

CHUYÊN ĐỀ 25	KHÁI NIỆM SỐ PHỨC, CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN
---------------------	--

MỤC LỤC

Phần A. CÂU HỎI	1
Dạng 1. Xác định các yếu tố cơ bản của số phức	1
Dạng 1.1 Xác định phần thực, phần ảo của số phức	1
Dạng 1.2 Xác định số phức liên hợp, số phức đối, môđun của số phức	2
Dạng 2. Biểu diễn hình học cơ bản của số phức	3
Dạng 3. Thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia cơ bản của số phức	6
Dạng 3.1 Phép tính cộng trừ 2 số phức	6
Dạng 3.2 Phép tính nhân, chia 2 số phức	7
Dạng 4. Tìm số phức thỏa mãn điều kiện cho trước	10
Dạng 4.1 Điều kiện cho trước không chứa yếu tố môđun	10
Dạng 4.2 Điều kiện cho trước chứa yếu tố môđun	12
Phần B. LỜI GIẢI THAM KHẢO	16
Dạng 1. Xác định các yếu tố cơ bản của số phức	16
Dạng 1.1 Xác định phần thực, phần ảo của số phức	16
Dạng 1.2 Xác định số phức liên hợp, số phức đối, môđun của số phức	16
Dạng 2. Biểu diễn hình học cơ bản của số phức	17
Dạng 3. Thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia cơ bản của số phức	18
Dạng 3.1 Phép tính cộng trừ 2 số phức	18
Dạng 3.2 Phép tính nhân, chia 2 số phức	18
Dạng 4. Tìm số phức thỏa mãn điều kiện cho trước	21
Dạng 4.1 Điều kiện cho trước không chứa yếu tố môđun	21
Dạng 4.2 Điều kiện cho trước chứa yếu tố môđun	25

Phần A. CÂU HỎI

Dạng 1. Xác định các yếu tố cơ bản của số phức

Dạng 1.1 Xác định phần thực, phần ảo của số phức

Câu 1. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

- A. $1 - 3i$ B. $-1 + 3i$ C. $1 + 3i$ D. $-1 - 3i$

Câu 2. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Số phức $5 + 6i$ có phần thực bằng

- A. -6 . B. 6 . C. -5 . D. 5

Câu 3. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là

A. $3+4i$

B. $4-3i$

C. $3-4i$

D. $4+3i$

Câu 4. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3-2\sqrt{2}i$. Tìm a, b .

A. $a=3; b=\sqrt{2}$

B. $a=3; b=-2\sqrt{2}$

C. $a=3; b=2$

D. $a=3; b=2\sqrt{2}$

Câu 5. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng:

A. 7

B. -7

C. -3

D. 3

Câu 6. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Số phức nào dưới đây là số thuần ảo.

A. $z=\sqrt{3}+i$

B. $z=-2$

C. $z=-2+3i$

D. $z=3i$

Câu 7. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức $z=2-3i$. Tìm phần thực a của z ?

A. $a=2$

B. $a=3$

C. $a=-2$

D. $a=-3$

Câu 8. (THPT CẨM GIÀNG 2 NĂM 2018-2019) Cho số phức $z=3-4i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

A. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

B. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

C. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .

D. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

Câu 9. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$:

A. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$

B. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2

C. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$

D. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2

Dạng 1.2 Xác định số phức liên hợp, số phức đối, môđun của số phức

Câu 10. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Số phức liên hợp của số phức $z=3-2i$ là.

A. $3+2i$.

B. $-3-2i$.

C. $-2+3i$.

D. $-3+2i$.

Câu 11. (Mã 103 - BGD - 2019) Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là:

A. $-1-2i$.

B. $1+2i$.

C. $-2+i$.

D. $-1+2i$.

Câu 12. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức $z=2+i$. Tính $|z|$.

A. $|z|=\sqrt{5}$

B. $|z|=5$

C. $|z|=2$

D. $|z|=3$

Câu 13. (Mã 102 - BGD - 2019) Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là

A. $-3+5i$.

B. $-5-3i$.

C. $5+3i$.

D. $-5+3i$.

Câu 14. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

A. $3+4i$.

B. $-4+3i$.

C. $-3-4i$.

D. $-3+4i$.

Câu 15. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho số phức $z=3+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .

B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2 .

Câu 21 Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$.

B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .

C. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2 .

Câu 16. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Số phức đối của $z=5+7i$ là?

A. $\bar{z}=5+7i$.

B. $-z=-5-7i$.

C. $-z=-5+7i$.

D. $-z=5-7i$.

Câu 17. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là

- A. $\bar{z} = 1 + 2i$. B. $\bar{z} = 2 - i$. C. $\bar{z} = -1 + 2i$. D. $\bar{z} = -1 - 2i$.

Câu 18. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Số phức liên hợp của số phức $z = 5 + 6i$ là

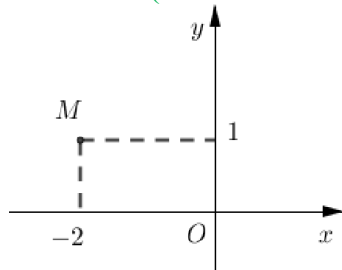
- A. $\bar{z} = -5 + 6i$. B. $\bar{z} = -5 - 6i$. C. $\bar{z} = 6 - 5i$. D. $\bar{z} = 5 - 6i$.

Câu 19. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của số phức z là:

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$. B. $\bar{z} = 3 + 2i$. C. $\bar{z} = -2 - 3i$. D. $\bar{z} = 2 + 3i$.

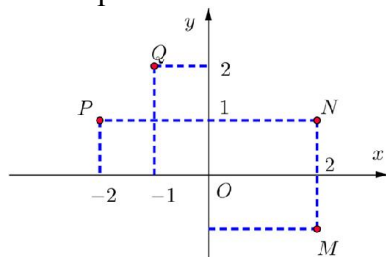
Dạng 2. Biểu diễn hình học cơ bản của số phức

Câu 20. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức



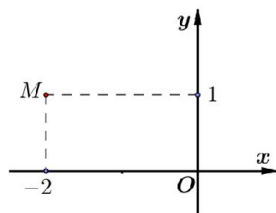
- A. $z = 1 + 2i$ B. $z = 1 - 2i$ C. $z = 2 + i$ D. $z = -2 + i$

Câu 21. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$?



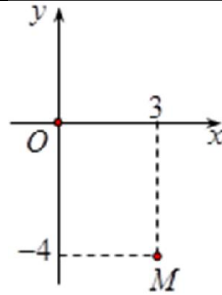
- A. P B. M C. Q D. N

Câu 22. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?



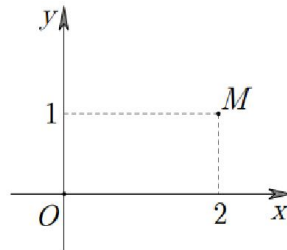
- A. $z_1 = 1 - 2i$ B. $z_2 = 1 + 2i$ C. $z_3 = -2 + i$ D. $z_4 = 2 + i$

Câu 23. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



- A. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$ B. Phần thực là 3 và phần ảo là -4
 C. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$ D. Phần thực là -4 và phần ảo là 3

Câu 24. (THPT HÙNG VƯƠNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là:



- A. $1-2i$. B. $2+i$. C. $1+2i$. D. $2-i$.

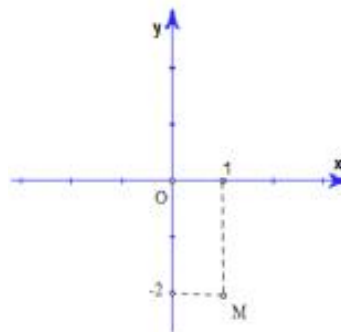
Câu 25. (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02) Điểm nào ở hình vẽ bên biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$?

- A. M. B. N. C. P. D. Q.

Câu 26. (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Điểm biểu diễn hình học của số phức $z = 2 - 3i$ là điểm nào trong các điểm sau đây?

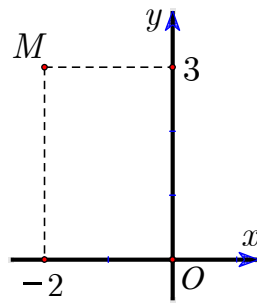
- A. $M(-2; 3)$. B. $Q(-2; -3)$. C. $N(2; -3)$. D. $P(2; 3)$.

Câu 27. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình vẽ bên?



- A. $1-2i$. B. $i+2$. C. $i-2$. D. $1+2i$.

Câu 28. (SỞ GD&ĐT THANH HÓA NĂM 2018 - 2019) Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu thị cho số phức



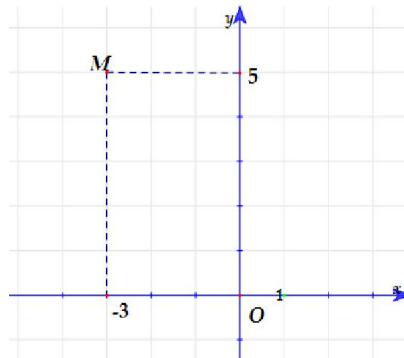
A. $3+2i$.

B. $2-3i$.

C. $-2+3i$.

D. $3-2i$.

Câu 29. (CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA LẦN 2 NĂM 2018-2019) Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z . Chọn kết luận đúng về số phức $\bar{z}$.



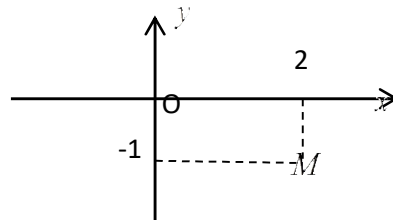
A. $\bar{z} = 3+5i$.

B. $\bar{z} = -3+5i$.

C. $\bar{z} = 3-5i$.

D. $\bar{z} = -3-5i$.

Câu 30. (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Điểm M trong hình vẽ là biểu diễn hình học của số phức nào dưới đây?



A. $z = 2-i$.

B. $z = 2+i$.

C. $z = -1+2i$.

D. $z = -1-2i$.

Câu 31. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$?

A. $-1-2i$

B. $1+2i$

C. $1-2i$

D. $-2+i$

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của hai số phức đối nhau là

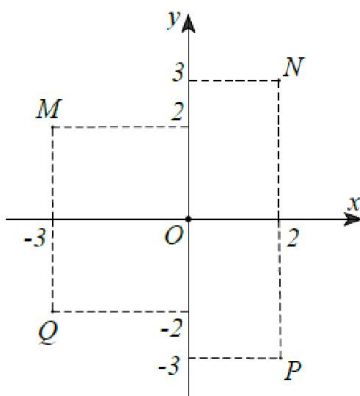
A. hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O .

B. hai điểm đối xứng nhau qua trục hoành.

C. hai điểm đối xứng nhau qua trục tung.

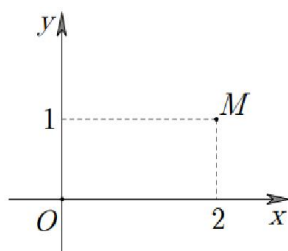
D. hai điểm đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 33. (TT THANH TƯỜNG NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = -3i + 2$?



- A. M . B. N . C. Q . D. P .

Câu 34. (THPT HÙNG VƯƠNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là:



- A. $1-2i$. B. $2+i$. C. $1+2i$. D. $2-i$.

Câu 35. (ĐỀ 01 ĐỀ PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , 3 điểm A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của ba số phức

$z_1 = 3-7i, z_2 = 9-5i$ và $z_3 = -5+9i$. Khi đó, trọng tâm G là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A. $z = 1-9i$. B. $z = 3+3i$. C. $z = \frac{7}{3}-i$. D. $z = 2+2i$.

Dạng 3. Thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia cơ bản của số phức

Dạng 3.1 Phép tính cộng trừ 2 số phức

Câu 36. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(0; 5)$. B. $(5; -1)$. C. $(-1; 5)$. D. $(5; 0)$.

Câu 37. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có tọa độ là

- A. $(3; 5)$. B. $(5; 2)$. C. $(5; 3)$. D. $(2; 5)$.

Câu 38. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho 2 số phức $z_1 = 5-7i$ và $z_2 = 2+3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 3-10i$ B. 14 C. $z = 7-4i$ D. $z = 2+5i$

Câu 39. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2-3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. $|z_1 + z_2| = 5$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = 1$. D. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$.

Câu 40. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

- A. $z = -3 - 6i$ B. $z = 11$ C. $z = -1 - 10i$ D. $z = 3 + 6i$

Câu 41. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = -3 + i$. Tìm điểm biểu diễn của số phức $z = z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $M(2; -5)$ B. $P(-2; -1)$ C. $Q(-1; 7)$ D. $N(4; -3)$

Câu 42. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2 - 3i = 3 - 2i$.

- A. $z = 5 - 5i$ B. $z = 1 - i$ C. $z = 1 - 5i$ D. $z = 1 + i$

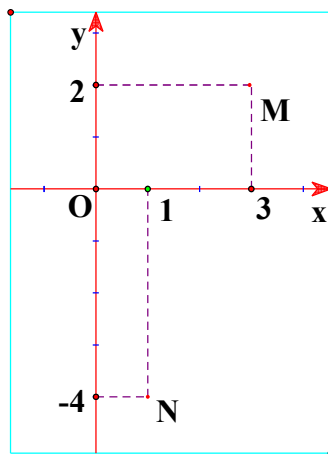
Câu 43. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -2 - 5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z = z_1 - z_2$.

- A. $b = -3$ B. $b = 2$ C. $b = -2$ D. $b = 3$

Câu 44. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. $|z_1 + z_2| = 1$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. D. $|z_1 + z_2| = 5$.

Câu 45. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Gọi z_1, z_2 lần lượt có điểm biểu diễn là M và N trên mặt phẳng phức ở hình bên. Tính $|z_1 + z_2|$.



- A. $2\sqrt{29}$. B. 20. C. $2\sqrt{5}$. D. 116.

Dạng 3.2 Phép tính nhân, chia 2 số phức

Câu 46. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$

- A. $w = -3 - 3i$. B. $w = 3 + 7i$. C. $w = -7 - 7i$ D. $w = 7 - 3i$.

Câu 47. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Tính môđun của số phức z biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$.

- A. $|z| = 5\sqrt{2}$ B. $|z| = \sqrt{2}$ C. $|z| = 25\sqrt{2}$ D. $|z| = 7\sqrt{2}$

Câu 48. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức $z = 1 - i + i^3$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z .

- A. $a = 1, b = 0$ B. $a = 0, b = 1$ C. $a = 1, b = -2$ D. $a = -2, b = 1$

Câu 49. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ

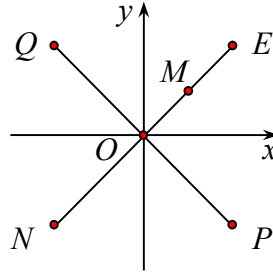
A. $Q(1;2)$

B. $N(2;1)$

C. $P(-2;1)$

D. $M(1;-2)$

Câu 50. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Trong mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$?

A. Điểm Q B. Điểm E C. Điểm P D. Điểm N

Câu 51. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$ có tọa độ là:

A. $(1;4)$.

B. $(-1;4)$.

C. $(4;1)$.

D. $(4;-1)$.

Câu 52. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

A. $(-3;3)$.

B. $(-3;2)$.

C. $(3;-3)$.

D. $(2;-3)$.

Câu 53. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

A. $\bar{z} = 3 + i$.

B. $\bar{z} = -3 - i$.

C. $\bar{z} = 3 - i$.

D. $\bar{z} = -3 + i$.

Câu 54. (THPT CẨM GIÀNG 2 NĂM 2018-2019) Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + 2i) = 4 - 3i$. Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của z .

A. $\bar{z} = \frac{-2}{5} - \frac{11}{5}i$.

B. $\bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$.

C. $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$.

D. $\bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Câu 55. (ĐỀ 15 LOVE BOOK NĂM 2018-2019) Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z

A. $|z| = \sqrt{17}$.

B. $|z| = 16$.

C. $|z| = 17$.

D. $|z| = 4$.

Câu 56. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho số phức $z = (1 - 2i)^2$.

Tính môđun của số phức $\frac{1}{z}$.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{1}{25}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 57. (KTNL GV THPT LÝ THÁI TỔ NĂM 2018-2019) Cho số phức $z = (1 - i)^2(1 + 2i)$. Số phức z có phần ảo là:

A. 2 .

B. -2 .

C. 4 .

D. $-2i$.

Câu 58. (KTNL GV THUẬN THÀNH 2 BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tìm số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

A. $w = \frac{8}{3}$.

B. $w = \frac{8}{3} + i$.

C. $w = \frac{10}{3}$.

D. $w = \frac{10}{3} + i$.

Câu 59. (THPT YÊN PHONG SỐ 1 BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho số phức $z = -2 + i$. Điểm nào dưới đây là biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $M(-1; -2)$. B. $P(-2; 1)$. C. $N(2; 1)$. D. $Q(1; 2)$.

Câu 60. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$.

- A. 3 B. 5 C. 1 D. 2

Câu 61. (CHUYÊN KHTN LẦN 2 NĂM 2018-2019) Cho số phức z khác 0. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\frac{z}{\bar{z}}$ là số thuần ảo. B. $z\bar{z}$ là số thực. C. $z + \bar{z}$ là số thực. D. $z - \bar{z}$ là số ảo.

Câu 62. (CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA LẦN 2 NĂM 2018-2019) Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức $2z_1 + 3z_2 - z_1z_2$ là số phức nào sau đây?

- A. $10i$. B. $-10i$. C. $11 + 8i$. D. $11 - 10i$.

Câu 63. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức z biết z thỏa mãn phương trình $(1 + i)\bar{z} = 3 - 5i$.

- A. $M(-1; 4)$. B. $M(-1; -4)$. C. $M(1; 4)$. D. $M(1; -4)$.

Câu 64. (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. B. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$. C. $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. D. $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Câu 65. (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho số phức $z = (1 + i)^{2019}$. Phần thực của z bằng

- A. -2^{1009} . B. 2^{2019} . C. -2^{2019} . D. 2^{1009} .

Câu 66. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho số phức $z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i}$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng Oxy .

- A. $(1; 4)$. B. $(-1; 4)$. C. $(-1; -4)$. D. $(1; -4)$.

Câu 67. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho $z_1 = 2 + 4i$, $z_2 = 3 - 5i$. Xác định phần thực của $w = z_1 \cdot \bar{z_2}$

- A. -120 . B. -32 . C. 88 . D. -152 .

Câu 68. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z .

- A. $M(-1; 1)$ B. $M(-1; -1)$ C. $M(1; 1)$ D. $M(1; -1)$

Câu 69. (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho số phức z thỏa mãn $(1 - \sqrt{3}i)^2 z = 4 - 3i$. Môđun của z bằng

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

- Câu 70.** (THPT CHU VĂN AN - HÀ NỘI - 2018) Số phức $z = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{2018}$ có phần ảo bằng
- A. $2^{1009} + 1$. B. $1 - 2^{1009}$. C. $2^{1009} - 1$. D. $-(2^{1009} + 1)$.
- Câu 71.** (THPT NGÔ QUYỀN - QUẢNG NINH - HKII - 2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để số phức $z = \frac{m+2i}{m-2i}$ có phần thực dương
- A. $m > 2$. B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. C. $-2 < m < 2$. D. $m < -2$.
- Câu 72.** (THPT NGÔ QUYỀN - QUẢNG NINH - HKII - 2018) Cho $z = \frac{3+i}{x+i}$. Tổng phần thực và phần ảo của z là
- A. $\frac{2x-4}{2}$. B. $\frac{4x+2}{2}$. C. $\frac{4x-2}{x^2+1}$. D. $\frac{2x+6}{x^2+1}$.
- Câu 73.** (THCS&THPT NGUYỄN KHUYẾN - BÌNH DƯƠNG - 2018) Gọi T là tổng phần thực, phần ảo của số phức $w = i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2018i^{2018}$. Tính giá trị của T .
- A. $T = 0$. B. $T = -1$. C. $T = 2$. D. $T = -2$.
- Dạng 4. Tìm số phức thỏa mãn điều kiện cho trước**
- Dạng 4.1 Điều kiện cho trước không chứa yếu tố môđun**
- Câu 74.** (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi) + (3-i) = 5x-4i$ với i là đơn vị ảo.
- A. $x = -1; y = -1$. B. $x = -1; y = 1$. C. $x = 1; y = -1$. D. $x = 1; y = 1$.
- Câu 75.** (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$.
- A. $x = \sqrt{2}, y = 2$ B. $x = -\sqrt{2}, y = 2$ C. $x = 0, y = 2$ D. $x = \sqrt{2}, y = -2$
- Câu 76.** (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi) + (1-3i) = x+6i$ với i là đơn vị ảo.
- A. $x = 1; y = -1$ B. $x = 1; y = -3$ C. $x = -1; y = -3$ D. $x = -1; y = -1$
- Câu 77.** (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z + 3 + 16i = 2(\bar{z} + i)$. Môđun của z bằng
- A. $\sqrt{13}$. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. 13.
- Câu 78.** (Mã 103 - BGD - 2019) Cho số z thỏa mãn $(2+i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i$. Môđun của z bằng
- A. 13. B. 5. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{5}$.
- Câu 79.** (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+2yi) + (2+i) = 2x-3i$ với i là đơn vị ảo.
- A. $x = 2; y = -2$ B. $x = 2; y = -1$ C. $x = -2; y = -2$ D. $x = -2; y = -1$
- Câu 80.** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Tìm các số thực a, b thỏa mãn $2a + (b+i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $a=0, b=1$. B. $a=1, b=2$. C. $a=0, b=2$. D. $a=\frac{1}{2}, b=1$.

Câu 81. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+yi)+(4-2i)=5x+2i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x=2; y=4$ B. $x=-2; y=0$ C. $x=2; y=0$ D. $x=-2; y=4$

Câu 82. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$. Môđun của z bằng

- A. 3. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. $\sqrt{3}$.

Câu 83. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Môđun của z bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

Câu 84. (THPT CẨM GIÀNG 2 NĂM 2018-2019) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(1-3i)=-1+6i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x=1; y=-3$. B. $x=-1; y=-3$. C. $x=-1; y=-1$. D. $x=1; y=-1$.

Câu 85. (ĐỀ 04 VTED NĂM 2018-2019) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(3-i)=5x-4i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x=-1, y=-1$ B. $x=1, y=1$ C. $x=-1, y=1$ D. $x=1, y=-1$

Câu 86. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm các số thực x và y thỏa mãn $(3x-2)+(2y+1)i=(x+1)-(y-5)i$, với i là đơn vị ảo.

- A. $x=\frac{3}{2}, y=-2$. B. $x=-\frac{3}{2}, y=-\frac{4}{3}$. C. $x=1, y=\frac{4}{3}$. D. $x=\frac{3}{2}, y=\frac{4}{3}$.

Câu 87. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NĂM 2018-2019) Cho số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z+2\bar{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$

- A. $P=1$ B. $P=-\frac{1}{2}$ C. $P=\frac{1}{2}$ D. $P=-1$

Câu 88. (CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z+4-3i=13+4i$. Môđun của z bằng

- A. 2. B. 4. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 89. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho số phức $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+2i)\bar{z}+z=3-4i$. Tính giá trị của biểu thức $S=3x-2y$.

- A. $S=-12$ B. $S=-11$ C. $S=-13$ D. $S=-10$

Câu 90. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz+(1-i)\bar{z}=-2i$ bằng

- A. 6 B. -2 C. 2 D. -6

Câu 91. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho $a, b \in \mathbb{R}$ và thỏa mãn $(a+bi)i-2a=1+3i$, với i là đơn vị ảo. Giá trị $a-b$ bằng

A. 4 B. -10 C. -4 D. 10

Câu 92. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$

A. $P = 1$. B. $P = -\frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -1$

Câu 93. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm số phức z biết $4z + 5\bar{z} = 27 - 7i$.

A. $z = -3 + 7i$. B. $z = -3 - 7i$. C. $z = 3 - 7i$. D. $z = 3 + 7i$.

Câu 94. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4 + i$. Mô đun của số phức $w = (z+1)\bar{z}$ bằng.

A. 2. B. $\sqrt{10}$. C. $\sqrt{5}$. D. 4.

Câu 95. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Tìm các số thực a, b thỏa mãn $(a-2b) + (a+b+4)i = (2a+b) + 2bi$ với i là đơn vị ảo.

A. $a = -3, b = 1$. B. $a = 3, b = -1$. C. $a = -3, b = -1$. D. $a = 3, b = 1$.

Câu 96. Cho hai số phức $z_1 = m+1-2i$ và $z_2 = 2-(m+1)i$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để $z_1 \cdot z_2 - 8 + 8i$ là một số thực.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 97. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm mô đun của số phức z biết $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$.

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 98. (TT THANH TƯỜNG NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tính mô đun của số phức z thỏa mãn $z(1+2i) + \bar{z}(1-i) + 4 - i = 0$ với i là đơn vị ảo.

A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 99. (CHUYÊN TRẦN ĐẠI NGHĨA - TPHCM - HK2 - 2018) Tìm số phức z thỏa mãn $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$.

A. $z = -2 + i$. B. $z = -2 - i$. C. $z = 2 - i$. D. $2 + i$.

Dạng 4.2 Điều kiện cho trước chứa yếu tố mô đun

Câu 100. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 4 B. 0 C. 2 D. 3

Câu 101. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i = |z|$. Tính $S = 4a + b$.

A. $S = -4$ B. $S = 2$ C. $S = -2$ D. $S = 4$

Câu 102. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1+i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$.

A. $P = -1$ B. $P = -5$ C. $P = 3$ D. $P = 7$

A. 0 B. 2 C. 4 D. 3

A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

A. 1 B. 4 C. 2 D. 3

A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

A. $|z| = 17$ B. $|z| = \sqrt{17}$ C. $|z| = \sqrt{10}$ D. $|z| = 10$

A. 0 B. 2 C. Vô số D. 1

A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

A. 3 B. 4 C. 2 D. 0

A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. $3\sqrt{6}$. D. 8.

A. $|w| = \sqrt{445}$. B. $|w| = \sqrt{425}$. C. $|w| = \sqrt{37}$. D. $|w| = \sqrt{457}$.

A. $T=2$. B. $T=3$. C. $T=1$. D. $T=-1$.

A. 4 B. 3 C. 2 D. 6

Câu 114. (ĐỀ 01 ĐỀ PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Có bao nhiêu số phức

z thỏa $|z+1-2i| = |\bar{z}+3+4i|$ và $\frac{z-2i}{z+i}$ là một số thuần ảo

- A. 0. B. Vô số. C. 1. D. 2.

Câu 115. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-(2+i)| = \sqrt{10}$ và $z\bar{z} = 25$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 116. (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn

$$|z-1|^2 + |z-\bar{z}|i + (z+\bar{z})i^{2019} = 1?$$

- A. 4 B. C. 1 D. 3

Câu 117. (ĐỀ THI THỬ VTED 02 NĂM HỌC 2018 - 2019) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn

$$|z|^2 = |z+\bar{z}| + |z-\bar{z}| \text{ và } z^2 \text{ là số thuần ảo}$$

- A. 4 B. 2 C. 3 D. 5

Câu 118. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3 + 2i|z|^2 = 0$.

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 6

Câu 119. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Cho số phức $z = a+bi$

$(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-3| = |z-1|$ và $(z+2)(\bar{z}-i)$ là số thực. Tính $a+b$.

- A. -2. B. 0. C. 2. D. 4.

Câu 120. (CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH YÊN BÁI LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho số phức $z = a+bi$

$(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+3i - |z|i = 0$. Tính $S = 2a+3b$.

- A. $S = -6$. B. $S = 6$. C. $S = -5$. D. $S = 5$.

Câu 121. (THPT NĂM 2018-2019 LẦN 04) Cho ba số phức $z_1; z_2; z_3$ thỏa mãn
$$\begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 = 0 \\ |z_1| = |z_2| = |z_3| = \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

Tính

$$A = |z_1 + z_2|^2 + |z_2 + z_3|^2 + |z_3 + z_1|^2$$

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 122. (THPT CHUYÊN HẠ LONG - LẦN 2 - 2018) Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn

$$|z+2+5i| = 5 \text{ và } z\bar{z} = 82. \text{ Tính giá trị của biểu thức } P = a+b.$$

- A. 10. B. -8. C. -35. D. -7.

Câu 123. (SGD&ĐT ĐỒNG THÁP - 2018) Cho M là tập hợp các số phức z thỏa $|2z-i| = |2+iz|$. Gọi z_1

, z_2 là hai số phức thuộc tập hợp M sao cho $|z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$.

- A. $P = \sqrt{3}$. B. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $P = \sqrt{2}$. D. $P = 2$.

Câu 124. (THPT CHUYÊN QUANG TRUNG - BP - LẦN 1 - 2018) Cho số phức z thỏa mãn $\frac{1+i}{z}$ là số thực và $|z-2|=m$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi m_0 là một giá trị của m để có đúng một số phức thỏa mãn bài toán. Khi đó:

- A. $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $m_0 \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$. D. $m_0 \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 125. (THPT CHUYÊN QUANG TRUNG - BP - LẦN 1 - 2018) Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z-m|=6$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .

- A. 10. B. 0. C. 16. D. 8.

Câu 126. (SGD&ĐT CẦN THƠ - HKII - 2018) Cho số phức z thỏa mãn $z-4=(1+i)|z|-(4+3z)i$. Môđun của số phức z bằng

- A. 2. B. 1. C. 16. D. 4.

Câu 127. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG - TPHCM - 2018) Cho số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa $z\bar{z}-12|z|+(z-\bar{z})=13-10i$. Tính $S=a+b$.

- A. $S=-17$. B. $S=5$. C. $S=7$. D. $S=17$.

Câu 128. (HỒNG LĨNH - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018) Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{iz-(3i+1)\bar{z}}{1+i}=|z|^2$. Số phức $w=\frac{13}{3}iz$ có môđun bằng

- A. 26. B. $\sqrt{26}$. C. $\frac{3\sqrt{26}}{2}$. D. 13.

Câu 129. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ - THÁNG 4 - 2018) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=1, |z_2|=2$ và $|z_1+z_2|=3$. Giá trị của $|z_1-z_2|$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. một giá trị khác.

Câu 130. [HỒNG LĨNH - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018] Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{iz-(3i+1)\bar{z}}{1+i}=|z|^2$. Số phức $w=\frac{13}{3}iz$ có môđun bằng

- A. 26. B. $\sqrt{26}$. C. $\frac{3\sqrt{26}}{2}$. D. 13.

Câu 131. (THPT CHUYÊN NGUYỄN THỊ MINH KHAI - SÓC TRĂNG - 2018) Cho số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z+7+i-|z|(2+i)=0$ và $|z|<3$. Tính $P=a+b$.

