B. $I(1; 2), R = \sqrt{5}$.

C. $I(-1; 2), R = 5$.

D. $I(1; -2), R = 5$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}(2+i)|z| = \frac{\sqrt{17}}{z} + 1 - 3i &\Leftrightarrow (2|z| - 1) + (|z| + 3)i = \frac{\sqrt{17}}{z} \\&\Rightarrow |(2|z| - 1) + (|z| + 3)i| = \left| \frac{\sqrt{17}}{z} \right| \\&\Rightarrow \sqrt{(2|z| - 1)^2 + (|z| + 3)^2} = \frac{\sqrt{17}}{|z|} \\&\Rightarrow 5|z|^2 + 2|z| + 10 = \frac{17}{|z|^2} \\&\Rightarrow 5|z|^4 + 2|z|^3 + 10|z|^2 - 17 = 0 \quad (*).\end{aligned}$$

Đặt $x = |z|, x > 0$. Xét hàm số $f(x) = 5x^4 + 2x^3 + 10x^2 - 17$ với $x > 0$.

Có $f'(x) = 20x^3 + 6x^2 + 20x > 0, \forall x > 0$ nên $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$, mà $f(1) = 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 1$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do vậy phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $|z| = 1$.

$$\begin{aligned}w = (3-4i)z - 1 + 2i &\Leftrightarrow w + 1 - 2i = (3-4i)z \\&\Rightarrow |w + 1 - 2i| = |(3-4i)z| = 5\end{aligned}$$

Do đó, tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1370. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-i}{z+i} \right| = 1$.

A. Hình chữ nhật giới hạn bởi các đường $x = \pm 1, y = \pm 1$.

B. Trục Ox .

C. Đường tròn $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

D. Hai đường thẳng $y = \pm 1$, trừ điểm $(0; -1)$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn bài toán.

Khi đó, điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức z trong mặt phẳng Oxy .

Điều kiện $z \neq -i$ suy ra $M(x; y) \neq (0; -1)$.

Khi đó,

$$\begin{aligned}&\left| \frac{z-i}{z+i} \right| = 1 \\&\Leftrightarrow \frac{|z-i|}{|z+i|} = 1 \\&\Leftrightarrow |z-i| = |z+i|\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow |x + yi - i| &= |x + yi + i| \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} &= \sqrt{x^2 + (y + 1)^2} \\ \Leftrightarrow y &= 0. \end{aligned}$$

Vì điểm $(0; -1) \notin Ox$ nên tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là trục Ox .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1371. Tìm số phức z thỏa mãn $(1 - i)(z + 1 - 2i) - 3 + 2i = 0$.

A. $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$.

B. $z = 4 - 3i$.

C. $z = 4 + 3i$.

D. $z = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$.

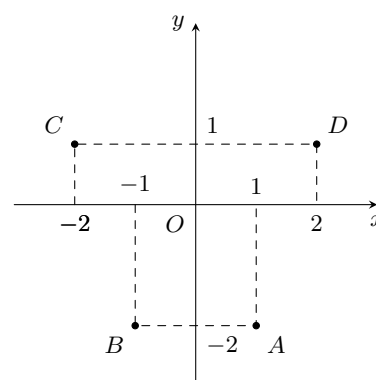
Lời giải.

Ta có $(1 - i)(z + 1 - 2i) - 3 + 2i = 0 \Leftrightarrow z + 1 - 2i = \frac{3 - 2i}{1 - i} \Leftrightarrow z = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1372.

Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Số phức $w = \frac{5}{iz}$ có điểm biểu diễn là điểm nào trong các điểm A, B, C, D ở hình bên?



A. Điểm C.

B. Điểm A.

C. Điểm D.

D. Điểm B.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Theo đề bài ta có

$$a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i \Leftrightarrow -a - 3b + (3b - 3a)i = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3b - 3a = -9. \end{cases}$$

Giải hệ ta được $a = 2, b = -1$. Suy ra $w = \frac{5}{i(2 - i)} = 1 - 2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức w là điểm $A(1; -2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1373. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + 3i)z - 3 + 2i = 2 + 7i$. Giá trị của $a + b$ là

A. $\frac{11}{5}$.

B. 1.

C. $\frac{19}{5}$.

D. 3.

Lời giải.

Ta có phương trình ban đầu tương đương với

$$(1 + 3i)z = 5 + 5i \Leftrightarrow z = \frac{5 + 5i}{1 + 3i} \Leftrightarrow z = 2 - i.$$

Suy ra $a = 2, b = -1$ nên $a + b = 2 - 1 = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1374. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có phần thực dương và thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 7$.B. $P = -1$.C. $P = -5$.D. $P = 3$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$). Theo đề ta có

$$\begin{aligned} a + bi + 2 + i - \sqrt{a^2 + b^2}(1 + i) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \\ b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 = b + 1 \\ b + 1 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = b - 1 > 0 \\ (b + 1)^2 = (b - 1)^2 + b^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = b - 1 \\ b > 1 \\ b^2 - 4b = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow b = 4, a = 3. \end{aligned}$$

Vậy $P = 7$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1375. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.B. $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.C. $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.D. $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{5 + 7i}{1 + 3i} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1376. Cho số phức z thỏa mãn $(3 - 4i)z - \frac{4}{|z|} = 8$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 2\sqrt{2}$.B. $|z| = \frac{1}{2}$.C. $|z| = \sqrt{2}$.D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Ta biến đổi giả thiết về $(3 - 4i)z = 8 + \frac{4}{|z|}$.

Lấy mô-đun hai vế ta được

$$\begin{aligned} |(3 - 4i)z| &= \left| 8 + \frac{4}{|z|} \right| \\ \Leftrightarrow |3 - 4i| \cdot |z| &= 8 + \frac{4}{|z|} \\ \Leftrightarrow 5|z| = 8 + \frac{4}{|z|} &\Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 2 & (\text{Thỏa mãn}) \\ |z| = -\frac{2}{5} & (\text{Loại}). \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1377. Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 5 - 3i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 8$. Quỹ tích các điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$ là đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $(x - 10)^2 + (y - 6)^2 = 36$.B. $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$.C. $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{16}{9}$.D. $(x + 10)^2 + (y - 6)^2 = 16$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là hai điểm biểu diễn hai số phức z_1, z_2 , I là điểm biểu diễn số phức $5 + 3i$.

Từ giả thiết ta có $IA = IB = 5$ và $AB = 8$. Vậy AB là một dây cung có độ dài bằng 8 của đường tròn tâm I , bán kính $R = 5$.

Ta có

$$w = z_1 + z_2 \Leftrightarrow w - 10 - 6i = (z_1 - 5 - 3i) + (z_2 - 5 - 3i).$$

Lấy mô-đun hai vế ta được

$$|w - 10 - 6i| = |(z_1 - 5 - 3i) + (z_2 - 5 - 3i)| = |\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI}|.$$

Ta gọi M là trung điểm của AB , khi đó $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{MI}$.

Vậy

$$|w - 10 - 6i| = 2MI = 2\sqrt{IA^2 - AM^2} = 2\sqrt{5^2 - 4^2} = 6.$$

Từ đó suy ra quỹ tích điểm biểu diễn w là đường tròn tâm $(10; 6)$ và bán kính bằng 6.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1378. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.

A. 5.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $-\frac{3}{5}$.

D. -5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0 &\Leftrightarrow \frac{z \cdot \bar{z}}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)(1+i)}{2} \\ &\Leftrightarrow \bar{z} + 2iz + z + iz + i - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (\bar{z} + z) + 3iz + i - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (2a - 3b - 1) + (3a + 1)i = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = 1 \\ 3a + 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = -\frac{5}{9} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy tỉ số } \frac{a}{b} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{5}{9}} = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1379. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo?

A. Vô số.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Điều kiện xác định $z \neq 4$. Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết ta có

$$|z - 3i| = 5 \Rightarrow |a + (b - 3)i| = 5 \Leftrightarrow a^2 + (b - 3)^2 = 25.$$

Lại có: $\frac{z}{z-4} = \frac{a+bi}{(a-4)+bi} = \frac{(a+bi)(a-4-bi)}{(a-4)^2+b^2} = \frac{a^2-4a+b^2}{(a-4)^2+b^2} + \frac{-4b}{(a-4)^2+b^2}i$.

Theo giả thiết, suy ra $a^2 - 4a + b^2 = 0$.

Ta có hệ

$$\begin{cases} a^2 + (b-3)^2 = 25 \\ a^2 - 4a + b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 + \frac{3}{2}b \\ 13b^2 + 24b = 0 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $a = 4, b = 0$ và $a = \frac{16}{13}, b = -\frac{24}{13}$. Vì $z \neq 4$ là số thuần ảo nên $a = \frac{16}{13}; b = -\frac{24}{13}$.

Vậy $z = \frac{16}{13} - \frac{24}{13}i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1380. Số phức nào dưới đây thỏa mãn phương trình $(1-2i)z = 3z - 2i$?

A. $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. B. $z = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$. C. $z = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$. D. $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (1-2i)z = 3z - 2i &\Leftrightarrow (1-2i)z - 3z = -2i \\ &\Leftrightarrow (-2-2i)z = -2i \\ &\Leftrightarrow z = \frac{-2i}{-2-2i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1381. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = 1, |z_1 - z_2| = 2$ và $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2 < |z_1| < 3$. B. $3 < |z_1| < 4$. C. $4 < |z_1| < 6$. D. $1 < |z_1| < 2$.

Lời giải.

Ta có $2(|z_1|^2 + |z_2|^2) = |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 = 5 \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = \frac{5}{2}$.

Mà $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = 4 \Leftrightarrow |z_1| = 4|z_2| \Leftrightarrow |z_1|^2 = 16|z_2|^2$.

Vậy ta có $\begin{cases} |z_1|^2 + |z_2|^2 = \frac{5}{2} \\ |z_1|^2 = 16|z_2|^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z_1|^2 = \frac{40}{17} \\ |z_2|^2 = \frac{5}{34} \end{cases} \Rightarrow |z_1| = 2\sqrt{\frac{10}{17}}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1382. Cho số phức z có môđun bằng 1 và có phần thực bằng a .

Tính biểu thức $z^3 + \frac{1}{z^3}$ theo a .

A. $8a^3 - 3a$. B. $8a^3 - 6a$. C. $a^3 + 6a$. D. $a^3 + 3a$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1 \Leftrightarrow b^2 = 1 - a^2$.

Ta có

$$\begin{aligned} z^3 + \frac{1}{z^3} &= z^3 + \frac{\bar{z}^3}{z^3 \cdot \bar{z}^3} = z^3 + \bar{z}^3 \\ &= (a + bi)^3 + (a - bi)^3 = 8a^3 - 6a. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1383. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z| = 1$ và $z \notin \mathbb{R}$ thì $\frac{z^2 - 1}{z}$

A. Lấy mọi giá trị phức.

B. Lấy mọi giá trị thực.

C. Bằng 0.

D. Là số thuần ảo.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi \Rightarrow z - \bar{z} = 2bi$.

Ta có $z \cdot \bar{z} = |z|^2 = 1$.

Ta lại có $\frac{z^2 - 1}{z} = \frac{z^2 \bar{z} - \bar{z}}{z \cdot \bar{z}} = \frac{z - \bar{z}}{1} = z - \bar{z} = 2bi$ là số thuần ảo.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1384. Cho z và w là hai số phức liên hợp thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z - w| = 2\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $3 < |z| < 4$.

B. $|z| < 1$.

C. $1 < |z| < 3$.

D. $|z| > 4$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $z = \bar{w}, w = \bar{z}, |z| = |w|$.

Từ $|z - w| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (z - w)(\bar{z} - \bar{w}) = 12 \Leftrightarrow |z|^2 + |w|^2 - z\bar{w} - \bar{z}w = 12 \Leftrightarrow 2|z|^2 - z^2 - w^2 = 12 \quad (*)$.

Do $\frac{z}{w^2}$ là số thực nên $\frac{z}{w^2} = \frac{\bar{z}}{\bar{w}^2} = \frac{\bar{z}}{w^2}$. Từ đó suy ra $\frac{z}{w^2} = \frac{w}{z^2}$ hay

$z^3 = w^3 \Leftrightarrow (z - w)(z^2 + zw + w^2) = 0$.

Vậy $z^2 + w^2 = -zw = -|z|^2$. Thay vào (*) ta được $|z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1385. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 + 3i| = 5$ và $\frac{z}{z - 2}$ là số thuần ảo?

A. 2.

B. vô số.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Điều kiện $z \neq 2$.

Ta có $|z + 2 + 3i| = 5 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + (b + 3)^2 = 25 \quad (1)$

Và $\frac{z}{z - 2} = \frac{a + bi}{a - 2 + bi} = \frac{(a + bi)(a - 2 - bi)}{(a - 2)^2 + b^2} = \frac{a^2 - 2a + b^2 + 2bi}{(a - 2)^2 + b^2} = \frac{a^2 - 2a + b^2}{(a - 2)^2 + b^2} + \frac{2bi}{(a - 2)^2 + b^2}$
là số thuần ảo nên có $a^2 - 2a + b^2 = 0 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} (a + 2)^2 + (b + 3)^2 = 25 \\ a^2 - 2a + b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 4a + 6b - 12 = 0 \\ a^2 + b^2 - 2a = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 2a = 0 \\ 6a + 6b - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (2 - a)^2 - 2a = 0 \\ b = 2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases} \\ b = 2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases} \end{cases}$

Với $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ ta được $z = 1 + i$ thỏa mãn.

Với $\begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$ ta được $z = 2$ không thỏa mãn điều kiện, loại.

Vậy có 1 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1386. Tích phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $\frac{2|z|^2}{\bar{z}} + iz + \frac{z - i}{1 - i} = -1 + 2i$ là

A. 1.

B. 0.

C. $-\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có phương trình

$$2z + iz + \frac{z}{1-i} = \frac{i}{1-i} - 1 + 2i$$

$$\Leftrightarrow z \left(2 + i + \frac{1}{1-i} \right) = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2}i \Leftrightarrow z \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{2}i \right) = \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{2}i \right) i \Leftrightarrow z = i.$$

Vậy $z = i$, suy ra tích phần thực và phần ảo bằng $0 \cdot 1 = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1387. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z}{z-i} \right| = 3$ là đường nào?

A. Một đường thẳng.

B. Một đường parabol.

C. Một đường tròn.

D. Một đường elip.

Lời giải.

Cách 1: Giả sử $z = a + bi$ trong đó $(a, b \in \mathbb{R}, z \neq i)$.

Từ giả thiết ta có:

$$|z| = 3|z-i| \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 9a^2 + 9(b-1)^2 \Leftrightarrow 8a^2 + 8b^2 - 18b + 9 = 0 \Leftrightarrow a^2 + \left(b - \frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}.$$

Do đó tập hợp điểm biểu diễn điểm z là một đường tròn.

Cách 2: Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của z, i trong mặt phẳng phức.

Khi đó $AO = |z|$ và $AB = |z-i|$.

Từ đề bài ta có $\frac{AO}{AB} = 3$.

Như vậy, tập hợp điểm A là đường tròn Apollonius của đoạn thẳng OB với tỉ số 3.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1388. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = |z_1| = |z_2| > 0$. Tính $A = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4$.

A. 1.

B. $1-i$.

C. -1 .

D. $1+i$.

Lời giải.

Cách 1: Do $|z_1| = |z_2| > 0$ nên $z_2, z_1 \neq 0$.

Từ đẳng thức $|z_1 - z_2| = |z_1| = |z_2|$, ta có $\left| \frac{z_1}{z_2} - 1 \right| = \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = 1$.

Đặt $w = \frac{z_1}{z_2}$. Bài toán trở thành: Cho số phức w thỏa mãn $|w-1| = |w| = 1$. Tính $A = w^4 + \frac{1}{w^4}$.

Trong mặt phẳng phức, ta gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $w, 1$.

Khi đó $|w| = OA, 1 = OB, |w-1| = AB$. Suy ra $\triangle OAB$ là tam giác đều.

Do đó, w chỉ có thể là $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ hoặc $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó, ta luôn có $w\bar{w} = 1, w + \bar{w} = 1$ và $(w - \bar{w})^2 = -3$.

Ta có

$$A = \left(w^2 - \frac{1}{w^2}\right)^2 + 2 = (w^2 - \bar{w}^2)^2 + 2 = (w - \bar{w})^2 (w + \bar{w})^2 + 2 = 1^2 \cdot (-3) + 2 = -1.$$

Cách 2: Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2 trong mặt phẳng phức.

Khi đó $|z_1| = OA, |z_2| = OB$ và $|z_1 - z_2| = AB$. Suy ra $\triangle OAB$ là tam giác đều.

Không mất tổng quát ta có thể giả sử $z_1 = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ và $z_2 = r(\cos \psi + i \sin \psi)$ trong đó

$$r > 0 \text{ và } \varphi - \psi = \frac{\pi}{3}.$$

Ta có

$$\begin{aligned}\frac{z_1}{z_2} &= \cos(\varphi - \psi) + i \sin(\varphi - \psi) = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}. \\ \frac{z_2}{z_1} &= \cos(\psi - \varphi) + i \sin(\psi - \varphi) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right).\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4 = \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}\right) + \left(\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right)\right) = -1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1389. Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{2-9i}{1+6i}$.

A. $-\frac{52}{37}$.

B. $\frac{52}{37}$.

C. $-\frac{21}{37}$.

D. $\frac{21}{37}$.

Lời giải.

$$z = \frac{2-9i}{1+6i} = \frac{(2-9i)(1-6i)}{(1+6i)(1-6i)} = -\frac{52}{37} - \frac{21}{37}i.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1390. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $z = \frac{3-i}{1+i} + \frac{2+i}{i}$.

A. Phần thực là 2, phần ảo là -4 .

B. Phần thực là 2, phần ảo là $4i$.

C. Phần thực là 2, phần ảo là 4.

D. Phần thực là 2, phần ảo là $-4i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{(3-i)(1-i)}{2} + \frac{(2+i)(-i)}{1} = 2 - 4i. \text{ Vậy số phức } z \text{ có phần thực là 2, phần ảo là } -4.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1391. Cho số phức $z = a+bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$, thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3+2i$. Tính $S = a+b$.

A. $S = \frac{1}{2}$.

B. $S = -1$.

C. $S = 1$.

D. $S = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}(1+i)z + 2\bar{z} &= 3+2i \\ \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + 2(a-bi) &= 3+2i \\ \Leftrightarrow (3a-b) + (a-b)i &= 3+2i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b=3 \\ a-b=2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases}.\end{aligned}$$

Do đó $S = a+b = -1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1392. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = (1+2i) - (-2+i)$. Mô-đun của z bằng

A. 2.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Ta có $(1 + 2i)z = (1 + 2i) - (-2 + i) \Leftrightarrow (1 + 2i)z = 3 + i \Leftrightarrow z = \frac{3 + i}{1 + 2i} = 1 - i$.

Vậy $|z| = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1393. Trong mặt phẳng phức, cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| \leq \sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|z + 1| \leq \sqrt{2}$. B. $|z + i| \leq \sqrt{2}$. C. $|2z + 1 - i| \leq 2$. D. $|2z - 1 + i| \leq 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z - 1 + i| \leq \sqrt{2}$ là hình tròn (1) tâm $I(1; -2)$ bán kính $r = \sqrt{2}$.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $|2z - 1 + i| \leq 3\sqrt{2}$ là hình tròn (2) có tâm $I_1\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $r_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Nhận thấy hình tròn (1) nằm trong hình tròn (2).

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1394. Tính số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2018} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2018}$ có kết quả là

- A. 2. B. -2. C. 2i. D. 1 + i.

Lời giải.

$$z = i^{2018} + (-i)^{2018} = -2.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1395. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1, z_2 \neq 0$ và $z_2^2 - 2z_1z_2 + 2z_1^2 = 0$. Tính $\left|\frac{z_2}{z_1}\right|$.

- A. $\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \sqrt{3}$. B. $\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = 2\sqrt{2}$. C. $\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. D. $\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$z_2^2 - 2z_1z_2 + 2z_1^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 - 2\left(\frac{z_2}{z_1}\right) + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{z_2}{z_1} = 1 \pm i \Rightarrow \left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1396. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = 1$ và $\left|\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z}\right| = 1$?

- A. 6. B. 4. C. 10. D. 8.

Lời giải.

- Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$.
- $\left|\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z}\right| = 1 \Leftrightarrow \frac{|z^2 + \bar{z}^2|}{|z| \cdot |\bar{z}|} = 1 \Leftrightarrow |z^2 + \bar{z}^2| = 1 \Leftrightarrow |2(x^2 - y^2)| = 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 = \pm \frac{1}{2}$.

$$\bullet \text{ Ta có } \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - y^2 = \pm \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3}{4}, y^2 = \frac{1}{2} \\ x^2 = \frac{1}{4}, y^2 = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}, y = \frac{1}{2} \\ x = \frac{\sqrt{3}}{2}, y = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, y = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, y = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{1}{2}, y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = -\frac{1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

• Vậy có 8 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1397. Giả sử $\frac{1}{(1-i)^9} = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó

A. $a = \frac{1}{32}; b = \frac{-1}{32}$. B. $a = 0; b = \frac{1}{32}$. C. $a = \frac{1}{32}; b = 0$. D. $a = b = \frac{1}{32}$.

Lời giải.

Ta có $(1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 = -2i \Rightarrow (1-i)^4 = 4 \Rightarrow (1-i)^8 = 16$.

Khi đó

$$\frac{1}{(1-i)^9} = \frac{1}{16(1-i)} = \frac{1+i}{32}.$$

Vậy $a = b = \frac{1}{32}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1398. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$ là một đường tròn. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R = 4$. B. $R = 16$. C. $R = 8$. D. $R = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} w - 2 &= (1 + \sqrt{3}i)z \\ \Leftrightarrow \frac{w - 2}{1 + \sqrt{3}i} &= z \\ \Leftrightarrow \frac{w - 2}{1 + \sqrt{3}i} - 1 &= z - 1 \\ \Rightarrow \left| \frac{w - 3 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{3}i} \right| &= |z - 1| \\ \Leftrightarrow |w - 3 - \sqrt{3}i| &= |z - 1| \cdot |1 + \sqrt{3}i| = 4. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1399. Cho số phức z , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức z ; iz và $z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Tính mô-đun của số phức z .

A. $2\sqrt{3}$.B. $3\sqrt{2}$.

C. 6.

D. 9.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, với a, b là số thực. Gọi M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn số phức z, iz và $z + iz$.

Khi đó $M(a; b); N(-b; a); P(a - b; a + b)$.

Suy ra $MN = \sqrt{2(a^2 + b^2)}$; $NP = PM = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Suy ra tam giác MNP vuông cân tại P .

Ta có $S_{\Delta MNP} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot NP \cdot PM = 18 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 36 \Leftrightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 6$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1400. Cho số phức $z = a + bi$ (với a, b là số nguyên) thỏa mãn $(1 - 3i)z$ là số thực và $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$. Khi đó $a + b$ bằng

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Lời giải.

Ta có $(1 - 3i)z = (a + 3b) + (b - 3a)i$, $\bar{z} - 2 + 5i = (a - 2) + (5 - b)i$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} b - 3a = 0 \\ (a - 2)^2 + (5 - b)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ 5a^2 - 17a + 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ \begin{cases} a = \frac{7}{5} \text{ (loại)} \\ a = 2 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 6. \end{cases}$$

Vậy $a + b = 8$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1401. Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$, biết $z = \frac{(1 + i)3i}{1 - i}$.

A. 3.

B. -3.

C. 0.

D. -1.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{(1 + i)3i}{1 - i} = \frac{3(-1 + i)}{1 - i} = -3 \Rightarrow \bar{z} = -3 + 0i$. Vậy phần ảo của $\bar{z}$ bằng 0.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1402. Trong mặt phẳng phức, xét hình bình hành tạo bởi các điểm $0, z, \frac{1}{z}$ và $z + \frac{1}{z}$. Biết z có phần thực dương và diện tích hình bình hành bằng $\frac{35}{37}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\left|z + \frac{1}{z}\right|^2$.

A. $\frac{53}{20}$.B. $\frac{60}{37}$.C. $\frac{22}{9}$.D. $\frac{50}{27}$.

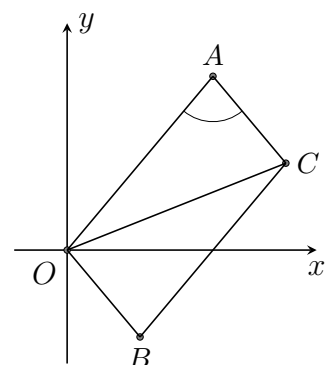
Lời giải.

Gọi O, A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $0, z, \frac{1}{z}, z + \frac{1}{z}$.

Khi đó, diện tích hình bình hành $OACB$ là

$$S = OA \cdot OB \sin \alpha = |z| \cdot \left|\frac{1}{z}\right| \sin \alpha = \frac{35}{37} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{35}{37}.$$

Suy ra, $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{12}{37}$.



Áp dụng định lý cô-sin trong tam giác OAC , ta có

$$\begin{aligned}\left|z + \frac{1}{z}\right|^2 &= OC^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cos \alpha \\ &= |z|^2 + \left|\frac{1}{z}\right|^2 - 2|z| \left|\frac{1}{z}\right| \cos \alpha \geq 2 - 2 \cos \alpha.\end{aligned}$$

— Nếu $\cos \alpha = \frac{12}{37}$ thì $\left|z + \frac{1}{z}\right|^2 \geq 2 - 2 \cdot \frac{12}{37} = \frac{50}{37}$.

— Nếu $\cos \alpha = -\frac{12}{37}$ thì $\left|z + \frac{1}{z}\right|^2 \geq 2 + 2 \cdot \frac{12}{37} = \frac{98}{37}$.

Suy ra, $\left|z + \frac{1}{z}\right|^2$ nhỏ nhất bằng $\frac{50}{37}$ khi $|z| = 1$ và $\cos \alpha = \frac{12}{37}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1403. Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 4z + (m - 2)^2 = 0, m \in \mathbb{R}$ (1). Gọi m_0 là một giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$. Hỏi trong đoạn $[0; 2018]$ có bao nhiêu giá trị nguyên của m_0 ?

A. 2019.

B. 2015.

C. 2014.

D. 2018.

Lời giải.

$$\Delta' = 4 - (m - 2)^2 = 4m - m^2.$$

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$ thì phương trình (1) luôn có 2 nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 .

$$\text{Khi đó } |z_1| = |z_2| \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = z_2 \\ z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0. \end{cases} \quad (\text{Điều này không xảy ra}).$$

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 0 \end{cases}$ thì phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 .

$$z_1 = 2 + \sqrt{m^2 - 4m} \cdot i \text{ và } z_2 = 2 - \sqrt{m^2 - 4m} \cdot i$$

$$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{4 + m^2 - 4m} = |m - 2|.$$

Vậy $\begin{cases} m > 4 \\ m < 0 \end{cases}$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện bài toán.

Kết hợp điều kiện suy ra $4 < m \leq 2018$, suy ra có 2014 số m_0 nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1404. Tính tổng $S = 1 + i^3 + i^6 + \dots + i^{2016}$.

A. $S = 1$.

B. $S = -1$.

C. $S = i$.

D. $S = -i$.

Lời giải.

Ta có $1, i^3, i^6, \dots, i^{2016}$ là một cấp số nhân có 673 số hạng với $u_1 = 1$ và $q = i^3$ nên

$$S = \frac{1 - (i^3)^{673}}{1 - i^3} = \frac{1 - i^3 \cdot (-i)^{672}}{1 + i} = \frac{1 - i^3}{1 + i} = 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1405. Phần ảo của số phức $z = \frac{1 - (1 - i)^{33}}{1 - i} + \overline{(1 - 2i)}$ là

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{5}{2}i$.

C. $-\frac{3}{2}i$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$z = \frac{1}{1 - i} - (1 - i)^{32} + 1 + 2i = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i - (1 - i)^{32} = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i - (-2i)^{16} = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i - (-4)^8.$$

Vậy phần ảo của số phức z là $\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1406. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = z(1 + i)$ là đường tròn nào dưới đây?

A. Tâm $I(3; -1)$, $R = 3\sqrt{2}$.

B. Tâm $I(-3; 1)$, $R = 3$.

C. Tâm $I(-3; 1)$, $R = 3\sqrt{2}$.

D. Tâm $I(3; -1)$, $R = 3$.

Lời giải.

Ta có $w = z(1 + i) \Leftrightarrow z = \frac{w}{1 + i}$. Thay z vào điều kiện $|z - 1 + 2i| = 3$, ta được

$$\left| \frac{w}{1 + i} - 1 + 2i \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{1}{1 + i} \right| \cdot |w - 3 + i| = 3$$

$$\Leftrightarrow |w - 3 + i| = 3\sqrt{2}.$$

Giả sử số phức $w = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta được

$$(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = (3\sqrt{2})^2.$$

Vậy tập hợp của số phức w là đường tròn tâm $I(3; -1)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1407. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z + (2 - i)^2 = 5 - 4i$ là

A. $M(1; 1)$.

B. $M(1; 2)$.

C. $M(1; -1)$.

D. $M(-1; 1)$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{5 - 4i - (2 - i)^2}{1 - i} = 1 + i \Rightarrow M = (1; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1408. Cho $i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2018i^{2018} = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và i là đơn vị ảo. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a = -1010$.

B. $a = -1009$.

C. $a = 1010$.

D. $a = 1009$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2018}$.

$f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + 2018x^{2017}$.

$$\Rightarrow xf'(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + 2018x^{2018} \quad (1)$$

Mặt khác: $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2018} = \frac{x^{2019} - 1}{x - 1}$.

$$f'(x) = \left(\frac{x^{2019} - 1}{x - 1} \right)' = \frac{2019x^{2018}(x - 1) - (x^{2019} - 1)}{(x - 1)^2}.$$

$$\Rightarrow xf'(x) = x \frac{2019x^{2018}(x - 1) - (x^{2019} - 1)}{(x - 1)^2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + 2018x^{2018} = x \frac{2019x^{2018}(x - 1) - (x^{2019} - 1)}{(x - 1)^2} \quad (3)$$

Thay $x = i$ vào (3) ta được

$$i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2018i^{2018} = i \cdot \frac{2019i^{2018}(i - 1) - (i^{2019} - 1)}{(i - 1)^2} = -1010 + 1009i.$$

Vậy $a = -1010$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1409. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$ thỏa mãn $|z - 1| \leq 2$. Tính diện tích của hình (H) .

A. 8π .B. 18π .C. 16π .D. 4π .

Lời giải.

Ta có $w = (1 + \sqrt{3}i)(z - 1) + 3 + \sqrt{3}i \Leftrightarrow w - 3 - \sqrt{3}i = (1 + \sqrt{3}i)(z - 1)$,

Lấy mô-đun 2 vế, ta được $|w - 3 - \sqrt{3}i| = |1 + \sqrt{3}i| \cdot |z - 1| \leq 2 \cdot 2 = 4$.

Do đó, (H) là hình tròn bán kính 4 nên diện tích hình (H) bằng 16π .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1410. Cho z và w là hai số phức liên hợp thỏa mãn $\frac{z}{w^2}$ là số thực và $|z - w| = 2\sqrt{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $|z| < 1$.B. $3 < |z| < 4$.C. $|z| > 4$.D. $1 < |z| < 3$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $z = \bar{w}$, $\bar{z} = w$ và $|z| = |w|$.

Từ $|z - w| = 2 \Leftrightarrow (z - w)(\bar{z} - \bar{w}) = 4 \Leftrightarrow |z|^2 + |w|^2 - z\bar{w} - \bar{z}w = 4 \Leftrightarrow 2|z|^2 - z^2 - \bar{z}^2 = 4 \quad (*)$.

Do $\frac{z}{w^2}$ là số thực nên $\frac{z}{w^2} = \frac{\bar{z}}{\bar{w}^2} = \frac{\bar{z}}{w^2}$. Từ đó suy ra $\frac{z}{w^2} = \frac{w}{z^2}$, hay

$$z^3 = w^3 \Leftrightarrow (z - w)(z^2 - zw + w^2) = 0.$$

Vậy $z^2 + w^2 = zw = |z|^2$. Thay vào $(*)$ ta có

$$|z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1411. Tìm phần ảo của số phức $z = 2017 - 2018i$.

A. -2018 .B. 2017 .C. 2018 .D. $-2018i$.

Lời giải.

Phần ảo của $z = 2017 - 2018i$ là -2018 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1412. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 + i}$. Tính mô-đun của số phức $\bar{z} - iz$.

A. $8\sqrt{2}$.B. 8 .C. 16 .D. -8 .

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = -4 + 4i$, suy ra $z = -4 - 4i$. Vậy $|\bar{z} - iz| = |-8 + 8i| = 8\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1413. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 - 3i)z + (2 + 3i)\bar{z} = 12 - i$. Tính $P = a^2 - b^3$.

A. -3 .B. -1 .C. 1 .D. 3 .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 12 - i &= (1 - 3i)z + (2 + 3i)\bar{z} = (1 - 3i)(a + bi) + (2 + 3i)(a - bi) \\ &= (3a + 6b) - bi. \end{aligned}$$

Do đó

$$\begin{cases} 3a + 6b = 12 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1. \end{cases}$$

Vậy $P = a^2 - b^3 = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1414. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_2}{z_1}$.

A. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

B. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$.

C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_2 \cdot \bar{z}_1}{z_1 \cdot \bar{z}_1} = \frac{(3-i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{1-7i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1415. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là phần mặt phẳng chứa các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\frac{z}{16}$ và $\frac{16}{\bar{z}}$ có phần thực và phần ảo đều thuộc đoạn $[0; 1]$. Tính diện tích S của (H) .

A. $S = 256$.

B. $S = 64\pi$.

C. $S = 16(4 - \pi)$.

D. $S = 32(6 - \pi)$.

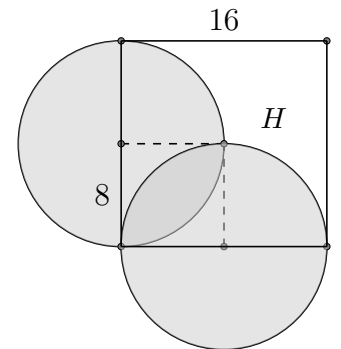
Lời giải.

Giả sử số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Vì $\frac{z}{16}$ có phần thực và phần ảo thuộc $[0; 1]$ nên $0 \leq a; b \leq 16$.

Vì $\frac{16}{\bar{z}}$ có phần thực và phần ảo thuộc $[0; 1]$ nên $0 \leq \frac{16a}{a^2 + b^2}; \frac{16b}{a^2 + b^2} \leq 1$.

$$\text{Từ đây ta rút ra hệ thức: } \begin{cases} 16a \leq a^2 + b^2 \\ 16b \leq a^2 + b^2 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} (a-4)^2 + b^2 \geq 0 \\ a^2 + (b-4)^2 \geq 0 \end{cases}.$$



Suy ra, miền (H) , miền biểu diễn số phức z là miền mà sau khi lấy hình vuông bỏ đi hai nửa hình tròn như hình vẽ bên.

$$\text{Ta có } S_H = 16 \cdot 16 - 8 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 64\pi = 192 - 32\pi = 32(6 - \pi).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1416. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ và parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn thành hai phần. Gọi S_1 là diện tích phần nhỏ, S_2 là diện tích phần lớn. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$?

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3\pi + 2}{9\pi - 2}$.

B. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3\pi + 2}{9\pi + 2}$.

C. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3\pi - 2}{9\pi + 2}$.

D. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3\pi + 1}{9\pi - 1}$.

Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = \pm 2 \end{cases}$.

Phương trình nửa đường tròn phía trên Ox là $y = \sqrt{8 - x^2}$.

Khi đó $S_1 = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{8 - x^2} - \frac{x^2}{2} \right) dx$.

Trong đó

$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 \sqrt{8 - x^2} dx &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{8(1 - \sin^2 t)} \cdot 2\sqrt{2} \cos t dt \\ &= 8 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = 4 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt = 2\pi + 4. \end{aligned}$$

Khi đó $S_1 = 2\pi + 4 - \frac{8}{3} = 2\pi + \frac{4}{3}$. Hình tròn có bán kính $R = \sqrt{8}$ nên có diện tích là 8π .

Do đó $S_2 = 8\pi - \left(2\pi + \frac{4}{3} \right) = 6\pi - \frac{4}{3}$. Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3\pi + 2}{9\pi - 2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1417. Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức z biết z thỏa mãn phương trình $(1+i)\bar{z} = 3 - 5i$.

A. $M(-1; 4)$.

B. $M(-1; -4)$.

C. $M(1; 4)$.

D. $M(1; -4)$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = \frac{3 - 5i}{1 + i} = -1 - 4i \Rightarrow z = -1 + 4i \Rightarrow M(-1; 4)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1418. Phần thực và phần ảo của số phức $z = \frac{\sqrt{3} + i}{1 - i}$ lần lượt bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{3} - 1$ và $\sqrt{3} + 1$. B. $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ và $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ và $\sqrt{3} + 1$. D. $\sqrt{3} - 1$ và $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$z = \frac{\sqrt{3} + i}{1 - i} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} + \frac{1 + \sqrt{3}}{2}i.$$

Do đó phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt bằng $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ và $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1419. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{z}{z-1} \right| = 3$ là

A. Đường tròn $x^2 + y^2 - \frac{9}{4}x - \frac{9}{8} = 0$.

B. Đường tròn $x^2 + y^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{8} = 0$.

C. Đường tròn $x^2 + y^2 + \frac{9}{4}x + \frac{9}{8} = 0$.

D. Đường tròn tâm $I\left(0; \frac{9}{8}\right)$ và bán kính $R = \frac{1}{8}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có

$$\begin{aligned} & \left| \frac{z}{z-1} \right| = 3 \\ \Leftrightarrow & |z| = 3|z-1| \\ \Leftrightarrow & x^2 + y^2 = 9(x-1)^2 + 9y^2 \\ \Leftrightarrow & 8x^2 + 8y^2 - 18x + 9 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + y^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{8} = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1420. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$. Tính mô-đun của số phức $w = z + 1 - 2i$.

A. 7.

B. $\sqrt{7}$.

C. 25.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} &= 7+8i \Leftrightarrow (2+i)z + 3+i = 7+8i \\ &\Leftrightarrow (2+i)z = 4+7i \\ &\Leftrightarrow z = \frac{4+7i}{2+i} = 3+2i. \end{aligned}$$

Suy ra $w = z + 1 - 2i = 3 + 2i + 1 - 2i = 4 \Rightarrow |w| = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1421. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = 8+i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ của z là

A. $\bar{z} = -2 - 3i$.

B. $\bar{z} = -2 + 3i$.

C. $\bar{z} = 2 + 3i$.

D. $\bar{z} = 2 - 3i$.

Lời giải.

Ta có $(1+2i)z = 8+i \Leftrightarrow z = \frac{8+i}{1+2i} = 2-3i \Rightarrow \bar{z} = 2+3i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1422. Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{3}{i}$.

A. -1.

B. 1.

C. -3.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{3}{i} \Leftrightarrow z = \frac{-3i}{-i^2} = -3i$. Phần ảo của z bằng -3.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1423. Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{2}{1+i}$ là số phức nào trong các số phức dưới đây?

A. $\frac{-2}{1-i}$.

B. $1-i$.

C. $\frac{-2}{1+i}$.

D. $1+i$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{2}{1+i} = \frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1-i$. Suy ra $\bar{z} = 1+i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1424. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = \frac{1+5i}{2i}$ bằng

A. 3.

B. -2.

C. 2.

D. -3.

Lời giải.Đặt $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$.Ta có $z = \frac{1+5i}{2i} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$.Suy ra $a = \frac{5}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$.Vậy $a + b = 2$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1425.** Cho số phức $z = 2 + 3i$, khi đó $\frac{z}{\bar{z}}$ bằngA. $\frac{5-12i}{13}$.B. $\frac{-5-12i}{13}$.C. $\frac{-5+12i}{13}$.D. $\frac{5-6i}{11}$.**Lời giải.**Ta có $\frac{z}{\bar{z}} = \frac{2+3i}{2-3i} = \frac{(2+3i)^2}{(2+3i)(2-3i)} = \frac{4+12i+9i^2}{4-9i^2} = \frac{-5+12i}{13}$ Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1426.** Tính mô-đun của số phức thỏa mãn: $z(2-i) + 13i = 1$.A. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.B. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{2}$.C. $|z| = 34$.D. $|z| = \sqrt{34}$.**Lời giải.**Ta có: $z(2-i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1-13i}{2-i} = 3-5i$.Khi đó $|z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1427.** Tìm số phức z biết $z = \frac{3+4i}{i^{2019}}$ A. $z = 4-3i$.B. $z = -4+3i$.C. $z = 3-4i$.D. $z = 3+4i$.**Lời giải.**Ta có: $i^{2019} = i \cdot i^{2018} = i \cdot (i^2)^{1009} = i \cdot (-1)^{1009} = -i$.KHí đó: $z = \frac{3+4i}{i^{2019}} = \frac{3+4i}{-i} = -4+3i$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1428.** Số phức $z = \frac{2-3i}{1+i}$ có mô-đun bằngA. $|z| = \frac{\sqrt{26}}{3}$.B. $|z| = 3\sqrt{26}$.C. $|z| = 2\sqrt{26}$.D. $|z| = \frac{\sqrt{26}}{2}$.**Lời giải.**Ta có $z = \frac{2-3i}{1+i} = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$. Khi đó, $|z| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1429.** Cho số phức $z = 1+i$. Tính mô-đun của số phức $w = \frac{\bar{z}+2i}{z-1}$.A. $|w| = \sqrt{2}$.B. $|w| = \sqrt{3}$.C. $|w| = 1$.D. $|w| = 2$.**Lời giải.** $w = \frac{1-i+2i}{1+i-i} = 1+i \Rightarrow |w| = \sqrt{2}$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1430.** Tìm phần thực và ảo của số phức $z = \frac{3-i}{1+i} + \frac{2+i}{i}$.A. Phần thực bằng 2; phần ảo bằng $-4i$.B. Phần thực bằng 2; phần ảo bằng -4 .

C. Phần thực bằng 2; phần ảo bằng $4i$.D. Phần thực bằng -2 ; phần ảo bằng 4 .**Lời giải.**

$$z = \frac{(3-i)i + (2+i)(1+i)}{(1+i)i} = \frac{2+6i}{-1+i} = 2-4i.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1431. Tìm số phức z thỏa mãn $(3+i)\bar{z} + (1+2i)z = 3-4i$.A. $z = 2+5i$.B. $z = 2+3i$.C. $z = -1+5i$.D. $z = -2+3i$.**Lời giải.**Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$

$$\begin{aligned} (3+i)\bar{z} + (1+2i)z &= 3-4i \\ \Leftrightarrow (3+i)(x-yi) + (1+2i)(x+yi) &= 3-4i \\ \Leftrightarrow 4x-y + (3x-2y)i &= 3-4i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-y=3 \\ 3x-2y=-4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases} \\ \Rightarrow z &= 2+5i. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1432. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2i| = |z+2|$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+2i| + |z-5+9i|$.A. $\sqrt{70}$.B. $4\sqrt{5}$.C. $\sqrt{74}$.D. $3\sqrt{10}$.**Lời giải.**Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$

$$\begin{aligned} |z-2i| &= |z+2| \\ \Leftrightarrow |(x+yi)-2i| &= |x+yi+2| \\ \Leftrightarrow x^2 + (y-2)^2 &= (x+2)^2 + y^2 \\ \Leftrightarrow x+y &= 0. \end{aligned}$$

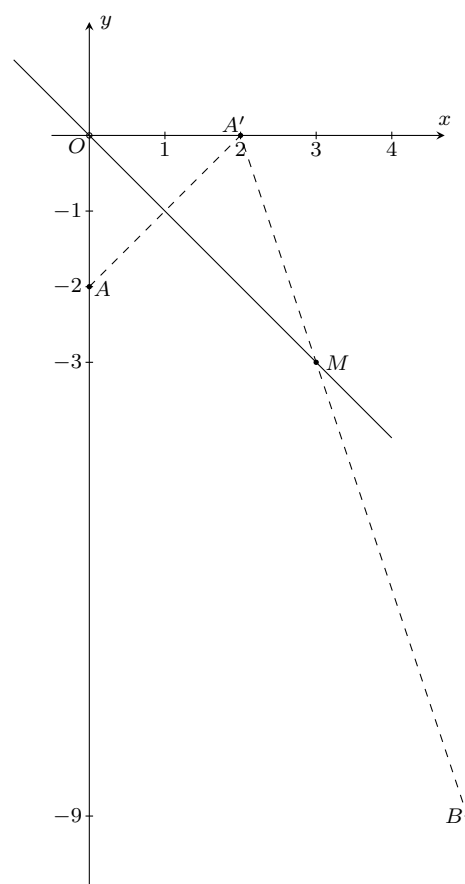
$$P = |z+2i| + |z-5+9i| = |z-(-2i)| + |z-(5-9i)|.$$

Xét $A(0; -2), B(5; -9)$. Bài toán trở thành cho điểm $M(x; y)$ thuộc đường thẳng $x+y=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $MA+MB$.

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng $x+y=0 \Rightarrow A'(2; 0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B} = (3; -9) \Rightarrow A'B = 3\sqrt{10}$.

$$MA+MB = MA'+MB \geq A'B.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $3\sqrt{10}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1433. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 9-8i$. Mô-đun của số phức $w = z+1+i$ bằng

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Lời giải.

Ta có $(2+i)z = 9-8i \Leftrightarrow z = \frac{9-8i}{2+i} = 2-5i$.

Do đó $w = z+1+i = 3-4i$.

Vậy $|w| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1434. Có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i| = \sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải.

Gọi $z = a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\text{— } |z+3i| = \sqrt{13} \Leftrightarrow a^2 + (b+3)^2 = 13 \quad (1).$$

$$\text{— } w = \frac{z}{z+2} = \frac{a+bi}{a+2+bi} = \frac{(a+bi)(a+2-bi)}{(a+2)^2 + b^2} = \frac{a^2 + 2a + b^2 + 2bi}{(a+2)^2 + b^2} \quad (z \neq -2).$$

$$\text{— } w \text{ là số thuần ảo} \Leftrightarrow a^2 + 2a + b^2 = 0 \quad (2).$$

Lấy (1) – (2) ta được $6a - 2b = 4 \Leftrightarrow a = 3b - 2$.

Thay $a = 3b - 2$ vào (1) ta được $10b^2 - 6b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \frac{3}{5} \end{cases}$.

$$\text{— } b = 0 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow z = -2 \text{ (loại)}.$$

$$\text{— } b = \frac{3}{5} \Rightarrow a = -\frac{1}{5} \Rightarrow z = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i \text{ (nhận)}.$$

Vậy có 1 số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1435. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $(1+i)z + 3 = -2i$.

- A. $|z| = \frac{5}{2}$. B. $|z| = \frac{\sqrt{26}}{2}$. C. $|z| = \sqrt{26}$. D. $|z| = \sqrt{13}$.

Lời giải.

Ta có $(1+i)z = -3-2i$, suy ra $|(1+i)z| = |-3-2i|$, hay $|z| = \frac{|-3-2i|}{|1+i|} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{26}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1436. Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1$ và $\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$. Tính $P = a+b$.

- A. $P = 7$. B. $P = -1$. C. $P = 1$. D. $P = 2$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có

$$\begin{cases} |z-1| = |z-i| \\ |z-3i| = |z+i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 \\ a^2 + (b-3)^2 = a^2 + (b+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 1.$$

Vậy $P = 1+1 = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1437. Cho số phức z thỏa $2z + 3\bar{z} = 10 + i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = 1$. B. $|z| = 3$. C. $|z| = \sqrt{3}$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Khi đó từ giả thiết ta suy ra

$$\begin{aligned} 2(a + bi) + 3(a - bi) &= 10 + i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3a = 10 \\ 2b - 3b = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó $|z| = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1438. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\left| \frac{(12 - 5i)z + 17 + 7i}{z - 2 - i} \right| = 13$ có phương trình nào sau đây?

- A. (d): $6x + 4y - 3 = 0$. B. (d): $x + 2y - 1 = 0$.
C. (C): $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$. D. (C): $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \left| \frac{(12 - 5i)z + 17 + 7i}{z - 2 - i} \right| &= 13 \\ \Leftrightarrow |12 - 5i||z + 1 + i| &= 13|z - 2 - i| \\ \Leftrightarrow |z + 1 + i| &= |z - 2 - i| \\ \Leftrightarrow 6x + 4y - 3 &= 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1439. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa $z\bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = -17$. B. $S = 5$. C. $S = 7$. D. $S = 17$.

Lời giải.

Từ $z\bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i$ lấy liên hợp hai vế ta được $z\bar{z} - 12|z| + (\bar{z} - z) = 13 + 10i$ (*).

Khi đó $2|z|^2 - 24|z| - 26 = 0 \Rightarrow |z| = 13$.

Từ (*) ta có $z - \bar{z} = -10i \Rightarrow b = -5 \Rightarrow a = 12 \Rightarrow S = 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1440. Tìm số phức liên hợp của số phức z thỏa $(-7 + 6i)z = 1 - 2i$.

- A. $\bar{z} = -\frac{19}{85} + \frac{8}{85}i$. B. $\bar{z} = -\frac{19}{85} - \frac{8}{85}i$. C. $\bar{z} = \frac{19}{85} - \frac{8}{85}i$. D. $\bar{z} = \frac{19}{85} + \frac{8}{85}i$.

Lời giải.

Ta có $(-7 + 6i)z = 1 - 2i \Leftrightarrow z = \frac{1 - 2i}{-7 + 6i} = \frac{-19 + 8i}{85} = \frac{-19}{85} + \frac{8}{85}i$. Vậy $\bar{z} = \frac{-19}{85} - \frac{8}{85}i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1441. Cho $z = 1 + 3i$. Tính $\frac{1}{z}$.

A. $\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i$.

B. $\frac{1}{10}i - \frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$.

D. $-\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$.

Lời giải.

$$\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z \cdot \bar{z}} = \frac{1 - 3i}{(1 + 3i)(1 - 3i)} = \frac{1 - 3i}{10} = \frac{1}{10} - \frac{3}{10}i.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1442. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $S = a + b$.

A. $S = -\frac{1}{2}$.

B. $S = 1$.

C. $S = \frac{1}{2}$.

D. $S = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}(1 + i)z + 2\bar{z} &= 3 + 2i \Leftrightarrow (1 + i)(a + bi) + 2(a - bi) = 3 + 2i \\ &\Leftrightarrow (a - b) + (a + b)i + 2a - 2bi = 3 + 2i \\ &\Leftrightarrow 3a - b + (a - b)i = 3 + 2i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 3 \\ a - b = 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy $T = a + b = -1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1443. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 5$ và $|z + 3| = |z + 3 - 10i|$. Tìm số phức $w = z - 4 + 3i$.

A. $w = -1 + 7i$.

B. $w = -3 + 8i$.

C. $w = 1 + 3i$.

D. $w = -4 + 8i$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Từ $|z| = 5 \Leftrightarrow |a + bi| = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 25$

$$\begin{aligned}|z + 3| &= |z + 3 - 10i| \Leftrightarrow |a + bi + 3| = |a + bi + 3 - 10i| \\ &\Leftrightarrow (a + 3)^2 + b^2 = (a + 3)^2 + (b - 10)^2 \\ &\Leftrightarrow b = 5.\end{aligned}$$

$$\text{Từ } \begin{cases} a^2 + b^2 = 25 \\ b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 5. \end{cases}$$

Vậy $w = 5i - 4 + 3i = 5i - 4 + 3i = -4 + 8i$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1444. Cho số phức $z_1 = a - 2i$, $z_2 = 1 + bi$. Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$, biết $z_1 z + z_2 z = 1 + i$.

A. $\frac{a + b - 1}{(a + 1)^2 + (b - 2)^2}$. B. $\frac{a - b + 3}{(a + 1)^2 + (b - 2)^2}$. C. $\frac{b - a - 3}{(a + 1)^2 + (b - 2)^2}$. D. $\frac{1 - a - b}{(a + 1)^2 + (b - 2)^2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z &= \frac{1+i}{z_1+z_2} = \frac{1+i}{a+1+(b-2)i} \\ &= \frac{(1+i)[a+1-(b-2)i]}{(a+1)^2+(b-2)^2} \\ &= \frac{a+1+b-2+(a+1-b+2)i}{(a+1)^2+(b-2)^2} \\ &= \frac{a+b-1+(a-b+3)i}{(a+1)^2+(b-2)^2} \\ \Rightarrow \bar{z} &= \frac{a+b-1-(a-b+3)i}{(a+1)^2+(b-2)^2}. \end{aligned}$$

Vậy phần ảo của số phức $\bar{z}$ là $\frac{b-a-3}{(a+1)^2+(b-2)^2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1445. Số phức $z = \frac{2+i}{4+3i}$ bằng

- A. $\frac{11}{25} - \frac{2}{25}i$. B. $\frac{11}{5} + \frac{2}{5}i$. C. $\frac{11}{25} + \frac{2}{25}i$. D. $\frac{11}{5} - \frac{2}{5}i$.

Lời giải.

$$\text{Có } z = \frac{2+i}{4+3i} = \frac{(2+i)(4-3i)}{4^2+3^2} = \frac{11-2i}{25} = \frac{11}{25} - \frac{2}{25}i.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1446. Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i)$.

- A. -9. B. 9. C. 13. D. -13.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} z + 2\bar{z} &= (2-i)^3(1-i) \Leftrightarrow x + yi + 2(x - yi) = (2-11i)(1-i) \\ &\Leftrightarrow 3x - yi = -9 - 13i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -9 \\ -y = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 13. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phần ảo của số phức z là 13.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1447. Số phức z thỏa $\frac{\bar{z}}{4-3i} + (2-3i) = 5-2i$. Mô-đun của z bằng

- A. $|z| = 10\sqrt{2}$. B. $|z| = \sqrt{10}$. C. $|z| = 250$. D. $|z| = 5\sqrt{10}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{\bar{z}}{4-3i} + (2-3i) &= 5-2i \Leftrightarrow \frac{\bar{z}}{4-3i} = 3+i \\ &\Leftrightarrow \bar{z} = (3+i)(4-3i) \\ &\Leftrightarrow \bar{z} = 15-5i \Leftrightarrow z = 15+5i. \end{aligned}$$

Vậy mô-đun của số phức z là $|z| = \sqrt{15^2+5^2} = 5\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1448. Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$ ($z' \neq 0$, $a, a', b, b' \in \mathbb{R}$). Số phức $\frac{z}{z'}$ có phần thực là

A. $\frac{aa' + bb'}{a^2 + b^2}$.

B. $\frac{2bb'}{a'^2 + b'^2}$.

C. $\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2}$.

D. $\frac{a + a'}{a^2 + b^2}$.

Lời giải.

$$\frac{z}{z'} = \frac{a + bi}{a' + b'i} = \frac{(a + bi)(a' - b'i)}{a'^2 + b'^2} = \frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2} + \frac{a'b - ab'}{a'^2 + b'^2}i.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1449.** Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng

A. 5.

B. $-\frac{3}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. -5.

Lời giải.Thay $|z|^2 = z\bar{z}$ vào biểu thức ở đề bài ta có

$$\begin{aligned} \frac{z\bar{z}}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} &= 0 \Leftrightarrow \bar{z} + 2iz + \frac{2(z+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 0 \\ &\Leftrightarrow \bar{z} + 2iz + (1+i)z + i - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \bar{z} + z + 3iz + i - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2a + 3i(a + bi) + i - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2a - 3b - 1 + i(3a + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b - 1 = 0 \\ 3a + 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = -\frac{5}{9} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $\frac{a}{b} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{5}{9}} = \frac{3}{5}$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 1450.** Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$ biết rằng z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z + 1 \right| = 1$.

A. 2.

B. 3.

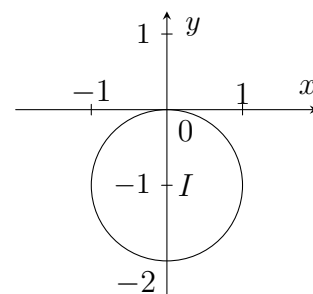
C. $\sqrt{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z + 1 \right| = 1 \Leftrightarrow |-iz + 1| = 1 \Leftrightarrow |-i| \cdot \left| z - \frac{1}{i} \right| = 1$
 $\Leftrightarrow |z + i| = 1$.

Gọi $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow M(x; y)$ nằm trên đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính bằng 1 $\Rightarrow$ giá trị lớn nhất của $|z|$ là 2.

Chọn đáp án **A** □**Câu 1451.** Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)\bar{z} = 2+11i$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z| + |\bar{z}|$.

A. 5.

B. $\sqrt{10}$.

C. 10.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

$$(2+i)\bar{z} = 2+11i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{2+11i}{2+i} = 3+4i \Rightarrow z = 3-4i.$$

Giá trị biểu thức $A = |z| + |\bar{z}| = 5 + 5 = 10$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1452. Tìm số phức z thỏa mãn $(3 - 2i)z - 2 = z + 18i$.

A. $z = -4 + 5i$.

B. $z = 4 + 5i$.

C. $z = 4 - 5i$.

D. $z = -4 - 5i$.

Lời giải.

Ta có $(3 - 2i)z - 2 = z + 18i \Leftrightarrow z = \frac{2 + 18i}{2 - 2i} = -4 + 5i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1453. Cho số phức z thỏa mãn $|z| + z + 5i = 25$. Khi đó mô-đun z bằng

A. 12.

B. 10.

C. 11.

D. 13.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$|z| + z + 5i = 25 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} + x + yi + 5i = 25$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + x = 25 \\ y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 25} = 25 - x \\ y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 25 = (25 - x)^2 \\ x \leq 25 \\ y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = -5 \end{cases}$$

Vậy $z = 12 - 5i \Rightarrow |z| = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1454. Xét số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 3i| = 5$. Khi đó, tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có

A. tâm $I(1; -3)$, bán kính $R = 25$.

B. tâm $I(-1; 3)$, bán kính $R = 25$.

C. tâm $I(-1; 3)$, bán kính $R = 5$.

D. tâm $I(1; -3)$, bán kính $R = 5$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$|z + 1 - 3i| = 5 \Leftrightarrow |(x + 1) + (y - 3)i| = 5 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(-1; 3)$, bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1455. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm mô-đun của số phức $w = \bar{z} + \frac{13}{z}$.

A. $\sqrt{10}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 4.

D. $2\sqrt{13}$.

Lời giải.

Ta có: $w = 2 + 3i + \frac{13}{2 - 3i} = 4 + 6i$. Vậy $|z| = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1456. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = \frac{13}{12 + 5i}$.

A. $\bar{z} = \frac{13}{12 - 5i}$.

B. $\bar{z} = \frac{12}{13} - \frac{5}{13}i$.

C. $\bar{z} = \frac{13}{12} + \frac{13}{5}i$.

D. $\bar{z} = \frac{13}{12} - \frac{13}{5}i$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{13}{12 + 5i} = \frac{12}{13} - \frac{5}{13}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{12}{13} + \frac{5}{13}i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1457. Số phức $z = (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{2018}$ có phần ảo bằng

A. $2^{1009} - 1$.

B. $2^{1009} + 1$.

C. $1 - 2^{1009}$.

D. $-2^{1009} - 1$.

Lời giải.

Ta có

$$z = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{2018} = (1+i) \frac{(1+i)^{2018} - 1}{(1+i) - 1} = \frac{(1+i)^{2019} - 1 - i}{i}.$$

$$(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i \Rightarrow (1+i)^4 = (2i)^2 = -2^2$$

$$\Rightarrow (1+i)^{2019} = (1+i)^{4 \cdot 504 + 3} = (1+i)^{4 \cdot 504} \times (1+i)^2 \times (1+i) = 2^{1009} \cdot i \cdot (1+i).$$

$$\Rightarrow z = 2^{1009}(1+i) - \frac{1}{i} - 1 = 2^{1009}(1+i) + i - 1 = (2^{1009} - 1) + (2^{1009} + 1)i.$$

Vậy phần ảo của z bằng $2^{1009} + 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1458. Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z|(2+i) = z - 1 + i(2z+3)$. Tính $S = 3a + 5b$.

A. $S = -11$.

B. $S = -5$.

C. $S = -1$.

D. $S = 1$.

Lời giải.

ta có

$$\begin{aligned} |z|(2+i) = z - 1 + i(2z+3) &\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}(2+i) = a+bi-1+(2a+2bi+3)i \\ &\Leftrightarrow 2\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{a^2+b^2}i = a-2b-1+(2a+b+3)i. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra
$$\begin{cases} a-2b-1 = 2\sqrt{a^2+b^2} \\ 2a+b+3 = \sqrt{a^2+b^2}. \end{cases}$$

Giải hệ ta được $a = 3$ và $b = -4$, từ đó suy ra $S = 3a + 5b = -11$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1459. Tìm phần ảo của số phức z biết z thỏa mãn $|z-2i| = |\bar{z}+2+4i|$ và $\frac{z-i}{\bar{z}+i}$ là số thuần ảo.

A. $\frac{5}{12}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $-\frac{3}{17}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z-2i| = |\bar{z}+2+4i| \Leftrightarrow a^2 + (b-2)^2 = (a+2)^2 + (4-b)^2 \Leftrightarrow b-a=4 \Leftrightarrow b=a+4$.

Đồng thời $\frac{z-i}{\bar{z}+i} = \frac{a+(b-1)i}{a+(1-b)i} = \frac{[a+(b-1)i]^2}{a^2+(b-1)^2} = \frac{a^2-(b-1)^2+2a(b-1)i}{a^2+(b-1)^2}i$

Khi đó số phức $\frac{z-i}{\bar{z}+i}$ là số thuần ảo khi $a^2-(b-1)^2=0$, thay $b=a+4$ vào ta được

$$a^2-(a+3)^2=0 \Leftrightarrow a=-\frac{3}{2} \Rightarrow b=\frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1460. Số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là nghiệm của phương trình $(1+2i)z - 8 - i = 0$. Tính $S = a + b$.

A. $S = -1$.

B. $S = 1$.

C. $S = -5$.

D. $S = 5$.

Lời giải.

Vì $(1+2i)z - 8 - i = 0 \Leftrightarrow z = \frac{8+i}{1+2i} = \frac{(8+i)(1-2i)}{1+4} = \frac{10-15i}{5} = 2-3i$ nên $\begin{cases} a=2 \\ b=-3. \end{cases}$

Vậy $S = a + b = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1461. Cho số phức z thỏa mãn $|z - |z|| = \sqrt{2}$. Biết rằng phần thực của z bằng a . Tính $|z|$ theo a .

A. $|z| = \frac{1}{a-1}$.

B. $|z| = \frac{a - \sqrt{a^2 + 1}}{2}$. C. $|z| = \frac{a + \sqrt{a^2 + 1}}{2}$. D. $|z| = \frac{a + \sqrt{a^2 + 4}}{2}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} & |z - |z|| = \sqrt{2} \\ \Leftrightarrow & |z - |z||^2 = 2 \\ \Leftrightarrow & (z - |z|) \cdot (\overline{z - |z|}) = 2 \\ \Leftrightarrow & (z - |z|) \cdot (\bar{z} - |z|) = 2 \\ \Leftrightarrow & |z|^2 - a \cdot |z| - 1 = 0 \\ \Rightarrow & |z| = \frac{a + \sqrt{a^2 + 4}}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1462. Trong tập hợp số phức, phương trình $\frac{4}{z+1} = 1-i$ có nghiệm là

A. $z = 2 - i$.

B. $z = 5 - 3i$.

C. $z = 1 + 2i$.

D. $z = 3 + 2i$.

Lời giải.

Điều kiện $z \neq -1$.

Phương trình $\frac{4}{z+1} = 1-i \Leftrightarrow z+1 = \frac{4}{1-i} \Leftrightarrow z = \frac{4}{1-i} - 1 = 1+2i$.

Chọn đáp án **(C)** □

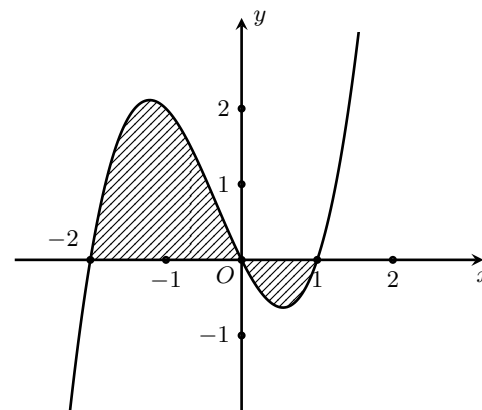
Câu 1463. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, diện tích hình phẳng phần tô đậm được tính theo công thức

A. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.

C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$.



Lời giải.

Ta có $S = \int_{-2}^0 |f(x)| dx + \int_0^1 |f(x)| dx$.

Từ đồ thị hàm số suy ra $f(x) \geq 0, \forall x \in [-2; 0]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [0; 1]$.

Suy ra $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1464. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{\bar{z}+i}{z-1} = 2-i$. Tìm số phức $w = 1+z+z^2$.

A. $w = 5 + 2i$.

B. $w = 5 - 2i$.

C. $w = \frac{9}{2} + 2i$.

D. $w = \frac{9}{2} - 2i$.

Lời giải.

Điều kiện $z \neq 1$.

$$\text{Ta có } \frac{\bar{z} + i}{z - 1} = 2 - i \Leftrightarrow \bar{z} + i = (2 - i)(z - 1). \quad (1)$$

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow a - bi + i = (2 - i)(a + bi - 1) \\ &\Leftrightarrow a - bi + i = 2a + 2bi - 2 - ai - bi^2 + i \\ &\Leftrightarrow 2 - a - b + (a - 3b)i = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - a - b = 0 \\ a - 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } w = 1 + z + z^2 = 1 + \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\right) + \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\right)^2 = \frac{9}{2} + 2i.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1465. Tìm số phức z thỏa mãn $(1 - 2i)z = 3 + i$.

A. $z = 1 - i$. B. $z = 1 + i$. C. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$. D. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1 - 2i)z = 3 + i \Leftrightarrow z = \frac{3 + i}{1 - 2i} \Leftrightarrow z = \frac{(3 + i)(1 + 2i)}{(1 - 2i)(1 + 2i)} \Leftrightarrow z = \frac{1}{5}(1 + 7i).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1466. Số phức $z = \frac{4 - 3i}{i}$ có phần thực là

A. 3. B. -3. C. -4. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{4 - 3i}{i} = \frac{-i(4 - 3i)}{-i^2} = \frac{-4i + 3i^2}{1} = -3 - 4i. \text{ Vậy phần thực của số phức } z \text{ là } -3.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1467. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + 2i)z + i\bar{z} = 7 + 5i$. Tính $S = 4a + 3b$.

