

ĐỀ CHÍNH THỨC

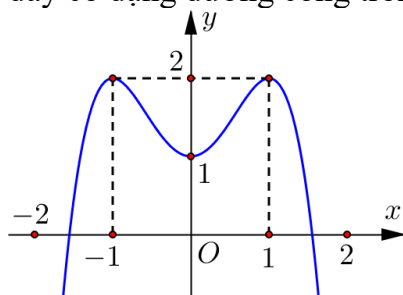
Mã đề: 101

Đề gồm có 6 trang, 50 câu

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ tên thí sinh:.....SBD:.....

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ sau?



- A. $y = 2x^4 - x^2 + 1$. B. $y = -x^4 + x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 2: Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x}{\cos x + 1} = 0$ trên đoạn $[0; 2020\pi]$ là

- A. 3030 B. 2020 C. 3031 D. 4040

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\log_4(3x^2 + x) = \frac{1}{2}$ là

- A. 1 B. 5 C. 0 D. 2

Câu 4: Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^5} a^4$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. 20. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 5: Khối chóp có một nửa diện tích đáy là S , chiều cao là $2h$ thì có thể tích là:

- A. $V = \frac{1}{2}Sh$. B. $V = \frac{1}{3}Sh$. C. $V = Sh$. D. $V = \frac{4}{3}Sh$.

Câu 6: Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là:

- A. $S_{tp} = \pi Rl + 2\pi R^2$ B. $S_{tp} = \pi Rh + \pi R^2$ C. $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$ D. $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$

Câu 7: Nghiệm của phương trình $2\cos x + 1 = 0$ là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8: Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-2mx+2m^2-9}$ có đúng 3 đường tiệm cận. Số phần tử của S là

- A. 6. B. 7. C. 4. D. 5.

Câu 9: Nhà bạn Minh cần khoan một cái giếng nước. Biết rằng giá tiền của mét khoan đầu tiên là 200.000đ và kể từ mét khoan thứ hai, giá tiền của mỗi mét sau tăng thêm 7% so với giá tiền của mét khoan ngay trước nó. Hỏi nếu nhà bạn An khoan cái giếng sâu 30m thì hết bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn)?

- A. 18895000đ. B. 1422851đ. C. 18892000đ. D. 18892200đ.

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0$. Tìm bán kính của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2020$ và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2019; 2020)$ là:

- A. 16. B. 8080. C. 32320. D. 4.

Câu 11: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x - \cos 2x$.

- A. $f'(x) = 3 \sin 2x$. B. $f'(x) = 2 \sin x + \sin 2x$.
C. $f'(x) = -\sin 2x$. D. $f'(x) = 2 \sin x + 2 \sin 2x$

Câu 12: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-2n}{5n+1} = \frac{a}{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính ab .

- A. 6 B. 3 C. -10 D. 15

Câu 13: Cho a là số thực dương thỏa mãn $a \neq 10$, mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\log\left(\frac{100}{a}\right) = 2 - \log a$ B. $\log(a^{10}) = a$.
C. $\log(10^a) = a$. D. $\log(1000 \cdot a) = 3 + \log a$.

Câu 14: Cho mặt cầu (S) có tâm O , bán kính 6. Biết khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (α) bằng 4. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính bằng

- A. $r = 10$. B. $r = 2\sqrt{5}$ C. $r = \sqrt{52}$ D. $r = 2$

Câu 15: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng a , $d(S, (ABCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 16: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{1-2x}$ là:

- A. $y = -1$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	2	1	4	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1

B. 4

C. 2

D. 0

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi $AC = 2a; BD = 3a$, $SA = a$, SA vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $2a^3$.

B. a^3 .

C. $\frac{2}{3}a^3$.

D. $4a^3$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq 9$

A. $(-\infty; -4]$.

B. $[-4; +\infty)$.

C. $(-\infty; 4]$.

D. $[0; +\infty)$.

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{x+a}{bx-2}$ ($ab \neq -2$). Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(-1; 2)$ song song với đường thẳng $d: 3x - y - 7 = 0$. Khi đó giá trị của $a - 3b$ bằng

A. -13.

B. 4.

C. 32.

D. 7.

Câu 21: Cho tập hợp A gồm có 2021 phần tử. Số tập con của A có số phần tử ≥ 1011 bằng

A. 2^{2020} .

B. 2^{2021} .

C. 2020.

D. 2^{2019} .

Câu 22: Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

B. $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$.

C. $A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k-1)$.

D. $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = x(1-x)(x^2 - 3x + 2)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

D. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 24: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác $ABC, AA'C, A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK) ?