- A. 5. B. $-\frac{1}{2}$. C. 7. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 132. (THCS&THPT NGUYỄN KHUYẾN - BÌNH DƯƠNG - 2018) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn: $|z_1|=2\sqrt{3}, |z_2|=3\sqrt{2}$. Hãy tính giá trị biểu thức $P=|z_1-z_2|^2+|z_1+z_2|^2$.

- A. $P=60$. B. $P=20\sqrt{3}$. C. $P=30\sqrt{2}$. D. $P=50$.

Câu 133. (HỒNG LĨNH - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018) Cho số phức $w = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|w^2 + 4| = 2|w|$. Đặt $P = 8(x^2 - y^2) + 12$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $P = -(|w|^2 - 2)^2$. B. $P = -(|w|^2 - 2)^2$. C. $P = -(|w| - 4)^2$. D. $P = -(|w|^2 - 4)^2$.

Phần B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Dạng 1. Xác định các yếu tố cơ bản của số phức

Dạng 1.1 Xác định phần thực, phần ảo của số phức

Câu 1. Chọn C

Câu 2. Chọn D

Số phức $5 + 6i$ có phần thực bằng 5, phần ảo bằng 6.

Câu 3. Chọn A

Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là: $z = 3 + 4i$.

Câu 4. Chọn B

Số phức $3 - 2\sqrt{2}i$ có phần thực là $a = 3$ và phần ảo là $b = -2\sqrt{2}$.

Câu 5. Chọn A

Câu 6. Chọn D

Số phức z được gọi là số thuần ảo nếu phần thực của nó bằng 0.

Câu 7. Chọn A

Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực $a = 2$.

Câu 8. Số phức $z = 3 - 4i$ có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

Câu 9.

Lời giải

Chọn B

$z = 3 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 + 2i$. Vậy phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

Dạng 1.2 Xác định số phức liên hợp, số phức đối, môđun của số phức

Câu 10. Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là số phức $\bar{z} = a - bi$ từ đó suy ra chọn đáp án B.

Câu 11. Chọn B

Theo định nghĩa số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ là số phức $z = a - bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Câu 12. Chọn A

Ta có $|z| = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}$.

Câu 13.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là $5 + 3i$

Câu 14. Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $a + bi$ là số phức $a - bi$.

Vậy số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là số phức $3 + 4i$.

Câu 15. $z = 3 + 2i \Leftrightarrow \bar{z} = 3 - 2i$. Nên số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .

Câu 21 [2D4-1.1-1] Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$. B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .

C. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$. D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2. $\bar{z} = 3 + 2i$.

Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 16. Số phức đối của z là $-z$. Suy ra $-z = -5 - 7i$.

Câu 17. Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là số phức $\bar{z} = a - bi$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$ là số phức $\bar{z} = x - yi$. Do đó số phức liên hợp của số phức $z = 5 + 6i$ là $\bar{z} = 5 - 6i$.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Dạng 2. Biểu diễn hình học cơ bản của số phức

Câu 20. Chọn D

Theo hình vẽ $M(-2;1) \Rightarrow z = -2 + i$

Câu 21. Chọn C

Ta có điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$ trên hệ trục tọa độ Oxy là điểm $Q(-1;2)$

Câu 22. Chọn C

Điểm $M(-2;1)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1 = -2 + i$

Câu 23. Chọn B

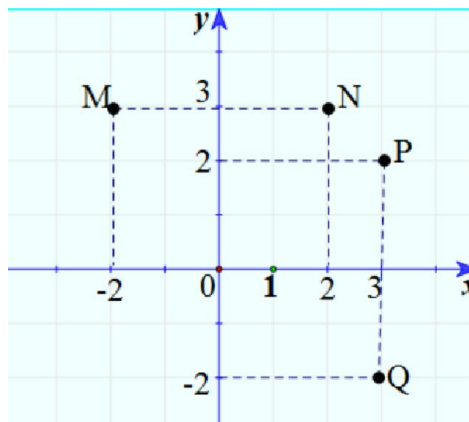
Nhắc lại: Trên mặt phẳng phức, số phức $z = x + yi$ được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$.

Điểm M trong hệ trục Oxy có hoành độ $x = 3$ và tung độ $y = -4$.

Vậy số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

Câu 24. Điểm $M(2;1)$ trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + i$ suy ra $\bar{z} = 2 - i$.

Câu 25.



Lời giải

Chọn D.

Câu 26. Điểm biểu diễn hình học của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là $(a; b)$.

Với $z = 2 - 3i$ ta có $a = 2$ và $b = -3$. Do đó điểm biểu diễn tương ứng là $N(2; -3)$.

Câu 27. Tọa độ điểm $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 2i$.

Câu 28. Điểm $M(-2;3)$ biểu thị cho số phức $z = -2 + 3i$.

Câu 29. Tọa độ điểm $M(-3;5) \Rightarrow z = -3 + 5i \Rightarrow \bar{z} = -3 - 5i$.

Câu 30. Điểm $M(2;-1)$ nên nó biểu diễn cho số phức $z = 2 - i$.

Câu 31. Chọn C

$M(1;-2)$ là điểm biểu diễn cho số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -2 , tức là $1 - 2i$.

- Câu 32.** Điểm biểu diễn của số phức $z = a + bi$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(a; b)$
Điểm biểu diễn của số phức $-z = -a - bi$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $N(-a; -b)$
Do đó: điểm biểu diễn của hai số phức đối nhau là hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ
- Câu 33.** Số phức liên hợp của số phức $z = -3i + 2$ là $\bar{z} = 2 + 3i$. Điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là $N(2; 3)$.
Vậy điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = -3i + 2$ là N .
- Câu 34.** Điểm $M(2; 1)$ trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + i$ suy ra $\bar{z} = 2 - i$.
- Câu 35.** Ta có: $A(3; -7), B(9; -5), C(-5; 9)$
Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{7}{3}; -1\right)$
Vậy trọng tâm G là điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{7}{3} - i$.

Dạng 3. Thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia cơ bản của số phức

Dạng 3.1 Phép tính cộng trừ 2 số phức

- Câu 36.** Chọn B
Ta có $2z_1 + z_2 = 5 - i$. Nên ta chọn A.
- Câu 37.** Chọn C
Ta có $z_1 + 2z_2 = (1 + i) + 2(2 + i) = 5 + 3i$.
Do đó điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có tọa độ là $(5; 3)$.
- Câu 38.** Chọn C
 $z = 5 - 7i + 2 + 3i = 7 - 4i$.
- Câu 39.** Chọn D
 $z_1 + z_2 = 1 + i + (2 - 3i) = 3 - 2i$ nên ta có: $|z_1 + z_2| = |3 - 2i| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$.
- Câu 40.** Chọn A
Ta có $z = z_1 - z_2 = (4 - 3i) - (7 + 3i) = -3 - 6i$.
- Câu 41.** Chọn B
 $z = z_1 + z_2 = -2 - i$.

Câu 42.

Lời giải

Chọn D

$$z + 2 - 3i = 3 - 2i \Leftrightarrow z = 3 - 2i - 2 + 3i = 1 + i.$$

Câu 43. Chọn B

$$\text{Ta có } z = z_1 - z_2 = 3 + 2i \Rightarrow b = 2$$

Câu 44. Ta có $z_1 + z_2 = 1 + i + 2 - 3i = 3 - 2i \Rightarrow |z_1 + z_2| = |3 - 2i| = \sqrt{13}$.

Câu 45. Từ hình bên ta có tọa độ $M(3; 2)$ biểu diễn số phức $z_1 = 3 + 2i$.

Tọa độ $N(1; -4)$ biểu diễn $z_2 = 1 - 4i$.

$$\text{Ta có } z_1 + z_2 = 4 - 2i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{(4)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{5}.$$

Dạng 3.2 Phép tính nhân, chia 2 số phức

Câu 46. Chọn A

$$\text{Ta có } w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + (2 - 5i) = 2i - 5 + 2 - 5i = -3 - 3i$$

Câu 47. Chọn A

$$\bar{z} = (4-3i)(1+i) = 7+i \Rightarrow z = 7-i \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$$

Câu 48. Chọn C

Ta có: $z = 1-i+i^3 = 1-i+i^2 \cdot i = 1-i-i = 1-2i$ (vì $i^2 = -1$)
Suy ra phần thực của z là $a=1$, phần ảo của z là $b=-2$.

Câu 49. Chọn B

$$w = iz = i(1-2i) = 2+i$$

Câu 50. Chọn B

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Điểm biểu diễn của z là điểm $M(a; b)$
 $\Rightarrow 2z = 2a+2bi$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng Oxy là $M_1(2a; 2b)$.
Ta có $\overrightarrow{OM_1} = 2\overrightarrow{OM}$ suy ra $M_1 \equiv E$.

Câu 51. Chọn D

$$3z_1 + z_2 = 3(1-i) + (1+2i) = 4-i. \text{ Suy ra: Tọa độ điểm biểu diễn là: } (4; -1).$$

Câu 52. Chọn A

Ta có: $2z_1 + z_2 = -4+2i+1+i = -3+3i$.
Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là $(-3; 3)$.

Câu 53. Chọn B

$$z = i(3i+1) = -3+i \text{ nên suy ra } \bar{z} = -3-i.$$

Câu 54. Vì $z(1+2i) = 4-3i$ nên $z = \frac{4-3i}{1+2i} = \frac{(4-3i)(1-2i)}{1^2+2^2} = \frac{-2-11i}{5} = -\frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$.
Vậy nên $\bar{z} = -\frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Câu 55. $z(1+i) = 3-5i \Leftrightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} = -1-4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$.

Câu 56. Cách 1:

$$\text{Ta có } z = (1-2i)^2 = 1-4i+4i^2 = -3-4i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{-3-4i} = -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i.$$

$$\text{Do đó } \left| \frac{1}{z} \right| = \sqrt{\left(-\frac{3}{25}\right)^2 + \left(\frac{4}{25}\right)^2} = \frac{1}{5}.$$

Câu 57. Chọn B

Ta có: $z = (1-i)^2(1+2i) = (1-2i+i^2)(1+2i) = -2i(1+2i) = -2i-4i^2 = 4-2i$.
Suy ra số phức z có phần ảo là: -2 .

Câu 58. Chọn A

$$\text{Ta có } z = 1 - \frac{1}{3}i \Rightarrow \bar{z} = 1 + \frac{1}{3}i$$

$$\text{Khi đó: } w = i\bar{z} + 3z = i\left(1 + \frac{1}{3}i\right) + 3\left(1 - \frac{1}{3}i\right) = \frac{8}{3}$$

Câu 59. Chọn A

$$\text{Ta có: } w = iz = i(-2+i) = -1-2i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức $w = iz$ là điểm $M(-1; -2)$.

Câu 60. Chọn B

$$\text{Ta có } z = 1 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 - 2i$$

$$w = 2z + \bar{z} = 2(1 + 2i) + 1 - 2i = 3 + 2i$$

Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức w là 5

Câu 61. Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

$$\frac{z}{\bar{z}} = \frac{a + bi}{a - bi} = \frac{(a + bi)^2}{(a - bi)(a + bi)} = \frac{(a^2 - b^2) + 2abi}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} + \frac{2ab}{a^2 + b^2}i \text{ chỉ là số thuần ảo}$$

$$\Leftrightarrow a = \pm b.$$

Câu 62. Ta có $2z_1 + 3z_2 - z_1z_2 = 2(1 + 2i) + 3(3 - 4i) - (1 + 2i)(3 - 4i) = 11 - 8i - (11 + 2i) = -10i$.

Câu 63. Ta có $(1 + i)\bar{z} = 3 - 5i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{3 - 5i}{1 + i} \Leftrightarrow \bar{z} = -1 - 4i$.

Suy ra $z = -1 + 4i$. Vậy $M(-1; 4)$.

Câu 64. $(1 + 3i)z - 5 = 7i \Leftrightarrow z = \frac{5 + 7i}{1 + 3i} \Leftrightarrow z = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Câu 65. Cách 1: Phương pháp lượng giác

$$\text{Xét số phức } z_1 = 1 + i = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \right) = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{Ta có số phức } z = z_1^{2019} = (1 + i)^{2019} = \sqrt{2}^{2019} \left(\cos \frac{2019\pi}{4} + i \sin \frac{2019\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2}^{2019} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) = \sqrt{2}^{2019} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) = -2^{1009} + 2^{1009}i$$

Phần thực của z bằng -2^{1009} .

Cách 2:

$$\text{Ta có } z = (1 + i)^{2019} = \frac{(1 + i)^{2020}}{1 + i} = \frac{(-4)^{505}}{(1 + i)} = (-4)^{505} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \right) = -2^{1009} + 2^{1009}i$$

Phần thực của z bằng -2^{1009} .

Câu 66. Ta có $z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i} = \frac{(8 - 3) - (2 + 12)i}{3 + 2i} = \frac{5 - 14i}{3 + 2i} = \frac{(5 - 14i)(3 - 2i)}{(3 + 2i)(3 - 2i)}$

$$= \frac{(15 - 28) - (10 + 42)i}{9 + 4} = \frac{-13 - 52i}{13} = -1 - 4i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng Oxy là $M(-1; -4)$.

Câu 67. Ta có $\bar{z}_2 = 3 + 5i \Rightarrow \bar{z}_2^2 = -16 + 30i \Rightarrow w = z_1 \cdot \bar{z}_2^2 = (2 + 4i)(-16 + 30i) = -152 - 4i$.

Vậy phần thực của w là -152 .

Câu 68. Chọn C

$$\text{Ta có } z = \frac{4 + i - (2 - i)^2}{3 + 2i} = 1 + i \text{ nên } M(1; 1).$$

Câu 69. Chọn A

$$\text{Ta có } z = \frac{4 - 3i}{(1 - \sqrt{3}i)^2} \Rightarrow |z| = \frac{|4 - 3i|}{|1 - \sqrt{3}i|^2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 70. $z = (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{2018}$

$$= (1+i) \frac{(1+i)^{2018} - 1}{(1+i) - 1} = (1+i) \frac{2^{1009}i - 1}{i}$$

$$= (1+i)(2^{1009} + i) = 2^{1009} - 1 + (2^{1009} + 1)i.$$

$$\Rightarrow z \text{ có phần ảo bằng } 2^{1009} + 1.$$

Câu 71. $z = \frac{m+2i}{m-2i} = \frac{(m+2i)(m+2i)}{m^2+4} = \frac{m^2-4}{m^2+4} + \frac{4m}{m^2+4}i.$

Vì z có phần thực dương $\Rightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}.$

Câu 72. Ta có: $z = \frac{3+i}{x+i} = \frac{(3+i)(x-i)}{(x+i)(x-i)} = \frac{3x-3i+xi+1}{x^2+1} = \frac{3x+1}{x^2+1} + \frac{(x-3)i}{x^2+1}.$

Suy ra tổng phần thực và phần ảo của số phức z là: $\frac{3x+1}{x^2+1} + \frac{x-3}{x^2+1} = \frac{4x-2}{x^2+1}.$

Câu 73. $w = i(1+2i+3i^2+\dots+2018i^{2017})$

Xét $f(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2018} = x \frac{x^{2018} - 1}{x - 1} = \frac{x^{2019} - x}{x - 1}$

$$f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + 2018x^{2017} = \frac{(2019x^{2018} - 1)(x-1) - (x^{2019} - x)}{(x-1)^2}$$

$$w = i(1+2i+3i^2+\dots+2018i^{2017}) = i.f(i) = i \frac{(2019i^{2018} - 1)(i-1) - (i^{2019} - i)}{(i-1)^2}$$

$$= i \frac{-2020(i-1) + 2i}{-2i} = -1010 + 1009i$$

$$T = -1010 + 1009 = -1.$$

Dạng 4. Tìm số phức thỏa mãn điều kiện cho trước

Dạng 4.1 Điều kiện cho trước không chứa yếu tố môđun

Câu 74. Chọn D

$$(2x-3yi) + (3-i) = 5x-4i \Leftrightarrow (2x+3) - (3y+1)i = 5x-4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3=5x \\ 3y+1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

Câu 75. Chọn C

$$\text{Từ } x^2 - 1 + yi = -1 + 2i \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 76. Chọn C

$$\text{Ta có } (2x-3yi) + (1-3i) = x+6i \Leftrightarrow x+1 + (-3y-9)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ -3y-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}.$$

Câu 77. Chọn A

Gọi $z = x + yi$.

$$(2-i)z + 3 + 16i = 2(\bar{z} + i)$$

$$\Leftrightarrow (2-i)(x+yi) + 3 + 16i = 2(x-yi+i)$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2yi - xi + y + 3 + 16i = 2x - 2yi + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y + 3 = 2x \\ 2y - x + 16 = -2y + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+3=0 \\ -x+4y=-14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$$

Suy ra $z = 2 - 3i$. Vậy $|z| = \sqrt{13}$.

Câu 78. Chọn A

Gọi $z = a + bi$; $\bar{z} = a - bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có:

$$(2+i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i$$

$$\Leftrightarrow (2+i)(a+bi) - 4(a-bi-i) = -8 + 19i$$

$$\Leftrightarrow -2a - b + (a + 6b + 4) = -8 + 19i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a - b = -8 \\ a + 6b + 4 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy $z = 3 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}$.

Câu 79. Chọn C

Ta có: $(3x + 2yi) + (2 + i) = 2x - 3i$

$$\Leftrightarrow 3x + 2 + (2y + 1)i = 2x - 3i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 = 2x \\ 2y + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}.$$

Câu 80. Chọn B

$$2a + (b+i)i = 1 + 2i \Leftrightarrow 2a + bi + i^2 = 1 + 2i$$

$$\Leftrightarrow (2a - 1) + bi = 1 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 1 = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Câu 81. Chọn A

$$(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i \Leftrightarrow 2x - 4 + (4 - y)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ 4 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Câu 82. Chọn B

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Theo đề ta có

$$3(a - bi - i) - (2 + 3i)(a + bi) = 7 - 16i \Leftrightarrow 3a - 3bi - 3i - 2a - 2bi - 3ai + 3b = 7 - 16i$$

$$\Leftrightarrow (a + 3b) + (-3a - 5b - 3) = 7 - 16i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 7 \\ -3a - 5b - 3 = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 7 \\ -3a - 5b = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy $|z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Câu 83. Chọn D

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$3(\bar{z} + i) - (2 - i)z = 3 + 10i$$

$$\Leftrightarrow 3(x - yi + i) - (2 - i)(x + yi) = 3 + 10i$$

$$\Leftrightarrow x - y + (x - 5y + 3)i = 3 + 10i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ x - 5y + 3 = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$z = 2 - i$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{5}$$

Câu 84. Ta có: $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = -1 + 6i \Leftrightarrow 2x + 1 - (3y + 3)i = -1 + 6i$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 2x + 1 = -1 \\ -3y - 3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}.$$

Câu 85. Chọn B

$$\text{Từ } (2x - 3yi) + (3 - i) = 5x - 4i \Leftrightarrow (2x + 3) - (3y + 1)i = 5x - 4i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = 5 \\ 3y + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \text{ Vậy } x = 1, y = 1.$$

Câu 86. Ta có $(3x - 2) + (2y + 1)i = (x + 1) - (y - 5)i \Leftrightarrow (3x - 2) + (2y + 1)i = (x + 1) + (5 - y)i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 = x + 1 \\ 2y + 1 = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Câu 87. Ta có

$$(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i \Leftrightarrow (1 + i)(a + bi) + 2(a - bi) = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow 3a - b + (a + b)i = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 3 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = a + b = -1.$$

Câu 88. $(2 + 3i)z + 4 - 3i = 13 + 4i \Leftrightarrow (2 + 3i)z = 9 + 7i \Leftrightarrow z = \frac{9 + 7i}{2 + 3i}$

$$\Leftrightarrow z = \frac{(9 + 7i)(2 - 3i)}{4 + 9} \Leftrightarrow z = \frac{39 - 13i}{13} \Leftrightarrow z = 3 - i.$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}.$$

Câu 89. Có $(1 + 2i)\bar{z} + z = 3 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 3 \\ 2x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -\frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow S = -13.$

Câu 90. Chọn A

Giả sử số phức z có dạng: $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $iz + (1-i)\bar{z} = -2i \Leftrightarrow i(x + yi) + (1-i)(x - yi) = -2i \Leftrightarrow x - 2y - yi = -2i$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 \\ -y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow x + y = 6.$$

Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng 6.

Câu 91. Chọn D

$$\text{Ta có } (a + bi)i - 2a = 1 + 3i \Leftrightarrow -b - 2a + ai = 1 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} -b - 2a = 1 \\ a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -7 \end{cases}$$

Vậy $a - b = 10$.

Câu 92. $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + 2(a-bi) = 3 + 2i \Leftrightarrow (3a-b) + (a-b)i = 3 + 2i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 3 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Suy ra: } P = a + b = -1.$$

Câu 93. Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), khi đó $4(a+bi) + 5(a-bi) = 27 - 7i \Leftrightarrow 9a - bi = 27 - 7i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9a = 27 \\ -b = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow z = 3 + 7i.$$

Câu 94. Ta có: $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4 + i \Leftrightarrow (3+2i)z = 1 + 5i \Leftrightarrow z = 1 + i$.

Do đó: $w = (z+1)\bar{z} = z\bar{z} + \bar{z} = (1+i)(1-i) + 1-i = 2 + 1-i = 3-i$.

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{3^2 + 1} = \sqrt{10}.$$

Câu 95. Ta có: $(a-2b) + (a+b+4)i = (2a+b) + 2bi$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 2a + b \\ a + b + 4 = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 0 \\ a - b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases}.$$

Câu 96. Ta có: $z_1 \cdot z_2 - 8 + 8i = (m+1-2i)[2-(m+1)i] - 8 + 8i = -8 + (-m^2 - 2m + 3)i$.

$$\text{Để } z_1 \cdot z_2 - 8 + i \text{ là một số thực thì } -m^2 - 2m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}.$$

Vậy có hai giá trị của tham số m để $z_1 \cdot z_2 - 8 + i$ là một số thực.

Câu 97. Chọn B

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$

Do đó $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$

$$\Leftrightarrow (2a+2bi-1)(1+i) + (a-bi+1)(1-i) = 2-2i$$

$$\Leftrightarrow (2a-2b-1) + (2a+2b-1)i + (a-b+1) - (a+b+1)i = 2-2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2a-2b-1) + (a-b+1) = 2 \\ (2a+2b-1) - (a+b+1) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-3b = 2 \\ a+b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 98. Giả sử: $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } z(1+2i) + \bar{z}(1-i) + 4 - i = 0 &\Leftrightarrow (x+yi)(1+2i) + (x-yi)(1-i) + 4 - i = 0 \\ &\Leftrightarrow (2x-3y+4) + (x-1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y+4=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases} \\ &\Rightarrow z = 1+2i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}. \end{aligned}$$

Câu 99. Giả sử $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có:

$$\begin{aligned} z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i &\Leftrightarrow a+bi - (2+3i)(a-bi) = 1-9i \Leftrightarrow -a-3b + (-3a+3b)i = 1-9i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -a-3b=1 \\ -3a+3b=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $z = 2-i$.

Dạng 4.2 Điều kiện cho trước chứa yếu tố môđun

Câu 100. Chọn A

$$\text{Giả sử } z = a+bi \Rightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$$

Vì $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo ta có hệ phương trình

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + (b-1)^2 = 25 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ b^2 + (b-1)^2 = 25 \\ a=-b \\ b^2 + (b-1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=4 \\ a=b=-3 \\ b=-a=4 \\ b=-a=-3 \end{cases}.$$

Câu 101. Chọn A

$$\text{Ta có } z+2+i=|z| \Leftrightarrow (a+2)+(b+1)i = \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 = \sqrt{a^2+b^2} & (1) \\ b+1 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Từ (2) ta có: } b = -1. \text{ Thay vào (1): } \sqrt{a^2+1} = a+2 \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 \geq 0 \\ a^2+1 = (a+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{-3}{4}$$

$$\text{Vậy } S = 4a+b = -4$$

Câu 102. Chọn D

$$\text{Ta có: } z+2+i-|z|(1+i) = 0 \Leftrightarrow a+bi+2+i-\sqrt{a^2+b^2}(1+i) = 0$$

$$\Leftrightarrow a+2-\sqrt{a^2+b^2} + (b+1-\sqrt{a^2+b^2})i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+2-\sqrt{a^2+b^2} = 0 & (1) \\ b+1-\sqrt{a^2+b^2} = 0 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) ta được: $a-b+1=0 \Leftrightarrow b=a+1$. Thế vào (1) ta được:

$$a+2-\sqrt{a^2+(a+1)^2} = 0 \Leftrightarrow a+2 = \sqrt{2a^2+2a+1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a^2+4a+4 = 2a^2+2a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a^2-2a-3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a=3 \quad (tm) \\ a=-1 \quad (tm) \end{cases}$$

Với $a=3 \Rightarrow b=4$; $a=-1 \Rightarrow b=0$.

$$\text{Vì } |z| > 1 \Rightarrow z = 3+4i \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow P = a+b = 3+4 = 7.$$

Câu 103. Chọn D

Gọi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), vì $(z-1)^2 = [(x-1)^2 - y^2] + 2(x-1)yi$ là số thuần ảo nên theo

$$\begin{cases} (x+2)^2 + (y-1)^2 = 8 & (1) \\ (x-1)^2 = y^2 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra: $y = \pm (x-1)$

• Với $y = x-1$, thay vào (1), ta được: $(x+2)^2 + (x-2)^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Suy ra: $z = -i$.

• Với $y = -(x-1)$, thay vào (1), ta được:

$$(x+2)^2 + (-x)^2 = 8 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra: } z = (-1 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})i; \quad z = (-1 - \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3})i$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn.

Câu 104. Chọn B

$$\text{Ta có } |z|(z-5-i) + 2i = (6-i)z \Leftrightarrow (|z|-6+i)z = 5|z| + (|z|-2)i \quad (1)$$

Lấy môđun hai vế của (1) ta có:

$$\sqrt{(|z|-6)^2 + 1} \cdot |z| = \sqrt{25|z|^2 + (|z|-2)^2}$$

Bình phương và rút gọn ta được:

$$|z|^4 - 12|z|^3 + 11|z|^2 + 4|z| - 4 = 0 \Leftrightarrow (|z|-1)(|z|^3 - 11|z|^2 + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 1 \\ |z|^3 - 11|z|^2 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 1 \\ |z| = 10,9667... \\ |z| = 0,62... \\ |z| = -0,587... \end{cases}$$

Do $|z| \geq 0$, nên ta có $|z| = 1, |z| = 10,9667..., |z| = 0,62...$. Thay vào (1) ta có 3 số phức thỏa mãn đề bài.

Câu 105. Chọn D

Đặt $|z| = a \geq 0, a \in \mathbb{R}$, khi đó ta có

$$|z|(z-6-i) + 2i = (7-i)z \Leftrightarrow a(z-6-i) + 2i = (7-i)z \Leftrightarrow (a-7+i)z = 6a + ai - 2i$$

$$\Leftrightarrow (a-7+i)z = 6a + (a-2)i \Leftrightarrow |(a-7+i)z| = |6a + (a-2)i|$$

$$\Leftrightarrow [(a-7)^2 + 1]a^2 = 36a^2 + (a-2)^2 \Leftrightarrow a^4 - 14a^3 + 13a^2 + 4a - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-1)(a^3 - 13a^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a^3 - 12a^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

Xét hàm số $f(a) = a^3 - 13a^2$ ($a \geq 0$), có bảng biến thiên là

a	0	$\frac{26}{3}$	$+\infty$
$f'(a)$	-	0	+
f	0	$-\frac{8788}{27}$	$+\infty$

Đường thẳng $y = -4$ cắt đồ thị hàm số $f(a)$ tại hai điểm nên phương trình $a^3 - 12a^2 + 4 = 0$ có hai nghiệm khác 1 (do $f(1) \neq 0$). Mỗi giá trị của a cho ta một số phức z .

Vậy có 3 số phức thỏa mãn điều kiện.

Câu 106. Chọn B

$$|z|(z - 3 - i) + 2i = (4 - i)z \Leftrightarrow (|z| - 4 + i)z = 3|z| + (|z| - 2)i \quad (*)$$

$$\Rightarrow \sqrt{(|z| - 4)^2 + 1} \cdot |z| = \sqrt{9|z|^2 + (|z| - 2)^2} \quad (1).$$

$$\text{Đặt } m = |z| \geq 0 \text{ ta có } (1) \Leftrightarrow ((m - 4)^2 + 1) \cdot m^2 = 9m^2 + (m - 2)^2 \Leftrightarrow m^4 - 8m^3 + 7m^2 + 4m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)(m^3 - 7m^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m^3 - 7m^2 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \approx 6,91638 \\ m \approx 0,80344 \\ m \approx -0,71982 \end{cases} \quad (L)$$

Từ (*) ta suy ra ứng với mỗi $|z| = m$ sẽ có một số phức $z = \frac{3m + (m - 2)i}{m - 4 + i}$ thỏa mãn đề bài.

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 107. Chọn C

Đặt $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} (x + 3)^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y - 2)^2 = (x - 2)^2 + (y - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x + 3)^2 + y^2 = 25 \\ -4x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 9 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pm 3 \\ x = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } |z| = \sqrt{10}$$

Câu 108. Chọn B

Gọi số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$

$$\text{Ta có } |z + 3i| = \sqrt{13} \Leftrightarrow |a + bi + 3i| = \sqrt{13} \Leftrightarrow a^2 + (b + 3)^2 = 13$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 6b - 4 = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4 - 6b \quad (1)$$

$$\frac{z}{z + 2} = 1 - \frac{2}{z + 2} = 1 - \frac{2}{a + 2 + bi} = 1 - \frac{2(a + 2 - bi)}{(a + 2)^2 + b^2}.$$

$$= \frac{(a + 2)^2 + b^2 - 2a - 4}{(a + 2)^2 + b^2} + \frac{2b}{(a + 2)^2 + b^2}i = \frac{a^2 + b^2 + 2a}{(a + 2)^2 + b^2} + \frac{2b}{(a + 2)^2 + b^2}i$$

$$\text{Do } \frac{z}{z + 2} \text{ là số thuần ảo nên } \frac{a^2 + b^2 + 2a}{(a + 2)^2 + b^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 2a = 0 \quad (2) \\ a \neq -2 \\ b \neq 0 \end{cases}$$

Thay (1) vào (2) ta có $4 - 6b + 2a = 0 \Leftrightarrow a = 3b - 2$ thay vào (1) ta có

$$(3b - 2)^2 + b^2 - 4 + 6b = 0 \Leftrightarrow 10b^2 - 6b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \quad (L) \\ b = \frac{3}{5} \Rightarrow a = \frac{-1}{5} \end{cases}$$

Vậy có một số phức cần tìm.