A. $S = 7$. B. $S = 24$. C. $S = -7$. D. $S = 0$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Ta có:

$$(1 + 2i)(a + bi) + i(a - bi) = 7 + 5i \Leftrightarrow a + bi + 2ai + 2bi^2 + ai - bi^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow a + bi + 2ai - 2b + ai + b = 7 + 5i$$

$$\Leftrightarrow (a - b) + (3a + b)i = 7 + 5i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 7 \\ 3a + b = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = 4a + 3b = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1468. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 - 2i$. Tính mô-đun của số phức z .

A. $|z| = \frac{1}{2}\sqrt{106}$. B. $|z| = \frac{53}{2}$. C. $|z| = \frac{41}{8}$. D. $|z| = \frac{1}{4}\sqrt{2}$.

Lời giải.

Bằng cách lấy liên hợp 2 vế đối với phương trình đã cho, ta thu được thêm một phương trình. Kết hợp chúng lại, ta giải được $2z = 5 + 9i$. Suy ra $|z| = \frac{1}{2}\sqrt{106}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1469. Cho số thực x, y thỏa mãn $2x + y + (2y - x)i = x - 2y + 3 + (y + 2x + 1)i$. Khi đó giá trị của $M = x^2 + 4xy - y^2$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 0.

D. -2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2x + y + (2y - x)i &= x - 2y + 3 + (y + 2x + 1)i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = x - 2y + 3 \\ 2y - x = y + 2x + 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 3 \\ 3x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $M = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1470. Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$ là

A. $4 + 4i$.B. $4 - 4i$.C. $-4 - 4i$.D. $-4 + 4i$.**Lời giải.**

Ta có

$$z = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i} = \frac{1 - 3\sqrt{3}i + 3(\sqrt{3}i)^2 - (\sqrt{3}i)^3}{1 - i} = \frac{-8}{1 - i} = \frac{-8(1 + i)}{2} = -4 - 4i.$$

Suy ra $\bar{z} = -4 + 4i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1471. Cho số phức z , biết $\bar{z} = 2 - i + \frac{i}{1 + i}$. Phần ảo của số phức z^2 là

A. $\frac{5}{2}$.B. $\frac{5}{2}i$.C. $-\frac{5}{2}$.D. $-\frac{5}{2}i$.**Lời giải.**

$$\bar{z} = 2 - i + \frac{i(1 - i)}{2} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow z = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i.$$

Phần ảo của z^2 là $2 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1472. Cho số phức $z = mi$ với $m \neq 0$ là tham số thực. Tìm phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$.

A. $-\frac{1}{m}$.B. $\frac{1}{m}$.C. $-\frac{1}{m}i$.D. $\frac{1}{m}$.**Lời giải.**

Ta có $\frac{1}{z} = \frac{1}{mi} = -\frac{i}{m} \Rightarrow$ phần ảo của $\frac{1}{z}$ là $-\frac{1}{m}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1473. Cho số phức $(1 - i)z = 4 + 2i$. Tìm mô-đun của số phức $w = z + 3$.

A. 5.

B. $\sqrt{10}$.

C. 25.

D. $\sqrt{7}$.**Lời giải.**

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Khi đó

$$\begin{aligned}(1-i)z &= 4+2i \Leftrightarrow (1-i)(a+bi) = 4+2i \\ \Leftrightarrow a+b+(b-a)i &= 4+2i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ -a+b=2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} &\Rightarrow z=1+3i \Rightarrow \omega=4+3i \\ \Rightarrow |\omega| &= 5.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1474. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2|=2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \frac{1}{2}(1+i)z$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là một đường cong có độ dài bằng

- A. 4. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}\pi$. D. 4π .

Lời giải.

$$\begin{aligned}\text{Ta có } w = \frac{1}{2}(1+i)z &\Rightarrow z = \frac{2w}{1+i}. \text{ Ta có } |z-2|=2 \Leftrightarrow \left| \frac{2w}{1+i} - 2 \right| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{2w-2(1+i)}{1+i} \right| = 2 \Leftrightarrow \\ \frac{|2w-2(1+i)|}{|1+i|} &= 2 \Leftrightarrow \frac{|2| \cdot |w-(1+i)|}{|1+i|} = 2 \Leftrightarrow |w-1-i| = \sqrt{2}.\end{aligned}$$

Tập hợp biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$. Chu vi đường tròn $P = 2\pi R = 2\sqrt{2}\pi$.

Cách 2: Ta có

$$\begin{aligned}w &= \frac{1}{2}(1+i)(z-2) + (1+i) \\ \Leftrightarrow w-1-i &= \frac{1}{2}(1+i)(z-2) \\ \Rightarrow |w-1-i| &= \frac{1}{2} \cdot |1+i| \cdot |z-2| = \sqrt{2}.\end{aligned}$$

Tập hợp biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$. Chu vi đường tròn $P = 2\pi R = 2\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1475. Cho số phức $z = 1+i$. Số phức nghịch đảo của z là

- A. $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$. B. $1-i$. C. $\frac{1-i}{2}$. D. $\frac{-1+i}{2}$.

Lời giải.

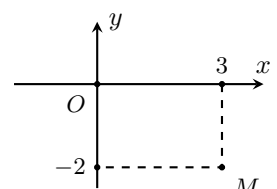
$$\text{Số phức nghịch đảo của } z \text{ là } \frac{1}{z} = \frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{(1-i)(1+i)} = \frac{1-i}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1476.

Cho số phức z có biểu diễn hình học là điểm M như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $z = -3+2i$. B. $z = 3+2i$. C. $z = -3-2i$. D. $z = 3-2i$.



Lời giải.

Ta thấy điểm $M(3; -2)$ do đó $z = 3 - 2i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1477. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1$ và $\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$.

Tính $P = a + b$.

A. $P = 7$.

B. $P = -1$.

C. $P = 1$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} \left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1 \\ \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z-1| = |z-i| \\ |z-3i| = |z+i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ 8b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow a+b=2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1478. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 4 = 0$.

Tính $w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1z_2$.

A. $w = -\frac{3}{4} + 2i$.

B. $w = \frac{3}{4} + 2i$.

C. $w = 2 + \frac{3}{2}i$.

D. $w = \frac{3}{2} + 2i$.

Lời giải.

Phương trình $2z^2 - 3z + 4 = 0$ có 2 nghiệm phức $z_1 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}i$, $z_2 = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}i$

Khi đó $\begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{3}{2} \\ z_1z_2 = 2 \end{cases}$. Suy ra $w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1z_2 = \frac{z_1 + z_2}{z_1z_2} + iz_1z_2 = \frac{3}{4} + 2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1479. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-i}{z+i} \right| = 1$.

A. Hai đường thẳng $y = \pm 1$, trừ điểm $(0; -1)$.

B. Hình chữ nhật giới hạn bởi các đường thẳng $x = \pm 1, y = \pm 1$.

C. Đường tròn $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

D. Trục Ox .

Lời giải.

— Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow z + i \neq 0 \Leftrightarrow a + (b+1)i \neq 0 \Leftrightarrow a^2 + (b+1)^2 \neq 0$.

— Ta có $\left| \frac{z-i}{z+i} \right| = \frac{|z-i|}{|z+i|}$ nên

$$\begin{aligned} \left| \frac{z-i}{z+i} \right| = 1 &\Leftrightarrow \frac{|z-i|}{|z+i|} = 1 \Leftrightarrow |z-i| = |z+i| \\ &\Leftrightarrow |a + (b-1)i| = |a + (b+1)i| \\ &\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (b-1)^2} = \sqrt{a^2 + (b+1)^2} \\ &\Leftrightarrow b = 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện } a^2 + (b+1)^2 \neq 0). \end{aligned}$$

— Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là đường thẳng $y = 0$, chính là trục Ox .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1480. Cho số phức z thỏa mãn $(1+3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

B. $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.

C. $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.

D. $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{5+7i}{1+3i} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1481. Tính mô-đun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1-2i)^2$.

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{1}{25}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{1}{z} = \frac{1}{(1-2i)^2} = \frac{(1+2i)^2}{(1-2i)^2 \cdot (1+2i)^2} = \frac{-3+4i}{25}.$$

$$\text{Nên } \left| \frac{1}{z} \right| = \left| \frac{-3+4i}{25} \right| = \frac{1}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1482. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1+\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Tìm mô-đun của $\bar{z} + iz$.

A. $4\sqrt{2}$.

B. 4.

C. $8\sqrt{2}$.

D. 8.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \bar{z} = \frac{(1+\sqrt{3}i)^3}{1-i} = -4-4i \Rightarrow z = -4+4i \Rightarrow \bar{z} + iz = -8-8i.$$

$$\text{Suy ra } |\bar{z} + iz| = |-8-8i| = 8\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1483. Cho số phức z có mô-đun bằng $2\sqrt{2}$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức $w = (1-i)(z+1) - i$ là đường tròn có tâm $I(a;b)$, bán kính R . Tổng $a+b+R$ bằng

A. 5.

B. 7.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w = (1-i)(z+1) - i \Leftrightarrow w+i = (1-i)z+1-i \Leftrightarrow w-(1-2i) = (1-i)z.$$

Do đó

$$|w-(1-2i)| = |(1-i)z| = |1-i| \cdot |z| = \sqrt{1^2+(-1)^2} \cdot 2\sqrt{2} = 4.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức w là đường tròn có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=4$. Do đó $a+b+R=3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1484. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$, $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17}$ và z có phần ảo dương. Tìm tổng phần thực và phần ảo của z là

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Gọi $z = a+bi$, ($a, b \in \mathbb{R}; b > 0$). Từ giả thiết ta có

$$|z-1|=5 \Leftrightarrow |a-1+bi|=5 \Leftrightarrow (a-1)^2+b^2=25 \Leftrightarrow a^2+b^2-2a=24 \Leftrightarrow 5a^2+5b^2-10a=120 \quad (1)$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17} \Leftrightarrow 17(z+\bar{z}) = 5z \cdot \bar{z} \Leftrightarrow 17(2a) = 5(a^2+b^2) \Leftrightarrow 5a^2+5b^2-34a=0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $24a=120 \Leftrightarrow a=5$.

Thay vào phương trình (2) ta được $125 + 5b^2 - 170 = 0 \Leftrightarrow b^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ b = -3. \end{cases}$

Vì z có phần ảo dương nên $b = 3$. Vậy $a + b = 8$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1485. Cho z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau đồng thời thỏa mãn $\frac{z_1}{z_2} \in \mathbb{R}$ và $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3}$.

Tính mô-đun của số phức z_1 .

- A. $|z_1| = 3$. B. $|z_1| = \frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $|z_1| = 2$. D. $|z_1| = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = a + bi$ trong đó $a, b \in \mathbb{R}$.

Do z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau nên $z_2 = a - bi$.

Ta có $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |2bi| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow b^2 = 3$.

Lại có $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{(a - bi)^2} = \frac{(a + bi)^3}{(a - bi)^2(a + bi)^2} = \frac{a^3 - 3ab^2}{(a^2 + b^2)^2} + \frac{b(3a^2 - b^2)}{(a^2 + b^2)^2}i$

do $\frac{z_1}{z_2} \in \mathbb{R}$ nên $\begin{cases} b(3a^2 - b^2) = 0 \\ a \neq 0, b \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b^2 = 3a^2 \\ a \neq 0, b \neq 0 \end{cases}$ mà theo trên ta có $b^2 = 3 \Rightarrow a^2 = 1$.

Khi đó $|z_1| = \sqrt{a^2 + b^2} = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1486. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính mô-đun của số phức $z + i$.

- A. $|z + i| = \sqrt{61}$. B. $|z + i| = 5\sqrt{2}$. C. $|z + i| = 3\sqrt{5}$. D. $|z + i| = 2\sqrt{41}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Tập hợp điểm P biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $(3; 4)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Theo giả thiết ta có

$$M = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - [x^2 + (y - 1)^2] = 4x + 2y + 3 \Rightarrow 4x + 2y + 3 - M = 0 \quad (d)$$

Cần tìm điều kiện của M để đường thẳng (d) và (C) có điểm chung, tức là

$$d(I, (P)) \leq R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 - M|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow |23 - M| \leq 10 \Rightarrow -10 \leq 23 - M \leq 10 \Rightarrow 13 \leq M \leq 33.$$

$$M \text{ đạt max khi } \begin{cases} 4x + 2y - 30 = 0 \\ (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 5; y = -5 \Rightarrow |z + i| = |5 - 5i + i| = \sqrt{61}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1487. Cho số phức z thỏa: $(1 + \sqrt{3}i)^2 z = 3 - 4i$. Mô-đun của z bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{5}{4}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1 + \sqrt{3}i)^2 z = 3 - 4i \Leftrightarrow (-2 + 2\sqrt{3}i)z = 3 - 4i \Leftrightarrow z = \frac{3 - 4i}{-2 + 2\sqrt{3}i} = -\frac{3 + 4\sqrt{3}}{8} + \frac{4 - 3\sqrt{3}}{8}i.$$

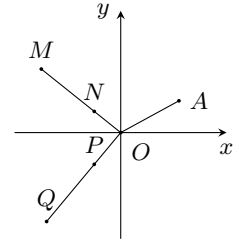
$$\Rightarrow |z| = \sqrt{\left(\frac{3 + 4\sqrt{3}}{8}\right)^2 + \left(\frac{4 - 3\sqrt{3}}{8}\right)^2} = \frac{5}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1488.

Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Biết điểm A trong hình dưới đây biểu diễn số phức z . Hỏi điểm nào trong hình bên biểu diễn số phức $w = \frac{1}{iz}$.

- A. Điểm M . B. Điểm N . C. Điểm P . D. Điểm Q .



Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Dựa vào điểm A ta có $x > y > 0$.

$$|w| = \left| \frac{1}{iz} \right| = \frac{1}{1 \cdot |z|} = \frac{1}{\sqrt{2}} < OA \Rightarrow \text{chỉ có thể nhận hai điểm } N, P.$$

$$w = \frac{1}{iz} = \frac{1}{i(x + yi)} = \frac{1}{-(y - xi)} = \frac{-(y + xi)}{y^2 + x^2} = \frac{-y}{x^2 + y^2} + \frac{-x}{x^2 + y^2}i.$$

Phần thực và phần ảo của w đều âm nên điểm P thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1489. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}|$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($\forall a, b \in \mathbb{R}$) thỏa điều kiện đề bài

$$z^2 = (a + bi)^2 = a^2 + 2abi + (bi)^2 = (a^2 - b^2) + (2ab)i.$$

$$z^2 \text{ là số thuần ảo} \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Leftrightarrow |a| = |b|.$$

$$\begin{aligned} |z|^2 &= |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| \\ \Leftrightarrow (\sqrt{a^2 + b^2})^2 &= |(a + bi) + (a - bi)| + |(a + bi) - (a - bi)| \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 &= 2|a| + 2|b|. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } |a| = |b| \Rightarrow a^2 + a^2 = 2|a| + 2|a| \Leftrightarrow a^2 = 2|a|. \quad (1)$$

Trường hợp 1: $a \geq 0$.

$$(1) \Leftrightarrow a^2 = 2a \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \Rightarrow b^2 = 0 \Rightarrow b = 0 \\ a = 2 \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = -2. \end{cases} \end{cases} \quad (*)$$

Trường hợp 2: $a \leq 0$.

$$(1) \Leftrightarrow a^2 = -2a \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \Rightarrow b^2 = 0 \Rightarrow b = 0 \\ a = -2 \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = -2. \end{cases} \end{cases} \quad (**)$$

$$\begin{aligned} \text{Từ } (*) \text{ và } (**) \Rightarrow & \begin{cases} z = 0 \\ z = 2 + 2i \\ z = 2 - 2i \\ z = -2 + 2i \\ z = -2 - 2i \end{cases} \text{ . Vậy có 5 số phức } z \text{ thỏa mãn điều kiện đề bài.} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1490. Gọi S là tổng tất cả các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Tính S .

- A. $S = 6$. B. $S = 10$. C. $S = -3$. D. $S = 7$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $(z - 1)^2 = m$.

— **Trường hợp 1:** $m \geq 0$, phương trình tương đương với $\begin{cases} z = \sqrt{m} + 1 \\ z = -\sqrt{m} + 1 \end{cases}$.

$$\text{Mà } |z| = 2 \text{ nên } \begin{cases} m = 1 \\ m = 9 \end{cases}.$$

— **Trường hợp 2:** $m < 0$, phương trình tương đương với $\begin{cases} z = i\sqrt{-m} + 1 \\ z = -i\sqrt{-m} + 1 \end{cases}$.

$$\text{Mà } |z| = 2 \text{ nên } -m + 1 = 2 \Leftrightarrow m = -3.$$

$$\text{Vậy } S = 1 + 9 - 3 = 7.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1491. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. 3.

D. 10.

Lời giải.

$$z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3 + \sqrt{11}i}{2} \\ z = \frac{3 - \sqrt{11}i}{2} \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1492. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $A = 10$.

B. $A = 15$.

C. $A = 20$.

D. $A = 25$.

Lời giải.

Ta có

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = (3i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z + 1 = 3i \\ z + 1 = -3i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1493. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - 8z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 4 + 3i \\ z = 4 - 3i \end{cases} \text{ nên } |z_1 - z_2| = |6i| = 6.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1494. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $T = 2\sqrt{10}$.

B. $T = \sqrt{10}$.

C. $T = 10$.

D. $T = 20$.

Lời giải.

Ta có

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = (3i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z + 1 = 3i \\ z + 1 = -3i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i. \end{cases}$$

Do đó $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1495. Gọi số phức z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 + 4z + 37 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là biểu diễn của số phức $w = iz_0$.

A. $M_1\left(-3; \frac{1}{2}\right)$. B. $M_2\left(3; -\frac{1}{2}\right)$. C. $M_3\left(3; \frac{1}{2}\right)$. D. $M_4\left(-3; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4z^2 + 4z + 37 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} - 3i \\ z = -\frac{1}{2} + 3i. \end{cases}$$

Vì phần ảo dương nên $z_0 = -\frac{1}{2} + 3i$.

Do đó $w = iz_0 = i\left(-\frac{1}{2} + 3i\right) = -3 - \frac{1}{2}i$. Vậy điểm cần tìm là $M\left(-3; -\frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1496. Biết $z = 1 - 2i$ là nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ (với $a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó $a + b$ bằng

A. 3. B. -3. C. 4. D. -4.

Lời giải.

Vì $z = 1 - 2i$ là nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ nên ta có

$$(1 - 2i)^2 + a(1 - 2i) + b = 0 \Leftrightarrow a + b - 3 + (-4 - 2a)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b - 3 = 0 \\ -4 - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5. \end{cases}$$

Vậy $a + b = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1497. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 3. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4z^2 - 4z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } |z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1498. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 + 4z + 37 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M_1\left(-3; \frac{1}{2}\right)$. B. $M_2\left(3; -\frac{1}{2}\right)$. C. $M_3\left(3; \frac{1}{2}\right)$. D. $M_4\left(-3; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4z^2 + 4z + 37 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} - 3i \\ z = -\frac{1}{2} + 3i. \end{cases}$$

Do đó $w = iz_0 = i\left(-\frac{1}{2} + 3i\right) = -3 - \frac{1}{2}i$. Vậy $M_4\left(-3; -\frac{1}{2}\right)$ là điểm cần tìm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1499. Biết $z = 1 - 2i$ là nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ (với $a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó $a + b$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 4.

D. -4.

Lời giải.

Vì $z = 1 - 2i$ là nghiệm của phương trình nên ta có

$$\begin{aligned} (1 - 2i)^2 + a(1 - 2i) + b &= 0 \Leftrightarrow a + b - 3 + (-4 - 2a)i = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a + b - 3 = 0 \\ -4 - 2a = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $a + b = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1500. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính $M = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $M = 2\sqrt{34}$.B. $M = 4\sqrt{5}$.C. $M = 12$.D. $M = 10$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm $z_1 = -1 - 2i$ và $z_2 = -1 + 2i$. Do đó

$$M = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |-1 - 2i|^2 + |-1 + 2i|^2 = 5 + 5 = 10.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1501. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + (1 - 3i)z - 2(1 + i) = 0$. Khi đó $w = z_1^2 + z_2^2 - 3z_1z_2$ là số phức có mô-đun là

A. 2.

B. $\sqrt{13}$.C. $2\sqrt{13}$.D. $\sqrt{20}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w = z_1^2 + z_2^2 - 3z_1z_2 = (z_1 + z_2)^2 - 5z_1z_2 = (1 - 3i)^2 + 10(1 + i) = 2 + 4i.$$

$$\text{Vậy } |w| = \sqrt{20}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1502. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính $M = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $M = 2\sqrt{34}$.B. $M = 4\sqrt{5}$.C. $M = 12$.D. $M = 10$.

Lời giải.

Ta có z_1 và z_2 là hai số phức liên hợp của nhau và $z_1z_2 = 5$ nên

$$M = |z_1|^2 + |z_2|^2 = z_1\bar{z}_1 + z_2\bar{z}_2 = z_1z_2 + z_2z_1 = 2z_1z_2 = 2 \cdot 5 = 10.$$

Vậy $M = 10$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1503. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của biểu thức $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $T = \sqrt{10}$.

B. $T = 10$.

C. $T = 20$.

D. $T = 2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 - 3i \\ z = -1 + 3i \end{cases}$

Do đó $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 10 + 10 = 20$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 1504.** Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tính độ dài đoạn MN .

A. $MN = 2$.

B. $MN = 6i$.

C. $MN = -6i$.

D. $MN = 6$.

Lời giải.

Ta có $z^2 - 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 3i \\ z = 1 - 3i \end{cases}$

Do đó tọa độ hai điểm M, N là $(1; 3)$ và $(1; -3)$, suy ra $MN = 6$.Chọn đáp án **D** □**Câu 1505.** Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

Xét phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 4 + 3i \\ z_2 = 4 - 3i \end{cases} \Rightarrow |z_1 - z_2| = |6i| = 6$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 1506.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$; M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Độ dài của đoạn thẳng MN là

A. $2\sqrt{5}$.

B. 4.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z - 2)^2 = i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + i \\ z = 2 - i \end{cases}$. Suy ra tọa độ điểm $M(2; 1), N(2; -1)$.

Vậy $MN = 2$.Chọn đáp án **D** □**Câu 1507.** Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 7 = 0$. Số phức $z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2$ bằng

A. 2.

B. 10.

C. $2i$.

D. $10i$.

Lời giải.

Ta có

$$z^2 + 4z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 - i\sqrt{3} = z_1 \\ z = -2 + i\sqrt{3} = z_2 \end{cases}$$

Suy ra

$$z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2 = (-2 - i\sqrt{3})^2 + (-2 + i\sqrt{3})^2 = 2.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 1508.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. 20.

C. $2\sqrt{10}$.

D. 10.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 - 3i \\ z_2 = -1 + 3i. \end{cases}$$

$$\text{Do đó, } z_1^2 = (-1 - 3i)^2 = -8 + 6i \text{ và } z_2^2 = (-1 + 3i)^2 = -8 - 6i.$$

$$\text{Vậy } |z_1^2| + |z_2^2| = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} + \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = 20.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1509.** Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. 10.

B. 5.

C. 12.

D. 14.

Lời giải.

$$\text{Phương trình có nghiệm } \begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |1 + 2i|^2 + |1 - 2i|^2 = 10.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1510.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$. Tính $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $T = \frac{2}{3}$.

B. $T = \frac{8}{3}$.

C. $T = \frac{4}{3}$.

D. $T = -\frac{11}{9}$.

Lời giải.Phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$ có $\Delta = 1 - 24 = -23 < 0$ nên có hai nghiệm phức phân biệt

$$z_1 = \frac{1 - i\sqrt{23}}{6}, z_2 = \frac{1 + i\sqrt{23}}{6}.$$

$$\text{Mà } |z_1| = |z_2| = \sqrt{\frac{2}{3}}. \text{ Vậy } T = |z_1|^2 + |z_2|^2 = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1511.** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 9 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$?

A. $P = -\frac{9}{4}$.

B. $P = \frac{4}{9}$.

C. $P = \frac{9}{4}$.

D. $P = -\frac{4}{9}$.

Lời giải.

$$\text{Theo định lý Vi-et ta có } z_1 + z_2 = \frac{4}{2}, z_1 z_2 = \frac{9}{2}.$$

$$\text{Do đó } P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \frac{4}{9}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1512.** Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức $2 - 3i$ và $2 + 3i$ làm nghiệm?

A. $z^2 + 4z + 13 = 0$.

B. $z^2 + 4z + 3 = 0$.

C. $z^2 - 4z + 13 = 0$.

D. $z^2 - 4z + 3 = 0$.

Lời giải.Ta có $(2 - 3i)(2 + 3i) = 13$ và $(2 - 3i) + (2 + 3i) = 4$ nên $2 - 3i$ và $2 + 3i$ là nghiệm phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1513.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{10}$.

B. 2.

C. $\sqrt{10}$.

D. 20.

Lời giải.

Vì z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$ nên $|z_1| = |z_2|$ và $z_1 z_2 = \frac{c}{a}$.

Ta có

$$|z_1| = \sqrt{|z_1|^2} = \sqrt{|z_1| \cdot |z_2|} = \sqrt{|z_1 z_2|} = \sqrt{\left|\frac{c}{a}\right|} = \sqrt{10}.$$

Vậy $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1514. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$.

B. $P = \frac{2}{3}$.

C. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $3z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{11}}{6}i \\ z = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{11}}{6}i. \end{cases}$

Suy ra $P = |z_1| + |z_2| = \left| \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{11}}{6}i \right| + \left| \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{11}}{6}i \right| = 2\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1515. Trong tập số phức, phương trình $z^2 + 3iz + 4 = 0$ có hai nghiệm là z_1, z_2 . Đặt $S = |z_1| - |z_2|$. Tìm S .

A. $S \in \{3\}$.

B. $S \in \{3; -3\}$.

C. $S \in \{-3\}$.

D. $S \in \{0\}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (3i)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -25 < 0$.

Nên phương trình có hai nghiệm phức là $z = \frac{-3i + 5i}{2} = i$ và $z = \frac{-3i - 5i}{2} = -4i$.

TH1. Nếu $z_1 = i, z_2 = -4i$ thì $S = -3$.

TH2. Nếu $z_1 = -4i, z_2 = i$ thì $S = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1516. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = z(1 + i)$ là đường tròn

A. Tâm $I(3; -1), R = 3\sqrt{2}$.

B. Tâm $I(-3; -1), R = 3$.

C. Tâm $I(-3; 1), R = 3\sqrt{2}$.

D. Tâm $I(-3; 1), R = 3$.

Lời giải.

Ta có $|z - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow |z(1 + i) + (-1 + 2i)(1 + i)| = 3|1 + i| \Leftrightarrow |w - 3 + i| = 3\sqrt{2}$.

Giả sử $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow |x - 3 + (y + 1)i| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 18$.

$\Rightarrow I(3; -1), R = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1517. Biết phương trình $z^2 + bz + c = 0, (b, c \in \mathbb{R})$ có một nghiệm phức là $z_1 = 1 + 2i$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $b + c = 2$.

B. $b + c = 3$.

C. $b + c = 1$.

D. $b + c = 7$.

Lời giải.

Ta thấy phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 z_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow b + c = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1518. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $|z_1|^2 + z_1 z_2$.

A. 5.

B. 10.

C. 15.

D. 0.

Lời giải.

Vì z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ nên $z_1 z_2 = 5$ và $\overline{z_1} = z_2$. Khi đó

$$|z_1|^2 + z_1 z_2 = z_1 \cdot \overline{z_1} + z_1 z_2 = z_1 \cdot z_2 + z_1 \cdot z_2 = 2 \cdot z_1 \cdot z_2 = 10.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1519. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của $|z_1| \cdot |z_2|$ bằng

A. 5.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 10.

D. 20.

Lời giải.

Ta có $|z_1| \cdot |z_2| = |z_1 \cdot z_2| = \left| \frac{10}{1} \right| = 10$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1520. Số phức nào dưới đây là một căn bậc hai của số phức $z = -3 + 4i$?

A. $2 + i$.B. $2 - i$.C. $1 + 2i$.D. $1 - 2i$.

Lời giải.

Gọi $w = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ là một căn bậc hai của z . Khi đó $w^2 = z$

$$\Leftrightarrow (x + yi)^2 = -3 + 4i$$

$$\Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = -3 + 4i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -3 \\ 2xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - \frac{4}{x^2} = -3 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases} \text{ (vì } x = 0 \text{ không phải là nghiệm)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^4 + 3x^2 - 4 = 0 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 - 1)(x^2 + 4) = 0 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -4 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \\ y = \frac{2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \\ y = \frac{2}{x} \end{cases}$$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow w = 1 + 2i$.

Với $x = -1 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow w = -1 - 2i$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1521. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $2z^2 + z + 1 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = -7 = 7i^2$.

Nghiệm của phương trình là $z_1 = \frac{-1 + \sqrt{7}i}{4}, z_2 = \frac{-1 - \sqrt{7}i}{4}$.

Suy ra $|z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $A = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1522. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. 4.

B. 6.

C. 10.

D. 20.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i. \end{cases}$$

$$\text{Từ đó suy ra } T = \left(\sqrt{(-1)^2 + 3^2}\right)^2 + \left(\sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}\right)^2 = 20.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1523. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2|z_1 + z_2| + |z_1 - z_2|$.

A. $P = 6$.

B. $P = 3$.

C. $P = 2\sqrt{2} + 2$.

D. $P = \sqrt{2} + 4$.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét, ta có $z_1 + z_2 = 2, z_1 z_2 = 2$.

$$\text{Mặt khác, } |z_1 - z_2|^2 = \left|(z_1 + z_2)^2 - 4z_1 z_2\right| = |2^2 - 4 \cdot 2| = 4.$$

$$\text{Vậy } P = 2|z_1 + z_2| + |z_1 - z_2| = 2 \cdot 2 + 2 = 6.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1524. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1^{2019} + z_2^{2019}|$.

A. $P = 2$.

B. $P = 3$.

C. $P = 2\sqrt{3}$.

D. $P = 4038$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \\ z_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } z_1^3 = \frac{1}{8}(1 - \sqrt{3}i)^3 = \frac{1}{8}(1 - 3\sqrt{3}i - 9 + 3\sqrt{3}i) = -1; z_2^3 = \frac{1}{8}(1 + \sqrt{3}i)^3 = \frac{1}{8}(1 + 3\sqrt{3}i - 9 - 3\sqrt{3}i) = -1.$$

$$\text{Mặt khác } z_1^{2019} = (z_1^3)^{673} = -1, z_2^{2019} = (z_2^3)^{673} = -1 \Rightarrow |z_1^{2019} + z_2^{2019}| = |-1 - 1| = 2.$$

$$\text{Vậy } |z_1^{2019} + z_2^{2019}| = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1525. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 = -1$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 = -1 \Leftrightarrow z = \pm i. \text{ Suy ra } |z_1| + |z_2| = |i| + |-i| = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1526. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. 6.

B. 10.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + i \\ z = 2 - i. \end{cases}$$

Khi đó $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 2 - i$ và $|z_1|^2 = |z_2|^2 = 5$.

Vậy $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 5 + 5 = 10$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1527. Nghiệm của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ trên tập số phức là

A. $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$; $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.

B. $z_1 = \sqrt{3} + i$; $z_2 = \sqrt{3} - i$.

C. $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$; $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

D. $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$; $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$.

Lời giải.

Xét phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ có $\Delta = -3 < 0$.

Phương trình có hai nghiệm phức $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$; $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1528. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $\frac{|z|^4}{z^2} + \bar{z} = -4$ (z_2 là số phức có phần ảo âm).

Khi đó $|z_1 + z_2|$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{|z|^4}{z^2} + \bar{z} = -4 &\Leftrightarrow \frac{(z \cdot \bar{z})^2}{z^2} + \bar{z} = -4 \\ &\Leftrightarrow \bar{z}^2 + \bar{z} + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \bar{z} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2}i \\ \bar{z} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{15}}{2}i \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{15}}{2}i \\ z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2}i. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $|z_1 + z_2| = \left| -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right| = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1529. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $T = z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. $T = \frac{3}{18}$.

B. $T = -\frac{9}{8}$.

C. $T = 3$.

D. $T = -\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{21}}{4}i \\ z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{21}}{4}i. \end{cases}$

Suy ra $T = \left(-\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{21}}{4}i \right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{21}}{4}i \right)^2 = -\frac{9}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1530. Cho các số phức z, ω khác 0 thỏa mãn $z + \omega \neq 0$ và $\frac{1}{z} + \frac{3}{\omega} = \frac{6}{z + \omega}$. Khi đó $\left| \frac{z}{\omega} \right|$ bằng

A. 3.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
\frac{1}{z} + \frac{3}{\omega} &= \frac{6}{z + \omega} \Leftrightarrow \omega(z + \omega) + 3z(z + \omega) = 6z\omega \\
&\Leftrightarrow 3z^2 - 2\omega z + \omega^2 = 0 \\
&\Leftrightarrow 3\left(\frac{z}{\omega}\right)^2 - 2 \cdot \frac{z}{\omega} + 1 = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z}{\omega} = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i \\ \frac{z}{\omega} = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left|\frac{z}{\omega}\right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \left|\frac{z}{\omega}\right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}.
\end{aligned}$$

Vậy $\left|\frac{z}{\omega}\right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1531. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2019}z_0$?

- A. $M(-2; 1)$. B. $M(2; 1)$. C. $M(-2; -1)$. D. $M(2; -1)$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 2i \\ z = -1 - 2i. \end{cases}$

z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ nên $z_0 = -1 - 2i$.

Khi đó

$$w = i^{2019}z_0 = (i^2)^{1009}i(-1 - 2i) = (-1)^{1009}i(-1 - 2i) = -i(-1 - 2i) = i + 2i^2 = -2 + i.$$

Điểm biểu diễn số phức $w = i^{2019}z_0$ là $M(-2; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1532. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 7 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{7}$. B. $\sqrt{7}$. C. 14. D. 10.

Lời giải.

Ta có $z^2 - 2z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + \sqrt{6}i \\ z = 1 - \sqrt{6}i. \end{cases}$

Suy ra $|z_1| = |z_2| = \sqrt{7}$. Do đó $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{7}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1533. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2019}z_0$?

- A. $M(3; -1)$. B. $M(-3; 1)$. C. $M(3; 1)$. D. $M(-3; -1)$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$ nên $z_0 = -1 + 3i$.

Khi đó $w = i^{2019}z_0 = i \cdot (-1)^{1009} \cdot (-1 + 3i) = -i \cdot (-1 + 3i) = 3 + i$ nên điểm biểu diễn số phức w là $M(3; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1534. Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm là $z_1; z_2$. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ là

- A. 4. B. 3. C. 6. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = -9 = 9i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z + 1 = 3i \\ z + 1 = -3i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i. \end{cases}$$

Do vai trò của z_1, z_2 như nhau nên ta giả sử $z_1 = -1 + 3i, z_2 = -1 - 3i$.

$$\text{Vậy } |z_1 - z_2| = |6i| = 6.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1535. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - z + 7 = 0$. Tính $S = |z_1 \cdot \overline{z_2} + z_2 \cdot \overline{z_1}|$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{27}{4}$. C. 2. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Ta có z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - z + 7 = 0$ nên $z_1 = \overline{z_2}$ và $z_2 = \overline{z_1}$.

$$\text{Do đó } S = |z_1^2 + z_2^2| = |(z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2|. \quad (1)$$

$$\text{Theo định lý Vi-ét, có } z_1 + z_2 = \frac{1}{2}, z_1z_2 = \frac{7}{2}. \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1) được } S = \left| \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{7}{2} \right| = \frac{27}{4}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1536. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $P = 40$. B. $P = \sqrt{10}$. C. $P = 20$. D. $P = 2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Ta có

$$z^2 - 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2z + 1 = -9 \Leftrightarrow (z - 1)^2 = (3i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 3i \\ z = 1 - 3i. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |1 + 3i|^2 + |1 - 3i|^2 = (\sqrt{1^2 + 3^2})^2 + (\sqrt{1^2 + (-3)^2})^2 = 20.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1537. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Biểu thức $|z_1 - z_2|$ có giá trị là

- A. $6i$. B. $2i$. C. 6. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - 6z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 + i \\ z_2 = 3 - i \end{cases}. \text{ Khi đó } |z_1 - z_2| = |3 + i - 3 - i| = |2i| = 2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1538. Gọi S là tập hợp giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $z^2 - 2mz + 2m^2 - 2m = 0$ có nghiệm phức mà môđun của nghiệm đó bằng 2. Tổng bình phương các phần tử của tập hợp S bằng

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 1.

Lời giải.

- **Trường hợp 1:** Phương trình có nghiệm thực $z = 2$.

$$\text{Ta có } 4 - 4m + 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 6m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2. \end{cases}$$

- **Trường hợp 2:** Phương trình có nghiệm thực $z = -2$.

$$\text{Khi đó ta có } 4 + 4m + 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m + 4 = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

- **Trường hợp 3:** Phương trình không có nghiệm thực. Khi đó để phương trình có nghiệm phức với mô đun bằng 2 thì

$$\begin{cases} \Delta' < 0 \\ \sqrt{m^2 + (\sqrt{-\Delta'})^2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 2m < 0 \\ 2m^2 - 2m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Vậy $S = \{-1; 1; 2\}$ có tổng bình phương các phần tử là 6.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1539. Hai số phức $\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$ và $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $z^2 - 3z - 4 = 0$. B. $z^2 + 3z + 4 = 0$. C. $z^2 - 3z + 4 = 0$. D. $z^2 + 3z - 4 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{cases} \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i\right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i\right) = 3 \\ \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i\right) = \frac{9}{4} + \frac{7}{4} = 4. \end{cases}$$

Do đó 2 số phức đã cho là nghiệm phương trình $z^2 - 3z + 4 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1540. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn cho số phức z_1 có tọa độ là

A. $(-2; -1)$. B. $(2; -1)$. C. $(-1; -2)$. D. $(1; -2)$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ có các nghiệm là $z = -1 \pm 2i$, suy ra $z_1 = -1 - 2i$. Vậy điểm biểu diễn cho số phức z_1 có tọa độ là $(-1; -2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1541. Kí hiệu z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 4z + 3 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1 z_2 + i(z_1 + z_2)|$.

A. $P = 1$. B. $P = \frac{7}{2}$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Ta có z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 4z + 3 = 0$.

$$\text{Theo Vi-ét ta có } \begin{cases} z_1 z_2 = \frac{3}{2} \\ z_1 + z_2 = -\frac{4}{2} = -2 \end{cases}, \text{ suy ra } P = |z_1 z_2 + i(z_1 + z_2)| = \left| \frac{3}{2} - 2i \right| = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1542. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 5z + 7 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $4\sqrt{7}$. B. 56. C. 14. D. $2\sqrt{7}$.

Lời giải.

Do z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 5z + 7 = 0$ nên chúng liên hợp với nhau, và

$$|z_1| = |z_2| = \sqrt{|z_1| \cdot |z_2|} = \sqrt{|z_1 z_2|} = \sqrt{7} \Rightarrow P = 7 + 7 = 14.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1543. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tìm số phức liên hợp của $w = \frac{z_1}{2-i}$.

- A. $\bar{w} = 1 - 3i$. B. $\bar{w} = i$. C. $\bar{w} = -3 + i$. D. $\bar{w} = -i$.

Lời giải.

Ta có

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - 2i \\ z = 1 + 2i. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } z_1 = 1 + 2i \Rightarrow w = \frac{1 + 2i}{2 - i} = \frac{(1 + 2i)(2 + i)}{5} = i.$$

Vậy $\bar{w} = -i$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1544. Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 6 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{6}$. C. 12. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + \sqrt{2}i \\ z = 2 - \sqrt{2}i. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } |z_1| + |z_2| = \sqrt{6} + \sqrt{6} = 2\sqrt{6}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1545. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ với a, b là các số thực, có một nghiệm phức là $z = 1 - i$, giá trị của biểu thức $a^{10} + b$ bằng

- A. 1026. B. 4. C. 1. D. 1024.

Lời giải.

Vì $a, b \in \mathbb{R}$ nên phương trình ban đầu có hai nghiệm z và $\bar{z}$.

$$\text{Theo định lí Vi-ét ta có } \begin{cases} -a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a^{10} + b = 1026.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1546. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình

$$(z^2 - 3z + 6)(z^2 + 3z + 3) - z(9 + 2z^2) + z^2 = 0.$$

Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ bằng

- A. $2\sqrt{3}(1 + \sqrt{2})$. B. 2. C. $2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})$. D. $2\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} & (z^2 - 3z + 6)(z^2 + 3z + 3) - z(9 + 2z^2) + z^2 = 0 \\ \Leftrightarrow & z^2 - [(z^2 - 3z + 6) + (z^2 + 3z + 3)]z + (z^2 - 3z + 6)(z^2 + 3z + 3) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = z^2 - 3z + 6 \\ z = z^2 + 3z + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z^2 - 4z + 6 = 0 \\ z^2 + 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \pm \sqrt{2}i \\ z = -1 \pm \sqrt{2}i. \end{cases}$$

Khi đó, ta được $|z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 2 \left(|2 + \sqrt{2}i| + |-1 + \sqrt{2}i| \right) = 2\sqrt{3} (1 + \sqrt{2})$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1547. Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ có hai nghiệm là $\begin{cases} z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i. \end{cases}$

Vậy $|z_1| = |z_2| = 1 \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1548. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $z^4 - 4z^3 + 7z^2 - 16z + 12 = 0$. Tính biểu thức $T = (z_1^2 + 4)(z_2^2 + 4)(z_3^2 + 4)(z_4^2 + 4)$.

A. $T = 2i$.

B. $T = 1$.

C. $T = -2i$.

D. $T = 0$.

Lời giải.

Ta có $z^4 - 4z^3 + 7z^2 - 16z + 12 = 0 \Leftrightarrow (z - 1)(z - 3)(z^2 + 4) = 0$.

Do z_1, z_2, z_3, z_4 là nghiệm của phương trình nên tồn tại z_i với $i = 1, 2, 3, 4$ thỏa mãn $z_i^2 + 4 = 0$.

Vậy $T = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1549. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1^2| + |z_2^2|$ bằng

A. $6 - 8i$.

B. 20.

C. 6.

D. 10.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = 4 - 5 = -1 = i^2$.

Phương trình có hai nghiệm phức $z_1 = 2 + i, z_2 = 2 - i$.

Vậy $|z_1^2| + |z_2^2| = 10$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1550. Cho phương trình $z^2 + az + b = 0$ với a, b là các tham số thực nhận số phức $1 + i$ là một nghiệm. Tính $a - b$.

A. -2.

B. -4.

C. 4.

D. 0.

Lời giải.

Vì $1 + i$ là nghiệm của phương trình nên

$$(1 + i)^2 + a(1 + i) + b = 0 \Leftrightarrow a + b + i(a + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a - b = -4.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1551. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2 + 2|z| = 0$?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Trước hết ta có $|z^2| = |z \cdot z| = |z| \cdot |z| = |z|^2$.

Từ phương trình $z^2 + 2|z| = 0$ ta suy ra $z^2 = -2|z|$ (*). Lấy mô đun hai vế phương trình (*) ta được

$$|z^2| = 2|z| \Leftrightarrow |z|^2 = 2|z| \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 0 \\ |z| = 2. \end{cases}$$

Với $|z| = 0$. Từ (*) suy ra $z^2 = 0 \Rightarrow z = 0$.

Với $|z| = 2$. Từ (*) suy ra $z^2 = -4 \Rightarrow z = \pm 2i$.

Vậy có ba số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1552. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ với $a, b \in \mathbb{R}$ có một nghiệm $z = 1 - 2i$. Tính $a + b$

A. 1.

B. -5.

C. -3.

D. 3.

Lời giải.

Vì $z = 1 - 2i$ là nghiệm của phương trình nên

$$\begin{aligned} & (1 - 2i)^2 + a(1 - 2i) + b = 0 \\ \Leftrightarrow & a + b - 3 - (2a + 4)i = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a + b - 3 = 0 \\ 2a + 4 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a = -2 \\ b = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó $a + b = -2 + 5 = 3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1553. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 5z + 7 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1 - z_2|$ là

A. $\sqrt{3}i$.

B. $-\sqrt{3}i$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - 5z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i. \end{cases}$$

Không mất tính tổng quát, giả sử $z_1 = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_2 = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ khi đó $|z_1 - z_2| = |\sqrt{3}i| = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1554. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 4 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 6.

Lời giải.

Ta thấy

$$z^2 + z + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2}i \\ z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{15}}{2}i \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = 2 \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 4.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1555. Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + mz + m = 0$ với m là số thực. Tìm giá trị của tham số m để biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = m. \end{cases}$

Khi đó ta có $P = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = m^2 - 2m = (m - 1)^2 - 1 \geq -1$.

Vậy min $P = -1$ khi và chỉ khi $m = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1556. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Giá trị của $|2z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $3\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8$.

Phương trình có hai nghiệm phức $z_1 = \frac{2 - 2\sqrt{2}i}{2} = 1 - \sqrt{2}i$ và $z_2 = \frac{2 + 2\sqrt{2}i}{2} = 1 + \sqrt{2}i$.

Vậy $|2z_1| + |z_2| = |2 - 2\sqrt{2}i| + |1 + \sqrt{2}i| = 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1557. Gọi z_1, z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 5z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $A = 10$. B. $A = 50$. C. $A = 20$. D. $A = 40$.

Lời giải.

$$z_1, z_2 \text{ lần lượt là hai nghiệm của phương trình } z^2 + 5z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = z_1 = -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2}i & \Rightarrow |z_1| = \sqrt{10} \\ z = z_2 = -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{15}}{2}i & \Rightarrow |z_2| = \sqrt{10}. \end{cases}$$

Vậy $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1558. Trong tập hợp số phức, tìm một căn bậc hai của -5 .

- A. $i\sqrt{5}$. B. $i\sqrt{-5}$. C. $\sqrt{5}i$. D. $-\sqrt{5}i$.

Lời giải.

Trong tập hợp số phức $\mathbb{C}$, có hai căn bậc hai của -5 là $\pm i\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1559. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$.

Tính $P = 2|z_1| + 5|z_2|$.

- A. $P = \sqrt{3}$. B. $P = 5\sqrt{3}$. C. $P = 3\sqrt{3}$. D. $P = 7\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương trình bậc hai $z^2 + 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = -1 + \sqrt{2}i$ và $z_2 = -1 - \sqrt{2}i$. Ta có $|z_1| = |z_2| = \sqrt{3}$. Khi đó $P = 2|z_1| + 5|z_2| = 7\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1560. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$, trong đó z_2 có phần ảo âm. Tìm phần ảo b của số phức $w = [(z_1 - i)(z_2 + 2i)]^{2018}$.

A. $b = 2^{1009}$.

B. $b = 2^{2017}$.

C. $b = -2^{2018}$.

D. $b = 2^{2018}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } z^2 - 2z + 5 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i \end{cases} \\ &\Rightarrow w = [(1 + 2i - i)(1 - 2i + 2i)]^{2018} = (1 + i)^{2018} \\ &= [(1 + i)^2]^{1009} = (2i)^{1009} = 2^{1009} \cdot i^{4 \cdot 252 + 1} = 2^{1009}i \\ &\Rightarrow b = 2^{1009}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1561. Phương trình $(z^2 - 1)(z^3 + 8) = 0$ có bao nhiêu nghiệm phức?

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

$$\begin{aligned} (z^2 - 1)(z^3 + 8) &= 0 \\ \Leftrightarrow (z - 1)(z + 1)(z + 2)(z^2 - 2z + 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow (z - 1)(z + 1)(z + 2)[(z - 1)^2 + 3] &= 0 \\ \Leftrightarrow (z - 1)(z + 1)(z + 2)(z - 1 - i\sqrt{3})(z - 1 + i\sqrt{3}) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \pm i\sqrt{3} \\ z = \pm 1 \\ z = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1562. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 8z + 17 = 0$. Tìm giá trị $T = |z_1| + |z_2|$?

A. $T = 34$.

B. $T = \sqrt{17}$.

C. $T = 2\sqrt{17}$.

D. $T = 17$.

Lời giải.

$$z^2 - 8z + 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 4 - i \\ z_2 = 4 + i. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } T = |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{4^2 + 1^2} = 2\sqrt{17}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1563. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 + 3z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 5.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

$$4z^2 + 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{3}{8} + \frac{\sqrt{71}}{8}i \\ z_2 = -\frac{3}{8} - \frac{\sqrt{71}}{8}i \end{cases} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1564. Biết $z_1 = 2 - i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2 + bz + c = 0$ ($b, c \in \mathbb{R}$), gọi nghiệm còn lại là z_2 . Tìm số phức $w = bz_1 + cz_2$.

- A. $w = 18 - i$. B. $w = 18 + i$. C. $w = 2 - 9i$. D. $w = 2 + 9i$.

Lời giải.

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai với hệ số thực. Do đó $z_2 = \overline{z_1} = 2 + i$. Áp dụng định lý Vi-ét ta được

$$\begin{cases} S = -\frac{b}{1} = z_1 + z_2 = 4 \\ P = \frac{c}{1} = z_1 z_2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 \\ c = 5. \end{cases}$$

Từ đó ta có

$$w = bz_1 + cz_2 = -4(2 - i) + 5(2 + i) = 2 + 9i.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1565. Gọi z_1 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 20 = 0$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của z_1 .

- A. $M(-2; -4)$. B. $M(-4; -2)$. C. $M(2; -4)$. D. $M(4; -2)$.

Lời giải.

$$z^2 - 4z + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + 4i \\ z = 2 - 4i. \end{cases}$$

Suy ra $z_1 = 2 - 4i \Rightarrow M(2; -4)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1566. Gọi z_1 và $z_2 = 3 + 4i$ là hai nghiệm của phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$). Tính $T = 2|z_1| - |z_2|$.

- A. $T = 0$. B. $T = 5$. C. $T = 10$. D. $T = 7$.

Lời giải.

Do phương trình có hai nghiệm phức không thực nên $|z_1| = |z_2| \Rightarrow T = |z_2| = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1567. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $az^2 + bz + c = 0$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0, b^2 - 4ac < 0$). Đặt $P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 - 2|z_1|^2 - 3|z_2|^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $P = \sqrt{a^2 + b^2}$. B. $P = -\frac{c}{a}$. C. $P = \frac{a}{3c}$. D. $P = -\frac{2b}{3a}$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm phức không thực và là liên hợp của nhau. Ta có

$$\begin{aligned} P &= |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 - 2|z_1|^2 - 3|z_2|^2 \\ &= 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2 - 2|z_1|^2 - 3|z_2|^2 \\ &= -|z_2|^2 = -(z_1 \cdot z_2) = -\frac{c}{a} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1568. Cho a, b, c là các số thực sao cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ có ba nghiệm phức lần lượt là $z_1 = \omega + 3i, z_2 = \omega + 9i, z_3 = 2\omega - 4$, trong đó ω là một số phức nào đó. Tính giá trị của $P = |a + b + c|$.

A. $P = 84$.

B. $P = 36$.

C. $P = 136$.

D. $P = 208$.

Lời giải.

Giả sử $\omega = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có:

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 + z_3 = -a &\Leftrightarrow 4\omega + 12i - 4 = -a \\ &\Leftrightarrow (4x - 4) + (4y + 12)i = -a \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 4 = -a \\ 4y + 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow y = -3. \end{aligned}$$

Suy ra $z_1 = x, z_2 = x + 6i, z_3 = 2x - 4 - 6i$.

Lại có:

$$\begin{aligned} z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 &= b \\ \Leftrightarrow (x^2 + 6xi) + (2x^2 - 4x + 36) + (6x - 24)i + (2x^2 - 4x) - 6xi &= b \\ \Leftrightarrow (5x^2 - 8x + 36) + (6x - 24)i &= b \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 8x + 36 = b \\ 6x - 24 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ b = 84 \end{cases} \Rightarrow a = -12. \end{aligned}$$

Thay $z_1 = 4$ vào phương trình, ta có: $64 - 12 \cdot 16 + 84 \cdot 4 + c = 0 \Leftrightarrow c = -208$.

Vậy $P = |a + b + c| = 136$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1569. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Khi đó, giả sử $z_1^2 = a + bi$ thì $a + b$ là

A. 7.

B. -7.

C. 24.

D. 31.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } z^2 - 8z + 25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 4 + 3i \\ z_2 = 4 - 3i \end{cases}.$$

Ta có $z_1^2 = 7 + 24i \Rightarrow a = 7; b = 24 \Rightarrow a + b = 31$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1570. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, E, F lần lượt là trung điểm của cạnh $A'B', A'D', B'C', C'D'$ như hình vẽ. Cô-sin của góc tạo bởi 2 mặt phẳng (CMN) và (AEF) bằng

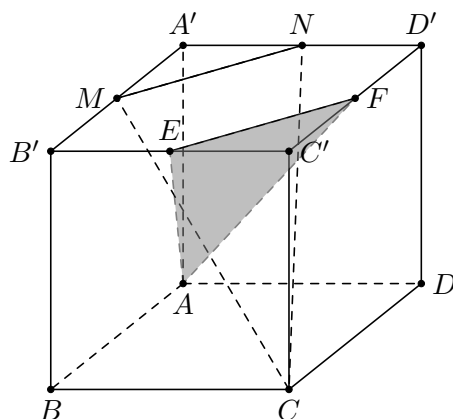
A. $\frac{2}{17}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{17}$.

Lời giải.



- Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $A'(0;0;2)$. Ta có $C(2;2;0)$, $B'(2;0;2)$, $C'(2;2;2)$, $D'(0;2;2)$.
- Do M, N, E, F lần lượt là các trung điểm của $A'B', A'D', B'C', C'D'$ nên $M(1;0;2)$, $N(0;1;2)$, $E(2;1;2)$, $F(1;2;2)$.
- Ta có $\overrightarrow{CM} = (-1; -2; 2)$, $\overrightarrow{CN} = (-2; -1; 2)$ nên $\vec{u}_1 = \overrightarrow{CM} \wedge \overrightarrow{CN} = (-2; -2; -3)$.
- Ta có $\overrightarrow{AE} = (2; 1; 2)$, $\overrightarrow{AF} = (1; 2; 2)$ nên $\vec{u}_2 = \overrightarrow{AE} \wedge \overrightarrow{AF} = (-2; -2; 3)$.
- Suy ra

$$\cos((CMN), (AEF)) = |\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2)| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{1}{17}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1571. Biết rằng phương trình $z^4 + z^3 + 2z^2 + 3z - 3 = 0$ có hai nghiệm thuần ảo. Tích của hai nghiệm đó bằng

- A. $3i$. B. -3 . C. 3 . D. $-3i$.

Lời giải.

- Ta có

$$z^4 + z^3 + 2z^2 + 3z - 3 = 0 \Leftrightarrow (z^2 + 3)(z^2 + z - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm\sqrt{3}i \\ z = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

- Suy ra 2 nghiệm ảo của phương trình đã cho là $-\sqrt{3}i$ và $\sqrt{3}i$.
- Vậy tích 2 nghiệm ảo của phương trình đã cho là 3.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1572. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $5z^2 - 4z + 2 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 z_2 + z_2^2 z_1$ bằng

- A. $\frac{-8}{25}$. B. $\frac{2}{25}$. C. $\frac{-2}{25}$. D. $\frac{8}{25}$.

Lời giải.

- Theo định lý Vi-et $\begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{4}{5} \\ z_1 z_2 = \frac{2}{5} \end{cases}$

$$\text{— Ta có } z_1^2 z_2 + z_2^2 z_1 = z_1 z_2 (z_1 + z_2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{25}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1573. Gọi S là tập hợp giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $z^2 - (m+4)z + m^2 + 3 = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa mãn $|z_0| = 2$. Số phần tử của tập hợp S là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$: $|z|^2 = a^2 + b^2 = 4$. Phương trình trở thành

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 + 2abi - a(m+4) - b(m+4)i + m^2 + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a^2 - b^2 - a(m+4) + m^2 + 3 = 0 \\ 2ab - b(m+4) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a^2 - b^2 - a(m+4) + m^2 + 3 = 0 & (*) \\ b = 0 \vee a = \frac{m+4}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $b = 0 \Rightarrow a = \pm 2$.

Với $a = \frac{m+4}{2} \Rightarrow 4a^2 = (m+4)^2 \Rightarrow 4b^2 = 16 - (m+4)^2$.

Ta xét các trường hợp sau

$$\text{— } \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases} \text{ thế vào } (*) \text{ ta có } m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{2} + 1 \\ m = -\sqrt{2} + 1. \end{cases}$$

$$\text{— } \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \end{cases} \text{ thế vào } (*) \text{ ta có } m^2 + 2m + 15 = 0 \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

$$\text{— } \begin{cases} a = \frac{m+4}{2} \\ 4b^2 = 16 - (m+4)^2 \end{cases} \text{ thế vào } (*) \text{ ta có}$$

$$\begin{aligned} & 4a^2 - 4b^2 - 4a(m+4) + 4m^2 + 12 = 0 \\ \Leftrightarrow & 2(m+4)^2 - 16 - 2(m+4)^2 + 4m^2 + 12 = 0 \\ \Leftrightarrow & 4m^2 - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & m = \pm 1. \end{aligned}$$

Với $m = 1 \Rightarrow 4b^2 = 16 - 5^2 < 0$ nên $m = 1$ không thỏa.

Với $m = -1 \Rightarrow 4b^2 = 16 - 3^2 \Rightarrow b = \frac{\pm\sqrt{7}}{2}$, nhận $m = -1$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1574. Giả sử z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. 22.

B. 20.

C. 26.

D. 18.

Lời giải.

$$z^2 + 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + 3i \\ z_2 = -2 - 3i \end{cases}.$$

Vậy $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 26$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1575. Biết rằng phương trình $z^4 + z^3 + 2z^2 + 3z - 3 = 0$ có hai nghiệm thuần ảo. Tích phần ảo của hai nghiệm đó bằng

A. $-3i$.

B. 3.

C. -3 .D. $3i$.**Lời giải.**

— Ta có

$$z^4 + z^3 + 2z^2 + 3z - 3 = 0 \Leftrightarrow (z^2 + 3)(z^2 + z - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm\sqrt{3}i \\ z = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}. \end{cases}$$

— Suy ra 2 nghiệm ảo của phương trình đã cho là $-\sqrt{3}i$ và $\sqrt{3}i$.

— Vậy tích phần ảo của 2 nghiệm ảo là $-\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = -3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1576. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $5z^2 - 4z + 2 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 z_2 + z_2^2 z_1$ bằng

A. $\frac{2}{25}$.

B. $\frac{-8}{25}$.

C. $\frac{8}{25}$.

D. $\frac{-2}{25}$.

Lời giải.

Áp dụng hệ thức Vi-ét trên tập số phức ta có

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{4}{5} \\ z_1 z_2 = \frac{2}{5}. \end{cases}$$

Vậy $z_1^2 z_2 + z_2^2 z_1 = z_1 z_2 (z_1 + z_2) = \frac{8}{25}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1577. Tìm tham số m để phương trình $z^2 + (2 - m)z + 2 = 0$ có một nghiệm là $1 - i$.

A. $m = -2$.

B. $m = 6$.

C. $m = 2$.

D. $m = 4$.

Lời giải.

Ta có $1 - i$ là nghiệm của phương trình $z^2 + (2 - m)z + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (1 - i)^2 + (2 - m)(1 - i) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 4)i + 4 - m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 4.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1578. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của biểu thức $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $T = 2\sqrt{10}$.

B. $T = 10$.

C. $T = \sqrt{10}$.

D. $T = 20$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i. \end{cases}$

Vậy $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 = (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + (-3)^2 = 20$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1579. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1^2| + |z_2^2|$ bằng

A. 8.

B. 0.

C. 4.

D. $8i$.

Lời giải.

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + i \\ z_2 = 1 - i. \end{cases}$$

Vậy $|z_1^2| + |z_2^2| = 4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1580. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính $M = z_1^4 + z_2^4$.

A. $M = -8i$.

B. $M = 8$.

C. $M = -8$.

D. $M = 8i$.

Lời giải.

Ta có $z_2 - 2z + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = 1 - i \\ z = 1 + i \end{cases}$.

Gọi $z_1 = 1 - i, z_2 = 1 + i$. Khi đó $M = z_1^4 + z_2^4 = (1 - i)^4 + (1 + i)^4 = -8$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1581. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ và A, B là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Khi đó tọa độ trung điểm I của AB là

A. $I(0; 1)$.

B. $I(-1; 0)$.

C. $I(1; 1)$.

D. $I(1; 0)$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức là $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 1 - 2i$.

Điểm A, B biểu diễn số phức z_1, z_2 nên có tọa độ $A(1; 2), B(1; -2)$.

Suy ra trung điểm I của đoạn AB có tọa độ là $I(1; 0)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1582. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 1 = 0$ (trong đó số phức z_1 có phần ảo âm). Tính $z_1 + 3z_2$.

A. $z_1 + 3z_2 = \sqrt{2}i$.

B. $z_1 + 3z_2 = -\sqrt{2}$.

C. $z_1 + 3z_2 = -\sqrt{2}i$.

D. $z_1 + 3z_2 = \sqrt{2}$.

Lời giải.

$2z^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow z = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$. Do z_1 có phần ảo âm nên $z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$ và $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}i$.

$\Rightarrow z_1 + 3z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}i + 3\frac{\sqrt{2}}{2}i = \sqrt{2}i$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1583. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 3 = 0$. Tính giá trị biểu thức $|z_1| + |z_2|$.

A. 3.

B. $\sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 - z + 3 = 0$ có $\Delta = 1 - 3 \cdot 4 = -11 = 11i^2$. Khi đó phương trình có hai nghiệm phức

là $\begin{cases} z_1 = \frac{1 - \sqrt{11}i}{2} \\ z_2 = \frac{1 + \sqrt{11}i}{2} \end{cases}$.

Do đó $|z_1| + |z_2| = \left| \frac{1 - \sqrt{11}i}{2} \right| + \left| \frac{1 + \sqrt{11}i}{2} \right| = \frac{\sqrt{12}}{2} + \frac{\sqrt{12}}{2} = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1584. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Tính giá trị biểu thức $S = |z_1| + |z_2|$.

A. $\sqrt{3}$.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases} \Rightarrow S = |z_1| + |z_2| = 1 + 1 = 2.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1585. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. 9.

B. 6.

C. 18.

D. 10.

Lời giải.

Xét phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0 \Leftrightarrow (z - 2)^2 = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 - i\sqrt{5} \\ z_2 = 2 + i\sqrt{5} \end{cases}$

Khi đó $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |2 - i\sqrt{5}|^2 + |2 + i\sqrt{5}|^2 = 18.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1586. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $P = \frac{1}{12}.$

B. $P = \frac{1}{6}.$

C. $P = -\frac{1}{6}.$

D. $P = 6.$

Lời giải.

Phương trình $z^2 - z + 6 = 0$ có nghiệm là $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2}i$ và $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{23}}{2}i$.

Suy ra $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{6}.$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1587. Cho hai số thực b, c ($c > 0$). Kí hiệu A, B là hai điểm của mặt phẳng phức biểu diễn hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2bz + c = 0$. Tìm điều kiện của b và c sao cho tam giác OAB là tam giác vuông (với O là gốc tọa độ).

A. $c = 2b^2.$

B. $c = b.$

C. $c = b^2.$

D. $b^2 = 2c.$

Lời giải.

Từ yêu cầu bài toán ta có phương trình $z^2 + 2bz + c = 0$ có hai nghiệm phức

$$z_1 = -b - i\sqrt{c - b^2}, z_2 = -b + i\sqrt{c - b^2}.$$

Chú ý $\Delta' = b^2 - c < 0$.

Gọi $A(-b; -\sqrt{c - b^2}), B(-b; \sqrt{c - b^2})$. Ta được $\overrightarrow{OA}(-b; -\sqrt{c - b^2}), \overrightarrow{OB}(-b; \sqrt{c - b^2})$.

Ta có tam giác OAB cân tại O , A và B đối xứng qua trục hoành.

Tam giác OAB vuông tại $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow b^2 - (c - b^2) = 0 \Leftrightarrow b^2 = c - b^2 \Leftrightarrow c = 2b^2.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1588. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết $z_1 = w - 2 - 3i$ và $z_2 = 2w - 5$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $T = 4\sqrt{13}.$

B. $T = 10.$

C. $T = 5.$

D. $T = 25.$

Lời giải.

Theo định lí Vi-ét $\begin{cases} z_1 + z_2 = -a & (1) \\ z_1 \cdot z_2 = b & (2). \end{cases}$

Theo giả thiết $\Rightarrow 2z_1 - z_2 = 1 - 6i$ (3). Từ (1) và (3) $\Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1-a}{3} - 2i \\ z_2 = -\frac{1+2a}{3} + 2i \end{cases}.$

$$\text{Thay vào (2)} \Rightarrow \left(\frac{1-a}{3} - 2i\right) \left(-\frac{1+2a}{3} + 2i\right) = b \Leftrightarrow \frac{(a-1)(1+2a)}{9} + 4 + \frac{4+2a}{3}i = b.$$

$$\text{Vì } a, b \in \mathbb{R} \text{ nên } \begin{cases} \frac{(a-1)(1+2a)}{9} + 4 = b \\ \frac{4+2a}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } z_1 = 1 - 2i, z_2 = 1 + 2i \Rightarrow T = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 5.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1589. Cho phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ có 2 nghiệm phức là z_1, z_2 trong đó z_1 là nghiệm có phần ảo âm. Tính giá trị của biểu thức $P = 2|z_1 - i| + |z_2|$.