A. $(A'BC')$.

B. $(AA'B)$.

C. $(BB'C)$.

D. $(AA'C)$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a; AD = 4a; SA = a\sqrt{15}, SA \perp (ABCD)$, M là trung điểm của AD , N thuộc cạnh BC sao cho $BC = 4BN$. Khoảng cách giữa MN và SD là

A. $\frac{2\sqrt{33}a}{11}$.

B. $\frac{2\sqrt{690}a}{23}$.

C. $\frac{a\sqrt{33}}{11}$.

D. $\frac{\sqrt{690}a}{23}$.

Câu 26: Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng $2a$.

A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 27: Cho 40 thẻ được đánh số từ 1 đến 40, chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên 3 thẻ được chọn là một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{9}{95}$.

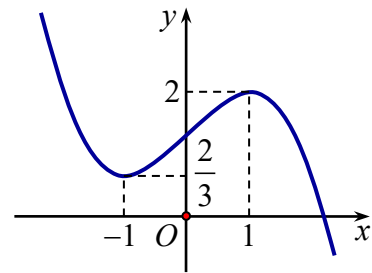
B. $\frac{127}{380}$.

C. $\frac{11}{380}$.

D. $\frac{11}{190}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$.

- A. 2. B. 1.
C. 3. D. 4.



Câu 29: Gọi S là tập giá trị nguyên $m \in [-2020; 2020]$ để phương trình $2\sin^2 x + m\sin 2x = 2m$ vô nghiệm. Tính tổng các phần tử của S

- A. $S = 2020$ B. $S = 0$ C. $S = -1$ D. $S = 1$

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$	

- A. Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.
B. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại
C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.
D. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

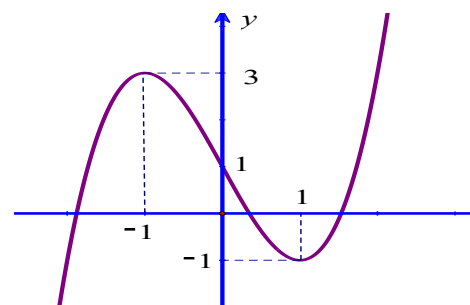
- A. $V = \frac{\sqrt{15}a^3}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $V = 2\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{2\sqrt{15}a^3}{3}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^{2019}(x^2-x-2)^{2020}(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

- A. 5. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(\cos x)| = -2m + 3$ có 4 nghiệm thuộc khoảng $[0; 2\pi]$ là

- A. $\{1\}$. B. $\left[1; \frac{3}{2}\right]$. C. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$. D. $(0; 1)$.



Câu 34: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $3a$. Gọi M thuộc cạnh $B'C'$ sao cho $MC' = 2MB'$, N thuộc cạnh AC sao cho $AC = 4NC$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại Q . Tính thể tích V khối đa diện $CNQ.C'A'M$.

- A. $\frac{52\sqrt{3}a^3}{27}$ B. $V = \frac{105\sqrt{3}a^3}{16}$ C. $\frac{26\sqrt{3}a^3}{27}$ D. $\frac{117\sqrt{3}a^3}{27}$.

Câu 35: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$. Khoảng cách giữa AB' và CC' bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $a^3\sqrt{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 36: Giá trị m để hàm số $y = \frac{2^{-x} - 2}{2^{-x} - m}$ nghịch biến trên $(-1; 0)$ là

- A. $m > 2$. B. $m < 2$. C. $m \leq 0$. D. $m \leq 1$.

Câu 37: Gọi S là tập các giá trị m nguyên m để phương trình $9 \cdot (\sqrt{10} + 3)^x + (\sqrt{10} - 3)^x - m + 2020 = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt. Số tập con của S là

- A. 7. B. 3. C. 6. D. 8.

Câu 38: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 15x$ trên đoạn $[-4; 1]$ bằng

- A. 22 B. -14 C. $-10\sqrt{5}$ D. $10\sqrt{5}$

Câu 39: Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$, khi đó bán kính mặt cầu là

- A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 40: Một khối nón có đường sinh bằng $2a$ và diện tích xung quanh của mặt nón bằng πa^2 . Tính thể tích của khối nón đã cho?