Câu 109. Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}; i^2 = -1$).

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} |x^2 + y^2 + x + yi| = 2 \\ \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |4 + x + yi| = 2 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (4+x)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy có 1 số phức thỏa yêu cầu bài toán là $z = -2$.

Câu 110. Chọn B

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$)

Ta có

$$\begin{cases} |z + i\sqrt{5}| + |z - i\sqrt{5}| = 6 \\ |z| = \sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + (b + \sqrt{5})^2} + \sqrt{a^2 + (b - \sqrt{5})^2} = 6 \\ \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 36a^2 + 16b^2 = 144 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{16}{5} \\ b^2 = \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm \frac{4}{\sqrt{5}} \\ b = \pm \frac{3}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn.

Câu 111. Giả sử $z_1 = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$); $z_2 = c + di$, ($c, d \in \mathbb{R}$).

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} |z_1| = 2 \\ |z_2| = 2 \\ |z_1 + 2z_2| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ c^2 + d^2 = 4 \\ (a + 2c)^2 + (b + 2d)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ c^2 + d^2 = 4 \\ a^2 + b^2 + 4(c^2 + d^2) + 4(ac + bd) = 16 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được $ac + bd = -1$ (4).

$$\text{Ta có } |2z_1 - z_2| = \sqrt{(2a - c)^2 + (2b - d)^2} = \sqrt{4(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) - 4(ac + bd)} \quad (5).$$

Thay (1), (2), (4) vào (5) ta có $|2z_1 - z_2| = 2\sqrt{6}$.

Câu 19 [2D4-1.6-2] Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Môđun của số phức $w = 1 - z + z^2$ bằng

A. $|w| = \sqrt{445}$. B. $|w| = \sqrt{425}$. C. $|w| = \sqrt{37}$. D. $|w| = \sqrt{457}$ Đặt $z = a + bi$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Khi đó: } |z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - 2a + 2bi = -7 + 3i + a + bi$$

$$(\sqrt{a^2 + b^2} - 3a + 7) + (b - 3)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = \frac{5}{4} \quad (a \geq \frac{7}{3}) \\ b = 3 \\ a = 4 \end{cases}$$

$$\text{Do } a \in \mathbb{Z} \text{ nên } a = 4 \Rightarrow z = 4 + 3i \Rightarrow w = 4 + 21i \Rightarrow |w| = \sqrt{457}$$

Câu 112. $|z - 4| + |z - 2i| = \sqrt{5}(1 + i) \Leftrightarrow |a + bi - 4| + |a + bi - 2i| = \sqrt{5}(1 + i)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |a-4+bi| = \sqrt{5} & (1) \\ |a+(b-2)i| = \sqrt{5} & (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2), ta có $|a-4+bi| = |a+(b-2)i| \Leftrightarrow (a-4)^2 + b^2 = a^2 + (b-2)^2 \Rightarrow b = 2a-3$.

Kết hợp với (1), ta được: $\begin{cases} (a-4)^2 + b^2 = 5 \\ b = 2a-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

Vậy $T = a + b = 3$.

Câu 113. Chọn A

$$z^3 + 2i|z|^2 = 0 \Leftrightarrow z^3 + 2iz\bar{z} = 0 \Leftrightarrow z(z^2 + 2i\bar{z}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z^2 + 2i\bar{z} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Gọi $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thay vào (2) có:

$$x^2 - y^2 + 2y + 2x(y+1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 0 \\ 2x(y+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 0 \\ x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -y^2 + 2y = 0 \\ y = -1 \\ x^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 0 \\ \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = 2i \\ z = -\sqrt{3} - i \\ z = \sqrt{3} - i \end{cases}$$

Vậy phương trình có 4 nghiệm

Câu 114. Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Theo bài ra ta có

$$|x+1+(y-2)i| = |x+3+(4-y)i|$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = (x+3)^2 + (y-4)^2 \Leftrightarrow y = x+5$$

$$\text{Số phức } w = \frac{z-2i}{z+i} = \frac{x+(y-2)i}{x+(1-y)i} = \frac{x^2 - (y-2)(y-1) + x(2y-3)i}{x^2 + (y-1)^2}$$

$$w \text{ là một số ảo khi và chỉ khi } \begin{cases} x^2 - (y-2)(y-1) = 0 \\ x^2 + (y-1)^2 > 0 \\ y = x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{12}{7} \\ y = \frac{23}{7} \end{cases}$$

Vậy $z = -\frac{12}{7} + \frac{23}{7}i$. Vậy chỉ có 1 số phức z thỏa mãn.

Câu 115. Gọi số phức cần tìm là $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } z\bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2 = 25 \quad (1).$$

$$\begin{aligned}
\text{Lại có: } |z - (2 + i)| = \sqrt{10} &\Leftrightarrow |a - 2 + (b - 1)i| = \sqrt{10} \\
&\Leftrightarrow \sqrt{(a - 2)^2 + (b - 1)^2} = \sqrt{10} \\
&\Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b - 1)^2 = 10 \\
&\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 4a - 2b + 5 = 10 \quad (2)
\end{aligned}$$

Thay (1) vào (2) ta được: $25 - 4a - 2b + 5 = 10 \Leftrightarrow b = -2a + 10$.

$$\text{Nên } a^2 + b^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 + (-2a + 10)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 5a^2 - 40a + 75 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn là $z = 5$ và $z = 3 + 4i$.

Câu 116. Chọn D

Gọi $z = a + bi$; $(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

$$\text{Ta có: } |z - 1|^2 = |a + bi - 1|^2 = (a - 1)^2 + b^2, \quad |z - \bar{z}|i = |a + bi - a + bi|i = \sqrt{(2b)^2}i = 2|b|i,$$

$$i^{2019} = -i, \quad (z + \bar{z})i^{2019} = -i(a + bi + a - bi) = -2ai.$$

Suy ra phương trình đã cho tương đương với: $(a - 1)^2 + b^2 + 2|b|i - 2ai = 1$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} (a - 1)^2 + b^2 = 1 \\ 2|b| - 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 2a + b^2 = 0 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2|b|^2 - 2|b| = 0 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| = 0 \\ |b| = 1 \\ a = |b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Câu 117. Gọi số phức $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } |z|^2 = |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| \Leftrightarrow a^2 + b^2 = |2a| + |2bi|$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2|a| + 2|b| \quad (1).$$

Lại có $z^2 = (a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ là số thuần ảo, suy ra $a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow a = \pm b$

Trường hợp 1: $a = b$ thay vào (1) ta được:

$$\Leftrightarrow 2a^2 = 4|a| \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = 0 \\ |a| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ a = b = \pm 2 \end{cases}.$$

Trường hợp 2: $a = -b$ thay vào (1) ta được:

$$\Leftrightarrow 2a^2 = 4|a| \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = 0 \\ |a| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \mp 2 \end{cases}.$$

Vậy có 5 số phức thỏa mãn bài toán là $z = 0$, $z = 2 \pm 2i$, $z = -2 \pm 2i$.

Câu 118. Chọn A

$$z^3 + 2i|z|^2 = 0 \Leftrightarrow z^3 + 2iz\bar{z} = 0 \Leftrightarrow z(z^2 + 2i\bar{z}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z^2 + 2i\bar{z} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Gọi $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thay vào (2) có:

$$x^2 - y^2 + 2y + 2x(y+1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 0 \\ 2x(y+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 0 \\ \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -y^2 + 2y = 0 \\ y = -1 \\ x^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 0 \\ \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = 2i \\ z = -\sqrt{3} - i \\ z = \sqrt{3} - i \end{cases}$$

Vậy phương trình có 4 nghiệm

Câu 119. Ta có $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$+) |z-3| = |z-1| \Leftrightarrow |a-3+bi| = |a-1+bi| \Leftrightarrow \sqrt{(a-3)^2 + b^2} = \sqrt{(a-1)^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + b^2 = (a-1)^2 + b^2 \Leftrightarrow -4a + 8 = 0 \Leftrightarrow a = 2.$$

$$+) (z+2)(\bar{z}-i) = (a+bi+2)(a-bi-i) = [(a+2)+bi][a-(b+1)i]$$

$$= a(a+2) + b(b+1) - (a+2b+2)i.$$

$$(z+2)(\bar{z}-i) \text{ là số thực } \Leftrightarrow a+2b+2 = 0.$$

Thay $a = 2$ tìm được $b = -2$. Vậy $a+b = 0$.

Câu 120. Ta có $z+1+3i-|z|i = 0 \Leftrightarrow (a+1) + (b+3-\sqrt{a^2+b^2})i = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ \sqrt{1+b^2}=b+3 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -3 \\ 1+b^2 = (b+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -3 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow b = -\frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow S = 2a+3b = -6.$$

Câu 121. $z_1 + z_2 + z_3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = -z_3 \\ z_1 + z_3 = -z_2 \\ z_3 + z_2 = -z_1 \end{cases}$

$$A = |z_1 + z_2|^2 + |z_2 + z_3|^2 + |z_3 + z_1|^2 = |-z_3|^2 + |-z_2|^2 + |-z_1|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 = 3 \cdot \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{8}{3}.$$

Câu 122. Theo giả thiết ta có $\begin{cases} \sqrt{(a+2)^2 + (b+5)^2} = 5 \\ a^2 + b^2 = 82 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-5b-43}{2} \quad (1) \\ a^2 + b^2 = 82 \quad (2) \end{cases}$

$$\text{Thay (1) vào (2) ta được } 29b^2 + 430b + 1521 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -9 \\ b = \frac{-169}{29} \end{cases}$$

Vì $b \in \mathbb{Z}$ nên $b = -9 \Rightarrow a = 1$. Do đó $P = a + b = -8$.

Câu 123. Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } |2z - i| = |2 + iz| \Leftrightarrow |2x + (2y - 1)i| = |2 - y + xi| \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1.$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là đường tròn $(O; 1)$

$$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = 1.$$

$$\text{Ta có: } |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \Rightarrow P^2 = 3 \Rightarrow P = \sqrt{3}.$$

Câu 124. Giả sử $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Đặt: } w = \frac{1+i}{z} = \frac{1+i}{a+bi} = \frac{1}{a^2+b^2} [a+b+(a-b)i] = \frac{a+b}{a^2+b^2} + \frac{a-b}{a^2+b^2}i.$$

w là số thực nên: $a = b$ (1).

$$\text{Mặt khác: } |a - 2 + bi| = m \Leftrightarrow (a-2)^2 + b^2 = m^2 \quad (2).$$

$$\text{Thay (1) vào (2) được: } (a-2)^2 + a^2 = m^2 \Leftrightarrow 2a^2 - 4a + 4 - m^2 = 0 \quad (3).$$

Để có đúng một số phức thỏa mãn bài toán thì PT (3) phải có nghiệm a duy nhất.

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 4 - 2(4 - m^2) = 0 \Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \sqrt{2} \in \left(1; \frac{3}{2}\right) \quad (\text{Vì } m \text{ là mô-đun}).$$

Trình bày lại

Giả sử $z = a + bi$, vì $z \neq 0$ nên $a^2 + b^2 > 0$ (*).

$$\text{Đặt: } w = \frac{1+i}{z} = \frac{1+i}{a+bi} = \frac{1}{a^2+b^2} [a+b+(a-b)i] = \frac{a+b}{a^2+b^2} + \frac{a-b}{a^2+b^2}i.$$

w là số thực nên: $a = b$ (1). Kết hợp (*) suy ra $a = b \neq 0$.

$$\text{Mặt khác: } |a - 2 + bi| = m \Leftrightarrow (a-2)^2 + b^2 = m^2 \quad (2). \quad (\text{Vì } m \text{ là mô-đun nên } m \geq 0).$$

$$\text{Thay (1) vào (2) được: } (a-2)^2 + a^2 = m^2 \Leftrightarrow g(a) = 2a^2 - 4a + 4 - m^2 = 0 \quad (3).$$

Để có đúng một số phức thỏa mãn bài toán thì PT (3) phải có nghiệm $a \neq 0$ duy nhất.

Có các khả năng sau :

KN1 : PT (3) có nghiệm kép $a \neq 0$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \Delta' = 0 \\ g(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2 = 0 \\ 4 - m^2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow m = \sqrt{2}.$$

KN2: PT (3) có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $a = 0$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2 > 0 \\ 4 - m^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 2.$$

$$\text{Từ đó suy ra } \exists m_0 = \sqrt{2} \in \left(1; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 125. Cách 1:

$$\text{Gọi } z = x + iy \text{ với } x, y \in \mathbb{R} \text{ ta có } \frac{z}{z-4} = \frac{x+iy}{x-4+iy} = \frac{(x+iy)(x-4-iy)}{(x-4)^2 + y^2} = \frac{x(x-4) + y^2 - 4iy}{(x-4)^2 + y^2}$$

là số thuần ảo khi $x(x-4) + y^2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 = 4$

Mà $|z-m| = 6 \Leftrightarrow (x-m)^2 + y^2 = 36$

Ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-m)^2 + y^2 = 36 \\ (x-2)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4-2m)x = 36-m^2 \\ y^2 = 4-(x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{36-m^2}{4-2m} \\ y^2 = 4 - \left(\frac{36-m^2}{4-2m} - 2 \right)^2 \end{cases}$$

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow 4 - \left(\frac{36-m^2}{4-2m} - 2 \right)^2 = 0 \Leftrightarrow 2 = \frac{36-m^2}{4-2m} - 2 \text{ hoặc } -2 = \frac{36-m^2}{4-2m} - 2$$

$$\Leftrightarrow m = 10 \text{ hoặc } m = -2 \text{ hoặc } m = \pm 6$$

Vậy tổng là $10 - 2 + 6 - 6 = 8$.

Câu 126. Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: $z - 4 = (1+i)|z| - (4+3z)i \Leftrightarrow z(1+3i) - 4 + 4i = (1+i)|z|$

$$\Leftrightarrow (a+bi)(1+3i) - 4 + 4i = (1+i)\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a-3b-4 + (3a+b+4)i = \sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{a^2+b^2}i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-3b-4 = \sqrt{a^2+b^2} \\ 3a+b+4 = \sqrt{a^2+b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-3b-4 = \sqrt{a^2+b^2} \\ a = -2b-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5b-8 = \sqrt{5b^2+16b+16} \\ a = -2b-4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5b-8 \geq 0 \\ 20b^2+64b+48=0 \\ a=-2b-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \leq -\frac{8}{5} \\ \begin{cases} b = -2(N) \\ b = -\frac{6}{5}(L) \end{cases} \\ a = -2b-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = 0 \end{cases}$$

Vậy $|z| = 2$.

Câu 127. Ta có:

$$z\bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 12\sqrt{a^2+b^2} + 2bi = 13 - 10i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 12\sqrt{a^2+b^2} = 13 \\ 2b = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 25 - 12\sqrt{a^2+25} = 13 \\ b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2+25} = 13 \\ \sqrt{a^2+25} = -1(VN) \\ b = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 12 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = -5 \end{cases}, \text{ vì } a > 0.$$

Vậy $S = a + b = 7$.

Câu 128. Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

$$\text{Ta có } \frac{iz - (3i+1)\bar{z}}{1+i} = |z|^2 \Leftrightarrow \frac{i(a+bi) - (3i+1)(a-bi)}{1+i} = a^2 + b^2$$

$$\Leftrightarrow ai - b - 3ai - 3b - a + bi = a^2 + b^2 + a^2i + b^2i$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2 + 2a - b)i + (a^2 + b^2 + 4b + a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 2a - b = 0 \\ a^2 + b^2 + a + 4b = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 26b^2 + 9b = 0 \\ a = 5b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0, a = 0 \\ b = \frac{-9}{26}, a = \frac{-45}{26} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = \frac{-45}{26}i - \frac{9}{26} \end{cases} \Rightarrow z = \frac{-45}{26}i - \frac{9}{26} \text{ (Vi } z \neq 0 \text{)}.$$

$$\text{Với } z = \frac{-45}{26}i - \frac{9}{26} \Rightarrow w = \frac{15}{2} - \frac{3}{2}i \Rightarrow |w| = \frac{3\sqrt{26}}{2}.$$

Câu 129. Giả sử $z_1 = a_1 + b_1i$, $(a_1, b_1 \in \mathbb{R})$, $z_2 = a_2 + b_2i$, $(a_2, b_2 \in \mathbb{R})$.

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} |z_1| = 1 \\ |z_2| = 2 \\ |z_1 + z_2| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = 1 \\ a_2^2 + b_2^2 = 4 \\ (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + b_1^2 = 1 \\ a_2^2 + b_2^2 = 4 \\ 2a_1a_2 + 2b_1b_2 = 4 \end{cases}.$$

Khi đó, ta có:

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2} = \sqrt{(a_1^2 + b_1^2) + (a_2^2 + b_2^2) - (2a_1a_2 + 2b_1b_2)} = 1.$$

Vậy $|z_1 - z_2| = 1$.

Câu 130. Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

$$\text{Ta có } \frac{iz - (3i+1)\bar{z}}{1+i} = |z|^2 \Leftrightarrow \frac{i(a+bi) - (3i+1)(a-bi)}{1+i} = a^2 + b^2$$

$$\Leftrightarrow ai - b - 3ai - 3b - a + bi = a^2 + b^2 + a^2i + b^2i$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2 + 2a - b)i + (a^2 + b^2 + 4b + a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 2a - b = 0 \\ a^2 + b^2 + a + 4b = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 26b^2 + 9b = 0 \\ a = 5b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0, a = 0 \\ b = \frac{-9}{26}, a = \frac{-45}{26} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = \frac{-45}{26}i - \frac{9}{26} \end{cases} \Rightarrow z = \frac{-45}{26}i - \frac{9}{26} \text{ (Vi } z \neq 0 \text{)}.$$

$$\text{Với } z = \frac{-45}{26}i - \frac{9}{26} \Rightarrow w = \frac{15}{2} - \frac{3}{2}i \Rightarrow |w| = \frac{3\sqrt{26}}{2}.$$

Câu 131. $a + 7 + (b+1)i - 2\sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0$

$$\begin{cases} a + 7 = 2\sqrt{a^2 + b^2} & (1) \\ \sqrt{a^2 + b^2} = b + 1 & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + 7 = 2(b+1) \Rightarrow a = 2b - 5 \text{ thế vào (2).}$$

$$\sqrt{(2b-5)^2 + b^2} = b+1 \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -1 \\ 4b^2 - 22b + 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -1 \\ b = 4 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

TH1: $b = 4 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow |z| = 5 > 3$. (loại)

TH2: $b = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow |z| = \frac{5}{2} < 3$. (nhận).

$$P = a + b = -\frac{1}{2}.$$

Câu 132. Đặt $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

$$\text{Theo đề: } \begin{cases} |z_1| = 2\sqrt{3} \\ |z_2| = 3\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 12 \\ c^2 + d^2 = 18 \end{cases}$$

Vậy

$$\begin{aligned} P &= |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 \\ &= (a-c)^2 + (b-d)^2 + (a+c)^2 + (b+d)^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) = 60 \end{aligned}$$

Câu 133. Ta có $w^2 + 4 = (x + yi)^2 + 4 = x^2 - y^2 + 2xyi + 4 \Rightarrow |w^2 + 4| = \sqrt{(x^2 - y^2 + 4)^2 + 4x^2y^2}$.

$$\text{Do đó } |w^2 + 4| = 2|w| \Leftrightarrow \sqrt{(x^2 - y^2 + 4)^2 + 4x^2y^2} = 2\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - y^2 + 4)^2 + 4x^2y^2 = 4(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^4 + y^4 - 2x^2y^2 + 8(x^2 - y^2) + 16 + 4x^2y^2 = 4(x^2 + y^2)$$

$$\Leftrightarrow x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 4(x^2 + y^2) + 4 + 8(x^2 - y^2) + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2)^2 - 4(x^2 + y^2) + 4 + 8(x^2 - y^2) + 12 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2)^2 + 8(x^2 - y^2) + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8(x^2 - y^2) + 12 = -(x^2 + y^2 - 2)^2 \Leftrightarrow P = -(|w|^2 - 2)^2.$$

MỤC LỤC

Phần A. CÂU HỎI	1
Dạng 1. Tập hợp điểm biểu diễn là đường tròn.....	1
Dạng 2. Tập hợp điểm biểu diễn là đường thẳng	6
Dạng 3. Tập hợp điểm biểu diễn là đường conic	7
Dạng 4. Tập hợp điểm biểu diễn là một miền	8
Phần B. LỜI GIẢI THAM KHẢO	10
Dạng 1. Tập hợp điểm biểu diễn là đường tròn.....	10
Dạng 2. Tập hợp điểm biểu diễn là đường thẳng	19
Dạng 3. Tập hợp điểm biểu diễn là đường conic	21
Dạng 4. Tập hợp điểm biểu diễn là một miền	23

Phần A. CÂU HỎI

Dạng 1. Tập hợp điểm biểu diễn là đường tròn

- Câu 1.** (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng:
- A. $\frac{9}{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. 3 D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- Câu 2.** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng
- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $\sqrt{2}$ D. 2
- Câu 3.** (Mã đề 104 - BGD - 2019) Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = \frac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng
- A. 44. B. 52. C. $2\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{11}$.
- Câu 4.** (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng?
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 4 D. $2\sqrt{2}$

- Câu 5. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó
- A. $r=22$ B. $r=4$ C. $r=5$ D. $r=20$
- Câu 6. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là
- A. $(1;1)$ B. $(-1;1)$ C. $(-1;-1)$ D. $(1;-1)$
- Câu 7. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018)** Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. 1 C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- Câu 8. (Mã đề 101 - BGD - 2019)** Xét số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\frac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng
- A. $\sqrt{26}$. B. $\sqrt{34}$. C. 26 . D. 34 .
- Câu 9. (Mã 102 - BGD - 2019)** Xét số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\frac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng
- A. $2\sqrt{5}$. B. 20 . C. 12 . D. $2\sqrt{3}$.
- Câu 10. (Mã 103 - BGD - 2019)** Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\frac{2+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng
- A. $\sqrt{10}$. B. $\sqrt{2}$. C. 2 . D. 10 .
- Câu 11. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=3-2i+(2-i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó?
- A. $I(3;-2)$. B. $I(-3;2)$. C. $I(3;2)$. D. $I(-3;-2)$.
- Câu 12. (ĐỀ MẪU KSNL ĐHQG TP HCM NĂM 2018-2019)** Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z\bar{z}=1$ là
- A. một đường thẳng. B. một đường tròn. C. một elip. D. một điểm.
- Câu 13. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho số phức z thỏa $|z-1+2i|=3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=2z+i$ trên mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.
- A. $I(2;-3)$. B. $I(1;1)$. C. $I(0;1)$. D. $I(1;0)$.
- Câu 14. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$ là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(1;1)$. B. $(0;-1)$. C. $(0;1)$. D. $(-1;0)$.

Câu 15. (THPT QUANG TRUNG ĐỒNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z}{i+2}\right|=1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn (C) . Tính bán kính r của đường tròn (C) .

- A. $r=1$. B. $r=\sqrt{5}$. C. $r=2$. D. $r=\sqrt{3}$.

Câu 16. (KTNL GV BẮC GIANG NĂM 2018-2019) Trong mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1-2i|=3$ là

- A. đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=9$. B. đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=3$.
C. đường tròn tâm $I(-1;-2)$, bán kính $R=3$. D. đường thẳng có phương trình $x+2y-3=0$.

Câu 17. (SỞ GD&ĐT THANH HÓA NĂM 2018 - 2019) Xét các số phức z thỏa mãn $(2-z)(\bar{z}+i)$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ là:

- A. Đường tròn tâm $I\left(1;\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{5}}{2}$.
B. Đường tròn tâm $I\left(-1;-\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{5}}{2}$.
C. Đường tròn tâm $I(2;1)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.
D. Đường tròn tâm $I\left(1;\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{5}}{2}$ nhưng bỏ điểm $A(2;0); B(0;1)$.

Câu 18. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$.

- A. Đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$. B. Đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.
C. Đường tròn tâm $I(-1;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$. D. Đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 19. (ĐỀ THI THỬ VTED 02 NĂM HỌC 2018 - 2019) Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$ ($x,y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z-i|=4$ là đường cong có phương trình

- A. $(x-1)^2+y^2=4$ B. $x^2+(y-1)^2=4$ C. $(x-1)^2+y^2=16$ D. $x^2+(y-1)^2=16$

Câu 20. (CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH YÊN BÁI LẦN 01 NĂM 2018-2019) Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|\bar{z}+2-i|=4$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là

- A. $I(2;-1); R=4$. B. $I(2;-1); R=2$. C. $I(-2;-1); R=4$. D. $I(-2;-1); R=2$.

Câu 21. (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

- A. $I(-1;1), R=4$. B. $I(-1;1), R=2$. C. $I(1;-1), R=2$. D. $I(1;-1), R=4$.

Câu 22. (CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|(1+i)z-5+i|=2$ là một đường tròn tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(2;-3), R=\sqrt{2}$. B. $I(2;-3), R=2$. C. $I(-2;3), R=\sqrt{2}$. D. $I(-2;3), R=2$.

- Câu 23. (CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng
- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.
- Câu 24. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tính tổng của tất cả các giá trị của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn đồng thời $|z|=m$ và $|z-4m+3mi|=m^2$.
- A. 4. B. 6. C. 9. D. 10.
- Câu 25. (THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019)** Cho số phức z thỏa mãn: $|z+2-i|=3$. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) biểu diễn số phức $w=1+\bar{z}$ là
- A. Đường tròn tâm $I(-2;1)$ bán kính $R=3$.
 B. Đường tròn tâm $I(2;-1)$ bán kính $R=3$.
 C. Đường tròn tâm $I(-1;-1)$ bán kính $R=9$.
 D. Đường tròn tâm $I(-1;-1)$ bán kính $R=3$.
- Câu 26. (KTNL GV BẮC GIANG NĂM 2018-2019)** Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=2\sqrt{5}$. Biết rằng trong mặt phẳng tọa độ các điểm biểu diễn của số phức $w=i+(2-i)z$ cùng thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó?
- A. $r=\sqrt{5}$. B. $r=10$. C. $r=20$. D. $r=2\sqrt{5}$.
- Câu 27. (ĐỀ THI THỬ VTED 03 NĂM HỌC 2018 - 2019)** Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z}-2i)(z+3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng
- A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{11}$ C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$
- Câu 28.** Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(1+i\sqrt{8})z+i$ là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là
- A. 9. B. 36. C. 6. D. 3.
- Câu 29.** Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn điều kiện $|z-5-3i|=5$ đồng thời $|z_1-z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=z_1+z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình
- A. $(x-10)^2+(y-6)^2=36$. B. $(x-10)^2+(y-6)^2=16$.
 C. $(x-\frac{5}{2})^2+(y-\frac{3}{2})^2=9$. D. $(x-\frac{5}{2})^2+(y-\frac{3}{2})^2=\frac{9}{4}$.
- Câu 30. (CHUYÊN KHTN - LẦN 1 - 2018).** Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z}+2-i|=4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:
- A. $I(-2;-1); R=4$. B. $I(-2;-1); R=2$. C. $I(2;-1); R=4$. D. $I(2;-1); I(2;-1)$.
- Câu 31. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ - THÁNG 4 - 2018)** Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=(1-i)\bar{z}+2i$ là
- A. Một đường tròn. B. Một đường thẳng.

C. Một Elip. D. Một parabol hoặc hyperbol.

Câu 32. (SGD&ĐT ĐỒNG THÁP - HKII - 2018) Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z+1|=|1-i-2z|$ là đường tròn (C) . Tính bán kính R của đường tròn (C)

A. $R = \frac{10}{9}$. B. $R = 2\sqrt{3}$. C. $R = \frac{7}{3}$. D. $R = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

Câu 33. (SGD - HÀ TĨNH - HK 2 - 2018) Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2z-i|=6$ là một đường tròn có bán kính bằng:

A. 3. B. $6\sqrt{2}$. C. 6. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 34. (THPT CHUYÊN THẮNG LONG - ĐÀ LẠT - 2018) Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-3i|=2$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=(2-i)z-3i+5$ là một đường tròn. Xác định tâm I và bán kính của đường tròn trên.

A. $I(-6;-4), R=2\sqrt{5}$. B. $I(6;4), R=10$.
C. $I(6;4), R=2\sqrt{5}$. D. $I(-6;4), R=2\sqrt{5}$.

Câu 35. (THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ - HÒA BÌNH - 2018) Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=3-2i+(2-i)z$ là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó bằng?

A. 7. B. 20. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{7}$.

Câu 36. (SGD THANH HÓA - LẦN 1 - 2018) Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-5-3i|=5$, đồng thời $|z_1-z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=z_1+z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình nào dưới đây?

A. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$. B. $(x-10)^2 + (y-6)^2 = 36$.
C. $(x-10)^2 + (y-6)^2 = 16$. D. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = 9$.

Câu 37. (THPT THÁI PHIÊN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) Xét số phức z thỏa mãn $|z-3i+4|=3$, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=(12-5i)\bar{z}+4i$ là một đường tròn. Tìm bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=13$. B. $r=39$. C. $r=17$. D. $r=3$.

Câu 38. (THPT THỰC HÀNH - TPHCM - 2018) Cho số phức z thỏa mãn $|z-3|=1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(1-\sqrt{3}i)z+1-2i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=2$. B. $r=1$. C. $r=4$. D. $r=\sqrt{2}$.

Câu 39. [THPT Lê Thủy-Quảng Bình] Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z+m-1+\sqrt{3}i|=4$. Tìm tất cả các số thực m sao cho tập hợp các điểm M là đường tròn tiếp xúc với trục Oy .

A. $m=-5; m=3$. B. $m=5; m=-3$. C. $m=-3$. D. $m=5$.

Câu 40. [Cụm 4 HCM] Cho số phức z thỏa mãn $|z-2|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(1-i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r=2$. B. $r=4$. C. $r=\sqrt{2}$. D. $r=2\sqrt{2}$.

Câu 41. (Chuyên Lương Thế Vinh – Hà Nội – Lần 2 – 2018 – BTN) Cho số phức z thỏa mãn $(z-2+i)(\bar{z}-2-i)=25$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w=2\bar{z}-2+3i$ là đường tròn tâm $I(a;b)$ và bán kính c . Giá trị của $a+b+c$ bằng

- A. 18. B. 20. C. 10. D. 17.

Dạng 2. Tập hợp điểm biểu diễn là đường thẳng

Câu 42. (THPT HÙNG VƯƠNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=|z+2|$. Trong mặt phẳng phức, quỹ tích điểm biểu diễn các số phức z .