- A. $3\sqrt{5}$. B. 15. C. $2\sqrt{10} + \sqrt{5}$. D. $2\sqrt{2} + \sqrt{5}$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm là $1 \pm 2i$. Theo giả thiết suy ra $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 1 + 2i$.
 Vậy $P = 2|1 - 2i - i| + |1 + 2i| = 2\sqrt{1^2 + (-3)^2} + \sqrt{1^2 + 2^2} = 2\sqrt{10} + \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1590. Giả sử z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 + (1 - 2i)z - 1 - i = 0$. Khi đó $|z_1 - z_2|$ bằng

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Xét phương trình $z^2 + (1 - 2i)z - 1 - i = 0$, có biệt thức $\Delta = (1 - 2i)^2 - 4(-1 - i) = 1$. Đó đó phương trình có hai nghiệm phân biệt là

$$z_1 = \frac{-(1 - 2i) + 1}{2} = i, \quad z_2 = \frac{-(1 - 2i) - 1}{2} = -1 + i.$$

$$\text{Vậy } |z_1 - z_2| = |i - (-1 + i)| = |1| = 1.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1591. Phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức là $2 + i$. Tính giá trị của ab^2 .

- A. -20. B. -100. C. 100. D. -36.

Lời giải.

Phương trình có một nghiệm phức $z_1 = 2 + i$, vậy nghiệm phức còn lại là $z_2 = 2 - i$. Theo định lý Vi-ét ta có

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 4 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = 5 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 5. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } ab^2 = -100.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1592. Gọi z_1 là số phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Tìm số phức liên hợp của $w = (1 + 2i)z_1$.

- A. $\bar{w} = 1 - 3i$. B. $\bar{w} = 1 + 3i$. C. $\bar{w} = -3 + i$. D. $\bar{w} = -3 - i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 - i \\ z = -1 + i. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } z_1 = -1 - i. \text{ Suy ra } w = (1 + 2i)z_1 = 1 - 3i \text{ và } \bar{w} = 1 + 3i.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1593. Biết z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Khi đó giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ là

A. 9.

B. 4.

C. $\frac{9}{4}$.D. $-\frac{9}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} = -\frac{9}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1594. Gọi z_1, z_2 (z_1 có phần ảo lớn hơn z_2) là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 6 = 0$. Phần ảo của $(z_2 + z_2z_1)$ là

A. $-\sqrt{2}$.B. $\sqrt{2}$.C. $-\sqrt{2}i$.D. $\sqrt{2}i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 - i\sqrt{2} \\ z = 2 + i\sqrt{2} \end{cases}$$

Theo giả thiết, z_1, z_2 (z_1 có phần ảo lớn hơn z_2) là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 6 = 0$ nên $\begin{cases} z_1 = 2 + i\sqrt{2} \\ z_2 = 2 + i\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow (z_2 + z_2z_1) = 8 + i\sqrt{2}$.

Vậy phần ảo của $z_2 + z_2z_1$ bằng $\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1595. Cho b, c là các số thực. Biết $z_1 = 1 + i$ là một nghiệm của phương trình bậc hai ẩn phức $2018z^2 + bz + c = 0$. Nghiệm z_2 còn lại của phương trình là

A. $z_2 = 1 - i$.B. $z_2 = 2018(1 - i)$.C. $z_2 = -1 + i$.D. $z_2 = 2018 - i$.

Lời giải.

Do phương trình đã cho có hệ số thực nên $z_2 = \overline{z_1} = 1 - i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1596. Trên tập số phức $\mathbb{C}$, gọi z_1, z_2 và z_3 là ba nghiệm của phương trình $z^3 - 8z^2 + 37z - 50 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

A. $P = 10$.B. $P = 9$.C. $P = 11$.D. $P = 12$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & z^3 - 8z^2 + 37z - 50 = 0 \\ \Leftrightarrow & (z - 2)(z^2 - 6z + 25) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} z = 2 \\ z = 3 + 4i \\ z = 3 - 4i \end{cases} \end{aligned}$$

Vì trong $P = |z_1| + |z_2| + |z_3|$ thì z_1, z_2, z_3 có vai trò như nhau nên

$$P = |z_1| + |z_2| + |z_3| = |2| + |3 + 4i| + |3 - 4i| = 12.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1597. Biết rằng phương trình $z^2 + bz + c = 0$, $b, c \in \mathbb{R}$ có một nghiệm phức là $z_1 = 1 + 2i$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $b + c = 0$. B. $b + c = 2$. C. $b + c = 3$. D. $b + c = 7$.

Lời giải.

z_1 là một nghiệm của phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nên

$$\begin{aligned} z_1^2 + bz_1 + c &= 0 \Leftrightarrow (1 + 2i)^2 + b(1 + 2i) + c = 0 \\ &\Leftrightarrow b + c - 3 + (4 + 2b)i = 0 \\ &\Rightarrow b + c = 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1598. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $z^3 + 1 = 0$ có nghiệm là

- A. $-1; \frac{5}{4} \pm \frac{\sqrt{3}}{4}i$. B. $-1; 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $-1; \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. $-1; \frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{5}}{4}i$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} z^3 + 1 &= 0 \\ &\Leftrightarrow (z + 1)(z^2 - z + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1599. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2 + |z| = 0$?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} z^2 + |z| &= 0 & (1) \\ \Rightarrow z^2 &= -|z| \\ \Rightarrow |z^2| &= |-|z|| \\ \Rightarrow |z|^2 &= |z| \\ \Rightarrow \begin{cases} |z| = 0 \\ |z| = 1 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = \pm i \\ z = \pm 1 \end{cases} \\ \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \begin{cases} z = 0 \\ z = \pm i. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1600. Biết z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị biểu thức $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là

A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{-4}{5}$. C. $\frac{16}{5}$. D. $\frac{6}{5}$.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 4, z_1 \cdot z_2 = 5$. Vậy

$$\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 \cdot z_2} = \frac{(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 \cdot z_2}{z_1 \cdot z_2} = \frac{4^2 - 2 \cdot 5}{5} = \frac{6}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1601. Cho số phức z thỏa mãn $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tính $|w|$ biết $w = z^{2018} - z^{2017} + z^{2016} + 3z^{2015} + 3z^2 - z + 9$

A. $9\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $5\sqrt{3}$. D. $2018\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $w = z^{2016}(z^2 - 2z + 3) + z^{2015}(z^2 - 2z + 3) + 3(z^2 - 2z + 3) + 5z = 5z$. Vậy $|w| = 5|z|$.

Từ phương trình dễ dàng tìm được $|z| = \sqrt{3}$. Vậy $|w| = 5\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1602. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 + 4z + 37 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức iz_0 ?

A. $M_2\left(-3; \frac{1}{2}\right)$. B. $M_3\left(3; \frac{1}{2}\right)$. C. $M_4\left(3; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M_1\left(-3; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

$$4z^2 + 4z + 37 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} + 3i \\ z = -\frac{1}{2} - 3i \end{cases}.$$

Suy ra $z_0 = -\frac{1}{2} + 3i \Rightarrow iz_0 = -3 - \frac{1}{2}i$. Do đó iz_0 có điểm biểu diễn là $M_1\left(-3; -\frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1603. Biết z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Tính $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$.

A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 \cdot z_2} = \frac{(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2}{z_1 z_2} = \frac{(1)^2 - 2 \cdot 2}{2} = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1604. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P = 2\sqrt{3}$. B. $P = 14$. C. $P = 7$. D. $P = \sqrt{14}$.

Lời giải.

Phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$ có hai nghiệm $z_1 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{47}}{4}i, z_2 = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{47}}{4}i$. Từ đó ta tính được $P = |z_1| + |z_2| = \sqrt{14}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1605. Có hai số phức z thỏa mãn $\frac{z+1}{z+2} - z - 4 = 0$ là z_1, z_2 . Tính $T = |z_1 - i|^2 + |z_2 - i|^2$.

A. $T = 10$.B. $T = 8$.C. $T = 5$.D. $T = 16$.

Lời giải.

$$\frac{z+1}{z+2} - z - 4 = 0 \Leftrightarrow z+1 - (z+4)(z+2) = 0 \Leftrightarrow -z^2 - 5z - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z_2 = -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i. \end{cases}$$

$$T = \left| -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i - i \right|^2 + \left| -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i - i \right|^2 = \frac{1}{4} [25 + (\sqrt{3} - 2)^2 + 25 + (\sqrt{3} + 2)^2] = 16.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1606. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$; M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Độ dài đoạn thẳng MN là

A. 2.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 4.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 2 - i$.

Vậy $M(2; 1), N(2; -1)$ nên $MN = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1607. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $4z^2 + 4z + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$.

A. 1.

B. $\sqrt{5}$.C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Do phương trình bậc hai với hệ số thực có hai nghiệm z_1 và z_2 là liên hợp của nhau, tức là $\bar{z}_1 = z_2$.

$$\text{Từ đó ta có } |z_1|^2 = z_1 \bar{z}_1 = z_1 z_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{4} \Rightarrow |z_1| = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Tương tự ta có } |z_2| = \frac{\sqrt{5}}{2}, \text{ từ đó suy ra } |z_1| + |z_2| = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1608. Cho phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Một nghiệm phức của phương trình đã cho là

A. $z = 2 + 3i$.B. $z = 5 - 4i$.C. $z = 1 + i$.D. $z = 3 - i$.

Lời giải.

$$z^2 - 6z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + i \\ z = 3 - i. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1609. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Khi đó $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ bằng

A. $\frac{3}{2}i$.B. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$.C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Theo định lí Vi-ét ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z_1 z_2 = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Ta có

$$\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 z_2} = \frac{(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2}{z_1 z_2} = \frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1610. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $A = 2\sqrt{10}$.

B. $A = 20$.

C. $A = 10$.

D. $A = \sqrt{10}$.

Lời giải.

Phương trình có hai nghiệm là $z_1 = -1 - 3i, z_2 = -1 + 3i$.

Suy ra $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1611. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $(z_1 - 1)^{2018} + (z_2 - 1)^{2018}$ bằng

A. $-2^{1010}i$.

B. $2^{1009}i$.

C. 0.

D. 2^{2018} .

Lời giải.

Phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 2 + i$.

Ta có

$$\begin{aligned} (z_1 - 1)^{2018} + (z_2 - 1)^{2018} &= (1 - i)^{2018} + (1 + i)^{2018} \\ &= [(1 - i)^2]^{1009} + [(1 + i)^2]^{1009} \\ &= (-2i)^{1009} + (2i)^{1009} \\ &= -(2i)^{1009} + (2i)^{1009} = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1612. Cho số phức z_0 có $|z_0| = 2018$. Diện tích của đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn của z_0 và các nghiệm của phương trình $\frac{1}{z + z_0} = \frac{1}{z} + \frac{1}{z_0}$ được viết dạng $n\sqrt{3}$, $n \in \mathbb{N}$. Chữ số hàng đơn vị của n là

A. 9.

B. 8.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} z \neq 0 \\ z + z_0 \neq 0. \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{z + z_0} &= \frac{1}{z} + \frac{1}{z_0} \Leftrightarrow zz_0 = (z + z_0)z + (z + z_0)z_0 \\ &\Leftrightarrow z^2 + z_0z + z_0^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} z = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0 \\ z = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0. \end{cases} \end{aligned}$$

Như vậy, phương trình $\frac{1}{z+z_0} = \frac{1}{z} + \frac{1}{z_0}$ có hai nghiệm là $z_1 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0$ và $z_2 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0$.

Gọi M_0, M_1, M_2 lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_0, z_1, z_2 .

$$M_0M_1 = |z_1 - z_0| = \left| \left(-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0 \right| = \left| -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| \cdot |z_0| = 2018\sqrt{3}.$$

$$M_0M_2 = |z_2 - z_0| = \left| \left(-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0 \right| = \left| -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| \cdot |z_0| = 2018\sqrt{3}.$$

$$M_1M_2 = |z_2 - z_1| = \left| (\sqrt{3}i)z_0 \right| = 2018\sqrt{3}.$$

Như vậy, tam giác $M_0M_1M_2$ là tam giác đều cạnh bằng $2018\sqrt{3}$. Diện tích của tam giác $M_0M_1M_2$ là

$$S = \frac{(2018\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = 3054243\sqrt{3}.$$

Do đó $n = 3054243$, chữ số hàng đơn vị của n là 3.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1613. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z - i = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2 - 2i|$.

A. $\sqrt{5}$.

B. 9.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 4.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 2$ nên $P = |2 - 2i| = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1614. Cho các số phức $z_1 = 3 + 2i, z_2 = 3 - 2i$. Phương trình bậc hai có hai nghiệm z_1 và z_2 là

A. $z^2 + 6z - 13 = 0$.

B. $z^2 + 6z + 13 = 0$.

C. $z^2 - 6z + 13 = 0$.

D. $z^2 - 6z - 13 = 0$.

Lời giải.

Ta có: $z_1 + z_2 = 6, z_1 \cdot z_2 = 13$

Suy ra phương trình bậc hai có hai nghiệm z_1 và z_2 là $z^2 - 6z + 13 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1615. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Số phức iz_0 bằng

A. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

B. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

C. $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

D. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Lời giải.

Ta có $2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{3 \pm i}{2}$.

Do đó $z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1616. Gọi z_1, z_2, z_3 là ba nghiệm phức của phương trình $z^3 + 8 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2| + |z_3|$ bằng

A. $2 + 2\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $2 + \sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải.

Ta có $z^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow (z + 2)(z^2 - 2z + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 \\ z^2 - 2z + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 \\ z = 1 - \sqrt{3}i \\ z = 1 + \sqrt{3}i \end{cases}$

Do đó $|z_1| + |z_2| + |z_3| = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1617. Phương trình $z^2 + z + 3 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 trên tập hợp số phức. Tính giá trị của biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$.

- A. $P = -5$. B. $P = -\frac{21}{2}$. C. $P = 6$. D. $P = 7$.

Lời giải.

$$\text{Có } z^2 + z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{11}}{2} \\ z = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{11}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2 = -5.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1618. Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $w + 3$ và $3w - 8i + 13$ với w là một số phức. Tính $S = b^2 - c^3$.

- A. $S = -496$. B. $S = 0$. C. $S = -26$. D. $S = 8$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = w + 3 = m + ni$ và $z_2 = 3w - 8i + 13 = m - ni$, với $m, n \in \mathbb{R}$ là hai nghiệm phức của phương trình.

$$\text{Vậy ta có } w = m - 3 + ni = \frac{m-13}{3} + \frac{8-n}{3}i \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-13}{3} = m-3 \\ \frac{8-n}{3} = n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = -b = 2m \\ z_1 z_2 = c = m^2 + n^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 8 \end{cases}, \text{ vậy ta suy ra } S = b^2 - c^3 = -496.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1619. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = z_1^4 + z_2^4$.

- A. -14 . B. $-14i$. C. 14 . D. $14i$.

Lời giải.

- Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i \end{cases}$
- Do đó $P = z_1^4 + z_2^4 = (1 + 2i)^4 + (1 - 2i)^4 = -14$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1620. Có bao nhiêu số thực m sao cho phương trình bậc hai $2z^2 + 2(m-1)z + 2m+1 = 0$ có 2 nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 đều không phải là số thực và thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = \sqrt{10}$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Do z_1, z_2 không phải số thực nên z_1, z_2 là các số phức liên hợp. Suy ra $z_1 z_2 = |z_1|^2 = |z_2|^2$.

$$\begin{aligned}
& |z_1| + |z_2| = \sqrt{10} \\
& \Leftrightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2|z_1||z_2| = 10 \\
& \Leftrightarrow 2z_1z_2 + 2|z_1z_2| = 10 \\
& \Leftrightarrow 2\frac{2m+1}{2} + 2\left|\frac{2m+1}{2}\right| = 10 \\
& \Leftrightarrow |2m+1| = 9-2m \\
& \Leftrightarrow m = 2.
\end{aligned}$$

Với $m = 2$, phương trình có 2 nghiệm $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ và $z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1621. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 11 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $H = |3z_1| - |z_2|$.

A. $H = 22$.

B. $H = 11$.

C. $H = 2\sqrt{11}$.

D. $H = \sqrt{11}$.

Lời giải.

Ta có

$$z^2 - 6z + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 + \sqrt{2}i \\ z_2 = 3 - \sqrt{2}i. \end{cases}$$

Mà $|z_1| = |z_2|$ nên $H = |3z_1| - |z_2| = 3|z_1| - |z_1| = 2|z_1| = 2|3 + \sqrt{2}i| = 2\sqrt{11}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1622. Cho phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức là z_1, z_2 . Tính $A = |z_1| + |z_2| + z_1 \cdot z_2$.

A. $A = 25 + 2\sqrt{5}$.

B. $A = 0$.

C. $A = 5 - 2\sqrt{5}$.

D. $A = 5 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Do z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau nên $|z_1|^2 = |z_2|^2 = z_1 \cdot z_2 = 5$.

Suy ra $A = 5 + 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1623. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $z^2 - 4z + 5 = 0$. Biểu thức $P = (z_1 - 1)^{2018} + (z_2 - 1)^{2018}$ có giá trị bằng

A. 0.

B. 2^{2018} .

C. 2^{1009} .

D. 2.

Lời giải.

Ta thấy P là biểu thức có tính đối xứng với z_1 và z_2 .

Ta có $\Delta' = -1 = i^2$. Do đó phương trình có hai nghiệm phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 2 + i$.

Khi đó

$$\begin{aligned}
P &= (1 - i)^{2018} + (1 + i)^{2018} = [(1 - i)^2]^{1009} + [(1 + i)^2]^{1009} \\
&= (-2i)^{1009} + (2i)^{1009} = -2^{1009}i + 2^{1009}i = 0.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1624. Gọi d là giá trị nhỏ nhất của mô-đun số phức z thỏa mãn $\left|z + \frac{1}{z}\right| = 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $d \in \left(2; \frac{5}{2}\right)$.

B. $d \in (1; 2)$.

C. $d \in \left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

D. $d \in (0; 1)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \left|z + \frac{1}{z}\right| = 2 \Leftrightarrow \left|z + \frac{1}{z}\right|^2 = 4 \\
& \Leftrightarrow \left(z + \frac{1}{z}\right) \left(\bar{z} + \frac{1}{\bar{z}}\right) = 4 \\
& \Leftrightarrow |z|^2 + \frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z} + \frac{1}{|z|^2} = 4 \\
& \Leftrightarrow |z|^2 + \frac{z^2 + \bar{z}^2}{|z|^2} + \frac{1}{|z|^2} = 4 \\
& \Leftrightarrow |z|^2 + \frac{(z + \bar{z})^2 - 2|z|^2}{|z|^2} + \frac{1}{|z|^2} = 4 \\
& \Leftrightarrow |z|^4 - 6|z|^2 + 1 = -(z + \bar{z})^2 \leq 0 \\
& \Rightarrow 3 - 2\sqrt{2} \leq |z|^2 \leq 3 + 2\sqrt{2} \\
& \Leftrightarrow \sqrt{2} - 1 \leq |z| \leq \sqrt{2} + 1.
\end{aligned}$$

$$|z| = \sqrt{2} - 1 \text{ khi } \begin{cases} z = -\bar{z} \\ |z| = \sqrt{2} - 1. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } d = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow d \in (0; 1).$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1625. Cho phương trình $x^2 - 2x + c = 0$, ($c \in \mathbb{R}, c > 1$) có hai nghiệm phức z_1 và z_2 . Biết rằng z_1 là số phức có phần ảo dương và $|z_1| = 5\sqrt{2}$. Tính $|z_1 - z_2|$.

A. 14.

B. 12.

C. $2\sqrt{46}$.

D. 6.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \Delta' = 1 - c = (\sqrt{c-1}i)^2 \Rightarrow z_1 = 1 + \sqrt{c-1}i.$$

$$\text{Vì } |z_1| = 5\sqrt{2} \Rightarrow c = 50. \text{ Do vậy ta có } \begin{cases} z_1 = 1 + 7i \\ z_2 = 1 - 7i \end{cases} \Rightarrow |z_1 - z_2| = 14.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1626. Biết z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị biểu thức $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là

A. $\frac{16}{5}$.

B. $\frac{-4}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{6}{5}$.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 4, z_1 \cdot z_2 = 5$. Vậy

$$\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 z_2} = \frac{(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2}{z_1 z_2} = \frac{6}{5}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1627. Cho số phức z thỏa mãn $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tính $|w|$ biết $w = z^{2018} - z^{2017} + z^{2016} + 3z^{2015} + 3z^2 - z + 9$.

A. $\sqrt{3}$.

B. $2018\sqrt{3}$.

C. $9\sqrt{3}$.

D. $5\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $w = z^{2016}(z^2 - 2z + 3) + z^{2015}(z^2 - 2z + 3) + 3(z^2 - 2z + 3) + 5z = 5z$.

Vậy $|w| = 5|z|$.

Từ phương trình ta tìm được $z = 1 \pm i\sqrt{2}$, từ đó dễ dàng tìm được $|z| = \sqrt{3}$. Vậy $|w| = 5\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1628. Gọi z_1 và z_2 (z_2 có phần ảo âm) là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 3z + 3 = z$. Giá trị của biểu thức $2018|2z_1| - 2017|2z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 3.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\text{— Ta có } 4z^2 - 3z + 3 = z \Leftrightarrow 4z^2 - 4z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i = z_1 \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i = z_2 \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{— Vậy } 2018|2z_1| - 2017|2z_2| = 2018 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 2017 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1629. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = [(i - z_1)(i - z_2)]^{2018}$.

A. 2^{1009} .

B. -2^{1009} .

C. 2^{2018} .

D. -2^{2018} .

Lời giải.

$$\text{Áp dụng định lý Vi-et ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 \cdot z_2 = 2. \end{cases}$$

Mặt khác, ta có

$$w = [i^2 - i(z_1 + z_2) + z_1 z_2]^{2018} = (1 - i)^{2018} = [(1 - i)^2]^{1009} = (-2i)^{1009} = -2^{1009} \cdot i \cdot (i^2)^{504} = -2^{1009} \cdot i.$$

Vậy phần ảo của w là -2^{1009} .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1630. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1^2| + |z_2^2|$ bằng

A. 10.

B. 20.

C. 6.

D. $6 - 8i$.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 4, z_1 z_2 = 5$.

Chú ý rằng $|z_1^2| = |z_1| \cdot |z_1| = |z_1| \cdot |z_2| = |z_1 z_2| = 5$, tương tự $|z_2^2| = 5$.

Vậy ta có $|z_1^2| + |z_2^2| = 10$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1631. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$.

A. $T = \frac{3}{2}i$.

B. $T = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$.

C. $T = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $T = -\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } T = \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 z_2} = \frac{(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2}{z_1 z_2} = \frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 3}{\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1632. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- A. $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$. D. $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

Lời giải.

- Phương trình đã cho có 2 nghiệm $2 + \frac{1}{2}i$ và $2 - \frac{1}{2}i$. Do đó $z_0 = 2 + \frac{1}{2}i$.
- $w = iz_0 = -\frac{1}{2} + 2i \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1633. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức là $z_0 = 1 + 2i$, tìm a, b .

- A. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a = 5 \\ b = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = 5 \\ b = -2 \end{cases}$.

Lời giải.

Nhận xét: Phương trình bậc 2 luôn có 2 nghiệm phức liên hợp.

Do đó, 2 nghiệm của phương trình đã cho là $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - 2i$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1634. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{z_1^2}{z_2} + \frac{z_2^2}{z_1}$.

- A. $\frac{22}{5}$. B. $-\frac{38}{5}$. C. $-\frac{22}{5}$. D. -12 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \frac{z_1^2}{z_2} + \frac{z_2^2}{z_1} = \frac{(z_1 + z_2)^3 - 3z_1z_2(z_1 + z_2)}{z_1z_2} = \frac{2^3 - 3 \cdot 5 \cdot 2}{5} = -\frac{22}{5}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1635. Cho số phức z thỏa mãn $11z^{2018} + 10iz^{2017} + 10iz - 11 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|z| \in [2; 3)$. B. $|z| \in [0; 1)$. C. $|z| \in (1; 2)$. D. $|z| \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} 11z^{2018} + 10iz^{2017} + 10iz - 11 &= 0 \\ \Leftrightarrow z^{2017}(11z + 10i) &= 11 - 10iz \Leftrightarrow z^{2017} = \frac{11 - 10iz}{11z + 10i} \\ \Rightarrow |z|^{2017} &= \sqrt{\frac{(11 + 10b)^2 + (10a)^2}{(11a)^2 + (11b + 10)^2}} = \sqrt{\frac{100(a^2 + b^2) + 220b + 121}{121(a^2 + b^2) + 220b + 100}} = k. \end{aligned}$$

Xét hiệu

$$H = 121(a^2 + b^2) + 220b + 100 - [100(a^2 + b^2) + 220b + 121] = 21(a^2 + b^2 - 1).$$

— Nếu $|z| > 1 \Rightarrow a^2 + b^2 > 1 \Rightarrow H > 0 \Leftrightarrow k < 1$ (vô lý).

— Nếu $|z| < 1 \Rightarrow a^2 + b^2 < 1 \Rightarrow H < 0 \Leftrightarrow k > 1$ (vô lý).
 $\Rightarrow |z| = 1 \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1636. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $5z^2 - 8z + 5 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + z_1 z_2$.

- A. $S = 3$. B. $S = 15$. C. $S = \frac{13}{5}$. D. $S = -\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Ta có phương trình $5z^2 - 8z + 5 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ và $z_2 = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i \Rightarrow S = |z_1| + |z_2| + z_1 z_2 = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1637. Trên tập số phức, hai số phức $z_1 = a - 3i$ và $z_2 = a + 3i, a \in \mathbb{R}$ là hai nghiệm của phương trình nào dưới đây?

- A. $z^2 + 2az + a^2 - 9 = 0$. B. $z^2 + 2az + a^2 + 9 = 0$.
 C. $z^2 - 2az + a^2 - 9 = 0$. D. $z^2 - 2az + a^2 + 9 = 0$.

Lời giải.

$z_1 + z_2 = (a - 3i) + (a + 3i) = 2a; z_1 z_2 = (a - 3i)(a + 3i) = a^2 + 9$.

Suy ra z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2az + a^2 + 9 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1638. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3z + 5 = 0$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $w = z_1 z_2 + (z_1 + z_2)i$.

- A. Phần thực bằng 5, phần ảo bằng 3. B. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 5.
 C. Phần thực bằng -5, phần ảo bằng 3. D. Phần thực bằng 5, phần ảo bằng -3.

Lời giải.

Vì z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3z + 5 = 0$ nên ta có

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -3 \\ z_1 z_2 = 5. \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} w &= z_1 z_2 + (z_1 + z_2)i \\ &= 5 - 3i. \end{aligned}$$

Do đó số phức w có phần thực bằng 5, phần ảo bằng -3.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1639. Cho phương trình $z^2 + mz + n = 0$ với $m, n \in \mathbb{R}$ có một nghiệm là $z = 1 + i$. Tìm mô-đun của số phức $w = m + ni$.

- A. $2\sqrt{2}$. B. 4. C. 8. D. 16.

Lời giải.

Đặt $z_1 = 1 + i$, phương trình $z^2 + mz + n = 0$ có thêm một nghiệm là $z_2 = 1 - i$.

Ta có

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 2 = -m \\ z_1 z_2 = 2 = n. \end{cases}$$

Suy ra

$$\begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow w = m + ni = -2 + 2i.$$

Vậy $|w| = |-2 + 2i| = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1640. Trong tập số phức $\mathbb{C}$, biết z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $(z_1 + z_2)^2$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 2 \Rightarrow (z_1 + z_2)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1641. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$ trên tập số phức. Số tập con của S là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

Lời giải.

$$z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}.$$

$$\text{Do đó tập nghiệm } S = \left\{ -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right\}.$$

Vậy số tập con của S là $2^2 = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1642. Giải phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$ trên tập hợp số phức, ta có tập nghiệm S là

A. $S = \{1 - i; 1 + i\}$.

B. $S = \{1 - i; -1 + i\}$.

C. $S = \{-1 - i; -1 + i\}$.

D. $S = \{-1 - i; 1 + i\}$.

Lời giải.

$z^2 + 2z + 2 = 0$ có $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phức

$$z_1 = -1 + i \text{ và } -1 - i.$$

Vậy $S = \{-1 - i; -1 + i\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1643. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 10 = 0$. Khi đó giá trị của $P = z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2$ là

A. $P = 14$.

B. $P = -14$.

C. $P = -6$.

D. $P = 6$.

Lời giải.

$$\text{Theo Vi-et ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = 4 \\ z_1 \cdot z_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow P = z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2 = -6.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1644. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Tính giá trị của $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $P = 5$.

B. $P = 6$.

C. $P = 9$.

D. $P = 10$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 - i = z_1 \\ z = 2 + i = z_2. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |2 - i|^2 + |2 + i|^2 = 10.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1645. Tập nghiệm của phương trình $x^2 + 9 = 0$ trên tập hợp số phức là tập hợp nào sau đây?

A. $\emptyset$.

B. $\{-3; 3\}$.

C. $\{0; 3\}$.

D. $\{-3i; 3i\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3i \\ x = -3i. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{-3i; 3i\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1646. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $5z^2 - 7z + 11 = 0$. Tính $T = |z_1 - z_2|$.

A. $\frac{3\sqrt{19}}{5}$.

B. $\frac{171}{25}$.

C. $\frac{7}{5}$.

D. $\frac{11}{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 5z^2 - 7z + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{7 + i\sqrt{171}}{10} \\ z = \frac{7 - i\sqrt{171}}{10}. \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z_1 - z_2| = \left| \frac{i\sqrt{171}}{5} \right| = \frac{\sqrt{171}}{5}.$$

$$\text{Vậy } T = \frac{\sqrt{171}}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1647. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình: $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $2\sqrt{5}$.

B. 10.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i. \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } P = |z_1| + |z_2| = \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1648. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình: $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $P = 2\sqrt{5}$.

B. $P = 20$.

C. $P = 10$.

D. $P = \sqrt{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - 2i \\ z = 1 + 2i \end{cases}. \text{ Khi đó, } P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1649. Cho $z = 2 + 3i$ là một số phức. Hãy tìm một phương trình bậc hai với hệ số thực nhận z và $\bar{z}$ làm nghiệm.

A. $z^2 + 4z + 13 = 0$.

B. $z^2 - 4z + 12 = 0$.

C. $z^2 + 4z + 12 = 0$.

D. $z^2 - 4z + 13 = 0$.

Lời giải.

Phương trình bậc hai nhận $z = 2 + 3i$ và $\bar{z} = 2 - 3i$ làm nghiệm có dạng

$$(z - 2 - 3i)(z - 2 + 3i) = 0 \Leftrightarrow z^2 - 4z + 13 = 0.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1650. Tìm tất cả các nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $(z^2 + 9)(z^2 - z + 1) = 0$.

A. $z = -3i$.

B. $z = -3i; z = \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

C. $z = -3i; z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

D. $z = -2i; z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Lời giải.

$$(z^2 + 9)(z^2 - z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 3i \\ z = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} \end{cases}$$

Các nghiệm phức có phần ảo âm là $z = -3i; z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1651. Gọi z_1, z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $2z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $A = |z_1| + |z_2|$.

A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 1.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

$\Delta' = 1 - 10 = -9$. Phương trình có hai nghiệm phức $z_1 = \frac{1 + 3i}{2}, z_2 = \frac{1 - 3i}{2}$.

$$A = \left| \frac{1 + 3i}{2} \right| + \left| \frac{1 - 3i}{2} \right| = \sqrt{10}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1652. Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức $2 - 3i$ và $2 + 3i$ làm nghiệm ?

A. $z^2 + 4z + 13 = 0$.

B. $z^2 + 4z + 3 = 0$.

C. $z^2 - 4z + 13 = 0$.

D. $z^2 - 4z + 3 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z_1 = 2 - 3i; z_2 = 2 + 3i$. Khi đó

$$S = z_1 + z_2 = 4; P = z_1 \cdot z_2 = (2 - 3i)(2 + 3i) = 4 + 9 = 13.$$

Do đó z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình: $z^2 - Sz + P = 0$ hay $z^2 - 4z + 13 = 0$.

Vậy $z^2 - 4z + 13 = 0$ là phương trình cần tìm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1653. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^4 + z_2^4$ bằng

A. 14.

B. -7.

C. -14.

D. 7.

Lời giải.

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \quad (1).$$

$$\Delta'_{(1)} = -4 = 4i^2.$$

Vậy 2 nghiệm phức của (1) là $\begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i \end{cases}$

$$z_1^4 + z_2^4 = (1 + 2i)^4 + (1 - 2i)^4 = -14.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1654. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 3 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $P = \frac{1}{6}$. B. $P = \frac{1}{3}$. C. $P = 3$. D. $P = -\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Cách khác: Ta có } z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = 1, z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = 3. \text{ Khi đó } P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 \cdot z_2} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1655. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Tính giá trị $P = \frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|}$.

A. $P = 0$. B. $P = 4$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Lời giải.

$$\text{Giải phương trình } z^2 - z + 1 = 0 \text{ được hai nghiệm là } z_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

$$\text{Do đó } |z_1| = |z_2| = 1. \text{ Vậy } P = 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1656. Phương trình $z^2 + 3z + 9 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Tính $S = z_1 z_2 + z_1 + z_2$.

A. -6 . B. 6 . C. 12 . D. -12 .

Lời giải.

$$\text{Theo Vi-ét ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = -3 \\ z_1 z_2 = \frac{c}{a} = 9. \end{cases}$$

$$\text{Do đó ta có } S = 9 - 3 = 6.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1657. Cho a, b là các số thực thỏa phương trình $z^2 + az + b = 0$ có nghiệm $3 - 2i$, tính $S = a + b$.

A. $S = 19$. B. $S = -7$. C. $S = 7$. D. $S = -19$.

Lời giải.

Thay $z = 3 - 2i$ vào phương trình $z^2 + az + b = 0$ ta được phương trình

$$\begin{aligned} & (3 - 2i)^2 + a(3 - 2i) + b = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 9 - 4 + 3a + b = 0 \\ -12 - 2a = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a = -6 \\ b = 13 \end{cases}. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } S = a + b = -6 + 13 = 7.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1658. Biết phương trình $z^2 + 2017 \cdot 2018z + 2^{2018} = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Tính $S = |z_1| + |z_2|$

A. 2^{2018} . B. 2^{2019} . C. 2^{1009} . D. 2^{1010} .

Lời giải.

$$\text{Phương trình } z^2 + 2017 \cdot 2018z + 2^{2018} = 0 \quad (1)$$

(1) có $\Delta = (2017 \cdot 2018)^2 - 4 \cdot 2^{2018} < 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phức z_1, z_2 .

$$\text{Khi đó } z_1 = \overline{z_2} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{z_1 \cdot z_2} = \sqrt{2^{2018}} = 2^{1009} \Rightarrow S = 2^{1010}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1659. Tìm tổng các giá trị số thực a sao cho phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0| = 2$.

A. 0.

B. 2.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Có 3 trường hợp sau:

Trường hợp 1. $z_0 = 2$ là nghiệm phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ nên $a^2 - 2a + 10 = 0$ vô nghiệm.

Trường hợp 2. $z_0 = -2$ là nghiệm phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ nên $a^2 - 2a - 2 = 0 \Rightarrow a_1 + a_2 = 2$.

Trường hợp 3. $z_0 \notin \mathbb{R}$ là nghiệm phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ nên $a^2 - 2a = 4 \Rightarrow a_3 + a_4 = 2$.

Vậy tổng tất cả các giá trị của số thực a để phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0| = 2$ là 4.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1660. Tìm số phức z có phần ảo dương thỏa $z^2 - 2z + 10 = 0$.

A. $z = 1 + 3i$.B. $z = -1 + 3i$.C. $z = 2 + 6i$.D. $z = -2 + 6i$.**Lời giải.**

Ta có $\Delta' = -9$. Phương trình đã cho có các nghiệm phức là $z = 1 \pm 3i$. Do đó, nghiệm phức có phần ảo dương là $z = 1 + 3i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1661. Biết rằng phương trình $z^2 + bz + c = 0$ ($b, c \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức là $z_1 = 1 + 2i$. Khi đó

A. $b + c = 2$.B. $b + c = 3$.C. $b + c = 0$.D. $b + c = 7$.**Lời giải.**

Phương trình bậc hai hệ số thực có nghiệm phức thì hai nghiệm đó là liên hợp của nhau.

Phương trình đã cho có nghiệm còn lại là $z_2 = 1 - 2i$.

Khi đó, theo Vi-et ta có $z_1 + z_2 = -b \Rightarrow b = -2$.

Và $z_1 \cdot z_2 = c \Rightarrow c = 5$. Suy ra $b + c = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1662. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 3z + 3 = 0$ trên tập $\mathbb{C}$. Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

A. $2\sqrt{3}$.B. $2\sqrt{5}$.

C. 6.

D. $3\sqrt{2}$.**Lời giải.**

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 3 = -3 = (\pm\sqrt{3}i)^2.$$

$$\text{Phương trình } z^2 + 3z + 3 = 0 \text{ có nghiệm } \begin{cases} z_1 = \frac{3 - \sqrt{3}i}{2} \\ z_2 = \frac{3 + \sqrt{3}i}{2} \end{cases}$$

$$T = |z_1| + |z_2| = \left| \frac{3 - \sqrt{3}i}{2} \right| + \left| \frac{3 + \sqrt{3}i}{2} \right| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 2\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1663. Trên tập số phức, tích 4 nghiệm của phương trình $x(x^2 - 1)(x + 2) = 24$ bằng

A. -24.

B. -12.

C. 12.

D. 24.

Lời giải.

Gọi x_1, x_2, x_3, x_4 là 4 nghiệm của phương trình $x(x^2 - 1)(x + 2) = 24$.

Như vậy ta có $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) = x(x^2 - 1)(x + 2) - 24 = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x - 24$.

Đồng nhất hệ số tự do của hai vế suy ra $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = -24$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1664. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$.

Khi đó

A. $w = 2^{50}i$.B. $w = -2^{51}$.C. $w = 2^{51}$.D. $w = -2^{50}i$.

Lời giải.

$$\text{Có } z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} w &= (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100} = (-1 + i)^{100} = (1 + i)^{100} \\ &= ((1 - i)^2)^{50} + ((1 + i)^2)^{50} \\ &= (-2i)^{50} + (2i)^{50} = -2^{50} - 2^{50} = -2^{51}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1665. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Khi đó, phần thực của $w = z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 16.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Theo định lý Vi-ét ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = 4 \\ z_1 z_2 = 5. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } w = z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 4^2 - 2 \cdot 5 = 6.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1666. Biết phương trình $z^2 + mz + n = 0$ (với m, n là tham số thực) có một nghiệm là $z = 1 + i$.

Mô-đun của số phức $w = m + ni$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. $3\sqrt{2}$.D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 + mz + n = 0$ có nghiệm $z = 1 + i$ thì cũng có nghiệm $z = 1 - i$.

$$\text{Áp dụng định lý Vi-ét ta có } \begin{cases} -m = (1 + i) + (1 - i) \\ n = (1 + i)(1 - i) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 2. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } w = -2 + 2i. \text{ Suy ra } |w| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1667. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Tính $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. 4.

B. $\frac{4}{3}$.C. $\frac{8}{3}$.

D. 8.

Lời giải.

Ta có $z^2 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1 \pm \sqrt{7}i}{2} \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1668. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3z + 5 = 0$. Tính $|z_1 + z_2|$.

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. 5. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = -3 \Rightarrow |z_1 + z_2| = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1669. Cho phương trình $z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 8z + 9 = 0$ có bốn nghiệm phức phân biệt là z_1, z_2, z_3, z_4 .

Tính giá trị của biểu thức $T = (z_1^2 + 4)(z_2^2 + 4)(z_3^2 + 4)(z_4^2 + 4)$.

- A. $T = 1$. B. $T = 0$. C. $T = 2i$. D. $T = -2i$.

Lời giải.

Đặt $f(z) = z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 8z + 9$. Do phương trình $f(z) = 0$ có bốn nghiệm phức phân biệt z_1, z_2, z_3, z_4 , suy ra $f(z) = (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4)$.

Ta có

$$\begin{aligned} T &= (z_1^2 + 4)(z_2^2 + 4)(z_3^2 + 4)(z_4^2 + 4) \\ &= (z_1 - 2i)(z_1 + 2i) \cdot (z_2 - 2i)(z_2 + 2i) \cdot (z_3 - 2i)(z_3 + 2i) \cdot (z_4 - 2i)(z_4 + 2i) \\ &= (2i - z_1)(2i - z_2)(2i - z_3)(2i - z_4) \cdot (-2i - z_1)(-2i - z_2)(-2i - z_3)(-2i - z_4) \\ &= f(2i) \cdot f(-2i) = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1670. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 29 = 0$. Tính giá trị biểu thức $|z_1|^4 + |z_2|^4$.

- A. 1682. B. 58. C. 841. D. 1282.

Lời giải.

Ta có $\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 29 = -112$.

Suy ra 2 nghiệm của phương trình là $z_1 = -2 + 5i$ và $z_2 = -2 - 5i$ nên $|z_1| = |z_2| = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$.

Khi đó $|z_1|^4 + |z_2|^4 = 1682$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1671. Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $z_1, z_2 \neq 0; z_1 + z_2 \neq 0$ và $\frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2}$. Tính $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2} \Leftrightarrow \frac{z_2}{z_1 + z_2} = \frac{z_2}{z_1} + \frac{2z_2}{z_2} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{z_1}{z_2} + 1} = \frac{z_2}{z_1} + 2$. (★)

Đặt $t = \frac{z_1}{z_2}$, khi đó

$$(★) \Leftrightarrow \frac{1}{t+1} = \frac{1}{t} + 2 \Leftrightarrow 2t^2 + 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i.$$

Suy ra $|t| = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1672. Cho hai số phức z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{13}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 + 2i \\ z_2 = 3 - 2i \end{cases}.$$

$$|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{13}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1673. Trên tập hợp số phức, khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Phương trình $z^2 + 1 = 0$ vô nghiệm.
 B. Phương trình $z^3 + 8 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
 C. Phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
 D. $z^2 = -4 \Leftrightarrow z = 2i$ hoặc $z = -2i$.

Lời giải.

$$\text{Xét phương trình: } z^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow z^2 = -1 \Leftrightarrow z^2 = i^2 \Leftrightarrow z = \pm i.$$

Vậy khẳng định “Phương trình $z^2 + 1 = 0$ vô nghiệm” là khẳng định **sai**.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1674. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 2z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- A. $M\left(\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right)$. B. $N\left(\frac{5}{4}; -\frac{1}{4}\right)$. C. $P\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $Q\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } 2z^2 - 2z + 13 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1}{2} + \frac{5}{2}i \text{ (loại) hay } z = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}i \text{ (nhận).}$$

$$\text{Nên ta có } w = iz_0 = i\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i\right) = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i. \text{ Vậy điểm biểu diễn của } w \text{ là } Q\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right).$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1675. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = (z_1 - 2z_2)\bar{z}_2 - 4z_1$ bằng

- A. -10 . B. 10 . C. -5 . D. -15 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = z_1 \cdot \bar{z}_2 - 2z_2 \cdot \bar{z}_2 - 4z_1 = (z_1)^2 - 2|z_2|^2 - 4z_1 = (z_1)^2 - 2|z_1|^2 - 4z_1.$$

Giải phương trình đã cho, thu được hai nghiệm là $2 \pm i$.

- Nếu $z_1 = 2 - i$ thì $P = (2 - i)^2 - 2(2^2 + 1^2) - 4(2 - i) = 4 - 4i + i^2 - 10 - 8 + 4i = -15$.
- Nếu $z_1 = 2 + i$ thì $P = (2 + i)^2 - 2(2^2 + 1^2) - 4(2 + i) = 4 + 4i + i^2 - 10 - 8 - 4i = -15$.

Vậy $P = -15$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1676. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ trên mặt phẳng phức. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. 6 . B. 2 . C. 4 . D. 12 .

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = 4i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 2i \\ z = -1 - 2i \end{cases}$.

Đặt $A(-1; 2), B(-1; -2)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (0; -4) \Rightarrow AB = 4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1677. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 7z + 51i^{2008} = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = 2z_1 - z_1z_2 + 2z_2$.

A. $P = -37$.

B. $P = 58$.

C. $P = -65$.

D. $P = -44$.

Lời giải.

Ta có $z^2 - 7z + 51i^{2008} = 0 \Leftrightarrow z^2 - 7z + 51 = 0$.

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = 7 \\ z_1 \cdot z_2 = 51. \end{cases}$

Từ đó suy ra $P = 2z_1 - z_1z_2 + 2z_2 = 2(z_1 + z_2) - z_1z_2 = 14 - 51 = -37$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1678. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Tìm số phức liên hợp của số phức $z_1 + 2z_2$.

A. $-3 + 2i$.

B. $3 - 2i$.

C. $2 + i$.

D. $2 - i$.

Lời giải.

Xét phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = -4 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases}$

Khi đó $w = z_1 + 2z_2 = -3 - 2i \Rightarrow$ số phức liên hợp là $\bar{w} = -3 + 2i$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1679. Tìm các số thực b, c để phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i$ làm một nghiệm.

A. $b = 2, c = -2$.

B. $b = 2, c = 2$.

C. $b = -2, c = 2$.

D. $b = -2, c = -2$.

Lời giải.

Ta có phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i$ làm một nghiệm.

$\Rightarrow (1 + i)^2 + b(1 + i) + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + b = 0 \\ b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 2. \end{cases}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1680. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính iz_0 .

A. $iz_0 = 3 - i$.

B. $iz_0 = -3i + 1$.

C. $iz_0 = -3 - i$.

D. $iz_0 = 3i - 1$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i. \end{cases}$

Suy ra $z_0 = -1 + 3i$. Do đó $iz_0 = i(-1 + 3i) = -3 - i$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1681. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 + z^2 - 6 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $S = 2\sqrt{3}$.

B. $S = 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})$.

C. $S = 2\sqrt{2}$.

D. $S = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^4 + z^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -3 \\ z^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm i\sqrt{3} \\ z = \pm \sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |-i\sqrt{3}| + |i\sqrt{3}| + |-\sqrt{2}| + |\sqrt{2}| = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1682. Cho A, B là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự z_0, z_1 khác 0 và thỏa mãn đẳng thức $z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1$. Hỏi ba điểm O, A, B tạo thành tam giác gì (O là gốc tọa độ)? Chọn phương án đúng và đầy đủ nhất.

A. Đều.

B. Cân tại O .

C. Vuông tại O .

D. Vuông cân tại O .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1 &\Leftrightarrow \left(\frac{z_0}{z_1}\right)^2 - \frac{z_0}{z_1} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z_0}{z_1} = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} \\ \frac{z_0}{z_1} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} z_1 \\ z_0 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_1. \end{cases} \end{aligned}$$

— Xét trường hợp $z_0 = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} z_1$.

$$OA = |z_0| = \left| \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = \left| \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} \right| \cdot |z_1| = |z_1| = OB.$$

$$AB = |\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}| = |z_1 - z_0| = \left| z_1 - \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = \left| \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = |z_1| = OB.$$

Như vậy: $OA = OB = AB \Rightarrow \triangle OAB$ là tam giác đều.

— Xét trường hợp $z_0 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_1$.

$$OA = |z_0| = \left| \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = \left| \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} \right| \cdot |z_1| = |z_1| = OB.$$

$$AB = |\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}| = |z_1 - z_0| = \left| z_1 - \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = \left| \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} z_1 \right| = |z_1| = OB.$$

Như vậy: $OA = OB = AB \Rightarrow \triangle OAB$ là tam giác đều.

Tóm lại, ba điểm O, A, B tạo thành tam giác đều (O là gốc tọa độ).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1683. Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm là $1 + 2i$?

A. $z^2 - 2z + 3 = 0$.

B. $z^2 + 2z + 5 = 0$.

C. $z^2 - 2z + 5 = 0$.

D. $z^2 + 2z + 3 = 0$.

Lời giải.

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1684. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức liên hợp của số phức $z_1 + 2z_2$ là

- A. $-3 + 2i$. B. $3 - 2i$. C. $2 + i$. D. $2 - i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 - 2i \\ z = -1 + 2i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases} \Rightarrow \overline{z_1 + 2z_2} = -3 + 2i.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1685. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. 2. C. $3\sqrt{2}$. D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}.$$

Khi đó, $|z_1| + |z_2| = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1686. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm $z = -2 + i$. Tính $T = a + b$.

- A. $T = 9$. B. $T = 1$. C. $T = 4$. D. $T = -1$.

Lời giải.

Theo đề bài phương trình đã cho có 2 nghiệm là $z_1 = -2 - i$ và $z_2 = -2 + i$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = -4 = \frac{-a}{1} = -a \\ z_1 \cdot z_2 = 5 = \frac{b}{1} = b. \end{cases}$$

Vậy $T = a + b = 4 + 5 = 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1687. Cho m là số thực, biết phương trình $z^2 + mz + 5 = 0$ có hai nghiệm phức trong đó có một nghiệm có phần ảo bằng 1. Tính tổng môđun của hai nghiệm.

- A. 3. B. $\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. 4.

Lời giải.

Giả sử phương trình có nghiệm $z_1 = a + i, a \in \mathbb{R}$, khi đó $z_2 = a - i$ cũng là nghiệm của phương trình.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $5 = x_1 x_2 = (a + i)(a - i) = a^2 + 1$, nên ta có: $a^2 = 4$.

Khi đó: $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{a^2 + 1} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1688. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Tìm số phức $w = z_1 + 2z_2$.

- A. $w = 9 + 2i$. B. $w = -9 + 2i$. C. $w = -9 - 2i$. D. $w = 9 - 2i$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$ có nghiệm là $z_1 = -3 - 2i, z_2 = -3 + 2i$

Suy ra $w = z_1 + 2z_2 = -9 + 2i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1689. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức z_1 ?

A. $P(-1; -\sqrt{2}i)$.

B. $Q(-1; \sqrt{2}i)$.

C. $N(-1; \sqrt{2})$.

D. $M(-1; -\sqrt{2})$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + \sqrt{2}i \\ z = -1 - \sqrt{2}i \end{cases}$. Vì z_1 có phần ảo âm nên $z_1 = -1 - \sqrt{2}i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức z_1 là điểm $M(-1; -\sqrt{2})$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1690. Phương trình nào sau đây nhận hai số phức $z_1 = 1 + \sqrt{2}i$ và $z_2 = 1 - \sqrt{2}i$ làm nghiệm?

A. $z^2 - 2z + 3 = 0$.

B. $z^2 - 2z - 3 = 0$.

C. $z^2 + 2z + 3 = 0$.

D. $z^2 + 2z - 3 = 0$.

Lời giải.

Dễ thấy $z_1 + z_2 = 2, z_1 z_2 = 3$ nên theo định lí Vi-et đảo, z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1691. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $F = |z_1| + |z_2|$.

A. $F = 2\sqrt{5}$.

B. $F = 6$.

C. $F = 10$.

D. $F = 3$.

Lời giải.

$z_{1,2} = 1 \pm 2i$ nên $|z_1| = |z_2| = \sqrt{5}$. Suy ra $F = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1692. Trong mặt phẳng phức, gọi M, N là điểm biểu diễn của các số phức là nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $MN = 4$.

B. $MN = 5$.

C. $MN = 20$.

D. $MN = 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

$$MN^2 = |z_1 - z_2|^2 = (z_1 - z_2)(\bar{z}_1 - \bar{z}_2) = (z_1 - z_2)(z_2 - z_1) = -(z_1 - z_2)^2 = -(z_1 + z_2)^2 + 4z_1 z_2 = 20.$$

Suy ra $MN = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1693. Giả sử phương trình $z^2 + az + b = 0$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) nhận $z_1 = 1 - i$ làm nghiệm. Tìm nghiệm z_2 còn lại.

A. $z_2 = -1 - i$.

B. $z_2 = 1 - i$.

C. $z_2 = -1 + i$.

D. $z_2 = 1 + i$.

Lời giải.

Do $a, b \in \mathbb{R}$ và phương trình có một nghiệm phức là z_1 , nên nghiệm phức còn lại là số phức liên hợp của z_1 . Vậy, $z_2 = \bar{z}_1 = 1 + i$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1694. Giải phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ trên tập số phức ta được các nghiệm

A. $-2 + i, -2 - i$.

B. $2 + i, 2 - i$.

C. $4 + i, 4 - i$.

D. $-4 + i, -4 - i$.

Lời giải.

Ta có biệt thức $\delta = 4^2 - 4 \cdot 5 = -4$, có hai căn bậc hai là $\pm 2i$.

Phương trình có hai nghiệm là $z = \frac{4 + 2i}{2} = 2 + i$ và $z = \frac{4 - 2i}{2} = 2 - i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1695. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

Ta có: $z^2 - 8z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 4 + 3i \\ z = 4 - 3i \end{cases}$. Do đó phương trình có hai nghiệm là $\begin{cases} z_1 = 4 + 3i \\ z_2 = 4 - 3i \end{cases}$.

$$\Rightarrow |z_1 - z_2| = |(4 + 3i) - (4 - 3i)| = |6i| = 6.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1696. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Tính $|z_0 + 1 - i|$.

A. $\sqrt{13}$.

B. 13.

C. 5.

D. 25.

Lời giải.

Ta có: $z_0 = 3 - 2i$. Khi đó $|z_0 + 1 - i| = |3 - 2i + 1 - i| = |4 - 3i| = \sqrt{16 + 9} = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1697. Nếu $z = i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với $(a, b \in \mathbb{R})$ thì $a + b$ bằng

A. -1.

B. 2.

C. -2.

D. 1.

Lời giải.

$z = i$ là một nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$ nên ta có:

$$i^2 + a.i + b = 0 \Leftrightarrow ai + b = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1698. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Phần thực vào phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là

A. -6; 1.

B. -1; -6.

C. -6; -1.

D. 6; 1.

Lời giải.

Ta có $2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases}$.

Suy ra $z_1 + 3z_2 = -6 - i$, do đó phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là -6; -1.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1699. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $a + \sqrt{3}b$.

A. -2.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Lời giải.

Ta có phương trình tương đương $\left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$.

Do phần ảo của z dương nên $a = \frac{1}{2}$ và $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Do đó $a + \sqrt{3}b = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1700. Cho số phức $z = a + bi$. Phương trình nào dưới đây nhận z và $\bar{z}$ làm nghiệm?

A. $z^2 - 2az + a^2b^2 = 0$.B. $z^2 - 2az + a^2 + b^2 = 0$.C. $z^2 - 2az - a^2 - b^2 = 0$.D. $z^2 + 2az + a^2 + b^2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $z = a + bi$ và $\bar{z} = a - bi$ là nghiệm của phương trình

$$(z - a - bi)(z - a + bi) = 0 \Leftrightarrow (z - a)^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2az + a^2 + b^2 = 0.$$

Vậy z và $\bar{z}$ là nghiệm của phương trình $z^2 - 2az + a^2 + b^2 = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1701. Cho hai số thực b, c với $c > 0$. Kí hiệu A, B là hai điểm của mặt phẳng phức biểu diễn hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2bz + c = 0$. Tìm điều kiện của b và c sao cho tam giác OAB là tam giác vuông (với O là gốc tọa độ).

- A. $b = c$. B. $b^2 = c$. C. $2b^2 = c$. D. $b^2 = 2c$.

Lời giải.

Theo bài ra ta giả sử A, B là điểm biểu diễn lần lượt của $z_1 = x + yi, z_2 = x - yi$, suy ra A và B đối xứng nhau qua trục hoành.

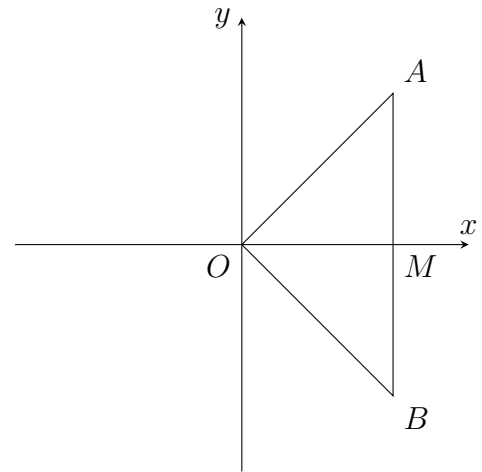
Áp dụng định lý Vi-ét ta có

$$z_1 + z_2 = 2x = -2b \text{ và } z_1 z_2 = x^2 + y^2 = c.$$

Để tam giác OAB vuông khi và chỉ khi $OM = MA = MB \Leftrightarrow$

$$|x| = |y| \Leftrightarrow x^2 = y^2 = b^2.$$

Từ đó suy ra $2b^2 = c$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1702. Biết z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Khi đó, giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ là

- A. $\frac{9}{4}$. B. $-\frac{9}{4}$. C. 9. D. 4.

Lời giải.

$$2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{21}}{4}i & (= z_1) \\ z = -\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{21}}{4}i & (= z_2) \end{cases}. \text{ Khi đó } z_1^2 + z_2^2 = -\frac{9}{4}.$$

$$\text{Cách khác: } z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} = -\frac{9}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1703. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = (1 + 2i)z_1 - \frac{3}{2}i$?

- A. $M(-2; 1)$. B. $M(3; -2)$. C. $M(3; 2)$. D. $M(2; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z_1 = 2 - \frac{1}{2}i \Rightarrow w = (1 + 2i)\left(2 - \frac{1}{2}i\right) - \frac{3}{2}i = 3 + 2i \Rightarrow M(3; 2).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1704. Biết số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $T = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

- A. $|z| = \sqrt{33}$. B. $|z| = 50$. C. $|z| = \sqrt{10}$. D. $|z| = 5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), theo giả thiết $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$ (C).

Ngoài ra $T = |z + 2|^2 - |z - i|^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 - T = 0$ (Δ) đạt giá trị lớn nhất.

Rõ ràng (C) và (Δ) có điểm chung do đó $\frac{|23 + T|}{2\sqrt{5}} \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow 13 \leq T \leq 33$.

Vì T đạt giá trị lớn nhất nên $T = 33$ suy ra $4x + 2y - 30 = 0 \Leftrightarrow y = 15 - 2x$ thay vào (C) ta được $5x^2 - 50x + 125 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow y = 5$. Vậy $|z| = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1705. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| = 4\sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất của $P = |z - 4 + 4i|$.

- A. $\max P = 4\sqrt{5}$. B. $\max P = 7\sqrt{5}$. C. $\max P = 5\sqrt{5}$. D. $\max P = 6\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có bất đẳng thức mô-đun số phức sau:

$$||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|.$$

Đặt $w = z - 4 + 4i \Rightarrow P = |w|$.

Ta có $|z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| = 4\sqrt{5} \Leftrightarrow |w + 2 - i| + |w + 6 - 3i| = 4\sqrt{5}$.

Mà $\begin{cases} |w + 2 - i| \geq |w| - |2 - i| = |w| - \sqrt{5} \\ |w + 6 - 3i| \geq |w| - |6 - 3i| = |w| - 3\sqrt{5} \end{cases}$

suy ra $4\sqrt{5} \geq (|w| - \sqrt{5}) + (|w| - 3\sqrt{5}) \Leftrightarrow |w| \leq 4\sqrt{5}$.

Vậy $\max P = 4\sqrt{5}$ khi $w = k(2 - i) = -4(2 - i)$ hay $z = -4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1706. Tìm nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$.

- A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Lời giải.

Vì phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ có hai nghiệm phức là $\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ nên nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình là $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1707. Tổng các nghiệm phức của phương trình $z^3 + z^2 - 2 = 0$ là

- A. 1. B. -1. C. $1 - i$. D. $1 + i$.

Lời giải.

Ta có $z^3 + z^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (z - 1)(z^2 + 2z + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + i \\ z_2 = -1 - i \\ z_3 = 1 \end{cases}$

Vậy tổng các nghiệm phức là $z_1 + z_2 + z_3 = -1 + i - 1 - i + 1 = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1708. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z_1 là

- A. $M(-1; -\sqrt{2})$. B. $M(-1; 2)$. C. $M(-1; -2)$. D. $M(-1; -\sqrt{2}i)$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = -1 - \sqrt{2}i$ và $z_2 = -1 + \sqrt{2}i$ nên $M(-1; -\sqrt{2})$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1709. Cho z là số phức có mô-đun bằng 2017 và w là số phức thỏa mãn $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w}$.

Mô-đun của số phức w là

A. 2015.

B. 0.

C. 1.

D. 2017.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w} \Rightarrow (z+w)^2 = w^2 + wz + z^2 \Leftrightarrow w^2 + wz + z^2 = 0 \Leftrightarrow w = \frac{-z \pm z\sqrt{3}i}{2}.$$

$$\text{Với } w = \frac{-z - z\sqrt{3}i}{2} \Rightarrow |w| = \frac{|-z - z\sqrt{3}i|}{2} = |-z| \cdot \frac{|1 + i\sqrt{3}|}{2} = |z| = 2017.$$

$$\text{Với } w = \frac{-z + z\sqrt{3}i}{2} \Rightarrow |w| = \frac{|-z + z\sqrt{3}i|}{2} = |-z| \cdot \frac{|1 - i\sqrt{3}|}{2} = |z| = 2017.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1710. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 5z + 7 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $4\sqrt{7}$.

B. 56.

C. 14.

D. $2\sqrt{7}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } z^2 - 5z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}. \text{ Suy ra } P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 14.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1711. Kí hiệu z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 4z + 3 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1 z_2 + i(z_1 + z_2)|$.

A. $P = 1$.

B. $P = \frac{7}{2}$.

C. $P = \sqrt{3}$.

D. $P = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Áp dụng định lý Vi-ét ta có } \begin{cases} S = z_1 + z_2 = -2 \\ P = z_1 z_2 = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } P = \left| \frac{3}{2} - 2i \right| = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1712. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Số phức $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. $2i$.

D. $10i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \Delta' = (-2)^2 - 1 \cdot 9 = -5 = (\sqrt{5}i)^2.$$

$$\text{Khi đó phương trình } z^2 - 4z + 9 = 0 \text{ có hai nghiệm phức } z_1 = 2 - \sqrt{5}i, z_2 = 2 + \sqrt{5}i.$$

$$\text{Suy ra } z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = (2 - \sqrt{5}i)(2 - \sqrt{5}i) + (2 + \sqrt{5}i)(2 + \sqrt{5}i) = -2.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1713. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình: $z^2 - 6z + 10 = 0$ biểu thức $|z_1 - z_2|$ có giá trị là

A. 6.

B. $2i$.

C. 2.

D. $6i$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là } \begin{cases} z = z_1 = 3 - i \\ z = z_2 = 3 + i \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } |z_1 - z_2|^2 = |2i|^2 = 4 \Rightarrow |z_1 - z_2| = 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1714. Gọi S là tập hợp giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $z^2 - 2mz + 2m^2 - 2m = 0$ có nghiệm phức mà mô-đun của nghiệm đó bằng 2. Tổng bình phương các phần tử của tập hợp S bằng

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Trường hợp 1: Phương trình có nghiệm thực z thỏa mãn $|z| = 2$. Suy ra $z = 2$ hoặc $z = -2$.

Thay $z = 2$ vào phương trình ta được $2m^2 - 6m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2. \end{cases}$

Thử lại ta nhận thấy $m = 1; m = 2$ thỏa yêu cầu bài toán. Vậy $m = 1; m = 2$ nhận.

Thay $z = -2$ vào phương trình ta được $2m^2 + 2m + 4 = 0$ (phương trình vô nghiệm).

Trường hợp 2: Phương trình có nghiệm phức $z (z \notin \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z| = 2$.

Suy ra $\bar{z}$ cũng là nghiệm của phương trình trên.

Do đó $|z|^2 = z \cdot \bar{z} = \frac{c}{a} = 2m^2 - 2m = 4 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2. \end{cases}$

Thử lại với $m = -1$ ta nhận thấy thỏa yêu cầu bài toán.

Tổng hai trường hợp ta suy ra $S = \{1; -1; 2\}$.

Vậy tổng bình phương các phần tử của tập hợp S là $1^2 + (-1)^2 + 2^2 = 6$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1715. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của z_1 có tọa độ là

A. $(-1; 2)$.B. $(2; 1)$.C. $(-2; 1)$.D. $(1; 2)$.

Lời giải.

Ta có: $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i. \end{cases}$

Do z_1 có phần ảo dương $\Rightarrow z_1 = 1 + 2i$.

Do đó điểm biểu diễn của z_1 có tọa độ là $(1; 2)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1716. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - 2z + 27 = 0$. Giá trị của $|z_1|z_2| + |z_2|z_1|$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. $3\sqrt{6}$.D. $\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $3z^2 - 2z + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1}{3} + \frac{4\sqrt{5}}{3}i \\ z_2 = \frac{1}{3} - \frac{4\sqrt{5}}{3}i \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = 3.$

$|z_1|z_2| + |z_2|z_1| = \left(\frac{1}{3} + \frac{4\sqrt{5}}{3}i\right) \cdot 3 + \left(\frac{1}{3} - \frac{4\sqrt{5}}{3}i\right) \cdot 3 = 2.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1717. Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 6 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $\sqrt{6}$.B. $2\sqrt{6}$.

C. 12.

D. 4.

Lời giải.

Ta có: $z^2 - 4z + 6 = 0 \Leftrightarrow z = 2 \pm i\sqrt{2}$.

Suy ra: $|2 + i\sqrt{2}| + |2 - i\sqrt{2}| = 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1718. Tìm x và y thỏa mãn $x + (y + 2i)i = 2 + i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = 4; y = 1$.

B. $x = 3; y = 2$.

C. $x = -1; y = 2$.

D. $x = 0; y = 1$.

Lời giải.

Ta có: $x + (y + 2i)i = 2 + i$.

$$\Leftrightarrow x - 2 + yi = 2 + i \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 1719. Phương trình $z^2 + az + b = 0$ với a, b là các tham số thực nhận số phức $1 + i$ là một nghiệm. Tính $a - b$.

A. -2 .

B. -4 .

C. 4 .

D. 0 .

Lời giải.

Do phương trình bậc hai hệ số thực có nghiệm là hai số phức liên hợp nên $z_1 = 1 + i$ là nghiệm thì $z_2 = 1 - i$ cũng là nghiệm.

Mặt khác theo Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = -a = 2, z_1 z_2 = b = 2$.

Vậy $a = -2, b = 2$ và $a - b = -4$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1720. Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 = -3$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 6 .

B. 3 .

C. $\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$z^2 = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \sqrt{3}i \\ z_2 = -\sqrt{3}i \end{cases} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 1721. Cho a, b, x, y, z là các số phức thỏa mãn: $a^2 - 4b = 16 + 12i, x^2 + ax + b + z = 0, y^2 + ay + b + z = 0, |x - y| = 2\sqrt{3}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M + m$.