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{12}$ B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$ C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{24}$ D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{8}$

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	15	-17	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-17; 15)$. B. $(-\infty; -3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 42: Cho tứ diện $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $BC = 4a, SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$ và cạnh bên SB tạo với mặt đáy góc 30° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp $SABC$.

- A. $V = \frac{28\sqrt{7}\pi a^3}{3}$ B. $V = 28\sqrt{7}\pi a^3$ C. $V = 28\pi a^3$ D. $V = \frac{20\sqrt{5}\pi a^3}{6}$

Câu 43: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ có hai điểm cực trị A, B . Khi đó phương trình đường trung trực của đoạn AB là

- A. $x - 2y - 2 = 0$. B. $2x + y - 1 = 0$. C. $2x + y + 1 = 0$. D. $x - 2y + 3 = 0$.

Câu 44: Cho 2 hàm số $y = \log_2(x+2)$ (C_1) và $y = \log_2 x + 1$ (C_2). Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (C_1); (C_2) với trục hoành, C là giao điểm của (C_1) và (C_2). Diện tích tam giác ABC bằng

- A. 3 (đvdt) B. $\frac{3}{4}$ (đvdt) C. $\frac{3}{2}$ (đvdt) D. $\frac{1}{2}$ (đvdt)

Câu 45: Cho hai hàm số $y = x(x-2)(x-3)(m-|x|)$; $y = x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 11x - 6$ có đồ thị lần lượt là (C_1), (C_2). Có bao nhiêu giá trị nguyên m thuộc đoạn $[-2020; 2020]$ để (C_1) cắt (C_2) tại 4 điểm phân biệt?

- A. 2021 B. 2019 C. 4041 D. 2020

Câu 46: Số nghiệm của phương trình $e^{\frac{x^2}{2} + x - 2020} = \ln(x^2 - 2) + \frac{x^2}{2} - x + 2018$ là

- A. 4. B. 2 C. 0. D. 3.

Câu 47: Tập xác định của hàm số $y = (9 - x^2)^{\frac{1}{2020}}$ là:

- A. $[-3; 3]$. B. $(-3; 3)$. C. $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$. D. $(-\infty; -3)$.

Câu 48: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_4 = 7; u_{10} = 56$. Tìm công bội q

- A. $q = \pm 2$ B. $q = \pm \sqrt{2}$ C. $q = \sqrt{2}$ D. $q = 2$

Câu 49: Cho một hình nón đỉnh S có độ dài đường sinh bằng 10cm, bán kính đáy bằng 6cm. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có chiều cao bằng $\frac{16}{5}$ cm. Tính diện tích xung quay của khối nón (N).

- A. $S = \frac{48}{10} \pi \text{ cm}^2$. B. $S = \frac{48}{5} \pi \text{ cm}^2$. C. $S = \frac{48}{5} \text{ cm}^2$. D. $S = \frac{96}{5} \pi \text{ cm}^2$.

Câu 50: Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD A' B' C' D'$ bằng a . Tính thể tích của khối lập phương $ABCD A' B' C' D'$

- A. a^3 B. $\frac{8\sqrt{3}}{9} a^3$ C. $\frac{1}{27} a^3$ D. $\frac{8}{27} a^3$