- A. là đường thẳng $3x+y+1=0$. B. là đường thẳng $3x-y+1=0$.
C. là đường thẳng $3x+y-1=0$. D. là đường thẳng $3x-y-1=0$.

Câu 43. (ĐỀ 15 LOVE BOOK NĂM 2018-2019) Trên mặt phẳng phức, tập hợp các số phức $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z+2+i|=\left|\bar{z}-3i\right|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y=x+1$. B. $y=-x+1$. C. $y=-x-1$. D. $y=x-1$.

Câu 44. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=\left|\bar{z}+1+2i\right|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x-2y+1=0$. B. $x+2y=0$. C. $x-2y=0$. D. $x+2y+1=0$.

Câu 45. Xét các số phức z thỏa mãn $z(\bar{z}-2+i)+4i-1$ là số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là đường thẳng d . Diện tích tam giác giới hạn bởi đường thẳng d và hai trục tọa độ bằng

- A. 8. B. 4. C. 2. D. 10.

Câu 46. (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+2|=|z-i|$ là một đường thẳng có phương trình

- A. $4x+2y+3=0$. B. $2x+4y+13=0$. C. $4x-2y+3=0$. D. $2x-4y+13=0$.

Câu 47. (LIÊN TRƯỜNG - NGHỆ AN - LẦN 2 - 2018) Cho số phức z thỏa mãn: $|z-1|=|z-2+3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là

- A. Đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=1$.
B. Đường thẳng có phương trình $2x-6y+12=0$.
C. Đường thẳng có phương trình $x-3y-6=0$.
D. Đường thẳng có phương trình $x-5y-6=0$.

Câu 48. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG - TPHCM - 2018) Tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức

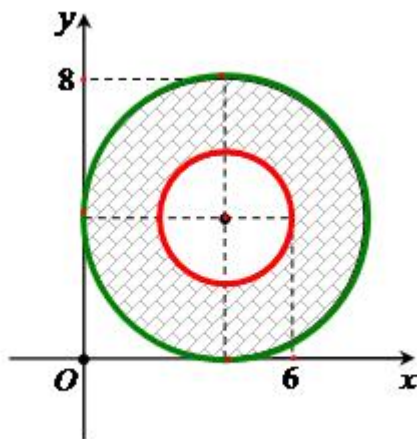
$$z \text{ thỏa } \left| \frac{(12-5i)z+17+7i}{z-2-i} \right| = 13.$$

- A. $d: 6x+4y-3=0$. B. $d: x+2y-1=0$.
C. $(C): x^2+y^2-2x+2y+1=0$. D. $(C): x^2+y^2-4x+2y+4=0$.

- Câu 49.** (CHUYÊN TRẦN ĐẠI NGHĨA - TPHCM - HK2 - 2018) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|iz|$ là
- A. Đường thẳng $y=2$. B. Đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$.
 C. Đường thẳng $y=\frac{1}{2}$. D. Đường tròn tâm $I(0; 1)$.
- Câu 50.** (SGD&ĐT BRVT - 2018) Cho số phức $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z+2-i-|z|(1-i)=0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Hỏi M thuộc đường thẳng nào sau đây?
- A. $x-y+5=0$. B. $x-y+2=0$. C. $x+y-2=0$. D. $x+y+1=0$.
- Câu 51.** Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $\left|z^2 + (\bar{z})^2 + 2|z|^2\right| = 16$ là hai đường thẳng d_1, d_2 . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng d_1, d_2 là bao nhiêu?
- A. $d(d_1, d_2)=1$. B. $d(d_1, d_2)=6$. C. $d(d_1, d_2)=2$. D. $d(d_1, d_2)=4$.
- Câu 52.** [BTN 166 - 2017] Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|=|\bar{z}-3+4i|$ là?
- A. Parabol $y^2=4x$. B. Đường thẳng $6x+8y-25=0$.
 C. Đường tròn $x^2+y^2-4=0$. D. Elip $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.
- Câu 53.** [TTLTĐH Diệu Hiền - 2017] Cho số phức z thỏa: $2|z-2+3i|=|2i-1-2\bar{z}|$. Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là.
- A. Một đường thẳng có phương trình: $-20x+32y+47=0$.
 B. Một đường có phương trình: $3y^2+20x+2y-20=0$.
 C. Một đường thẳng có phương trình: $20x+16y+47=0$.
 D. Một đường thẳng có phương trình: $20x-16y-47=0$.
- Dạng 3. Tập hợp điểm biểu diễn là đường conic**

- Câu 54.** (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ là
- A. Một điểm B. Một đường tròn C. Một đường thẳng D. Một Parabol
- Câu 55.** (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho số phức z thỏa mãn $|z+2|+|z-2|=4$. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng tọa độ là
- A. Một đường elip. B. Một đường parabol.
 C. Một đoạn thẳng. D. Một đường tròn.
- Câu 56.** (ĐỀ 01 ĐỀ PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z-1+i}{(z+\bar{z})i+1}$ là số thực. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $\frac{z}{2}$ là parabol có tọa độ đỉnh
- A. $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. C. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

- Câu 57.** (CHUYÊN KHTN LẦN 2 NĂM 2018-2019) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-i|=10$.
- A. 15π . B. 12π . C. 20π . D. Đáp án khác.
- Câu 58.** (SGD - BÌNH DƯƠNG - HK 2 - 2018) Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ là
- A. Một đường thẳng. B. Một đường tròn. C. Một Parabol. D. Một điểm
- Câu 59.** [THPT CHUYÊN VINH] Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $3|z+i|=|2\bar{z}-z+3i|$. Tìm tập hợp tất cả những điểm M như vậy.
- A. Một đường thẳng. B. Một parabol. C. Một elip. D. Một đường tròn.
- Câu 60.** [Sở Bình Phước] Cho số phức z thỏa mãn $|z+2|+|z-2|=8$. Trong mặt phẳng phức tập hợp những điểm M biểu diễn cho số phức z là?
- A. $(C): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 64$. B. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.
- C. $(E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $(C): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$.
- Câu 61.** [THPT Nguyễn Trãi Lần 1] Tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ là hình gì?
- A. Một đường tròn. B. Một đường Parabol.
C. Một đường Elip. D. Một đường thẳng.
- Câu 62.** [THPT Hai Bà Trưng- Huế] Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn hình học số phức z trong mặt phẳng phức, biết số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+4|+|z-4|=10$.
- A. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.
- B. Tập hợp các điểm cần tìm là những điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thỏa mãn phương trình $\sqrt{(x+4)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 12$.
- C. Tập hợp các điểm cần tìm là đường tròn có tâm $O(0;0)$ và có bán kính $R=4$.
- D. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.
- Câu 63.** [THPT CHUYÊN BẾN TRE] Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+4|+|z-4|=10$. Tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức z là đường có phương trình.
- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$.
- Dạng 4. Tập hợp điểm biểu diễn là một miền**
- Câu 64.** (THPT NĂM 2018-2019 LẦN 04) Phần gạch trong hình vẽ dưới là hình biểu diễn của tập các số phức thỏa mãn điều kiện nào sau đây?



- A. $6 \leq |z| \leq 8$. B. $2 \leq |z + 4 + 4i| \leq 4$. C. $2 \leq |z - 4 - 4i| \leq 4$. D. $4 \leq |z - 4 - 4i| \leq 16$.

Câu 65. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z biết $|z - (2 - 3i)| \leq 2$.

- A. Một đường thẳng. B. Một hình tròn. C. Một đường tròn. D. Một đường Elip.

Câu 66. Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z thỏa $|z + 4 - 4i| \leq 2$ là

- A. Hình tròn tâm $I(4; -4)$, bán kính $R = 4$. B. Hình tròn tâm $I(4; -4)$, bán kính $R = 2$.
C. Hình tròn tâm $I(-4; 4)$, bán kính $R = 2$. D. Hình tròn tâm $I(-4; 4)$, bán kính $R = 4$.

Câu 67. (THPT QUANG TRUNG ĐỒNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $3 \leq |z - 3i + 1| \leq 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z tạo thành một hình phẳng. Tính diện tích của hình phẳng đó.

- A. $S = 25\pi$. B. $S = 8\pi$. C. $S = 4\pi$. D. $S = 16\pi$.

Câu 68. (THPT THỰC HÀNH - TPHCM - 2018) Trong mặt phẳng Oxy cho số phức z có điểm biểu diễn nằm trong cung phần tư thứ (I). Hỏi điểm biểu diễn số phức $w = \frac{1}{iz}$ nằm trong cung phần tư thứ mấy?

- A. Cung (IV). B. Cung (II). C. Cung (III). D. Cung (I).

Câu 69. (SỞ GD&ĐT NAM ĐỊNH - HKII - 2018) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là phần mặt phẳng chứa các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\frac{z}{16}$ và $\frac{16}{z}$ có phần thực và phần ảo đều thuộc đoạn $[0; 1]$. Tính diện tích S của (H)

- A. $S = 32(6 - \pi)$. B. $S = 16(4 - \pi)$. C. $S = 256$. D. $S = 64\pi$.

Câu 70. (SỞ GD&ĐT YÊN BÁI - 2018) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $3 \leq |z - 3i + 1| \leq 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z tạo thành một hình phẳng. Tính diện tích S của hình phẳng đó.

- A. $S = 4\pi$. B. $S = 25\pi$. C. $S = 8\pi$. D. $S = 16\pi$.

Câu 71. [SỞ GD-ĐT HÀ TĨNH L2] Biết số phức z thỏa mãn $|z - 1| \leq 1$ và $z - \bar{z}$ có phần ảo không âm. Phần mặt phẳng biểu diễn số phức z có diện tích là:

- A. 2π . B. π^2 . C. $\frac{\pi}{2}$. D. π .

Câu 72. [CHUYÊN VÕ NGUYỄN GIÁP] Gọi H là hình biểu diễn tập hợp các số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho $|2z - \bar{z}| \leq 3$, và số phức z có phần ảo không âm. Tính diện tích hình H .

- A. $\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. 6π . D. 3π .

Câu 73. [THPT Chuyên Thái Nguyên] Tập hợp các số phức $w = (1+i)z + 1$ với z là số phức thỏa mãn $|z-1| \leq 1$ là hình tròn. Tính diện tích hình tròn đó.

- A. 2π . B. π . C. 3π . D. 4π .

Câu 74. [2017] Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\varpi = \frac{z+2\bar{z}-3i}{z^2+2}$, trong đó z là số phức thỏa mãn

$(2+i)(z+i) = 3-i+z$. Gọi N là điểm trong mặt phẳng sao cho $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{ON}) = 2\varphi$, trong đó $\varphi = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia OM . Điểm N nằm trong góc phần tư nào?

- A. Góc phần tư thứ (IV). B. Góc phần tư thứ (I).
C. Góc phần tư thứ (II). D. Góc phần tư thứ (III).

Câu 75. [TRẦN HƯNG ĐẠO – NB-2017] Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích

- A. $S = 9\pi$. B. $S = 12\pi$. C. $S = 16\pi$. D. $S = 25\pi$.

Câu 76. [THPT Hoàng Hoa Thám - Khánh Hòa - 2017] Biết số phức z thỏa điều kiện $3 \leq |z-3i+1| \leq 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z tạo thành 1 hình phẳng. Diện tích của hình phẳng đó bằng:

- A. 9π . B. 16π . C. 25 . D. 4π .

Phần B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Dạng 1. Tập hợp điểm biểu diễn là đường tròn

Câu 1. Chọn D

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết, ta có $(\bar{z} + 3i)(z - 3) = |z|^2 - 3\bar{z} + 3iz - 9i$ là số thuần ảo khi

$x^2 + y^2 - 3x - 3y = 0$. Đây là phương trình đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2. Chọn C

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Vì $(\bar{z} + 2i)(z - 2) = [x + (2-y)i][(x-2) + yi] = [x(x-2) - y(2-y)] + [xy + (x-2)(2-y)]i$ là số thuần ảo nên có phần thực bằng không do đó $x(x-2) - y(2-y) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$.

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 3. Chọn C

Gọi $w = x + yi$ với x, y là các số thực.

Ta có $w = \frac{5+iz}{1+z} \Leftrightarrow z = \frac{w-5}{i-w}$.

Lại có $|z| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{w-5}{i-w} \right| = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow |w-5| = \sqrt{2}|w-i| \Leftrightarrow (x-5)^2 + y^2 = 2[x^2 + (y-1)^2]$

$$\Leftrightarrow (x+5)^2 + (y-4)^2 = 52.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

Câu 4. Chọn A

Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } (\bar{z} - 2i)(z + 2) = (a - bi - 2i)(a + bi + 2) = a^2 + 2a + b^2 + 2b - 2(a + b + 2)i$$

$$\text{Vì } (\bar{z} - 2i)(z + 2) \text{ là số thuần ảo nên ta có } a^2 + 2a + b^2 + 2b = 0 \Leftrightarrow (a+1)^2 + (b+1)^2 = 2.$$

Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 5. Chọn D

Giả sử $z = a + bi$; $w = x + yi$; ($a, b, x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Theo đề } w = (3 + 4i)z + i \Rightarrow x + yi = (3 + 4i)(a + bi) + i$$

$$\Leftrightarrow x + yi = (3a - 4b) + (3b + 4a + 1)i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - 4b \\ y = 3b + 4a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - 4b \\ y - 1 = 3b + 4a \end{cases} \text{ Ta có}$$

$$x^2 + (y-1)^2 = (3a-4b)^2 + (4a+3b)^2 = 25a^2 + 25b^2 = 25(a^2 + b^2)$$

$$\text{Mà } |z| = 4 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 16. \text{ Vậy } x^2 + (y-1)^2 = 25 \cdot 16 = 400$$

$$\text{Bán kính đường tròn là } r = \sqrt{400} = 20.$$

Câu 6. Chọn C

$$\text{Gọi } z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$$

$$(z + 2i)(\bar{z} + 2)$$

$$= z\bar{z} + 2z + 2i\bar{z} + 4i$$

$$= x^2 + y^2 + 2(x + yi) + 2i(x - yi) + 4i$$

$$= x^2 + y^2 + 2x + 2y + (2x + 2y + 4)i$$

$$(z + 2i)(\bar{z} + 2) \text{ là số thuần ảo } \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường tròn có tâm là $I(-1; -1)$.

Câu 7. Chọn D

$$\text{Đặt } z = x + yi \text{ } (x, y \in \mathbb{R}).$$

$$(\bar{z} + i)(z + 2) = [x + (1 - y)i][(x + 2) + yi] \text{ là số thuần ảo } \Leftrightarrow x(x + 2) + y(y - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - y = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có tâm $I\left(-1; \frac{1}{2}\right)$, $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 8. Chọn B

$$w = \frac{4 + iz}{1 + z} \Leftrightarrow (1 + z)w = 4 + iz \Leftrightarrow z(w - i) = 4 - w$$

$$\Leftrightarrow |z| \cdot |w - i| = |4 - w| \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot |w - i| = |4 - w| (*)$$

Gọi $w = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) khi đó thay vào (*) ta có:

$$\sqrt{2} \cdot |x + yi - i| = |4 - x - yi| \Leftrightarrow 2[x^2 + (y - 1)^2] = (x - 4)^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 8x - 4y - 14 = 0 \Leftrightarrow (x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 34.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \frac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{34}$.

Câu 9. Chọn A

$$\text{Ta có: } w = \frac{3+iz}{1+z} \Leftrightarrow w + wz = 3 + iz \Leftrightarrow w - 3 = (i - w)z.$$

$$\Rightarrow |w - 3| = |(i - w)z| \Leftrightarrow |w - 3| = |i - w||z|.$$

Gọi $w = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Do đó, } |w - 3| = |i - w||z| \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (1-y)^2} \cdot \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 = 2x^2 + 2(1-y)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x - 4y - 7 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ là đường tròn có tâm $I(-3; 2)$ và bán kính bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 10. Chọn A

Gọi số phức $w = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó:

$$w = \frac{2+iz}{1+z} \Leftrightarrow w(1+z) = 2 + iz \Leftrightarrow w - 2 = z(i - w) \Rightarrow |w - 2| = |z(i - w)| \Leftrightarrow |w - 2| = |z| \cdot |z(i - w)|$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 = 2(x^2 + (1-y)^2) \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-2)^2 = 10(*)$$

Từ (*) suy ra điểm biểu diễn số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{10}$.

Câu 11. Cách 1.

Đặt $w = x + yi$. Ta có $w = 3 - 2i + (2 - i)z$.

$$\Leftrightarrow x + yi = 3 - 2i + (2 - i)z.$$

$$\Leftrightarrow (2 - i)z = (x - 3) + (y + 2)i.$$

$$\Leftrightarrow (4 - i^2)z = [(x - 3) + (y + 2)i] \cdot (2 + i).$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2x - y - 8}{5} + \frac{x + 2y + 1}{5}i.$$

$$\text{Vì } |z| = 2 \text{ nên } \left(\frac{2x - y - 8}{5}\right)^2 + \left(\frac{x + 2y + 1}{5}\right)^2 = 4.$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 20.$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 20.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(3; -2)$.

Cách 2.

Đặt $z = a + bi$; $w = x + yi$.

Vì $|z| = 2$ nên $a^2 + b^2 = 4$.

Ta có $w = 3 - 2i + (2 - i)z$.

$$\Leftrightarrow x + yi + 2i - 3 = (2 - i)(a + bi).$$

$$\Leftrightarrow (x - 3) + (y + 2)i = (2a + b) + (2b - a)i.$$

$$\Rightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = (2a + b)^2 + (2b - a)^2.$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 5(a^2 + b^2).$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+2)^2 = 20.$$

Vậy tập hợp biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(3; -2)$.

Câu 12. Đặt $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $\bar{z} = x - yi$.

$$\text{Vì } z\bar{z} = 1 \Leftrightarrow (x + yi)(x - yi) = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z cần tìm là đường tròn đơn vị.

Câu 13. **Cách 1:**

Gọi M là điểm biểu diễn số phức w .

$$\text{Ta có } w = 2z + i \Leftrightarrow z = \frac{w - i}{2}.$$

$$\text{Do đó } |z - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{w - i}{2} - 1 + 2i \right| = 3 \Leftrightarrow |w - 2 + 3i| = 6 \Leftrightarrow MI = 6, \text{ với } I(2; -3).$$

Do đó tập hợp điểm M là đường tròn tâm $I(2; -3)$ và bán kính $R = 6$.

Câu 14. Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } |z - i| = |(1 + i)z|.$$

$$\Leftrightarrow |x + (y - 1)i| = |(1 + i)(x + yi)| \Leftrightarrow |x + (y - 1)i| = |(x - y) + (x + y)i|$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = (x - y)^2 + (x + y)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $(0; -1)$.

Câu 15. Ta có: $\left| \frac{z}{i + 2} \right| = 1 \Leftrightarrow |z| = |i + 2| = \sqrt{5}.$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính $r = \sqrt{5}$.

Câu 16. **Chọn C**

Giả sử điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Ta có:

$$|z - 1 - 2i| = 3 \Leftrightarrow |(x - 1) + (y - 2)i| = 3 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$$

Vậy điểm $M(x; y)$ thuộc đường tròn $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ có tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 3$.

Câu 17. Gọi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Thay vào điều kiện ta được:

$$(2 - z)(\bar{z} + i).$$

$$= (2 - x - yi)(x - yi + i).$$

$$= [(2 - x) - yi][x + (1 - y)i].$$

$$= (2 - x)x + y(1 - y) + [(2 - x)(1 - y) - xy]i.$$

$(2 - z)(\bar{z} + i)$ là số thuần ảo khi và chỉ khi:

$$(2 - x)x + y(1 - y) = 0.$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - y = 0.$$

Vậy số phức $z = x + yi$ thuộc đường tròn tâm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 18. Chọn D

$|z-i| = |(1+i)z| \Leftrightarrow a^2 + (b+1)^2 = 2$ nên tập điểm M là Đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 19.

lời giải:

Ta có $|z-i| = 4 \Rightarrow \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = 4 \Rightarrow x^2 + (y-1)^2 = 16$

Câu 20. Giả sử số phức thỏa mãn bài toán có dạng $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Suy ra $\bar{z} + 2 - i = x - yi + 2 - i = x + 2 - (y+1)i$.

Do đó: $|\bar{z} + 2 - i| = 4 \Leftrightarrow |x + 2 - (y+1)i| = 4 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = 16$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-2; -1)$, bán kính $R = 4$.

Câu 21. Gọi $z = a + bi$, với $x, y \in \mathbb{R}$, ta có:

$|z-1+i| = 2 \Leftrightarrow |x+yi-1+i| = 2 \Leftrightarrow |(x-1)+(y+1)i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 2$.

Câu 22. Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có:

$|(1+i)z-5+i| = 2 \Rightarrow |(1+i)(x+yi)-5+i| = 2 \Leftrightarrow |(x-y-5)+(x+y+1)i| = 2$
 $\Leftrightarrow (x-y-5)^2 + (x+y+1)^2 = 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 8x + 12y + 22 = 0$
 $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(2; -3)$ và $R = \sqrt{2}$.

Câu 23. Đặt $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn cho số phức z .

$$\begin{aligned} \text{Có } w &= \frac{z+2}{z-2i} = \frac{a+2+bi}{a+(b-2)i} = \frac{(a+2+bi)[a-(b-2)i]}{a^2+(b-2)^2} \\ &= \frac{a(a+2)+b(b-2)+[-(a+2)(b-2)+ab]i}{a^2+(b-2)^2} \end{aligned}$$

$$w \text{ là số thuần ảo } \Leftrightarrow \begin{cases} a(a+2)+b(b-2)=0 & (1) \\ a^2+(b-2)^2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Có } (1) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2a - 2b = 0.$$

Suy ra M thuộc đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 24. Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có điểm biểu diễn z là $M(x; y)$.

Với $m = 0$, ta có $z = 0$, thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m > 0$, ta có:

$|z| = m \Leftrightarrow M$ thuộc đường tròn (C_1) tâm $I(0; 0)$, bán kính $R = m$

$|z-4m+3mi| = m^2 \Leftrightarrow (x-4m)^2 + (y+3m)^2 = m^4$

$\Leftrightarrow M$ thuộc đường tròn (C_2) tâm $I'(4m; -3m)$, bán kính $R' = m^2$.

+) Có duy nhất một số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán khi và chỉ khi (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} II' = R + R' \\ II' = |R - R'| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m = m^2 + m \\ 5m = |m^2 - m| \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 6 \end{cases}$$

Kết hợp với $m = 0$, suy ra $m \in \{0; 4; 6\}$. Vậy tổng tất cả các giá trị của m là 10.

Câu 25. Gọi $w = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Số phức w được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$.

Từ $w = 1 + \bar{z}$ suy ra $x + yi = 1 + \bar{z} \Leftrightarrow \bar{z} = (x - 1) + yi \Rightarrow z = (x - 1) - yi$.

Mà $|z + 2 - i| = 3$ nên ta có:

$$\begin{aligned} |(x - 1) - yi + 2 - i| = 3 &\Leftrightarrow |(x + 1) - (y + 1)i| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + (y + 1)^2} = 3 \\ &\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 3^2. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(-1; -1)$ bán kính $R = 3$.

Câu 26. Chọn B

Ta có $w = i + (2 - i)z \Leftrightarrow w - i = (2 - i)z$. Suy ra $|w - i| = |(2 - i)z| = |2 - i| \cdot |z| = 10$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức w trên mặt phẳng tọa độ nằm trên đường tròn có bán kính $r = 10$.

Câu 27. Chọn D

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } w &= (\bar{z} - 2i)(z + 3) = [x + (-y - 2)i][(x + 3) + yi] \\ &= x(x + 3) + y(y + 2) + [xy + (x + 3)(-y - 2)]i \end{aligned}$$

Do w là số thuần ảo $\Leftrightarrow x(x + 3) + y(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 3x + 2y = 0$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{13}{4}.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 28. Gọi $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} w &= (1 + i\sqrt{8})z + i \Leftrightarrow w - i = (1 + i\sqrt{8})z \Leftrightarrow w - i = (1 + i\sqrt{8})(z + 1) - (1 + i\sqrt{8}) \\ &\Leftrightarrow w - i + 1 + i\sqrt{8} = (1 + i\sqrt{8})(z + 1) \Leftrightarrow (x + 1) + (y - 1 + \sqrt{8})i = (1 + i\sqrt{8})(z + 1) \\ &\Rightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + (y - 1 + \sqrt{8})^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{8})^2} \cdot 2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 1 + \sqrt{8})^2 = 36 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1 + i\sqrt{8})z + i$ là một đường tròn có bán kính $r = 6$.

Câu 29. +) Đặt $z = x + yi$

$$\text{Khi đó } |z - 5 - 3i| = 5 \Leftrightarrow |x - 5 + (y - 3)i| = 5 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 25 \quad (C)$$

Gọi A, B lần lượt là 2 điểm biểu diễn số phức z_1, z_2

$$\Rightarrow A, B \text{ thuộc đường tròn } (C) \text{ có tâm } I(5; 3), \text{ bán kính } R = 5 \text{ và } |z_1 - z_2| = 8 \Rightarrow AB = 8$$

+) Gọi H là điểm biểu diễn số phức $w' = \frac{z_1 + z_2}{2}$

$$\Rightarrow H \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow AH = \frac{AB}{2} = 4$$

Xét tam giác AIH vuông tại H có $AH = 4$, $AI = 5$ nên $IH = \sqrt{AI^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

$\Rightarrow H$ thuộc đường tròn (C') có tâm I (5; 3), bán kính $R' = 3$ (*)

+) Gọi M là điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OH}$$

$\Rightarrow M$ là ảnh của H qua phép vị tự tâm O, tỉ số $k = 2$ với O là gốc tọa độ (**)

Từ (*) và (**) $\Rightarrow$ tập hợp M là đường tròn (C'') là ảnh của (C') phép vị tự tâm O, tỉ số $k = 2$

+) Giả sử đường tròn (C'') có tâm J (a; b) và bán kính R''

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2.5 = 10 \\ b = 2.3 = 6 \\ R'' = 2.R' = 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Phương trình đường tròn (C'') là $(x-10)^2 + (y-6)^2 = 36$

Câu 30. Gọi số phức $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có:

$$|\bar{z} + 2 - i| = 4 \Leftrightarrow |(x+2) + (-y-1)i| = 4 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = 16$$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm $I(-2; -1)$ và có bán kính $R = 4$.

Câu 31. Ta có: $w = (1-i)\bar{z} + 2i \Leftrightarrow w - 2i = (1-i)\bar{z} \Leftrightarrow |w - 2i| = |(1-i)||\bar{z}| \Leftrightarrow |w - 2i| = 2\sqrt{2}$.

Do đó, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(0; 2)$ và bán kính $2\sqrt{2}$.

Câu 32. Gọi số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$|a + bi + 1| = |1 - i - 2(a + bi)| \Leftrightarrow \sqrt{(a+1)^2 + b^2} = \sqrt{(1-2a)^2 + (-1-2b)^2}$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2a + 1 + b^2 = 1 - 4a + 4a^2 + 1 + 4b + 4b^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2a + \frac{4}{3}b + \frac{1}{3} = 0$$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có tâm $I\left(1; -\frac{2}{3}\right)$,

$$\text{Bán kính } R = \sqrt{1 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{10}}{3}.$$

Câu 33. Cách 1: Đặt $z = a + bi$ ta có $|2z - i| = 6 \Leftrightarrow |2a + 2bi - i| = 6 \Leftrightarrow \sqrt{4a^2 + (2b-1)^2} = 6$.

$$4a^2 + 4b^2 - 4b - 35 = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - b - \frac{35}{4} = 0 \Leftrightarrow a^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 = 9.$$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(0; \frac{1}{2}\right)$ bán kính $R = 3$.

Cách 2: $|2z - i| = 6 \Leftrightarrow \left| z - \left(0 + \frac{1}{2}i \right) \right| = 3$. Gọi I là điểm biểu diễn số phức $0 + \frac{1}{2}i$, M là điểm biểu diễn số phức z . Ta có $MI = 3$. Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(0; \frac{1}{2}\right)$ bán kính $R = 3$.

Câu 34. Ta có: $w = (2 - i)z - 3i + 5 \Leftrightarrow w = (2 - i)(z + 1 - 3i) + 6 + 4i$

$$\Leftrightarrow w - 6 - 4i = (2 - i)(z + 1 - 3i)$$

$$\Rightarrow |w - 6 - 4i| = |(2 - i)(z + 1 - 3i)| = 2\sqrt{5}$$

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$|w - 6 - 4i| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |(x - 6) + (y - 4)i| = 2\sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow (x - 6)^2 + (y - 4)^2 = (2\sqrt{5})^2$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số w là đường tròn tâm $I(6; 4)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

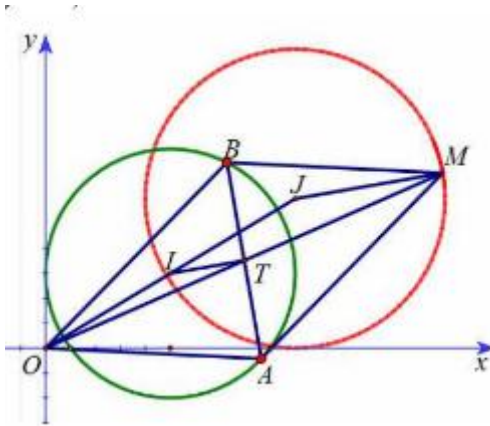
Câu 35. Ta có $w = 3 - 2i + (2 - i)z \Leftrightarrow z = \frac{w - 3 + 2i}{2 - i}$. Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Khi đó } z = \frac{x + yi - 3 + 2i}{2 - i}.$$

$$\text{Ta có } |z| = 2 \Rightarrow \left| \frac{x + yi - 3 + 2i}{2 - i} \right| = 2 \Leftrightarrow \frac{|x - 3 + (y + 2)i|}{|2 - i|} = 2 \Leftrightarrow \frac{|x - 3 + (y + 2)i|}{\sqrt{5}} = 2$$

$$\Leftrightarrow |x - 3 + (y + 2)i| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |x - 3 + (y + 2)i| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = (2\sqrt{5})^2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{5}$.



Câu 36.

Gọi A, B, M là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, w . Khi đó A, B thuộc đường tròn $(C): (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 25$ và $AB = |z_1 - z_2| = 8$.

(C) có tâm $I(5; 3)$ và bán kính $R = 5$, gọi T là trung điểm của AB khi đó T là trung điểm của

$$OM \text{ và } IT = \sqrt{IA^2 - TA^2} = 3.$$

Gọi J là điểm đối xứng của O qua I suy ra $J(10; 6)$ và IT là đường trung bình của tam giác OJM , do đó $JM = 2IT = 6$.