A. $M + m = 28$.

B. $M + m = 6\sqrt{3}$.

C. $M + m = 10$.

D. $M + m = 12$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x^2 + ax + b + z = 0 & (1) \\ y^2 + ay + b + z = 0 & (2) \end{cases}$$

$\Rightarrow x, y$ là các nghiệm phương trình $t^2 + at + b + z = 0$.

$$\text{Theo Vi-ét, } \begin{cases} x + y = -a \\ xy = b + z. \end{cases}$$

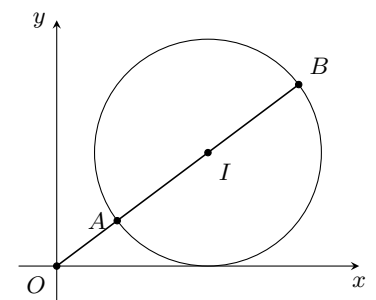
$$\text{Ta có } (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = a^2 - 4b - 4z = 16 + 12i - 4z.$$

Mà $|x - y| = 2\sqrt{3}$ nên $|(x - y)^2| = |16 + 12i - 4z| = 12 \Rightarrow |4 + 3i - z| = 3$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(4; 3)$, bán kính $r = 3$.

Dễ thấy $M = OI + r, m = OI - r$, do đó $M + m = 2OI = 10$.

Chọn đáp án (C) □



Câu 1722. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$ với z là số phức thỏa mãn $|z| = 1$.

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $\frac{13}{4}$.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Do $|z| = 1$ nên $a^2 + b^2 = 1$.

Ta lại có $|z^2 - z| = |z| \cdot |z - 1| = \sqrt{(a - 1)^2 + b^2} = \sqrt{2 - 2a}$.

$|z^2 + z + 1| = |a^2 - b^2 + a + 1 + (2ab + b)i| = \sqrt{(a^2 - b^2 + a + 1)^2 + (2ab + b)^2} = |2a + 1|$.

Vậy $P = \sqrt{2 - 2a} + |2a + 1|$.

— Nếu $a < -\frac{1}{2}$ thì $P = -2a - 1 + \sqrt{2 - 2a} = (2 - 2a) + \sqrt{2 - 2a} - 3 \leq 4 + 2 - 3 = 3$ (vì $0 \leq \sqrt{2 - 2a} \leq 2$).

— Nếu $a \geq -\frac{1}{2}$ thì $P = 2a + 1 + \sqrt{2 - 2a} = -\left(\sqrt{2 - 2a} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{13}{4} \leq \frac{13}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1723. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2i| \leq |z - 4i|$ và $|z - 3 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2|$ là

A. $\sqrt{13} + 1$.B. $\sqrt{10} + 1$.C. $\sqrt{13}$.D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

• Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Theo giả thiết

$$\begin{cases} x^2 + (y - 2)^2 \leq x^2 + (y - 4)^2 \\ (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 3 \\ (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 1 \end{cases}$$

Do $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 1$ nên $(x - 3)^2 \leq 1 \Rightarrow x - 3 \leq 1 \Rightarrow x \leq 4$.

• $P = |z - 2| = \sqrt{(x - 2)^2 + y^2}$.

• Ta có $P^2 = (x - 2)^2 + y^2 = (x - 3)^2 + (y - 3)^2 + 2x + 6y - 14 \leq 1 + 2 \cdot 4 + 6 \cdot 3 - 14 = 13$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = 4, y = 3$ nên $\min P = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1724. Cho các số phức $z_1 = -3i, z_2 = 4 + i$ và z thỏa mãn $|z - i| = 2$. Khi biểu thức $T = |z - z_1| + 2|z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng phần thực và phần ảo của z là

A. $\frac{5 + 10\sqrt{13}}{17}$.B. $\frac{5 - 10\sqrt{13}}{17}$.C. $\frac{1 + 2\sqrt{13}}{17}$.D. $\frac{1 - 2\sqrt{13}}{17}$.

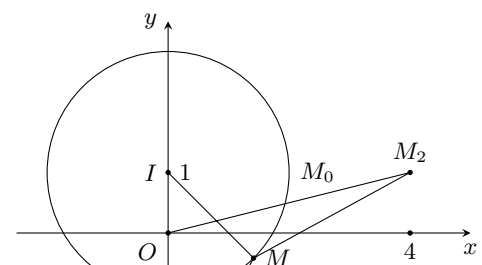
Lời giải.

Gọi M_1, M_2, M lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2, z thì M thuộc đường tròn ($\mathcal{C}$) như hình vẽ.

Ta có $\triangle IMM_1 \sim \triangle IOM$ tỉ số bằng 2, suy ra $MM_1 = 2OM$.

$T = |z - z_1| + 2|z - z_2| = MM_1 + 2MM_2 = 2OM + 2MM_2 = 2(OM + MM_2) \geq 2OM_2$.

Vậy T nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv M_0 = OM_2 \cap (\mathcal{C})$, suy ra tọa độ của M là nghiệm của hệ



$$\begin{cases} y = \frac{x}{4} \quad (0 < y < 1) \\ x^2 + (y - 1)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y \\ 17y^2 - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y \\ y = \frac{1 + 2\sqrt{13}}{17} \text{ (nhận)} \\ y = \frac{1 - 2\sqrt{13}}{17} \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4 + 8\sqrt{13}}{17} \\ y = \frac{1 + 2\sqrt{13}}{17} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1725. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính mô-đun của số phức $w = M + mi$.

- A. $|w| = 1258$. B. $|w| = \sqrt{1258}$. C. $|w| = 2\sqrt{314}$. D. $|w| = 2\sqrt{309}$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ (với $a, b \in \mathbb{R}$). Ta có

$$|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b - 4)^2 = 5. \quad (1)$$

$$P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (a + 2)^2 + b^2 - a^2 - (b - 1)^2 = 4a + 2b + 3. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } 20a^2 + (64 - 8P)a + P^2 - 22P + 137 = 0. \quad (*)$$

Phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta' = -4P^2 + 184P - 1716 \geq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$.

Do đó $w = 33 + 13i$. Vậy $|w| = \sqrt{1258}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1726. Gọi a, b là hai nghiệm của bất phương trình $x^{\ln x} + e^{\ln^2 x} \leq 2e^4$ sao cho $|a - b|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $P = ab$.

- A. $P = e$. B. $P = 1$. C. $P = e^3$. D. $P = e^4$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Ta có đẳng thức $e^{\ln^2 x} = (e^{\ln x})^{\ln x} = x^{\ln x}$. Khi đó

$$\begin{aligned} x^{\ln x} + e^{\ln^2 x} \leq 2e^4 &\Leftrightarrow 2 \cdot e^{\ln^2 x} \leq 2 \cdot e^4 \Leftrightarrow \ln^2 x \leq 4 \Leftrightarrow |\ln x| \leq 2 \\ &\Leftrightarrow -2 \leq \ln x \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{e^2} \leq x \leq e^2 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{e^2} \\ b = e^2 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $P = ab = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1727. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5, |z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z_1 = a_1 + b_1i, (a_1, b_1 \in \mathbb{R}), z_2 = a_2 + b_2i, (a_2, b_2 \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z_1 + 5| = 5 \Leftrightarrow (a_1 + 5)^2 + b_1^2 = 25$. Do đó, tập hợp các điểm A biểu diễn số phức z_1 là đường tròn $(C): (x + 5)^2 + y^2 = 25$ có tâm là điểm $I(-5; 0)$ và bán kính $R = 5$.

$|z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i| \Leftrightarrow 8a_2 + 6b_2 - 35 = 0$. Do đó tập hợp các điểm B biểu diễn cho số phức z_2 là đường thẳng $\Delta: 8x + 6y - 35 = 0$.

Khi đó, ta có $|z_1 - z_2| = AB$. Suy ra $\min |z_1 - z_2| = \min AB = d(I; \Delta) - R = \frac{5}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là $\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1728. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3 - 3i| = 6$. Tính $P = 3a + b$ khi biểu thức $2|z + 6 - 3i| + 3|z + 1 + 5i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $P = -\sqrt{20}$. B. $P = \sqrt{20}$. C. $P = 2 - \sqrt{20}$. D. $P = 2 + \sqrt{20}$.

Lời giải.

① Cách 1 : Phương pháp đại số

$$z - 3 - 3i = a + bi - 3 - 3i = t = x + yi \Rightarrow |t| = 6, x^2 + y^2 = 36 \text{ với } x, y \in \mathbb{R}.$$

Ta suy ra

$$\begin{aligned} & 2|z + 6 - 3i| + |z + 1 + 5i| \\ &= 2\left(|z + 6 - 3i| + \frac{3}{2}|z + 1 + 5i|\right) \\ &= 2\left(|t + 9| + \frac{3}{2}|t + 4 + 8i|\right) \\ &= 2\left(\sqrt{(x+9)^2 + y^2} + \frac{3}{2}\sqrt{(x+4)^2 + (y+8)^2}\right) \\ &= \frac{3}{2}\left(\sqrt{117 + 18x} + \sqrt{(x+4)^2 + (y+8)^2}\right) \\ &= \frac{9}{4}\left(\sqrt{52 + 8x} + \sqrt{(x+4)^2 + (y+8)^2}\right) \\ &= \frac{9}{4}\left(\sqrt{(x+4)^2 + y^2} + \sqrt{(x+4)^2 + (-y-8)^2}\right) \\ &\geq \frac{9}{4}(|y| + |-y-8|) \geq 18. \end{aligned}$$

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x = -4 \\ y(-y-8) \geq 0 \\ x^2 + y^2 = 36 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -\sqrt{20} \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} a - 3 = -4 \\ b - 3 = -\sqrt{20} \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 - \sqrt{20}. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $P = 3a + b = -\sqrt{20}$.

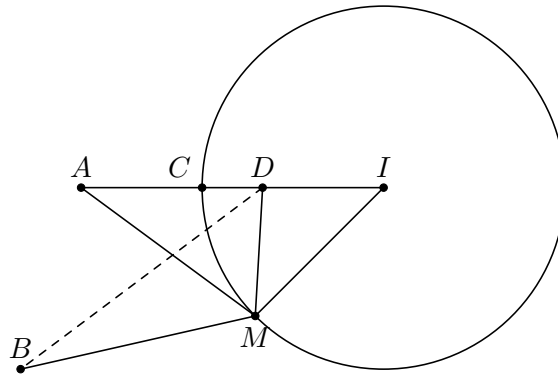
Lưu ý: Trong cách giải trên ta có sử dụng bất đẳng thức Mincowski hay nói cách khác bất đẳng thức về độ dài véc-tơ: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$.

$$\text{Dấu " = " xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a = kc \\ b = kd \end{cases}, \text{ với } k > 0.$$

② Cách 2: Phương pháp hình học

Bài toán tổng quát: Xét điểm A, B nằm ngoài đường tròn $(I; R)$ sao cho $AI = kR, k > 1$. Ta cần tìm vị trí điểm $M \in (I)$ sao cho $T = MA + kMB$ nhỏ nhất.

Giải:



Xét C là giao điểm của đoạn AI và (I) , lấy điểm $D \in IC$ sao cho $ID = \frac{1}{k}R$.

Khi đó $ID \cdot IA = R^2 = IM^2$ nên $\triangle IMD \sim \triangle IAM \Rightarrow \frac{MD}{AM} = \frac{IM}{IA} = \frac{1}{k}$ nên $AM = kMD$ và $T = k(MD + MB)$. Đến đây, dễ thấy rằng M là giao điểm của đoạn BD và (I) thì cực trị xảy ra.

Áp dụng bài toán trên với $k = \frac{3}{2}$ ta có lời giải câu trắc nghiệm.

$$|z - 3 - 3i| = 6 \Rightarrow (a - 3)^2 + (b - 3)^2 = 36.$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = 2 \left[\sqrt{(a+6)^2} + \sqrt{(b-3)^2} + \frac{3}{2} \sqrt{(a+1)^2 + (b+5)^2} \right] = 2 \left(MA + \frac{3}{2} MB \right).$$

Với M biểu diễn số phức z , nên M thuộc đường tròn tâm $I(3; 3)$, bán kính $R = 6$ và các điểm $A(-6; 3)$, $B(-1; -5)$.

$$\text{Ta có } IA = 9, ID = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4 \Rightarrow \overrightarrow{ID} = \frac{4}{9} \overrightarrow{IA} \Rightarrow D(-1; 3).$$

Phương trình đường thẳng BD : $x = -1$.

$$\text{Giao điểm của } BD \text{ và } (I) \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x = -1 \\ (x-3)^2 + (y-3)^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 + \sqrt{20} \\ x = -1 \\ y = 3 - \sqrt{20} \end{cases}.$$

$$\text{Nghiệm thỏa mãn là } (-1; 3 - \sqrt{20}). \text{ Do đó } \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 - \sqrt{20} \end{cases} \Rightarrow P = 3a + b = -\sqrt{20}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1729. Xét số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) có môđun bằng 2 và phần ảo dương. Tính giá trị biểu thức $S = [5(a+b) + 2]^{2018}$ khi biểu thức $P = |2+z| + 3|2-z|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $S = 2^{2018}$.

B. $S = 2^{2019}$.

C. $S = 1$.

D. 0.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$; $b > 0$). Ta có $|z| = 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4$.

$$P = \sqrt{(a+2)^2 + b^2} + 3\sqrt{(a-2)^2 + b^2} = \sqrt{8+4a} + 3\sqrt{8-4a} \text{ với } a \in [-2; 2].$$

Xét $f(a) = \sqrt{8+4a} + 3\sqrt{8-4a}$ trên $[-2; 2]$

$$f'(a) = \frac{2}{\sqrt{8+4a}} + \frac{-6}{\sqrt{8-4a}} = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{8}{5}.$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = 4\sqrt{10} \Leftrightarrow a = -\frac{8}{5} \Rightarrow b = \frac{6}{5}. \text{ Vậy } S = [5(a+b) + 2]^{2018} = 0.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1730. Xét các số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) có môđun bằng 2 và phần ảo dương. Tính giá trị của biểu thức $S = [5(a + b) + 2]^{2018}$ khi biểu thức $P = |2 + z| + 3|2 - z|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $S = 2^{2018}$. B. $S = 2^{2019}$. C. $S = 1$. D. $S = 0$.

Lời giải.

Ta có $|z| = 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4$.

Ta có $P = \sqrt{(a+2)^2 + b^2} + 3\sqrt{(a-2)^2 + b^2} = \sqrt{8+4a} + 3\sqrt{8-4a}$ với $a \in [-2; 2]$.

Xét hàm số $f(a) = \sqrt{8+4a} + 3\sqrt{8-4a}$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$.

Đạo hàm $f'(a) = \frac{2}{\sqrt{8+4a}} - \frac{6}{\sqrt{8-4a}} = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{8}{5}$.

Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng $4\sqrt{10}$ tại $a = -\frac{8}{5}$. Khi đó $b = \frac{6}{5}$.

Từ đó có $S = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1731. Với hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $P = 5 + 3\sqrt{5}$. B. $P = 2\sqrt{26}$. C. $P = 4\sqrt{6}$. D. $P = 34 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi A là điểm biểu diễn của z_1 , B là điểm biểu diễn của z_2 . Dựng hình bình hành $OACB$ (với O là gốc tọa độ), khi đó C là điểm biểu diễn của số phức $z_1 + z_2 = 8 + 6i$.

Ta có $|OA| = |z_1|$, $|OB| = |z_2|$, $|OC| = |8 + 6i| = 10$ và $|AB| = |z_1 - z_2| = 2$.

Gọi M là tâm hình bình hành $OACB$, $OM = \frac{OC}{2} = 5$, ta có

$$OM^2 = \frac{OA^2 + OB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow OA^2 + OB^2 = 52 \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 52.$$

Từ đó ta có

$$|z_1| + |z_2| \leq \sqrt{2(|z_1|^2 + |z_2|^2)} = 2\sqrt{26}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $|z_1| = |z_2| = \sqrt{26}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$ bằng $2\sqrt{26}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1732. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$, $w = 2z + 1 - i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất là

- A. $16 + \sqrt{74}$. B. $2 + \sqrt{130}$. C. $4 + \sqrt{74}$. D. $4 + \sqrt{130}$.

Lời giải.

Xét $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức z , $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|x + yi - 3 + 4i| = 4 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$. Suy ra M nằm trên đường tròn tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 2$.

Ta có

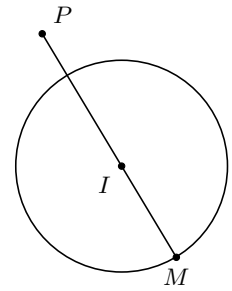
$$\begin{aligned} |w| &= |2x + 2y + 1 - i| = \sqrt{(2x + 1)^2 + (2y - 1)^2} \\ &= 2\sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2} = 2PM, \text{ với } P\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right). \end{aligned}$$

Vì $PI = \sqrt{\frac{65}{2}} > 2$ nên P nằm ngoài đường tròn tâm I bán kính $R = 2$.

Khi đó

$$PM_{\max} = PI + R = \sqrt{\frac{65}{2}} + 2.$$

Vậy $|w|$ có giá trị lớn nhất là $2 \left(2 + \sqrt{\frac{65}{2}} \right) = 4 + \sqrt{130}$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1733. Với hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P = 5 + 3\sqrt{5}$.

B. $P = 2\sqrt{26}$.

C. $P = 4\sqrt{6}$.

D. $P = 34 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng phức, gọi M_1, M_2 lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1 và z_2 .

Ta có $|\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}| = |z_1 + z_2| = |8 + 6i| = 10$ và $|\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2}| = |z_1 - z_2| = 2$.

Ta đánh giá được

$$\begin{aligned} P^2 = (|z_1| + |z_2|)^2 &\leq (1^2 + 1^2) (|z_1|^2 + |z_2|^2) \\ &= 2 \left(|\overrightarrow{OM_1}|^2 + |\overrightarrow{OM_2}|^2 \right) \\ &= |\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}|^2 + |\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2}|^2 = 104. \end{aligned}$$

Suy ra $P \leq 2\sqrt{26}$. Đẳng thức xảy ra khi $|z_1| = |z_2|$. Kết hợp với $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$ ta tìm được $z_1 = \frac{23}{5} + \frac{11}{5}i$ và $z_2 = \frac{17}{5} + \frac{19}{5}i$.

Vậy giá trị lớn nhất của P là $2\sqrt{26}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1734. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3 - 3i| = 6$. Tính $P = 3a + b$ khi biểu thức $2|z + 6 - 3i| + 3|z + 1 + 5i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $P = \sqrt{20}$.

B. $P = 2 + \sqrt{20}$.

C. $P = -\sqrt{20}$.

D. $P = 2 - \sqrt{20}$.

Lời giải.

Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z và I, A, B là các điểm lần lượt biểu diễn cho số phức $z_1 = 3 + 3i, z_2 = -6 + 3i, z_3 = -1 - 5i \Rightarrow I(3; 3), A(-6; 3), B(-1; -5)$.

Ta có: $|z - 3 - 3i| = 6 \Leftrightarrow IM = 6 \Leftrightarrow M$ thuộc đường tròn (T) tâm I , bán kính $R = 6$.

Suy ra $2|z + 6 - 3i| + 3|z + 1 + 5i| = 2MA + 3MB$.

Ta đi tìm điểm C sao cho

$$\begin{aligned} 2MA &= 3MC \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MA}^2 &= 9\overrightarrow{MC}^2 \\ \Leftrightarrow 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 &= 9(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI} \cdot (4\overrightarrow{IA} - 9\overrightarrow{IC}) &= 5R^2 - 4IA^2 + 9IC^2 \end{aligned}$$

Chọn C thỏa mãn $4\overrightarrow{IA} - 9\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ thì

$$5R^2 - 4IA^2 + 9IC^2 = 5R^2 - 4IA^2 + \frac{16}{9}IA^2 = 0.$$

Do đó $C(-1; 3)$.

Khi đó:

$$\begin{aligned} 4\overrightarrow{MA}^2 - 9\overrightarrow{MC}^2 &= 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - 9(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= -5R^2 + 4IA^2 - 9IC^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (4\overrightarrow{IA} - 9\overrightarrow{IC}) = 0. \\ &\Rightarrow 2MA = 3MC. \end{aligned}$$

Do đó $P = 3MC + 3MB \geq 3BC = 24$.

Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của đoạn thẳng BC với đường tròn T (vì B nằm ngoài đường tròn, C nằm trong đường tròn).

Đường thẳng BC có phương trình $x = -1$.

Tọa độ giao điểm của BC với đường tròn (T) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = -1 \\ (x-3)^2 + (y-3)^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 + \sqrt{20} \\ y = 3 - \sqrt{20} \end{cases}$$

Do M nằm giữa B và C nên $M(-1; 3 - \sqrt{20})$.

Vậy $P_{\min} = 24 \Leftrightarrow z = -1 + (3 - \sqrt{20})i$

$\Rightarrow a = 1; b = 3 - \sqrt{20} \Rightarrow P = -\sqrt{20}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1735. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2i| \leq |z - 4i|$ và $|z - 3 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2|$ là

A. $\sqrt{13} + 1$.

B. $\sqrt{10} + 1$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\sqrt{10}$.

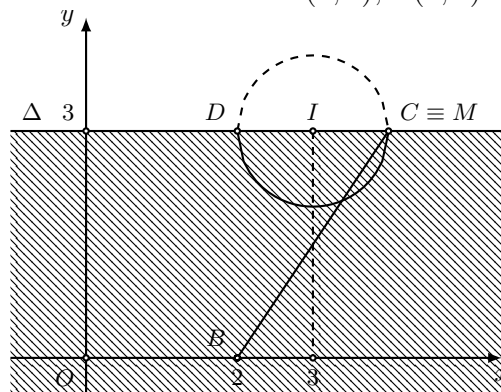
Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$|z - 2i| \leq |z - 4i| \Rightarrow x^2 + (y - 2)^2 \leq x^2 + (y - 4)^2 \Leftrightarrow y \leq 3 \Rightarrow$ tập hợp điểm biểu diễn số phức z thuộc nửa mặt phẳng bờ $\Delta: y = 3$, kể cả bờ (miền tô đậm). Gọi miền này là (C_1) .

$|z - 3 - 3i| = 1 \Rightarrow |(x - 3) + (y - 3)i| = 1 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 1 \Rightarrow$ tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C_2) có tâm $I(3; 3)$, bán kính $R = 1$.

Như vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là giao của (C_1) và (C_2) . Đó chính là phần cung tròn nét liền như trên hình vẽ (có tính 2 điểm đầu mút $D(2; 3), C(4; 3)$ của cung).



Khi đó $P = |z - 2| = MB$ với $B(2; 0)$ và MB là khoảng cách từ điểm B đến một điểm thuộc cung tròn CD .

Từ đó suy ra $P_{\max} = BC = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1736. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $|z - 3 + \sqrt{3}i| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 4$. Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 8.

B. $4\sqrt{3}$.

C. 4.

D. $2 + 2\sqrt{3}$.

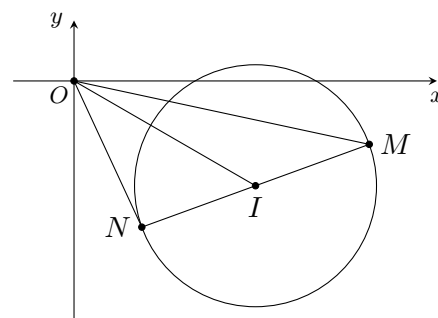
Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của hai số phức z_1 và z_2 .

$$\text{Do } \begin{cases} |z_1 - 3 + \sqrt{3}i| = |z_2 - 3 + \sqrt{3}i| = 2 \\ |z_1 - z_2| = 4 \end{cases}$$

$$\text{nên } \begin{cases} M, N \in (C): (x - 3)^2 + (y + \sqrt{3})^2 = 2^2 \\ MN = 4 = 2 \cdot 2. \end{cases}$$

Như vậy MN là đường kính của đường tròn (C) với tâm $I(3; -\sqrt{3})$, bán kính $R = 2$, do đó I là trung điểm MN .



$$\text{Ta có } |z_1| + |z_2| = OM + ON \leq \sqrt{(1+1)(OM^2 + ON^2)} = \sqrt{2 \left(2OI^2 + \frac{MN^2}{2} \right)} = 8.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $OM = ON \Leftrightarrow MN$ là đường kính của (C) vuông góc với OI .

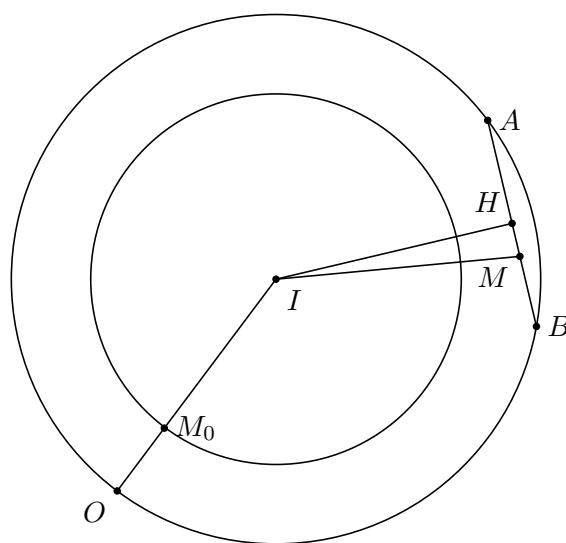
Chọn đáp án **A**

□

Câu 1737. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z - 6)(8 + \overline{iz})$ là số thực và $|z_1 - z_2| = 4$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

A. $20 - 4\sqrt{22}$.B. $5 - \sqrt{21}$.C. $20 - 4\sqrt{21}$.D. $5 - \sqrt{22}$.

Lời giải.



Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức z_1, z_2 . Suy ra $AB = |z_1 - z_2| = 4$.

Ta có

$$(z - 6)(8 + \overline{iz}) = [(x - 6) + yi] \cdot [(8 - y) - xi] = (8x + 6y - 48) - (x^2 + y^2 - 6x - 8y)i.$$

Theo giả thiết $(z - 6)(8 + \overline{iz})$ là số thực nên ta suy ra $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$, tức là các điểm A, B thuộc đường tròn (C) tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = 5$.

Xét điểm M thuộc đoạn AB thỏa mãn

$$\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} = 4\overrightarrow{OM}.$$

Gọi H là trung điểm AB . Ta tính được $HI^2 = R^2 - HB^2 = 21$ và $IM = \sqrt{HI^2 + HM^2} = \sqrt{22}$, suy ra điểm M thuộc đường tròn (C') tâm $I(3; 4)$, bán kính $r = \sqrt{22}$.

Ta có

$$|z_1 + 3z_2| = |\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}| = |4\overrightarrow{OM}| = 4OM.$$

Do đó $|z_1 + 3z_2|$ nhỏ nhất khi OM nhỏ nhất.

Vì O nằm ngoài đường tròn (C') nên giá trị nhỏ nhất của OM là $\min OM = |OI - r| = 5 - \sqrt{22}$ khi $M \equiv M_0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng $20 - 4\sqrt{22}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1738. Xét các số phức z thỏa mãn $|\bar{z}| = |z + 2i|$, giá trị nhỏ nhất của $|z - i| + |z - 4|$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. $3\sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn bài toán. Khi đó,

$$|\bar{z}| = |z + 2i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (-y)^2} = \sqrt{x^2 + (y + 2)^2} \Leftrightarrow 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = -1.$$

Như thế

$$\begin{aligned} |z - i| + |z - 4| &= \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} + \sqrt{(x - 4)^2 + y^2} \\ &= \sqrt{x^2 + 2^2} + \sqrt{(4 - x)^2 + 1^2} \\ &\geq \sqrt{(x + 4 - x)^2 + (2 + 1)^2} = 5. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{x}{2} = \frac{4 - x}{1} \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$, tức là $z = \frac{8}{3} - i$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z - i| + |z - 4|$ bằng 5.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1739. Cho số phức z có $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$.

A. $\frac{13}{4}$.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{11}{4}$.

Lời giải.

Với $|z| = 1$ hay $z \cdot \bar{z} = 1$, ta có

$$\begin{aligned} P &= |z^2 - z| + |z^2 + z + 1| = |z| \cdot |z - 1| + |z^2 + z + z \cdot \bar{z}| \\ &= |z - 1| + |z + \bar{z} + 1|. \end{aligned}$$

Đặt $t = |z - 1|$, ta có $0 = |z| - 1 \leq |z - 1| \leq |z| + 1 = 2 \Rightarrow t \in [0; 2]$.

Suy ra $t^2 = (z - 1)(\bar{z} - 1) = z \cdot \bar{z} - (z + \bar{z}) + 1 \Rightarrow z + \bar{z} = 2 - t$.

Khi đó $P = t + |3 - t^2|$. Xét hàm số $f(t) = t + |t^2 - 3|$ với $t \in [0; 2]$.

TH1. Với $t^2 - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq \sqrt{3} \\ t \leq -\sqrt{3}. \end{cases}$

Xét $t \in [0; 2] \Rightarrow t \in [\sqrt{3}; 2]$.

Suy ra $f(t) = t^2 + t - 3 \Rightarrow f'(t) = 2t + 1$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} < 0$.

Có $f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$; $f(2) = 3$.

TH2. Với $t^2 - 3 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < t < \sqrt{3}$.

Xét $t \in [0; 2] \Rightarrow t \in [0; \sqrt{3}]$.

Suy ra $f(t) = -t^2 + t + 3 \Rightarrow f'(t) = -2t + 1, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \in [0; \sqrt{3}]$.

Có $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}; f(0) = 3$.

Suy ra giá trị lớn nhất của $f(t)$ với $t \in [0; 2]$ là $f(t) = \frac{13}{4}$ khi $t = \frac{1}{2}$.

Vậy $\max P = \frac{13}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1740. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 3i| = 2$. Số phức z mà $|z - 1|$ nhỏ nhất là

A. $z = 1 + 5i$.

B. $z = 1 + i$.

C. $z = 1 + 3i$.

D. $z = 1 - i$.

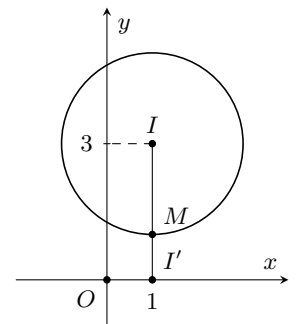
Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Theo bài ra ta có $|z - 1 - 3i| = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$. Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn tâm $I(1; 3)$ bán kính $R = 2$.

Khi đó $|z - 1| = \sqrt{(x - 1)^2 + y^2} = I'M$ với $I'(1; 0)$.

Ta có $|z - 1|$ nhỏ nhất khi $I'M$ ngắn nhất hay I, M, I' thẳng hàng, M nằm giữa I và I' .



Phương trình đường thẳng II' là $x = 1$.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng II' với đường tròn tâm I bán kính $R = 2$ là $M_1(1; 1)$ và $M_2(1; 5)$.

Thử lại ta thấy $M_1(1; 1)$ thỏa mãn. Vậy $z = 1 + i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1741. Cho z là số phức thỏa mãn $|\bar{z}| = |z + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z - 1 + 2i| + |z + 1 + 3i|$ là

A. $\sqrt{5}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\sqrt{29}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$, ta có

$$|\bar{z}| = |z + 2i| \Leftrightarrow x^2 + y^2 = x^2 + (y + 2)^2 \Leftrightarrow y = -1.$$

Gọi $M(x; -1)$, $A(1; -2)$, $B(-1; -3)$ lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z , $1 - 2i$, $-1 - 3i$.

Ta có

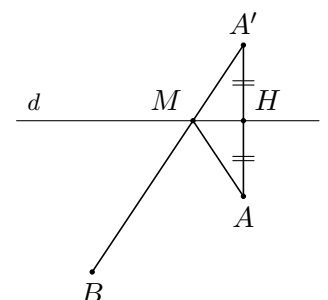
$$P = |z - 1 + 2i| + |z + 1 + 3i| = |z - (1 - 2i)| + |z - (-1 - 3i)| = AM + BM.$$

Dễ thấy M nằm trên đường thẳng $d: y = -1$, hai điểm A, B nằm cùng phía đối với đường thẳng d . Gọi A' là điểm đối xứng của A qua d , khi đó $A'(1; 0)$.

Do đó $P = AM + BM = A'M + BM \geq A'B = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi M nằm giữa hai điểm A', B .

Điểm M là giao điểm của đường thẳng $A'B: 3x - 2y - 3 = 0$ và đường thẳng d , suy ra $M\left(\frac{1}{3}; -1\right)$.



Cách khác: Áp dụng bất đẳng thức Min-côp-xi-ki ta được

$$\begin{aligned} P &= |z - 1 + 2i| + |z + 1 + 3i| = \sqrt{(x-1)^2 + 1} + \sqrt{(x+1)^2 + 4} \\ &= \sqrt{(1-x)^2 + 1} + \sqrt{(x+1)^2 + 4} \geq \sqrt{4+9} = \sqrt{13}. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x + 1 = 2(1 - x) \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Vậy min $P = \sqrt{13}$ khi và chỉ khi $z = \frac{1}{3} - i$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1742. Cho số phức z thỏa mãn $|4z + 3i| = |4z - 4 + 5i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + i| + |z - 3i|$.

A. min $P = 2\sqrt{2}$. B. min $P = 2\sqrt{5}$. C. min $P = 5\sqrt{2}$. D. min $P = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Cách 1. Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$|4z + 3i| = |4z - 4 + 5i| \Leftrightarrow (4x)^2 + (2y + 3)^2 = (4x - 4)^2 + (4y + 5)^2 \Leftrightarrow y = 2x - 2.$$

$$\text{Do đó } P = \sqrt{x^2 + (y+1)^2} + \sqrt{x^2 + (y-3)^2} = \sqrt{5x^2 - 4x + 1} + \sqrt{5x^2 - 20x + 25} = f(x).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{5x-2}{\sqrt{5x^2-4x+1}} + \frac{5x-10}{\sqrt{5x^2-20x+25}},$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (5x-2)(5x-10) \leq 0 \\ (5x-2)^2(5x^2-20x+25) = (5x-10)(5x^2-4x+1) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

$$\text{Vậy min } P = f\left(\frac{2}{3}\right) = 2\sqrt{5}.$$

Cách 2. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Khi đó

$$|4z + 3i| = |4z - 4 + 5i| \Leftrightarrow (4x)^2 + (2y + 3)^2 = (4x - 4)^2 + (4y + 5)^2 \Leftrightarrow 2x - y - 2 = 0.$$

Suy ra M chạy trên đường thẳng $d: 2x - y - 2 = 0$.

Gọi $A(0; -1)$, $B(0; 3)$. Khi đó $P = MA + MB$.

Vì $[2 \cdot 0 - (-1) - 2][2 \cdot 0 - 3 - 2] > 0$ nên A, B nằm cùng phía so với d .

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua d . Ta tìm được $A'\left(\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}\right)$. Khi đó

$$P = MA + MB = MA' + MB \geq A'B = 2\sqrt{5},$$

đẳng thức xảy ra khi M trùng $M_0\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ là giao điểm của đoạn $A'B$ và d .

$$\text{Vậy min } P = f\left(\frac{2}{3}\right) = 2\sqrt{5}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1743. Cho số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1| = 1$ và $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$. Tính $|z_1 - z_2|$ khi $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $2\sqrt{5}$.B. $\sqrt{41}$.

C. 8.

D. 6.

Lời giải.

Giả sử z_1, z_2, z có điểm biểu diễn lần lượt là A, B, M .

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z_1 là đường tròn (C_1) tâm $I(4; 5)$, bán kính $R_1 = 1$.

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z_2 là đường tròn (C_2) tâm $J(1; 0)$, bán kính $R_2 = 1$.

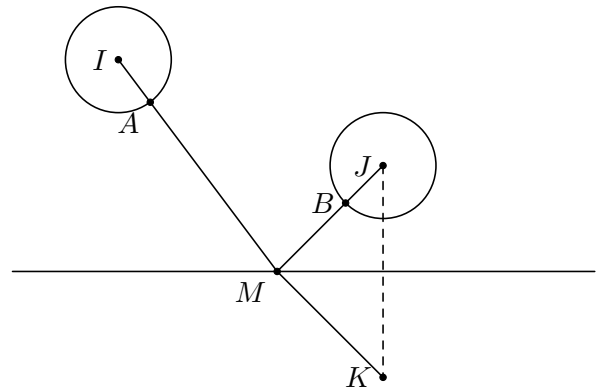
Từ $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$ ta tìm được tập hợp điểm biểu diễn của z là đường thẳng $d: x - y - 4 = 0$.

Gọi K là điểm đối xứng của J qua d . Ta dễ dàng tìm được $K(4; -3)$.

Ta có $MA + MB + 2 = MA + IA + MB + JB \geq MI + MJ = MI + MK \geq IK = 8$.

Suy ra $MA + MB \geq 6$.

Vậy $P = |z - z_1| + |z - z_2| = MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất là 6.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1744. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, số phức z có mô-đun nhỏ nhất có phần ảo là

A. $\frac{3}{10}$.B. $\frac{3}{5}$.C. $-\frac{3}{5}$.D. $-\frac{3}{10}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Khi đó,

$$\begin{aligned} |z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| &\Leftrightarrow |x + yi - 1 + i| = |x - yi + 1 - 2i| \\ &\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = (x + 1)^2 + (y + 2)^2 \\ &\Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0. \end{aligned}$$

Do đó tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z thuộc đường thẳng $d: 4x + 2y + 3 = 0$.

Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng d .

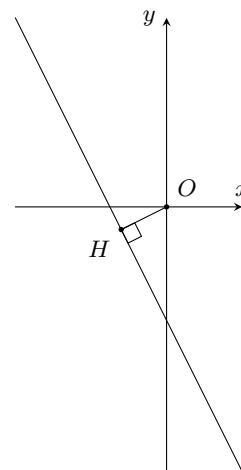
Khi đó số phức có mô-đun nhỏ nhất thỏa mãn đề bài có điểm biểu diễn là H .

Đường thẳng OH có phương trình là $x - 2y = 0$.

Suy ra tọa độ H thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x + 2y = -3 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = -\frac{3}{10} \end{cases}.$$

Vậy phần ảo của số phức cần tìm là $-\frac{3}{10}$.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 1745. Xét các số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$ và $|2z - 1 + i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = 4010a + 8b$.

A. $P = 2020$.

B. $P = 2019$.

C. $P = \frac{\sqrt{361}}{4}$.

D. $P = \frac{361}{16}$.

Lời giải.

Ta có

$$4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2 \Leftrightarrow 4(a + bi - a - bi) - 15i = i(a + bi + a - bi - 1)^2 \Leftrightarrow 8b - 15i = (2a - 1)^2.$$

$$\text{Suy ra } b \geq \frac{15}{8} \cdot |2z - 1 + i| = \sqrt{(2a - 1)^2 + (2b + 1)^2} = \sqrt{8b - 15 + 4b^2 + 4b + 1} = \sqrt{4b^2 + 12b - 14}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(b) = 4b^2 + 12b - 14 \text{ với } b \geq \frac{15}{8}; f'(b) = 8b + 12 > 0, \forall b \geq \frac{15}{8}.$$

$$\text{Suy ra } f(b) \text{ là hàm số đồng biến trên } \left[\frac{15}{8}; +\infty\right) \text{ nên } f(b) \geq f\left(\frac{15}{8}\right) = \frac{361}{16}.$$

$$\text{Do đó } |2z - 1 + i| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } \frac{\sqrt{361}}{4} \text{ khi } b = \frac{15}{8}; a = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Khi đó } P = 4010a + 8b = 2020.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1746. Có bao nhiêu số phức có phần thực và phần ảo là các số nguyên, đồng thời thỏa mãn các điều kiện $|z + 4i| + |z - 6i| = |z + i| + |z - 3i|$ và $|z| \leq 2019$?

A. 2019.

B. 7857.

C. 4030.

D. 4032.

Lời giải.

Gọi điểm biểu diễn của z là M .

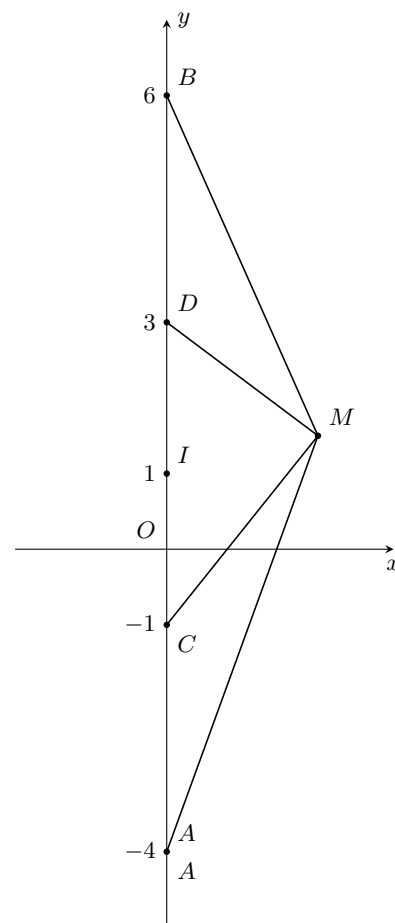
Đặt $\begin{cases} A(0; -4) \\ B(0; 6) \\ C(0; -1) \\ D(0; 3) \end{cases}$. Ta thấy $I(0; 1)$ là trung điểm của CD và của AB .

Ta thấy

$$\begin{aligned} |z + 4i| + |z - 6i| &= |z + i| + |z - 3i| \\ \Rightarrow MA + MB &= MC + MD. \quad (1) \end{aligned}$$

Ta xét các trường hợp

- Trường hợp 1: M không thuộc Oy .
Từ hình 1, ta thấy (1) không xảy ra.
- Trường hợp 2: M thuộc đoạn AB , bỏ hai điểm A và B .
Từ hình 1, ta thấy (1) không xảy ra.
- Trường hợp 3: M thuộc tia By hay Ay' .
Từ hình 1, ta thấy (1) luôn đúng.



Hình 1

Vì $|z| \leq 2019$ nên có $(2 \cdot 2019 + 1) - 9 = 4030$ điểm M thỏa mãn (1).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1747. Cho các số phức z, z_1, z_2 thay đổi thỏa mãn các điều kiện sau $|iz + 2i + 4| = 3$, phần thực của z_1 bằng 2, phần ảo của z_2 bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = |z - z_1|^2 + |z - z_2|^2.$$

A. 9.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

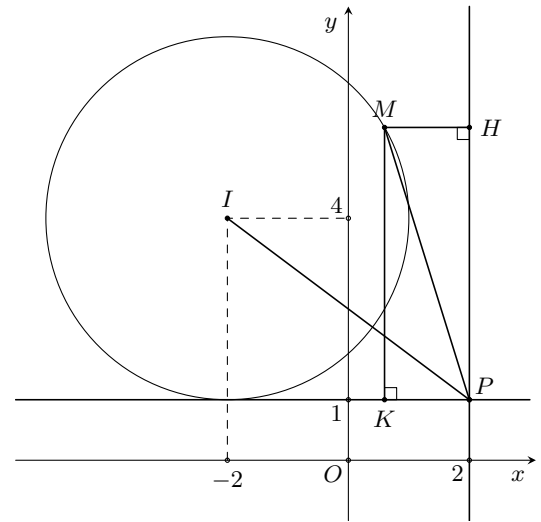
Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ và M là điểm biểu diễn số phức $z \Rightarrow M(x; y)$.

Ta có

$$\begin{aligned} |iz + 2i + 4| &= 3 \\ \Leftrightarrow |i(x + yi) + 2i + 4| &= 3 \\ \Leftrightarrow |(4 - y) + (x + 2)i| &= 3 \\ \Leftrightarrow \sqrt{(4 - y)^2 + (x + 2)^2} &= 3 \\ \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 4)^2 &= 9. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn (C) có tâm $I(-2; 4)$, bán kính $R = 3$.

- Gọi $z_1 = 2 + bi$ với $b \in \mathbb{R} \Rightarrow A(2; b)$ là điểm biểu diễn số phức z_1
 $\Rightarrow$ tập hợp điểm A là đường thẳng $d_1: x = 2$.
- Gọi $z_2 = a + i$ với $a \in \mathbb{R} \Rightarrow B(a; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z_2
 $\Rightarrow$ tập hợp điểm B là đường thẳng $d_2: y = 1$.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên d_1, d_2 và $P = d_1 \cap d_2 \Rightarrow P(2; 1)$.

Ta có $T = |z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = MA^2 + MB^2 \geq MH^2 + MK^2 = MP^2$.

Khi đó T nhỏ nhất khi và chỉ khi MP nhỏ nhất I, M, P thẳng hàng (theo thứ tự đó).

Ta có MP nhỏ nhất khi $MP = IP - IM = IP - R = \sqrt{4^2 + (-3)^2} - 3 = 2$.

Vậy $\min T = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1748. Cho các số phức z và w thỏa mãn $(2 + i)|z| = \frac{z}{w} + 1 - i$. Tìm giá trị lớn nhất của $T = |w + 1 - i|$.

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Nhận xét $z = 0$ không thỏa mãn giả thiết bài toán. Đặt $|z| = R, R > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} (2 + i)|z| &= \frac{z}{w} + 1 - i \\ \Leftrightarrow (2R - 1) + (R + 1)i &= \frac{z}{w} \\ \Rightarrow \frac{R}{|w|} &= \sqrt{5R^2 - 2R + 2} \\ \Rightarrow \frac{1}{|w|} &= \sqrt{\frac{5R^2 - 2R + 2}{R^2}} \\ \Rightarrow \frac{1}{|w|} &= \sqrt{2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}} \geq \frac{3}{\sqrt{2}}, \forall R > 0. \end{aligned}$$

Suy ra $|w| \leq \frac{\sqrt{2}}{3}, \forall R > 0$.

Ta có $T = |w + 1 - i| \leq |w| + |1 - i| \leq \frac{\sqrt{2}}{3} + \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} |z| = 2 \\ w = k(1 - i), k > 0 \\ (2 + i)|z| = \frac{z}{w} + 1 - i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ w = \frac{1}{3}(1 - i). \end{cases}$

Vậy $\max T = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1749. Cho số phức z thỏa mãn $3|z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| \leq 12$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $|z - 4 + 3i|$. Giá trị của tích $M \cdot m$ bằng

A. 28.

B. 24.

C. 26.

D. 20.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) ta có

$$3|z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| \leq 12 \Leftrightarrow 3|x| + 2|y| \leq 6. \quad (1)$$

Gọi $A(-2, 0), B(0, -3), C(2, 0), D(0, 3)$, ta có tập các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn (1) chính là miền hình bình hành $ABCD$ (tính cả biên).

Vẽ đường tròn (C_1) tâm I , bán kính $R_1 = ID = \sqrt{52}$, đường tròn (C_2) , tâm I , bán kính $R_2 = \frac{12\sqrt{13}}{13}$ tiếp xúc với cạnh BC .

Ta có $P = |z - 4 + 3i| = \sqrt{(x-4)^2 + (y+3)^2} = IM$.

Ta có, toàn bộ các điểm thuộc miền hình bình hành $ABCD$ nằm trong hình tròn (C_1) nên với M bất kỳ thuộc miền hình bình hành $ABCD$ thì ta luôn có

$$IM \leq ID = \sqrt{52}. \quad (2)$$

Dấu bằng của (2) xảy ra khi $M \equiv D$.

Với M bất kỳ thỏa mãn (1) $\Rightarrow IM \geq R_2 = \frac{12\sqrt{13}}{13} = d(I, BC)$. (3)

Dấu bằng của (3) xảy ra khi M là tiếp điểm.

Suy ra ta có $M = \max P = \sqrt{52}, m = \min P = \frac{12\sqrt{13}}{13} \Rightarrow M \times m = 24$.

Vậy $M \cdot m = 24$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1750. Kí hiệu S là tập hợp các số phức z đồng thời thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = \sqrt{34}$ và $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$ trong đó m là số thực. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc S sao cho $|z_1 - z_2|$ là lớn nhất. Tính giá trị của $|z_1 + z_2|$.

A. $|z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}$.B. $|z_1 + z_2| = 2$.C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{2}$.D. $|z_1 + z_2| = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo bài ra

$$\begin{aligned} & \begin{cases} |z + 1 + mi| = |z + m + 2i| \\ |z - 1| = \sqrt{34} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (x+1)^2 + (y+m)^2 = (x+m)^2 + (y+2)^2 \\ (x-1)^2 + y^2 = 34 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (2-2m)x + (2m-4)y - 3 = 0 & (d) \\ (x-1)^2 + y^2 = 34 & (C) \end{cases} \quad (I) \end{aligned}$$

Gọi A, B theo thứ tự là các điểm biểu diễn cho các số z_1, z_2 thì A, B là các giao điểm của đường thẳng d và đường tròn (C) .

Ta có $|z_1 - z_2| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = AB$.

Nên $|z_1 - z_2|$ lớn nhất $\Leftrightarrow AB$ là đường kính của $(C) \Leftrightarrow d$ qua tâm $I(1; 0)$ của (C) nên

$$(2 - 2m) \cdot 1 + (2m - 4) \cdot 0 - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

Khi đó, hệ (I) trở thành

$$\begin{cases} 3x - 5y - 3 = 0 \\ (x - 1)^2 + y^2 = 34 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (x; y) = (-4; -3) \\ (x; y) = (6; 3). \end{cases} \\ \Rightarrow |z_1 + z_2| = |(-4 - 3i) + (6 + 3i)| = 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1751. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 8z + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. 2.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4z^2 - 8z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} z_1 = 1 + \frac{1}{2}i \\ z_2 = 1 - \frac{1}{2}i \end{cases} \\ \begin{cases} z_1 = 1 - \frac{1}{2}i \\ z_2 = 1 + \frac{1}{2}i \end{cases} \end{cases} \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1752. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z + 1| + 2|z - 1|$.

A. $\max T = 3\sqrt{2}$.

B. $\max T = 2\sqrt{10}$.

C. $\max T = 2\sqrt{5}$.

D. $\max T = 3\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ (với $a, b \in \mathbb{R}$). Do $|z| = 1$ nên $a^2 + b^2 = 1$. Ta có

$$\begin{aligned} T = |z + 1| + 2|z - 1| &= \sqrt{(a + 1)^2 + b^2} + 2\sqrt{(a - 1)^2 + b^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 + 2a + 1} + 2\sqrt{a^2 + b^2 - 2a + 1} \\ &= \sqrt{2a + 2} + 2\sqrt{2 - 2a} \leq \sqrt{(1^2 + 2^2) \cdot (2a + 2 + 2 - 2a)} = 2\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $a = -\frac{3}{5}$. Vậy $\max T = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1753. Gọi S là tập các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = \sqrt{34}$, $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$, ($m \in \mathbb{R}$). Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc S sao cho $|z_1 - z_2|$ lớn nhất, khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

A. 2.

B. 10.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{130}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z - 1| = \sqrt{34} \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 34$.

Và $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i| \Leftrightarrow 2(m - 1)x + 2(2 - m)y + 3 = 0$.

Khi đó tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn (C) : $(x - 1)^2 + y^2 = 34$ và đường thẳng d : $2(m - 1)x + 2(2 - m)y + 3 = 0$.

Gọi A, B là hai điểm biểu diễn z_1, z_2 . Khi đó $\{A, B\} = (C) \cap d$ và $|z_1 - z_2| = AB \leq 2R = 2\sqrt{34}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$I(1; 0) \in d \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow d: 3x - 5y - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 6 + 3i \\ z_2 = -4 - 3i \end{cases} \Rightarrow |z_1 + z_2| = 2.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1754. Giả sử z là các số phức thỏa mãn $|iz - 2 - i| = 3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2|z - 4 - i| + |z + 5 + 8i|$ bằng.

A. $18\sqrt{5}$.

B. $3\sqrt{15}$.

C. $15\sqrt{3}$.

D. $9\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có

$$\begin{aligned} |iz - 2 - i| = 3 &\Leftrightarrow |i| \cdot |z - 1 + 2i| = 3 \\ &\Leftrightarrow |z - 1 + 2i| = 3 \\ &\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2x - 4y + 4. \end{aligned}$$

Xét

$$\begin{aligned} T &= 2|z - 4 - i| + |z + 5 + 8i| \\ &= 2\sqrt{(x - 4)^2 + (y - 1)^2} + \sqrt{(x + 5)^2 + (y + 8)^2} \\ &= 2\sqrt{x^2 + y^2 - 8x - 2y + 17} + \sqrt{x^2 + y^2 + 10x + 16y + 89} \\ &= 2\sqrt{-6x - 6y + 21} + \sqrt{12x + 12y + 93} \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{-12x - 12y + 42} + \sqrt{12x + 12y + 93} \\ &\leq \sqrt{(2 + 1)(-12x - 12y + 42 + 12x + 12y + 93)} = \sqrt{3 \cdot 135} = 9\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1755. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$.

A. 4.

B. 6.

C. $1 + \sqrt{13}$.

D. $2 + \sqrt{13}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết $|z - 2 - 3i| = 1$ ta có $(a - 2)^2 + (b - 3)^2 = 1$.

Đặt $A = a - 2$ và $B = b - 3$ ta có $A^2 + B^2 = 1$.

Ta có $P^2 = |\bar{z} + 1 + i|^2 = (a + 1)^2 + (b - 1)^2 = (A + 3)^2 + (B + 2)^2 = A^2 + B^2 + 6A + 4B + 13 = 14 + 6A + 4B$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacóp-xki ta có $(6A + 4B)^2 \leq (6^2 + 4^2)(A^2 + B^2) = 52$.

Do đó $P^2 \leq 14 + \sqrt{52} = (1 + \sqrt{13})^2 \Rightarrow P \leq 1 + \sqrt{13}$.

$$\text{Đấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} \frac{A}{6} = \frac{B}{4} \\ A^2 + B^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{3\sqrt{13}}{13} \\ B = \frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1756. Cho số phức z thỏa mãn $|(1+i)z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z + 2 + i| + \sqrt{6}|z - 2 - 3i|$ bằng

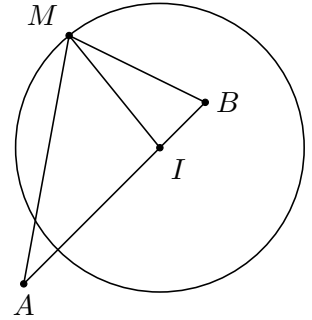
- A. $5\sqrt{6}$. B. $\sqrt{15}(1 + \sqrt{6})$. C. $6\sqrt{5}$. D. $\sqrt{10} + 3\sqrt{15}$.

Lời giải.

— Ta có

$$\begin{aligned} |(1+i)z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2} &\Leftrightarrow |(1+i)| \cdot |z + \frac{1-3i}{1+i}| = 3\sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow |z - 1 - 2i| = 3. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 3$.



— Gọi $A(-2; -1)$, $B(2; 3)$, ta có $P = MA + \sqrt{6}MB$. Ta có I, A, B thẳng hàng và
 $MA = \sqrt{IA^2 + IM^2 - 2 \cdot IA \cdot IM \cdot \cos \widehat{MIA}} = \sqrt{27 - 18\sqrt{2}t}$, với $t = \cos \widehat{MIA} \in [-1; 1]$;
 $MB = \sqrt{IB^2 + IM^2 - 2 \cdot IB \cdot IM \cdot \cos \widehat{MIB}} = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}t}$.

— Xét hàm $f(t) = \sqrt{27 - 18\sqrt{2}t} + \sqrt{6} \cdot \sqrt{11 + 6\sqrt{2}t}$ trên $[-1; 1]$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{-18\sqrt{2}}{2\sqrt{27 - 18\sqrt{2}t}} + \frac{36\sqrt{2}}{2\sqrt{66 + 36\sqrt{2}t}}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7\sqrt{2}}{36}.$$

Bảng biến thiên hàm số $f(t)$:

t	-1	$\frac{7\sqrt{2}}{36}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$\begin{array}{ccc} & \nearrow & 6\sqrt{5} \searrow \\ & & \end{array}$		

— Vậy $\max P = \max_{[-1;1]} f(t) = 6\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1757. Cho hai số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo và $|z_1 - z_2| = 10$. Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 10. B. $10\sqrt{2}$. C. $10\sqrt{3}$. D. 20.

Lời giải.

Đặt $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, suy ra $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo nên ta có $ac + bd = 0$. (1)

Từ $|z_1 - z_2| = 10 \Leftrightarrow (a - c)^2 + (b - d)^2 = 100 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 100$. (2)

Áp dụng bất đẳng thức BCS cho hai bộ $(1; 1)$ và $(\sqrt{a^2 + b^2}; \sqrt{c^2 + d^2})$, ta được

$$\begin{aligned} (|z_1| + |z_2|)^2 &= (\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2})^2 \\ &\leq (1^2 + 1^2)(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) = 200. \end{aligned}$$

Suy ra $-10\sqrt{2} \leq |z_1| + |z_2| \leq 10\sqrt{2}$, nên $(|z_1| + |z_2|)_{\max} = 10\sqrt{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 + d^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 50$ hay $|z_1| = |z_2| = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1758. Cho số phức z thỏa mãn $2|z| = |z^2 + 4|$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $1 + \sqrt{5}$.

B. $1 + 3\sqrt{5}$.

C. $3 + \sqrt{5}$.

D. $\sqrt{6 + \sqrt{13}}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned}
2|z| &= |z^2 + 4| \\
\Leftrightarrow 2|z| &\geq |z^2| - 4 \\
\Leftrightarrow |z|^2 - 2|z| - 4 &\leq 0 \\
\Rightarrow 0 \leq |z| &\leq 1 + \sqrt{5}.
\end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|z|$ là $1 + \sqrt{5}$.Chọn đáp án **A** □**Câu 1759.** Cho số phức z thỏa $|z - 1 - 2i| = |z - 3 - i|$. Khi đó $|z|$ nhỏ nhất bằng

A. 1.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. 2.

Lời giải.Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có

$$\begin{aligned}
|z - 1 - 2i| &= |z - 3 - i| \\
\Leftrightarrow |x + yi - 1 - 2i| &= |x + yi - 3 - i| \\
\Leftrightarrow |(x - 1) + (y - 2)i| &= |(x - 3) + (y - 1)i| \\
\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 &= (x - 3)^2 + (y - 1)^2 \\
\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 \\
\Leftrightarrow 4x - 2y - 5 &= 0.
\end{aligned}$$

Suy ra tập các điểm biểu diễn của số phức z là đường thẳng $\Delta: 4x - 2y - 5 = 0$.

$$\text{Do đó } |z|_{\min} = d(O, \Delta) = \frac{|5|}{\sqrt{4^2 + (-2)^2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1760.** Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z^2 + z| + |z^2 - z|$.

A. $\frac{14}{5}$.

B. 4.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$P = |z^2 + z| + |z^2 - z| = |z(z + 1)| + |z(z - 1)| = |z||z + 1| + |z||z - 1| = |z + 1| + |z - 1|.$$

Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z , $A(-1; 0)$ và $B(1; 0)$, thì M thuộc đường tròn tâm $O(0; 0)$, bán kính bằng 1. Hai điểm A, B thuộc đường tròn này và $AB = 2$. Ta có

$$|z + 1| + |z - 1| = AM + BM \leq \sqrt{2(MA^2 + MB^2)} = \sqrt{2 \cdot AB^2} = 2\sqrt{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $AM = BM$, tức là tam giác MAB vuông cân tại M . Chẳng hạn $M(0; 1)$ hay $z = i$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1761.** Cho số phức z thỏa mãn $(2 - i)z - (2 + i)\bar{z} = 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng

A. 1.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. 2.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned}(2-i)z - (2+i)\bar{z} = 2i &\Leftrightarrow (2-i)(a+bi) - (2+i)(a-bi) = 2i \\ &\Leftrightarrow a = 2b - 1.\end{aligned}$$

Do đó

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5b^2 - 4b + 1} = \sqrt{5\left(b - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}} \geq \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $b = \frac{2}{5} \Rightarrow a = -\frac{1}{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1762. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z - 5 + 3i| = 3$, $|iw + 4 + 2i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |3iz + 2w|$.

A. $\sqrt{554} + 5$.

B. $\sqrt{578} + 13$.

C. $\sqrt{578} + 5$.

D. $\sqrt{554} + 13$.

Lời giải.

Xét $T = |3iz + 2w| = |3iz - (-2w)|$.

Ta có $|z - 5 + 3i| = 3 \Leftrightarrow |3i| \cdot |z - 5 + 3i| = 3 \cdot |3i| \Leftrightarrow |3iz - 15i - 9| = 9$.

Và $|iw + 4 + 2i| = 2 \Leftrightarrow |-2w + 8i - 4| = 4$.

Đặt $z_1 = 3iz$ thì $|z_1 - 9 - 15i| = 9$, suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z_1 là đường tròn tâm $I(9; 15)$, bán kính $R_1 = 9$.

Đặt $z_2 = -2w$ thì $|z_2 - 4 + 8i| = 4$, suy ra tập hợp điểm N biểu diễn số phức z_2 là đường tròn tâm $J(4; -8)$, bán kính $R_2 = 4$.

Khi đó $T = MN \leq IJ + R_1 + R_2$. Do đó T lớn nhất khi $MN = IJ + R_1 + R_2 = \sqrt{554} + 13$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1763. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 2 + i| = |z + 2 + 5i|$ và biểu thức

$H = \frac{x^2 + y^2 - 3y + 1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2)(x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5)}}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $2x + y$ bằng

A. -6 .

B. $-6 + \sqrt{5}$.

C. $-3 - \sqrt{5}$.

D. $-6 - \sqrt{5}$.

Lời giải.

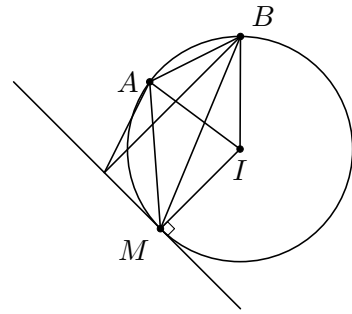
— Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} |z - 2 + i| &= |z + 2 + 5i| \\ \Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 &= (x + 2)^2 + (y + 5)^2 \\ \Leftrightarrow x + y + 3 &= 0 \quad (d). \end{aligned}$$

— Gọi M là điểm biểu diễn số phức z . Ta có $M(x; y)$ và $M \in d$.

— Khi đó

$$\begin{aligned} H &= \frac{(x+1)(x-1) + (y-1)(y-2)}{\sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} \cdot \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2}} \\ &= \cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \text{ với } A(-1; 1), B(1; 2). \end{aligned}$$



— Ta cần tìm $M \in d$ sao cho $\cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$ nhỏ nhất.

— Ta có $\cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \widehat{AMB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow M$ là tiếp điểm của đường tròn tâm I , qua A, B và tiếp xúc với d .

— $I \in \Delta: 4x + 2y - 3 = 0$ là đường trung trực của AB và $IA^2 = d^2(I, d)$.

$$\text{Khi đó } I\left(t; -2t + \frac{3}{2}\right), IA^2 = 5t^2 + \frac{5}{4}, d^2(I, d) = \frac{4t^2 - 36t + 81}{8}.$$

$$\text{— Ta có } 5t^2 + \frac{5}{4} = \frac{4t^2 - 36t + 81}{8} \Leftrightarrow 36t^2 + 36t - 71 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-3 + 4\sqrt{5}}{6} \\ t = \frac{-3 - 4\sqrt{5}}{6} \end{cases}$$

$$\text{— Với } t = \frac{-3 + 4\sqrt{5}}{6}, \text{ ta có } I\left(\frac{-3 + 4\sqrt{5}}{6}; \frac{15 - 8\sqrt{5}}{6}\right).$$

Phương trình đường thẳng qua I , vuông góc với d là $x - y + 3 - 2\sqrt{5} = 0 \quad (d')$.

$$\text{Ta có } M = d \cap d' \Rightarrow M(\sqrt{5} - 3; -\sqrt{5}) \Rightarrow H \approx 0,89.$$

$$\text{— Với } t = \frac{-3 - 4\sqrt{5}}{6}, \text{ ta có } I\left(\frac{-3 - 4\sqrt{5}}{6}; \frac{15 + 8\sqrt{5}}{6}\right).$$

Phương trình đường thẳng qua I , vuông góc với d là $x - y + 3 + 2\sqrt{5} = 0 \quad (d')$.

$$\text{Ta có } M = d \cap d' \Rightarrow M(-\sqrt{5} - 3; \sqrt{5}) \Rightarrow H \approx 0,97 > 0,89.$$

— Vậy $M(\sqrt{5} - 3; -\sqrt{5})$ thỏa mãn. Suy ra $2x + y = -6 + \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1764. Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 8$. Tìm mô-đun của số phức $w = z_1 + z_2 - 2 + 4i$.

A. $|w| = 6$.

B. $|w| = 16$.

C. $|w| = 10$.

D. $|w| = 13$.

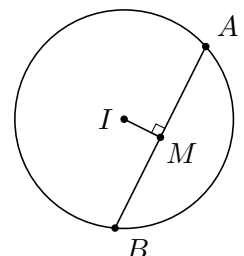
Lời giải.

Gọi A là điểm biểu diễn của số phức z_1 , B là điểm biểu diễn của số phức z_2 .

Vì hai số phức z_1 và z_2 đều thỏa điều kiện $|z - 1 + 2i| = 5$ nên hai điểm A và B đều chạy trên đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $r = 5$.

Mặt khác $|z_1 - z_2| = 8$ nên $AB = 8$.

Gọi M là trung điểm AB suy ra M là điểm biểu diễn của số phức $\frac{z_1 + z_2}{2}$ và $IM = 3$.



Do đó,

$$3 = IM = \left| \frac{z_1 + z_2}{2} - 1 + 2i \right| \Leftrightarrow 3 = \frac{1}{2} |z_1 + z_2 - 2 + 4i| \Leftrightarrow |z_1 + z_2 - 2 + 4i| = 6 \Leftrightarrow |w| = 6.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1765. Gọi S là tập hợp số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 3| + |z - 3| = 10$. Xét hai số $z_1; z_2$ thuộc tập hợp S sao cho $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 \cdot z_2|$ là

- A. $\frac{225}{17}$. B. 20. C. $\frac{800}{41}$. D. 15.

Lời giải.

Trên mặt phẳng tọa độ xét các điểm $F_1(-3; 0); F_2(3; 0)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z \in S$. Khi đó theo giả thiết thì $MF_1 + MF_2 = 10$ nên tập hợp điểm M là elip có hai tiêu điểm $F_1; F_2$. Elip này có độ dài trục lớn là $2a = 10 \Rightarrow a = 5$ và tiêu cự $2c = 6 \Rightarrow c = 3$. Khi đó $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 4$.