----- HẾT -----

<https://toanmath.com/>

Phân đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	101	239	353	477	593	615	737	859	971	193	275	397
1	C	D	B	C	B	D	A	B	A	D	D	B
2	C	B	B	C	D	B	B	D	A	B	B	B
3	D	C	B	D	A	C	C	A	A	C	B	D
4	B	D	A	B	B	A	B	D	D	C	B	C
5	D	A	A	B	D	B	A	B	B	D	B	B
6	C	B	C	B	A	D	D	D	C	C	D	D
7	D	D	D	A	C	A	D	C	D	A	A	D
8	C	A	A	B	C	B	A	B	A	B	C	C
9	C	B	D	D	A	A	D	D	B	B	C	A
10	B	B	B	A	D	D	A	C	D	B	D	D
11	A	A	D	C	B	A	C	B	B	A	B	C
12	C	D	A	A	A	B	B	D	B	D	C	B
13	B	C	C	B	B	A	B	A	D	A	A	D
14	B	B	A	B	A	A	B	A	D	D	C	A
15	A	C	A	A	D	B	C	C	C	D	D	C
16	D	B	C	B	C	B	B	A	D	A	B	A
17	A	D	D	C	A	C	D	A	D	D	B	D
18	A	B	A	A	A	D	D	A	A	B	A	B
19	A	D	A	D	B	D	B	D	C	D	A	A
20	C	C	A	D	D	A	D	A	B	D	A	C
21	A	B	B	D	D	B	A	B	A	C	C	B
22	C	C	C	D	B	A	B	C	D	D	D	D
23	D	D	A	D	D	C	A	C	D	B	D	A
24	B	C	B	A	A	D	D	B	D	B	D	C
25	D	C	C	A	D	C	A	C	C	B	C	D
26	A	C	C	D	A	C	A	C	D	A	C	C
27	B	D	D	C	C	D	C	D	D	C	B	B
28	C	D	B	D	B	B	B	C	C	B	C	C
29	C	B	C	A	B	D	D	B	D	B	D	C
30	A	C	A	C	C	C	D	B	B	D	A	A
31	D	B	C	A	C	D	A	C	A	C	A	C
32	D	A	B	C	C	B	C	B	B	A	D	B
33	C	A	D	C	A	C	C	A	C	C	D	B
34	A	A	D	D	D	C	C	C	B	D	A	B
35	B	C	D	A	D	D	B	D	A	A	B	D
36	D	A	D	C	B	A	D	A	A	A	D	D
37	D	D	D	D	A	D	C	D	A	C	D	D
38	D	D	C	D	B	B	B	A	A	A	B	D
39	D	A	A	D	C	A	C	A	B	D	A	A
40	B	A	C	A	C	B	A	A	C	B	D	B
41	D	A	B	C	C	C	C	D	D	B	C	A

42	A	B	D	B	A	A	A	B	A	C	A	C
43	D	D	D	B	C	C	A	D	C	D	A	D
44	C	D	C	C	C	B	D	B	B	A	C	B
45	A	C	B	B	B	C	C	D	B	C	B	D
46	A	A	B	D	D	A	D	D	B	C	A	A
47	B	B	D	A	D	D	C	D	C	C	C	C
48	B	C	B	C	D	D	D	B	C	A	B	A
49	B	A	C	B	D	D	B	C	C	D	C	A
50	B	D	D	B	B	C	D	C	C	A	D	A

BẢNG ĐÁP ÁN

1-C	2-C	3-D	4-B	5-D	6-C	7-D	8-C	9-C	10-B
11-A	12-C	13-B	14-B	15-A	16-D	17-A	18-B	19-A	20-C
21-C	22-C	23-D	24-B	25-D	26-A	27-B	28-C	29-C	30-A
31-D	32-D	33-C	34-B	35-B	36-D	37-D	38-D	39-D	40-B
41-D	42-A	43-D	44-C	45-A	46-A	47-B	48-B	49-B	50-B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta có đồ thị trên là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương có bề lõm hướng xuống nên hệ số $a < 0$ nên loại đáp án A và D.

Xét điểm $(1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số trên.

Thay $(1; 2)$ vào $y = -x^4 + x^2 + 1$ ta được $2 = 1$ (vô lý).

Thay $(1; 2)$ vào $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ ta được $2 = 2$ (đúng).

Nên đồ thị trong hình vẽ trên là đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 2: Chọn C.

Điều kiện: $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pi + l2\pi (l \in \mathbb{Z})$.

Ta có:

$$\frac{\sin 2x}{\cos x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + m\pi (m \in \mathbb{Z}) \\ x = n2\pi (n \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + p2\pi (p \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

So lại với điều kiện, phương trình có họ nghiệm là $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + m\pi (m \in \mathbb{Z}) \\ x = n2\pi (n \in \mathbb{Z}) \end{cases}$.

Xét $0 \leq \frac{\pi}{2} + m\pi \leq 2020\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq m\pi \leq \frac{4039}{2}\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{4039}{2}$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên có 2002 giá trị m thỏa mãn đề bài.