Vậy M thuộc đường tròn tâm J bán kính bằng 6 và có phương trình $(x - 10)^2 + (y - 6)^2 = 36$.

Câu 37. Gọi số phức $w = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$, biểu diễn bởi $M(x; y)$

$$w = (12 - 5i)\bar{z} + 4i \Leftrightarrow x + yi = (12 - 5i)\bar{z} + 4i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{x + (y - 4)i}{12 - 5i}$$

$$\Rightarrow z = \frac{x - (y - 4)i}{12 + 5i}$$

$$\text{Ta có : } |z - 3i + 4| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x - (y - 4)i}{12 + 5i} - 3i + 4 \right| = 3$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{x + 63 - (y + 12)i}{12 + 5i} \right| = 3 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(x + 63)^2 + (y + 12)^2}}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 3 \Leftrightarrow (x + 63)^2 + (y + 12)^2 = 39^2$$

Vậy $r = 39$.

Câu 38. Gọi $w = x + yi$.

$$w = (1 - \sqrt{3}i)z + 1 - 2i \Leftrightarrow x + yi = (1 - \sqrt{3}i)z + 1 - 2i \Leftrightarrow z = \frac{x - 1 + (y + 2)i}{1 - \sqrt{3}i}$$

$$\Leftrightarrow z = [x - 1 + (y + 2)i] \left(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i \right) = \frac{(x - 1) - \sqrt{3}(y + 2)}{4} + \frac{(y + 2) + (x - 1)\sqrt{3}}{4}i$$

$$\Rightarrow z - 3 = \frac{(x - 13) - \sqrt{3}(y + 2)}{4} + \frac{(y + 2) + (x - 1)\sqrt{3}}{4}i$$

$$|z - 3| = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{(x - 13) - \sqrt{3}(y + 2)}{4} \right)^2 + \left(\frac{(y + 2) + (x - 1)\sqrt{3}}{4} \right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x - 13)^2 - 2\sqrt{3}(x - 13)(y + 2) + 3(y + 2)^2 + (y + 2)^2 + 2(y + 2)(x - 1)\sqrt{3} + 3(x - 1)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x + (4 + 6\sqrt{3})y + 12\sqrt{3} + 43 = 0$$

$$\text{Bán kính } r = \sqrt{4^2 + (-2 - 3\sqrt{3})^2 - 12\sqrt{3} - 43} = 2.$$

Câu 39. Chọn B

Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó.

$$|z + m - 1 + \sqrt{3}i| = 4 \Leftrightarrow |x + yi + m - 1 + \sqrt{3}i| = 4.$$

$$\Leftrightarrow |(x + m - 1) + (y + \sqrt{3})i| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x + m - 1)^2 + (y + \sqrt{3})^2} = 4.$$

$$\Leftrightarrow (x + m - 1)^2 + (y + \sqrt{3})^2 = 16.$$

Do đó tập hợp các điểm M biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm $I(1 - m; -\sqrt{3})$ và bán kính

$$R = 4. \text{ Để đường tròn này tiếp xúc với trục } Oy \text{ thì } |1 - m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m = 4 \\ 1 - m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 5 \end{cases}.$$

Vậy $m = 5; m = -3$.

Câu 40. Chọn D

$$w = (1 - i)z + i \Leftrightarrow z = \frac{w - i}{1 - i}; \text{ đặt } w = x + yi; x, y \in \mathbb{R}.$$

$$\Rightarrow z = \frac{x + yi - i}{1 - i}. \text{ Ta có } |z - 2| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{x + yi - i}{1 - i} - 2 \right| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{(x + yi - i)(1 + i)}{2} - 2 \right| = 2.$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{(x+yi-i)(1+i)}{2} - 2 \right| = 2 \Leftrightarrow |x+xi+yi-y-i+1-4| = 4 \Leftrightarrow |x-y-3+(x+y-1)i| = 4$$

$$\Leftrightarrow (x-y-3)^2 + (x+y-1)^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 9 - 2xy + 6y - 6x + x^2 + y^2 + 1 + 2xy - 2y - 2x = 16$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$$

Đường tròn có bán kính là $R = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3} = 2\sqrt{2}$.

Câu 41. Chọn A

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$(z - 2 + i)(\bar{z} - 2 - i) = 25 \Leftrightarrow [a - 2 + (b+1)i][a - 2 - (b+1)i] = 25$$

$$\Leftrightarrow (a-2)^2 + (b+1)^2 = 25 \quad (1)$$

Theo giả thiết: $w = 2\bar{z} - 2 + 3i \Leftrightarrow x + yi = 2(a - bi) - 2 + 3i \Leftrightarrow x + yi = 2a - 2 + (3 - 2b)i$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2a - 2 \\ y = 3 - 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{x+2}{2} \\ b = \frac{3-y}{2} \end{cases} \quad (2).$$

Thay (2) vào (1) ta được: $\left(\frac{x+2}{2} - 2\right)^2 + \left(\frac{3-y}{2} + 1\right)^2 = 25 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-5)^2 = 100$.

Suy ra, tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn tâm $I(2; 5)$ và bán kính $R = 10$.

Vậy $a + b + c = 17$.

Dạng 2. Tập hợp điểm biểu diễn là đường thẳng

Câu 42. Giả sử số phức z có dạng: $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có: } |z - 1 + i| = |z + 2| \Leftrightarrow |x + yi - 1 + i| = |x + yi + 2| \Leftrightarrow |(x-1) + (y+1)i| = |(x+2) + yi|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x+2)^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 4x + 4 + y^2$$

$$\Leftrightarrow 6x - 2y + 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $3x - y + 1 = 0$.

Câu 43. $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i| \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = x^2 + (y+3)^2 \Leftrightarrow 4x - 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = x - 1$.

Câu 44. Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

$$\text{Ta có: } |z - 1 + 2i| = |\bar{z} + 1 + 2i| \Leftrightarrow |x + yi - 1 + 2i| = |x - yi + 1 + 2i|$$

$$\Leftrightarrow |(x-1) + (y+2)i| = |(x+1) + (2-y)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (2-y)^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 \Leftrightarrow 4x - 8y = 0 \Leftrightarrow x - 2y = 0$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng có phương trình là $x - 2y = 0$.

Câu 45. Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Khi đó } z(\bar{z} - 2 + i) + 4i - 1 = (a + bi)(a - bi - 2 + i) + 4i - 1 = (a + bi) \cdot [(a-2) + (1-b)i] + 4i - 1$$

$$= a(a-2) - b(1-b) + [a(1-b) + b(a-2)]i + 4i - 1$$

$$= a(a-2) - b(1-b) - 1 + (a-2b+4)i.$$

$$+ z(\bar{z} - 2 + i) + 4i - 1 \text{ là số thực suy ra } a - 2b + 4 = 0.$$

$$+ \text{Số phức } z \text{ có điểm biểu diễn } M(a; b) \rightarrow M \in d: x - 2y + 4 = 0.$$

$$+ \text{Đường thẳng } d \text{ cắt trục } Ox, Oy \text{ lần lượt tại } A(-4; 0) \text{ và } B(0; 2) \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 4.$$

Câu 46. Gọi số phức $z = a + bi$, với a, b thuộc $\mathbb{R}$. Khi đó, $M(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức z .

$$\text{Ta có: } |z + 2| = |z - i| \Leftrightarrow |a + 2 + bi| = |a + (b-1)i| \Leftrightarrow \sqrt{(a+2)^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (b-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow (a+2)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 \Leftrightarrow 4a + 2b + 3 = 0 \Leftrightarrow \text{điểm } M(a; b) \text{ thuộc đường thẳng } 4x + 2y + 3 = 0$$

Vậy, tập hợp các điểm M thỏa mãn bài ra là đường thẳng $4x + 2y + 3 = 0$.

Câu 47. Gọi $z = x + yi$; ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } |z - 1| = |z - 2 + 3i| \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = (x-2)^2 + (y+3)^2 \Leftrightarrow x - 3y - 6 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $x - 3y - 6 = 0$.

Câu 48. Đặt $\begin{cases} z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \\ z \neq 2 + i \end{cases}$, ta có: $\left| \frac{(12-5i)z + 17 + 7i}{z - 2 - i} \right| = 13 \Leftrightarrow |(12-5i)z + 17 + 7i| = 13|z - 2 - i|$

$$\Leftrightarrow |(12-5i)(z+1+i)| = 13|z-2-i| \Leftrightarrow |12-5i||z+1+i| = 13|z-2-i| \Leftrightarrow 13|z+1+i| = 13|z-2-i|$$

$$\Leftrightarrow |z+1+i| = |z-2-i| \Leftrightarrow |x+yi+1+i| = |x+yi-2-i| \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2$$

$$\Leftrightarrow 6x + 4y - 3 = 0. (\text{thỏa điều kiện } z \neq 2 + i)$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $6x + 4y - 3 = 0$.

Câu 49. Gọi số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } |z - i| = |iz| \Leftrightarrow |a + bi - i| = |i(a + bi)| \Leftrightarrow |a + (b-1)i| = |-b + ai|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (b-1)^2} = \sqrt{b^2 + a^2} \Leftrightarrow -2b + 1 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện bài toán là đường thẳng $y = \frac{1}{2}$.

Câu 50. Ta có $z + 2 - i - |z|(1-i) = 0 \Leftrightarrow x + yi + 2 - i - (1-i)\sqrt{x^2 + y^2} = 0$

$$\Leftrightarrow x + 2 - \sqrt{x^2 + y^2} + (y-1 + \sqrt{x^2 + y^2})i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 - \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \\ y - 1 + \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow x + 2 - \sqrt{x^2 + y^2} + y - 1 + \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \Leftrightarrow x + y + 1 = 0.$$

Do đó M thuộc đường thẳng $x + y + 1 = 0$.

Câu 51. Chọn D

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có: } \left| z^2 + (\bar{z})^2 + 2|z|^2 \right| = 16 \Leftrightarrow |x^2 + 2xyi - y^2 + x^2 - 2xyi - y^2 + 2x^2 + 2y^2| = 16$$

$$\Leftrightarrow |4x^2| = 16 \Leftrightarrow x = \pm 2 \Rightarrow d(d_1, d_2) = 4$$

Ở đây lưu ý hai đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$ song song với nhau.

Câu 52. Chọn B

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của z .

Ta có
$$\begin{cases} |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \bar{z} - 3 + 4i = x - iy - 3 + 4i = (x-3)(-y+4)i \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\bar{z} - 3 + 4i| = \sqrt{(x-3)^2 + (-y+4)^2}.$$

$$\text{Vậy } |z| = |\bar{z} - 3 + 4i| \Leftrightarrow x^2 + y^2 = (x-3)^2 + (-y+4)^2 \Leftrightarrow 6x + 8y - 25 = 0.$$

Câu 53. Chọn D

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$.

Ta có.

$$2|z - 2 + 3i| = |2i - 1 - 2\bar{z}|$$

$$\Leftrightarrow 2|(x-2) + (y+3)i| = |(-1-2x) + (2y+2)i|$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(-1-2x)^2 + (2y+2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 4(x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13) = 4x^2 + 4y^2 + 4x + 8y + 5.$$

$$\Leftrightarrow 20x - 16y - 47 = 0$$

Vậy tập hợp điểm $M(x; y)$ là đường thẳng $20x - 16y - 47 = 0$.

Dạng 3. Tập hợp điểm biểu diễn là đường conic

Câu 54. Chọn D

$$\text{Đặt } z = x + yi \text{ } (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi.$$

$$\text{Khi đó } 2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \Leftrightarrow 2|x + (y-1)i| = |(2y+2)i|$$

$$\Leftrightarrow 4[x^2 + (y-1)^2] = (2y+2)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 - 8y + 4 = 4y^2 + 8y + 4$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{x^2}{4} \text{ là một Parabol.}$$

Câu 55. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$.

Xét hai điểm $F_1(-2; 0)$, $F_2(2; 0)$, khi đó theo giả thiết:

$$|z+2| + |z-2| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 4 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 4.$$

Mà $F_1F_2 = 4$, nên $MF_1 + MF_2 = F_1F_2$.

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn của z chính là đoạn thẳng F_1F_2 .

Câu 56. Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Khi đó } \frac{z-1+i}{(z+\bar{z})i+1} = \frac{a-1+(b+1)i}{1+2ai} = \frac{[a-1+(b+1)i](1-2ai)}{1+4a^2}$$

$$= \frac{a-1+2a(b+1)+[-2a(a-1)+b+1]i}{1+4a^2}.$$

$$\frac{z-1+i}{(z+\bar{z})i+1} \text{ là số thực suy ra } -2a(a-1)+b+1=0 \Leftrightarrow b=2a^2-2a-1 \Leftrightarrow \frac{b}{2}=4\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2-2\cdot\frac{a}{2}-\frac{1}{2}.$$

Số phức $\frac{z}{2}$ có điểm biểu diễn $M\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}\right) \Rightarrow$ quỹ tích M là parabol có phương trình

$$y = 4x^2 - 2x - \frac{1}{2}$$

Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $\frac{z}{2}$ là parabol có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

Câu 57. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|z + 2 - i| + |z - 4 - i| = 10 \Leftrightarrow |x + 2 + (y - 1)i| + |x - 4 + (y - 1)i| = 10$.

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + (y - 1)^2} + \sqrt{(x - 4)^2 + (y - 1)^2} = 10 \quad (*)$$

Đặt $A(-2; 1), B(4; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{(4 + 2)^2 + 0^2} = 6$.

Khi đó phương trình (*) trở thành: $MA + MB = 10$.

Khi đó tập hợp những điểm M thỏa mãn phương trình (*) là một elip với.

+ Độ dài trục lớn $2a = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{2} = 5$.

+ Tiêu cự $2c = AB = 6 \Rightarrow c = \frac{6}{2} = 3$.

+ Độ dài trục bé $2b$ với $b^2 = a^2 - c^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow b = 4$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn

$|z + 2 - i| + |z - 4 - i| = 10$ là diện tích Elip trên: $S = \pi ab = \pi 4.5 = 20\pi$.

Câu 58. Gọi $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$$2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \Leftrightarrow 2|x + (y - 1)i| = |(2y + 2)i| \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{0^2 + (2y + 2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 4(x^2 + y^2 - 2y + 1) = 4y^2 + 8y + 4 \Leftrightarrow 4x^2 = 16y \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x^2$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là một Parabol (P)

có phương trình: $y = \frac{1}{4}x^2$.

Câu 59. Chọn B

Gọi số phức $z = x + yi$ có điểm biểu diễn là $M(x, y)$ trên mặt phẳng tọa độ:

Theo đề bài ta có: $3|z + i| = |2\bar{z} - z + 3i| \Leftrightarrow |3(x + yi) + 3i| = |2(x - yi) - (x + yi) + 3i| \Leftrightarrow$

$$|3x + (3y + 3)i| = |x + (3 - 3y)i| \Leftrightarrow \sqrt{9x^2 + (3y + 3)^2} = \sqrt{x^2 + (3 - 3y)^2} \Leftrightarrow$$

$$9x^2 + (3y + 3)^2 = x^2 + (3 - 3y)^2 \Leftrightarrow 8x^2 + 36y = 0 \Rightarrow y = -\frac{2}{9}x^2$$

Vậy tập hợp các điểm $M(x, y)$ biểu diễn số phức z theo yêu cầu của đề bài là Một parabol

$$y = -\frac{2}{9}x^2$$

Câu 60. Chọn B

Gọi $M(x, y)$, $F_1(-2; 0)$, $F_2(2; 0)$.

Ta có $|z + 2| + |z - 2| = 8 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y + 2)^2} + \sqrt{x^2 + (y - 2)^2} = 8 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 8$.

Do đó điểm $M(x; y)$ nằm trên elip (E) có $2a = 8 \Leftrightarrow a = 4$, ta có $F_1F_2 = 2c \Leftrightarrow 4 = 2c \Leftrightarrow c = 2$.

Ta có $b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 4 = 12$. Vậy tập hợp các điểm M là elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

Câu 61. Chọn B

✓ Đặt $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ điểm biểu diễn của z là $M(x; y)$. Ta có:

$$2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \Leftrightarrow 2|x + yi - i| = |(x + yi) - (x - yi) + 2i|$$

$$\Leftrightarrow 2|x + (y - 1)i| = |2(y + 1)i| \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = 2|y + 1| \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x^2$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.

Câu 62. Chọn D

Ta có: Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$.

Gọi $A(4; 0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 4$.

Gọi $B(-4; 0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -4$.

Khi đó: $|z + 4| + |z - 4| = 10 \Leftrightarrow MA + MB = 10$. (*)

Hệ thức trên chứng tỏ tập hợp các điểm M là elip nhận A, B là các tiêu điểm.

Gọi phương trình của elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0, a^2 = b^2 + c^2)$.

Từ (*) ta có: $2a = 10 \Leftrightarrow a = 5$.

$$AB = 2c \Leftrightarrow 8 = 2c \Leftrightarrow c = 4 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 9.$$

Vậy quỹ tích các điểm M là elip: $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 63. Chọn B

Gọi $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Từ giả thiết ta có $\sqrt{(x + 4)^2 + y^2} + \sqrt{(x - 4)^2 + y^2} = 10 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 10$ với $F_1(-4; 0), F_2(4; 0)$.

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức z là đường Elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Dạng 4. Tập hợp điểm biểu diễn là một miền

Câu 64. Dễ thấy điểm $I(4; 4)$ là tâm của hai đường tròn.

Đường tròn nhỏ có phương trình là: $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 4$.

Đường tròn to có phương trình là: $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức thỏa mãn đề bài là $2 \leq |z - 4 - 4i| \leq 4$.

Câu 65. Cách 1:

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo bài ra: $|z - (2 - 3i)| \leq 2 \Leftrightarrow |x + yi - (2 - 3i)| \leq 2 \Leftrightarrow |x - 2 + (y + 3)i| \leq 2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 3)^2} \leq 2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 \leq 4.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là hình tròn tâm

$I(2; -3)$, bán kính $R = 2$.

Câu 66. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z = x + yi$; ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$|z + 4 - 4i| \leq 2.$$

$$\Rightarrow |x + yi + 4 - 4i| \leq 2$$

$$\Leftrightarrow |x + 4 + (y - 4)i| \leq 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 4)^2 + (y - 4)^2} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow (x + 4)^2 + (y - 4)^2 \leq 4.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z thỏa $|z + 4 - 4i| \leq 2$ là hình tròn tâm $I(-4; 4)$, bán kính $R = 2$.

Câu 67. Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức z ;

$A(-1; 3)$ là điểm biểu diễn số phức $-1 + 3i$.

$$\text{Khi đó, } AM = |z - 3i + 1| = \sqrt{(a + 1)^2 + (b - 3)^2}$$

$\Rightarrow 3^2 \leq (a + 1)^2 + (b - 3)^2 \leq 25$, tập hợp các điểm biểu diễn của z là hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn $(A; 3)$ và $(A; 5)$, kể cả các điểm nằm trên hai đường tròn này.

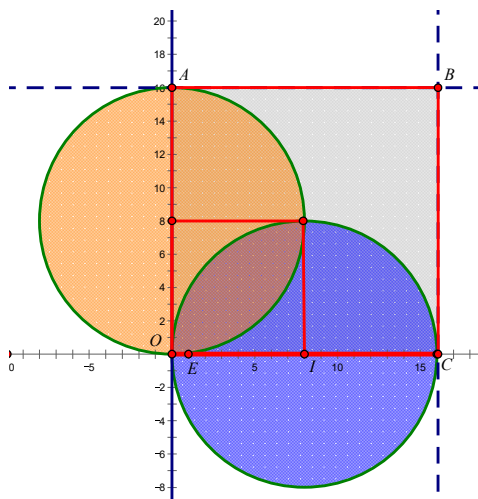
$$S = 25\pi - 9\pi = 16\pi \text{ (dvd)}. \text{}$$

Câu 68. Vì số phức z có điểm biểu diễn nằm trong cung phần tư thứ (I) nên gọi $z = a + bi, (a > 0, b > 0)$.

$$\Rightarrow w = \frac{1}{iz} = \frac{1}{i(a + bi)} = \frac{1}{-b + ai} = \frac{-b - ai}{a^2 + b^2} = \frac{-b}{a^2 + b^2} - \frac{a}{a^2 + b^2}i$$

$$\text{Do } a > 0, b > 0 \Rightarrow \frac{-b}{a^2 + b^2} < 0, -\frac{a}{a^2 + b^2} < 0.$$

Vậy điểm biểu diễn w nằm trong cung phần tư thứ (III) .



Câu 69.

Gọi $z = x + yi, x, y \in R$ khi đó điểm biểu diễn của z là $M(x; y)$.

$$\frac{z}{16} = \frac{x + yi}{16} = \frac{x}{16} + \frac{y}{16}i \text{ theo giả thiết } \begin{cases} 0 \leq \frac{x}{16} \leq 1 \\ 0 \leq \frac{y}{16} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 16 \\ 0 \leq y \leq 16 \end{cases} \text{ (I)}$$

$$\frac{16}{z} = \frac{16}{x - yi} = \frac{16(x + yi)}{x^2 + y^2} = \frac{16x}{x^2 + y^2} + \frac{16y}{x^2 + y^2}i$$

$$\text{Theo giả thiết } \begin{cases} 0 \leq \frac{16x}{x^2 + y^2} \leq 1 \\ 0 \leq \frac{16y}{x^2 + y^2} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq 16x \leq x^2 + y^2 \\ 0 \leq 16y \leq x^2 + y^2 \end{cases} \quad S_3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 16x \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 16y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, y \leq 0 \\ (x-8)^2 + y^2 \geq 64 \text{ (II)} \\ x^2 + (y-8)^2 \geq 64 \end{cases}$$

Gọi S_1 là diện tích hình vuông OABC có cạnh bằng 16, $S_1 = 16^2 = 256$.

S_2 là diện tích hình tròn có bán kính bằng 8.

S_3 là diện tích phần giao của hai nửa đường tròn như hình vẽ.

$$S = S_1 - S_2 + S_3 = 256 - 64\pi + 2\left(\frac{1}{4}\pi 8^2 - \frac{1}{2}8^2\right)$$

$$\text{Vậy } S = 256 - 64\pi + 32\pi - 64 = 32(6 - \pi).$$

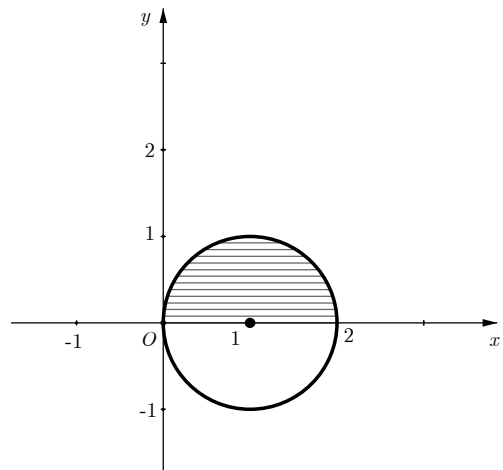
Câu 70. Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } 3 \leq |z - 3i + 1| \leq 5 \Leftrightarrow 3 \leq |a + bi - 3i + 1| \leq 5 \Leftrightarrow 9 \leq (a-3)^2 + (b+1)^2 \leq 25.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn của z là hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn có tâm $I(3; -1)$ bán kính lần lượt là 3 và 5.

$$\text{Vì vậy } S = \pi(5^2 - 3^2) = 16\pi.$$

Câu 71. Chọn C



Đặt $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ khi đó ta có:

$$|z - 1| \leq 1 \Leftrightarrow |(x + yi) - 1| \leq 1.$$

$$\Leftrightarrow |(x-1) + yi| \leq 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \quad (1).$$

$$z - \bar{z} = (x + yi) - (x - yi) = 2yi \text{ có phần ảo không âm suy ra } y \geq 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta suy ra phần mặt phẳng biểu diễn số phức z là nửa hình tròn tâm $I(1;0)$ bán kính

$r=1$, diện tích của nó bằng $\frac{1}{2} \cdot r^2 \pi = \frac{\pi}{2}$ (đvdt).

Câu 72. Chọn B

Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|2(x + yi) - (x - yi)| \leq 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 9y^2} \leq 3 \Leftrightarrow x^2 + 9y^2 \leq 9 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} \leq 1$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là miền trong của Elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} \leq 1$.

Ta có $a=3, b=1$, nên diện tích hình H cần tìm bằng $\frac{1}{4}$ diện tích Elip.

Vậy $S = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot a \cdot b = \frac{3\pi}{4}$.

Câu 73. Chọn A

Gọi $w = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $w = (1+i)z + 1 \Leftrightarrow z = \frac{w-1}{1+i}$.

Do đó $|z-1| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{w-1}{1+i} - 1 \right| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{w-2-i}{1+i} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{(x-2) + (y-1)i}{1+i} \right| \leq 1$.

$\Leftrightarrow \left| \frac{(x-2) + (y-1)i}{1+i} \right| \leq 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 2$.

Vậy diện tích hình tròn đó là $S = 2\pi$.

Câu 74. Chọn B

Ta có: $(2+i)(z+i) = 3-i+z \Rightarrow z = 1-i \Rightarrow w = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}i \Rightarrow M\left(\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \tan \varphi = \frac{1}{5}$.

Lúc đó: $\sin 2\varphi = \frac{2 \tan \varphi}{1 + \tan^2 \varphi} = \frac{5}{13} > 0; \cos 2\varphi = \frac{1 - \tan^2 \varphi}{1 + \tan^2 \varphi} = \frac{12}{13} > 0$.

Câu 75. Chọn C

$w = 2z + 1 - i \Rightarrow z = \frac{w-1+i}{2}$

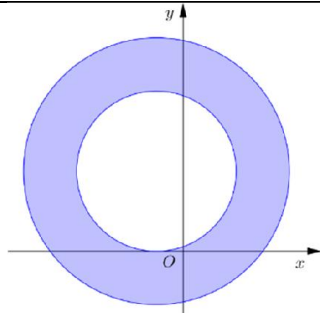
$|z-3+4i| \leq 2 \Leftrightarrow \left| \frac{w-1+i}{2} - 3 + 4i \right| \leq 2 \Leftrightarrow |w-1+i-6+8i| \leq 4 \Leftrightarrow |w-7+9i| \leq 4 \quad (1)$

Giả sử $w = x + yi \quad (x, y \in \mathbb{R})$, khi đó $(1) \Leftrightarrow (x-7)^2 + (y+9)^2 \leq 16$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức w là hình tròn tâm $I(7; -9)$, bán kính $r = 4$.

Vậy diện tích cần tìm là $S = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$.

Câu 76. Chọn B



Gọi $z = x + yi$.

(với $x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow 3 \leq |z - 3i + 1| \leq 5 \Leftrightarrow 9 \leq (x+1)^2 + (y-3)^2 \leq 25$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn bán kính $R = 5$ và $r = 3$. Diện tích $S = \pi(R^2 - r^2) = 16\pi$.

CHUYÊN
ĐỀ 27

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VỚI HỆ SỐ THỰC, BÀI TOÁN MIN-MAX

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
Phương trình bậc 2 với hệ số thực.....	1
Bài toán MIN-MAX.....	4
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO.....	8
Phương trình bậc 2 với hệ số thực.....	8
Bài toán MIN-MAX.....	14

PHẦN A. CÂU HỎI

Phương trình bậc 2 với hệ số thực

Câu 1. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$

- A. $T = 2 + 2\sqrt{3}$ B. $T = 4$ C. $T = 2\sqrt{3}$ D. $T = 4 + 2\sqrt{3}$

Câu 2. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng:

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$

Câu 3. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4 = 0$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T = OM + ON$ với O là gốc tọa độ.

- A. $T = 8$ B. 4 C. $T = \sqrt{2}$ D. $T = 2$

Câu 4. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

- A. 16. B. 56. C. 20. D. 26.

Câu 5. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ là nghiệm.

- A. $z^2 + 2z + 3 = 0$ B. $z^2 - 2z + 3 = 0$ C. $z^2 + 2z - 3 = 0$ D. $z^2 - 2z - 3 = 0$

Câu 6. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $P = \frac{2}{3}$ B. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$

- Câu 7. (Mã 102 - BGD - 2019)** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng
- A. 36. B. 8. C. 28. D. 18.
- Câu 8. (Mã đề 104 - BGD - 2019)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng
- Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại
- A. 2. B. 8. C. 16. D. 10.
- Câu 9. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017)** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2$.
- A. $P = 2$ B. $P = -1$ C. $P = 0$ D. $P = 1$
- Câu 10. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng:
- A. 10 B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{5}$. D. 3.
- Câu 11. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.
- A. $\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{6}$ C. 6 D. $\frac{1}{12}$
- Câu 12. (Mã 103 - BGD - 2019)** Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng
- A. 16. B. 26. C. 6. D. 8.
- Câu 13. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.
- A. $10\sqrt{3}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{10}$. D. 20.
- Câu 14. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Kí hiệu z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của $|z_1| \cdot |z_2|$ bằng
- A. 5. B. $\frac{5}{2}$. C. 10. D. 20.
- Câu 15. (ĐỀ THI THỬ VTED 02 NĂM HỌC 2018 - 2019)** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 = -3$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng
- A. 6. B. $2\sqrt{3}$. C. 3. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 16. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ bằng
- A. 5. B. 3. C. 8. D. 6.
- Câu 17. (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02)** Biết z là số phức có phần ảo âm và là nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = \frac{z}{z}$.

A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Câu 18. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Tính

$$w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + i(z_1^2 z_2 + z_2^2 z_1).$$

A. $w = -\frac{4}{5} + 20i$.

B. $w = \frac{4}{5} + 20i$.

C. $w = 4 + 20i$.

D. $w = 20 + \frac{4}{5}i$.

Câu 19. (ĐỀ 04 VTED NĂM 2018-2019) Với các số thực a, b biết phương trình $z^2 + 8az + 64b = 0$ có nghiệm phức $z_0 = 8 + 16i$. Tính môđun của số phức $w = a + bi$

A. $|w| = \sqrt{19}$

B. $|w| = \sqrt{3}$

C. $|w| = \sqrt{7}$

D. $|w| = \sqrt{29}$

Câu 20. (THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019) Phương trình $z^2 + a.z + b = 0$, với a, b là các số thực nhận số phức $1 + i$ là một nghiệm.

Tính $a - b$?

A. -2 .

B. -4 .

C. 4 .

D. 0 .

Câu 21. (KTNL GV THPT LÝ THÁI TỔ NĂM 2018-2019) Tính modun của số phức $w = b + ci$, $b, c \in \mathbb{R}$ biết số phức $\frac{i^8 - 1 - 2i}{1 - i^7}$ là nghiệm của phương trình $z^2 + bz + c = 0$.