Phương trình elip là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Do hai số phức $z_1; z_2 \in S$ và $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo nên không giảm tính tổng quát ta giả sử

$$z_1 = r_1(\cos \varphi + i \sin \varphi); z_2 = r_2 \left(\cos \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right) \right) = r_2(-\sin \varphi + i \cos \varphi).$$

với $r_1 = |z_1|; r_2 = |z_2|$.

Thay tọa độ các điểm biểu diễn của $z_1; z_2$ vào phương trình của elip ta được

$$r_1^2 \left(\frac{\cos^2 \varphi}{25} + \frac{\sin^2 \varphi}{16} \right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{r_1^2} = \frac{\cos^2 \varphi}{25} + \frac{\sin^2 \varphi}{16} \text{ và } r_2^2 \left(\frac{\sin^2 \varphi}{25} + \frac{\cos^2 \varphi}{16} \right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{r_2^2} = \frac{\sin^2 \varphi}{25} + \frac{\cos^2 \varphi}{16}.$$

$$\text{Khi đó } \frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} = \frac{1}{25} + \frac{1}{16} = \frac{41}{400} \geq \frac{2}{r_1 r_2} \Rightarrow r_1 r_2 \geq \frac{800}{41}.$$

$$\text{Do đó } |z_1 \cdot z_2| \geq \frac{800}{41}. \text{ Vậy giá trị nhỏ nhất của } |z_1 \cdot z_2| \text{ là } \frac{800}{41}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1766. Gọi z là số phức có mô-đun nhỏ nhất thỏa mãn $|z + i + 1| = |\bar{z} + i|$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

- A. $-\frac{3}{10}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với a, b là các số thực. Từ giả thiết bài toán, suy ra

$$|a + 1 + (b + 1)i| = |a + (1 - b)i| \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = a^2 + (1 - b)^2 \Leftrightarrow 2a + 4b = -1.$$

$$\text{Khi đó, ta có } |-1| = |2a + 4b| \leq \sqrt{2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow |z| \geq \frac{1}{\sqrt{20}}.$$

$$\text{Vậy } |z| = \frac{1}{\sqrt{20}} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 4b = -1 \\ \frac{a}{2} = \frac{b}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{10} \\ b = -\frac{2}{10} \end{cases}.$$

$$\text{Tổng phần thực và phần ảo là } -\frac{3}{10}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1767. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thức $P = |z + 1| + |z^2 - z + 1|$. Tính $M \cdot m$.

A. $\frac{39}{4}$.

B. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{13}{4}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Do $|z| = 1$ nên $a^2 + b^2 = 1$.

Ta có $|z + 1| = \sqrt{(a + 1)^2 + b^2} = \sqrt{2 + 2a}$.

$$\begin{aligned} |z^2 - z + 1| &= |(a + bi)^2 - a - bi + 1| = |a^2 - b^2 - a + 1 + (2ab - b)i| \\ &= \sqrt{(a^2 - b^2 - a + 1)^2 + (2ab - b)^2} \\ &= \sqrt{a^2(2a - 1)^2 + b^2(2a - 1)^2} = |2a - 1| \text{ vì } (a^2 + b^2 = 1). \end{aligned}$$

Vậy $P = |2a - 1| + \sqrt{2 + 2a}$ và $a \in [-1; 1]$.

Đặt $g(a) = |2a - 1| + \sqrt{2 + 2a}$ và $a \in [-1; 1]$.

Trường hợp 1: Xét hàm số $g(a) = \sqrt{2(1 + a)} + 2a - 1$ với $a \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Ta có $g'(a) = \frac{1}{\sqrt{2(1 + a)}} + 2 > 0$ với $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Nên $\max_{\left[\frac{1}{2}; 1\right]} g(a) = g(1) = 3$; $\min_{\left[\frac{1}{2}; 1\right]} g(a) = g\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$.

Trường hợp 2: Xét hàm số $g(a) = \sqrt{2(1 + a)} - 2a + 1$ với $a \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]$.

Ta có $g'(a) = \frac{1}{\sqrt{2(1 + a)}} - 2 = \frac{1 - 2\sqrt{2(1 + a)}}{\sqrt{2(1 + a)}}$; $g'(a) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sqrt{2(1 + a)} = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{7}{8}$.

Bảng biến thiên

a	-1	$-\frac{7}{8}$	$\frac{1}{2}$
$g'(a)$	$+$	0	$-$
$g(a)$	3	$\frac{13}{4}$	$\sqrt{3}$

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{\left[-1; \frac{1}{2}\right]} g(x) = g\left(-\frac{7}{8}\right) = \frac{13}{4}$ và không tồn tại giá trị nhỏ nhất trên nửa khoảng $\left[-1; \frac{1}{2}\right)$.

Kết hợp cả hai trường hợp ta có $M = \frac{13}{4}$ và $m = \sqrt{3}$ là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P . Vậy $M \cdot m = \frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1768. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| - |z - 2 - 3i| = 2\sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $|z|_{\min} = \sqrt{5}$.

B. $|z|_{\min} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$.

C. $|z|_{\min} = \sqrt{13}$.

D. $|z|_{\min} = 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

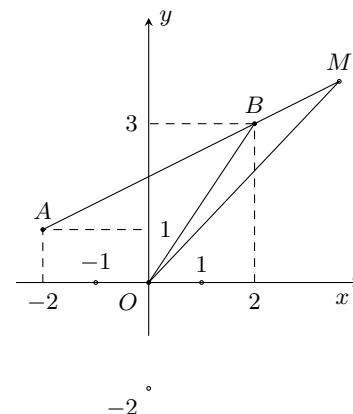
Gọi M là điểm biểu diễn số phức z , $A(-2; 1)$, $B(2; 3)$.

Khi đó $|z + 2 - i| - |z - 2 - 3i| = 2\sqrt{5}$ tương đương $MA - MB = 2\sqrt{5}$.

Do $AB = 2\sqrt{5}$ nên $MA - MB = AB$. Suy ra B nằm giữa A và M .

Suy ra $|z|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min} \Leftrightarrow M$ trùng với B .

Vậy $|z|_{\min} = OB = \sqrt{13}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1769. Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 + 4| = |z^2 + 2iz|$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P = |z + i|$.

A. $P_{\min} = 4$.

B. $P_{\min} = 3$.

C. $P_{\min} = 2$.

D. $P_{\min} = 1$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$|z^2 + 4| = |z^2 + 2iz| \Leftrightarrow |z - 2i| \cdot |z + 2i| = |z| \cdot |z + 2i| \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2i \\ |z - 2i| = |z| \end{cases}$$

Trường hợp 1: $z = -2i \Rightarrow P = |z + i| = 1$.

Trường hợp 2: $|z - 2i| = |z| \Leftrightarrow b - 1 = 0$. Khi đó tập hợp các điểm M biểu diễn z là đường thẳng $d: y - 1 = 0$. Do đó $P = |z + i| = MA$ với $A(0; -1)$. Suy ra $P_{\min} = d(A, d) = 2$.

Từ hai trường hợp suy ra $P_{\min} = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1770. Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2iz| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |iz + 1|$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} &|z^2 - 2iz| = 2 \\ \Leftrightarrow &|i^2| |z^2 - 2iz| = 2 \\ \Leftrightarrow &|(iz)^2 + 2iz| = 2 \\ \Leftrightarrow &|(iz + 1)^2 - 1| = 2. \quad (1) \end{aligned}$$

Từ (1) ta thấy điểm biểu diễn của số phức $(iz + 1)^2$ là được đường tròn $\mathcal{C}(I; 2)$ trong đó $I(1; 0)$.

Mặt khác, ta thấy $P = |iz + 1| \Rightarrow P^2 = |iz + 1|^2 = |(iz + 1)^2|$.

Ta thấy $\max P^2 = OI + 2 = 3 \Rightarrow \max P = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1771. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

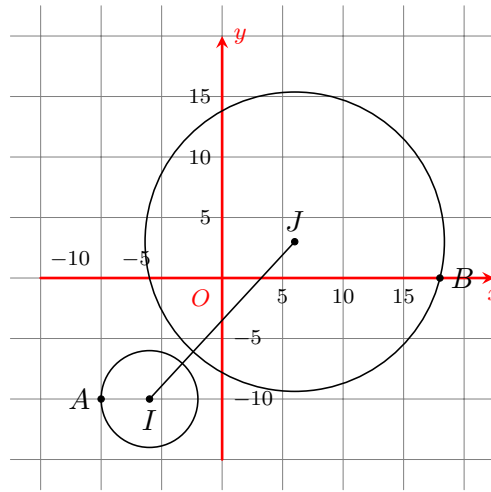
A. $\sqrt{313} + 16$.

B. $\sqrt{313}$.

C. $\sqrt{313} + 8$.

D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Lời giải.



Đặt $\begin{cases} 2iz_1 = a + bi \\ z_2 = \frac{c + di}{-3} \end{cases}, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$. Gọi $A(a; b)$, $B(c; d)$ là các điểm biểu diễn của $2iz_1$ và z_2 .

Ta có $|z_1 - 3i + 4| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{a + bi}{2i} - 3i + 5 \right| = 2 \Leftrightarrow (a + 6)^2 + (b + 10)^2 = 16$ nên $A \in (I)$ có tâm $I(-6; -10)$ bán kính $R = 4$.

$|iz_2 - 1 + 2i| = 4 \Leftrightarrow \left| i \cdot \frac{c + di}{-3} - 1 + 2i \right| = 4 \Leftrightarrow (c - 6)^2 + (d - 3)^2 = 144$ nên $B \in (J)$ có tâm $J(6; 3)$ bán kính $R' = 12$.

Do $T = |2iz_1 + 3z_2| = |(a - c) + (b - d)i| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2} = AB$.

Nên $T \leq IJ + R + R' = \sqrt{313} + 16$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1772. Xét số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 2i| + |z - 3 + i| = 3\sqrt{5}$. Gọi M, m lần lượt là hai giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2| + |z - 1 - 3i|$. Tìm M, m .

A. $M = \sqrt{17} + \sqrt{5}; m = 3\sqrt{2}$.

B. $M = \sqrt{26} + 2\sqrt{5}; m = 3\sqrt{2}$.

C. $M = \sqrt{26} + 2\sqrt{5}; m = 3\sqrt{2}$.

D. $M = \sqrt{17} + \sqrt{5}; m = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi, (x; y \in \mathbb{R})$, điểm biểu diễn của z là $M(x; y)$.

Các điểm $A(-3; 2), B(3; -1), C(-2; 0), D(1; 3)$, ta có $AB = 3\sqrt{5}$

Ta có $|z + 3 - 2i| + |z - 3 + i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow MA + MB = AB \Leftrightarrow M$ thuộc đoạn AB .

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}, t \in [0; 1] \Leftrightarrow \begin{cases} x_M + 3 = 6t \\ y_M - 2 = -3t \end{cases} \Rightarrow M(-3 + 6t; 2 - 3t).$$

Ta có

$$\begin{aligned} P = MC + MD &= \sqrt{(-1 + 6t)^2 + (2 - 3t)^2} + \sqrt{(-4 + 6t)^2 + (1 + 3t)^2} \\ &= \sqrt{45t^2 - 24t + 5} + \sqrt{45t^2 - 42t + 17}. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{45t^2 - 24t + 5} + \sqrt{45t^2 - 42t + 17}, t \in [0; 1]$.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{45t - 12}{\sqrt{45t^2 - 24t + 5}} + \frac{45t - 21}{\sqrt{45t^2 - 42t + 17}} = \frac{45 \left(t - \frac{12}{45} \right)}{\sqrt{45 \left(t - \frac{12}{45} \right)^2 + \frac{9}{5}}} - \frac{45 \left(\frac{21}{45} - t \right)}{\sqrt{45 \left(\frac{21}{45} - t \right)^2 + \frac{36}{5}}}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{t - \frac{12}{45}}{\frac{3}{\sqrt{5}}} = \frac{\frac{21}{45} - t}{\frac{6}{\sqrt{5}}} \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Do } f(0) = \sqrt{5} + \sqrt{17}, f(1) = \sqrt{26} + 2\sqrt{5}, f\left(\frac{1}{3}\right) = 3\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} \max_{[0;1]} f(t) = \sqrt{26} + 2\sqrt{5} \\ \min_{[0;1]} f(t) = f\left(\frac{1}{3}\right) = 3\sqrt{2}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1773. Xét các số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z + 2 - 3i| = 2\sqrt{2}$. Tính $P = 2a + b$ khi $|z + 1 + 6i| + |z - 7 - 2i|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $P = 3$. B. $P = -3$. C. $P = 1$. D. $P = 7$.

Lời giải.

Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Ta có $|z + 2 - 3i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (a + 2)^2 + (b - 3)^2 = 8$.

Do đó điểm M thuộc đường tròn (C) có tâm $I(-2; 3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Gọi $A(-1; -6)$ và $B(7; 2)$ lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = -1 - 6i; z_2 = 7 + 2i$ và $E(3; -2)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Khi đó ta có

$$T = |z + 1 + 6i| + |z - 7 - 2i| = MA + MB \leq \sqrt{2(MA^2 + MB^2)}.$$

Lại áp dụng công thức đường trung tuyến trong tam giác MAB nên ta có

$$2(MA^2 + MB^2) = 4ME^2 + AB^2 \text{ với } AB = 8\sqrt{2} \text{ (không đổi).}$$

Cho nên T lớn nhất khi và chỉ khi ME lớn nhất. Khi đó M là một trong hai giao điểm của đường thẳng IE với đường tròn (C) .

Ta có $\overrightarrow{IM} = (a + 2; b - 3)$, $\overrightarrow{IE} = (-5; 5)$. Ba điểm M, I, E thẳng hàng nên suy ra

$$-5(a + 2) = 5(b - 3) \Leftrightarrow a = -b + 1.$$

Kết hợp với phương trình $(a + 2)^2 + (b - 3)^2 = 8$ ta giải được $\begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$.

— Nếu $\begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}$ thì $M = (-4; 5)$ nên $T = MA + MB = 2\sqrt{130}$.

— Nếu $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$ thì $M = (0; 1)$ nên $T = MA + MB = 2\sqrt{50}$.

Vậy để T đạt giá trị lớn nhất khi $M = (-4; 5)$. Do đó $P = 2a + b = -3$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1774. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$ và biểu thức $|iz + 2 - i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm phần ảo của số phức z .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{5}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn bài toán. Khi đó

$$|z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Leftrightarrow \sqrt{(a - 2)^2 + (b - 4)^2} = \sqrt{a^2 + (b - 2)^2} \Leftrightarrow a = 4 - b.$$

Ta có

$$\begin{aligned}
 |iz + 2 - i| &= \sqrt{(2-b)^2 + (a-1)^2} \\
 &= \sqrt{(2-b)^2 + (3-b)^2} \\
 &= \sqrt{2b^2 - 10b + 13} \\
 &= \sqrt{2\left(b - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \\
 &\geq \frac{\sqrt{2}}{2}.
 \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $b = \frac{5}{2}$ và $a = \frac{3}{2}$.

Do đó, giá trị nhỏ nhất của $|iz + 2 - i|$ là $\frac{\sqrt{2}}{2}$ khi $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{5}{2}$.

Vậy $z = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$ và phần ảo của z là $b = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1775. Cho hai số phức z và $w = a + bi$ thỏa mãn $|z + \sqrt{5}| + |z - \sqrt{5}| = 6$, $5a - 4b - 20 = 0$.

Giá trị nhỏ nhất của $|z - w|$ là

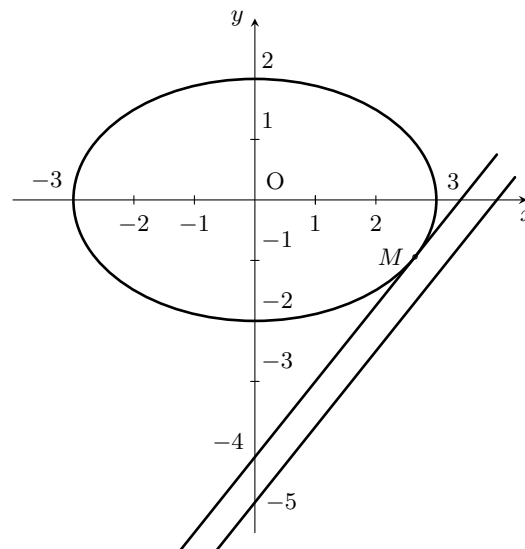
A. $\frac{3}{\sqrt{41}}$.

B. $\frac{5}{\sqrt{41}}$.

C. $\frac{4}{\sqrt{41}}$.

D. $\frac{3}{41}$.

Lời giải.



Gọi M là điểm biểu diễn số phức z .

Từ $|z + \sqrt{5}| + |z - \sqrt{5}| = 6 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 6$ với $F_1(-\sqrt{5}; 0)$, $F_2(\sqrt{5}; 0)$; $F_1F_2 = 2\sqrt{5} < 6$.

Suy ra tập hợp các điểm M là đường E-líp

$$(E): \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1 \text{ với } a = 3, c = \sqrt{5}, b^2 = a^2 - c^2 = 3^2 - (\sqrt{5})^2 = 2^2.$$

Gọi N là điểm biểu diễn số phức w . Dễ thấy tập hợp các điểm N là đường thẳng $d: 5x - 4y - 20 = 0$.

Có $|z - w| = MN$ và $|z - w|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MN$ ngắn nhất.

$$(E) \text{ là hợp của hai đồ thị hàm số } (C_1): y = \frac{2}{3}\sqrt{9-x^2} \text{ và } (C_2): y = -\frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}.$$

Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến của (C_2) cùng phương với đường thẳng d , x_0 là nghiệm của phương trình $y'(x_0) = k_{(d)} \Leftrightarrow \frac{2x_0}{3\sqrt{9-x_0^2}} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow x_0 = \frac{45}{17} \Rightarrow y_0 = -\frac{16}{17}$.

$$\text{Và } \min MN = d[M_0, d] = \frac{\left| 5 \cdot \frac{45}{17} - 4 \cdot \left(-\frac{16}{17}\right) - 20 \right|}{\sqrt{5^2 + (-4)^2}} = \frac{3\sqrt{41}}{41}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1776. Xét số phức z thỏa mãn $|iz - 2i - 2| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |(1 - i)z + 1 + i|$.

A. $\min P = \frac{\sqrt{34}}{2}$. B. $\min P = \sqrt{17}$. C. $\min P = \sqrt{34}$. D. $\min P = \frac{13}{\sqrt{17}}$.

Lời giải.

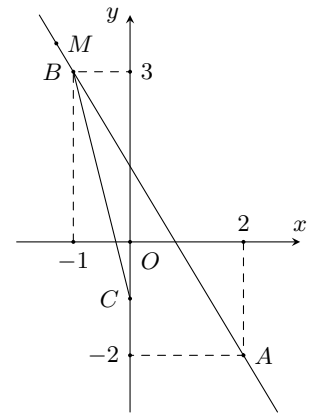
Ta có

$$\begin{aligned} & |iz - 2i - 2| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34} \\ \Leftrightarrow & |i| \cdot \left| z - 2 - \frac{2}{i} \right| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34} \\ \Leftrightarrow & |z - 2 + 2i| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34}. \quad (1) \end{aligned}$$

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Chọn $A(2; -2)$, $B(-1; 3)$, từ (1) suy ra $MA - MB = \sqrt{34} = AB$.

Như vậy điểm M thuộc tia đối của tia BA .



$$\text{Ta có } P = |(1 - i)z + 1 + i| = |1 - i| \cdot \left| z + \frac{1 + i}{1 - i} \right| = \sqrt{2}|z + i| = \sqrt{2}\sqrt{x^2 + (y + 1)^2}.$$

Chọn $C(0; -1)$, suy ra $P = \sqrt{2} \cdot CM$.

Như vậy biểu thức P nhỏ nhất khi và chỉ khi CM nhỏ nhất, khi đó M trùng với điểm B .

Suy ra $z = -1 + 3i$, khi đó $\min P = |(1 - i)(-1 + 3i) + 1 + i| = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1777. Gọi m_0 là giá trị nhỏ nhất của $\left| 2 - \frac{1}{m - i} \right|$, với m là số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0^2 \in \left(\frac{10}{3}; \frac{7}{2} \right)$. B. $m_0^2 \in \left(0; \frac{10}{3} \right)$. C. $m_0^2 \in \left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2} \right)$. D. $m_0^2 \in \left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2} \right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \left| 2 - \frac{1}{m - i} \right| = \left| \frac{2(m - i) - 1}{m - i} \right| = \frac{|2m - 1 - 2i|}{|m - i|} = \frac{\sqrt{(2m - 1)^2 + 4}}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{\frac{4m^2 - 4m + 5}{m^2 + 1}}.$$

Xét hàm số $f(m) = \frac{4m^2 - 4m + 5}{m^2 + 1}$ trên tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$:

$$\text{Ta có: } f'(m) = \frac{4m^2 - 2m - 4}{(m^2 + 1)^2}; f'(m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1 + \sqrt{17}}{4} \\ m = \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \end{cases}.$$

Giới hạn: $\lim_{m \rightarrow \pm\infty} f(m) = 4$.

Bảng biến thiên

m	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{17}}{4}$	$\frac{1+\sqrt{17}}{4}$	$+\infty$	
$f'(m)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(m)$	4	$\frac{153+9\sqrt{17}}{34}$	$\frac{153-9\sqrt{17}}{34}$	4	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min_{m \in \mathbb{R}} f(m) = \frac{153-9\sqrt{17}}{34} \Rightarrow m_0^2 = \frac{153-9\sqrt{17}}{34} \in \left(\frac{10}{3}; \frac{7}{2}\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1778. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4i| = 1$. Khi biểu thức $P = 2|z + 2 - i| + |z - 8 - i|$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của $a - b$ bằng

A. 5.

B. 6.

C. -5.

D. -3.

Lời giải.

Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(0; 4)$ bán kính $R = 1$.

Gọi $A(-2; 1)$, $B(8; 1)$. Bài toán đưa về yêu cầu tìm điểm M thuộc (C) sao cho $P = 2MA + MB$ nhỏ nhất.

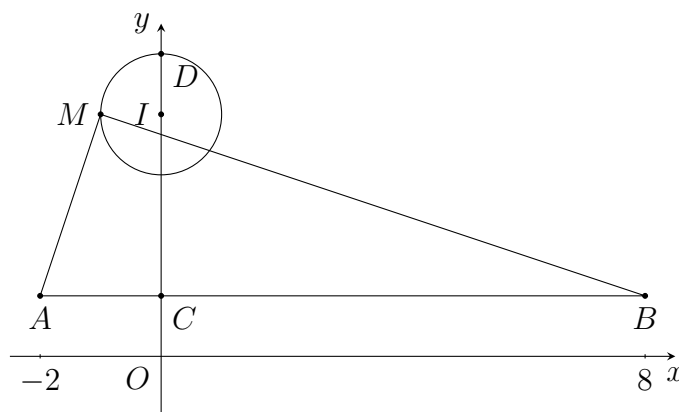
Ta có $P^2 = (2MA + MB)^2 \leq 2(4MA^2 + MB^2)$.

Gọi C là điểm trên cạnh AB sao cho $4\vec{CA} + \vec{CB} = \vec{0}$. Ta có $C(0; 1)$.

Ta có:

$$\begin{aligned}
 P^2 &\leq 2(4MA^2 + MB^2) = 2[4(\vec{CA} - \vec{CM})^2 + (\vec{CB} - \vec{CM})^2] \\
 &= 2[4(AC^2 - 2\vec{CA} \cdot \vec{CM} + CM^2) + CB^2 - 2\vec{CB} \cdot \vec{CM} + CM^2] \\
 &= 2\left[(4AC^2 + CB^2) + 5CM^2 - 2\vec{CM} \cdot \underbrace{(4\vec{CA} + \vec{CB})}_{\vec{0}}\right] \\
 &= 2[80 + 5CM^2] \leq 2(5DC^2 + 80) = 320
 \end{aligned}$$

với D là giao điểm của IC với đường tròn tâm I như hình vẽ.



Ta có $D(0; 5)$.

Vậy $P_{\max} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$ khi $M \equiv D$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 0 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a - b = -5.$$

Lưu ý:

- Điểm C như cách đặt ở trên được gọi là tâm tỉ cự của hệ hai điểm A, B với tỉ số $4 : 1$;
- Đề cho các điểm A, B, I là các điểm đặc biệt nên mới giải quyết được bằng hình học. Trường hợp tổng quát thì không giải quyết được bằng cách này.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1779. Giá trị lớn nhất M của $\left| \frac{i}{mi-1} + \frac{m+1}{m^2+1}i \right|$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 1)$. B. $\left(0; \frac{3}{5}\right)$. C. $\left(\frac{4}{5}; 1\right)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left| \frac{i}{mi-1} + \frac{m+1}{m^2+1}i \right| = \left| \frac{i(-mi-1)}{m^2+1} + \frac{m+1}{m^2+1}i \right| = \left| \frac{m}{m^2+1} + \frac{m}{m^2+1}i \right| = \left| \frac{m}{m^2+1} \right| \cdot \sqrt{2}.$$

$$\text{Ta lại có } m^2+1 \geq 2\sqrt{m^2 \cdot 1} = 2|m| \Rightarrow \left| \frac{m}{m^2+1} \right| \leq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } \left| \frac{i}{mi-1} + \frac{m+1}{m^2+1}i \right| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1780. Xét các số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $2|z - 1 - 5i| + 3|z - 3 - 3i|$.

- A. 156. B. $2\sqrt{39}$. C. $\sqrt{39}$. D. 39.

Lời giải.

Đặt $P = 2|z - 1 - 5i| + 3|z - 3 - 3i|$. Ta có

$$\begin{aligned} P^2 &\leq (2^2 + 3^2)(|z - 1 - 5i|^2 + |z - 3 - 3i|^2) \\ &= 13(|z - 2 - 4i + (1 - i)|^2 + |z - 2 - 4i - (1 - i)|^2) \\ &= 26(|z - 2 - 4i|^2 + |1 - i|^2) \\ &= 156. \end{aligned}$$

Suy ra $P \leq 2\sqrt{39}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{|z - 1 - 5i|}{2} = \frac{|z - 3 - 3i|}{3}$. Chẳng hạn $z = \frac{481 - 91\sqrt{23}}{338} + \frac{119 - 7\sqrt{23}}{26}i$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1781. Gọi M là giá trị lớn nhất của $\left| \frac{1}{m-i} - 1 \right|$, với m là số thực. Giá trị M^2 gần với số nào nhất trong các số dưới đây?

- A. 2,62. B. 2,64. C. 1,62. D. 1,64.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left| \frac{1}{m-i} - 1 \right| = \frac{|1 - m + i|}{|m-i|} = \frac{\sqrt{(1-m)^2 + 1}}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{\frac{m^2 - 2m + 2}{m^2 + 1}} = \sqrt{1 + \frac{1-2m}{m^2+1}}.$$

$$\text{Xét } f(m) = \frac{1-2m}{m^2+1}.$$

$$f'(m) = 0 \Leftrightarrow \frac{2m^2 - 2m - 2}{(m^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ hoặc } m = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

Bảng biến thiên

m	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$+\infty$
$f'(m)$	+	0	-	+
$f(m)$				

Do đó $M = \sqrt{1 + \frac{1+\sqrt{5}}{2}} \Rightarrow M^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \approx 2,62$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1782. Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|2z + 2 - 3i| = 1$. Khi biểu thức $2|z + 2| + |z - 3|$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của $a \cdot b$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. -3.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $|2z + 2 - 3i| = 1 \Leftrightarrow \left| z + 1 - \frac{3}{2}i \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow (a+1)^2 + \left(b - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} 2(a+1) = \sin \alpha \\ 2\left(b - \frac{3}{2}\right) = \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \sin \alpha - 1 \\ b = \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{3}{2} \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2|z+2| + |z-3| &= 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\sin\alpha + 1\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{3}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sin\alpha - 4\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{3}{2}\right)^2} \\ &= 2\sqrt{\frac{7}{2}\sin\alpha + \frac{3}{2}\cos\alpha} + \sqrt{\frac{37}{2} - 4\sin\alpha + \frac{3}{2}\cos\alpha} \leq 4\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $\alpha = 0 \Rightarrow a = -1$ và $b = 2$.

Vậy $a \cdot b = -2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1783. Gọi M là giá trị lớn nhất của $\left| \frac{1}{m-i} + i \right|$, với m là số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $M \in \left(\frac{3}{2}; \frac{11}{5}\right)$.

B. $M \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

C. $M \in \left(\frac{3}{2}; \frac{9}{5}\right)$.

D. $M \in \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{3}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left| \frac{1}{m-i} + i \right| = \left| \frac{m \cdot i + 2}{m-i} \right| = \sqrt{\frac{m^2 + 4}{m^2 + 1}}.$$

Xét hàm số $f(m) = \sqrt{\frac{m^2 + 4}{m^2 + 1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và có $f'(m) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m^2 + 1}{m^2 + 4}} \cdot \frac{-6m}{(m^2 + 1)^2}$.

$$\Rightarrow f'(m) = 0 \Rightarrow -6m = 0 \Rightarrow m = 0.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+	0	-
y			

Vậy giá trị lớn nhất của $\left| \frac{1}{m-i} - i \right|$ là $M = 2$ suy ra $M \in \left(\frac{3}{2}; \frac{11}{5} \right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1784. Gọi n là số các số phức z đồng thời thỏa mãn $|iz + 1 + 2i| = 3$ và biểu thức $T = 2|z + 5 + 2i| + 3|z - 3i|$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi M là giá trị lớn nhất của T . Giá trị của tích $M \cdot n$ là

A. $10\sqrt{21}$.

B. $6\sqrt{13}$.

C. $5\sqrt{21}$.

D. $2\sqrt{13}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó $N(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Từ giả thiết, $|iz + 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow |z + 2 - i| = 3 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$.

Ta có $T = 2|z + 5 + 2i| + 3|z - 3i| = 2NA + 3NB$ với $A(-5; -2)$ và $B(0; 3)$.

Nhận xét rằng với I là điểm thỏa mãn $2\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$ suy ra $I(-2; 1)$ và cũng là tâm đường tròn biểu diễn các số phức z nên $NI = 3$.

Từ đó ta có $2NA^2 + 3NB^2 = 2(\vec{NI} + \vec{IA})^2 + 3(\vec{NI} + \vec{IB})^2 = 5NI^2 + 2IA^2 + 3IB^2 = 105$.

Mà $T^2 = (\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}NA + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}NB)^2 \leq 5(2NA^2 + 3NB^2) = 525$ hay $T \leq 5\sqrt{21}$.

Đẳng thức xảy ra khi N là giao của đường trung trực đoạn AB với đường tròn tâm I , bán kính $R = 3$.

Vậy $n = 2$ và $M \cdot n = 10\sqrt{21}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1785. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4 + 3i| - |\bar{z} + 4 + 3i| = 10$ và $|z - 3 - 4i|$ nhỏ nhất. Mô-đun của số phức z bằng

A. 6.

B. 7.

C. 5.

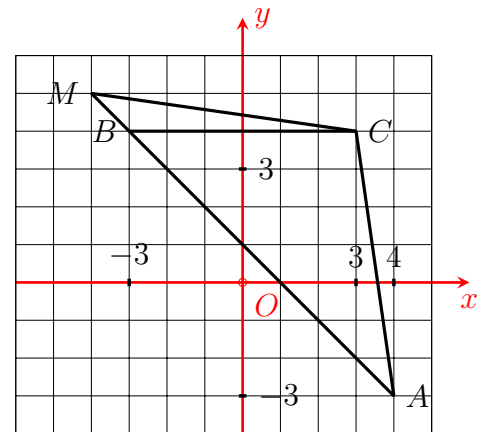
D. 8.

Lời giải.

Giả sử số phức $z = a + bi$ và $M(a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng Oxy .

Theo giả thiết ta có $\sqrt{(a-4)^2 + (b+3)^2} - \sqrt{(a+4)^2 + (b-3)^2} = 10$. (1)

Lấy các điểm $A(4; -3)$, $B(-4; 3)$ và $C(3; 4)$, khi đó ta có $MA - MB = AB$ hay $AM = AB + BM$. Suy ra, điểm M nằm trên đường thẳng AB sao cho B nằm giữa A và M . Xét tam giác ABC để có $\widehat{CBA} < 90^\circ$ (quan sát hình vẽ bên). Do đó, xét tam giác CBM thì $CM \geq CB$. Suy ra, để MC nhỏ nhất thì $M \equiv B$ hay $M(-4; 3)$. Suy ra, mô-đun của số phức z cần tìm là $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1786. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| \leq |z - 3i|$. Tìm mô-đun của số phức z sao cho biểu thức $P = |z - 3 - 9i| + |z - 7 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $|z| = \frac{\sqrt{541}}{3}$.

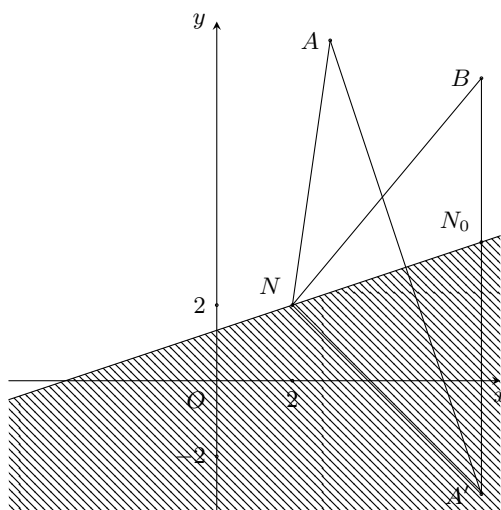
B. $|z| = \frac{\sqrt{446}}{3}$.

C. $|z| = \frac{\sqrt{562}}{3}$.

D. $|z| = \frac{\sqrt{466}}{3}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ta có $|z - 1| \leq |z - 3i| \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 \leq x^2 + (y - 3)^2 \Leftrightarrow x - 3y + 4 \geq 0$. Điểm M biểu diễn số phức z là miền được cho như hình vẽ (phần gạch sọc)



Ngoài ra gọi $A(3; 9)$ và $B(7; 8)$ lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $3 + 9i$ và $7 + 8i$. Lúc này ta có $P = MA + MB$.

Gọi N là hình chiếu của M lên đường thẳng $d: x - 3y + 4 = 0$. Ta thấy $\widehat{ANM}$ và $\widehat{BNM}$ là các góc tù nên $MA \geq NA$ và $MB \geq NB$, hay $P \geq NA + NB$.

Do A và B nằm cùng phía so với d nên để tìm giá trị nhỏ nhất của P ta gọi A' là điểm đối xứng của A qua d . Ta tìm được tọa độ A' là $(7; -3)$. Cuối cùng ta có

$$P \geq NA + NB = NA' + NB \geq A'B.$$

Dấu bằng xảy ra khi N, A', B thẳng hàng $\Leftrightarrow N$ là giao điểm của d và $A'B$.

Phương trình đường thẳng $A'B$ là $x = 7$.

Do đó tọa độ N là nghiệm hệ
$$\begin{cases} x = 7 \\ x - 3y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = \frac{11}{3} \end{cases}.$$

Vậy mô-đun của số phức cần tìm là $|z| = \sqrt{7^2 + \left(\frac{11}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{562}}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1787. Cho các số phức z_1, z_2, z thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1| = 1$ và $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$. Tính $M = |z_1 - z_2|$ khi $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 6.

B. $\sqrt{41}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 8.

Lời giải.

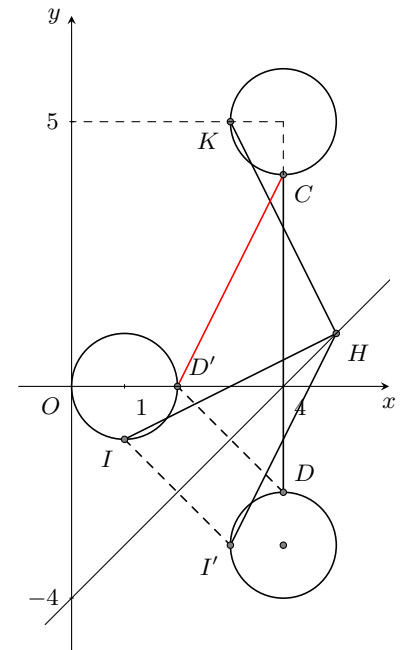
Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} |\bar{z} + 4i| &= |z - 8 + 4i| \\ \Leftrightarrow |x - yi + 4i| &= |x + yi - 8 + 4i| \\ \Leftrightarrow x^2 + (4 - y)^2 &= (x - 8)^2 + (y + 4)^2 \\ \Leftrightarrow x - y - 4 &= 0. \end{aligned}$$

Gọi I là điểm biểu diễn số phức z_1 , K là điểm biểu diễn số phức z_2 , H là điểm biểu diễn số phức z .

Theo giả thuyết, I chạy trên đường tròn tâm $(0; 1)$, bán kính 1. K chạy trên đường tròn tâm $(4; 5)$, bán kính 1. H chạy trên đường thẳng $x - y - 4 = 0$.

Khi đó $P = |z - z_1| + |z - z_2| = HI + HK$.



Lấy I' là điểm đối xứng của I qua đường thẳng $x - y - 4 = 0$, khi đó I' chạy trên đường tròn tâm $(4; -3)$, bán kính 1.

Ta có $P = HI + HK = HI' + HK \geq CD$ (với C, D được xác định như hình bên).

Dấu “=” xảy ra khi $I \equiv D', K \equiv C$. Khi đó $P = CD' = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1788. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi $M_{\max}$ là giá trị lớn nhất và $M_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = |z^2 + z + 1| + |z^3 + 1|$. Tính $P = M_{\max} + M_{\min}$.

A. $P = 8$.

B. $P = 5$.

C. $P = 7$.

D. $P = 6$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Vì $|z| = 1$ nên suy ra $z \cdot \bar{z} = 1$ và $x^2 + y^2 = 1$.

$$\begin{aligned} M &= |z^2 + z + 1| + |z^3 + 1| = |z^2 + z + z \cdot \bar{z}| + |(z + 1)(z^2 - z + 1)| \\ &= |z| \cdot |z + 1 + \bar{z}| + |z|^2 \cdot |1 + \bar{z}| \cdot |z - 1 + \bar{z}| = |z + 1 + \bar{z}| + |1 + \bar{z}| \cdot |z - 1 + \bar{z}| \\ &= |2x + 1| + |1 + x - yi| \cdot |2x - 1| = |2x + 1| + |2x - 1|\sqrt{2 + 2x}. \end{aligned}$$

Vì $x^2 + y^2 = 1$ nên $-1 \leq x \leq 1$. Ta xét hàm số $y = |2x + 1| + |2x - 1|\sqrt{2 + 2x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Xét các trường hợp sau:

— Nếu $-1 \leq x < -\frac{1}{2}$ thì $y = -2x - 1 + (1 - 2x)\sqrt{2 + 2x}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{1 - 2x}{\sqrt{2 + 2x}} - 2\sqrt{2 + 2x} - 2.$$

Bảng biến thiên

x	-1	$-\frac{7}{18} - \frac{\sqrt{10}}{9}$	$-\frac{1}{2}$
y'	$+$	0	$-$
y	1	$\frac{20\sqrt{10} - 2}{27}$	2

— Nếu $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$ thì $y = 2x + 1 + (1 - 2x)\sqrt{2 + 2x}$.

Ta có $y' = \frac{1 - 2x}{\sqrt{2 + 2x}} - 2\sqrt{2 + 2x} + 2$.

Bảng biến thiên

x	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{7}{18} + \frac{\sqrt{10}}{9}$	$\frac{1}{2}$
y'	+	0	-
y	2	$\frac{2 + 20\sqrt{10}}{27}$	2

— Nếu $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ thì $y = 2x + 1 + (2x - 1)\sqrt{2 + 2x}$.

Ta có $y' = \frac{1 - 2x}{\sqrt{2 + 2x}} + 2\sqrt{2 + 2x} + 2$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$	1
y'	+	
y	2	5

Kết hợp cả ba trường hợp ta được $M_{\min} = 1$ và $M_{\max} = 5$. Vậy $P = 6$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1789. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 3i| = 2$. Giá trị lớn nhất của $|z - i|$ là

A. 7.

B. 9.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Ta có

$$|z - i| = |(z - 3 + 3i) + (3 - 4i)| \leq |z - 3 + 3i| + |3 - 4i| = 2 + 5 = 7.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} z - 3 + 3i = t(3 - 4i), (t \geq 0) \\ |z - 3 - 3i| = 2 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{2}{5} \Rightarrow z = \frac{21}{5} - \frac{23}{5}i.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|z - i|$ là 7.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1790. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2 + 3i| = 2$ và $|\overline{z_2} - 1 - 2i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - z_2|$.

A. $P = 6$.

B. $P = 3$.

C. $P = 6 - \sqrt{2}$.

D. $P = 3 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

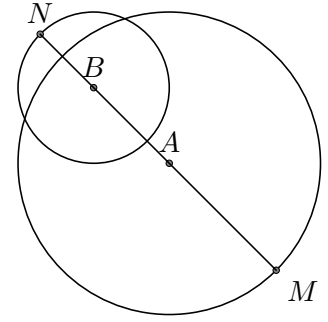
Từ giả thiết $|\overline{z_2} - 1 - 2i| = 1 \Leftrightarrow |z_2 - 1 + 2i| = 1$.

Gọi $A(2; -3), B(1; -2)$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 trên mặt phẳng (Oxy) .

Khi đó ta có M thuộc đường tròn tâm A bán kính $R_1 = 2$

N thuộc đường tròn tâm B bán kính $R_2 = 1$ và $P = MN$.

Do đó MN đạt giá trị lớn nhất khi $MN = AB + R_1 + R_2 = 3 + \sqrt{2}$.



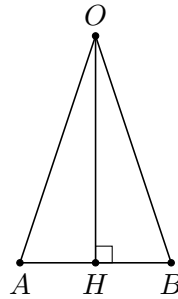
Chọn đáp án **D** □

Câu 1791. Cho z_1, z_2, z_3 là ba số phức thay đổi thỏa mãn $|z_1| = 2, |z_3| = 1, z_2 = z_1 z_3$. Trong mặt phẳng phức hai điểm A, B lần lượt biểu diễn z_1 và z_2 . Giả sử O, A, B lập thành tam giác có diện tích là a , chu vi là b . Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = a + b$ là

- A. $6 + 2\sqrt{2}$. B. $6 + 2\sqrt{3}$. C. $4 + 2\sqrt{3}$. D. $4 + 3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $|z_2| = |z_1 z_3| = 2$ nên A, B cùng thuộc đường tròn tâm O bán kính 2.



Đặt $AB = 2x$ ($0 < x < 2$), ta có $a = \frac{1}{2}OH \cdot AB = x\sqrt{4-x^2}$, $b = 2x + 4$ và $T = x\sqrt{4-x^2} + 2x + 4$.

Xét hàm số $f(x) = x\sqrt{4-x^2} + 2x + 4$ ($0 < x < 2$), ta có $f'(x) = -\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} + \sqrt{4-x^2} + 2$ và

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}.$$

Suy ra $\max f(x) = f(\sqrt{3}) = 4 + 3\sqrt{3}$. Vậy $\max T = 4 + 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1792. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1$ và $\overline{z_2}(z_2 - 1 + i) - 6i + 2$ là một số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_2|^2 - (z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2)$.

- A. $18 - 9\sqrt{2}$. B. $18 - 6\sqrt{2}$. C. $3 - \sqrt{2}$. D. $18 + 6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = x + yi, z_2 = a + bi$ ($x, y, a, b \in \mathbb{R}$). Ta có:

$$|z_1| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1.$$

và

$$\begin{aligned} \overline{z_2}(z_2 - 1 + i) - 6i + 2 &= (a - bi)(a + bi - 1 + i) - 6i + 2 \\ &= (a^2 + b^2 - a + b + 2) + (a + b - 6)i. \end{aligned}$$

Vì $\overline{z_2}(z_2 - 1 + i) - 6i + 2$ là số thực nên $a + b - 6 = 0 \Leftrightarrow a + b = 6$. Khi đó

$$P = a^2 + b^2 - [(x + yi)(a - bi) + (x - yi)(a + bi)] = a^2 + b^2 - 2(ax + by).$$

Áp dụng bất đẳng thức B.C.S ta có:

$$\begin{aligned} ax + by &\leq \sqrt{(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)} = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \Rightarrow P &\geq a^2 + b^2 - 2\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2} (\sqrt{a^2 + b^2} - 2). \end{aligned}$$

Mặt khác

$$2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2 = 36 \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 18 \Rightarrow P \geq \sqrt{18} (\sqrt{18} - 2) = 18 - 6\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 18 - 6\sqrt{2} \text{ khi } \begin{cases} a = b = 3 \\ x = y = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1793. Kí hiệu A là tập hợp các số phức z đồng thời thỏa mãn hai điều kiện $|z - 1| = \sqrt{34}$ và $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$ (trong đó $m \in \mathbb{R}$). Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc tập hợp A sao cho $|z_1 - z_2|$ là lớn nhất. Khi đó hãy tính giá trị của $|z_1 + z_2|$.

A. $|z_1 + z_2| = 10$. B. $|z_1 + z_2| = 2$. C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{2}$. D. $|z_1 + z_2| = \sqrt{130}$.

Lời giải.

Gọi điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z .

$$|z - 1| = \sqrt{34} \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 0. \quad (C)$$

$$\begin{aligned} |z + 1 + mi| = |z + m + 2i| &\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + m)^2 = (x + m)^2 + (y + 2)^2 \\ \Leftrightarrow 2(m - 1)x + 2(2 - m)y + 3 &= 0. \quad (\Delta) \end{aligned}$$

Tập hợp A là tập các giao điểm của đường tròn (C) và đường thẳng (Δ) .

(C) có tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = \sqrt{34}$.

$$\text{Điều kiện } d \text{ cắt } (C) \text{ là } \Delta \text{ là } d(I, \Delta) \leq R \Leftrightarrow \frac{|2(m - 1) + 3|}{\sqrt{[2(m - 1)]^2 + [2(2 - m)]^2}} \leq \sqrt{34} \quad (*)$$

Gọi E, F là hai điểm biểu diễn z_1, z_2 , suy ra $|z_1 - z_2| = EF$.

$|z_1 - z_2|$ là lớn nhất khi EF là đường kính của đường tròn (C) hay Δ đi qua tâm I suy ra $m = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn $(*)$.

$$\text{Ta có } |z_1 + z_2| = |\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}| = |2\overrightarrow{OI}| = 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1794. Cho số phức $z = x + 2yi$ ($x; y \in \mathbb{R}$) thỏa $|z| = 1$. Tính tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = x - y$.

A. $\sqrt{5}$. B. 0. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $-\sqrt{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4y^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{1 - 4y^2} \left(x \in [-1; 1], y \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \right)$$

— Trường hợp $x = \sqrt{1 - 4y^2}$:

$$\text{Ta có } P = \sqrt{1 - 4y^2} - y, P' = \frac{-4y}{\sqrt{1 - 4y^2}} - 1, P' = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{20}}.$$

y	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{20}}$	$\frac{1}{2}$
P'	$+$	0	$-$
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	$-\frac{1}{2}$

— Trường hợp $x = -\sqrt{1-4y^2}$:

$$\text{Ta có } P = -\sqrt{1-4y^2} - y, P' = \frac{4y}{\sqrt{1-4y^2}} - 1, P' = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{20}}.$$

y	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{20}}$	$\frac{1}{2}$
P'	$-$	0	$+$
P	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{5}}{2}$	$-\frac{1}{2}$

$$\text{Khi đó } \max P = \frac{\sqrt{5}}{2}, \min P = \frac{-\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của P là 0.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1795. Xét hai số phức z_1, z_2 thay đổi thỏa mãn $|z_1 - z_2| = |z_1 + z_2 + 4 - 2i| = 2$. Gọi A, B lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$. Giá trị của $A \cdot B$ là

A. 110.

B. 116.

C. 112.

D. 114.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z_1|^2 + |z_2|^2 &= \frac{|z_1 + z_2|^2}{2} + \frac{|z_1 - z_2|^2}{2} \\ &= \frac{1}{2}|z_1 + z_2|^2 + 2 \\ &= \frac{1}{2}|z - (4 - 2i)|^2 + 2 \quad \text{với } z = z_1 + z_2 + 4 - 2i. \end{aligned}$$

Mặt khác

$$— |z - (4 - 2i)| \leq |z| + |4 - 2i| = 2 + 2\sqrt{5} \Rightarrow B = 14 + 4\sqrt{5}.$$

$$— |z - (4 - 2i)| \geq ||z| - |4 - 2i|| = 2\sqrt{5} - 2 \Rightarrow A = 14 - 4\sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } A \cdot B = (14 - 4\sqrt{5})(14 + 4\sqrt{5}) = 116.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1796. Trong các số phức z thỏa mãn $|z + 4 - 3i| + |z - 8 - 5i| = 2\sqrt{38}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z - 2 - 4i|$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $M(x; y)$.

$$\Rightarrow \sqrt{(x+4)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-8)^2 + (y-5)^2} = 2\sqrt{38}.$$

(1)

$$F_1(-4; 3); F_2(8; 5).$$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} MF_1 + MF_2 = 2\sqrt{38} \\ F_1F_2 = 2\sqrt{37} \end{cases} \Rightarrow M \in (\text{Elip}): \begin{cases} a = \sqrt{38} \\ c = \sqrt{37} \\ b = 1 \end{cases}$$

Mặt khác $2 + 4i = \frac{(-4 + 3i) + (8 + 5i)}{2} \Rightarrow (2; 4)$ là tâm của (Elip).

Vậy $|z - 2 - 4i|_{\min} = b = 1$. (độ dài trục nhỏ)

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1797. Cho z là số phức thỏa mãn đẳng thức $|z + i| = m + \left(\frac{2019}{m}\right)^{2019} - 2$, với m là số thực dương. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn của số phức $w = (3 + 4i)z + 26 + 7i$ là đường tròn. Gọi R_0 là bán kính nhỏ nhất của đường tròn ứng với giá trị m_0 . Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $\frac{2019R_0}{2018m_0} = 4$. B. $\frac{2018R_0}{2019m_0} = 5$. C. $\frac{2019R_0}{2018m_0} = 5$. D. $\frac{2019R_0}{2018m_0} = 3$.

Lời giải.

Trước hết, ta thấy

$$\begin{aligned} |z + i| &= m + \left(\frac{2019}{m}\right)^{2019} - 2 = \underbrace{\frac{m}{2019} + \dots + \frac{m}{2019}}_{2019 \text{ số}} + \left(\frac{2019}{m}\right)^{2019} - 2 \\ &\geq 2020 \sqrt[2020]{\left(\frac{m}{2019}\right)^{2019} \left(\frac{2019}{m}\right)^{2019}} - 2 = 2018. \end{aligned}$$

Mặt khác, từ giả thiết, ta có $w = (3 + 4i)(z + i) + 30 + 4i \Rightarrow |w - 30 - 4i| = 5|z + i| \geq 5 \cdot 2018$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m = m_0 = 2019$, lúc đó đường tròn có $R_0 = 5 \cdot 2018$ với tâm $I(30; 4)$
 $\Rightarrow \frac{2019R_0}{2018m_0} = 5$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1798. Cho số phức z và w thỏa mãn $z + w = 3 + 4i$ và $|z - w| = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z| + |w|$.

A. $\max T = \sqrt{176}$. B. $\max T = 4$. C. $\max T = 14$. D. $\max T = \sqrt{106}$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z, w .

Khi đó ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (3; 4)$, $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 9$ và $T = OA + OB$. Mà

$$106 = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})^2 + (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})^2 = 2(OA^2 + OB^2) \geq (OA + OB)^2 = T^2 \Rightarrow T \leq \sqrt{106}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1799. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tính M là giá trị lớn nhất của

$$T = |1 + z| + |1 - z + z^2|.$$

A. $M = \frac{13}{2}$. B. $M = \frac{13}{4}$. C. $M = \sqrt{3}$. D. $M = 3$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|1 - z + z^2| = |2x - 1|$ và $|1 + z| = \sqrt{2(x + 1)}$.

Khi đó $T = \sqrt{2(x + 1)} + |2x - 1| = g(x)$.

+ Xét $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$, ta có $g(x) = \sqrt{2(x + 1)} + 2x - 1$.

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{1}{\sqrt{2+2x}} + 2 > 0, \forall x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$$

$$\Rightarrow g(x) \text{ là hàm số tăng trên } \left[\frac{1}{2}; 1\right] \Rightarrow \max_{\left[\frac{1}{2}; 1\right]} g(x) = g(1) = 3.$$

$$+ \text{ Xét } x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right), \text{ ta có } g(x) = \sqrt{2(x+1)} + 1 - 2x.$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{1}{\sqrt{2+2x}} - 2$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{8}.$$

Hàm số $y = g(x)$ liên tục trên $\left[-1; \frac{1}{2}\right)$, đồng thời

$$g(-1) = 3; g\left(-\frac{7}{8}\right) = \frac{13}{4}; g\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow \max_{\left[-1; \frac{1}{2}\right)} g(x) = \frac{13}{4}.$$

$$\text{Mà } \frac{13}{4} > 3 \text{ nên } M = \frac{13}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1800. Cho số phức z thỏa $\left|\frac{z+2-i}{\bar{z}+1-i}\right| = \sqrt{2}$. Tìm $|z|_{\min}$.

A. $|z|_{\min} = 3 - \sqrt{10}$. **B.** $|z|_{\min} = 5 - \sqrt{10}$. **C.** $|z|_{\min} = -3 + \sqrt{10}$. **D.** $|z|_{\min} = 3 + \sqrt{10}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có

$$\begin{aligned} \left|\frac{z+2-i}{\bar{z}+1-i}\right| = \sqrt{2} &\Leftrightarrow |z+2-i| = \sqrt{2}|\bar{z}+1-i| \\ &\Leftrightarrow |(x+2) + (y-1)i| = \sqrt{2}|(x+1) - (y+1)i| \\ &\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 2(x+1)^2 + 2(y+1)^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6y - 1 = 0. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; 3)$, bán kính $R = \sqrt{10}$.

$$\text{Vậy } |z|_{\min} = |OI - R| = |3 - \sqrt{10}| = \sqrt{10} - 3.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1801. Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn điều kiện $|z-1|^2 + |z+1|^2 = 20$ và $|z+2+i|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính tích xy .

A. $xy = \frac{15}{2}$. **B.** $xy = -\frac{15}{2}$. **C.** $xy = -\frac{18}{5}$. **D.** $xy = \frac{18}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z-1|^2 + |z+1|^2 = 20 &\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + (x+1)^2 + y^2 = 20 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 9. \end{aligned}$$

Như vậy, điểm M biểu diễn số phức z thuộc đường tròn (C) tâm O , bán kính $R = 3$. Gọi $A(-2; -1)$ là điểm biểu diễn số phức $-2 - i$. Khi đó $OA = \sqrt{5} < 3$ nên điểm A nằm trong đường tròn tâm O bán kính $R = 3$. Đường thẳng OA có phương trình $y = \frac{1}{2}x$, nên tọa độ giao điểm của OA với đường

tròn (C) là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{\sqrt{5}} \\ y = \frac{3}{\sqrt{5}} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = -\frac{6}{\sqrt{5}} \\ y = -\frac{3}{\sqrt{5}} \end{cases}.$$

Ta có

$$|z + 2 + i| = AM \leq OA + R = \sqrt{5} + 3.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi điểm M là giao điểm của tia đối tia OA với đường tròn (C).

Suy ra $M\left(\frac{6}{\sqrt{5}}; \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$.

Khi đó $xy = \frac{6}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{18}{5}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1802. Xét số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{2} < |z| < 2$. C. $|z| > 2$. D. $|z| < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow |z| + 2 + (2|z| - 1)i = \frac{\sqrt{10}}{z} \Rightarrow ||z| + 2 + (2|z| - 1)i| = \left| \frac{\sqrt{10}}{z} \right|.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(|z| + 2)^2 + (2|z| - 1)^2} = \frac{\sqrt{10}}{|z|} \Leftrightarrow (|z| + 2)^2 + (2|z| - 1)^2 = \frac{10}{|z|^2} \Leftrightarrow 5|z|^4 + 5|z|^2 - 10 = 0$$

Suy ra $|z| = 1$. Vậy $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1803. Cho các số phức $z_1 = 1, z_2 = 2 - 3i$ và số phức z thỏa mãn

$$|z - 1 - i| + |z - 3 + i| = 2\sqrt{2}$$

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_1| + |z - z_2|$. Tính tổng $S = M + m$.

A. $S = \sqrt{10} + 2\sqrt{5}$. B. $S = 1 + \sqrt{10} + \sqrt{17}$.
C. $S = 5 - \sqrt{17}$. D. $S = 5 + \sqrt{17}$.

Lời giải.

Gọi $A(1; 0), B(2; -3)$ lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 .

Và $z = x + yi$ và $E(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Suy ra $P = |z - z_1| + |z - z_2| = EA + EB$.

Mặt khác:

$$|z - 1 - i| + |z - 3 + i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 1)^2} + \sqrt{(x - 3)^2 + (y + 1)^2} = 2\sqrt{2} \quad (*).$$

Gọi $C(1; 1), D(3; -1)$ thì (*) cho ta $EC + ED = 2\sqrt{2} = CD \Rightarrow E$ thuộc đoạn thẳng CD .

Phương trình đường thẳng $CD: x + y - 2 = 0$ với $x \in [1; 3]$.

Dễ thấy A, B nằm cùng phía với đường thẳng CD nên gọi A' là điểm đối xứng của A qua CD .

Tìm được tọa độ điểm $A'(2; 1)$.

Ta có $EA + EB = EA' + EB \geq A'B = 4$. Do đó $\min P = 4$ dấu “=” xảy ra khi $x = 2$.

Và P đạt giá trị lớn nhất khi E trùng với C hoặc D .

Ta thấy $CA + CB > DA + DB \Rightarrow \max P = CA + CB = 1 + \sqrt{17}$.

Vậy $\begin{cases} M = 1 + \sqrt{17} \\ m = 4 \end{cases}$ nên $S = M + m = 5 + \sqrt{17}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1804. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{z+2-i}{\bar{z}+1-i} \right| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z|$.

A. $P = 3 + \sqrt{10}$. B. $P = -3 - \sqrt{10}$. C. $P = -3 + \sqrt{10}$. D. $P = 3 - \sqrt{10}$.

Lời giải.

Giả sử số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Ta có $P = \sqrt{x^2 + y^2}$.
Do giả thiết

$$\left| \frac{z+2-i}{\bar{z}+1-i} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|z+2-i|}{|\bar{z}+1-i|} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |z+2-i| = \sqrt{2} \cdot |\bar{z}+1-i| \quad (*)$$

Mà $z+2-i = x+yi+2-i = (x+2) + (y-1)i$ và $\bar{z}+1-i = x-yi+1-i = (x+1) - (y+1)i$.
Từ (*) suy ra

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} \\ \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 &= 2 \cdot ((x+1)^2 + (y+1)^2) \\ \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 &= 2 \cdot (x^2 + 2x + 1 + y^2 + 2y + 1) \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6y - 1 &= 0 \Leftrightarrow x^2 + (y+3)^2 = 10 \quad (**). \end{aligned}$$

Giả sử I, R lần lượt là tâm và bán kính đường tròn có phương trình (**) khi đó tọa độ $I(0; -3)$ và $R = \sqrt{10}$.

Dễ thấy điểm M thuộc đường tròn có phương trình (**). Mà $OI = 3$ và $IM = \sqrt{10}$ suy ra điểm O nằm trong đường tròn.

Mặt khác $OM \leq IM + OI \Leftrightarrow OM \leq 3 + \sqrt{10}$ dấu đẳng thức xảy ra khi I nằm trong đoạn OM .
Vậy $\max OM = 3 + \sqrt{10}$ hay $\max P = 3 + \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1805. Với các số phức z thỏa mãn $|i\bar{z} + 4 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. 6. B. 4. C. 5. D. 7.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có:

$$\begin{aligned} |i\bar{z} + 4 - 3i| &= 1 \\ \Leftrightarrow |i(x - yi) + 4 - 3i| &= 1 \\ \Leftrightarrow |ix + y + 4 - 3i| &= 1 \\ \Leftrightarrow |(y+4) + (x-3)i| &= 1 \\ \Leftrightarrow \sqrt{(y+4)^2 + (x-3)^2} &= 1 \\ \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+4)^2 &= 1 \end{aligned}$$

Do đó, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+4)^2 = 1$;
 (C) có tâm $I(3; -4)$ và có bán kính $R = 1$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm O và I .

Δ có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{OI} = (3; -4)$. Phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}$

Gọi M là giao điểm của (C) và Δ .

$$M \in \Delta \Rightarrow M(3t; 4t);$$

$$M \in (C) \Leftrightarrow (3t-3)^2 + (-4t+4)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{6}{5} \Rightarrow M_1\left(\frac{18}{5}; \frac{-24}{5}\right) \Rightarrow |z| = 6 \\ t = \frac{4}{5} \Rightarrow M_2\left(\frac{12}{5}; \frac{-16}{5}\right) \Rightarrow |z| = 4. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z|_{\max} = 6.$$

Cách 2: Để $|z|$ lớn nhất thì $|z| = OI + R$, với O là gốc tọa độ, I là tâm đường tròn và R là bán kính của đường tròn.

$$\text{Vậy } \max|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} + 1 = 6.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1806. Cho $z, w \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $|\bar{z} + 3 + 2i| = \sqrt{5}$, $|w + 5 + 6i| = 2\sqrt{5}$. Biết $|z + w|$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $z = a + bi, w = c + di$, với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Tính $T = ac + bd + a^2 + b^2$.

A. -9.

B. -1.

C. 5.

D. 13.

Lời giải.

Vì $|\bar{z} + 3 + 2i| = \sqrt{5}$ nên tập hợp các số z là đường tròn $(C_1): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 5$ có tâm $I_1(-3; 2)$, bán kính $R_1 = \sqrt{5}$.

Vì $|w + 5 + 6i| = 2\sqrt{5}$ nên tập hợp các số $-w$ là đường tròn $(C_2): (x-5)^2 + (y-6)^2 = 20$ có tâm $I_2(5; 6)$, bán kính $R_2 = 2\sqrt{5}$.

Khi đó $|z + w| = |z - (-w)| = AB$ với $A \in (C_1), B \in (C_2)$.

Ta có $I_1I_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5} > R_1 + R_2$ nên hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ ở vị trí ngoài nhau.

$$\text{Phương trình tham số } I_1I_2: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases} \quad (*).$$

Thay $(*)$ vào phương trình đường tròn (C_1) ta được

$$4t^2 + t^2 = 5 \Leftrightarrow t = \pm 1.$$

Do đó I_1I_2 cắt đường tròn (C_1) tại hai điểm $A_1(-1; 3)$ và $A_2(-5; 1)$.

Thay $(*)$ vào phương trình đường tròn (C_2) ta được

$$(-8 + 2t)^2 + (-4 + t)^2 = 20 \Leftrightarrow 5t^2 - 40t + 60 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6 \\ t = 2. \end{cases}$$

Do đó I_1I_2 cắt đường tròn (C_2) tại hai điểm $B_1(9; 8)$ và $B_2(1; 4)$.

Tính được $A_1B_1 = \sqrt{125}$, $A_1B_2 = \sqrt{5}$, $A_2B_1 = \sqrt{245}$, $A_2B_2 = \sqrt{45}$.

Suy ra $|z + w| = AB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $A \equiv A_1, B \equiv B_2$, tức là $z = -1 + 3i$ và $-w = 1 + 4i \Rightarrow w = -1 - 4i$.

$$\text{Vậy } T = ac + bd + a^2 + b^2 = 1 - 12 + 1 + 9 = -1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1807. Cho số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z + 2i| \leq 2\sqrt{5} \\ |z - 4i| \leq 2\sqrt{2} \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất của $T = |\bar{z} + 1 - 4i|$.

A. $3\sqrt{5}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{5} + \sqrt{2}$.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} T &= |\bar{z} + 1 - 4i| = \sqrt{(a+1)^2 + (b+4)^2} \\ &= |z + 1 + 4i| \leq |z + 2i| + |2i + 1| \leq 3\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} \frac{a}{1} = \frac{b+2}{2} > 0 \\ |z+2i| = 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = b+2 > 0 \\ a^2 + (b+2)^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 2i.$

Với $z = 2 + 2i$, ta có $|z - 4i| = |2 - 2i| = 2\sqrt{2}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $\max T = 3\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1808. Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| = 5$ và biểu thức $T = |z - 7 - 9i| + 2|z - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $z = 5 - 2i$.

B. $z = 1 + 6i$.

C. $z = 1 + 6i$ và $z = 5 - 2i$.

D. $z = 4 + 5i$.

Lời giải.

Vì $|z - 1 - i| = 5$ nên tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(1; 1)$, bán kính $R = 5$.

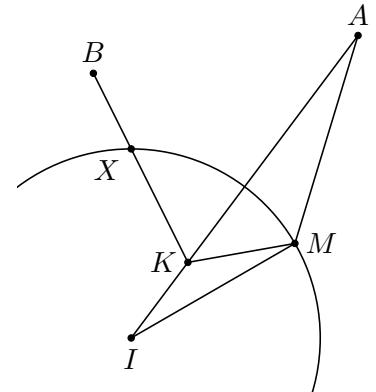
Xét các điểm $A(7; 9)$, $B(0; 8)$. Khi đó $T = MA + 2MB$.

Gọi K là điểm trên tia IA sao cho $IK = \frac{1}{4}IA$, khi đó $K\left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

Ta có $IA = 10 = 2MI = 4IK$ nên $\frac{IM}{IA} = \frac{IK}{IM} = \frac{1}{2}$ và $\widehat{MIK}$ chung

nên $\triangle IKM \sim \triangle IMA$ (c.g.c) $\Rightarrow \frac{MK}{MA} = \frac{IK}{IM} = \frac{1}{2} \Rightarrow MA = 2MK$.

Suy ra $T = MA + 2MB = 2(MK + MB) = 2BK = 5\sqrt{5}$.



Vậy $\min T = 5\sqrt{5}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M trùng X là giao điểm của đoạn thẳng BK với đường tròn (C) .

Phương trình đường thẳng BK là $2x + y - 8 = 0$.