Xét $0 \leq n2\pi \leq 2020\pi \Leftrightarrow 0 \leq n\pi \leq 1010$. Vì $n \in \mathbb{Z}$ nên có 1011 giá trị n thỏa mãn đề bài.

Vậy phương trình có tổng cộng 3031 nghiệm trên đoạn $[0; 2020\pi]$.

Câu 3: Chọn D.

$$\text{Ta có } \log_4(3x^2 + x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3x^2 + x = 2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 4: Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_{a^5} a^4 = \frac{4}{5} \log_a a = \frac{4}{5}.$$

Câu 5: Chọn D.

$$\text{Áp dụng công thức thể tích khối chóp ta có: } V = \frac{1}{3} \cdot 2S \cdot 2h = \frac{4}{3} S \cdot h$$

Vậy chọn đáp án D.

Câu 6: Chọn C.

$$\text{Ta có: } S_p = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi Rh + 2\pi R^2 \text{ nên chọn đáp án C.}$$

Câu 7: Chọn D.

$$\text{Ta có } 2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 8: Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-2mx+2m^2-9}$ có đúng 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng.

$$\Leftrightarrow \text{phương trình } x^2 - 2mx + 2m^2 - 9 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác 3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 3^2 - 2 \cdot m \cdot 3 + 2m^2 - 9 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - m^2 > 0 \\ m^2 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ m \neq 0; m \neq 3 \end{cases}$$

Mà m nguyên nên $m \in \{-2; -1; 1; 2\}$. Vậy số phần tử của S là 4.

Câu 9: Chọn C.

Bài toán tổng quát:

Giả sử giá tiền của mét khoan đầu tiên là x (đồng) và giá tiền của mỗi mét sau tăng thêm $y\%$ so với giá tiền của mét khoan ngay trước đó ($x > 0; y > 0$). Ta có:

* Giá tiền mét khoan đầu tiên là $S_1 = x$ (đồng)

* Giá tiền mét khoan thứ hai là $S_2 = x + \frac{y}{100} \cdot x = \frac{y+100}{100} \cdot x$ (đồng)

* Giá tiền mét khoan thứ ba là $S_3 = S_2 + \frac{y}{100} \cdot S_2 = \frac{y+100}{100} \cdot S_2 = \left(\frac{y+100}{100}\right)^2 \cdot x$ (đồng)

* Giá tiền của mét khoan thứ ba là $S_4 = S_3 + \frac{y}{100} \cdot S_3 = \frac{y+100}{100} \cdot S_3 = \left(\frac{y+100}{100}\right)^3 \cdot x$ (đồng)

.....

* Giá tiền của mét khoan thứ n là $S_n = S_{n-1} + \frac{y}{100} \cdot S_{n-1} = \frac{y+100}{100} \cdot S_{n-1} = \left(\frac{y+100}{100}\right)^{n-1} \cdot x$ (đồng)

$\Rightarrow$ Giá tiền để khoan cái giếng sâu n mét là:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = \left[1 + \frac{y+100}{100} + \left(\frac{y+100}{100}\right)^2 + \dots + \left(\frac{y+100}{100}\right)^{n-1} \right] \cdot x$$

$$\text{Đặt } k = \frac{y+100}{100} \Rightarrow S = (1 + k + k^2 + \dots + k^{n-1}) \cdot x = \frac{x(1-k^n)}{1-k}$$

$$k = 1,07 \text{ và } S_{30} = \frac{200000 \cdot (1-1,07^{30})}{1-1,07} \approx 18892000 \text{ (đồng)}$$

Vậy nếu nhà bạn An khoan cái giếng sâu 30 m thì hết 18892000 đồng.

Câu 10: Chọn B.

$$\text{Đường tròn } (C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4^2$$

$\Rightarrow$ Bán kính của đường tròn (C) là $R = 4$.

Phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -2020$ biến đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính là $R_1 = |-2020| \cdot R = 2020 \cdot 4 = 8080$

Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2019; 2020)$ biến đường tròn R' thành đường tròn có cùng bán kính

Vậy bán kính của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2020$ và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2019; 2020)$ là 8080.

Câu 11: Chọn A.

Ta có $f(x) = \sin^2 x - \cos 2x$.

$$\Rightarrow f'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot 2 = \sin 2x + 2 \sin 2x = 3 \sin 2x.$$

Câu 12: Chọn C.