A. 2 .

B. 3 .

C. $2\sqrt{2}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Câu 22. (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 7 = 0$. Số phức $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_2} z_1$ bằng

A. 2

B. 10

C. $2i$

D. $10i$

Câu 23. (ĐỀ THI THỬ VTED 03 NĂM HỌC 2018 - 2019) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - 2z + 27 = 0$. Giá trị của $z_1 |z_2| + z_2 |z_1|$ bằng:

A. 2

B. 6

C. $3\sqrt{6}$

D. $\sqrt{6}$

Câu 24. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 29 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^4 + |z_2|^4$.

A. 841 .

B. 1682 .

C. 1282 .

D. 58 .

Câu 25. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$.

B. $P = \frac{2}{3}$.

C. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26. (CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH YÊN BÁI LẦN 01 NĂM 2018-2019) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $T = \frac{2}{3}$.

B. $T = \frac{8}{3}$.

C. $T = \frac{4}{3}$.

D. $T = -\frac{11}{9}$.

Câu 27. (THPT QUANG TRUNG ĐỒNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Gọi A, B là hai điểm trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn cho các số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa mãn đẳng thức $z_1^2 + z_2^2 - z_1 z_2 = 0$, khi đó tam giác OAB (O là gốc tọa độ):

- A. Là tam giác đều. B. Là tam giác vuông.
C. Là tam giác cân, không đều. D. Là tam giác tù.

Câu 28. (THPT QUANG TRUNG ĐỒNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hai số phức z và w khác 0, thỏa mãn $\frac{3}{z} + \frac{4}{w} = \frac{5}{z+w}$ và $|w|=1$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $|z|=2\sqrt{3}$. B. $|z|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $|z|=\sqrt{3}$. D. $|z|=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29. (KTNL GV THUẬN THÀNH 2 BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$, với $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ có các nghiệm z_1, z_2 đều không là số thực. Tính $P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$ theo a, b, c .

- A. $P = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$. B. $P = \frac{2c}{a}$. C. $P = \frac{4c}{a}$. D. $P = \frac{2b^2 - 4ac}{a^2}$.

Câu 30. (THPT YÊN PHONG SỐ 1 BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z|=2$. Tính S .

- A. $S=6$. B. $S=10$. C. $S=-3$. D. $S=7$.

Câu 31. (CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH YÊN BÁI LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = 2a + 3b$.

- A. $S=-6$. B. $S=6$. C. $S=-5$. D. $S=5$.

Câu 32. (TT THANH TƯỜNG NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Gọi S là tổng các giá trị thực của m để phương trình $9z^2 + 6z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z|=1$. Tính S .

- A. 20. B. 12. C. 14. D. 8.

Bài toán MIN-MAX

Câu 33. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $P=8$ B. $P=10$ C. $P=4$ D. $P=6$

Câu 34. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT NĂM 2017) Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

- A. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$ B. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$ C. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$ D. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$

Câu 35. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau $|z-1|=\sqrt{34}, |z+1+mi|=|z+m+2i|$ (trong đó m là số thực) và sao cho $|z_1 - z_2|$ là lớn nhất. Khi đó giá trị $|z_1 + z_2|$ bằng

- A. $\sqrt{2}$ B. 10 C. 2 D. $\sqrt{130}$

Câu 36. (THPT CẨM GIÀNG 2 NĂM 2018-2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 1$. Số phức $z - i$ có môđun nhỏ nhất là:

- A. $\sqrt{5} - 2$. B. $\sqrt{5} - 1$. C. $\sqrt{5} + 1$. D. $\sqrt{5} + 2$.

Câu 37. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \left| \frac{2z+i}{z} \right|$ với z là số phức khác 0 và thỏa mãn $|z| \geq 2$. Tính tỉ số $\frac{M}{m}$.

- A. $\frac{M}{m} = 3$. B. $\frac{M}{m} = \frac{4}{3}$. C. $\frac{M}{m} = \frac{5}{3}$. D. $\frac{M}{m} = 2$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$.

- A. $\sqrt{13} + 3$. B. $\sqrt{13} + 5$. C. $\sqrt{13} + 1$. D. $\sqrt{13} + 6$.

Câu 39. Xét tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - 3i + 4| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2 + 7 - 24i|$ nằm trong khoảng nào?

- A. $(0; 1009)$. B. $(1009; 2018)$. C. $(2018; 4036)$. D. $(4036; +\infty)$.

Câu 40. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 2 - 2i|$. Đặt $A = M + m$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $A \in (\sqrt{34}; 6)$. B. $A \in (6; \sqrt{42})$. C. $A \in (2\sqrt{7}; \sqrt{33})$. D. $A \in (4; 3\sqrt{3})$.

Câu 41. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 6| + |z + 6| = 20$. Gọi M, n lần lượt là môđun lớn nhất và nhỏ nhất của z . Tính $M - n$

- A. $M - n = 2$. B. $M - n = 4$. C. $M - n = 7$. D. $M - n = 14$.

Câu 42. (THPT QUANG TRUNG ĐỒNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$ và $w = 2z + 1 - i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. $4 + \sqrt{74}$. B. $2 + \sqrt{130}$. C. $4 + \sqrt{130}$. D. $16 + \sqrt{74}$.

Câu 43. (THPT QUANG TRUNG ĐỒNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Xét số phức z và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là M và M' . Số phức $z(4 + 3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là N và N' . Biết rằng M, M', N, N' là bốn đỉnh của hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z + 4i - 5|$.

- A. $\frac{5}{\sqrt{34}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

Câu 44. Biết số phức z thỏa mãn $|iz - 3| = |z - 2 - i|$ và $|z|$ có giá trị nhỏ nhất. Phần thực của số phức z bằng:

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $-\frac{2}{5}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 45. (CHUYÊN NGUYỄN TRÃI HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 3i| = 2$. Số phức z mà $|z - 1|$ nhỏ nhất là

- A. $z = 1 + 5i$. B. $z = 1 + i$. C. $z = 1 + 3i$. D. $z = 1 - i$.

Câu 46. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NĂM 2018-2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 2 - 2i|$. Đặt $A = M + m$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $A \in (\sqrt{34}; 6)$. B. $A \in (6; \sqrt{42})$. C. $A \in (2\sqrt{7}; \sqrt{33})$. D. $A \in [4; 3\sqrt{3})$.

Câu 47. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, số phức z có mô đun nhỏ nhất có phần ảo là

- A. $\frac{3}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\frac{3}{5}$. D. $-\frac{3}{10}$.

Câu 48. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left| \frac{z_1 - i}{z_1 + 2 - 3i} \right| = 1; \left| \frac{z_2 + i}{z_2 - 1 + i} \right| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. $\sqrt{2} - 1$.

Câu 49. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = \sqrt{34}$ và $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$, (trong đó $m \in \mathbb{R}$). Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc S sao cho $|z_1 - z_2|$ lớn nhất, khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

- A. 2 B. 10 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{130}$

Câu 50. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - 3\sqrt{2}| = \sqrt{2}, |w - 4\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$. Biết rằng $|z - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = z_0, w = w_0$. Tính $|3z_0 - w_0|$.

- A. $2\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. 1. D. $6\sqrt{2}$.

Câu 51. (ĐỀ 04 VTED NĂM 2018-2019) Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z + 2w = 8 - 6i$ và $|z - w| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z| + |w|$ bằng

- A. $4\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{26}$. C. $\sqrt{66}$. D. $3\sqrt{6}$.

Câu 52. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1| + |z^2 - z + 1|$. Tính $M.m$

- A. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{39}{4}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 53. (THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019) Cho hai số phức z và $\omega = a + bi$ thỏa mãn $|z + \sqrt{5}| + |z - \sqrt{5}| = 6; 5a - 4b - 20 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của $|z - \omega|$ là

- A. $\frac{3}{\sqrt{41}}$. B. $\frac{5}{\sqrt{41}}$. C. $\frac{4}{\sqrt{41}}$. D. $\frac{3}{41}$.

Câu 54. (KTNL GV THPT LÝ THÁI TÔ NĂM 2018-2019) Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10}$ và

có mô đun nhỏ nhất. Tính $S = 7a + b$?

- A. 7. B. 0. C. 5. D. -12.

Câu 55. (KTNL GV THUẬN THÀNH 2 BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho số phức z thỏa mãn

$|z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| = 8$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3 - 3i|$. Tính $M + m$.

- A. $\sqrt{10} + \sqrt{34}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{10} + \sqrt{58}$. D. $\sqrt{5} + \sqrt{58}$.

Câu 56. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho số phức z có $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$.

- A. $\frac{13}{4}$ B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{11}{4}$

Câu 57. (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $(z - 6)(8 + \bar{z}i)$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 4$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

- A. $5 - \sqrt{21}$ B. $20 - 4\sqrt{21}$ C. $20 - 4\sqrt{22}$ D. $5 - \sqrt{22}$

Câu 58. (ĐỀ THI THỬ VTED 03 NĂM HỌC 2018 - 2019) Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = 2$ có hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1|^2 - |z_2|^2$ bằng

- A. -10 B. $-4 - 3\sqrt{5}$ C. -5 D. $-6 - 2\sqrt{5}$

Câu 59. (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2 - i| + |z_1 - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |z_1 + z_2|$.

- A. $\sqrt{2} - 1$. B. $\sqrt{2} + 1$. C. $2\sqrt{2} + 1$. D. $2\sqrt{2} - 1$.

Câu 60. (CHUYÊN NGUYỄN TẮT THÀNH YÊN BÁI LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho z là số phức thỏa mãn $|\bar{z}| = |z + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z - 1 + 2i| + |z + 1 + 3i|$ là

- A. $5\sqrt{2}$. B. $\sqrt{13}$. C. $\sqrt{29}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 61. (THPT CHUYÊN HẠ LONG - LẦN 2 - 2018) Cho các số phức $z_1 = -2 + i$, $z_2 = 2 + i$ và số phức z thay đổi thỏa mãn $|z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = 16$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị biểu thức $M^2 - m^2$ bằng

- A. 15. B. 7. C. 11. D. 8.

Câu 62. (THPT CHUYÊN QUANG TRUNG - BP - LẦN 1 - 2018) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2i| \leq |z - 4i|$ và $|z - 3 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2|$ là:

- A. $\sqrt{13} + 1$. B. $\sqrt{10} + 1$. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 63. (TT DIỆU HIỀN - CẦN THƠ - 2018) Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 1 - i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

- A. $1 + \sqrt{10}$. B. 4. C. $\sqrt{17}$ D. 5.

Câu 64. (SGD&ĐT CẦN THƠ - HKII - 2018) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Môđun của số phức $w = M + mi$ là

- A. $|w| = 3\sqrt{137}$. B. $|w| = \sqrt{1258}$. C. $|w| = 2\sqrt{309}$. D. $|w| = 2\sqrt{314}$.

Câu 65. (THPT HẬU LỘC 2 - TH - 2018) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$?

- A. $m = \sqrt{2} - 1$. B. $m = 2\sqrt{2}$. C. $m = 2$. D. $m = 2\sqrt{2} - 2$.

Câu 66. (SGD&ĐT BẮC GIANG - LẦN 1 - 2018) Hcho hai số phức z, w thỏa mãn $\begin{cases} |z - 3 - 2i| \leq 1 \\ |w + 1 + 2i| \leq |w - 2 - i| \end{cases}$

. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |z - w|$.

- A. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2}$. B. $P_{\min} = \sqrt{2} + 1$. C. $P_{\min} = \frac{5\sqrt{2} - 2}{2}$. D. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2}$.

Câu 67. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG - TPHCM - 2018) Cho số phức z thỏa $|z| = 1$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z^5 + \bar{z}^3 + 6z| - 2|z^4 + 1|$. Tính $M - m$.

- A. $m = -4, n = 3$. B. $m = 4, n = 3$ C. $m = -4, n = 4$. D. $m = 4, n = -4$.

Câu 68. (THPT CHUYÊN ĐH VINH - LẦN 3 - 2018) Cho các số phức w, z thỏa mãn $|w + i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và

$5w = (2 + i)(z - 4)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 1 - 2i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

- A. $6\sqrt{7}$. B. $4 + 2\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{53}$. D. $4\sqrt{13}$.

Câu 69. (KIM LIÊN - HÀ NỘI - LẦN 1 - 2018) Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = 2$. Tính $a + b$ khi $|z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $4 - \sqrt{3}$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. 3. D. $4 + \sqrt{3}$.

Câu 70. (LIÊN TRƯỜNG - NGHỆ AN - LẦN 2 - 2018) Biết rằng hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3 - 4i| = 1$ và $|z_2 - 3 - 4i| = \frac{1}{2}$. Số phức z có phần thực là a và phần ảo là b thỏa mãn $3a - 2b = 12$. Giá trị nhỏ nhất của

$P = |z - z_1| + |z - 2z_2| + 2$ bằng:

- A. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{11}$. B. $P_{\min} = 5 - 2\sqrt{3}$. C. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{13}$. D. $P_{\min} = 5 + 2\sqrt{5}$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phương trình bậc 2 với hệ số thực

Câu 1. Chọn D

$$z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -3 \\ z^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm i\sqrt{3} \\ z = \pm 2 \end{cases}$$

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |i\sqrt{3}| + |i\sqrt{3}| + |-2| + |2| = 2\sqrt{3} + 4$$

Câu 2.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$ ta có hai nghiệm là:

$$\begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = \sqrt{3}$$

Câu 3. Chọn B

$$\text{Ta có: } z^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2i \\ z_2 = 2i \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } M(0; -2); N(0; 2) \text{ nên } T = OM + ON = \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{2^2} = 4.$$

Câu 4. Chọn A

$$\text{Áp dụng định lý Viet áp dụng cho phương trình trên ta được: } \begin{cases} z_1 + z_2 = 6 \\ z_1 z_2 = 10 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó ta có } z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 36 - 20 = 16.$$

Câu 5. Chọn B

$$\text{Theo định lý Viet ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 \cdot z_2 = 3 \end{cases}, \text{ do đó } z_1, z_2 \text{ là hai nghiệm của phương trình } z^2 - 2z + 3 = 0$$

Câu 6. Chọn C

$$\text{Xét phương trình } 3z^2 - z + 1 = 0 \text{ có } \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -11 < 0.$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phức phân biệt

$$z_1 = \frac{1 + i\sqrt{11}}{6} = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{11}}{6}i; \quad z_2 = \frac{1 - i\sqrt{11}}{6} = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{11}}{6}i$$

Suy ra

$$P = |z_1| + |z_2| = \left| \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{11}}{6}i \right| + \left| \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{11}}{6}i \right| = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Câu 7.

$$\text{Ta có: } z^2 - 6z + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + \sqrt{5}i \\ z = 3 - \sqrt{5}i \end{cases} \Rightarrow z_1^2 + z_2^2 = (3 + \sqrt{5}i)^2 + (3 - \sqrt{5}i)^2 = 8.$$

Câu 8. Chọn A

$$\text{Ta có } \Delta' = 4 - 7 = -3 = (\sqrt{3}i)^2.$$

$$\text{Do đó phương trình có hai nghiệm phức là } z_1 = 2 + \sqrt{3}i, z_2 = 2 - \sqrt{3}i.$$

$$\text{Suy ra } z_1^2 + z_2^2 = (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 = 4 + 4\sqrt{3}i - 3 + 4 - 4\sqrt{3}i - 3 = 2.$$

Câu 9. Chọn C

Cách 1

$$z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

$$P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 0$$

$$\text{Cách 2: Theo định lý Vi-et: } z_1 + z_2 = -1; z_1 \cdot z_2 = 1.$$

Khi đó $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 + z_1 z_2 = 1^2 - 1 = 0$.

Câu 10. Chọn B

Xét phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$ ta có hai nghiệm là:

$$\begin{cases} z_1 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z_2 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}.$$

Câu 11. Chọn A

Theo định lý Vi-et, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 z_2 = 6 \end{cases}$ nên $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \frac{1}{6}$

Câu 12. Chọn C

$$\Delta' = b'^2 - ac = 4 - 5 = -1$$

Phương trình có 2 nghiệm phức $z_1 = -2 + i, z_2 = -2 - i$

$$\text{ nên } z_1^2 + z_2^2 = (-2 + i)^2 + (-2 - i)^2 = 4 - 4i + i^2 + 4 + 4i + i^2 = 8 + 2i^2 = 8 - 2 = 6$$

Câu 13. $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i \end{cases}$

$$\text{Do đó: } A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |-1 + 3i|^2 + |-1 - 3i|^2 = 20.$$

Câu 14. Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$. Vậy $z_1 = -1 + 3i, z_2 = -1 - 3i$.

$$\text{Suy ra } |z_1| \cdot |z_2| = \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 10.$$

Câu 15. Ta có: $z^2 = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} z = i\sqrt{3} \\ z = -i\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = |i\sqrt{3}| + |-i\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}.$

Câu 16. Phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 4 - 3i \\ z_2 = 4 + 3i \end{cases}$

$$\text{Suy ra: } |z_1 - z_2| = |-6i| = 6.$$

Câu 17. Ta có: $z^2 - 6z + 10 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 - i \\ z = 3 + i \end{cases}. \text{ Vì } z \text{ là số phức có phần ảo âm nên } \Leftrightarrow z = 3 - i$$

$$\text{Suy ra } w = \frac{z}{z} = \frac{3-i}{3+i} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$$

$$\text{Tổng phần thực và phần ảo: } \frac{4}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{5}.$$

Câu 18. Theo hệ thức Vi-et, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = 4 \\ z_1 z_2 = 5 \end{cases}$.

$$\text{Suy ra } w = \frac{z_2 + z_1}{z_1 z_2} + i(z_1 + z_2) z_1 z_2 = \frac{4}{5} + 20i.$$

Câu 19. Chọn D

Theo Viet ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -8a = 16 \\ z_1 \cdot z_2 = 64b = 64.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$. Vậy $|w| = \sqrt{29}$.

Câu 20. Do số phức $1+i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + a.z + b = 0$.

Nên ta có: $(1+i)^2 + a(1+i) + b = 0 \Leftrightarrow a + b + (a+2)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ a + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases}$.

Vậy: $a - b = -4$.

Câu 21. Chọn C

+) Đặt $z_o = \frac{i^8 - 1 - 2i}{1 - i^7}$, ta có $\begin{cases} i^8 = (i^2)^4 = (-1)^4 = 1 \\ i^7 = (i^2)^3 \cdot i = -i \end{cases}$

$$\Rightarrow z_o = \frac{1 - 1 - 2i}{1 + i} = \frac{-2i}{1 + i} = \frac{-2i(1 - i)}{1 - i^2} = -1 - i.$$

+) z_o là nghiệm của đa thức $P(z) = z^2 + bz + c \Rightarrow \bar{z}_o$ là nghiệm còn lại của $P(z)$.

+) Ta có: $z_o + \bar{z}_o = -\frac{b}{a} = -b = -2 \Rightarrow b = 2$.

$$z_o \cdot \bar{z}_o = \frac{c}{a} \Rightarrow (-1 - i)(-1 + i) = c \Rightarrow c = 2$$

$$\Rightarrow w = 2 + 2i \Rightarrow |w| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 22. Chọn A

Ta có $\begin{cases} z_1 = -2 + \sqrt{3}i \\ z_2 = -2 - \sqrt{3}i \end{cases} \Rightarrow z_1 \cdot \bar{z}_2 + \bar{z}_2 \cdot z_1 = (-2 + \sqrt{3}i)^2 + (-2 - \sqrt{3}i)^2 = 2$

Câu 23.

Lời giải

Chọn A

$$3z^2 - 2z + 27 = 0$$

$$z_1 = \frac{1 + \sqrt{80}i}{3}; z_2 = \frac{1 - \sqrt{80}i}{3} \text{ vậy } z_1 |z_2| + z_2 |z_1| = 2$$

Câu 24. Phương trình $z^2 + 4z + 29 = 0 \Leftrightarrow (z + 2)^2 = -25 \Leftrightarrow (z + 2)^2 = (5i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 - 5i \\ z_2 = -2 + 5i \end{cases}$.

$$\text{Suy ra } |z_1| = |z_2| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}.$$

$$\text{Vậy } |z_1|^4 + |z_2|^4 = (\sqrt{29})^4 + (\sqrt{29})^4 = 1682.$$

Câu 25. Cách 1:

$$\text{Ta có } 3z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow z^2 - \frac{1}{3}z + \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow \left(z - \frac{1}{6}\right)^2 = -\frac{11}{36}$$

$$\Leftrightarrow \left(z - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{11}}{6}i \\ z = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{11}}{6}i \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } P = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Cách 2:

Theo tính chất phương trình bậc 2 với hệ số thực, ta có z_1, z_2 là hai số phức liên hợp nên $z_1 \cdot z_2 = |z_1|^2 = |z_2|^2$.

$$\text{Mà } z_1 \cdot z_2 = \frac{1}{3} \text{ suy ra } |z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } P = |z_1| + |z_2| = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 26. Phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$ có $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = -23 \Rightarrow$

$$\begin{cases} z_1 = \frac{1 - \sqrt{23}i}{6} \\ z_2 = \frac{1 + \sqrt{23}i}{6} \end{cases}.$$

$$|z_2|^2 = |z_1|^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{23}}{6}\right)^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}.$$

Câu 27. Cách 1:

+ Gọi $z_1 = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R} : a^2 + b^2 \neq 0$). $A(a; b)$.

Khi đó z_2 là nghiệm phương trình: $z_2^2 - (a + bi)z_2 + (a + bi)^2 = 0$

+ Ta có: $\Delta = (a + bi)^2 - 4(a + bi)^2 = -3(a + bi)^2 = [\sqrt{3}(a + bi)i]^2 = [\sqrt{3}(-b + ai)]^2$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$z_2 = \frac{a - \sqrt{3}b}{2} + \frac{\sqrt{3}a + b}{2}i \text{ nên } B\left(\frac{a - \sqrt{3}b}{2}; \frac{\sqrt{3}a + b}{2}\right).$$

$$\text{Hoặc } z_2 = \frac{a + \sqrt{3}b}{2} + \frac{-\sqrt{3}a + b}{2}i \text{ nên } B\left(\frac{a + \sqrt{3}b}{2}; \frac{-\sqrt{3}a + b}{2}\right).$$

+ Tính $OA^2 = a^2 + b^2$, $OB^2 = a^2 + b^2$, $AB^2 = a^2 + b^2$. Vậy tam giác OAB đều.

Cách 2:

Theo giả thiết: $z_1^2 + z_2^2 - z_1 z_2 = 0 \Rightarrow (z_1 + z_2)(z_1^2 + z_2^2 - z_1 z_2) = 0$

$$\Leftrightarrow z_1^3 + z_2^3 = 0 \Leftrightarrow z_1^3 = -z_2^3 \Rightarrow |z_1| = |z_2| \rightarrow OA = OB.$$

Mặt khác: $z_2^1 + z_2^2 - z_1 z_2 = 0 \Leftrightarrow (z_1 - z_2)^2 = -z_1 z_2$

$$\Rightarrow |(z_1 - z_2)^2| = |-z_1 z_2| \Rightarrow |z_1 - z_2|^2 = |z_1| |z_2| \Rightarrow AB^2 = OA \cdot OB.$$

Mà $OA = OB$ nên $AB = OA = OB$.

Vậy tam giác OAB đều.

Cách 3:

$$+ z_1^2 + z_2^2 - z_1 z_2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 - \frac{z_1}{z_2} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 - \frac{z_1}{z_2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} \Rightarrow \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = 1 \Rightarrow |z_1| = |z_2|$$

Vậy $OA = OB$.

Mặt khác: $|z_1 - z_2| = \left| \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} z_2 - z_2 \right| = |z_2| \Rightarrow AB = OB$

Vậy tam giác OAB đều.

Câu 28. Ta xét phương trình $\frac{3}{z} + \frac{4}{w} = \frac{5}{z+w}$ với điều kiện $z+w \neq 0$.

Ta có $\frac{3}{z} + \frac{4}{w} = \frac{5}{z+w} \Leftrightarrow 3w^2 + 4z^2 + 2wz = 0$.

Vì $z \neq 0$ nên ta được phương trình $3\left(\frac{w}{z}\right)^2 + 2\left(\frac{w}{z}\right) + 4 = 0$.

Giải phương trình được kết quả
$$\begin{cases} \frac{w}{z} = -\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{11}}{3}i \\ \frac{w}{z} = -\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{11}}{3}i \end{cases}$$

Suy ra $\left|\frac{w}{z}\right| = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Mà $|w|=1$ nên $|z| = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29. Chọn C

Cách 1: Tự luận.

Ta có phương trình $az^2 + bz + c = 0$ có các nghiệm z_1, z_2 đều không là số thực, do đó $\Delta = b^2 - 4ac < 0$. Ta có $\Delta = i^2(4ac - b^2)$.

$$* \begin{cases} z_1 = \frac{-b + i\sqrt{4ac - b^2}}{2a} \\ z_2 = \frac{-b - i\sqrt{4ac - b^2}}{2a} \end{cases}$$

Khi đó:
$$\begin{cases} |z_1 + z_2|^2 = \frac{b^2}{a^2} \\ |z_1 - z_2|^2 = \frac{4ac - b^2}{a^2} \end{cases} \Rightarrow P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = \frac{4c}{a}. \text{ Vậy } P = \frac{4c}{a}.$$

Cách 2: Trắc nghiệm.

Cho $a=1, b=0, c=1$, ta có phương trình $z^2 + 1 = 0$ có 2 nghiệm phức là $z_1 = i, z_2 = -i$. Khi đó

$$P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 4.$$

Thế $a=1, b=0, c=1$ lên các đáp án, ta thấy chỉ có đáp án C cho kết quả giống.

Câu 30. Chọn D

Ta có: $z^2 - 2z + 1 - m = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = m \quad (1)$

+) Với $m \geq 0$ thì $(1) \Leftrightarrow z = 1 \pm \sqrt{m}$. Do $|z| = 2 \Leftrightarrow |1 \pm \sqrt{m}| = 2 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 9 \end{cases}$ (thỏa mãn).

+) Với $m < 0$ thì $(1) \Leftrightarrow z = 1 \pm i\sqrt{-m}$.

Do $|z| = 2 \Leftrightarrow |1 \pm i\sqrt{-m}| = 2 \Leftrightarrow 1 - m = 4 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa mãn).

Vậy $S = 1 + 9 - 3 = 7$.

Câu 31. Ta có $z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow (a+1) + (b+3 - \sqrt{a^2+b^2})i = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ \sqrt{1+b^2}=b+3 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -3 \\ 1+b^2=(b+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -3 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow b = -\frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow S = 2a + 3b = -6.$$

Câu 32. $9z^2 + 6z + 1 - m = 0 \quad (*)$.

Trường hợp 1: $(*)$ có nghiệm thực $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 9 - 9(1-m) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$.

$$|z|=1 \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ z=-1 \end{cases}.$$

$$\square z=1 \Rightarrow m=16 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\square z=-1 \Rightarrow m=4 \text{ (thỏa mãn).}$$

Trường hợp 2: $(*)$ có nghiệm phức $z = a + bi \ (b \neq 0) \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 9 - 9(1-m) < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Nếu z là một nghiệm của phương trình $9z^2 + 6z + 1 - m = 0$ thì $\bar{z}$ cũng là một nghiệm của phương trình $9z^2 + 6z + 1 - m = 0$.

$$\text{Ta có } |z|=1 \Leftrightarrow |z|^2=1 \Leftrightarrow z \cdot \bar{z}=1 \Leftrightarrow \frac{c}{a}=1 \Leftrightarrow \frac{1-m}{9}=1 \Leftrightarrow m=-8 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy tổng các giá trị thực của m bằng 12.

Bài toán MIN-MAX

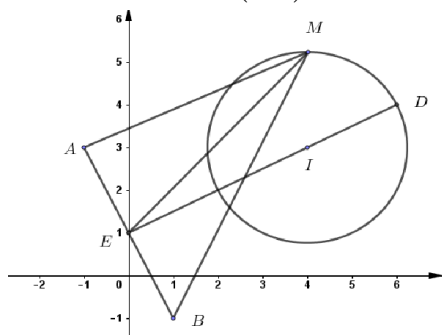
Câu 33.

Lời giải

Chọn B

Goi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Theo giả thiết ta có: $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-4)^2 + (b-3)^2 = 5 \Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(4; 3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$



$$\text{Goi: } \begin{cases} A(-1; 3) \\ B(1; -1) \end{cases} \Rightarrow Q = |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i| = MA + MB$$

Goi E là trung điểm của AB, kéo dài EI cắt đường tròn tại D

$$\text{Ta có: } Q^2 = MA^2 + MB^2 + 2MA \cdot MB$$

$$\Leftrightarrow Q^2 \leq MA^2 + MB^2 + MA^2 + MB^2 = 2(MA^2 + MB^2)$$

$$\text{Vì } ME \text{ là trung tuyến trong } \triangle MAB \Rightarrow ME^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2ME^2 + \frac{AB^2}{2}$$

$$\Rightarrow Q^2 \leq 2\left(2ME^2 + \frac{AB^2}{2}\right) = 4ME^2 + AB^2. \text{ Mặt khác } ME \leq DE = EI + ID = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q &\leq 10\sqrt{2} \Rightarrow Q_{\max} = 10\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ M \equiv D \end{cases} \\ \Rightarrow Q^2 &\leq 4 \cdot (3\sqrt{5})^2 + 20 = 200 \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{EI} &= 2\overrightarrow{ID} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2(x_D - 4) \\ 2 = 2(y_D - 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 4 \end{cases} \Leftrightarrow M(6; 4) \Rightarrow P = a + b = 10 \end{aligned}$$

Cách 2: Đặt $z = a + bi$. Theo giả thiết ta có: $(a-4)^2 + (b-5)^2 = 5$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} a-4 = \sqrt{5} \sin t \\ b-3 = \sqrt{5} \cos t \end{cases}. \text{ Khi đó:}$$

$$\begin{aligned} Q &= |z+1-3i| + |z-1+i| = \sqrt{(a+1)^2 + (b-3)^2} + \sqrt{(a-1)^2 + (b+1)^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5} \sin t + 5)^2 + 5 \cos^2 t} + \sqrt{(\sqrt{5} \sin t + 3)^2 + (\sqrt{5} \cos t + 4)^2} \\ &= \sqrt{30 + 10\sqrt{5} \sin t} + \sqrt{30 + 2\sqrt{5}(3 \sin t + 4 \cos t)} \end{aligned}$$

Áp dụng BĐT Bunhiacopski ta có:

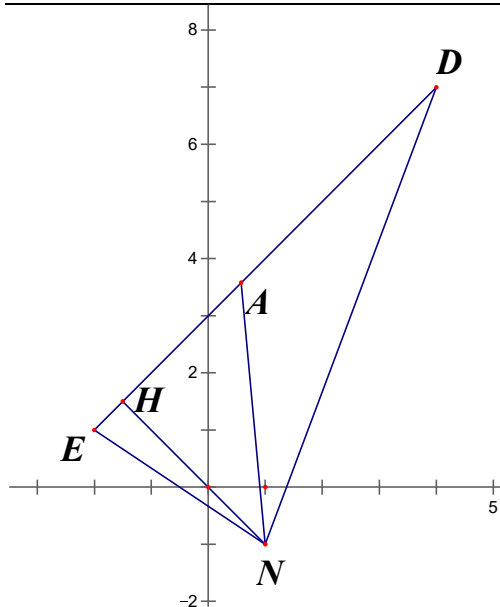
$$\begin{aligned} Q &\leq \sqrt{2(60 + 8\sqrt{5}(2 \sin t + \cos t))} \leq \sqrt{2(60 + 8\sqrt{5} \cdot \sqrt{5})} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \\ \Rightarrow Q &\leq 10\sqrt{2} \Rightarrow Q_{\max} = 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} \sin t = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos t = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow P = a + b = 10.$$

Câu 34.