Toạ độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + y - 8 = 0 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \\ x = 5 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X(1; 6) \\ X(5; -2) \end{cases}$

Thử lại chỉ thấy điểm $X(1; 6)$ nằm giữa B và K nên chỉ có số phức $z = 1 + 6i$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1809. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4 + 3i| - |\bar{z} + 4 + 3i| = 10$ và $|z - 3 - 4i|$ nhỏ nhất. Mô-đun của số phức z bằng

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 8.

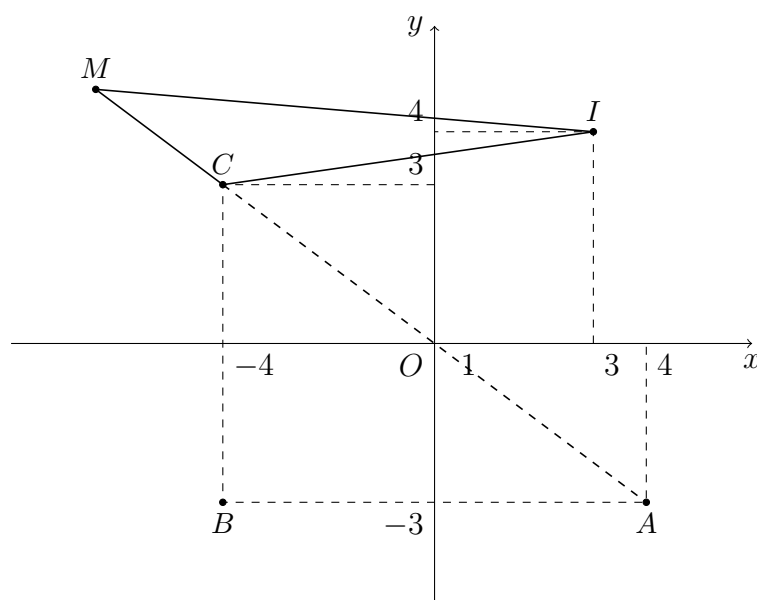
Lời giải.

Ta xét các điểm $M(z)$, $N(\bar{z})$, $A(4; -3)$, $B(-4; -3)$, $C(-4; 3)$, $I(3; 4)$.

Khi đó $|z - 4 + 3i| - |\bar{z} + 4 + 3i| = 10 \Leftrightarrow MA - NB = 10$.

Lại thấy: $NB = \sqrt{(x+4)^2 + (-y+3)^2} = \sqrt{(x+4)^2 + (y-3)^2} = MC \Rightarrow MA - NB = 10 \Leftrightarrow MA - MC = 10$.

Lại có: $AC = 10 \Rightarrow MA - MC = AC \Rightarrow M$ nằm trên tia đối của tia CA như hình vẽ.



Nhận thấy: $|z - 3 - 4i| = MI \Rightarrow |z - 3 - 4i|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ ngắn nhất.

Ta thấy với mọi điểm M thuộc tia đối của tia CA thì $IM \geq IC = 7\sqrt{2} \Rightarrow IM$ nhỏ nhất $= 7\sqrt{2} \Leftrightarrow M \equiv C(-4; 3)$ hay $z = -4 + 3i$.

Vậy $|z| = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1810. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left| \frac{2z + i}{z - 2} \right|$. Tính tỷ số $\frac{M}{m}$.

A. $\frac{M}{m} = \frac{10 + 6\sqrt{34}}{9}$. B. $\frac{M}{m} = \frac{25 + 4\sqrt{34}}{9}$. C. $\frac{M}{m} = \frac{9 + 4\sqrt{2}}{7}$. D. $\frac{M}{m} = \frac{5 + 3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Đặt $u = \frac{2z + i}{z - 2}$.

$\Rightarrow u(z - 2) = 2z + i \Leftrightarrow z = \frac{2u + i}{u - 2}$.

Vì $|z| = 1$ nên $\left| \frac{2u + i}{u - 2} \right| = 1 \Leftrightarrow |2u + i| = |u - 2|$. (1)

Gọi $u = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

$$(1) \Leftrightarrow 4a^2 + (2b + 1)^2 = (a - 2)^2 + b^2.$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 3b^2 + 4a + 4b - 3 = 0.$$

$\Rightarrow$ quỹ tích các điểm biểu diễn u là đường tròn tâm $I\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{17}}{3}$.

Vậy $M = \max P = OI + R = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{17}}{3}$, $m = \min P = |OI - R| = \frac{\sqrt{7} - 2\sqrt{2}}{3}$.

$\Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{25 + 4\sqrt{34}}{9}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1811. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 3 - 2i| + |2\bar{z} - 2 + 4i|$.

A. $2\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{15}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$|z - 2 - 2i| = 1 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1 \Leftrightarrow (y - 2)^2 = 1 - (x - 2)^2. \quad (1)$$

Từ (1) suy ra $(x - 2)^2 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3$. Khi đó,

$$\begin{aligned} P &= |z - 3 - 2i| + 2|\bar{z} - 1 + 2i| = \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 2)^2} + 2\sqrt{(x - 1)^2 + (y - 2)^2} \\ &= \sqrt{6 - 2x} + 2\sqrt{2x - 2}. \end{aligned}$$

Xét hàm $f(x) = \sqrt{6 - 2x} + 2\sqrt{2x - 2}$ trên $[1; 3]$. Ta có $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{6 - 2x}} + \frac{2}{\sqrt{2x - 2}}$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x - 2} = 2\sqrt{6 - 2x} \Leftrightarrow x = \frac{13}{5}$.

Ta có

$$f(1) = 2, f(3) = 4, f\left(\frac{13}{5}\right) = 2\sqrt{5}.$$

Suy ra,

$$\max_{[1;3]} f(x) = 2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1812. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |1 + z| + 2|1 - z|$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $6\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $4\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in [-1; 1]$.

$$|z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow y^2 = 1 - x^2 \quad (1).$$

$$P = |1 + z| + 2|1 - z| = \sqrt{(1+x)^2 + y^2} + 2\sqrt{(1-x)^2 + y^2} = \sqrt{2+2x} + 2\sqrt{2-2x}.$$

$$P' = \frac{1}{\sqrt{2+2x}} - \frac{2}{\sqrt{2-2x}}.$$

$$P' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2-2x} = 2\sqrt{2+2x} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5}.$$

$$P(-1) = 4, P(1) = 2, P\left(-\frac{3}{5}\right) = 2\sqrt{5}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là $2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1813. Cho số phức $z = 1 + i$. Biết rằng tồn tại các số phức $z_1 = a + 5i$, $z_2 = b$ (trong đó $a, b \in \mathbb{R}$, $b > 1$) thỏa mãn $\sqrt{3}|z - z_1| = \sqrt{3}|z - z_2| = |z_1 - z_2|$. Tính $b - a$.

- A. $b - a = 5\sqrt{3}$. B. $b - a = 2\sqrt{3}$. C. $b - a = 4\sqrt{3}$. D. $b - a = 3\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$z - z_1 = (1 - a) - 4i \quad \Rightarrow \quad 3|z - z_1|^2 = 3[(1 - a)^2 + (-4)^2] = 3a^2 - 6a + 51$$

$$z - z_2 = (1 - b) + i \quad \Rightarrow \quad 3|z - z_2|^2 = 3[(1 - b)^2 + 1^2] = 3b^2 - 6b + 6$$

$$z_1 - z_2 = (a - b) + 5i \quad \Rightarrow \quad |z_1 - z_2|^2 = (a - b)^2 + 5^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 25$$

$$\sqrt{3}|z - z_1| = \sqrt{3}|z - z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - a)^2 + 16 = (1 - b)^2 + 1 \\ 3(1 - b)^2 + 3 = (a - b)^2 + 25 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x = 1 - a \\ y = 1 - b \end{cases}. \text{ Do } b > 1 \text{ nên } y < 0 \text{ và } x - y = b - a \quad (2)$$

Ta có (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -15 \\ 2y^2 - x^2 + 2xy = 22 \end{cases} \quad (3)$

Đặt $x = ty$ (do $y = 0$ thì hệ (3) không có nghiệm).

Ta có

$$\begin{aligned} (3) &\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 t^2 - y^2 = -15 \\ 2y^2 - y^2 t^2 + 2y^2 t = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{-15}{t^2 - 1} \\ 7t^2 + 30t + 8 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = \frac{-15}{t^2 - 1} \\ \begin{cases} t = -\frac{2}{7} \\ t = -4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} t = -\frac{2}{7} \\ y^2 = \frac{49}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} t = -4 \\ y^2 = -1 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{2}{7} \\ y = \pm \frac{7\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} y = \frac{7\sqrt{3}}{3} \\ x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} y = -\frac{7\sqrt{3}}{3} \\ x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp với (2) ta có $\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ y = -\frac{7\sqrt{3}}{3} \end{cases}$.

Vậy $b - a = x - y = 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1814. Xét các số phức z thỏa mãn $|z^3 - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của $P = |z|$.

A. $P_{\max} = \sqrt[3]{5 + \sqrt{5}}$. B. $P_{\max} = \sqrt{5 + \sqrt{5}}$. C. $P_{\max} = \sqrt[3]{30}$. D. $P_{\max} = \sqrt{10}$.

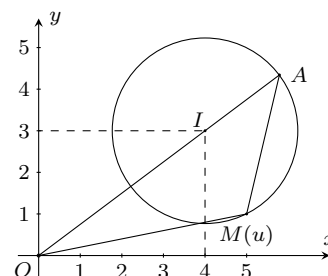
Lời giải.

Đặt $u = z^3$. Khi đó $|u - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Suy ra u thuộc đường tròn tâm $I(4; 3)$ và có bán kính $R = \sqrt{5}$.

Do vậy $P = |z| = \sqrt[3]{|u|}$.

Ta có $z_{\max} \Leftrightarrow |u|_{\max} \Leftrightarrow |u|_{\max} = OM_{\max} = OI + R = 5 + \sqrt{5}$ (với M là điểm biểu diễn của số phức u trên mặt phẳng phức).

Vậy $P_{\max} = \sqrt[3]{5 + \sqrt{5}}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1815. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z|$ bằng

A. 3. B. 5. C. 7. D. 9.

Lời giải.

Ta có $|z - 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow |z - (3 - 4i)| = 2$.

Mà ta lại có

$$\begin{aligned}|z| - |(3 - 4i)| &\leq |z - (3 - 4i)| = 2 \\ \Leftrightarrow |z| - 5 &\leq 2 \\ \Leftrightarrow |z| &\leq 7.\end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|z|$ bằng 7.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1816. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1| + |z^2 + 3z + 2|$. Tỷ số $\frac{M}{m+2}$ là

A. $5\sqrt{2}$.

B. 4.

C. 2.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Xét } P = |z + 1| + |z^2 + 3z + 2| = |z + 1| + |(z + 1)(z + 2)| = |z + 1|(1 + |z + 2|).$$

$$\text{Ta có } P \leq (|z| + 1)(1 + |z| + 2) = 8, \text{ dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } z = 1 \Rightarrow M = 8.$$

$$\text{Đồng thời } P \geq 0, \text{ dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } z = -1 \Rightarrow m = 0.$$

$$\text{Vậy } \frac{M}{m+2} = 4.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1817. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z + i| + |z - 2 - i|$.

A. $\max T = 4$.

B. $\max T = 8$.

C. $\max T = 4\sqrt{2}$.

D. $\max T = 8\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } z = x + yi \Rightarrow |z - 1| = \sqrt{2} \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 2$$

$$\text{Ta có: } T = |z + i| + |z - 2 - i| = \sqrt{x^2 + (y + 1)^2} + \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2}.$$

Áp dụng Bunhiacopxki ta có

$$\begin{aligned}1 \cdot \sqrt{x^2 + (y + 1)^2} + 1 \cdot \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2} &\leq \sqrt{(1^2 + 1^2)[(x^2 + (y + 1)^2) + ((x - 2)^2 + (y - 1)^2)]} \\ \Rightarrow T &\leq \sqrt{4[(x - 1)^2 + y^2 + 2]} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4.\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$\begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 2 \\ \sqrt{x^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, y = -1 \Rightarrow z = 2 - i \\ x = 0, y = 1 \Rightarrow z = i. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1818. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5; |z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$.

A. $\frac{25}{6}$.

B. $\frac{25}{2}$.

C. $\frac{121}{6}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

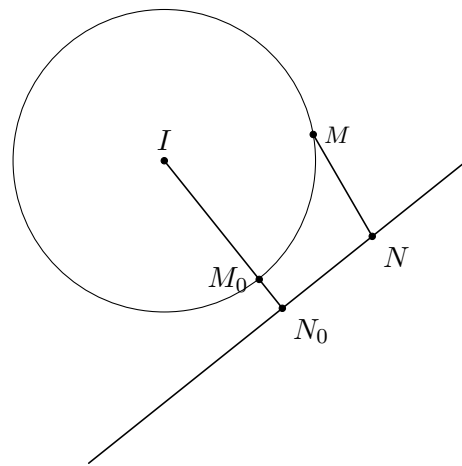
Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$.

Gọi M, N là điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2 .

Do $|z_1 + 5| = 5$ nên M thuộc đường tròn tâm $I(-5; 0)$, bán kính $R = 5$.

Ta có

$$\begin{aligned} |z_2 + 1 - 3i| &= |z_2 - 3 - 6i| \\ \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b - 3)^2 &= (a - 3)^2 + (b - 6)^2 \\ \Leftrightarrow 8a + 6b - 35 &= 0. \end{aligned}$$



Do đó N thuộc đường thẳng $d: 8x + 6y - 35 = 0$.

Khi đó $|z_1 - z_2| = MN$.

Ta có $d(I, d) = 7.5 > R$ nên đường thẳng d không cắt đường tròn $(I, 5)$.

Dễ thấy $MN \geq M_0N_0$ với N_0 là hình chiếu của I trên d và M_0 là giao của đoạn thẳng IN_0 và đường tròn.

Vậy $\min |z_1 - z_2| = M_0N_0 = d(I, d) - R = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1819. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $\begin{cases} \max \{|z|; |z - 1 - i|\} \leq 1 \\ |w + 1 + 2i| \leq |w - 2 - i| \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - w|$.

A. $\sqrt{2} - 1$.

B. 0.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $2\sqrt{2} - 1$.

Lời giải.

$\max \{|z|; |z - 1 - i|\} \leq 1$ nên $|z| \leq 1$ và $|z - 1 - i| \leq 1$.

Suy ra điểm M biểu diễn số phức z nằm trên phần chung của hai hình tròn tâm O bán kính $r_1 = 1$ và hình tròn tâm $I(1; 1)$ bán kính $r_2 = 1$.

Đặt $w = x + yi$, ta có $|w + 1 + 2i| \leq |w - 2 - i| \Leftrightarrow x + y \leq 0$.

Suy ra điểm N biểu diễn số phức w nằm trên nửa mặt phẳng không chứa điểm $I(1; 1)$ kể cả bờ là đường thẳng $y = -x$.

Gọi J là giao điểm của OI và $(I; 1)$. Khi đó,

$$P = |z - w| = MN \geq OJ = OI - r_2 = \sqrt{2} - 1.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1820. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tính tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1| + |z^2 - z + 1|$.

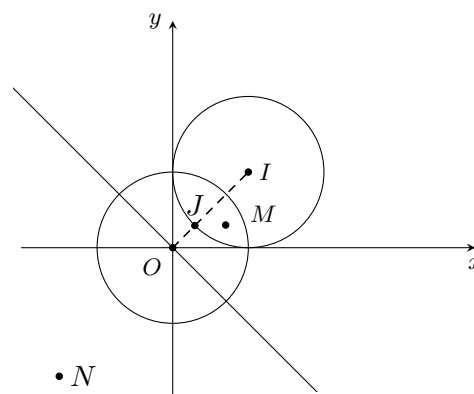
A. $P = \frac{13 + 2\sqrt{3}}{4}$.

B. $P = \frac{13 + 4\sqrt{3}}{4}$.

C. $P = \frac{13 + \sqrt{3}}{4}$.

D. $P = \frac{13 + 6\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.



Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Theo đề ta có $a^2 + b^2 = 1$. Ta có

$$\begin{aligned}|z + 1| &= \sqrt{(a+1)^2 + b^2} = \sqrt{2(a+1)}; \\|z^2 - z + 1| &= |(a+bi)^2 - (a+bi) + 1| = |(2a-1)a + (2a-1)bi| \\&= \sqrt{(2a-1)^2 a^2 + (2a-1)^2 b^2} = \sqrt{(2a-1)^2 (a^2 + b^2)} \\&= \sqrt{(2a-1)^2} = |2a-1|.\end{aligned}$$

Vậy $P = \sqrt{2(a+1)} + |2a-1|$. Đặt $t = \sqrt{2(a+1)}$, khi đó $P = t + |t^2 - 3|$.

Do $a^2 + b^2 = 1$ nên $a \in [-1; 1]$, suy ra $t \in [0; 2]$.

— Với $0 \leq t \leq \sqrt{3}$ thì $P = -t^2 + t + 3$. Khi đó $P'(t) = -2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \in [0; \sqrt{3}]$.

Tính $P(0) = 3$, $P(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$, $P\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}$. Từ đó ta có $\min_{t \in [0; \sqrt{3}]} P = \sqrt{3}$; $\max_{t \in [0; \sqrt{3}]} P = \frac{13}{4}$.

— Với $\sqrt{3} \leq t \leq 2$ thì $P = t^2 + t - 3$, khi đó $P'(t) = 2t + 1 > 0$, $\forall t \in [\sqrt{3}; 2]$. Từ đó suy ra $\min_{t \in [\sqrt{3}; 2]} P = P(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$; $\max_{t \in [\sqrt{3}; 2]} P = P(2) = 3$.

Vậy $\min P = \sqrt{3}$ và $\max P = \frac{13}{4}$. Giá trị cần tìm là $\frac{13}{4} + \sqrt{3} = \frac{13 + 4\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1821. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z + 2 - i| + \sqrt{5}|iz - 1 + 6i|$.

A. $2 + 10\sqrt{2}$.

B. $6\sqrt{10}$.

C. $1 + 2\sqrt{5} + \sqrt{175}$.

D. $\sqrt{130} + \sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $P = |z + 2 - i| + \sqrt{5}|iz - 1 + 6i| = |z + 2 - i| + \sqrt{5}|z + 6 + i|$.

Gọi $M(x; y)$, $A(-2; 1)$, $B(-6; -1)$ lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức z , $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = -6 - i$. Khi đó, $P = MA + \sqrt{5}MB$.

Mặt khác, vì $|z| = 1$ nên điểm M thuộc đường tròn tâm O bán kính $R = 1$.

Bài toán trở thành: “Tìm điểm M trên đường tròn tâm O bán kính $R = 1$ sao cho $P = MA + \sqrt{5}MB$ lớn nhất, với $A(-2; 1)$, $B(-6; -1)$ ”.

Ta có

$$\begin{aligned}P &= MA + \sqrt{5}MB \leq \sqrt{(1+5)(MA^2 + MB^2)} \\&= \sqrt{6}\sqrt{MA^2 + MB^2}\end{aligned}$$

Gọi I là trung điểm của AB , suy ra $I(-4; 0)$.

Ta có

$$MA^2 + MB^2 = (\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} + \vec{IB})^2 = 2MI^2 + IA^2 + IB^2,$$

trong đó $IA^2 + IB^2$ không đổi. Do đó $MA^2 + MB^2$ lớn nhất khi MI lớn nhất. Điểm M thuộc đường tròn (C) mà cách xa điểm I nhất. Suy ra $M(1; 0)$ hay $z = 1 + 0i$.

Vậy giá trị lớn nhất của $P = |1 + 2 - i| + \sqrt{5}|i - 1 + 6i| = 6\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1822. Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| \geq 2$. Biểu thức $P = \left| \frac{z+1}{z+1-i} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất lần lượt tại z_1 và z_2 . Phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$ bằng

A. -2 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 0 .

Lời giải.

Gọi $I(-1; 1)$, $A(-1; 0)$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| \geq 2$. Khi đó $IA = 1$ và $MI \geq 2$.

Ta có $P = \left| \frac{z + 1}{z + 1 - i} \right| = \frac{MA}{MI}$.

Xét tam giác IMA có $|MI - IA| \leq MA \leq MI + IA$. Suy ra

$$\begin{aligned} & \left| \frac{MI - IA}{MI} \right| \leq \frac{MA}{MI} \leq \frac{MI + IA}{MI} \\ \Leftrightarrow & \left| 1 - \frac{IA}{MI} \right| \leq \frac{MA}{MI} \leq 1 + \frac{IA}{MI} \\ \Leftrightarrow & \left| 1 - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{MA}{MI} \leq 1 + \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{2} \leq P \leq \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} |z + 1 - i| = 2 \\ I, M, A \text{ thẳng hàng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M \text{ thuộc đường tròn } (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2 \\ I, M, A \text{ thẳng hàng} \end{cases}$.

Phương trình đường thẳng IA là $x = -1$. Suy ra $\begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = 1 \pm \sqrt{2} \end{cases}$.

Do đó $z_1 = -1 + (1 - \sqrt{2})i$, $z_2 = -1 + (1 + \sqrt{2})i$. Vậy $w = z_1 + z_2 = -2 + 2i$ có phần ảo là 2.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1823. Gọi z và w lần lượt là hai số phức thỏa mãn $|z - 8| = 3$ và $|w - 3i| = |w + 2 - i|$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |w - 4 - 2i| + |z - w|$.

- A. $4\sqrt{2} + \sqrt{5}$. B. $\frac{7\sqrt{2} + 4\sqrt{5} - 6}{2}$. C. $3\sqrt{10} - 3$. D. $\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường tròn tâm $I(8; 0)$, bán kính $R = 3$ và phương trình của nó là $(x - 8)^2 + y^2 = 9$.

Gọi $w = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

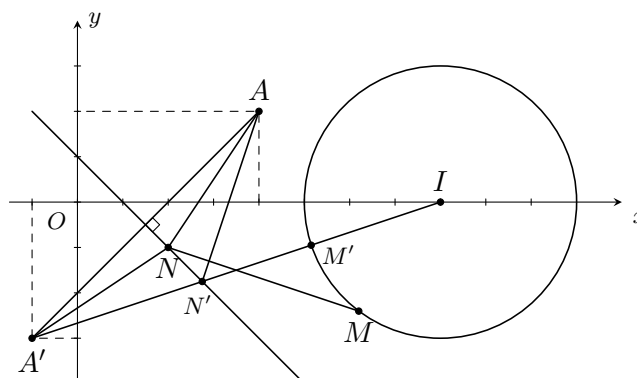
$$|w - 3i| = |w + 2 - i| \Leftrightarrow a^2 + (b - 3)^2 = (a + 2)^2 + (b - 1)^2 \Leftrightarrow a + b - 1 = 0.$$

Như vậy tập hợp các điểm biểu diễn của w là đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$.

Gọi M là điểm biểu diễn của z , N là điểm biểu diễn của w , $A(4; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức $4 + 2i$. Ta có

$$P = NA + MN.$$

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua Δ , ta có $A'(-1; -3)$.



Ta có

$$P = NA + MN = NA' + MN \geq A'M. \quad (2)$$

Gọi M' là giao điểm của $A'I$ với (I) . Khi đó

$$A'M \geq A'M'. \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra $P \geq A'M'$.

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv M'$, $N \equiv N'$.

$$\text{Vậy } P_{\min} = A'I - R = \sqrt{(8+1)^2 + (0+3)^2} - 3 = 3\sqrt{10} - 3.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1824. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 2$.

Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 4. B. $3\sqrt{2}$. C. 3. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $|iz + \sqrt{2} - i| = 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-\sqrt{2})^2 = 1$.

Suy ra tập hợp tất cả các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; \sqrt{2})$, bán kính $R = 1$.

Gọi A, B là các điểm biểu diễn số phức z_1 và z_2 . Khi đó $|z_1| + |z_2| = OA + OB$, với O là gốc tọa độ. Đồng thời A, B thuộc đường tròn $(I; R)$.

Vì $|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow AB = 2 = 2R$, nên AB là đường kính của đường tròn $(I; R)$.

Xét tam giác OAB với OI là trung tuyến, ta có

$$OI^2 = \frac{OA^2 + OB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Leftrightarrow 3 = \frac{OA^2 + OB^2}{2} - 1 \Leftrightarrow OA^2 + OB^2 = 8.$$

Áp dụng Bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki, ta có

$$(OA + OB)^2 \leq (1+1) \cdot (OA^2 + OB^2) = 16 \Leftrightarrow OA + OB \leq 4.$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow OA = OB = 2$. Vậy $|z_1| + |z_2|$ lớn nhất bằng 4.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1825. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính $S = M^2 + m^2$.

- A. $S = 1236$. B. $S = 1256$. C. $S = 1233$. D. $S = 1258$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |x - 3 + (y - 4)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 (*)$.

$$\text{Ta có } P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - [x^2 + (y - 1)^2] = 4x + 2y + 3 \Rightarrow y = \frac{P - 4x - 3}{2}$$

Thế vào (*) và rút gọn ta có: $20x^2 - 8(P - 8)x + P^2 - 22P + 137 = 0$

Phương trình bậc hai này có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = -4P^2 + 184P - 1716 \geq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$.

Từ đó, ta có $M = 33$; $m = 13 \Rightarrow M^2 + m^2 = 1258$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1826. Xét số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2 + 4i| = |z_1 + 8 - 4i|$ và $(1 - i)|z_2| = 2\overline{z_2} - (2 - \overline{z_2})i$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1|^2 + 2i(z_1\overline{z_2} - \overline{z_1}z_2)$.

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 5,1216. D. $\frac{-1}{9}$.

Lời giải.

Gọi $z_2 = m + ni$ ($m \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{R}$). Ta có:

$$\begin{aligned}
 (1-i)\sqrt{m^2+n^2} &= 2(m-ni) - (2-m+ni)i \\
 \Leftrightarrow \sqrt{m^2+n^2} - i\sqrt{m^2+n^2} &= 2m - 2ni - 2i + mi + n \\
 \Leftrightarrow \sqrt{m^2+n^2} - i\sqrt{m^2+n^2} &= 2m + n - (2n+2-m)i \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m^2+n^2} = 2m+n \\ \sqrt{m^2+n^2} = 2n+2-m \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+n^2 = 4m^2+4mn+n^2 \\ 2m+n = 2n+2-m \end{cases} \quad (2m+n \geq 0) \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} m(3m+4n) = 0 \\ 3m = n+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0; n=-2 \text{ (loại)} \\ \begin{cases} 3m+4n=0 \\ 3m-n=2 \end{cases} \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{8}{15} \\ n = -\frac{2}{5} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ta được $z_2 = \frac{8}{15} - \frac{2}{5}i$. Gọi $z_1 = a + bi$, ta có

$$\begin{aligned}
 |z_1 + 2 + 4i| &= |z_1 + 8 - 4i| \\
 \Leftrightarrow (a+2)^2 + (b+4)^2 &= (a+8)^2 + (b-4)^2 \\
 \Leftrightarrow a^2 + 4a + 4 + b^2 + 8b + 16 &= a^2 + 16a + 64 + b^2 - 8b + 16 \\
 \Leftrightarrow 4a + 8b + 20 &= 16a - 8b + 80 \Leftrightarrow 16b = 12a + 60 \\
 \Leftrightarrow b &= \frac{3a}{4} + \frac{15}{4}.
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow z_1 = a + \left(\frac{3}{4}a + \frac{15}{4}\right)i$. Kí hiệu $Im(z)$ là phần ảo của số phức z . Ta có:

$$\begin{aligned}
 P &= a^2 + \left(\frac{3}{4}a + \frac{15}{4}\right)^2 + 2i(z_1\bar{z}_2 - \overline{z_1z_2}) \\
 &= \frac{25}{16}a^2 + \frac{45a}{8} + \frac{225}{16} + 2i \cdot 2iIm(z_1\bar{z}_2) \\
 &= \frac{25}{16}a^2 + \frac{45a}{8} + \frac{225}{16} - 4Im\left[\left(a + \left(\frac{3}{4}a + \frac{15}{4}\right)i\right)\left(\frac{8}{15} + \frac{2}{5}i\right)\right] \\
 &= \frac{25}{16}a^2 + \frac{45a}{8} + \frac{225}{16} - \frac{16a}{5} - 8 \\
 &= \left(\frac{5a}{4} + \frac{97}{100}\right)^2 + 5,1216 \geq 5,1216.
 \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 5,1216.

Chọn đáp án  □

Câu 1827. Trong mặt phẳng phức, gọi B, C lần lượt là điểm biểu diễn số phức $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 3 - 4i$, A là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 8 - 8i| = 3$. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn MA .

A. $2\sqrt{13} - 2$.

B. $4\sqrt{13} + 4$.

C. $4\sqrt{13} - 4$.

D. $2\sqrt{13} - 4$.

Lời giải.

Điểm A chạy trên đường tròn tâm $I(8; 8)$, bán kính $R = 3$. Gọi $D = (2; -1)$ là trung điểm của BC , dễ thấy $ID = 3\sqrt{13}$ nên D nằm ngoài đường tròn $(I; 3)$. Từ giả thiết ta có

$$\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}.$$

Suy ra

$$AM = \frac{2}{3}AD \geq \frac{2}{3}(ID - IA) = 2\sqrt{13} - 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi A là giao điểm của đoạn ID là đường tròn $(I; 3)$. Vậy giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MA là $2\sqrt{13} - 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1828. Cho số phức z thỏa mãn $(z + 3 - i)(\bar{z} + 1 + 3i)$ là một số thực. Tính giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. 4.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned}(z + 3 - i)(\bar{z} + 1 + 3i) &= [(x + 3) + (y - 1)i][(x + 1) + (3 - y)i] \\ &= [(x + 3)(x + 1) + (y - 1)(y - 3)] + [(x + 3)(3 - y) + (x + 1)(y - 1)]i.\end{aligned}$$

Vì $(z + 3 - i)(\bar{z} + 1 + 3i)$ là một số thực nên

$$\begin{aligned}(x + 3)(3 - y) + (x + 1)(y - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x - 2y + 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow x - y + 4 &= 0.\end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn đề bài nằm trên đường thẳng $\Delta: x - y + 4 = 0$.

Do đó

$$\min |z| = d(O; \Delta) = \frac{|4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1829. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1+z}$ là số thuần ảo. Số phức $z^2 + 4$ có mô-đun nhỏ nhất bằng

A. $\frac{16\sqrt{17}}{17}$.

B. 4.

C. $\frac{4\sqrt{13}}{13}$.

D. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải.Đặt $z = a + bi \neq 0$

Ta có

$$\begin{aligned}\frac{z}{1+z} &= \frac{a+bi}{(a+1)+bi} = \frac{(a+bi)[(a+1)-bi]}{(a+1)^2+b^2} \\ &= \frac{a(a+1)+b^2+bi}{(a+1)^2+b^2} = \frac{a(a+1)+b^2}{(a+1)^2+b^2} + \frac{b}{(a+1)^2+b^2}i.\end{aligned}$$

Theo giả thiết, ta có $\frac{a(a+1)+b^2}{(a+1)^2+b^2} = 0 \Rightarrow a(a+1)+b^2 = 0$. (1)

$$z^2 + 4 = (a+bi)^2 + 4 = a^2 - b^2 + 4 + 2abi \Rightarrow |z^2 + 4| = \sqrt{(a^2 - b^2 + 4)^2 + 4a^2b^2}.$$

$z^2 + 4$ có mô-đun nhỏ nhất khi và chỉ khi biểu thức $(a^2 - b^2 + 4)^2 + 4a^2b^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Từ (1) ta có

$$\begin{aligned} & (a^2 - b^2 + 4)^2 + 4a^2b^2 \\ &= (2a^2 + a + 4)^2 + 4a^2(-a^2 - a) \\ &= 17a^2 + 8a + 16. \end{aligned}$$

Đặt $f(a) = 17a^2 + 8a + 16$, $f'(a) = 34a + 8$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{4}{17}.$$

Vậy $z^2 + 4$ có mô-đun nhỏ nhất bằng $\frac{16\sqrt{17}}{17}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1830. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z+1| + 2|z-1|$.

A. $\max T = 3\sqrt{2}$.

B. $\max T = 2\sqrt{10}$.

C. $\max T = 3\sqrt{5}$.

D. $\max T = 2\sqrt{5}$.

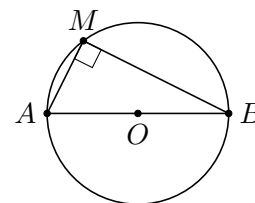
Lời giải.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z .

Khi đó, M nằm trên đường tròn tâm O bán kính $R = 1$. Do đó, $OM = 1$.

Gọi $A(-1; 0)$ và $B(1; 0)$. Khi đó, $AB = 2$.

Nhận xét, O chính là trung điểm của AB . Do đó, $MA^2 + MB^2 = AB^2 = 4$.



$$\text{Ta có } T = MA + 2MB \leq \sqrt{(1+4)(MA^2 + MB^2)} = \sqrt{5(MA^2 + MB^2)} = \sqrt{5 \cdot 4} = 2\sqrt{5}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1831. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$ biết rằng số phức z thỏa mãn điều kiện $|1 - iz| = 1$.

A. 1.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, ta có

$$|1 - iz| = 1 \Leftrightarrow |(1+b) - ia| = 1 \Leftrightarrow (1+b)^2 + a^2 = 1.$$

Đặt $1+b = \sin t$, $a = \cos t$, khi đó

$$\begin{aligned} |z|^2 &= a^2 + b^2 = (\cos t)^2 + (\sin t - 1)^2 = 2 - 2\sin t \\ \Leftrightarrow |z|^2 &\leq 4 \\ \Rightarrow |z| &\leq 2. \end{aligned}$$

$|z| = 2 \Leftrightarrow \sin t = -1 \Rightarrow a = 0, b = -2$. Vậy giá trị lớn nhất của $|z|$ là 2.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1832. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 + 3i| = \sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x|z - 1 + i| + y|\bar{z} - 3 - 5i|$ với x, y là các số thực dương.

A. $\sqrt{5x^2 + 5y^2}$.

B. $2\sqrt{5x^2 + 5y^2}$.

C. $\sqrt{x^2 + y^2}$.

D. $x^2 + y^2$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có $|z - 2 + 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b + 3)^2 = 5$ Ta có $P = x|z - 1 + i| + y|\bar{z} - 3 - 5i| = x|z - 1 + i| + y|z - 3 + 5i|$.

Áp dụng Bất đẳng thức Bu-nhia-cop-xki ta có

$$P \leq \sqrt{(x^2 + y^2)(|z - 1 + i|^2 + |z - 3 + 5i|^2)} = \sqrt{(x^2 + y^2)[2((a - 2)^2 + (b + 3)^2 + 5)]} = 2\sqrt{5x^2 + 5y^2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1833. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 3$. Tìm mô-đun lớn nhất của số phức $z - 2i$.

- A. $\sqrt{26 + 6\sqrt{17}}$. B. $\sqrt{26 - 6\sqrt{17}}$. C. $\sqrt{26 - 4\sqrt{17}}$. D. $\sqrt{26 + 8\sqrt{17}}$.

Lời giải.

Đặt $w = z - 2i$, ta thấy

$$\begin{aligned} w &= z - 2i \\ \Leftrightarrow w - 1 + 4i &= z - 1 + 2i \\ \Rightarrow |w - 1 + 4i| &= |z - 1 + 2i| \\ \Rightarrow |w - 1 + 4i| &= 3 \\ \Rightarrow M(w) &\in \mathcal{C}(I, 3) \text{ với } I(1; -4). \end{aligned}$$

Do vậy, mô-đun lớn nhất của w bằng $OI + 3 = \sqrt{17} + 3 = \sqrt{26 + 6\sqrt{17}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1834. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có mô-đun bằng 2 và phần ảo dương. Tính giá trị biểu thức $S = [5(a + b) + 2]^{2018}$ khi biểu thức $P = |2 + z| + 3|2 - z|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $S = 1$. B. $S = 2^{1009}$. C. $S = 2^{2018}$. D. $S = 0$.

Lời giải.

z có mô-đun bằng 2 và phần ảo dương nên có $a^2 + b^2 = 4$ và $b > 0$.

Có $P = |2 + z| + 3|2 - z| = \sqrt{(2 + a)^2 + b^2} + 3\sqrt{(2 - a)^2 + b^2} = \sqrt{4a + 8} + 3\sqrt{8 - 4a} = f(a)$, với $a \in [-2; 2]$.

Có $f'(a) = 2\left(\frac{1}{2\sqrt{a+2}} - \frac{3}{2\sqrt{2-a}}\right)$; $f'(a) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2-a} = 3\sqrt{a+2} \Leftrightarrow a = -\frac{8}{5} \in [-2; 2]$.

Có $f(-\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2-\sqrt{2}} + 3\sqrt{2+\sqrt{2}})$, $f(\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2+\sqrt{2}} + 3\sqrt{2-\sqrt{2}})$, $f\left(-\frac{8}{5}\right) = 4\sqrt{10}$.

Do đó $\max P = \max_{a \in [-2; 2]} f(a) = 4\sqrt{10}$ đạt được khi $a = -\frac{8}{5}$.

Với $a = -\frac{8}{5}$, ta có $\left(-\frac{8}{5}\right)^2 + b^2 = 4 \Leftrightarrow b = \frac{6}{5}$ (do $b > 0$).

Vậy khi $a = -\frac{8}{5}$ và $b = \frac{6}{5}$ thì P lớn nhất. Khi đó $S = [5(a + b) + 2]^{2018} = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1835. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - 2i| = |z - 3 + 2i|$, đồng thời $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $H = |w - z_1| + |w - z_2|$, trong đó $w = 1 + 3i$.

- A. $\frac{14\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{3\sqrt{85}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{1165}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{1105}}{5}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$. Ta có

$$|z - 1 - 2i| = |z - 3 + 2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2} \Leftrightarrow x - 2y - 2 = 0$$

Do đó, với M_1, M_2 là hai điểm biểu diễn của z_1 và z_2 thì M_1 và M_2 thuộc $d: x - 2y - 2 = 0$. Suy ra $M_1(2t+2, t)$ và $M_2(2k+2, k)$ với $(t < k)$.

$$\text{Mà } |z_1 - z_2| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2}| = \sqrt{5} \Leftrightarrow M_1M_2 = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{5(t-k)^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow k = t+1.$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} H &= |1+3i-z_1| + |1+3i-z_2| = \sqrt{(2t+1)^2 + (t-3)^2} + \sqrt{(2k+1)^2 + (k-3)^2} \\ &= \sqrt{(2t+1)^2 + (t-3)^2} + \sqrt{(2t+3)^2 + (t-2)^2} \\ &= \sqrt{5t^2 - 2t + 10} + \sqrt{5t^2 + 8t + 13} \\ &= \sqrt{5} \left(\sqrt{\left(t - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{49}{25}} + \sqrt{\left(t + \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{49}{25}} \right) \\ &= \sqrt{5} (MA + MB). \end{aligned}$$

Với $M(t; 0)$, $A\left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$, $B\left(\frac{-4}{5}; \frac{-7}{5}\right)$. Suy ra

$$H \geq \frac{\sqrt{1105}}{5}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\overrightarrow{AM}$ cùng phương $\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow t = \frac{-3}{10}$.

$$\text{Vậy min } H = \frac{\sqrt{1105}}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1836. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |1+z| + 3|1-z|$.

A. $2\sqrt{10}$.

B. $6\sqrt{5}$.

C. $3\sqrt{15}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ta có $x^2 + y^2 = 1$.

$$\text{Khi đó } P = \sqrt{(x+1)^2 + y^2} + 3\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{2x+2} + 3\sqrt{2-2x}.$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{2x+2} + 3\sqrt{2-2x}$ với $x \in [-1; 1]$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+2}} - \frac{3}{\sqrt{2-2x}} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{5}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } \max P = f\left(-\frac{4}{5}\right) = 2\sqrt{10}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1837. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3| + |z+3| = 10$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng

A. 12.

B. 9.

C. 8.

D. 7.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y)$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là điểm biểu diễn của số phức z .

$$\text{Gọi } F_1(0; -3), F_2(0; 3). \text{ Ta có } |z-3| + |z+3| = 10 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 10.$$

Suy ra M nằm trên elip (E) có $c = 3$, $a = 5$, $b = 4$.

$$\text{Suy ra min } |z| = 4, \max |z| = 5 \Rightarrow \min |z| + \max |z| = 9.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1838. Cho các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1| = 1$ và $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$. Tính $M = |z_1 - z_2|$ khi $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

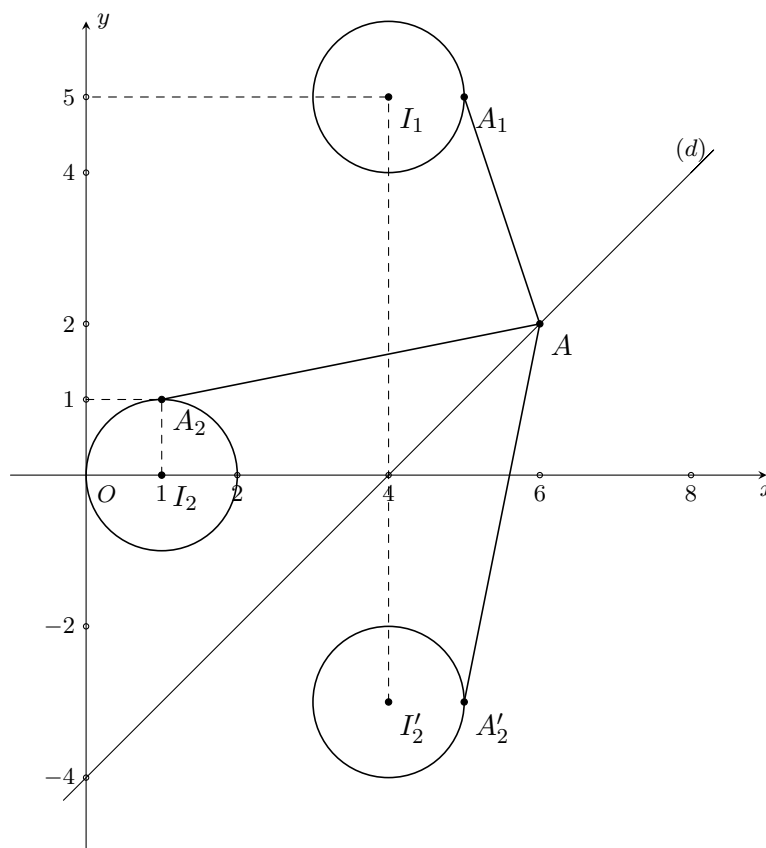
A. $\sqrt{41}$.

B. 6.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 8.

Lời giải.



Vì $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1| = 1$ nên ta có tập hợp các điểm biểu diễn số phức z_1 là đường tròn tâm $I_1(4; 5)$, bán kính $R_1 = 1$; tập hợp các điểm biểu diễn số phức z_2 là đường tròn tâm $I_2(1; 0)$, bán kính $R_2 = 1$.

Đặt số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} |\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i| &\Leftrightarrow a^2 + (4 - b)^2 = (a - 8)^2 + (b + 4)^2 \\ &\Leftrightarrow -8b + 16 = -16a + 64 + 8b + 16 \\ &\Leftrightarrow 16a - 16b - 64 = 0 \\ &\Leftrightarrow a - b - 4 = 0. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $(d): x - y - 4 = 0$. Gọi $(I'_2; 1)$ là đường tròn đối xứng với đường tròn $(I_2; 1)$ qua đường thẳng (d) thì $I'_2(4; -3)$.

Gọi A, A_1, A_2 là các điểm biểu diễn z, z_1, z_2 lần lượt trên đường thẳng (d) và hai đường tròn tâm I_1, I_2 .

Gọi A'_2 là điểm đối xứng với A_2 qua (d) .

$$P = |z - z_1| + |z - z_2| = AA_1 + AA_2 = AA_1 + AA'_2 \geq A_1A'_2$$

$A_1A'_2$ là đường thẳng nối từ hai đường tròn ngoài nhau nên giá trị nhỏ nhất đạt được khi A_1, A'_2 nằm trên đoạn nối tâm $I_1I'_2$.

Đường thẳng $I_1I'_2$ có phương trình là $x = 4$ nên $A_1(4; 4)$ và $A'_2(4; -2)$. Khi đó $A_2(2; 0)$.

Vậy $M = |z_1 - z_2| = A_1A_2 = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1839. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $\sqrt{26}$. B. $2\sqrt{13}$. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{26}$.

Lời giải.

Ta có $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có $104 = (1^2 + 1^2)(|z_1|^2 + |z_2|^2) \geq (|z_1| + |z_2|)^2 = P^2$, từ đó suy ra $P_{\max} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1840. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z + 2| + 2|z - 2|$

- A. $\max T = 5\sqrt{2}$. B. $\max T = 2\sqrt{10}$. C. $\max T = 3\sqrt{5}$. D. $\max T = 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó, do $|z| = 1$ nên $a^2 + b^2 = 1$.

Ta có: $T = \sqrt{(a+2)^2 + b^2} + 2\sqrt{(a-2)^2 + b^2}$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopski ta có:

$$\left[\sqrt{(a+2)^2 + b^2} + 2\sqrt{(a-2)^2 + b^2} \right]^2 \leq (1^2 + 2^2) [(a+2)^2 + b^2 + (a-2)^2 + b^2] = 5[2(a^2 + b^2) + 8] = 50.$$

Vậy $\max T = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

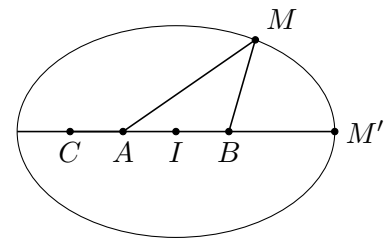
Câu 1841. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - i| + |z + 1 + 3i| = 6\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z - 2 - 3i|$ là

- A. $5\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $6\sqrt{5}$. D. $4\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $|z - 1 - i| + |z + 1 + 3i| = 6\sqrt{5} \Leftrightarrow MA + MB = 6\sqrt{5}$ với $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$, $A(1; 1)$ biểu diễn số phức $1 + i$, $B(-1; -3)$ biểu diễn số phức $-1 - 3i$.

Khi đó điểm M nằm trên elip tâm I có độ dài trục lớn $6\sqrt{5}$ và A, B là hai tiêu điểm.



— $|z - 2 - 3i| = MC$ với $C(2; 3)$ biểu diễn số phức $2 + 3i$.

— $\overrightarrow{AB} = (-2; -4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$.

— $\overrightarrow{AC} = (1; 2) \Rightarrow AC = \sqrt{5}$.

— Vì $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$ nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ngược hướng và $AB = 2AC$.

Gọi M' là điểm nằm trên elip sao cho A, B, M' thẳng hàng và M' khác phía A so với B .

Ta có $BM' = \frac{6\sqrt{5} - AB}{2} = 2\sqrt{5}$.

Ta thấy $MC \leq M'C$ với mọi điểm M nằm trên elip.

Do đó MC lớn nhất khi và chỉ khi $M \equiv M'$.

Khi đó $MC = M'C = CA + AB + BM' = \sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1842. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1| + |z - 3 - 4i| = 10$. Giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |\bar{z} - 1 + 2i|$ bằng

- A. $P_{\min} = \sqrt{17}$. B. $P_{\min} = \sqrt{34}$. C. $P_{\min} = 2\sqrt{10}$. D. $P_{\min} = \frac{\sqrt{34}}{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, điểm biểu diễn của z là $M(x; y)$.

Khi đó $|z + 1| + |z - 3 - 4i| = 10 \Leftrightarrow MA + MB = 10$ với $A(-1; 0)$ và $B(3; 4)$.

Suy ra M thuộc elip có độ dài trục lớn là $10 \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$ và hai tiêu điểm là A, B .

Mà $\overrightarrow{AB} = (4; 4) \Rightarrow AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow 2c = 4\sqrt{2} \Rightarrow c = 2\sqrt{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= |\bar{z} - 1 + 2i| \\ &= \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 2)^2} = MH \end{aligned}$$

Với $H(1; 2)$. Dễ thấy A, B, H thẳng hàng nên H thuộc đoạn AB .

Do đó $P_{\min} \Leftrightarrow MH$ ngắn nhất khi và chỉ khi M thuộc trục nhỏ của elip.

Khi đó độ dài MH bằng một nửa trục nhỏ hay $MH = b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{17}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1843. Gọi a là phần thực của số phức z thỏa mãn $(z - 1)(\bar{z} + 2i)$ là số thực và $|z|$ là nhỏ nhất.

Tìm a .

A. $a = \frac{8}{5}$.

B. $a = \frac{2}{5}$.

C. $a = \frac{3}{5}$.

D. $a = \frac{4}{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Theo giả thiết, ta có:

$$(z - 1)(\bar{z} + 2i) = [(a - 1) + bi][a - (b - 2)i] = a(a - 1) + b(b - 2) + [ab - (a - 1)(b - 2)]i.$$

$$(z - 1)(\bar{z} + 2i) \text{ là số thực } \Leftrightarrow ab - (a - 1)(b - 2) = 0 \Leftrightarrow 2a + b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2 - 2a.$$

$$\text{Khi đó } z = a + (2 - 2a)i. \text{ Suy ra } |z| = \sqrt{a^2 + (2 - 2a)^2} = \sqrt{5a^2 - 8a + 4} = \sqrt{5\left(a - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}} \geq \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Từ đây, ta được $\min |z| = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ khi $a = \frac{4}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1844. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của phần thực số phức $w = z^3 + \frac{1}{z^3}$, trong đó z là số phức có $|z| = 1$. Tính $P = M^2 + m^2$.

A. $P = 8$.

B. $P = 5$.

C. $P = 29$.

D. $P = 10$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } z = a + bi \Rightarrow z + \frac{1}{z} = 2a \quad w = z^3 + \frac{1}{z^3} \Leftrightarrow w = \left(z + \frac{1}{z}\right)^3 - 3\left(z + \frac{1}{z}\right) = 8a^3 - 6a.$$

$$\text{Do } a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow -1 \leq a \leq 1.$$

$$\text{Xét hàm số } f(a) = 8a^3 - 6a \text{ với } a \in [-1; 1] \text{ có } \max f(a) = 2 \text{ và } \min f(a) = -2.$$

$$\text{Vậy } P = M^2 + m^2 = 8$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1845. Cho số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z - 2i}{z + 3 - i}\right| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + 3 - 2i|$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

B. $2\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\left|\frac{z - 2i}{z + 3 - i}\right| = 1 \Leftrightarrow |z - 2i| = |z + 3 - i| \Leftrightarrow |x + (y - 2)i| = |(x + 3) + (y - 1)i| \Leftrightarrow 3x + y + 3 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 3x + y + 3 = 0$.

Ta có $|z + 3 - 2i| = |z - (-3 + 2i)|$, với $M_0(-3; 2)$.

$$|z + 3 - 2i| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } d(M_0, d) = \frac{|-9 + 2 + 3|}{\sqrt{9 + 1}} = \frac{4}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1846. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$, $w = (4 - 3i)z + 1 - 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là

A. $3\sqrt{5}$.

B. $4\sqrt{5}$.

C. $5\sqrt{5}$.

D. $6\sqrt{5}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $w = (4 - 3i)z + 1 - 2i \Rightarrow z = \frac{w - 1 + 2i}{4 - 3i}$.

Nên $|z| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left| \frac{w - 1 + 2i}{4 - 3i} \right| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |w - 1 + 2i| = 5\sqrt{5}$.

Vậy, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn $I(1; -2)$ và bán kính $R = 5\sqrt{5}$.

Ta có $OI = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5} < R$.

Do đó $\min |w| = R - OI = 5\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1847. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - i| = 2\sqrt{2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $H = |z + 3 - 2i| + |z - 3 + 4i|$. Tính $M + m$.

A. $2\sqrt{26} + 6\sqrt{2}$.

B. $16\sqrt{2}$.

C. $11\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{26} + 8\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $H = |z + 3 - 2i| + |-z + 3 - 4i| \geq |z + 3 - 2i - z + 3 - 4i| = |6 - 6i| = 6\sqrt{2}$.

Đặt $w = z - 2 - i \Rightarrow |w| = 2\sqrt{2}$.

Đặt $w = a + bi$ ta có $a^2 + b^2 = 8 \Rightarrow (a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) = 16 \Rightarrow a + b \leq 4$.

Ta có $H = |w + 5 - i| + |w - 1 + 5i| = \sqrt{(a + 5)^2 + (b - 1)^2} + \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 5)^2}$.

$\Rightarrow H^2 \leq (1 + 1)[(a + 5)^2 + (b - 1)^2 + (a - 1)^2 + (b + 5)^2]$

$\Rightarrow H \leq 2(2a^2 + 2b^2 + 8(a + b) + 52) \leq 2(2 \cdot 8 + 8 \cdot 4 + 52) = 200$.

Do đó $H \leq 10\sqrt{2}$. Vậy $M + m = 16\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1848. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$. Mô-đun lớn nhất của z bằng

A. 7.

B. 8.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa $|z - 3 + 4i| = 2$ là đường tròn có tâm $I(3; -4)$ và bán kính bằng $R = 2$. Suy ra $\max |z| = IO + R = 7$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1849. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| + |z - 5 + 2i| = \sqrt{34}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z + 1 + 2i|$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

A. $\frac{30}{\sqrt{34}} + \sqrt{34}$.

B. $\frac{30}{\sqrt{34}} + 5$.

C. $\sqrt{34} + 6$.

D. $\frac{30}{\sqrt{34}} + 6$.

Lời giải.

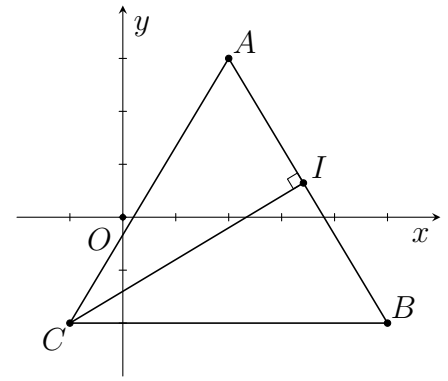
Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Gọi $I(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Ta có $A(2; 3)$, $B(5; -2)$, $C(-1; -2)$ lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 5 - 2i$, $z_3 = -1 - 2i$. Khi đó $AB = \sqrt{34}$ và $|z + 1 + 2i| = CI$.

Theo đề bài thì $AI + BI = \sqrt{34} = AB$ nên I thuộc đoạn thẳng AB .

Phương trình của đường thẳng AB là $5x + 3y - 19 = 0$.



CI đạt giá trị nhỏ nhất khi $CI \perp AB$ hay $CI = d(C, AB) = \frac{|5 \cdot (-1) + 3 \cdot (-2) - 19|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{30}{\sqrt{34}}$.

CI đạt giá trị lớn nhất khi I trùng với điểm đầu mút của đoạn thẳng AB .

Mặt khác $CA = \sqrt{34}$ và $CB = 6$.

Vậy giá trị lớn nhất của CI là 6.

Do đó $M = 6$, $m = \frac{30}{\sqrt{34}}$.

Vì vậy $M + m = \frac{30}{\sqrt{34}} + 6$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1850. Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1 - i| = |z_1 - 1 + i|$ và $|z_2 - 1| = |z_2 + 2i|$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2| + |z_1 - 3| + |z_2 - 3|$?

A. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{3}}{2}$.

B. $P_{\min} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

C. $P_{\min} = 4\sqrt{3}$.

D. $P_{\min} = 4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Ta có

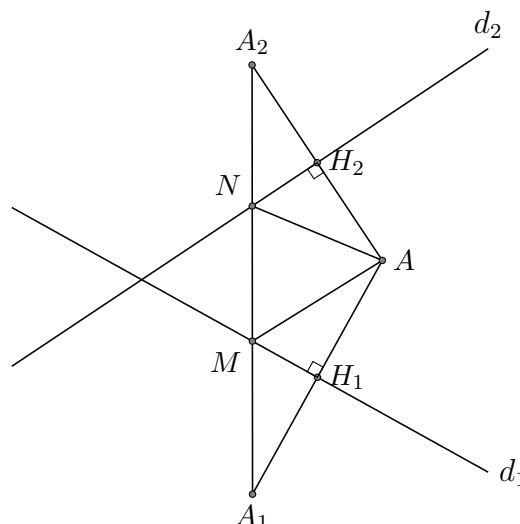
— $|z_1 - i| = |z_1 - 1 + i| \Leftrightarrow a^2 + (b - 1)^2 = (a - 1)^2 + (b + 1)^2 \Leftrightarrow 2a - 4b - 1 = 0$.

$\Rightarrow M$ di động trên đường thẳng $d_1: 2x - 4y - 1 = 0$.

— $|z_2 - 1| = |z_2 + 2i| \Leftrightarrow (c - 1)^2 + d^2 = c^2 + (d + 2)^2 \Leftrightarrow 2c + 4d + 3 = 0$.

$\Rightarrow N$ di động trên đường thẳng $d_2: 2x + 4y + 3 = 0$.

Ta có $P = |z_1 - z_2| + |z_1 - 3| + |z_2 - 3| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2} + \sqrt{(a - 3)^2 + b^2} + \sqrt{(c - 3)^2 + d^2} = MN + MA + NA$ với $A(3; 0)$.



Gọi A_1 đối xứng với A qua đường thẳng d_1 ; A_2 đối xứng với A qua đường thẳng d_2 , ta có

$$MN + MA + NA = MN + MA_1 + NA_2 \geq A_1A_2.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi bốn điểm M, N, A_1, A_2 thẳng hàng.

Gọi Δ_1 là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với d_1 , ta có phương trình đường thẳng Δ_1 là $2x + y - 6 = 0$.

Gọi $H_1 = \Delta_1 \cap d_1 \Rightarrow$ tọa độ điểm H_1 là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 4y - 1 = 0 \\ 2x + y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow H_1 \left(\frac{5}{2}; 1 \right) \Rightarrow A_1(2; 2).$$

Gọi Δ_2 là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với d_2 , ta có phương trình đường thẳng Δ_2 là $2x - y - 6 = 0$.

Gọi $H_2 = \Delta_2 \cap d_2 \Rightarrow$ tọa độ điểm H_2 là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 4y + 3 = 0 \\ 2x - y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{21}{10} \\ y = -\frac{9}{5} \end{cases}$

$$\Rightarrow H_2 \left(\frac{21}{10}; -\frac{9}{5} \right) \Rightarrow A_2 \left(\frac{6}{5}; -\frac{18}{5} \right).$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = A_1A_2 = \sqrt{\left(\frac{6}{5} - 2 \right)^2 + \left(-\frac{18}{5} - 2 \right)^2} = 4\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1851. Cho các số phức w, z thỏa mãn $|w + i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2 + i)(z - 4)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 1 - 2i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

A. $4\sqrt{13}$.

B. $4 + 2\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{53}$.

D. $6\sqrt{7}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có:

$$|5w + 5i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow |(2 + i)(z - 4) + 5i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow \left| z - 4 + \frac{5i}{2 + i} \right| = \frac{3\sqrt{5}}{|2 + i|} \Leftrightarrow |z - 3 + 2i| = 3.$$

Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức z , suy ra M thuộc đường tròn (T) tâm $I(3; -2)$ bán kính $R = 3$.

Gọi $A(1; 2), B(5; 2)$ và $E(3; 2)$ là trung điểm của AB . Ta có $P = MA + MB$.

$$\text{Khi đó } P^2 = (MA + MB)^2 \leq 2(MA^2 + MB^2) = 4ME^2 + AB^2.$$

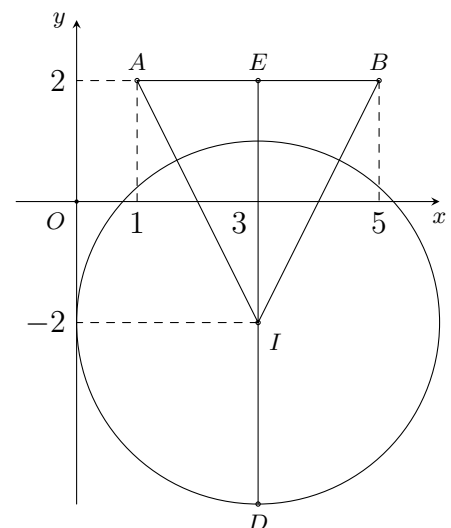
Nhận thấy E nằm ngoài đường tròn (T) , gọi D là giao điểm của tia đối của tia IE và đường tròn (T) suy ra $ME \leq ED$, với mọi M thuộc (T) .

$$\text{Mặt khác ta có: } \overrightarrow{AB} = (4; 0), \overrightarrow{IE} = (0; 4) \Rightarrow AB \perp IE \Rightarrow DE = R + IE = 3 + 4 = 7.$$

$$\Rightarrow P^2 \leq 4ME^2 + AB^2 \leq 4DE^2 + AB^2 = 4 \cdot 49 + 16 = 212.$$

$$\Rightarrow P \leq 2\sqrt{53}, \text{ dấu "}" xảy ra khi và chỉ khi } M \equiv D.$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là $P_{\max} = 2\sqrt{53}$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1852. Cho số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Môđun của số phức $z - 2 - i$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. 9.

C. 25.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi, (\forall x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow |z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 \quad (1)$.

Ta có:

$$\begin{aligned} M &= |z + 2|^2 - |z - i|^2 \\ &= (x + 2)^2 + y^2 - x^2 - (y - 1)^2 = 4x + 2y + 3 \\ &= 4(x - 3) + 2(y - 4) + 23 \\ &\leq \sqrt{20} \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 4)^2} + 23 = 33. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi chỉ khi $\frac{x - 3}{y - 4} = \frac{4}{2}$ kết hợp với (1) suy ra $\begin{cases} x = y = 5 \Rightarrow z = 5 + 5i \\ x = 1, y = 3 \Rightarrow z = 1 + 3i. \end{cases}$

Thử lại ta có $M_{\max} = 33 \Leftrightarrow z = 5 + 5i \Rightarrow |z - 2 - i| = 5$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1853. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Môđun của số phức z bằng

A. 10.

B. $5\sqrt{2}$.

C. 13.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ và gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của z trên Oxy , ta có

$$|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5.$$

$$\text{Và } P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - x^2 - (y - 1)^2 = 4x + 2y + 3.$$

$$\Rightarrow P = 4x + 2y + 3 = [4(x - 3) + 2(y - 4)] + 23 \leq \sqrt{4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 4)^2} + 23 = 33.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{x - 3}{4} = \frac{y - 4}{2} = t \\ 4(x - 3) + 2(y - 4) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \\ t = 0,5. \end{cases}$$

Vậy P đạt giá trị lớn nhất khi $z = 5 + 5i \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1854. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1| + |z^2 - z + 1|$. Giá trị của $M \cdot m$ bằng

A. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$.B. $\frac{13\sqrt{3}}{8}$.C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.D. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

Đặt $t = |z + 1| \leq |z| + 1 = 2$ nên $t \in [0; 2]$. Vì $|z| = 1$ nên $z \cdot \bar{z} = 1$, suy ra

$$P = |z + 1| + |z^2 - z + z \cdot \bar{z}| = |z + 1| + |z + \bar{z} - 1|.$$

Ta lại có

$$t^2 = |z + 1|^2 = (z + 1)(\bar{z} + 1) = 2 + (z + \bar{z})$$

nên $z + \bar{z} = t^2 - 2$. Vậy $P = f(t) = t + |t^2 - 3|$, với $t \in [0; 2]$. Ta viết lại hàm số $f(t)$ như sau:

$$f(t) = \begin{cases} t^2 + t - 3 & \text{khi } \sqrt{3} \leq t \leq 2 \\ -t^2 + t + 3 & \text{khi } 0 \leq t < \sqrt{3} \end{cases}.$$

Ta có

$$f'(t) = \begin{cases} 2t+1 & \text{khi } \sqrt{3} \leq t < 2 \\ -2t+1 & \text{khi } 0 < t < \sqrt{3} \end{cases}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Khi đó, $f(0) = 3$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}$; $f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$; $f(2) = 3$.

Vậy $M = \frac{13}{4}$; $m = \sqrt{3}$ nên $M \cdot m = \frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1855. Xét các số phức $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = 2 + mi$, ($m \in \mathbb{R}$). Giá trị nhỏ nhất của mô-đun số phức $\frac{z_2}{z_1}$ bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\left| \frac{z_2}{z_1} \right| = \frac{|z_2|}{|z_1|} = \frac{\sqrt{4+m^2}}{5} \geq \frac{2}{5}$, $\forall m \in \mathbb{R}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $m = 0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của mô-đun số phức $\frac{z_2}{z_1}$ bằng $\frac{2}{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1856. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5}$. Khi đó số phức $w = z + 1 + i$ có mô-đun lớn nhất $|w|_{\max}$ bằng

A. $|w|_{\max} = 20$.

B. $|w|_{\max} = 2\sqrt{5}$.

C. $|w|_{\max} = \sqrt{5}$.

D. $|w|_{\max} = 5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |w - 2 + i| = \sqrt{5} \geq |w| - |2 - i| = |w| - \sqrt{5} \Rightarrow |w| \leq 2\sqrt{5}$, dấu " $=$ " xảy ra khi $w = 4 - 2i$. Vậy $|w|_{\max} = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1857. Cho hai số phức z_1, z_2 đồng thời thỏa mãn hai điều kiện $|z - 1| = \sqrt{34}$ và $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$ trong đó $m \in \mathbb{R}$, sao cho $|z_1 - z_2|$ lớn nhất. Khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

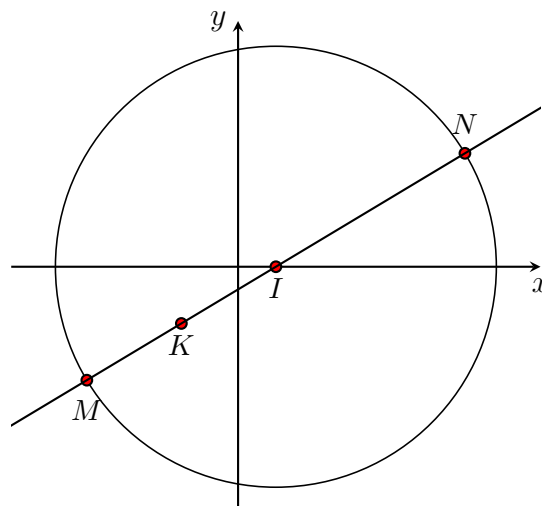
B. $\sqrt{130}$.