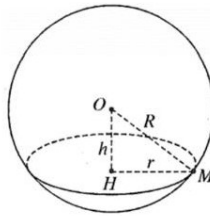
$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-2n}{5n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{n}-2}{5+\frac{1}{n}} = -\frac{2}{5}.$$

Vậy $ab = -10$.

Câu 13: Chọn B.

Ta có $\log a^{10} = 10 \log a \neq a$.

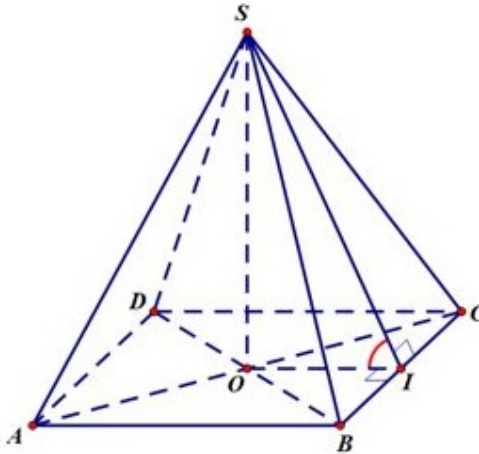
Câu 14: Chọn B.



Dựa vào hình vẽ, ta có: $R = 6, h = 4$ và bán kính cần tìm của đường tròn giao tuyến là r .

Sử dụng định lý Pytago: $r^2 = R^2 - h^2 = 6^2 - 4^2 = 20 \Rightarrow r = 2\sqrt{5}$.

Câu 15: Chọn A.



Hình chóp $S.ABCD$ là chóp đều nên gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ ta suy ra $SO \perp (ABCD)$, do đó

$$d(S, (ABCD)) = SO \text{ hay ta có } SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Gọi I là trung điểm của BC ta có $\begin{cases} OI \perp BC \\ SI \perp BC \end{cases}$ suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SIO}$.

Ta có $\tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{IO} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3}$, do vậy $\widehat{SIO} = 60^\circ$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .

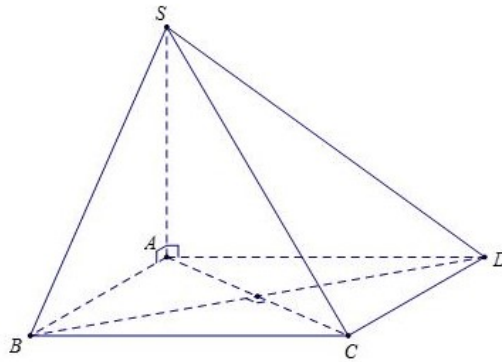
Câu 16: Chọn D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{1-2x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-2} = -\frac{1}{2}$ do đó $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{1-2x}$.

Câu 17: Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 1.

Câu 18: Chọn B.



Ta có $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3a = 3a^2$.

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 3a^2 = a^3$.

Câu 19: Chọn A.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x+2 \leq -2 \Leftrightarrow x \leq -4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; -4]$.

Câu 20: Chọn C.

Ta có $y' = \frac{-2-ab}{(bx-2)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $A(-1; 2)$ là

$$\Delta: y'(-1).(x+1)+2 \text{ hay } \Delta: y = y'(-1).x+2+y'(-1).$$

$$\text{Để } \Delta \text{ song song với đường thẳng } d: y = 3x - 7 \text{ thì } \begin{cases} y'(-1) = 3 \\ 2 + y'(-1) \neq -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2-ab}{(b+2)^2} = 3 & (1) \\ 2 + \frac{-2-ab}{(b+2)^2} \neq -7 & (2) \end{cases}.$$

Mà điểm $A(-1;2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $\frac{1-a}{b+2} = 2 \Leftrightarrow a = -2b - 3$ thay vào (1) ta được

$$\frac{-2-b(-2b-3)}{(b+2)^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 + 9b + 14 = 0 \\ b \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow b = -7 \text{ suy ra } a = 11 \text{ thỏa mãn (2).}$$

$$\text{Vậy } a - 3b = 11 - 3.(-7) = 32.$$

Câu 21: Chọn C.