Lời giải

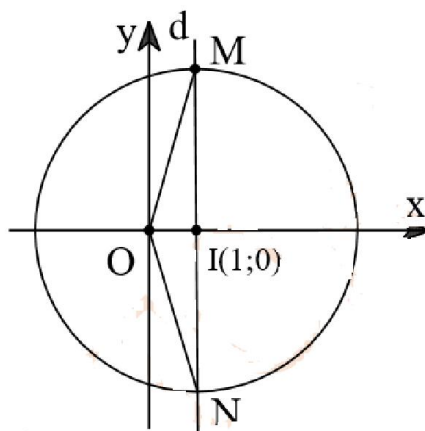
Chọn A



Gọi A là điểm biểu diễn số phức z , $E(-2;1)$, $F(4;7)$ và $N(1;-1)$.

Từ $AE + AF = |z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$ và $EF = 6\sqrt{2}$ nên ta có A thuộc đoạn thẳng EF . Gọi H là hình chiếu của N lên EF , ta có $H\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Suy ra $P = NH + NF = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$.

Câu 35. Chọn C



Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2

Gọi $z = x + iy, (x, y \in \mathbb{R})$

Ta có $|z - 1| = \sqrt{34} \Rightarrow M, N$ thuộc đường tròn (C) có tâm $I(1;0)$, bán kính $R = \sqrt{34}$

Mà $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i| \Leftrightarrow |x + yi + 1 + mi| = |x + yi + m + 2i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y+m)^2} = \sqrt{(x+m)^2 + (y+2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2(m-1)x + 2(m-2)y - 3 = 0$$

Suy ra M, N thuộc đường thẳng $d: 2(m-1)x + 2(m-2)y - 3 = 0$

Do đó M, N là giao điểm của đường thẳng d và đường tròn (C)

Ta có $|z_1 - z_2| = MN$ nên $|z_1 - z_2|$ lớn nhất khi và chỉ khi MN lớn nhất

$\Leftrightarrow MN$ đường kính của (C) . Khi đó $|z_1 + z_2| = 2OI = 2$

Câu 36. Cách 1:

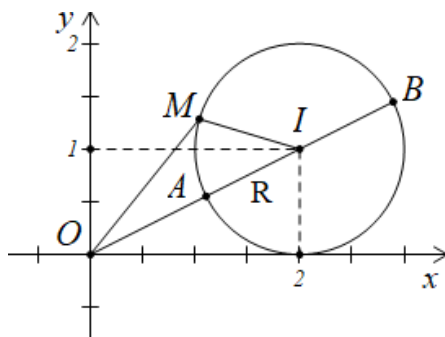
Đặt $w = z - i \Rightarrow z = w + i$.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn hình học của số phức w .

Từ giả thiết $|z - 2 - 2i| = 1$ ta được:

$$|w + i - 2 - 2i| = 1 \Leftrightarrow |w - 2 - i| = 1 \Leftrightarrow |(x - 2) + (y - 1)i| = 1 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1.$$

Suy ra tập hợp những điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức w là đường tròn (C) có tâm $I(2; 1)$ bán kính $R = 1$.



Giả sử OI cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B với A nằm trong đoạn thẳng OI .

Ta có $|w| = OM$

Mà $OM + MI \geq OI \Leftrightarrow OM + MI \geq OA + AI \Leftrightarrow OM \geq OA$

Nên $|w|$ nhỏ nhất bằng $OA = OI - IA = \sqrt{5} - 1$ khi $M \equiv A$.

Cách 2:

Từ $|z - 2 - 2i| = 1 \Rightarrow (a - 2)^2 + (b - 2)^2 = 1$ với $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$a - 2 = \sin x; b - 2 = \cos x \Rightarrow a = 2 + \sin x, b = 2 + \cos x$$

$$\text{Khi đó: } |z - i| = |2 + \sin x + (2 + \cos x)i - i| = \sqrt{(2 + \sin x)^2 + (1 + \cos x)^2} = \sqrt{6 + (4 \sin x + 2 \cos x)}$$

$$\geq \sqrt{6 - \sqrt{(4^2 + 2^2)(\sin^2 x + \cos^2 x)}} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = \sqrt{5} - 1$$

$$\text{Nên } |z - i| \text{ nhỏ nhất bằng } \sqrt{5} - 1 \text{ khi } \begin{cases} 4 \cos x = 2 \sin x \\ 4 \sin x + 2 \cos x = -2\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \cos x = -\frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

$$\text{Ta được } z = \left(2 - \frac{2\sqrt{5}}{5}\right) + \left(2 - \frac{\sqrt{5}}{5}\right)i$$

Cách 3:

Sử dụng bất đẳng thức $\|z_1| - |z_2|\| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

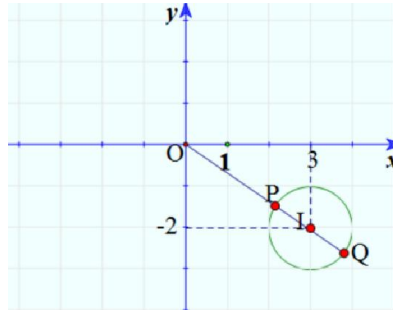
$$|z - i| = |(z - 2 - 2i) + (2 + i)| \geq \|z - 2 - 2i| - |2 + i|\| = \sqrt{5} - 1$$

$$\text{Câu 37. Ta có } P = \left| \frac{2z + i}{z} \right| = \frac{|2z + i|}{|z|} \Rightarrow \frac{|2z| - |i|}{|z|} \leq P \leq \frac{|2z| + |i|}{|z|} \Leftrightarrow 2 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 2 + \frac{1}{|z|} \Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq P \leq \frac{5}{2}.$$

$$\text{Vậy } \frac{M}{m} = \frac{5}{3}.$$

Câu 38. Chọn C

Ta có $1 = |z - 2 - 3i|^2 = (z - 2 - 3i) \cdot \overline{(z - 2 - 3i)} = (z - 2 - 3i)(\bar{z} - 2 + 3i)$
 $\Leftrightarrow 1 = |(z - 2 - 3i)(\bar{z} - 2 + 3i)| \Leftrightarrow |\bar{z} - 2 + 3i| = 1 \Leftrightarrow |\bar{z} + 1 + i - 3 + 2i| = 1(*)$.
 +Đặt $w = \bar{z} + 1 + i$, khi đó $\Leftrightarrow |w - 3 + 2i| = 1$.



Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \bar{z} + 1 + i$ là đường tròn $(I; 1)$ và $|w|$ là khoảng cách từ gốc tọa độ đến 1 điểm trên đường tròn. Do đó giá trị lớn nhất của $|w|$ chính là đoạn OQ .

$$\Rightarrow |w|_{\max} = 1 + \sqrt{3^2 + 2^2} = 1 + \sqrt{13}.$$

Câu 39. Ta có $1 = |z - 3i + 4| \geq ||z| - |3i - 4|| = ||z| - 5| \Rightarrow -1 \leq |z| - 5 \leq 1 \Rightarrow 4 \leq |z| \leq 6$.

$$\text{Đặt } z_0 = 4 - 3i \Rightarrow |z_0| = 5, z_0^2 = 7 - 24i.$$

$$\text{Ta có } A = |z^2 + 7 - 24i|^2 = |z^2 + z_0^2|^2 = (z^2 + z_0^2)(\bar{z}^2 + \bar{z}_0^2) = |z|^4 + |z_0|^4 + (z \cdot \bar{z}_0 + z_0 \cdot \bar{z})^2 - 2|z \cdot z_0|^2$$

$$\text{Mà } (z + z_0)(\bar{z} + \bar{z}_0) = 1 \Rightarrow z \cdot \bar{z}_0 + z_0 \cdot \bar{z} = 1 - |z|^2 - |z_0|^2$$

$$\text{Suy ra } A = |z|^4 + |z_0|^4 + \left(1 - |z|^2 - |z_0|^2\right)^2 - 2|z \cdot z_0|^2 = 2|z|^4 - 2|z|^2 + 1201.$$

Hàm số $y = 2t^4 - 2t^2 + 1201$ đồng biến trên $[4; 6]$ nên $A \geq 2 \cdot 4^4 - 2 \cdot 4^2 + 1201 = 1681$.

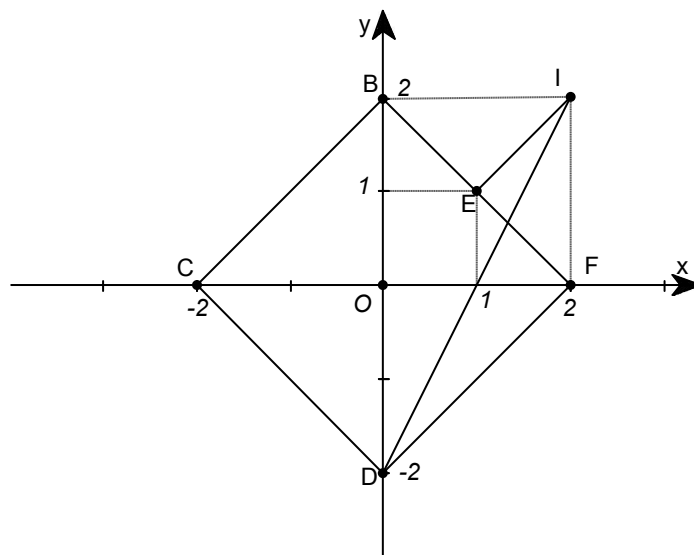
$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} |z| = 4 \\ |z + 4 - 3i| = 1 \end{cases}$$

Do đó $|z^2 + 7 - 24i|$ nằm trong khoảng $(1009; 2018)$.

Câu 40. Giả sử: $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow N(x, y)$: điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Ta có:

$$\bullet |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4 \Leftrightarrow |x| + |y| = 2 \Rightarrow N \text{ thuộc các cạnh của hình vuông } BCDF \text{ (hình vẽ).}$$



$$\bullet P = |z - 2 - 2i| \Rightarrow P = \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2} \Rightarrow P = d(I; N) \text{ với } I(2;2)$$

Từ hình ta có: $E(1;1)$

$$M = P_{\max} = ID = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5} \text{ và } m = P_{\min} = IE = \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{Vậy, } A = M + m = 2 + 2\sqrt{5} \in (\sqrt{34}; 6).$$

Câu 41. Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Theo giả thiết, ta có $|z - 6| + |z + 6| = 20$.

$$\Leftrightarrow |x - 6 + yi| + |x + 6 + yi| = 20 \Leftrightarrow \sqrt{(x-6)^2 + y^2} + \sqrt{(x+6)^2 + y^2} = 20 \quad (*)$$

Gọi $M(x; y)$, $F_1(6;0)$ và $F_2(-6;0)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 20 > F_1F_2 = 12$ nên tập hợp các điểm E là đường elip (E) có hai tiêu điểm F_1 và F_2 . Và độ dài trục lớn bằng 20.

$$\text{Ta có } c = 6; 2a = 20 \Leftrightarrow a = 10 \text{ và } b^2 = a^2 - c^2 = 64 \Rightarrow b = 8.$$

$$\text{Do đó, phương trình chính tắc của } (E) \text{ là } \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1.$$

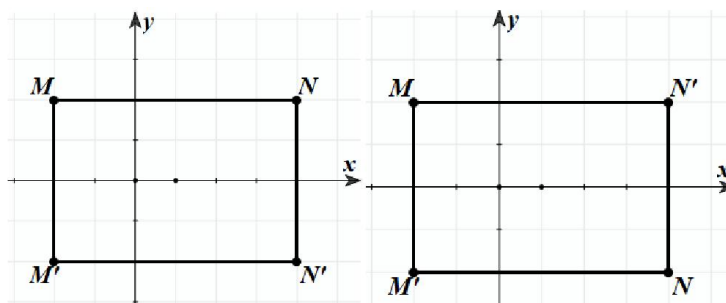
$$\text{Suy ra } \max|z| = OA = OA' = 10 \text{ khi } z = \pm 10 \text{ và } \min|z| = OB = OB' = 8 \text{ khi } z = \pm 8i.$$

$$\text{Vậy } M - n = 2.$$

Câu 42. Theo bất đẳng thức tam giác ta có

$$|w| = |2z + 1 - i| = |(2z - 6 + 8i) + (7 - 9i)| \leq |2z - 6 + 8i| + |7 - 9i| = 4 + \sqrt{130}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|w|$ là $4 + \sqrt{130}$.



Câu 43.

Gọi $z = x + yi$, trong đó $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $\bar{z} = x - yi$, $M(x; y)$, $M'(x; -y)$.

Ta đặt $w = z(4+3i) = (x+yi)(4+3i) = (4x-3y) + (3x+4y)i \Rightarrow N(4x-3y; 3x+4y)$. Khi đó

$$\overline{w} = \overline{z(4+3i)} = (4x-3y) - (3x+4y)i \Rightarrow N'(4x-3y; -3x-4y).$$

Ta có M và M' ; N và N' từng cặp đối xứng nhau qua trục Ox . Do đó, để chúng tạo thành một hình chữ nhật thì $y_M = y_N$ hoặc $y_M = y_{N'}$. Suy ra $y = 3x+4y$ hoặc $y = -3x-4y$. Vậy tập hợp các điểm M là hai đường thẳng: $d_1: x+y=0$ và $d_2: 3x+5y=0$.

Đặt $P = |z+4i-5| = \sqrt{(x-5)^2 + (y+4)^2}$. Ta có $P = MA$ với $A(5; -4)$.

$$P_{\min} \Leftrightarrow MA_{\min} \Leftrightarrow MA = d(A; d_1) \text{ hoặc } MA = d(A; d_2). \text{ Mà } d(A; d_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}, d(A; d_2) = \frac{5}{\sqrt{34}}, \text{ vậy}$$

$$P_{\min} = d(A; d_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 44. Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Khi đó

$$|iz-3| = |z-2-i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (-y-3)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} \Leftrightarrow x+2y+1=0 \Leftrightarrow x=-2y-1 \quad (1).$$

$$\text{Lại có } |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2).$$

Thay (1) vào (2) ta được:

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2y-1)^2 + y^2} = \sqrt{5y^2 + 4y + 1} = \sqrt{5\left(y + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}} \geq \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra khi } y + \frac{2}{5} = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{5}.$$

$$\text{Thay } y = -\frac{2}{5} \text{ vào (1) suy ra } x = -\frac{1}{5}.$$

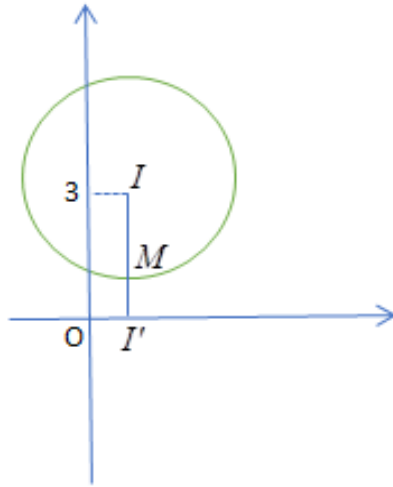
$$\text{Vậy phần thực của số phức } z \text{ là } -\frac{1}{5}.$$

Câu 45. Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

$$\text{Theo bài ra ta có } |z-1-3i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4.$$

Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn tâm $I(1; 3)$ bán kính $R = 2$.

$$\text{Khi đó } |z-1| = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = I'M \text{ với } I'(1; 0).$$



$|z-1|$ nhỏ nhất khi $I'M$ ngắn nhất hay I, M, I' thẳng hàng, M nằm giữa I và I' .

Phương trình đường thẳng II' là $x=1$.

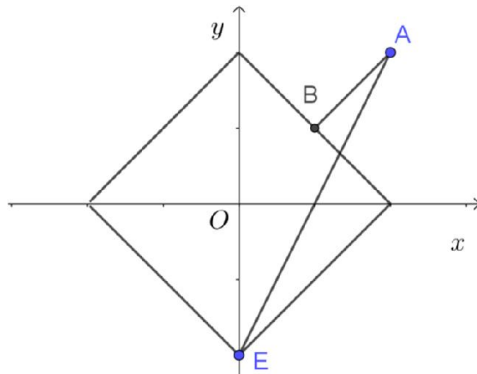
Tọa độ giao điểm của đường thẳng II' với đường tròn tâm I bán kính $R=2$ là $M_1(1; 1)$ và $M_2(1; 5)$.

Thử lại ta thấy $M_1(1; 1)$ thỏa mãn. Vậy $z=1+i$.

Câu 46. Đặt $z = x + iy$ và gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của $z = x + iy$

ta có: $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4 \Leftrightarrow |x| + |y| = 2$

Gọi $A(2; 2)$ và $P = MA$



* Theo hình vẽ, $\min P = d(A, \Delta)$, với $\Delta: x + y = 2$

$$\text{và } \min P = \frac{|2+2-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\max P = AE = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}, \text{ với } E(0; -2)$$

$$\text{Vậy } M + m = \sqrt{2} + 2\sqrt{5} \approx 5,88$$

Câu 47. Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$.

$$|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| \Leftrightarrow |(x-1) + (y+1)i| = |(x+1) - (y+2)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2} \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = -2x - \frac{3}{2}.$$

Cách 1:

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + \left(-2x - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{5x^2 + 6x + \frac{9}{4}} = \sqrt{5\left(x + \frac{3}{5}\right)^2 + \frac{9}{20}} \geq \frac{3\sqrt{5}}{10}, \forall x.$$

Suy ra $\min|z| = \frac{3\sqrt{5}}{10}$ khi $x = -\frac{3}{5}; y = -\frac{3}{10}$.

Vậy phần ảo của số phức z có mô đun nhỏ nhất là $-\frac{3}{10}$.

Cách 2:

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 4x + 2y + 3 = 0$.

Ta có $|z| = OM$. $|z|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow OM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của O trên d .

Phương trình đường thẳng OM đi qua O và vuông góc với d là: $x - 2y = 0$.

Tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x + 2y + 3 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = -\frac{3}{10} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{3}{10}\right).$$
 Hay

$$z = -\frac{3}{5} - \frac{3}{10}i.$$

Vậy phần ảo của số phức z có mô đun nhỏ nhất là $-\frac{3}{10}$.

Nhận xét: Ta có thể tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z như sau:

$$|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| \Leftrightarrow |z - (1 - i)| = |z - (-1 - 2i)| \quad (*)$$

Gọi M biểu diễn số phức z , điểm $A(1; -1)$ biểu diễn số phức $1 - i$, điểm $B(-1; -2)$ biểu diễn số phức $-1 - 2i$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow MA = MB$. Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình $d: 4x + 2y + 3 = 0$.

Câu 48. Giả sử $z_1 = x_1 + y_1i$ với $x_1, y_1 \in \mathbb{R}$. Khi đó:

$$\left| \frac{z_1 - i}{z_1 + 2 - 3i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z_1 - i| = |z_1 + 2 - 3i| \Leftrightarrow |x_1 + (y_1 - 1)i| = |(x_1 + 2) + (y_1 - 3)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x_1^2 + (y_1 - 1)^2} = \sqrt{(x_1 + 2)^2 + (y_1 - 3)^2} \Leftrightarrow x_1 - y_1 + 3 = 0.$$

$\Rightarrow$ Quỹ tích điểm M biểu diễn số phức z_1 là đường thẳng $\Delta: x - y + 3 = 0$.

Giả sử $z_2 = x_2 + y_2i$ với $x_2, y_2 \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$\left| \frac{z_2 + i}{z_2 - 1 + i} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |z_2 + i| = \sqrt{2}|z_2 - 1 + i| \Leftrightarrow |x_2 + (y_2 + 1)i| = \sqrt{2}|(x_2 - 1) + (y_2 + 1)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x_2^2 + (y_2 + 1)^2} = \sqrt{2}\sqrt{(x_2 - 1)^2 + (y_2 + 1)^2} \Leftrightarrow x_2^2 + y_2^2 - 4x_2 + 2y_2 + 3 = 0.$$

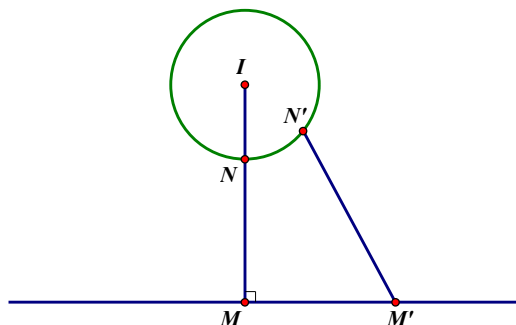
$\Rightarrow$ Quỹ tích điểm N biểu diễn số phức z_2 là đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ có tâm $I(2; -1)$ và

bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 - 3} = \sqrt{2}$.

Khoảng cách từ I đến Δ là: $d(I; \Delta) = \frac{|2 - (-1) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 3\sqrt{2} > R \Rightarrow$ đường thẳng Δ và đường tròn C không

có điểm chung.

Quỹ tích các điểm biểu diễn số phức $z_1 - z_2$ là đoạn thẳng MN . $\Rightarrow |z_1 - z_2|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MN nhỏ nhất.



Dễ thấy $MN_{\min} = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

Câu 49. Chọn A

Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó

$$|z - 1| = \sqrt{34} \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 34; |z + 1 + mi| = |z + m + 2i| \Leftrightarrow 2(m - 1)x + 2(2 - m)y + 3 = 0.$$

Do đó tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là giao điểm của đường tròn $(C): (x - 1)^2 + y^2 = 34$ và đường thẳng $d: 2(m - 1)x + 2(2 - m)y + 3 = 0$.

Gọi A, B là hai điểm biểu diễn z_1 và z_2 . Suy ra $(C) \cap d = \{A, B\}$.

Mặt khác $|z_1 - z_2| = AB \leq 2R = 2\sqrt{34}$ do đó $\max |z_1 - z_2| = 2\sqrt{34} \Leftrightarrow AB = 2R \Leftrightarrow I(1; 0) \in d$.

$$\text{Từ đó ta có } m = -\frac{1}{2} \text{ nên } d: 3x - 5y - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 6 + 3i \\ z_2 = -4 - 3i \end{cases}.$$

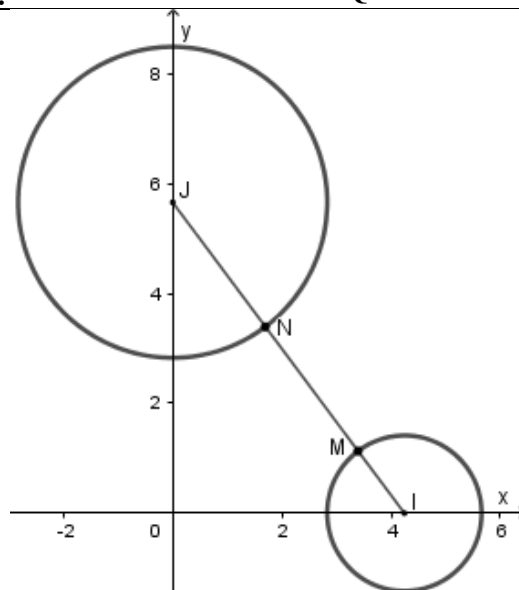
Vậy $|z_1 + z_2| = 2$.

Câu 50. Ta có: $|z - 3\sqrt{2}| = \sqrt{2}$, suy ra tập hợp điểm biểu diễn M biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(3\sqrt{2}; 0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.

+ $|w - 4\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$, suy ra tập hợp điểm biểu diễn N biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm $J(0; 4\sqrt{2})$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Ta có $\min |z - w| = \min MN$.

$$+ IJ = 5\sqrt{2}; IM = r = \sqrt{2}; NJ = R = 2\sqrt{2}.$$



Mặt khác $IM + MN + NJ \geq IJ \Rightarrow MN \geq IJ - IM - NJ$ hay $MN \geq 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.
Suy ra min $MN = 2\sqrt{2}$ khi I, M, N, J thẳng hàng và M, N nằm giữa I, J (Hình vẽ).

Cách 1:

Khi đó ta có: $|3z_0 - w_0| = |3\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}|$ và $IN = 3\sqrt{2} \Rightarrow \overrightarrow{IM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{IJ}; \overrightarrow{IN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$.

Mặt khác $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$; $3\overrightarrow{OM} = 3(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IM}) = 3(\overrightarrow{OI} + \frac{1}{5}\overrightarrow{IJ}) = 3\overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$.

Suy ra $|3z_0 - w_0| = |3\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}| = |3\overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ} - (\overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ})| = |2\overrightarrow{OI}| = 6\sqrt{2}$.

Cách 2:

Ta có $\overrightarrow{IN} = 3\overrightarrow{IM} \Rightarrow 3\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IN} = \vec{0}$.

Do đó $|3z_0 - w_0| = |3\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}| = |3(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IM}) - (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IN})| = |2\overrightarrow{OI}| = 2.OI = 2.3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.

Cách 3:

$$+) \overrightarrow{IM} = \frac{IM}{IJ}\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{12\sqrt{2}}{5} \\ y_M = \frac{4\sqrt{2}}{5} \end{cases} \Rightarrow z_0 = \frac{12\sqrt{2}}{5} + \frac{4\sqrt{2}}{5}i.$$

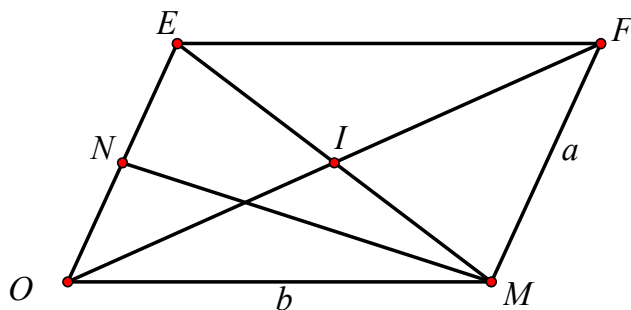
$$+) \overrightarrow{IN} = \frac{IN}{IJ}\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{IN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{6\sqrt{2}}{5} \\ y_N = \frac{12\sqrt{2}}{5} \end{cases} \Rightarrow w_0 = \frac{6\sqrt{2}}{5} + \frac{12\sqrt{2}}{5}i.$$

Suy ra $|3z_0 - w_0| = |6\sqrt{2}| = 6\sqrt{2}$.

Câu 51. Chọn C

Giả sử M, N lần lượt là các điểm biểu diễn cho z và w . Suy ra $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OF} = 2\overrightarrow{OI}$, $|z - w| = MN = 4$ và $OF = 2OI = 10$.

Đặt $|z| = ON = \frac{a}{2}; |w| = OM = b$. Dựng hình bình hành $OMFE$



Ta có
$$\begin{cases} \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{ME^2}{4} = 25 \\ \frac{b^2 + ME^2}{2} - \frac{a^2}{4} = 16 \end{cases} \Rightarrow a^2 + 2b^2 = \frac{264}{3}$$

$$(|z| + |w|)^2 = \left(\frac{a}{2} + b\right)^2 \leq (a^2 + 2b^2) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = 66$$

Suy ra $a + b \leq \sqrt{66}$, dấu “=” xảy ra khi $a = b = \frac{2\sqrt{66}}{3}$.

Vậy $(a + b)_{\max} = \sqrt{66}$.

Câu 52. Thay $|z|^2 = 1$ vào P ta có

$$\begin{aligned} P &= |z+1| + |z^2 - z + 1| = |z+1| + |z^2 - z + |z|^2| = |z+1| + |z^2 - z + z \cdot \bar{z}| = |z+1| + |z| |z + \bar{z} - 1| \\ &= |z+1| + |z + \bar{z} - 1|. \end{aligned}$$

Mặt khác $|z+1|^2 = (z+1)(\bar{z}+1) = 2 + z + \bar{z}$.

Đặt $t = z + \bar{z}$ do $|z| = 1$ nên điều kiện $t \in [-2; 2]$.

Suy ra $P = \sqrt{t+2} + |t-1|$.

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{t+2} + |t-1|$ với $t \in [-2; 2]$.

$f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t+2}} + 1$ với $t > 1$. Suy ra $f'(t) > 0$ với $t > 1$.

$f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t+2}} - 1$ với $t < 1$. Suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-7}{4}$.

Ta có bảng biến thiên

t	-2	$-\frac{7}{4}$	1	2				
$f'(t)$		+	0	-		+		
$f(t)$	3 $\nearrow \frac{13}{4}$ $\searrow \sqrt{3}$ $\nearrow 3$							

Từ bảng biến thiên suy ra $M = \frac{13}{4}$ tại $t = \frac{-7}{4}$ và $m = \sqrt{3}$ tại $t = 2$.

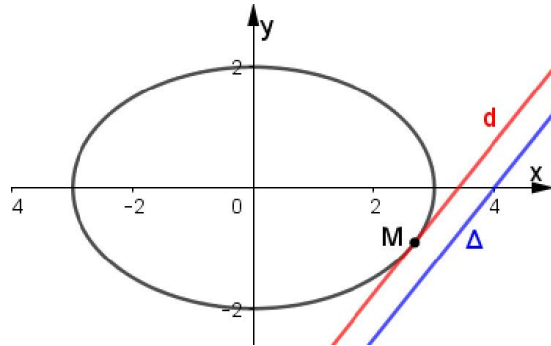
Vậy $M.m = \frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Câu 53. Đặt $F_1(-\sqrt{5}; 0)$, $F_2(\sqrt{5}; 0)$, vì $\sqrt{5} < 3$ nên tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thuộc elip có

$$\begin{cases} a=3 \\ c=\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 4 \text{ suy ra } (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

Tập hợp các điểm N biểu diễn số phức ω thuộc đường thẳng $\Delta: 5x - 4y - 20 = 0$.