C. 2.

D. 10.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. $|z - 1| = \sqrt{34}$ suy ra biểu diễn của z thuộc đường tròn tâm $I(1; 0)$, bán kính $\sqrt{34}$, $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i| \Leftrightarrow (2m - 2)x + (4 - 2m)y + 3 = 0$ (d) nên biểu diễn của z thuộc đường thẳng d , dễ thấy d luôn đi điểm $K\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ cố định.



Biểu diễn của z_1, z_2 là giao điểm của đường tròn tâm I và đường thẳng d , dễ thấy $|z_1 - z_2|$ lớn nhất khi d đi qua I , khi đó $z_1 = -4 - 3i, z_2 = 6 + 3i$ và $|z_1 + z_2| = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1858. Cho số phức z thỏa mãn $|2z - 3 - 4i| = 10$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Khi đó $M - m$ bằng

A. 5.

B. 15.

C. 10.

D. 20.

Lời giải.

Giả sử số phức $z = x + iy$ với $x, y \in \mathbb{R}$ và điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Khi đó

$$|2z - 3 - 4i| = 10 \Leftrightarrow |2(x + yi) - 3 - 4i| = 10 \Leftrightarrow |(2x - 3) + (2y - 4)i| = 10$$

suy ra

$$(2x - 3)^2 + (2y - 4)^2 = 100 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 = 25.$$

Do đó tập hợp điểm M thuộc đường tròn (C) có tâm $I\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ và bán kính $R = 5$.

Mà $|z| = OM$, ở đó O là gốc tọa độ. Do $OI = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2} = \frac{5}{2}$ suy ra O nằm trong đường tròn

(C) . Do đó $\max |z| = OI + IM = \frac{5}{2} + 5 = \frac{15}{2}$ và $\min |z| = IM - OI = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$.

Vậy $M - m = \frac{15}{2} - \frac{5}{2} = 5$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1859. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$. Tính $P = -a + 4b$ khi $\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $P = 7$.B. $P = 6$.C. $P = 5$.D. $P = 4$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 4(z - \bar{z}) - 15i &= i(z + \bar{z} - 1)^2 \\ \Leftrightarrow 4(2bi) - 15i &= i(2a - 1)^2 \\ \Leftrightarrow 8b - 15 &= (2a - 1)^2 \\ \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 &= 2b - \frac{15}{4}. \quad (1) \end{aligned}$$

Từ (1) suy ra $2b - \frac{15}{4} \geq 0 \Leftrightarrow b \geq \frac{15}{8}$.

Ta có

$$\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|^2 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (b + 3)^2 = b^2 + 8b + \frac{21}{4}.$$

Xét hàm số $f(b) = b^2 + 8b + \frac{21}{4}$ trên $\left[\frac{15}{8}; +\infty\right)$ ta có bảng biến thiên

b	$\frac{15}{8}$	$+\infty$
$f'(b)$	+	
$f(b)$	$f\left(\frac{15}{8}\right)$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên trên suy ra $\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $b = \frac{15}{8}$, khi đó $a = \frac{1}{2}$.

$$\text{Vậy } P = -a + 4b = -\frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{15}{8} = 7.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1860. Cho số phức $z = \cos 2\alpha + (\sin \alpha - \cos \alpha)i$ với $\alpha \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ là

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{\cos^2 2\alpha + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2} \\ &= \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha + 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha} \\ &= \sqrt{2 - \sin^2 2\alpha - \sin 2\alpha} \\ &= \sqrt{\frac{9}{4} - \left(\sin 2\alpha + \frac{1}{2}\right)^2} \leq \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\sin 2\alpha = -\frac{1}{2}$. Vậy giá trị lớn nhất của $|z|$ là $\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1861. Trong mặt phẳng phức, xét số phức z và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là M, M' ; số phức $z(4 + 3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là N, N' . Biết rằng M, M', N, N' là bốn đỉnh của hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z + 4i - 5|$.

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{5}{\sqrt{34}}$.

D. $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

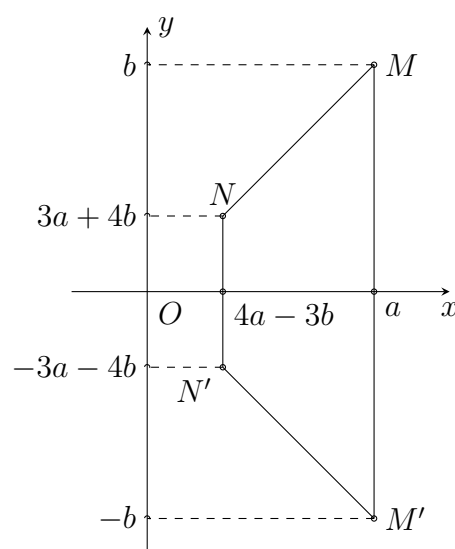
Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Khi đó $z(4 + 3i) = 4a - 3b + (3a + 4b)i$ và $M(a; b); M'(a; -b), N(4a - 3b; 3a + 4b), N'(4a - 3b; -3a - 4b)$.
 $\overrightarrow{MN} = (3a - 3b; 3a + 3b)$.

Theo tính chất đối xứng thì $MNN'M'$ là hình thang cân. Do đó để $MNN'M'$ là hình chữ nhật thì $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với trục Ox hay $3a + 3b = 0 \Leftrightarrow b = -a$.

Ta có

$$\begin{aligned} |z + 4i - 5| &= \sqrt{(a - 5)^2 + (b + 4)^2} \\ &= \sqrt{(a - 5)^2 + (-a + 4)^2} = \sqrt{2a^2 - 18a + 41} \\ &= \sqrt{2\left(a - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \\ &\geq \frac{1}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$



Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = \frac{9}{2}$ hay $z = \frac{9}{2} - \frac{9}{2}i$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z + 4i - 5|$ bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$ khi và chỉ khi $z = \frac{9}{2} - \frac{9}{2}i$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1862. Cho số phức z và w thỏa mãn $z + w = 3 + 4i$ và $|z - w| = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z| + |w|$.

A. $\max T = \sqrt{176}$.

B. $\max T = 14$.

C. $\max T = 4$.

D. $\max T = \sqrt{106}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$); $w = c + di$ ($c, d \in \mathbb{R}$).

Ta có

$$\begin{aligned} |z + w| &= |3 + 4i| = 5 \\ \Leftrightarrow |(a + bi) + (c + di)| &= 5 \\ \Leftrightarrow |(a + c) + (b + d)i| &= 5 \\ \Leftrightarrow (a + c)^2 + (b + d)^2 &= 25. \end{aligned}$$

và

$$\begin{aligned} |z - w| &= 9 \\ \Leftrightarrow |(a + bi) - (c + di)| &= 9 \\ \Leftrightarrow |(a - c) + (b - d)i| &= 9 \\ \Leftrightarrow (a - c)^2 + (b - d)^2 &= 81. \end{aligned}$$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{aligned} &\begin{cases} (a + c)^2 + (b + d)^2 = 25 \\ (a - c)^2 + (b - d)^2 = 81 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 = 25 \\ a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 81 \end{cases} \\ \Rightarrow &a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 53. \end{aligned}$$

Theo bất đẳng thức B.C.S ta có

$$||z| + |w|| = |1 \cdot \sqrt{a^2 + b^2} + 1 \cdot \sqrt{c^2 + d^2}| \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)} = \sqrt{106}.$$

Với $z = -\frac{21}{10} + \frac{47}{10}i$, $w = \frac{51}{10} - \frac{7}{10}i$ luôn thỏa mãn giả thiết và $|z| + |w| = \sqrt{106}$.

Vậy $\max(|z| + |w|) = \sqrt{106}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1863. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z^2|$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 5 - 2i|$ bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$.

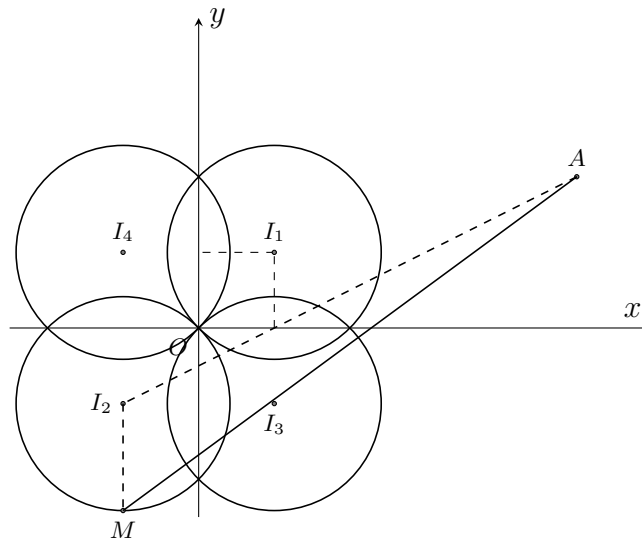
Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ (trong đó $x, y \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn là $M(x; y)$.

Ta có

$$\begin{aligned} |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z|^2 &\Leftrightarrow |2x| + |2yi| = x^2 + y^2 \\ &\Leftrightarrow 2|x| + 2|y| = x^2 + y^2 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0 \text{ là đường tròn tâm } I_1(1; 1) \text{ bán kính } r = \sqrt{2} \\ x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0 \text{ là đường tròn tâm } I_2(-1; -1) \text{ bán kính } r = \sqrt{2} \\ x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \text{ là đường tròn tâm } I_3(1; -1) \text{ bán kính } r = \sqrt{2} \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0 \text{ là đường tròn tâm } I_4(-1; 1) \text{ bán kính } r = \sqrt{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Mà $P = |z - 5 - 2i| = MA$ với $A(5; 2)$ và M chạy trên 4 đường tròn như hình vẽ bên dưới.



Dựa vào hình minh họa, rõ ràng $P_{\max} = I_2A + r = \sqrt{36 + 9} + \sqrt{2} = 3\sqrt{5} + \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1864. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 1 + 3i| = |z + 3 - i|$ và $P = ||z - 1 - 2i| - |z + 1 - i||$ đạt giá trị lớn nhất. Tính tổng $S = x^3 + y^3$.

A. $S = 0$.

B. $S = 16$.

C. $S = 54$.

D. $S = 27$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$|z - 1 + 3i| = |z + 3 - i| \Leftrightarrow x - y = 0.$$

Gọi $A(1; 2)$, $B(-1; 1)$, khi đó $P = ||z - 1 - 2i| - |z + 1 - i|| = |MA - MB|$.

Bài toán trở thành: Tìm M thuộc đường thẳng $d: x - y = 0$ sao cho $|MA - MB|$ lớn nhất.

Xét $P(x, y) = x - y$, ta có $P(A) \cdot P(B) = 2 > 0$ nên A, B nằm cùng phía đối với d .

Gọi I là giao điểm của AB với d , ta tìm được $I(3; 3)$.

Ta có $|MA - MB| \leq AB$. Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv I$. Do đó P đạt giá trị lớn nhất khi tọa độ M là $(3; 3)$. Vậy $x = y = 3$ và $S = 3^3 + 3^3 = 54$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1865. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P_{\max} = 2\sqrt{26}$.

B. $P_{\max} = 104$.

C. $P_{\max} = 32 + 3\sqrt{2}$.

D. $P_{\max} = 4\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \geq (|z_1| + |z_2|)^2$.

Suy ra $P = |z_1| + |z_2| \leq 2\sqrt{26}$, dấu bằng xảy ra khi

$$\begin{cases} |z_1| = |z_2| \\ z_1 + z_2 = 8 + 6i \\ |z_1 - z_2| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{17}{5} + \frac{19}{5}i \\ z_2 = \frac{23}{5} + \frac{11}{5}i \\ z_2 = 8 + 6i - z_1 \end{cases}$$

Vậy $P_{\max} = 2\sqrt{26}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1866. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa $|z + 4| + |z - 4| = 10$ và $|z - 6|$ lớn nhất. Tính $S = a + b$.

A. $S = -3$.

B. $S = 5$.

C. $S = -5$.

D. $S = 11$.

Lời giải.

Gọi $M(a, b)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

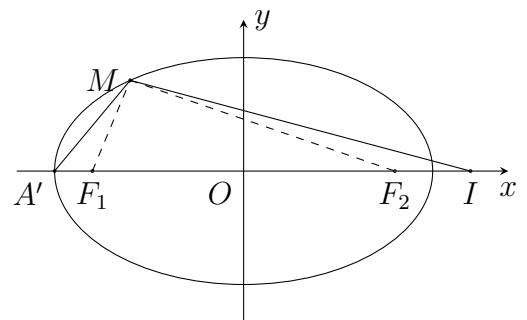
Đặt $F_1(-4; 0)$, $F_2(4; 0)$, $I(6; 0)$. Theo bài ra ta có

$$|z + 4| + |z - 4| = 10 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 10.$$

Suy ra điểm M thuộc elip có độ dài trục lớn bằng 10.

$$|z - 6| = IM \leq IA' = 11.$$

Suy ra $|z - 6|$ lớn nhất khi $M(-5; 0)$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1867. Gọi z_1, z_2 là hai trong tất cả các số phức thỏa mãn điều kiện $|(i - 1)z - 3i + 3| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1| + |z_2|$. Giá trị của $S = m^3 + n^3$ bằng

A. 72.

B. 90.

C. 54.

D. 126.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } |(i - 1)z - 3i + 3| = 2 \Leftrightarrow |(i - 1)(z - 3)| = 2 \Leftrightarrow |z - 3| = \sqrt{2}.$$

Gọi M là điểm biểu diễn của z .

Ta có M nằm trên đường tròn (C) tâm $I(3; 0)$, $R = \sqrt{2}$.

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho z_1, z_2 . Ta có $|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow AB = 2$.

Gọi H là trung điểm AB ta có tam giác IAB vuông tại I (theo định lý Pitago đảo)

$$\Rightarrow IH = \frac{AB}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

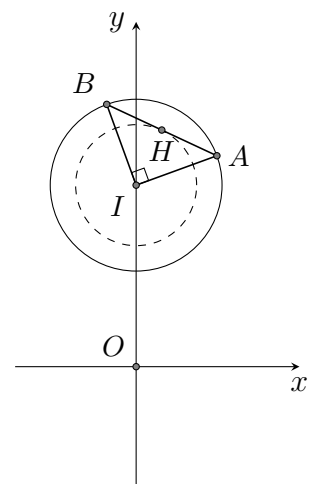
$\Rightarrow H$ chạy trên đường tròn tâm I bán kính $R = 1$.

$$P = |z_1| + |z_2| = OA + OB \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)(OA^2 + OB^2)}$$

Mặt khác theo công thức độ dài đường trung tuyến ta có

$$OA^2 + OB^2 = 2OH^2 + \frac{AB^2}{2} = 2OH^2 + \frac{2^2}{2} = 2OH^2 + 2.$$

$$\Rightarrow \max P = OI + R = 3 + 1 = 4; \min P = |OI - R| = 3 - 1 = 2 \Rightarrow m = 4; n = 2 \Rightarrow S = 64 + 8 = 72.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 1868. Cho $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ là số phức thỏa điều kiện $|\bar{z} + 2 - 3i| \leq |z + i - 2| \leq 5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 8x + 6y$. Tính $M + m$.

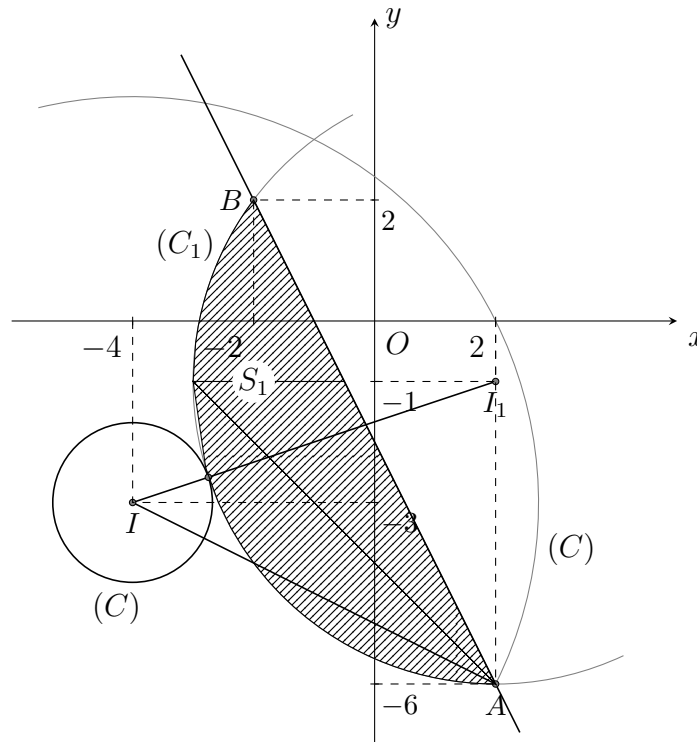
A. $\frac{156}{5} - 20\sqrt{10}$.

B. $60 - 20\sqrt{10}$.

C. $\frac{156}{5} + 20\sqrt{10}$.

D. $60 + 20\sqrt{10}$.

Lời giải.



— $|\bar{z} + 2 - 3i| \leq |z + i - 2| \Leftrightarrow 2x + y + 2 \leq 0$.

— $|z + i - 2| \leq 5 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 25$ là hình tròn (C_1) tâm $I_1(2; -1)$ và bán kính $R_1 = 5$.

— $M(z)$ thỏa điều kiện đề bài $\Leftrightarrow M \in (S_1)$: là phần gạch chéo kể cả biên với $A(2; -6), B(-2; 2)$.

— $P = x^2 + y^2 + 8x + 6y \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 8x + 6y - P = 0$. (1)

Xét điều kiện để (1) là phương trình đường tròn với tâm $I(-4; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{25 + P}$.

$$\begin{aligned} \text{— } \begin{cases} M(z) \in (S_1) \\ M \in (C) \end{cases} &\Leftrightarrow II_1 - R_1 \leq R \leq IA \Leftrightarrow 2\sqrt{10} - 5 \leq \sqrt{25 + P} \leq \sqrt{45} \\ &\Rightarrow 40 - 20\sqrt{10} \leq P \leq 20 \end{aligned}$$

Suy ra $M + m = 60 - 20\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 1869. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn hệ thức $|z - 3 - 4i| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1|^2 - |z_2|^2$.

A. -10.

B. -5.

C. $-6 - 2\sqrt{5}$.

D. $-4 - 3\sqrt{5}$.

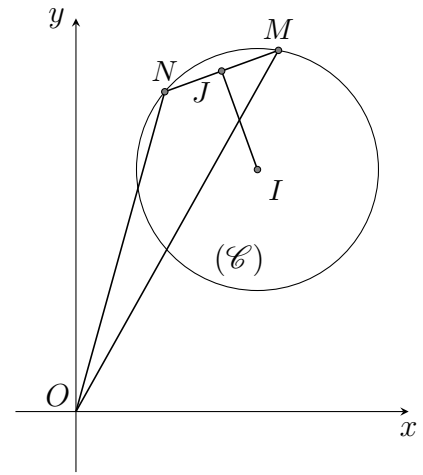
Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1 và z_2 .

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} M, N \in \mathcal{C}(I; 2) \text{ với } I(3; 4) \\ MN = 1. \end{cases}$

Ta thấy

$$\begin{aligned} P &= |z_1|^2 - |z_2|^2 \\ &= \overrightarrow{OM}^2 - \overrightarrow{ON}^2 \\ &= (\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}) \cdot (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}) \\ &= \overrightarrow{NM} \cdot (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}) \\ &= 2 \cdot \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{OJ}, \text{ (với } J \text{ là trung điểm } MN) \\ &= 2 \cdot \overrightarrow{NM} \cdot (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IJ}) \\ &= 2 \cdot \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{OI}, \text{ (vì } MN \perp IJ) \\ &= 2 \cdot MN \cdot OI \cdot \cos(\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{OI}) \\ &\geq 2 \cdot MN \cdot OI \cdot (-1) \\ &\geq -10. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1870. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$. Phép tịnh tiến vec-tơ $\vec{v}(1; 2)$ biến tập hợp biểu diễn số phức z thành tập hợp biểu diễn số phức z' . Tìm $P = \max |z - z'|$.

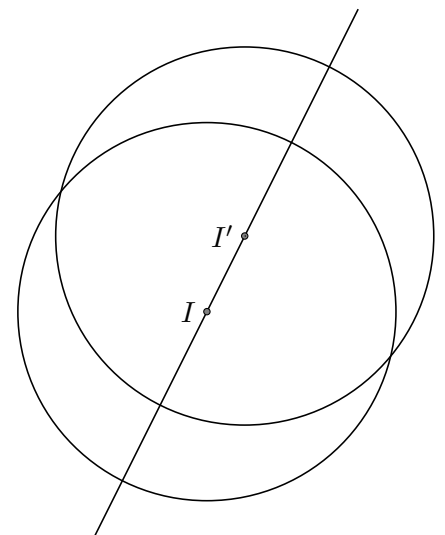
- A. $P = 15$. B. $P = 20 - \sqrt{5}$. C. $P = 10 + \sqrt{5}$. D. $P = 12$.

Lời giải.

Xét hai đường tròn $(I; 5)$ và $(I'; 5)$ với $I(1; -2), I'(2; 0)$.

Khi đó $\max |z - z'| = AB$ với AB là các giao điểm của đường thẳng II' với $(I; 5)$ và $(I'; 5)$ (A không nằm trong $(I'; 5)$ và B không nằm trong $(I; 5)$).

Khi đó $AB = 2R + II' = 10 + \sqrt{5}$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1871. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1 + 2i| = 1, |z_2 - 3 - i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z_1 - z_2|$.

- A. $\sqrt{13} + 6$. B. $\sqrt{13} + 3$. C. $\sqrt{13} + 4$. D. $\sqrt{13} + 2$.

Lời giải.

Giả sử $z_1 = a_1 + b_1i$ và $z_2 = a_2 + b_2i$ (với $a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R}$).

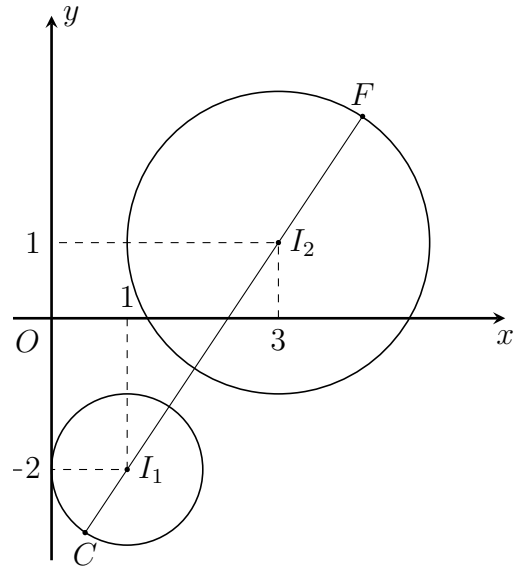
— $|z_1 - 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow (a_1 - 1)^2 + (b_1 + 2)^2 = 1.$

Tập hợp điểm M_1 biểu diễn z_1 là đường tròn tâm $I_1(1; -2)$ và bán kính $R_1 = 1.$

— $|z_2 - 3 - i| = 2 \Leftrightarrow (a_2 - 3)^2 + (b_2 - 1)^2 = 4.$

Tập hợp điểm M_2 biểu diễn z_2 là đường tròn tâm $I_2(3; 1)$ và bán kính $R_2 = 2.$

Mà $|z_1 - z_2| = M_1M_2 \leq CF = R_1 + I_1I_2 + R_2 = 1 + \sqrt{13} + 2 = 3 + \sqrt{13}.$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1872. Xét các số phức z thỏa mãn $|z + \sqrt{5}| + |z - \sqrt{5}| = 2\sqrt{14}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z + \sqrt{5}|$. Tính $P = m + M$.

- A. $P = \sqrt{14} + \sqrt{5}.$ B. $P = 2\sqrt{5}.$ C. $P = 2\sqrt{14} + 2\sqrt{5}.$ D. $P = 2\sqrt{14}.$

Lời giải.

— Gọi $N(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z , $F_1(-\sqrt{5}; 0), F_2(\sqrt{5}; 0)$. Khi đó

$$|z + \sqrt{5}| + |z - \sqrt{5}| = 2\sqrt{14} \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2\sqrt{14}.$$

— M thuộc đường elip có hai tiêu điểm F_1, F_2 và độ dài trục lớn $2a = 2\sqrt{14} \Rightarrow a = \sqrt{14}.$

— Ta có $|z + \sqrt{5}| = MF_1 = a + \frac{c}{a} \cdot x_M$ với $-\sqrt{14} \leq x \leq \sqrt{14}.$

— Từ đó suy ra $m = \sqrt{14} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}} \cdot (-\sqrt{14}) = \sqrt{14} - \sqrt{5}$ và $M = \sqrt{14} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{14} + \sqrt{5}.$

— Vậy $P = m + M = \sqrt{14} - \sqrt{5} + \sqrt{14} + \sqrt{5} = 2\sqrt{14}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1873. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2, w = 2z + 1 - i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất là

- A. $16 + \sqrt{74}.$ B. $2 + \sqrt{130}.$ C. $4 + \sqrt{74}.$ D. $4 + \sqrt{130}.$

Lời giải.

— Ta có $w = 2z + 1 - i \Leftrightarrow w = 2(z - 3 + 4i + 3 - 4i) + 1 - i \Leftrightarrow w - 7 + 9i = 2(z - 3 + 4i).$

— Ta suy ra $|w - 7 + 9i| = 2|z - 3 + 4i| \Leftrightarrow |w - 7 + 9i| = 4 \Rightarrow w \in \text{đường tròn} \begin{cases} \text{Tâm } I(7; -9) \\ R = 4 \end{cases}.$

— Vậy $|w|_{\max} = OI + R = \sqrt{7^2 + 9^2} + 4 = 4 + \sqrt{130}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1874. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| + |z + 1 - i| = \sqrt{13}$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z + 2 - i|$.

- A. $m = 1.$ B. $m = \frac{2\sqrt{13}}{13}.$ C. $m = \frac{\sqrt{13}}{13}.$ D. $m = \frac{1}{13}.$

Lời giải.

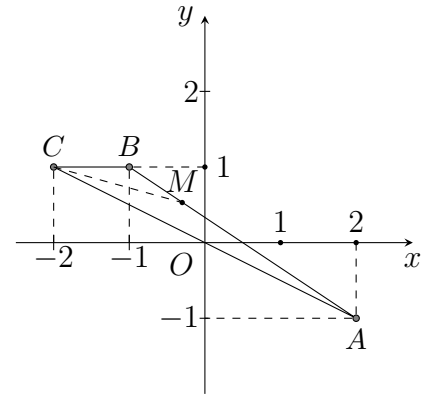
Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow M(x; y)$ biểu diễn số phức z .

Xét $A(2; -1)$, $B(-1; 1)$, ta có $AB = \sqrt{13}$.

Do $|z - 2 + i| + |z + 1 - i| = \sqrt{13} \Rightarrow MA + MB = \sqrt{13}$, suy ra M nằm trên đoạn thẳng AB .

Lấy điểm $C(-2; 1)$, ta có $|z + 2 - i| = MC$.

Vì $\vec{BC} \cdot \vec{BA} < 0 \Rightarrow \triangle ABC$ tù tại B . Do đó $|z + 2 - i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi M trùng với B hay $z = -i + i$. Vậy $m = BC = 1$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1875. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| \leq 2$ và $|z - \bar{z}| \leq 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T = |z - 2i|$. Tính tổng $S = M + m$.

A. $S = 1 + \sqrt{10}$.

B. $S = \sqrt{2} + \sqrt{10}$.

C. $S = 4$.

D. $S = 1$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$, khi đó ta có

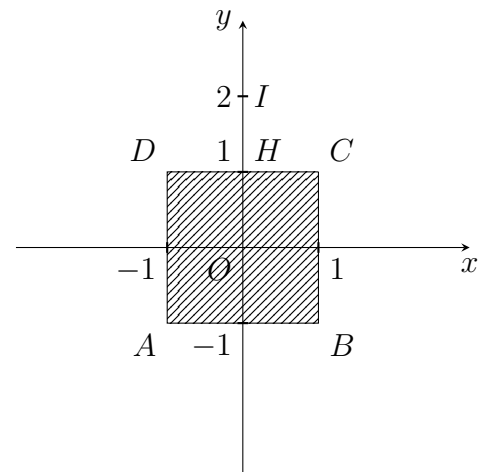
$$— |z + \bar{z}| \leq 2 \Leftrightarrow |2x| \leq 2 \Leftrightarrow |x| \leq 1.$$

$$— |z - \bar{z}| \leq 2 \Leftrightarrow |2yi| \leq 2 \Leftrightarrow |y| \leq 1.$$

Từ đó ta có, tập hợp z là phần gạch sọc hình vẽ bên.

Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z , suy ra M thuộc miền gạch sọc.

Lấy $I(0, 2)$, suy ra $T = |z - 2i| = IM$, từ đó suy ra $T_{\max} = IA = IB = \sqrt{10}$ và $T_{\min} = IH = 1$.



Vậy $S = M + m = 1 + \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1876. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1| + |z - 3 - 4i| = 10$. Tính giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |\bar{z} - 1 + 2i|$.

A. $P_{\min} = \sqrt{17}$.

B. $P_{\min} = \sqrt{34}$.

C. $P_{\min} = 2\sqrt{10}$.

D. $P_{\min} = \frac{\sqrt{34}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z , lấy điểm $A(-1; 0)$, $B(3; 4)$ và $I(1; 2)$.

Ta có $|z + 1| + |z - 3 - 4i| = 10 \Leftrightarrow AM + BM = 10$.

Suy ra quỹ tích điểm M là đường elip với trục lớn $2a = 10$ và hai tiêu điểm $A(-1; 0)$, $B(3; 4)$.

Nhận thấy, I là trung điểm của AB , suy ra I là tâm đối xứng của elip.

Mặt khác $P = |\bar{z} - 1 + 2i| = IM$, suy ra $P_{\min} = b$, với b là bán trục nhỏ.

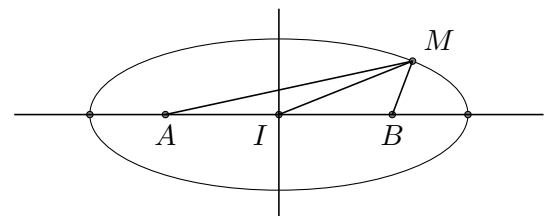
Lại có $2c = AB \Rightarrow c = 2\sqrt{2}$, từ đó suy ra $b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 8 = 17 \Rightarrow b = \sqrt{17}$.

Vậy ta có $P_{\min} = \sqrt{17}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1877. Cho số phức z và z' thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = 1$, $|z' + i| = |z' - 1 - i|$. Giá trị nhỏ nhất



của $P = \left| z - \frac{5}{2} - i \right| + |z - z'|$ là

A. $\frac{9\sqrt{5}-10}{5}$.

B. $\frac{9\sqrt{5}-5}{5}$.

C. $\frac{9\sqrt{5}}{5}$.

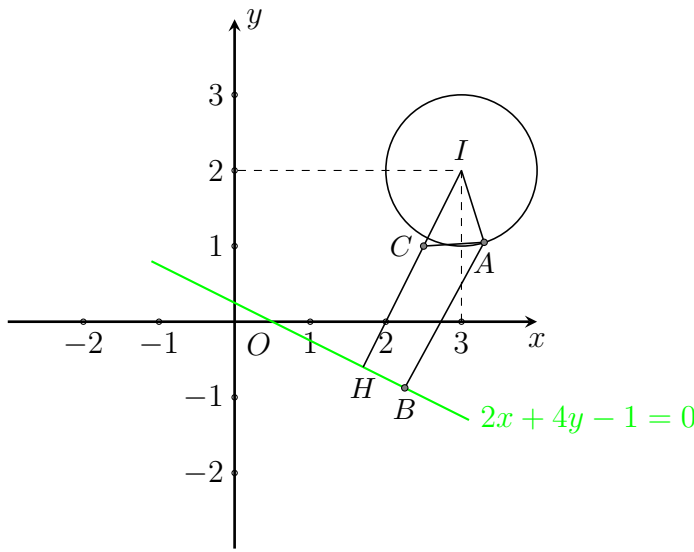
D. $\frac{9\sqrt{5}+5}{5}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, $z' = x' + y'i$ với $x, y, x', y' \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$ và $2x' + 4y' - 1 = 0$. Như vậy tập các điểm biểu diễn z là đường tròn (C) tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = 1$ và tập các điểm biểu diễn z' là đường thẳng $d: 2x + 4y - 1 = 0$.

Gọi $A(x; y)$ và $B(x'; y')$ lần lượt là điểm biểu diễn của z và z' , $C = \left(\frac{5}{2}; 1\right)$ là điểm biểu diễn của $\frac{5}{2} - i$ và H là hình chiếu của C lên d . Nhận thấy rằng $IC \perp d$. Ta có $P = AB + AC \geq BI - AI + CI - IA \geq HI - AI + CI - IA = \frac{13}{2\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{2} - 2 = \frac{9\sqrt{5}-10}{5}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv B$ và A là giao của đoạn thẳng IC với đường tròn (C) .



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1878. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

A. $m = \sqrt{2} - 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 2\sqrt{2} - 2$.

D. $m = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1 và z_2 . Do $z_2 = iz_1$ nên B là ảnh của A qua phép quay tâm O góc 90° . Khi đó, tam giác OAB vuông cân tại O nên

$$|z_1 - z_2| = AB = \sqrt{2}OA = \sqrt{2}|z_1|.$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2 &= |z_1 + 1 - i| \leq |z_1| + |1 - i| = |z_1| + \sqrt{2} \\ \Rightarrow |z_1| &\geq 2 - \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $|z_1| = (\sqrt{2} - 1) - (\sqrt{2} - 1)i$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là $\sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1879. Cho 2 số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5$, $|z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

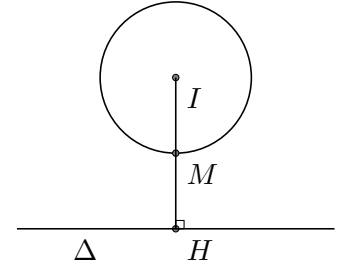
C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

• Gọi M_1, M_2 lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 . Ta có M_1 thuộc đường tròn $(C): (x+5)^2 + y^2 = 5$ và M_2 thuộc đường thẳng $\Delta: 8x + 6y - 35 = 0$.

• $|z_1 - z_2| = M_1M_2$. Do đó $|z_1 - z_2|$ đạt GTNN $\Leftrightarrow M_1 \equiv M, M_2 \equiv H$.
Ta có $|z_1 - z_2| = MH = d(I, \Delta) - R = \frac{15}{2} - 5 = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1880. Cho số phức z thỏa mãn $|z-4| + |z+4| = 10$. gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của z . Tính $M+m$.

A. $M+m=2$.

B. $M+m=8$.

C. $M+m=9$.

D. $M+m=34$.

Lời giải.

Gọi $A(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + iy$. Ta có

$$|z-4| + |z+4| = 10 \Leftrightarrow \sqrt{(x-4)^2 + y^2} + \sqrt{(x+4)^2 + y^2} = 10.$$

Nên điểm A là điểm thỏa mãn $AF_1 + AF_2 = 10$, với $F_1(4; 0)$ và $F_2(-4; 0)$. Do đó tập hợp các điểm A là e-líp (E) với tiêu cự $2c = 8$, độ dài trục lớn $2a = 10$, độ dài trục nhỏ $2b = 2\sqrt{a^2 - c^2} = 6$.

Khi đó $m = OA_{\min} = b = 3$ và $M = OA_{\max} = a = 5$. Vậy $M+m=8$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1881. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+3i| + |z+2-i| = 8$. Giá trị nhỏ nhất m của $|2z+1+2i|$ là

A. $m=4$.

B. $m=9$.

C. $m=8$.

D. $m=\sqrt{39}$.

Lời giải.

Gọi A, B, M, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $1-3i, -2+i, z$ và $-\frac{1}{2}-i$. Khi đó, $MA+MB=8$ và ta cần tìm GTNN của $2MC$.

Để ý rằng C là trung điểm của AB nên $4MC^2 = 2(MA^2 + MB^2) - AB^2 \geq (MA+MB)^2 - AB^2 = 64 - 25 = 39$. Vậy, GTNN cần tìm là $\sqrt{39}$, đạt được khi $MA=MB=4$, tức M là giao điểm của đường trung trực của AB và đường tròn tâm A , bán kính 4.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1882. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-1-3i| \leq |z+2i|$ và $|w+1+3i| \leq |w-2i|$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z-w|$.

A. $\min P = \frac{3}{13}$.

B. $\min P = \frac{3\sqrt{26}}{13}$.

C. $\min P = \frac{\sqrt{26}}{4}$.

D. $\min P = \frac{\sqrt{13}+1}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

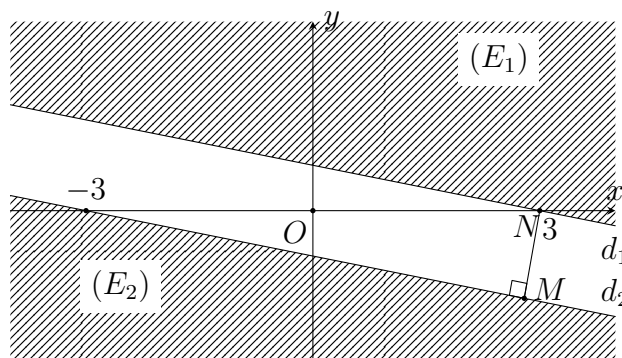
$$\begin{aligned} |z-1-3i| &\leq |z+2i| \\ \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 &\leq x^2 + (y+2)^2 \\ \Leftrightarrow x+5y &\geq 3. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp số phức z là miền nghiệm (E_1) của bất phương trình $x + 5y \geq 3$ (phần gạch sọc).

Gọi $w = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} |w + 1 + 3i| &\leq |w - 2i| \\ \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 3)^2 &\leq a^2 + (b - 2)^2 \\ \Leftrightarrow a + 5b &\leq -3. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp số phức w là miền nghiệm (E_2) của bất phương trình $x + 5y \leq -3$ (phần gạch sọc).



Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức w, z . Suy ra $M \in (E_2)$ và $N \in (E_1)$.

Ta có

$$P = |z - w| = MN \Rightarrow \min P = d(d_1, d_2),$$

trong đó

$$d_1: x + 5y - 3 = 0 \text{ và } d_2: x + 5y + 3 = 0.$$

Chọn $N(3; 0) \in d_1$, suy ra

$$d(d_1, d_2) = d(N, d_2) = \frac{|3 + 5 \cdot 0 + 3|}{\sqrt{1 + 25}} = \frac{3\sqrt{26}}{13}.$$

$$\text{Vậy } \min P = \frac{3\sqrt{26}}{13}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1883. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường thẳng có phương trình $\sqrt{3}x - y - 2018 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 2\sqrt{3} + 2i|$.

A. $\min P = \frac{1005\sqrt{2}}{2}$. B. $\min P = \frac{1013\sqrt{3}}{3}$. C. $\min P = 1013$. D. $\min P = 1005$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= |x + yi - 2\sqrt{3} + 2i| \\ &= |x + (\sqrt{3}x - 2018)i - 2\sqrt{3} + 2i| \\ &= \sqrt{4x^2 - 4036\sqrt{3}x + 2016^2 + 12} \\ &= \sqrt{(2x - 1009\sqrt{3})^2 + 1005^2} \\ &\geq \sqrt{1005^2} = 1005. \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = 1005$ khi $z = \frac{1009\sqrt{3}}{2} - \frac{1009}{2}i$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1884. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có mô-đun nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện $|z - 4 - 2i| = |z - 2|$. Tính $P = x^2 + y^2$.

A. 32.

B. 16.

C. 8.

D. 10.

Lời giải.

Ta có $|z - 4 - 2i| = |(x - 4) + (y - 2)i| = \sqrt{(x - 4)^2 + (y - 2)^2}$.

Tương tự $|z - 2| = |(x - 2) + yi| = \sqrt{(x - 2)^2 + y^2}$.

Do giả thiết ta có

$$\begin{aligned} |z - 4 - 2i| = |z - 2| &\Leftrightarrow \sqrt{(x - 4)^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + y^2} \\ &\Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = (x - 2)^2 + y^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 - 4y + 4 = x^2 - 4x + 4 + y^2 \\ &\Leftrightarrow x + y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = 4 - x. \end{aligned}$$

Khi đó $P = x^2 + (4 - x)^2 = 2x^2 - 8x + 16 = 2(x - 2)^2 + 8$.

Vì $(x - 2)^2 \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên $P \geq 8$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = 2$ suy ra $y = 2$. Vậy min $P = 8$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1885. Trên hệ tọa độ Oxy , gọi M là điểm biểu diễn số phức z có mô-đun lớn nhất thỏa mãn $|z + 4 - 3i| = 5$. Tọa độ điểm M là

A. $M(-6; 8)$.B. $M(8; -6)$.C. $M(8; 6)$.D. $M(-8; 6)$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ ta có

$$||z| - |4 - 3i|| \leq |z + 4 - 3i| \leq |z| + |4 - 3i|$$

Mà $|4 - 3i| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$ và do giả thiết ta suy ra $0 \leq |z| \leq 10$. Do đó $\max |z| = 10$ khi

$$\begin{aligned} &\begin{cases} |z| = 10 \\ |z + 4 - 3i| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 100 \\ (a + 4)^2 + (b - 3)^2 = 25 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 100 \\ a^2 + 8a + 16 + b^2 - 6b + 9 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 100 \\ 4a - 3b = -50 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 100 \\ b = \frac{4a + 50}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + \left(\frac{4a + 50}{3}\right)^2 = 100 \\ b = \frac{4a + 50}{3} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 9a^2 + (4a + 50)^2 = 900 \\ b = \frac{4a + 50}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a^2 + 16a^2 + 400a + 2500 = 900 \\ b = \frac{4a + 50}{3} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 16a + 64 = 0 \\ b = \frac{4a + 50}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = 6. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra số phức $z = -8 + 6i$ thỏa mãn bài toán. Do đó tọa độ điểm $M(-8; 6)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1886. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Mô-đun của số phức $w = M + mi$ là

A. $|w| = 3\sqrt{137}$.

B. $|w| = \sqrt{1258}$.

C. $|w| = 2\sqrt{309}$.

D. $|w| = 2\sqrt{314}$.

Lời giải.Gọi $z = a + bi$. Khi đó ta có

$$P = |a + 2 + bi|^2 - |a + (b - 1)i|^2$$

$$= (a + 2)^2 + b^2 - a^2 - (b - 1)^2$$

$$= a^2 + 4a + 4 + b^2 - a^2 - b^2 + 2b - 1$$

$$= 4a + 2b + 3.$$

Vậy $P = 4a + 2b + 3$.

$$\text{Ta có } |a - 3 + i(b - 4)| = \sqrt{5} \Rightarrow |a - 3 + i(b - 4)|^2 = 5 \Rightarrow (a - 3)^2 + (b - 4)^2 = 5.$$

$$\text{Do đó ta có thể đặt } \begin{cases} a = 3 + \sqrt{5} \sin t \\ b = 4 + \sqrt{5} \cos t \end{cases}, \text{ với } t \in [0; \pi]$$

$$\Rightarrow P = 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t + 23.$$

$$\text{Xét } f(t) = 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t.$$

Chia hai vế của $f(t)$ cho $\sqrt{(4\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2} = 10$.

$$\Rightarrow \frac{f(t)}{10} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \sin t + \frac{\sqrt{5}}{5} \cos t.$$

$$\text{Vì } \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 1 \text{ nên ta có thể đặt } \begin{cases} \cos u = \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \sin u = \frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases} \text{ với } u \in [0; \pi].$$

$$\text{Khi đó } \frac{f(t)}{10} = \cos u \sin t + \sin u \cos t = \sin(t + u).$$

$$\text{Vì } -1 \leq \sin(u + t) \leq 1 \text{ nên } -1 \leq \frac{f(t)}{10} \leq 1 \Rightarrow -10 \leq f(t) \leq 10 \Rightarrow 13 \leq f(t) + 23 \leq 33$$

$$\text{hay } 13 \leq P \leq 33.$$

$$\text{Suy ra } M = 33; m = 13 \Rightarrow w = 33 + 13i.$$

$$\text{Khi đó } |w| = \sqrt{33^2 + 13^2} = \sqrt{1258}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1887. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 1 - i| + |z - 5 - 2i|$.

A. $1 + \sqrt{10}$.

B. 4.

C. $\sqrt{17}$.

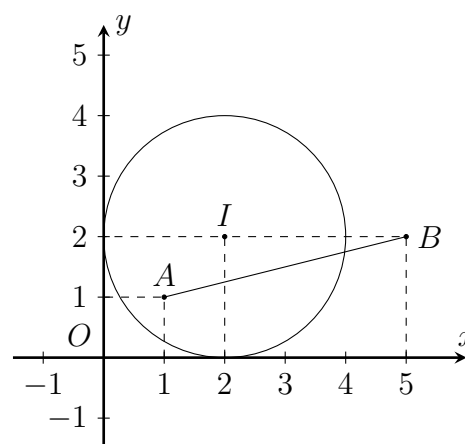
D. 5.

Lời giải.Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ có điểm biểu diễn là $M(x; y)$.Số phức $1 + i$, $5 + 2i$ có điểm biểu diễn lần lượt là $A(1; 1)$, $B(5; 2)$.Ta có $|z - 2 - 2i| = 2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ là phương trình đường tròn tâm $I(2; 2)$ bán kính $R = 2$.

$$P = |z - 1 - i| + |z - 5 - 2i| = MA + MB.$$

Nhận xét: A nằm bên trong đường tròn tâm I , B nằm ngoài đường tròn tâm I .Dựa vào hình vẽ ta có $MA + MB \geq AB$. Dấu “=” xảy ra khi M là giao điểm của đoạn AB và đường tròn tâm I .

$$\text{Khi đó min } P = AB = \sqrt{(5 - 1)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{17}.$$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 1888. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi m, M lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = |z^5 + \bar{z}^3 + 6z| - |z^4 + 1|$. Tính $M - m$

- A. $M - m = 1$. B. $M - m = 3$. C. $M - m = 6$. D. $M - m = 12$.

Lời giải.

Ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow |z^2| = 1 \Leftrightarrow z^2 + \bar{z}^2 \in \mathbb{R}$ và $-2 \leq z^2 + \bar{z}^2 \leq 2$.

Ta có $P =$

$$\begin{aligned} &= |z^5 + \bar{z}^3 + 6z| - |z^4 + 1| \\ &= \left| z \left(z^4 + \frac{\bar{z}^3}{z} + 6 \right) \right| - \left| z^2 \left(z^2 + \frac{1}{z^2} \right) \right| \\ &= |z^4 + \bar{z}^4 + 6| - |z^2 + \bar{z}^2| \\ &= |(z^2 + \bar{z}^2)^2 + 4| - |z^2 + \bar{z}^2| \\ &= (z^2 + \bar{z}^2)^2 + 4 - 2|z^2 + \bar{z}^2| \\ &= (|z^2 + \bar{z}^2| - 1)^2 + 3. \end{aligned}$$

Khi đó $m = 3; M = 4$. Vậy $M - m = 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1889. Cho số phức $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z^2 + 1| = |(z + i)(z + 2)|$. Khi z có mô-đun nhỏ nhất hãy tính giá trị của biểu thức $P = x^2 + 2y$.

- A. $P = \frac{6}{25}$. B. $P = -\frac{4}{25}$. C. $P = \frac{4}{25}$. D. $P = -\frac{6}{25}$.

Lời giải.

Ta có $|z^2 + 1| = |(z + i)(z + 2)| \Leftrightarrow |z + i||z - i| = |z + i||z + 2| \Leftrightarrow \begin{cases} z = -i \\ |z - i| = |z + 2| \end{cases}$

— Với $z = -i$ ta có $|z| = 1$.

— Với z thỏa $|z - i| = |z + 2|$ thì tập hợp z là đường trung trực d của đoạn thẳng AB với $A(0; 1), B(-2; 0)$. Khi đó z có mô-đun nhỏ nhất khi điểm biểu diễn của z là hình chiếu vuông góc của O lên d .

Ta có phương trình $d: 2x + y + \frac{3}{2} = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d , phương trình $OH: x - 2y = 0$. Suy ra $H\left(-\frac{3}{5}; -\frac{3}{10}\right)$.

Từ hai trường hợp trên ta có mô-đun z nhỏ nhất khi $z = -\frac{3}{5} - \frac{3}{10}i$.

Suy ra $x = -\frac{3}{5}, y = -\frac{3}{10} \Rightarrow P = -\frac{6}{25}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1890. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|iz_1 + \sqrt{2}| = \frac{1}{2}$ và $z_2 = iz_1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$ bằng

- A. $2 + \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{2} = |iz_1 + \sqrt{2}| \geq | |iz_1| - \sqrt{2} | = \left| |z_1| - \sqrt{2} \right|$.

Suy ra $|z_1| - \sqrt{2} \geq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow |z_1| \geq \sqrt{2} - \frac{1}{2}$.

Do đó $|z_1 - z_2| = |z_1 - iz_1| = |(1-i)z_1| = \sqrt{2}|z_1| \geq \sqrt{2}\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right) = 2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $z_1 = \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)i$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1891. Với các số phức z thỏa mãn $|(1+i)z + 1 - 7i| = \sqrt{2}$, hãy tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $\max |z| = 3$.

B. $\max |z| = 4$.

C. $\max |z| = 7$.

D. $\max |z| = 6$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi \Rightarrow$, với $a, b \in \mathbb{R}$.

Khi đó

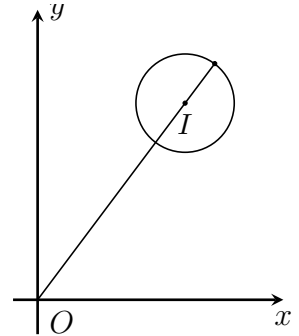
$$|(1+i)z + 1 - 7i| = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow |(1+i)(a+bi) + 1 - 7i| = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow (a-b+1)^2 + (a+b-7)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 6a - 8b + 24 = 0$$

Do đó, $|z|_{\max} = OI + R = 5 + 1 = 6$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1892. Xét các số phức z thỏa mãn $|iz - 3| = |z - 2 - i|$. Tìm phần thực của số phức z sao cho $|z|$ nhỏ nhất.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $-\frac{2}{5}$.

C. $-\frac{1}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} |iz - 3| = |z - 2 - i| &\Leftrightarrow |xi - y - 3| = |(x-2) + (y-1)i| \\ &\Leftrightarrow x^2 + (y+3)^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2 \\ &\Leftrightarrow x + 2y = -1 \Leftrightarrow x = -2y - 1. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó, } |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1-2y)^2 + y^2} = \sqrt{5\left(y + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}} \geq \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Suy ra, } |z|_{\min} = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ khi } y = -\frac{2}{5} \Rightarrow x = -\frac{1}{5}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1893. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 1 - 2i| = |z - i|$, tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất.

A. $z = -1 + i$.

B. $z = -1 - i$.

C. $z = 1 - i$.

D. $z = 1 + i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } |z + 1 - 2i| = |z - i| \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = x^2 + (y-1)^2 \Leftrightarrow x - y + 2 = 0.$$

Vậy tập hợp số phức z thỏa điều kiện đề bài là đường thẳng $d: x - y + 2 = 0$.

Gọi Δ là đường thẳng qua O và vuông góc với d . Phương trình đường thẳng $\Delta: x + y = 0$.

$$\text{Gọi } H = \Delta \cap d. \text{ Tọa độ } H \text{ là nghiệm hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}. \text{ Suy ra } H(-1; 1).$$

Độ dài OH là mô-đun nhỏ nhất của số phức z thỏa yêu cầu bài.

Vậy số phức thỏa yêu cầu bài là $z = -1 + i$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1894. Trong tất cả các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+1| = \left| \frac{z+\bar{z}}{2} + 3 \right|$, gọi số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức có mô-đun nhỏ nhất. Tính $S = 2a + b$.

A. 0.

B. -4.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $|z+1| = \left| \frac{z+\bar{z}}{2} + 3 \right| \Leftrightarrow \sqrt{(a+1)^2 + b^2} = \sqrt{(a+3)^2} \Leftrightarrow b^2 = 4a + 8$.

Lại có $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + 4a + 8}$ nhỏ nhất khi $a = -2 \Rightarrow b = 0$.

Vậy $S = 2a + b = -4$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1895. Cho số phức z thỏa mãn $|z+2-i| + |z-4-7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z-1+i|$. Khi đó $P = M^2 + m^2$ bằng

A. $\frac{171}{2}$.B. $\frac{171}{4}$.C. $\frac{167}{4}$.D. $\frac{167}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi P, A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức $z, -2 + i, 4 + 7i$. Khi đó

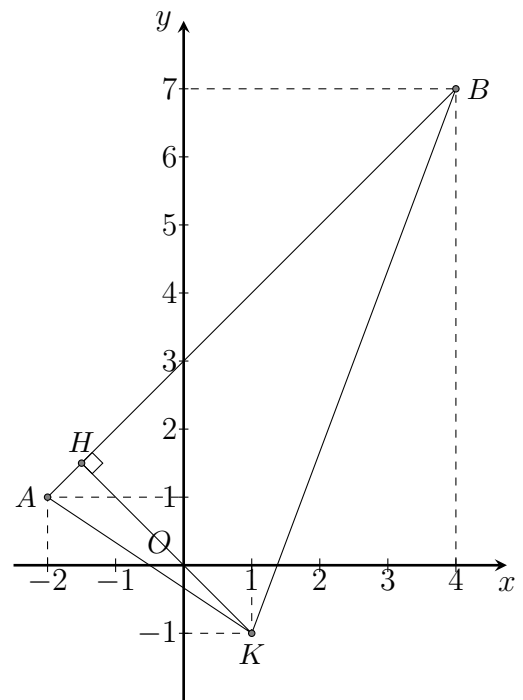
$$P(x; y), A(-2; 1), B(4; 7) \text{ và } \begin{cases} PA = |z+2-i| \\ PB = |z-4-7i| \\ AB = 6\sqrt{2}. \end{cases}$$

Từ đó suy ra $|z+2-i| + |z-4-7i| = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow PA + PB = AB$ hay tập hợp các điểm P biểu diễn cho số phức z là đoạn thẳng AB .

Gọi K là điểm biểu diễn số phức $1-i \Rightarrow K(1; -1)$, khi đó $KA = \sqrt{13}, KB = \sqrt{73}$ và $|z-1+i| = PK$.

Ta có $M = \max\{KA, KB\} = \sqrt{73}$.

Dễ thấy tam giác KAB là tam giác có ba góc nhọn, do đó hình chiếu vuông góc H của điểm K trên đường thẳng AB nằm trong đoạn AB , do đó $m = KH = d(K, AB)$.



Đường thẳng AB có phương trình $\frac{x+2}{4+2} = \frac{y-1}{7-1}$ hay $x - y + 3 = 0$.

Do đó $d(K, AB) = \frac{|1 - (-1) + 3|}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \Rightarrow m = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

Vậy $M^2 + m^2 = 73 + \frac{25}{2} = \frac{171}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1896. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = 2|z+1| + 2|z-1| + |z-\bar{z}-4i|$ bằng

A. $4 + 2\sqrt{3}$.B. $2 + \sqrt{3}$.C. $4 + \frac{14}{\sqrt{15}}$.D. $2 + \frac{7}{\sqrt{15}}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $|z| \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 4$. Suy ra $x, y \in [-2; 2]$.

Khi đó

$$P = 2\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + 2|y-2| = 2\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(1-x)^2 + y^2}\right) + 2|y-2|.$$

Bằng phép biến đổi tương đương với chú ý $|x| \geq x$, ta có: Với mọi số thực a, b, c, d ,

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2};$$

dấu “=” xảy ra khi $ad = bc \geq 0$. Áp dụng bất đẳng thức này với $a = x + 1, c = 1 - x, b = d = y$ và tính chất của giá trị tuyệt đối ta có

$$P \geq 2\sqrt{(x + 1 + 1 - x)^2 + (y + y)^2} + 2(2 - y) = 4\sqrt{1 + y^2} - 2y + 4.$$

Xét hàm số $f(y) = 4\sqrt{1 + y^2} - 2y + 4$ liên tục trên $[-2; 2]$. Ta có $f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \in [-2; 2]$.
Ta có $f(2) = 4\sqrt{5}, f(-2) = 4\sqrt{5} + 8, f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 4 + 2\sqrt{3}, f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 4 + \frac{10}{\sqrt{3}}$. Suy ra $\min_{[-2; 2]} f(y) = 4 + 2\sqrt{3} = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Khi đó $P \geq f(y) \geq 4 + 2\sqrt{3}, \forall y \in [-2; 2]$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} (x + 1)y = y(1 - x) \geq 0 \\ 2 - y \geq 0 \\ y = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $4 + 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1897. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = |\bar{z} + 1 - 4i|$. Tìm phần thực của số phức có mô-đun nhỏ nhất.

A. -1.

B. -2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$, khi đó ta có $|z - 2 + i| = |\bar{z} + 1 - 4i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{(x + 1)^2 + (y + 4)^2} \Leftrightarrow x = -2 - y.$$

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2 + y)^2 + y^2} = \sqrt{2y^2 + 4y + 4} = \sqrt{2(y + 1)^2 + 2} \geq \sqrt{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $y = -1 \Rightarrow x = -1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1898. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = \sqrt{5}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $P = |z + i|^2 - |z - 2|^2$. Tính $A = m + M$.

A. $A = -3$.

B. $A = -2$.

C. $A = 5$.

D. $A = 10$.

Lời giải.

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thì $|z - 2 + 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |x + iy - 2 + 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$.

$$P = |z + i|^2 - |z - 2|^2 = |x + iy + i|^2 - |x + iy - 2|^2 = x^2 + (y + 1)^2 - (x - 2)^2 - y^2 = 4x + 2y - 3.$$

Đặt $x = 2 + \sqrt{5} \sin t, y = -3 + \sqrt{5} \cos t, t \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow P = 4(2 + \sqrt{5} \sin t) + 2(-3 + \sqrt{5} \cos t) - 3 = 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t - 1.$$

$$(P + 1)^2 = (4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t)^2 \leq (80 + 20).1 \Rightarrow -10 \leq P + 1 \leq 10 \Rightarrow -11 \leq P \leq 9.$$

Vậy $A = -11 + 9 = -2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1899. Xét số phức z và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là M, M' . Số phức $z(4 + 3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là N, N' . Biết rằng M, M', N, N' là bốn đỉnh của hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z + 4i - 5|$.

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{5}{\sqrt{34}}$.

D. $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Khi đó, các điểm M, M', N, N' lần lượt có tọa độ $M(a, b), M'(a, -b), N(4a - 3b, 3a + 4b), N'(4a - 3b, -3a - 4b)$. Vì M, M', N, N' lần lượt là 4 đỉnh của một hình chữ nhật nên có 2 trường hợp xảy ra.

— Trường hợp 1: Tứ giác $MM'N'N$ là hình chữ nhật.

— Trường hợp 2: Tứ giác $MM'NN'$ là hình chữ nhật.

Ta có $P = |z + 4i - 5| = |z - (5 - 4i)|$. Đặt $K(5; -4)$. Khi đó $P = |MK|$.

Gọi I là giao điểm của hai đường chéo của hình chữ nhật.

Vì M đối xứng với M' qua trục Ox , N đối xứng với N' qua trục Ox nên I thuộc trục Ox hay điểm I có tung độ bằng 0.

Trường hợp 1: Tứ giác $MM'N'N$ là hình chữ nhật.

Tung độ của điểm I bằng 0 nên $-3a - 3b = 0 \Leftrightarrow a + b = 0$.

Do đó điểm M thuộc đường thẳng $d_1: x + y = 0$.

Đoạn MK ngắn nhất có độ dài bằng khoảng cách từ điểm K đến đường thẳng d_1 và bằng

$$\frac{|5 \cdot 1 - 4 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

.

Trường hợp 2: Tứ giác $MM'NN'$ là hình chữ nhật.

Tương tự trường hợp 1, ta được điểm M thuộc đường thẳng $d_2: 3x + 5y = 0$. Đoạn thẳng MK ngắn nhất có độ dài là

$$\frac{|3 \cdot 5 + 5 \cdot (-4)|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = \frac{5}{\sqrt{34}}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của } |z + 4i - 5| = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1900. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| = 2\sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất của $P = |z - 4 + 4i|$.

A. $P_{\max} = \frac{169}{5}$.

B. $P_{\max} = 50$.

C. $P_{\max} = 34$.

D. $P_{\max} = 3\sqrt{5}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$, $M(x; y)$, $A(2; -3)$, $B(-2; -1)$, $I(4; -4)$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} |z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| &= 2\sqrt{5} \\ \Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 3)^2} + \sqrt{(x + 2)^2 + (y + 1)^2} &= 2\sqrt{5} \\ \Leftrightarrow AM + BM &= 2\sqrt{5}. \end{aligned} \quad (4)$$

Mặt khác, $AM + BM \geq AB = 2\sqrt{5}$, kết hợp với (1) suy ra dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M nằm trong đoạn AB . (2)

Kiểm tra ta thấy $\overrightarrow{IA} = (-2; 1)$ và $\overrightarrow{IB} = (-6; 3)$ cùng phương, suy ra A, B, I thẳng hàng.

Từ đó suy ra $P = IM$ đạt giá trị lớn nhất khi M trùng A hoặc B .

Ta có $IA = \sqrt{5}$ và $IB = 3\sqrt{5}$, suy ra $P_{\max} = 3\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1901. Biết rằng hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3 - 4i| = 1$ và $|z_2 - 3 - 4i| = \frac{1}{2}$. Số phức z có phần thực là a và phần ảo là b thỏa mãn $3a - 2b = 12$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_1| + |z - 2z_2| + 2$ bằng

A. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{11}$. B. $P_{\min} = 5 - 2\sqrt{3}$. C. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{13}$. D. $P_{\min} = 5 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đặt $z_3 = 2z_2$ thì $|z_3 - 6 - 8i| = 1$ và $P = |z - z_1| + |z - z_3| + 2$.

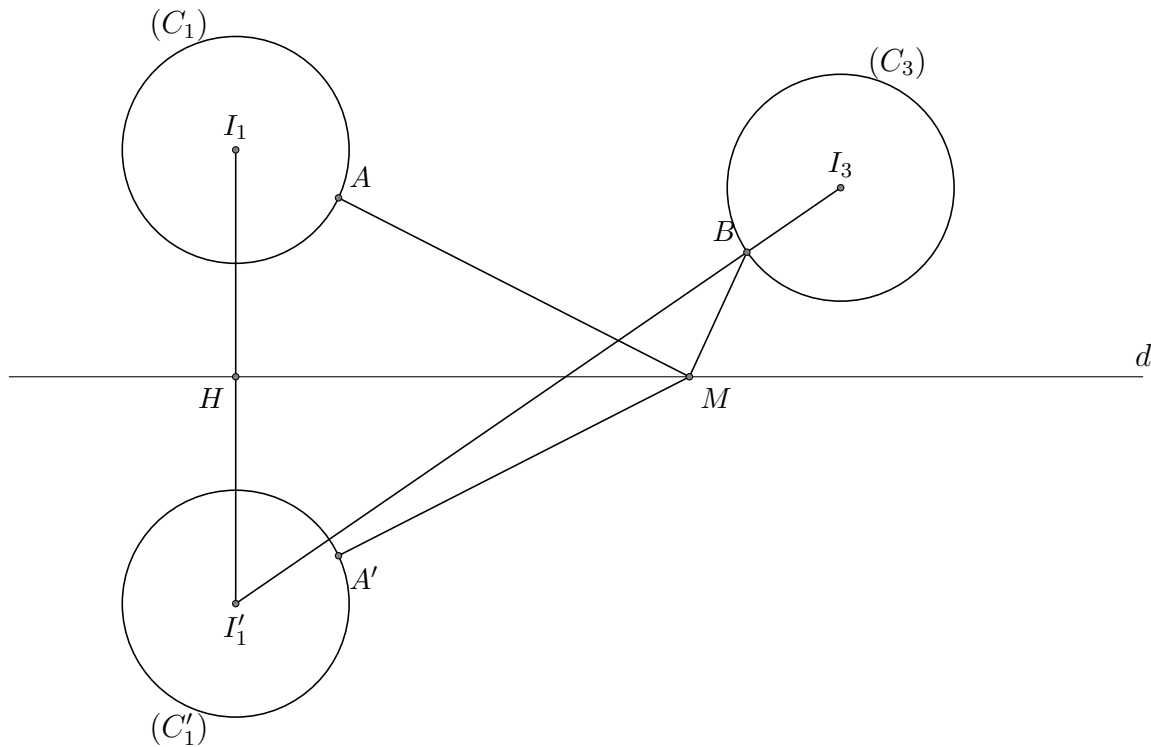
Gọi M, A, B lần lượt là các điểm biểu diễn cho z, z_1 và z_3 . Khi đó:

Điểm A nằm trên đường tròn (C_1) có tâm $I_1(3; 4)$, bán kính $R_1 = 1$;

Điểm B nằm trên đường tròn (C_3) có tâm $I_3(6; 8)$, bán kính $R_3 = 1$

Và điểm M nằm trên đường thẳng $d: 3x - 2y - 12 = 0$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $P = MA + MB + 2$.



Ta kiểm tra thấy (C_1) và (C_3) nằm cùng phía và không cắt đường thẳng $d: 3x - 2y - 12 = 0$.

Gọi đường tròn (C_1') có tâm I_1' và bán kính $R_1' = 1$ đối xứng với (C_1) qua d .

Điểm A' đối xứng với A qua d thì A' thuộc (C_1') .

Ta có $I_1I_1': 2x + 3y - 18 = 0$. Gọi $H = I_1I_1' \cap d \Rightarrow H\left(\frac{72}{13}; \frac{30}{13}\right)$ suy ra $I_1'\left(\frac{105}{13}; \frac{8}{13}\right)$.

Ta có $P = MA + MB + 2 = MA' + MB + 2 = (MA' + R_1') + (MB + R_3) \geq I_1'M + I_3M \geq I_1'I_3$.

Từ đó $P_{\min}$ khi các điểm I_1', I_3, A', B và M thẳng hàng và $P_{\min} = I_1'I_3 = \frac{\sqrt{9945}}{13}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1902. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$, với z là số phức

khác 0 và thỏa mãn $|z| \geq 2$. Tính tỉ số $\frac{M}{m}$.

A. $\frac{M}{m} = 5$. B. $\frac{M}{m} = 3$. C. $\frac{M}{m} = \frac{3}{4}$. D. $\frac{M}{m} = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Với z là số phức khác 0 và thỏa mãn $|z| \geq 2$, ta có

$$— P = \left| \frac{z+i}{z} \right| = \frac{|z+i|}{|z|} \leq \frac{|z|+|i|}{|z|} = 1 + \frac{1}{|z|} \leq 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Rõ ràng khi $z = 2i$ thì $P = \frac{3}{2}$. Do đó $M = \frac{3}{2}$.

$$— P = \left| \frac{z+i}{z} \right| = \frac{|z+i|}{|z|} \geq \frac{||z|-|i||}{|z|} = 1 - \frac{1}{|z|} \geq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Rõ ràng khi $z = -2i$ thì $P = \frac{1}{2}$. Do đó $m = \frac{1}{2}$.

Như vậy: $\frac{M}{m} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3.$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1903. Trong các số phức z có phần ảo dương thỏa mãn $|z^2 + 1| = 2|z|$, gọi z_1 và z_2 lần lượt là các số phức có mô-đun nhỏ nhất và lớn nhất. Khi đó mô-đun của số phức $w = z_1 + z_2$ là

A. $|w| = 2\sqrt{2}.$

B. $|w| = 2.$

C. $|w| = \sqrt{2}.$

D. $|w| = 1 + \sqrt{2}.$

Lời giải.

$$\begin{aligned} |z^2 + 1| = 2|z| &\Leftrightarrow |z^2 + 1|^2 = 4|z|^2 \\ &\Leftrightarrow 4|z|^2 = (z^2 + 1)(\overline{z^2 + 1}) \\ &\Leftrightarrow (z^2 + 1)(\overline{z^2} + 1) = 4z \cdot \overline{z} \\ &\Leftrightarrow (z \cdot \overline{z})^2 + z^2 + \overline{z}^2 + 1 - 4z \cdot \overline{z} = 0 \\ &\Leftrightarrow (z + \overline{z})^2 + (z \cdot \overline{z})^2 - 6(z \cdot \overline{z}) + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (z + \overline{z})^2 + |z|^4 - 6|z|^2 + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow |z|^4 - 6|z|^2 + 1 = -(z + \overline{z})^2 \leq 0 \\ &\Rightarrow 3 - 2\sqrt{2} \leq |z|^2 \leq 3 + 2\sqrt{2} \\ &\Rightarrow \sqrt{2} - 1 \leq |z| \leq \sqrt{2} + 1. \end{aligned}$$

Do đó $\begin{cases} |z_1| = \sqrt{2} - 1 \\ |z_2| = \sqrt{2} + 1 \end{cases}$. Dấu “=” xảy ra khi

$$\begin{cases} |z_1| = \sqrt{2} - 1 \\ |z_2| = \sqrt{2} + 1 \\ z + \overline{z} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} z_1 = (\sqrt{2} - 1)i \\ z_1 = (1 - \sqrt{2})i \text{ (loại)} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} z_2 = (\sqrt{2} + 1)i \\ z_2 = -(1 + \sqrt{2})i \text{ (loại)} \end{bmatrix} \end{cases} \Rightarrow |w| = |z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1904. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 12$ và $|z_2 - 3 - 4i| = 5$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là

A. 0.

B. 2.

C. 7.

D. 17.

Lời giải.

Vì $OM = 12$ nên

Chọn đáp án **B**

☐

D. $\sqrt{5}$.

Ta có

$$\begin{aligned}(3-7i)|z| &= \frac{176-82i}{\bar{z}} + 7+3i \\ \Leftrightarrow |z| &= \frac{19+17i}{(3-7i)\cdot\bar{z}} + \frac{7+3i}{3-7i} \Leftrightarrow |z| = \frac{19+17i}{\bar{z}} - i \\ \Leftrightarrow |z| + i &= \frac{19+17i}{\bar{z}} \Leftrightarrow (|z| + i)\bar{z} = 19+17i \\ \Rightarrow |(|z| + i)\bar{z}| &= |19+17i| \text{ (Lấy mô-đun hai vế)} \\ \Leftrightarrow ||z| + i| \cdot |\bar{z}| &= 5\sqrt{26} \Leftrightarrow \sqrt{|z|^2 + 1} \cdot |z| = 5\sqrt{26}. \quad (2)\end{aligned}$$

Đặt $t = |z| > 0$, khi đó

$$(2) \Rightarrow \sqrt{t^2 + 1} \cdot t = 5\sqrt{26} \Leftrightarrow (t^2 + 1) \cdot t^2 = 650 \Leftrightarrow t^4 + t^2 - 650 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 = 25 \\ t^2 = -26 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Đặt $P = |(1+i)z + 2 - i| = \left| (1+i) \left(z + \frac{2-i}{1+i} \right) \right| = \sqrt{2} \left| z - \frac{-2+i}{1+i} \right| = \sqrt{2} \left| z - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \right) \right|$.

Gọi $M(x; y)$, $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ lần lượt là điểm biểu diễn số phức z

và $w = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

Khi đó $P = \sqrt{2}MA$ và M thuộc đường tròn (C) có tâm $O(0; 0)$, bán kính $R = 5$.

Ta có $OA = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} < R = 5 \Rightarrow A$ nằm trong đường tròn (C) .

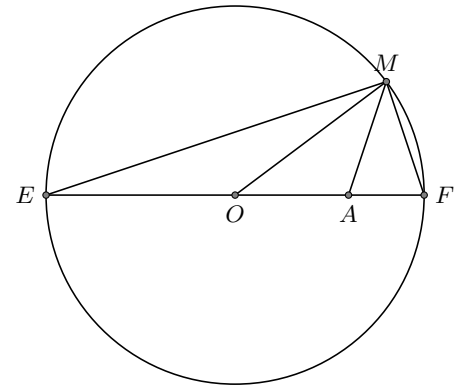
Gọi E, F là giao điểm của OA với đường tròn (C) với $AF < AE$.

Ta có $AF \leq MA \leq AE$.

Vậy P nhỏ nhất khi và chỉ khi MA nhỏ nhất

$$\Leftrightarrow MA = MO - OA = 5 - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow P = 5\sqrt{2} - \sqrt{5}.$$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1906. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 3 + 2i| + |z - 3 - 6i| = 10$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 8 - 2i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $P = \frac{118}{25}$.

B. $P = 9$.

C. $P = -5$.

D. $P = -\frac{118}{25}$.

Lời giải.

Gọi $A(-3; -2), B(3; 6)$ và điểm $M(a; b)$ biểu diễn số phức $z = a + bi$.

Ta có $|z + 3 + 2i| + |z - 3 - 6i| = 10 \Leftrightarrow MA + MB = 10 = AB$.

Suy ra $M(a; b)$ thuộc đoạn thẳng AB . Phương trình đường thẳng $AB : y = \frac{4}{3}x + 2$.

Vì $M(a; b)$ thuộc đường thẳng AB nên $b = \frac{4}{3}a + 2, a \in [-3; 3]$.

$$|z + 8 - 2i| = \sqrt{(a + 8)^2 + (b - 2)^2} = \sqrt{(a + 8)^2 + \left(\frac{4}{3}a\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{9}a^2 + 16a + 64}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{9}\left(a + \frac{72}{25}\right)^2 + \frac{1024}{25}} \geq \frac{32}{5}, \forall a \in [-3; 3].$$

Vậy $|z + 8 - 2i|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{32}{5}$ khi $a = -\frac{72}{25}$ và $b = -\frac{46}{25} \Rightarrow a + b = -\frac{118}{25}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1907. Cho z là số phức thỏa $|z - 1 + i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = |z + 2 - i|^2 + |z - 2 - 3i|^2$.

A. 18.

B. $38 + 8\sqrt{10}$.

C. $18 + 2\sqrt{10}$.

D. $16 + 2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$, khi đó:

$$\begin{aligned}|z - 1 + i| = 2 &\Leftrightarrow |(x - 1) + (y + 1)i| = 2 \\&\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4.\end{aligned}$$

Như vậy điểm M biểu diễn số phức z thuộc đường tròn tâm $I(1; -1)$ bán kính $R = 2$. Ta có:

$$\begin{aligned}P &= (x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (x - 2)^2 + (y - 3)^2 \\&= 2[x^2 + (y - 2)^2] + 10.\end{aligned}$$

Khi đó P lớn nhất $\Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2$ lớn nhất, hay MA lớn nhất với $A(0; 2)$.

Nhận thấy MA lớn nhất khi M, I, A thẳng hàng và I nằm giữa M, A . Khi đó ta có $MA = AI + R = 2 + \sqrt{10}$ và $P = 2MA^2 + 10 = 38 + 8\sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1908. Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

A. $\sqrt{313} + 16$.

B. $\sqrt{313}$.

C. $\sqrt{313} + 8$.

D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Giả sử $2iz_1 = a + bi, -3z_2 = c + di$. Gọi $A(a; b), B(c; d)$ là các điểm lần lượt biểu diễn cho các số phức này. Khi đó

$$|z_1 - 3i + 5| = 2 \Leftrightarrow (a + 6)^2 + (b + 10)^2 = 16$$

nên A thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-6; -10)$ và bán kính $R_1 = 4$.

$$|iz_2 - 1 + 2i| = 4 \Leftrightarrow (c - 6)^2 + (d - 3)^2 = 144$$

nên B thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I_2(6; 3)$ và bán kính $R_2 = 12$. Ta lại có

$$T = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2} = AB$$

nên T đạt giá trị lớn nhất khi $T = AB = R_1 + I_1I_2 + R_2 = 16 + \sqrt{313}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1909. Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b > 0$) thỏa mãn $|z| = 1$. Tính $P = 2a + 4b^2$ khi $|z^3 - z + 2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $P = 4$.

B. $P = 2 - \sqrt{2}$.

C. $P = 2$.

D. $P = 2 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$z = a + bi, |z| = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 1 \Leftrightarrow b^2 = 1 - a^2.$$

Để ý $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ và $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ nên

$$\begin{aligned}|z^3 - z + 2| &= \left| z \left(z^2 - 1 + \frac{2}{z} \right) \right| = |z| \cdot \left| z^2 - 1 + \frac{2\bar{z}}{z \cdot \bar{z}} \right| = |z^2 - 1 + 2\bar{z}| = |(a + bi)^2 - 1 - 2a - 2bi| \\&= |(a^2 - b^2 - 1) + 2b(a - 1)i| = \sqrt{(a^2 - b^2 - 1)^2 + 4b^2(a - 1)^2}.\end{aligned}$$

Thay $f(a) = (a^2 + a - 1)^2 + (1 - a^2)(a - 1)^2 = 4a^3 - a^2 - 4a + 2$ trên $[-1; 1]$.

$$f'(a) = 12a^2 - 2a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{2}{3} \text{ hoặc } a = -\frac{1}{2}.$$

$$f(-1) = 1, f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}, f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{27}, f(1) = 1.$$

$$\text{Suy ra } \max |z^3 - z + 2| = 13 \text{ khi } a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow P = 2a + 4b^2 = 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1910. Cho z là một số phức mà $(z + 1 - 2i)(\bar{z} + 3)$ là một số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất P_0 của biểu thức $P = |z - 3 + 2i|$.

A. $P_0 = 4\sqrt{2}$. B. $P_0 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $P_0 = \sqrt{2}$. D. $P_0 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Biến đổi giả thiết ta được $x - y + 3 = 0$ (d). Gọi $A(3; -2)$ là điểm biểu diễn của số phức $3 - 2i$, M là điểm biểu diễn của z . Khi đó, M thuộc đường thẳng (d) và $P = AM$. Do đó, $P_0 = d(A, (d)) = 4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1911. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1 + 2i| = 1$ và $|z_2 - 2 + i| = |\bar{z}_2 + i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |z_1 - z_2|$.

A. $P_{\min} = \sqrt{2} - 1$. B. $P_{\min} = \sqrt{2} + 1$. C. $P_{\min} = 0$. D. $P_{\min} = 1$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Từ giả thiết, ta suy ra M nằm trên đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính bằng $R = 1$, N nằm trên đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$ (là đường trung trực của đoạn thẳng mà các điểm đầu mút là điểm biểu diễn của các số phức $2 - i$ và i).

Dễ thấy d không cắt (C) nên $P_{\min} = d(I, d) - R = \sqrt{2} - 1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1912. Trong các số phức z thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 1 + 2i|$, số phức có môđun nhỏ nhất là

A. $z = 1 + \frac{3}{4}i$. B. $z = \frac{1}{2} + i$. C. $z = 3 + i$. D. $z = 5$.

Lời giải.

Vì $|\bar{z}| = |z|$ nên $|z| = |\bar{z} - 1 + 2i| \Leftrightarrow |\bar{z}| = |\bar{z} - 1 + 2i|$.

Gọi A, M lần lượt là điểm biểu diễn hình học của các số phức $\bar{z}$ và $1 - 2i$.

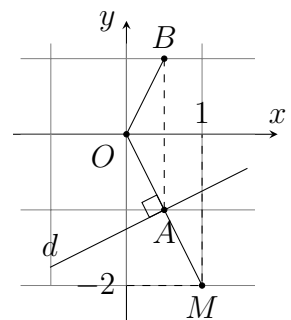
Từ đẳng thức trên suy ra khoảng cách từ điểm A đến O bằng khoảng cách từ điểm A đến M , suy ra A thuộc đường trung trực của OM .

Điểm thuộc đường trung trực của OM mà cách O ngắn nhất đó là trung điểm của OM , tương ứng là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z} = \frac{1}{2} - i$.

Vậy số phức cần tìm là $z = \frac{1}{2} + i$.

Chọn đáp án **B**

□



Câu 1913. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 3i| = 2$. Giá trị lớn nhất của $|z - i|$ bằng

A. 7. B. 9. C. 6. D. 8.

Lời giải.

Ta có tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 3i| = 2$ là đường tròn (C) tâm $I(3; -3)$, bán kính $R = 2$. Như vậy bài toán trở thành: “Tính khoảng cách lớn nhất từ điểm $A(0; 1)$ đến một điểm trên đường tròn (C) ”. Và đó chính là khoảng cách từ điểm A đến điểm Q như hình vẽ bên.

$$AQ = AI + IQ = \sqrt{3^2 + 4^2} + R = 5 + 2 = 7.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|z - i|$ là 7.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1914. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $|iz + \sqrt{2} - i| = 1$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 4.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $|iz + \sqrt{2} - i| = 1 \Leftrightarrow |z - (1 + i\sqrt{2})| = 1$.

Gọi $z_0 = 1 + i\sqrt{2}$ có điểm biểu diễn là $I(1; \sqrt{2})$.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Vì $|z_1 - z_2| = 2$ nên I là trung điểm của AB . Ta có

$$|z_1| + |z_2| = OA + OB \leq \sqrt{2(OA^2 + OB^2)} = \sqrt{4OI^2 + AB^2} = \sqrt{16} = 4.$$

Dấu bằng xảy ra khi $OA = OB$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1915. Cho số phức $z = a + bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$ và có mô-đun nhỏ nhất. Giá trị của $P = ab$ là

A. $\frac{3}{4}$.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$, ta có

$$\begin{aligned} |z| &= |\bar{z} - 3 + 4i| \\ \Leftrightarrow |a + bi| &= |a - bi - 3 + 4i| \\ \Leftrightarrow |a + bi| &= |(a - 3) - (b - 4)i| \\ \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} &= \sqrt{(a - 3)^2 + (b - 4)^2} \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 &= (a - 3)^2 + (b - 4)^2 \\ \Leftrightarrow -6a + 9 - 8b + 16 &= 0 \\ \Leftrightarrow 6a + 8b - 25 &= 0. \end{aligned}$$

Tập hợp điểm của số phức z là đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$. Vậy mô-đun nhỏ nhất của số phức z là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên đường thẳng.

Xét đường thẳng qua O và vuông góc với đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$ có phương trình là $8x - 6y = 0$.

Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$. Ta có tọa độ H thỏa hệ
$$\begin{cases} 6x + 8y - 25 = 0 \\ 8x - 6y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

Suy ra $H\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{3}{2} + 2i$. Vậy $a = \frac{3}{2}$, $b = 2$ khi đó $P = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1916. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| = 1$, số phức w thỏa mãn $|\bar{w} - 2 - 3i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z - w|$.

- A. $\sqrt{13} - 3$. B. $\sqrt{17} - 3$. C. $\sqrt{17} + 3$. D. $\sqrt{13} + 3$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, Đặt $w = a + bi$. Khi đó

$$|z - 1 - i| = 1 \Leftrightarrow |x - 1 + (y - 1)i| = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1; 1)$, $r = 1$.

$$|\bar{w} - 2 - 3i| = 2 \Leftrightarrow |a - 2 - (b + 3)i| = 2 \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b + 3)^2 = 4.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2; -3)$, bán kính $R = 2$.
 $|z - w| = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$ đây là biểu thức xác định khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn cho số phức z và w .

Ta có $I_1I_2 = \sqrt{17} > R + r$ nên (C_1) nằm ngoài (C_2) .

Khi đó khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn là:

$$d = I_1I_2 - R - r = \sqrt{17} - 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1917. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị lớn nhất m của biểu thức $P = |z_1 - z_2|$.

- A. $m = 2\sqrt{2} + 2$. B. $m = \sqrt{2} + 1$. C. $m = 2\sqrt{2}$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có $|z_1 - z_2| = |z_1 - iz_1| = |1 - i| \cdot |z_1| = \sqrt{2}|z_1|$. Do đó P lớn nhất khi và chỉ khi $|z_1|$ lớn nhất.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z_1 . Ta có

$$|z_1 + 1 - i| = 2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 4.$$

$\Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = 2$.

z_1 lớn nhất khi OM lớn nhất $\Rightarrow M \in OI \cap (I, R)$.

Đường thẳng OI là $y = -x$. Do đó $OI \cap (I, R) = \{A(\sqrt{2} - 1; 1 - \sqrt{2}); B(-\sqrt{2} - 1; \sqrt{2} + 1)\}$.

Mà $OA = 2 - \sqrt{2}$, $OB = 2 + \sqrt{2}$.

Nên $\max OM = OB = 2 + \sqrt{2}$ khi $M \equiv B \Leftrightarrow z_1 = -\sqrt{2} - 1 + (\sqrt{2} + 1)i$. Vậy $\max P = m = 2 + 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1918. Xét các số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = 2$. Tính $a + b$ khi $|z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $4 + \sqrt{3}$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. $4 - \sqrt{3}$. D. 3.

Lời giải.

Đặt $z - 3 - 2i = a + bi - 3 - 2i = t = x + yi \Rightarrow |t| = 2$ và $x^2 + y^2 = 4$.

Ta có $|z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i| = |t + 4| + 2|t + 1 - 3i| = \sqrt{x^2 + 8x + 16 + y^2} + 2|t + 1 - 3i|$

$$= 2\sqrt{\frac{4+16+8x}{4}} + 2|t+1-3i| = 2\sqrt{5+2x} + 2|t+1-3i|$$

$$= 2\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + 2\sqrt{(x+1)^2 + (3-y)^2} \geq 2(|y| + |3-y|) \geq 6.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y(3-y) \geq 0 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-3 = -1 \\ b-2 = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 + \sqrt{3} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1919. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện $2|\bar{z}_1 + i| = |\bar{z}_1 - z_1 - 2i|$ và $|z_2 - i - 10| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

A. $\sqrt{10} + 1$. B. $3\sqrt{5} - 1$. C. $\sqrt{\sqrt{101} + 1}$. D. $\sqrt{\sqrt{101} - 1}$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = x + yi$ khi đó ta có $2|\bar{z}_1 + i| = |\bar{z}_1 - z_1 - 2i|$ tương đương với

$$4(x^2 + (1-y)^2) = (2y+2)^2$$

$$4x^2 + 4 - 8y + 4y^2 = 4y^2 + 8y + 4$$

$$x^2 = 4y \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{4} \quad (P).$$

Gọi $z_2 = a + bi$ khi đó ta có $(a-10)^2 + (b-1)^2 = 1$, từ đó suy ra z_2 nằm trên đường tròn

$$(x-10)^2 + (y-1)^2 = 1 \quad (C).$$

Nhận thấy đường tròn (C) có tâm $I(10; 1)$ và bán kính $R = 1$.

Ta có $|z_1 - z_2| + 1 \geq |z_1 - z_0| \Leftrightarrow |z_1 - z_2| \geq |z_1 - z_0| - 1$ (I là điểm biểu diễn của z_0).

$$\text{Xét hàm số } f(x) = |z_1 - z_0|^2 = (x-10)^2 + \left(\frac{x^2}{4} - 1\right)^2 = \frac{x^4}{16} + \frac{x^2}{2} - 20x + 101,$$

$$\text{có } f'(x) = \frac{x^3}{4} + x - 20 = 0 \Leftrightarrow (x-4)\left(\frac{x^2}{4} + x + 5\right) = 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

Từ đó suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 4$, suy ra $f(x) \geq f(4) = 45, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy ta có $|z_1 - z_2| \geq |z_1 - z_0| - 1 \geq \sqrt{45} - 1 = 3\sqrt{5} - 1$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $z_1 = 4 + 4i$ và z_2 là giao điểm giữa IM và đường tròn (C) (M là điểm biểu diễn của z_1).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1920. Cho hai số phức z_1, z_2 có điểm biểu diễn lần lượt là M_1, M_2 cùng thuộc đường tròn có phương trình: $x^2 + y^2 = 1$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1 + z_2|$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $P = \sqrt{2}$. C. $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $P = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có M_1, M_2 thuộc đường tròn tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R = 1$.

$$|z_1 - z_2| = 1 \Leftrightarrow M_1M_2 = 1 \Leftrightarrow \triangle OM_1M_2 \text{ là tam giác đều cạnh bằng } 1.$$

$$\text{Gọi } H \text{ là trung điểm } M_1M_2 \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } P = |z_1 + z_2| = \left| \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} \right| = \left| 2\overrightarrow{OH} \right| = 2OH = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1921. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-1}{z+3i} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z+i| + 2|\bar{z}-4+7i|$.

A. 8.

B. 20.

C. $2\sqrt{5}$.D. $4\sqrt{5}$.**Lời giải.**

$$\begin{aligned} \left| \frac{z-1}{z+3i} \right| &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow \sqrt{2}|z-1| &= |z+3i| \\ \Leftrightarrow 2(x-1)^2 + 2y^2 &= x^2 + (y+3)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 &= 20. \end{aligned}$$

Do đó tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 20$ với bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

$P = |z+i| + 2|\bar{z}-4+7i| = |z+i| + 2|z-4-7i| = MA + 2MB$ với $A(0; -1)$, $B(4; 7)$ lần lượt biểu diễn số phức $z_1 = -i$, $z_2 = 4 + 7i$.

Ta có $A(0; -1)$, $B(4; 7) \in (C)$ và $AB = 4\sqrt{5} = 2R$ nên AB là đường kính đường tròn (C).

$$\Rightarrow MA^2 + MB^2 = AB^2 = 80.$$

Mặt khác: $P = MA + 2MB \leq \sqrt{5(MA^2 + MB^2)} = 20$.

Dấu bằng xảy ra khi $MB = 2MA$. Vậy giá trị lớn nhất của P là 20.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1922. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z-1| = |z+3-2i|$ và $w = z + m + i$ với $m \in \mathbb{R}$ là tham số. Giá trị của m để ta luôn có $|w| \geq 2\sqrt{5}$ là

A. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -3 \end{cases}$ C. $-3 \leq m < 7$. D. $3 \leq m \leq 7$.

Lời giải.

Ta có $z = w - m - i$ nên $|w - m - 1 - i| = |w - m + 3 - 3i|$

Gọi $w = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$|(a-m-1) + (b-1)i| = |(a-m+3) + (b-3)i| \Leftrightarrow (a-m-1)^2 + (b-1)^2 = (a-m+3)^2 + (b-3)^2$$

Suy ra $b = 2a - 2m + 4$. Ta lại có

$$|w|^2 = a^2 + b^2 = a^2 + (2a - 2m + 4)^2 = 5a^2 + 8(2-m)a + 4m^2 - 16m + 16.$$

$$\text{Để } |w| \geq 2\sqrt{5} \Leftrightarrow 5a^2 + 8(2-m)a + 4m^2 - 16m - 4 \geq 0 \text{ với mọi } a.$$

$$\text{Tương đương với } \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 16(2-m)^2 - 5(4m^2 - 16m - 4) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -3 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1923. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

A. $m = \sqrt{2} - 1$.B. $m = 2\sqrt{2}$.C. $m = 2$.D. $m = 2\sqrt{2} - 2$.**Lời giải.**

Ta có $|z_1| + |1 - i| \geq |z_1 + 1 - i| = 2 \Rightarrow |z_1| \geq 2 - \sqrt{2}$.

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = k(1-i), (k \in \mathbb{R}, k \geq 0) \\ |z_1 + 1 - i| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow z_1 = (\sqrt{2} - 1)(1 - i).$$

$$\text{Lại có } |z_1 - z_2| = |z_1 - iz_1| = |z_1(1-i)| = |z_1| \cdot |1-i| = |z_1| \cdot \sqrt{2} \geq 2\sqrt{2} - 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1924. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5, |z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Đặt $z_1 = x_1 + y_1i, (x_1, y_1 \in \mathbb{R}); z_2 = x_2 + y_2i, (x_2, y_2 \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z_1 + 5| = 5 \Leftrightarrow |(x_1 + 5) + y_1i| = 5 \Leftrightarrow (x_1 + 5)^2 + y_1^2 = 25$.

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z_1 là đường tròn $(\mathcal{C}) : (x + 5)^2 + y^2 = 25$.

Ta có $|z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i| \Leftrightarrow |(x_2 + 1) + (y_2 - 3)i| = |(x_2 - 3) + (y_2 - 6)i|$

$\Leftrightarrow (x_2 + 1)^2 + (y_2 - 3)^2 = (x_2 - 3)^2 + (y_2 - 6)^2 \Leftrightarrow 8x_2 + 6y_2 = 35$.

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z_2 là đường thẳng $\Delta : 8x + 6y = 35$.

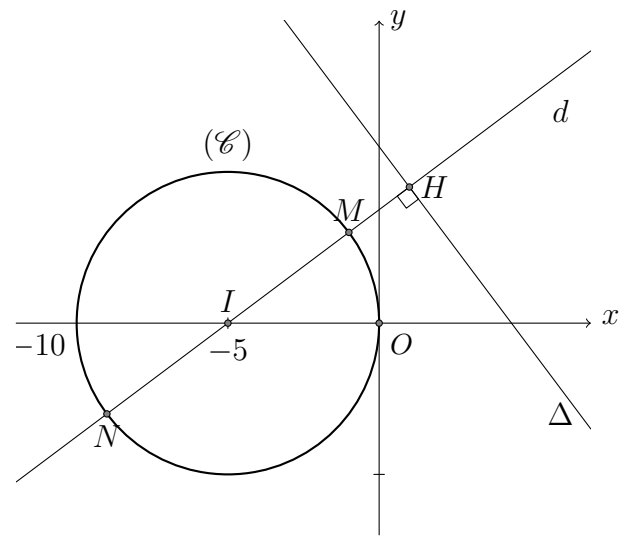
$(\mathcal{C})$ có tâm $I(-5; 0)$, bán kính $R = 5$.

Khoảng cách từ I đến Δ là $d(I, \Delta) = \frac{|8(-5) + 6 \cdot 0 - 35|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \frac{75}{10} = \frac{15}{2} > R$.

Suy ra Δ không cắt $(\mathcal{C})$. Do đó, nếu gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với Δ , d cắt $(\mathcal{C})$ và Δ lần lượt tại M, N và H thì một trong hai đoạn thẳng HM, HN là khoảng cách ngắn nhất nối hai điểm bất kỳ thuộc $(\mathcal{C})$ và Δ .

Suy ra giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là

$$|z_1 - z_2|_{\min} = HM = d(I, \Delta) - R = \frac{15}{2} - 5 = \frac{5}{2}.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 1925. Cho số phức z và w thỏa mãn $z + w = 3 + 4i$ và $|z - w| = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z| + |w|$.

A. $\max T = \sqrt{176}$.

B. $\max T = 14$.

C. $\max T = 4$.

D. $\max T = \sqrt{106}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}); w = c + di, (c, d \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z + w| = |3 + 4i| = 5 \Leftrightarrow |(a + bi) + (c + di)| = 5 \Leftrightarrow |(a + c) + (b + d)i| = 5 \Leftrightarrow (a + c)^2 + (b + d)^2 = 25$

$|z - w| = 9 \Leftrightarrow |(a + bi) - (c + di)| = 9 \Leftrightarrow |(a - c) + (b - d)i| = 9 \Leftrightarrow (a - c)^2 + (b - d)^2 = 81$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} (a + c)^2 + (b + d)^2 = 25 \\ (a - c)^2 + (b - d)^2 = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 = 25 \\ a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 81 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 53$$

Theo bất đẳng thức B.C.S ta có

$$||z| + |w|| = |1 \cdot \sqrt{a^2 + b^2} + 1 \cdot \sqrt{c^2 + d^2}| \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)} = \sqrt{106}.$$

Với $z = -\frac{21}{10} + \frac{47}{10}i, w = \frac{51}{10} - \frac{7}{10}i$ luôn thỏa mãn giả thiết và $|z| + |w| = \sqrt{106}$.

Vậy $\max(|z| + |w|) = \sqrt{106}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1926. Cho số phức z thỏa mãn $4|z + i| + 3|z - i| = 10$. Tính giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{5}{7}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y)$ biểu diễn số phức z . Điểm $A(0; -1)$ biểu diễn số phức $-i$ và điểm $B(0; 1)$ biểu diễn số phức i .

Ta có $AB = 2, 4MA + 3MB = 10$ và

$$OM^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = \frac{(10 - 3MB)^2 + 16MB^2}{32} - 1 = \frac{(5MB - 6)^2 + 32}{32} \geq 1.$$

Đẳng thức xảy ra khi $MB = \frac{6}{5}, MA = \frac{8}{5}$ và $M\left(\frac{24}{25}; \frac{7}{25}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1927. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính mô-đun của số phức $w = M + mi$.

A. $|w| = \sqrt{1258}$.

B. $|w| = 3\sqrt{137}$.

C. $|w| = 2\sqrt{314}$.

D. $|w| = 2\sqrt{309}$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b - 4)^2 = 5(1)$.

Mặt khác $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (a + 2)^2 + b^2 - [a^2 + (b - 1)^2] = 4a + 2b + 3(2)$.

Từ (1) và (2) ta có $20a^2 + (64 - 8P)a + P^2 - 22P + 137 = 0(*)$.

Phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta' = -4P^2 + 184P + -1716 \geq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33 \Rightarrow |w| = \sqrt{1258}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1928. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$ với z là số phức thỏa mãn $|z| = 1$.

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $\frac{13}{4}$.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a^2 + b^2 = 1$ thì

$$\begin{aligned} P &= |(a + bi)^2 - (a + bi)| + |(a + bi)^2 + (a + bi) + 1| \\ &= |(a^2 - a - b^2) + (2ab - b)i| + |(a^2 + a + 1 - b^2) + (2ab + b)i| \\ &= \sqrt{(a^2 - a - b^2)^2 + (2ab - b)^2} + \sqrt{(a^2 + a + 1 - b^2)^2 + (2ab + b)^2} \\ &= \sqrt{2 - 2a} + |2a + 1|. \end{aligned}$$

Đặt $f(a) = \sqrt{2 - 2a} + |2a + 1|$ với $-1 \leq a \leq 1$

$$\text{Ta có } f(a) = \begin{cases} \sqrt{2 - 2a} + 2a + 1 & \text{nếu } \frac{1}{2} \leq a \leq 1 \\ \sqrt{2 - 2a} - 2a - 1 & \text{nếu } -1 \leq a < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } f'(a) = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2 - 2a}} + 2 & \text{nếu } \frac{1}{2} < a < 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2 - 2a}} - 2 & \text{nếu } -1 \leq a < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{7}{8}$$

$$f(-1) = 3, f\left(\frac{7}{8}\right) = \frac{13}{4}, f(1) = 3.$$

$$\text{Bởi vậy } \max_{[-1;1]} f(a) = \frac{13}{4} \text{ khi } a = \frac{7}{8}, b = \pm \frac{\sqrt{15}}{8}.$$

$$\text{Như vậy, khi } z = \frac{7 + i\sqrt{15}}{8} \text{ thì } \max P = \frac{13}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1929. Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 1 - i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

A. $1 + \sqrt{10}$.

B. 4.

C. $\sqrt{17}$.

D. 5.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Do $|z - 2 - 2i| = 2$ nên tập hợp điểm M là đường tròn $(\mathcal{C}) : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

Các điểm $A(1; 1), B(5; 2)$ là điểm biểu diễn các số phức $1 + i, 5 + 2i$. Khi đó $P = MA + MB$.

Dễ thấy A nằm trong $(\mathcal{C})$, còn B nằm ngoài $(\mathcal{C})$, mà $MA + MB \geq AB = \sqrt{17}$. Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của AB với $(\mathcal{C})$.

Phương trình đường thẳng $AB : x - 4y + 3 = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình sau với $1 < y < 5$.

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4 \\ x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{37 + 4\sqrt{59}}{17} \\ y = \frac{22 + \sqrt{59}}{17} \end{cases}$$

Vậy $\min P = \sqrt{17}$ khi $z = \frac{37 + 4\sqrt{59}}{17} + \frac{22 + \sqrt{59}}{17}i$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1930. Cho số phức $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z - 2 + i| = |z + 2 + 5i|$ và biểu thức

$$H = \frac{x^2 + y^2 - 3y + 1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2)(x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5)}}$$

đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $2x + y$ bằng

A. -6.

B. $-6 + \sqrt{5}$.

C. $-3 - \sqrt{5}$.

D. $-6 - \sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn z . Từ $|z - 2 + i| = |z + 2 + 5i| \Leftrightarrow x + y + 3 = 0$ (Δ). Vậy M di chuyển trên đường thẳng (Δ).

Đặt $A(-1; 1)$ và $B(1; 2)$ thì dễ thấy $H = \frac{\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}}{MA \cdot MB} = \cos \widehat{AMB}$.

Từ $x = -3 - y \Rightarrow x^2 + y^2 - 3y + 1 = 2y^2 + 3y + 10 > 0, \forall y \in \mathbb{R}$. Vậy $\widehat{AMB} < 90^\circ$.

Do đó H nhỏ nhất $\Leftrightarrow \widehat{AMB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin \widehat{AMB}$ lớn nhất R nhỏ nhất (do $\frac{AB}{\sin \widehat{AMB}} = 2R$), với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle MAB$.

Điều này xảy ra khi đường tròn ngoại tiếp tam giác MAB tiếp xúc với (Δ) tại M (hình vẽ). Vì nếu R nhỏ hơn nữa, tức I gần J hơn thì đường tròn tâm I , bán kính IA không cắt Δ .

Gọi $K = AB \cap \Delta \Rightarrow K(-3; 0)$. Theo tính chất phương tích từ K đến đường tròn (I) có

$$KA \cdot KB = KM^2 \Rightarrow KM^2 = 10$$

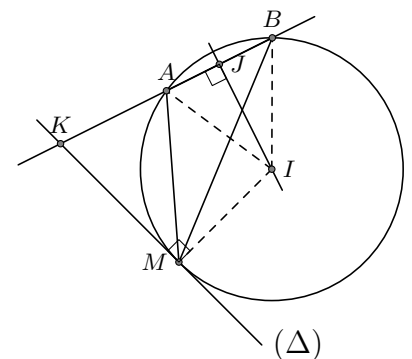
Đặt $M(x; -3 - x)$, $(x > -3)$, từ $KM^2 = 10 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 5 \Leftrightarrow x = -3 + \sqrt{5}$. Khi đó $y = -\sqrt{5}$.

Vậy $2x + y = -6 + \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1931. Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 3| + |z - 3| = 10$. Xét hai số $z_1; z_2$ thuộc tập S sao cho $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 z_2|$ là



- A. 15. B. $\frac{800}{41}$. C. $\frac{225}{17}$. D. 20.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức z và $F_1(-3; 0); F_2(3; 0)$.

Theo đề bài $|z + 3| + |z - 3| = 10$ ta có

$MF_1 + MF_2 = 10$ suy ra $M(x; y)$ thuộc elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Xét hai số $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ thuộc S có điểm biểu diễn lần lượt là $A(a; b), B(c; d)$ thuộc (E) .

Ta có $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$ là số thuần ảo $\Rightarrow ac + bd = 0$.

Khi đó ta có

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = ac + bd = 0 \Rightarrow OA \perp OB \Rightarrow \frac{2}{OA \cdot OB} \leq \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{25} + \frac{1}{16} = \frac{41}{400} \Rightarrow OA \cdot OB \geq \frac{800}{41}.$$

Mà ta có $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2| = OA \cdot OB \geq \frac{800}{41}$. Dấu bằng xảy ra khi $|z_1| = |z_2|$.

Khi đó a, b là nghiệm của hệ $\begin{cases} a^2 + b^2 = \frac{800}{41} \\ \frac{a^2}{25} + \frac{b^2}{16} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{400}{41} \\ b^2 = \frac{400}{41} \end{cases}$ suy ra luôn tồn tại $z_1; z_2$.

Chẳng hạn $z_1 = \frac{20}{\sqrt{41}} + \frac{20}{\sqrt{41}}i$ và $z_2 = \frac{20}{\sqrt{41}} - \frac{20}{\sqrt{41}}i$.

Chú ý chứng minh tính chất sau

Cho $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Gọi A, B là hai điểm thuộc (E) sao cho $OA \perp OB$ khi đó ta có

$$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}.$$

Hướng dẫn:

TH1. Giả sử đường thẳng OA có phương trình $y = kx, k \neq 0$.

$$\text{Suy ra } OA = ab \sqrt{\frac{1 + k^2}{a^2 k^2 + b^2}}.$$

Vì $OA \perp OB$ suy ra OB có phương trình: $y = -\frac{1}{k}x$.

$$\text{Suy ra } OB = ab \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{k^2}}{a^2 \cdot \frac{1}{k^2} + b^2}} \Rightarrow \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{a^2 k^2 + b^2}{a^2 b^2 (1 + k^2)} + \frac{a^2 + b^2 k^2}{a^2 b^2 (1 + k^2)} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}.$$

TH2. Giả sử đường thẳng OA có phương trình $y = 0$ suy ra OB có phương trình $x = 0$ và ngược lại (luôn đúng).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1932. Gọi z là số phức có mô-đun nhỏ nhất thỏa mãn $|z + i + 1| = |\bar{z} + i|$. Tích phần thực và phần ảo của z bằng

- A. $\frac{1}{50}$. B. $-\frac{1}{25}$. C. $-\frac{1}{50}$. D. $\frac{1}{25}$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } |z + i + 1| = |\bar{z} + i| \Leftrightarrow |a + bi + i + 1| = |a - bi + i| \Leftrightarrow \sqrt{(a + 1)^2 + (b + 1)^2} = \sqrt{a^2 + (1 - b)^2} \Leftrightarrow 2a + 4b + 1 = 0 \Leftrightarrow 2a + 4b = -1 \quad (*)$$

Cách 1: Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski có

$$(2a + 4b)^2 \leq (2^2 + 4^2)(a^2 + b^2) \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq \frac{(2a + 4b)^2}{20} \text{ hay } \sqrt{a^2 + b^2} \geq \frac{1}{2\sqrt{5}} \Rightarrow |z| \geq \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

Do đó $|z|$ nhỏ nhất bằng $\frac{1}{2\sqrt{5}}$ khi $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} \Rightarrow 2a - b = 0$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a + 4b = -1 \\ 2a - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{10} \\ b = -\frac{1}{5} \end{cases}$

Vậy $ab = \frac{1}{50}$.

Cách 2: Từ (*) suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 2x + 4y + 1 = 0$

Do đó $|z|$ nhỏ nhất khi OM nhỏ nhất.

OM nhỏ nhất khi $OM = d(O, d)$ tức là $OM \perp d$ hay M là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng d .

Phương trình đường thẳng OM là $2x - y = 0$

Tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 4y = 1 = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{10} \\ y = -\frac{1}{5} \end{cases}$

Suy ra $xy = \frac{1}{50}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1933. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = 2$ có hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 1$.

Giá trị nhỏ nhất của $|z_1|^2 - |z_2|^2$ bằng

A. -10.

B. $-4 - 3\sqrt{5}$.

C. -5.

D. $-6 - 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

+ Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z - 3 - 4i| = 2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$

+ $z_1 = a + bi$; $z_2 = c + di$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

z_1, z_2 lần lượt được biểu diễn bởi các điểm A, B .

+ Từ giả thiết ta có A, B thay đổi trên đường tròn (C) có tâm $I(3; 4)$ bán kính $R = 2$ và $AB = 1$.

Gọi K là trung điểm của AB ; H là hình chiếu của O lên AB .

Ta có

$$|z_1|^2 - |z_2|^2 = OA^2 - OB^2 = (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = 2 \cdot \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{OK} = 2 \cdot \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{HK} \geq -2 \cdot BA \cdot HK \geq -2 \cdot BA \cdot OI \geq -10.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1934. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z^2 + 4| = |z^2 + 2iz|$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P = |z + i|$.

A. $\min P = 4$.

B. $\min P = 3$.

C. $\min P = 2$.

D. $\min P = 1$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$

$$|z^2 + 4| = |z^2 + 2iz| \Leftrightarrow |(z + 2i)(z - 2i)| = |(z + 2i)z| \Leftrightarrow |z + 2i||z - 2i| = |z + 2i||z|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |z + 2i| = 0 \\ |z - 2i| = |z| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2i \\ x^2 + (y - 2)^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2i \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = -2i \\ z = x + i, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\bullet z = -2i \Rightarrow P = |z + i| = 1$$

$$\bullet z = x + i \Rightarrow P = |z + i| = |z + 2i| = \sqrt{x^2 + 4} \geq 2.$$

$$\Rightarrow \min P = 1$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1935. Cho hai số phức z và $\omega = a + bi$ thỏa mãn $|z + \sqrt{5}| + |z - \sqrt{5}| = 6$; $5a - 4b - 20 = 0$.

Giá trị nhỏ nhất của $|z - \omega|$ là

A. $\frac{3}{\sqrt{41}}$.

B. $\frac{5}{\sqrt{41}}$.

C. $\frac{4}{\sqrt{41}}$.

D. $\frac{3}{41}$.

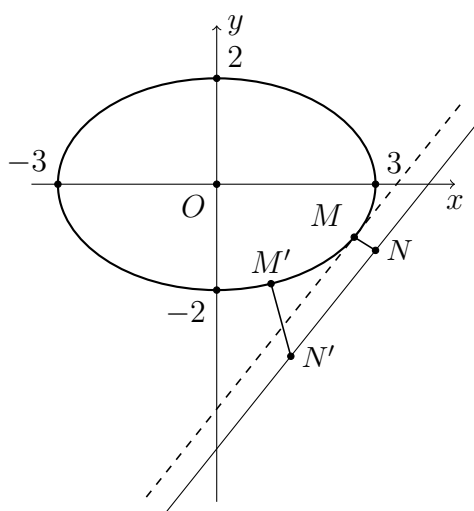
Lời giải.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z . Vì $|z + \sqrt{5}| + |z - \sqrt{5}| = 6$ nên M thuộc đường elip (E) có phương trình là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Gọi N là điểm biểu diễn số phức $\omega = a + bi$. Vì $5a - 4b - 20 = 0$ nên N thuộc đường thẳng có phương trình $5x - 4y - 20 = 0$ (Δ) .

Ta có $|z - \omega| = MN$. $|z - \omega|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MN$ ngắn nhất.

Xét khoảng cách từ M đến (Δ) ta có $d(M, \Delta) = \frac{\left| 5t + \frac{8\sqrt{9-t^2}}{3} - 20 \right|}{\sqrt{41}}$.



Quan sát đồ thị về vị trí của elip (E) và đường thẳng (Δ) suy ra để MN ngắn nhất thì M thuộc nửa dưới elip (so với trục hoành). Do đó, ta lấy $M \in (E)$, $x_M \in (0; 3)$, $y_M \in (-2; 0)$.

Ta có $\begin{cases} M \in (E) \\ x_M \in (0; 3) \\ y_M \in (-2; 0) \end{cases} \Leftrightarrow M \left(t; -\frac{2\sqrt{9-t^2}}{3} \right), t \in (0, 3).$

Do đó $d(M, \Delta) = \frac{\left| 5t + \frac{8\sqrt{9-t^2}}{3} - 20 \right|}{\sqrt{41}} = \frac{\left| 15t + 8\sqrt{9-t^2} - 60 \right|}{3\sqrt{41}}$.

Với mọi $t \in (0, 3)$ ta có

— $15t + 8\sqrt{9-t^2} = \left| 15t + 8\sqrt{9-t^2} \right| \leq \sqrt{15^2 + 8^2} \cdot \sqrt{t^2 + (9-t^2)} = 51.$

— $0 < 15t + 8\sqrt{9-t^2} \leq 51 \Rightarrow \left| 15t + 8\sqrt{9-t^2} - 60 \right| \geq 9 \Rightarrow \frac{\left| 5t + 8\sqrt{9-t^2} - 20 \right|}{3\sqrt{41}} \geq \frac{3}{\sqrt{41}}.$

Đẳng thức xảy ra $\frac{t}{15} = \frac{\sqrt{9-t^2}}{8} \Leftrightarrow t = \frac{45}{17} \in (0; 3).$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z - \omega|$ là $\frac{3}{\sqrt{41}}$. Đạt được khi $z = \frac{45}{17} - \frac{16}{17}i$.

Chọn đáp án **A**

□

ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. D	4. D	5. A	6. D	7. B	8. C	9. A	10. D
11. D	12. A	13. C	14. C	15. A	16. D	17. D	18. D	19. A	20. D
21. B	22. D	23. B	24. B	25. B	26. B	27. C	28. D	29. C	30. D
31. A	32. A	33. A	34. D	35. D	36. C	37. A	38. C	39. D	40. A
41. C	42. C	43. A	44. B	45. A	46. D	47. D	48. A	49. D	50. A
51. B	52. A	53. B	54. B	55. C	56. B	57. C	58. C	59. D	60. C
61. A	62. C	63. A	64. A	65. A	66. A	67. B	68. B	69. D	70. B
71. C	72. B	73. A	74. A	75. A	76. B	77. A	78. A	79. A	80. A
81. A	82. D	83. A	84. B	85. A	86. A	87. B	88. C	89. B	90. B
91. B	92. B	93. C	94. A	95. A	96. C	97. C	98. D	99. D	100. C
101. D	102. A	103. A	104. A	105. A	106. B	107. D	108. A	109. C	110. A
111. D	112. A	113. B	114. C	115. C	116. B	117. A	118. B	119. A	120. B
121. A	122. D	123. B	124. D	125. D	126. C	127. A	128. A	129. C	130. B
131. A	132. D	133. A	134. D	135. D	136. C	137. B	138. A	139. B	140. D
141. B	142. A	143. D	144. D	145. C	146. A	147. D	148. C	149. C	150. C
151. C	152. A	153. C	154. A	155. D	156. A	157. C	158. A	159. A	160. A
161. D	162. D	163. A	164. B	165. A	166. D	167. C	168. B	169. A	170. B
171. A	172. C	173. A	174. D	175. C	176. D	177. D	178. D	179. C	180. B
181. D	182. B	183. A	184. D	185. A	186. B	187. B	188. A	189. B	190. B
191. D	192. A	193. A	194. C	195. A	196. A	197. A	198. A	199. D	200. C
201. A	202. B	203. D	204. A	205. D	206. C	207. C	208. A	209. C	210. D
211. D	212. D	213. B	214. A	215. C	216. C	217. A	218. D	219. D	220. C
221. D	222. D	223. A	224. C	225. B	226. D	227. C	228. A	229. B	230. C
231. D	232. A	233. D	234. A	235. A	236. A	237. B	238. C	239. D	240. A
241. C	242. D	243. C	244. D	245. D	246. B	247. C	248. D	249. B	250. A
251. C	252. C	253. B	254. A	255. C	256. A	257. C	258. D	259. A	260. D
261. C	262. B	263. A	264. A	265. A	266. D	267. C	268. A	269. D	270. B
271. D	272. C	273. B	274. B	275. A	276. B	277. A	278. B	279. B	280. A
281. A	282. D	283. B	284. C	285. C	286. B	287. D	288. B	289. A	290. B
291. B	292. D	293. A	294. C	295. C	296. B	297. C	298. B	299. B	300. C
301. C	302. D	303. C	304. D	305. B	306. D	307. C	308. B	309. B	310. C
311. C	312. C	313. D	314. D	315. B	316. D	317. A	318. A	319. A	320. A
321. D	322. C	323. A	324. A	325. D	326. A	327. B	328. A	329. A	330. A
331. B	332. B	333. B	334. C	335. A	336. D	337. A	338. D	339. D	340. C
341. C	342. C	343. A	344. D	345. C	346. A	347. B	348. A	349. C	350. D
351. A	352. C	353. B	354. B	355. B	356. D	357. A	358. A	359. A	360. C
361. D	362. A	363. D	364. B	365. B	366. A	367. B	368. A	369. D	370. D
371. C	372. C	373. B	374. A	375. D	376. D	377. A	378. A	379. B	380. D
381. C	382. C	383. A	384. A	385. C	386. C	387. A	388. D	389. A	390. C
391. A	392. A	393. A	394. A	395. D	396. D	397. A	398. D	399. B	400. C
401. D	402. C	403. B	404. D	405. A	406. C	407. D	408. A	409. D	410. A
411. A	412. D	413. C	414. C	415. B	416. C	417. D	418. C	419. C	420. B
421. B	422. C	423. A	424. D	425. B	426. C	427. D	428. D	429. C	430. C

431. A	432. C	433. D	434. B	435. A	436. A	437. D	438. B	439. B	440. D
441. C	442. C	443. B	444. B	445. D	446. D	447. B	448. A	449. B	450. C
451. B	452. A	453. C	454. A	455. A	456. D	457. B	458. D	459. B	460. C
461. C	462. A	463. C	464. A	465. C	466. B	467. C	468. B	469. A	470. C
471. C	472. C	473. A	474. B	475. A	476. B	477. D	478. A	479. C	480. D
481. C	482. A	483. B	484. C	485. D	486. B	487. A	488. C	489. B	490. A
491. A	492. C	493. B	494. A	495. A	496. D	497. C	498. B	499. D	500. D
501. C	502. D	503. C	504. A	505. D	506. A	507. C	508. B	509. C	510. A
511. A	512. D	513. B	514. B	515. B	516. C	517. A	518. C	519. D	520. C
521. A	522. A	523. A	524. A	525. A	526. C	527. C	528. B	529. C	530. D
531. A	532. D	533. A	534. B	535. B	536. C	537. A	538. C	539. A	540. A
541. A	542. B	543. C	544. D	545. D	546. A	547. A	548. A	549. A	550. D
551. B	552. C	553. C	554. A	555. A	556. A	557. D	558. D	559. B	560. C
561. A	562. B	563. A	564. A	565. C	566. A	567. C	568. B	569. A	570. A
571. D	572. D	573. D	574. C	575. B	576. C	577. B	578. B	579. B	580. C
581. A	582. D	583. C	584. A	585. C	586. C	587. B	588. B	589. A	590. A
591. B	592. A	593. A	594. D	595. A	596. C	597. C	598. A	599. A	600. A
601. C	602. D	603. B	604. C	605. C	606. B	607. B	608. B	609. A	610. B
611. D	612. A	613. B	614. D	615. C	616. D	617. C	618. D	619. D	620. C
621. C	622. A	623. B	624. B	625. B	626. A	627. D	628. B	629. A	630. D
631. D	632. A	633. A	634. A	635. C	636. C	637. B	638. D	639. B	640. C
641. D	642. B	643. D	644. C	645. A	646. B	647. D	648. A	649. B	650. A
651. B	652. B	653. B	654. A	655. B	656. C	657. B	658. A	659. A	660. B
661. A	662. D	663. B	664. D	665. A	666. A	667. C	668. B	669. B	670. A
671. A	672. C	673. A	674. B	675. D	676. C	677. B	678. A	679. D	680. B
681. C	682. C	683. D	684. A	685. C	686. C	687. B	688. C	689. C	690. C
691. C	692. B	693. C	694. C	695. A	696. B	697. C	698. C	699. D	700. B
701. A	702. B	703. B	704. A	705. B	706. C	707. C	708. D	709. B	710. B
711. C	712. C	713. A	714. C	715. C	716. C	717. B	718. C	719. B	720. C
721. A	722. C	723. B	724. A	725. D	726. D	727. A	728. A	729. B	730. A
731. C	732. A	733. C	734. C	735. A	736. B	737. A	738. C	739. C	740. A
741. C	742. D	743. B	744. D	745. D	746. A	747. D	748. C	749. C	750. B
751. B	752. A	753. D	754. B	755. B	756. A	757. C	758. C	759. A	760. D
761. C	762. A	763. D	764. A	765. D	766. C	767. D	768. C	769. D	770. D
771. A	772. C	773. A	774. D	775. A	776. D	777. B	778. D	779. D	780. A
781. B	782. B	783. A	784. A	785. C	786. A	787. B	788. C	789. B	790. D
791. D	792. A	793. A	794. D	795. D	796. D	797. B	798. D	799. D	800. B
801. C	802. B	803. B	804. A	805. C	806. A	807. A	808. B	809. C	810. A
811. C	812. B	813. C	814. A	815. D	816. C	817. B	818. C	819. A	820. A
821. C	822. D	823. A	824. D	825. D	826. B	827. C	828. B	829. A	830. C
831. D	832. C	833. D	834. A	835. C	836. C	837. B	838. C	839. B	840. C
841. D	842. A	843. D	844. D	845. B	846. C	847. A	848. A	849. B	850. B
851. A	852. A	853. A	854. A	855. C	856. A	857. B	858. A	859. A	860. D

861. A	862. D	863. C	864. A	865. A	866. C	867. A	868. B	869. D	870. B
871. B	872. D	873. A	874. C	875. B	876. C	877. D	878. C	879. B	880. A
881. A	882. D	883. D	884. C	885. B	886. D	887. A	888. D	889. B	890. B
891. B	892. D	893. B	894. D	895. B	896. B	897. D	898. D	899. A	900. B
901. C	902. D	903. B	904. A	905. A	906. C	907. A	908. D	909. B	910. C
911. A	912. C	913. D	914. A	915. C	916. B	917. C	918. C	919. D	920. D
921. D	922. B	923. D	924. C	925. B	926. D	927. A	928. A	929. B	930. D
931. C	932. C	933. B	934. A	935. A	936. B	937. A	938. D	939. A	940. D
941. C	942. C	943. C	944. C	945. C	946. B	947. B	948. C	949. C	950. A
951. B	952. C	953. C	954. B	955. B	956. A	957. C	958. B	959. D	960. A
961. B	962. A	963. D	964. D	965. A	966. A	967. D	968. A	969. A	970. C
971. A	972. D	973. B	974. B	975. D	976. B	977. D	978. B	979. A	980. C
981. A	982. A	983. A	984. B	985. A	986. C	987. D	988. A	989. D	990. D
991. B	992. C	993. B	994. A	995. C	996. A	997. B	998. B	999. A	1000.C
1001.B	1002.A	1003.C	1004.B	1005.C	1006.B	1007.C	1008.A	1009.B	1010.D
1011.A	1012.B	1013.A	1014.B	1015.C	1016.C	1017.D	1018.B	1019.C	1020.A
1021.D	1022.A	1023.C	1024.A	1025.C	1026.C	1027.A	1028.D	1029.B	1030.A
1031.A	1032.A	1033.D	1034.D	1035.A	1036.C	1037.A	1038.B	1039.A	1040.B
1041.D	1042.B	1043.C	1044.D	1045.A	1046.A	1047.D	1048.A	1049.D	1050.A
1051.D	1052.D	1053.A	1054.D	1055.B	1056.D	1057.C	1058.A	1059.A	1060.A
1061.A	1062.D	1063.C	1064.D	1065.D	1066.D	1067.C	1068.C	1069.D	1070.C
1071.A	1072.B	1073.B	1074.D	1075.B	1076.A	1077.C	1078.B	1079.D	1080.B
1081.A	1082.B	1083.D	1084.D	1085.C	1086.A	1087.A	1088.A	1089.B	1090.A
1091.D	1092.A	1093.B	1094.A	1095.D	1096.A	1097.C	1098.C	1099.B	1100.A
1101.C	1102.A	1103.A	1104.D	1105.C	1106.A	1107.A	1108.D	1109.C	1110.A
1111.B	1112.C	1113.A	1114.C	1115.C	1116.B	1117.D	1118.A	1119.D	1120.C
1121.A	1122.D	1123.B	1124.C	1125.D	1126.D	1127.A	1128.D	1129.B	1130.D
1131.B	1132.D	1133.A	1134.D	1135.B	1136.D	1137.C	1138.C	1139.C	1140.B
1141.D	1142.A	1143.B	1144.D	1145.C	1146.A	1147.D	1148.D	1149.A	1150.D
1151.C	1152.A	1153.B	1154.D	1155.D	1156.D	1157.C	1158.D	1159.D	1160.C
1161.D	1162.D	1163.A	1164.B	1165.C	1166.B	1167.C	1168.C	1169.A	1170.B
1171.C	1172.B	1173.C	1174.A	1175.D	1176.A	1177.C	1178.C	1179.A	1180.C
1181.C	1182.B	1183.B	1184.D	1185.D	1186.A	1187.C	1188.C	1189.D	1190.C
1191.D	1192.D	1193.D	1194.C	1195.D	1196.D	1197.A	1198.B	1199.B	1200.A
1201.A	1202.D	1203.C	1204.A	1205.C	1206.D	1207.B	1208.A	1209.D	1210.D
1211.B	1212.A	1213.B	1214.C	1215.B	1216.C	1217.A	1218.C	1219.D	1220.C
1221.C	1222.B	1223.A	1224.B	1225.C	1226.A	1227.A	1228.A	1229.A	1230.C
1231.B	1232.C	1233.D	1234.C	1235.A	1236.D	1237.D	1238.D	1239.C	1240.A
1241.D	1242.A	1243.D	1244.C	1245.C	1246.B	1247.D	1248.A	1249.B	1250.D
1251.B	1252.A	1253.B	1254.D	1255.D	1256.B	1257.C	1258.D	1259.C	1260.B
1261.D	1262.A	1263.A	1264.C	1265.A	1266.C	1267.A	1268.C	1269.C	1270.B
1271.A	1272.A	1273.D	1274.C	1275.B	1276.A	1277.B	1278.D	1279.D	1280.A
1281.D	1282.D	1283.D	1284.D	1285.D	1286.D	1287.B	1288.D	1289.A	1290.D

1291.D	1292.B	1293.B	1294.A	1295.D	1296.D	1297.C	1298.A	1299.D	1300.C
1301.A	1302.C	1303.A	1304.A	1305.B	1306.C	1307.D	1308.A	1309.A	1310.D
1311.A	1312.D	1313.A	1314.C	1315.D	1316.C	1317.A	1318.D	1319.B	1320.C
1321.C	1322.C	1323.D	1324.D	1325.C	1326.C	1327.B	1328.A	1329.D	1330.C
1331.C	1332.D	1333.C	1334.D	1335.D	1336.B	1337.A	1338.A	1339.B	1340.C
1341.B	1342.C	1343.B	1344.B	1345.B	1346.B	1347.B	1348.C	1349.D	1350.A
1351.A	1352.C	1353.D	1354.A	1355.A	1356.A	1357.A	1358.D	1359.C	1360.B
1361.A	1362.C	1363.A	1364.A	1365.C	1366.D	1367.C	1368.B	1369.C	1370.B
1371.D	1372.B	1373.B	1374.A	1375.C	1376.D	1377.A	1378.B	1379.C	1380.A
1381.D	1382.B	1383.D	1384.C	1385.C	1386.B	1387.C	1388.C	1389.C	1390.A
1391.B	1392.C	1393.D	1394.B	1395.D	1396.D	1397.D	1398.A	1399.C	1400.B
1401.C	1402.D	1403.C	1404.A	1405.A	1406.A	1407.A	1408.A	1409.C	1410.D
1411.A	1412.A	1413.D	1414.C	1415.D	1416.A	1417.A	1418.B	1419.B	1420.D
1421.C	1422.C	1423.D	1424.C	1425.C	1426.D	1427.B	1428.D	1429.A	1430.B
1431.A	1432.D	1433.B	1434.B	1435.B	1436.D	1437.D	1438.A	1439.C	1440.B
1441.C	1442.D	1443.D	1444.C	1445.A	1446.C	1447.D	1448.C	1449.C	1450.A
1451.C	1452.A	1453.D	1454.C	1455.D	1456.A	1457.B	1458.A	1459.B	1460.A
1461.D	1462.C	1463.D	1464.C	1465.C	1466.B	1467.D	1468.A	1469.A	1470.D
1471.A	1472.A	1473.A	1474.C	1475.C	1476.D	1477.D	1478.B	1479.D	1480.D
1481.D	1482.C	1483.D	1484.D	1485.C	1486.A	1487.C	1488.C	1489.D	1490.D
1491.A	1492.C	1493.C	1494.D	1495.D	1496.A	1497.D	1498.D	1499.A	1500.D
1501.D	1502.D	1503.C	1504.D	1505.C	1506.D	1507.A	1508.B	1509.A	1510.C
1511.B	1512.C	1513.A	1514.D	1515.B	1516.A	1517.B	1518.B	1519.C	1520.C
1521.B	1522.D	1523.A	1524.A	1525.A	1526.B	1527.C	1528.A	1529.D	1530.D
1531.A	1532.A	1533.C	1534.C	1535.B	1536.C	1537.D	1538.A	1539.C	1540.C
1541.D	1542.C	1543.D	1544.B	1545.A	1546.A	1547.C	1548.D	1549.D	1550.B
1551.D	1552.D	1553.C	1554.B	1555.B	1556.A	1557.C	1558.A	1559.D	1560.A
1561.A	1562.C	1563.A	1564.D	1565.C	1566.B	1567.B	1568.C	1569.D	1570.D
1571.C	1572.D	1573.B	1574.C	1575.C	1576.C	1577.D	1578.D	1579.C	1580.C
1581.D	1582.A	1583.B	1584.C	1585.C	1586.B	1587.A	1588.C	1589.C	1590.B
1591.B	1592.B	1593.D	1594.B	1595.A	1596.D	1597.C	1598.C	1599.C	1600.D
1601.C	1602.D	1603.B	1604.D	1605.D	1606.A	1607.B	1608.D	1609.D	1610.B
1611.C	1612.C	1613.C	1614.C	1615.B	1616.D	1617.A	1618.A	1619.A	1620.A
1621.C	1622.D	1623.A	1624.D	1625.A	1626.D	1627.D	1628.D	1629.B	1630.A
1631.D	1632.A	1633.B	1634.C	1635.D	1636.A	1637.D	1638.D	1639.A	1640.D
1641.D	1642.C	1643.C	1644.D	1645.D	1646.A	1647.A	1648.A	1649.D	1650.C
1651.D	1652.C	1653.C	1654.B	1655.C	1656.B	1657.C	1658.D	1659.D	1660.A
1661.B	1662.A	1663.A	1664.B	1665.A	1666.D	1667.A	1668.A	1669.A	1670.A
1671.A	1672.D	1673.A	1674.D	1675.D	1676.C	1677.A	1678.A	1679.C	1680.C
1681.D	1682.A	1683.C	1684.A	1685.B	1686.A	1687.C	1688.B	1689.D	1690.A
1691.A	1692.D	1693.D	1694.B	1695.C	1696.C	1697.D	1698.C	1699.C	1700.B
1701.C	1702.B	1703.C	1704.D	1705.A	1706.A	1707.B	1708.A	1709.D	1710.C
1711.D	1712.B	1713.C	1714.A	1715.D	1716.A	1717.B	1718.A	1719.B	1720.D

1721.C	1722.C	1723.C	1724.A	1725.B	1726.B	1727.A	1728.A	1729.D	1730.D
1731.B	1732.D	1733.B	1734.C	1735.C	1736.A	1737.A	1738.A	1739.A	1740.B
1741.C	1742.B	1743.D	1744.D	1745.A	1746.C	1747.D	1748.A	1749.B	1750.B
1751.C	1752.C	1753.A	1754.D	1755.C	1756.C	1757.B	1758.A	1759.C	1760.C
1761.D	1762.D	1763.B	1764.A	1765.C	1766.A	1767.B	1768.C	1769.D	1770.C
1771.A	1772.C	1773.B	1774.D	1775.A	1776.C	1777.A	1778.C	1779.A	1780.B
1781.A	1782.D	1783.A	1784.A	1785.C	1786.C	1787.C	1788.D	1789.A	1790.D
1791.D	1792.B	1793.B	1794.B	1795.B	1796.D	1797.B	1798.D	1799.B	1800.C
1801.D	1802.A	1803.D	1804.A	1805.A	1806.B	1807.A	1808.B	1809.C	1810.B
1811.A	1812.C	1813.D	1814.A	1815.C	1816.B	1817.A	1818.D	1819.A	1820.B
1821.B	1822.C	1823.C	1824.A	1825.D	1826.C	1827.A	1828.D	1829.A	1830.D
1831.B	1832.B	1833.A	1834.D	1835.D	1836.A	1837.B	1838.C	1839.D	1840.A
1841.A	1842.A	1843.D	1844.A	1845.A	1846.B	1847.B	1848.A	1849.D	1850.D
1851.C	1852.D	1853.B	1854.A	1855.A	1856.B	1857.C	1858.A	1859.A	1860.B
1861.A	1862.D	1863.B	1864.C	1865.A	1866.C	1867.A	1868.B	1869.A	1870.C
1871.B	1872.D	1873.D	1874.A	1875.A	1876.A	1877.A	1878.C	1879.C	1880.B
1881.D	1882.B	1883.D	1884.C	1885.D	1886.B	1887.C	1888.A	1889.D	1890.B
1891.D	1892.C	1893.A	1894.B	1895.A	1896.A	1897.A	1898.B	1899.B	1900.D
1901.C	1902.B	1903.A	1904.B	1905.A	1906.D	1907.B	1908.A	1909.C	1910.A
1911.A	1912.B	1913.A	1914.A	1915.D	1916.B	1917.A	1918.A	1919.B	1920.D
1921.B	1922.B	1923.D	1924.A	1925.D	1926.D	1927.A	1928.C	1929.C	1930.B
1931.B	1932.A	1933.A	1934.D	1935.A					