Yêu cầu bài toán trở thành tìm điểm $M \in (E)$ và $N \in \Delta$ sao cho MN nhỏ nhất.



Đường thẳng d song song với Δ có dạng $d: 5x - 4y + c = 0$, ($c \neq -20$).

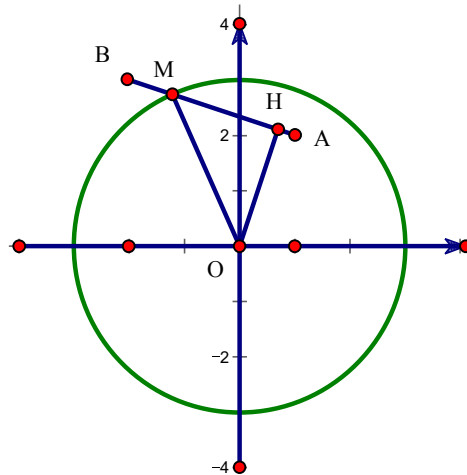
d tiếp xúc với (E) khi và chỉ khi $c^2 = 5^2 \cdot 9 + (-4)^2 \cdot 4 = 289 \Rightarrow \begin{cases} c=17 \\ c=-17 \end{cases}$.

$$\text{Với } c=17 \Rightarrow d(d, \Delta) = \frac{|-20-17|}{\sqrt{5^2 + (-4)^2}} = \frac{37}{\sqrt{41}}.$$

$$\text{Với } c=-17 \Rightarrow d(d, \Delta) = \frac{|-20+17|}{\sqrt{5^2 + (-4)^2}} = \frac{3}{\sqrt{41}}.$$

$$\text{Vậy } \min(MN) = \frac{3}{\sqrt{41}}.$$

Câu 54. Chọn A



Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$

$A(1; 2)$ là điểm biểu diễn số phức $(1 + 2i)$

$B(-2; 3)$ là điểm biểu diễn số phức $(-2 + 3i)$, $AB = \sqrt{10}$

$$|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10} \text{ trở thành } MA + MB = AB$$

$\Leftrightarrow M, A, B$ thẳng hàng và M ở giữa A và B

Gọi H là điểm chiếu của O lên AB , phương trình $(AB): x + 3y - 7 = 0$, $(OH): 3x - y = 0$

Tọa độ điểm $H\left(\frac{7}{10}; \frac{21}{10}\right)$, Có $\overrightarrow{AH} = \left(-\frac{3}{10}; \frac{1}{10}\right)$, $\overrightarrow{BH} = \left(\frac{27}{10}; -\frac{9}{10}\right)$ và $\overrightarrow{BH} = -9\overrightarrow{AH}$

Nên H thuộc đoạn AB

$|z|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow OM$ nhỏ nhất, mà M thuộc đoạn AB

$$\Leftrightarrow M \equiv H\left(\frac{7}{10}; \frac{21}{10}\right)$$

Lúc đó $S = 7a + b = \frac{49}{10} + \frac{21}{10} = 7$. Chọn A

Câu 55.

Giải:

Chọn D

Gọi $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$, ta có $|z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| = 8 \Leftrightarrow |x| + 2|y| = 4 \Rightarrow \begin{cases} |x| \leq 4 \\ |y| \leq 2 \end{cases}$, tập hợp $K(x, y)$ biểu

diễn số phức z thuộc cạnh các cạnh của trong hình thoi $ABCD$ như hình vẽ.

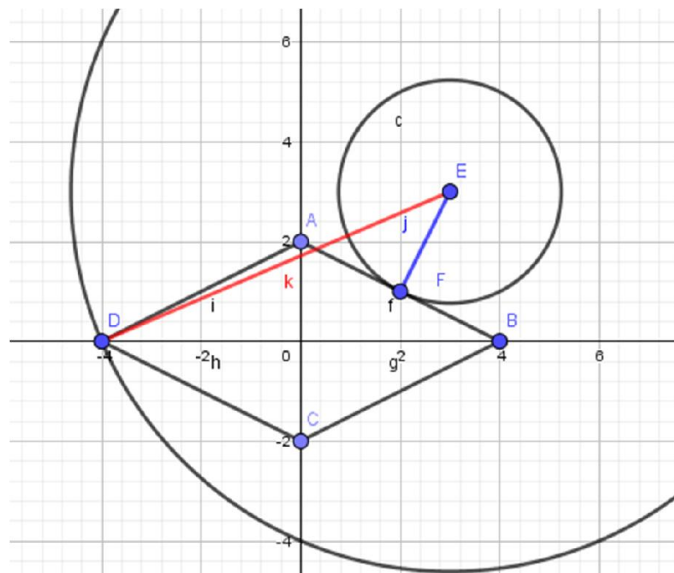
$P = |z - 3 - 3i|$ đạt giá trị lớn nhất khi KM lớn nhất, theo hình vẽ ta có KM lớn nhất khi $K \equiv D$ hay

$K(-4; 0)$ suy ra $M = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$

$P = |z - 3 - 3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi KM nhỏ nhất, theo hình vẽ ta có KM nhỏ nhất khi $K \equiv F$ (F là hình chiếu của E trên AB).

Suy ra $F(2; 1)$ do $AE = AB$ nên F là trung điểm của AB .

Suy ra $m = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$. Vậy $M + m = \sqrt{58} + \sqrt{5}$



Câu 56. Chọn A

$$P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1| = |z||z - 1| + |z^2 + z + 1| = |z - 1| + |z^2 + z + 1|$$

Do $|z| = 1$ nên ta đặt $z = \cos x + i \sin x$. Khi đó

$$\begin{aligned}
 P &= |z-1| + |z^2+z+1| = |\cos x + i \sin x - 1| + |\cos 2x + i \sin 2x + \cos x + i \sin x + 1| \\
 &= \sqrt{(\cos x - 1)^2 + \sin^2 x} + \sqrt{(\cos 2x + \cos x + 1)^2 + (\sin 2x + \sin x)^2} \\
 &= \sqrt{2-2\cos x} + \sqrt{3+4\cos x+2\cos 2x} \\
 &= \sqrt{2-2\cos x} + \sqrt{4\cos^2 x + 4\cos x + 1} \\
 &= \sqrt{2-2\cos x} + |2\cos x + 1|
 \end{aligned}$$

Đặt $t = \cos x$, $t \in [-1; 1]$. Xét hàm $y = \sqrt{2-2t} + |2t+1|$

Với $t \geq -\frac{1}{2}$ thì $y = \sqrt{2-2t} + 2t + 1$, $y' = \frac{-1}{\sqrt{2-2t}} + 2$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{\sqrt{2-2t}} + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{8}$$

$$y(1) = 3; y\left(\frac{7}{8}\right) = \frac{13}{4}; y\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$$

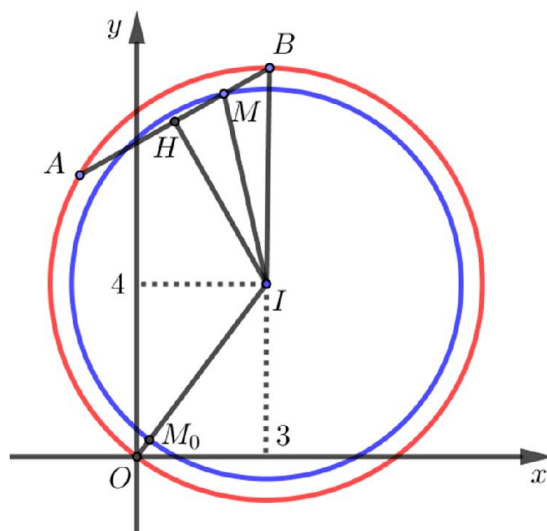
Với $t < -\frac{1}{2}$ thì $y = \sqrt{2-2t} - 2t - 1$, $y' = \frac{-1}{\sqrt{2-2t}} - 2$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{\sqrt{2-2t}} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2-2t} = \frac{-1}{2} \text{ (phương trình vô nghiệm)}$$

$$y(-1) = 3; y\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$$

Vậy $\max_{[-1;1]} y = \frac{13}{4}$. Do đó giá trị lớn nhất của $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$ là $\frac{13}{4}$.

Câu 57. Chọn C



Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức z_1, z_2 . Suy ra

$$AB = |z_1 - z_2| = 4.$$

* Ta có $(z-6)(8+\bar{z}i) = [(x-6)+yi] \cdot [(8-y)-xi] = (8x+6y-48) - (x^2+y^2-6x-8y)i$. Theo giả thiết

$(z-6)(8+\bar{z}i)$ là số thực nên ta suy ra $x^2+y^2-6x-8y=0$. Tức là các điểm A, B thuộc đường tròn (C) tâm $I(3;4)$, bán kính $R=5$.

* Xét điểm M thuộc đoạn AB thỏa $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} = 4\overrightarrow{OM}$. Gọi H là trung điểm AB . Ta tính được $HI^2 = R^2 - HB^2 = 21$; $IM = \sqrt{HI^2 + HM^2} = \sqrt{22}$, suy ra điểm M thuộc đường tròn (C') tâm $I(3;4)$, bán kính $r = \sqrt{22}$.

* Ta có $|z_1 + 3z_2| = |\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}| = |4\overrightarrow{OM}| = 4OM$, do đó $|z_1 + 3z_2|$ nhỏ nhất khi OM nhỏ nhất.

Ta có $(OM)_{\min} = OM_0 = |OI - r| = 5 - \sqrt{22}$.

Vậy $|z_1 + 3z_2|_{\min} = 4OM_0 = 20 - 4\sqrt{22}$.

Câu 58. Chọn A

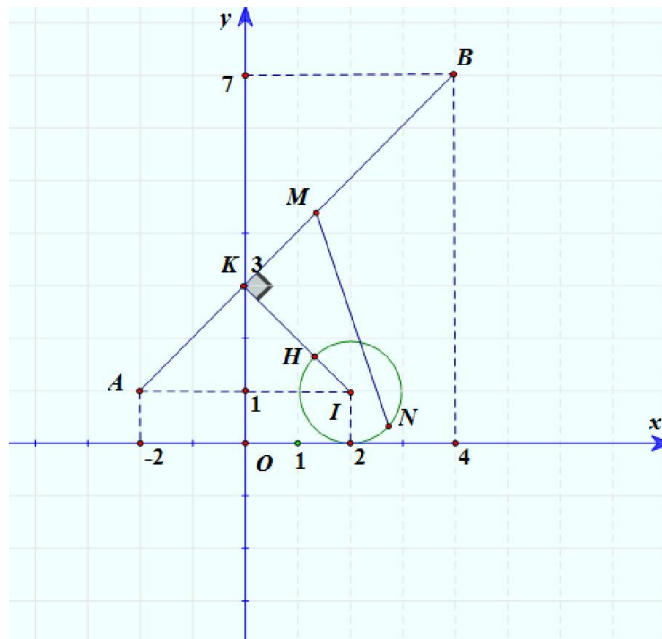
Đặt $z_1 = x_1 + y_1i$, ($x_1, y_1 \in \mathbb{R}$) và $z_2 = x_2 + y_2i$, ($x_2, y_2 \in \mathbb{R}$).

Khi đó $\begin{cases} (x_1 - 3)^2 + (y_1 - 4)^2 = 4 \\ (x_2 - 3)^2 + (y_2 - 4)^2 = 4 \end{cases}$ và $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 1$.

Ta có $(x_1 - 3)^2 + (y_1 - 4)^2 = (x_2 - 3)^2 + (y_2 - 4)^2 \Leftrightarrow x_1^2 + y_1^2 - (x_2^2 + y_2^2) = 6(x_1 - x_2) + 8(y_1 - y_2)$.

Suy ra $||z_1|^2 - |z_2|^2| = 2|3(x_1 - x_2) + 4(y_1 - y_2)| \leq 2\sqrt{(3^2 + 4^2)[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]} = 10$.

Do đó $-10 \leq |z_1|^2 - |z_2|^2 \leq 10$.



Câu 59.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z_1 và $A(-2;1)$; $B(4;7)$ lần lượt là hai điểm biểu diễn hai số phức $-2 + i$, $4 + 7i$. Ta có $AB = 6\sqrt{2}$. Phương trình đường thẳng AB là $d: x - y + 3 = 0$.

+) $|z_1 + 2 - i| + |z_1 - 4 - 7i| = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow MA + MB = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow MA + MB = AB$. Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z_1 là đoạn thẳng AB .

+) $|iz_2 - 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |iz_2 - 1 + 2i||i| = 1 \Leftrightarrow |-z_2 - 2 - i| = 1$.

Gọi N là điểm biểu diễn số phức $-z_2$ và $I(2;1)$ là điểm biểu diễn số phức $2 + i$. Ta có $IN = 1$ Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức $-z_2$ là đường tròn (C) có phương trình: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

$d(I, AB) = 2\sqrt{2} > 1$, suy ra AB không cắt đường tròn.

Gọi K là hình chiếu của $I(2;1)$ lên AB . Dễ thấy K nằm trên đoạn thẳng AB .

Gọi H là giao điểm của đoạn IK với đường tròn (C) .

Ta có $|z_1 + z_2| = MN \geq KH = d(I, AB) - R = 2\sqrt{2} - 1$.

Suy ra $\min|z_1 + z_2| = 2\sqrt{2} - 1$.

Câu 60. Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|\bar{z}| = |z + 2i| \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (b+2)^2} \Leftrightarrow 4b + 4 = 0 \Leftrightarrow b = -1$

$\Rightarrow z = a - i$.

Xét: $|z - 1 + 2i| + |z + 1 + 3i| = |a - 1 + i| + |a + 1 + 2i| = \sqrt{(1-a)^2 + 1^2} + \sqrt{(1+a)^2 + 2^2}$.

Áp dụng BĐT Mincôpxki:

$$\sqrt{(1-a)^2 + 1^2} + \sqrt{(1+a)^2 + 2^2} \geq \sqrt{(1-a+1+a)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}.$$

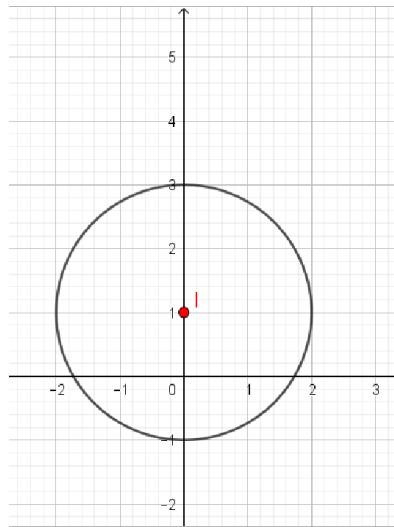
Suy ra: $|z - 1 + 2i| + |z + 1 + 3i|$ đạt GTNN là $\sqrt{13}$ khi $2(1-a) = 1+a \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$.

Nhận xét: Bài toán trên có thể được giải quyết bằng cách đưa về bài toán hình học phẳng.

Câu 61. Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

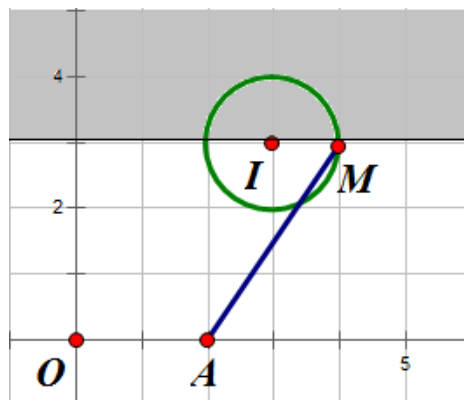
Ta có: $|z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = 16 \Leftrightarrow |x + yi + 2 - i|^2 + |x + yi - 2 - i|^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 4$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm số phức $I(0;1)$ bán kính $R = 2$.



Do đó $m = 1$, $M = 3$.

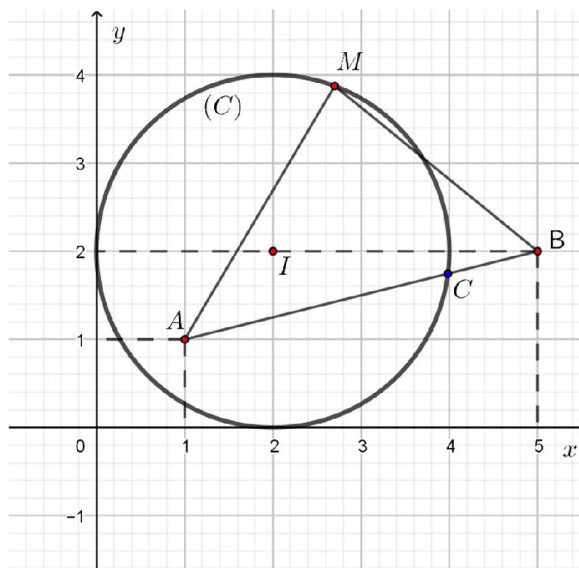
Vậy $M^2 - m^2 = 8$.



Câu 62.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z ta có: $|z - 2i| \leq |z - 4i| \Leftrightarrow x^2 + (y-2)^2 \leq x^2 + (y-4)^2$

$\Leftrightarrow y \leq 3; |z - 3 - 3i| = 1 \Leftrightarrow$ điểm M nằm trên đường tròn tâm $I(3;3)$ và bán kính bằng 1. Biểu thức $P = |z - 2| = AM$ trong đó $A(2;0)$, theo hình vẽ thì giá trị lớn nhất của $P = |z - 2|$ đạt được khi $M(4;3)$ nên $\max P = \sqrt{(4-2)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13}$.



Câu 63.

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Do $|z - 2 - 2i| = 2$ nên tập hợp điểm M là đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Các điểm $A(1;1)$, $B(5;2)$ là điểm biểu diễn các số phức $1+i$ và $5+2i$. Khi đó, $P = MA + MB$.

Nhận thấy, điểm A nằm trong đường tròn (C) còn điểm B nằm ngoài đường tròn (C) , mà $MA + MB \geq AB = \sqrt{17}$. Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của đoạn AB với (C) .

Ta có, phương trình đường thẳng $AB: x - 4y + 3 = 0$.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và đường tròn (C) là nghiệm của hệ với $1 < y < 5$

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4y-5)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ x = 4y - 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } (4y-5)^2 + (y-2)^2 = 4 \Leftrightarrow 17y^2 - 44y + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{22 + \sqrt{59}}{17} (N) \\ y = \frac{22 - \sqrt{59}}{17} (L) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \min P = \sqrt{17} \text{ khi } z = \frac{37 + 4\sqrt{59}}{17} + \frac{22 + \sqrt{59}}{17}i$$

Câu 64. - Đặt $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |(x-3) + (y-4)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$, hay tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(3;4)$, bán kính $r = \sqrt{5}$.

$$\text{- Khi đó: } P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x+2)^2 + y^2 - x^2 - (y-1)^2 = 4x + 2y + 3$$

$$\Rightarrow 4x + 2y + 3 - P = 0, \text{ kí hiệu là đường thẳng } \Delta.$$

- Số phức z tồn tại khi và chỉ khi đường thẳng Δ cắt đường tròn (C)

$$\Leftrightarrow d(I; \Delta) \leq r \Leftrightarrow \frac{|23-P|}{2\sqrt{5}} \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow |P-23| \leq 10 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$$

Suy ra $M = 33$ và $m = 13 \Rightarrow w = 33 + 13i$.

Vậy $|w| = \sqrt{1258}$.

Câu 65. Chọn D

Đặt $z_1 = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow z_2 = -b + ai$

$$\Rightarrow z_1 - z_2 = (a+b) + (b-a)i.$$

$$\text{Nên } |z_1 - z_2| = \sqrt{(a+b)^2 + (b-a)^2} = \sqrt{2} \cdot |z_1|$$

$$\text{Ta lại có } 2 = |z_1 + 1 - i| \leq |z_1| + |1 - i| = |z_1| + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |z_1| \geq 2 - \sqrt{2}. \text{ Suy ra } |z_1 - z_2| = \sqrt{2} \cdot |z_1| \geq 2\sqrt{2} - 2.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{a}{1} = \frac{b}{-1} < 0$.

Vậy $m = \min |z_1 - z_2| = 2\sqrt{2} - 2$.

Câu 66. Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$|z - 3 - 2i| \leq 1 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-2)^2 \leq 1 \quad (1)$$

$$|w + 1 + 2i| \leq |w - 2 - i| \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 \leq (x-2)^2 + (y-1)^2.$$

Suy ra $x + y = 0$.

$$P = |z - w| = \sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2} = \sqrt{(a-x)^2 + (b+x)^2}.$$

Từ (1) ta có $I(3; 2)$, bán kính $r = 1$. Gọi H là hình chiếu của I trên $d: y = -x$.

$$\text{Đường thẳng } HI \text{ có PTTS } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \end{cases}.$$

$$M \in HI \Rightarrow M(3+t; 2+t)$$

$$M \in (C) \Leftrightarrow 2t^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ t = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$t = 2 \Rightarrow M\left(3 + \frac{1}{\sqrt{2}}; 2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right), MH = \frac{5 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$t = 3 \Rightarrow M\left(3 - \frac{1}{\sqrt{2}}; 2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right), MH = \frac{5 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \frac{5\sqrt{2} - 2}{2}.$$

Câu 67. Vì $|z| = 1$ và $z\bar{z} = |z|^2$ nên ta có $\bar{z} = \frac{1}{z}$.

$$\text{Từ đó, } P = |z^5 + \bar{z}^3 + 6z| - 2|z^4 + 1| = |z||z^4 + \bar{z}^4 + 6| - 2|z^4 + 1| = |z^4 + \bar{z}^4 + 6| - 2|z^4 + 1|.$$

Đặt $z^4 = x + iy$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Do $|z| = 1$ nên $|z^4| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$ và $-1 \leq x, y \leq 1$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } P &= |x + iy + x - iy + 6| - 2|x + iy + 1| = |2x + 6| - 2\sqrt{(x+1)^2 + y^2} \\ &= 2x + 6 - 2\sqrt{2x+2} = (\sqrt{2x+2} - 1)^2 + 3. \end{aligned}$$

Do đó $P \geq 3$. Lại có $-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{2x+2} \leq 2 \Rightarrow -1 \leq \sqrt{2x+2} - 1 \leq 1 \Rightarrow P \leq 4$.

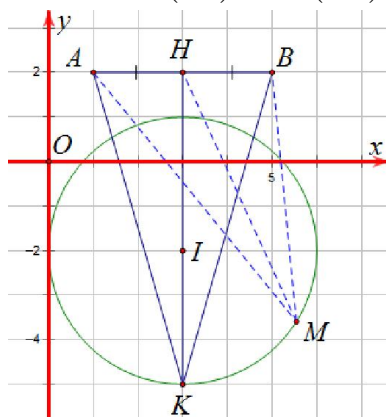
Vậy $M = 4$ khi $z^4 = \pm 1$ và $m = 3$ khi $z^4 = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Suy ra $M - m = 1$.

Câu 68. Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z .

Theo giả thiết, $5w = (2+i)(z-4) \Leftrightarrow 5(w+i) = (2+i)(z-4) + 5i \Leftrightarrow (2-i)(w+i) = z-3+2i$

$\Leftrightarrow |z-3+2i| = 3$. Suy ra $M(x; y)$ thuộc đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$.

Ta có $P = |z-1-2i| + |z-5-2i| = MA + MB$, với $A(1; 2)$ và $B(5; 2)$.



Gọi H là trung điểm của AB , ta có $H(3; 2)$ và khi đó:

$$P = MA + MB \leq \sqrt{2(MA^2 + MB^2)} \text{ hay } P \leq \sqrt{4MH^2 + AB^2}.$$

Mặt khác, $MH \leq KH$ với mọi $M \in (C)$ nên $P \leq \sqrt{4KH^2 + AB^2} = \sqrt{4(IH + R)^2 + AB^2} = 2\sqrt{53}$.

Vậy $P_{\max} = 2\sqrt{53}$ khi $\begin{cases} M \equiv K \\ MA = MB \end{cases}$ hay $z = 3 - 5i$ và $w = \frac{3}{5} - \frac{11}{5}i$.

Câu 69. Cách 1:

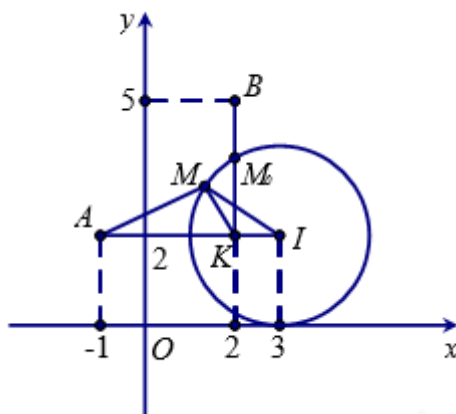
Đặt $z - 3 - 2i = w$ với $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Theo bài ra ta có $|w| = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= |z+1-2i| + 2|z-2-5i| = |w+4| + 2|w+1-3i| = \sqrt{(x+4)^2 + y^2} + 2\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} \\ &= \sqrt{20+8x} + 2\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} = 2\sqrt{5+2x} + 2\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} \\ &= 2\left(\sqrt{x^2 + y^2 + 2x+1} + \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2}\right) = 2\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2}\right) \\ &\geq 2(|y| + |y-3|) \geq 2|y+3-y| = 6. \end{aligned}$$

$$P = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y(3-y) \geq 0 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy GTNN của P là bằng 6 đạt được khi $z = 2 + (2 + \sqrt{3})i$.

Cách 2:



$$|z - 3 - 2i| = 2 \Rightarrow MI = 2 \Rightarrow M \in (I; 2) \text{ với } I = (3; 2).$$

$$P = |z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i| = MA + 2MB \text{ với } A = (1; 2), B = (2; 5).$$

$$\text{Ta có } IM = 2; IA = 4. \text{ Chọn } K(2; 2) \text{ thì } IK = 1. \text{ Do đó ta có } IA \cdot IK = IM^2 \Rightarrow \frac{IA}{IM} = \frac{IM}{IK}$$

$$\Rightarrow \triangle IAM \text{ và } \triangle IMK \text{ đồng dạng với nhau} \Rightarrow \frac{AM}{MK} = \frac{IM}{IK} = 2 \Rightarrow AM = 2MK.$$

$$\text{Từ đó } P = MA + 2MB = 2(MK + MB) \geq 2BK.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M, K, B thẳng hàng và M thuộc đoạn thẳng BK .

$$\text{Từ đó tìm được } M = (2; 2 + \sqrt{3}).$$

Cách 3:

Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$. Đặt $I = (3; 2)$, $A(-1; 2)$ và $B(2; 5)$.

Ta xét bài toán: Tìm điểm M thuộc đường tròn (C) có tâm I , bán kính $R = 2$ sao cho biểu thức $P = MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trước tiên, ta tìm điểm $K(x; y)$ sao cho $MA = 2MK \forall M \in (C)$.

$$\text{Ta có } MA = 2MK \Leftrightarrow MA^2 = 4MK^2 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 = 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IK})^2$$

$$\Leftrightarrow MI^2 + IA^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} = 4(MI^2 + IK^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IK}) \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} - 4\overrightarrow{IK}) = 3R^2 + 4IK^2 - IA^2 (*)$$

$$(*) \text{ luôn đúng } \forall M \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IA} - 4\overrightarrow{IK} = \vec{0} \\ 3R^2 + 4IK^2 - IA^2 = 0 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{IA} - 4\overrightarrow{IK} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x - 3) = -4 \\ 4(y - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Thử trực tiếp ta thấy $K(2; 2)$ thỏa mãn $3R^2 + 4IK^2 - IA^2 = 0$.

Vì $BI^2 = 1^2 + 3^2 = 10 > R^2 = 4$ nên B nằm ngoài (C) .

Vì $KI^2 = 1 < R^2 = 4$ nên K nằm trong (C) .

$$\text{Ta có } MA + 2MB = 2MK + 2MB = 2(MK + MB) \geq 2KB.$$

Dấu bằng trong bất đẳng thức trên xảy ra khi và chỉ khi M thuộc đoạn thẳng BK .

Do đó $MA + 2MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi M là giao điểm của (C) và đoạn thẳng BK .

Phương trình đường thẳng BK : $x = 2$.

$$\text{Phương trình đường tròn } (C): (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4.$$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 2 \\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + \sqrt{3} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 - \sqrt{3} \end{cases}.$

Thử lại thấy $M(2; 2 + \sqrt{3})$ thuộc đoạn BK .

Vậy $a = 2, b = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow a + b = 4 + \sqrt{3}$.

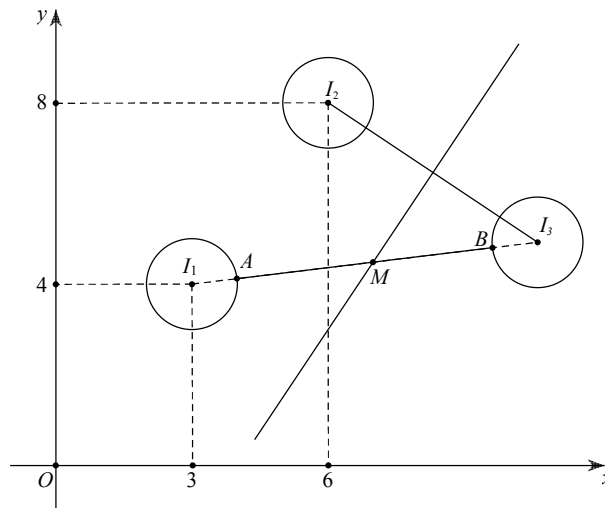
Câu 70. Gọi M_1, M_2, M lần lượt là điểm biểu diễn cho số phức $z_1, 2z_2, z$ trên hệ trục tọa độ Oxy . Khi

đó quỹ tích của điểm M_1 là đường tròn (C_1) tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = 1$;

quỹ tích của điểm M_2 là đường (C_2) tròn tâm $I(6; 8)$, bán kính $R = 1$;

quỹ tích của điểm M là đường thẳng $d: 3x - 2y - 12 = 0$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $MM_1 + MM_2 + 2$.



Gọi (C_3) có tâm $I_3\left(\frac{138}{13}; \frac{64}{13}\right)$, $R = 1$ là đường tròn đối xứng với (C_2) qua d . Khi đó

$\min(MM_1 + MM_2 + 2) = \min(MM_1 + MM_3 + 2)$ với $M_3 \in (C_3)$.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng I_1I_3 với $(C_1), (C_3)$. Khi đó với mọi điểm $M_1 \in (C_1)$,

$M_3 \in (C_3)$, $M \in d$ ta có $MM_1 + MM_3 + 2 \geq AB + 2$, dấu "=" xảy ra khi $M_1 \equiv A, M_3 \equiv B$. Do đó

$$P_{\min} = AB + 2 = I_1I_3 - 2 + 2 = I_1I_3 = \frac{\sqrt{9945}}{13}.$$