Số tập con của A có số phần tử ≥ 1011 là

$$C_{2021}^{1011} + C_{2021}^{1012} + \dots + C_{2021}^{2020} + C_{2021}^{2021} = C_{2021}^{1010} + C_{2021}^{1009} + \dots + C_{2021}^1 + C_{2021}^0.$$

$$\text{Do } C_{2021}^0 + C_{2021}^1 + \dots + C_{2021}^{1010} + C_{2021}^{1011} + C_{2021}^{1012} + \dots + C_{2021}^{2020} + C_{2021}^{2021} = (1+1)^{2021} = 2^{2021}.$$

Khi đó:

$$2(C_{2021}^0 + C_{2021}^1 + \dots + C_{2021}^{1010} + C_{2021}^{1011}) = 2^{2021} \Leftrightarrow C_{2021}^0 + C_{2021}^1 + \dots + C_{2021}^{1009} + C_{2021}^{1010} = \frac{2^{2021}}{2} = 2^{2020}$$

Câu 22: Chọn C.

Mệnh đề sai là mệnh đề $A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k-1)$ do $A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$.

Câu 23: Chọn D.

$$\text{Hàm số } y = x(1-x)(x^2 - 3x + 2)$$

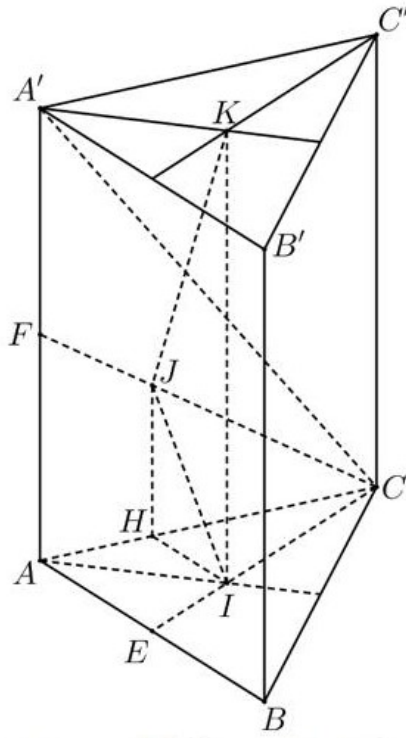
$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

$$\text{Phương trình } x(1-x)(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow x(1-x)(x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x(x-1)^2(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình có ba nghiệm phân biệt}$$

Vậy (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 24: Chọn B.



Do I và K là trọng tâm của $\triangle ABC$ và $A'B'C'$ nên $IK // AA' \Rightarrow AA' // (IJK)$ (1)

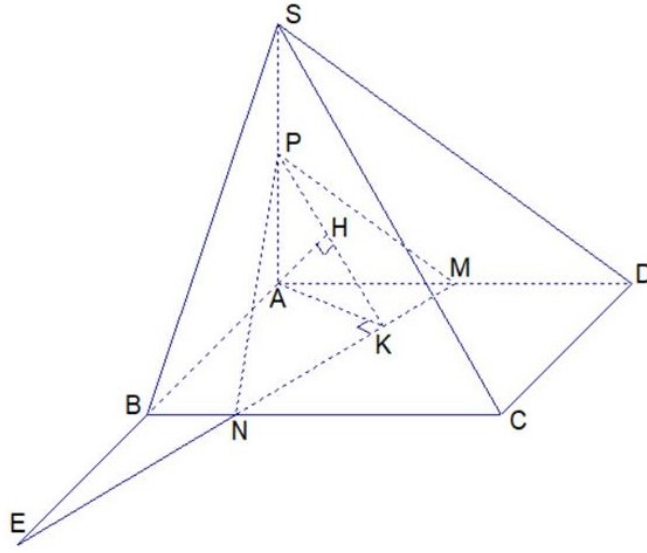
Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AA' và $AB \Rightarrow \frac{CJ}{CF} = \frac{2}{3}$ và $\frac{CI}{CE} = \frac{2}{3}$

Kẻ $JH // AA', H \in AC \Rightarrow \frac{CH}{CA} = \frac{CJ}{CF} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{CH}{CA} = \frac{CI}{CE} \Rightarrow HI // AE$ hay $AB // HI$

$JH // AA' \Rightarrow JH // IK \Rightarrow H \in (IJK) \Rightarrow HI \subset (IJK)$, mà $AB // HI \Rightarrow AB // (IJK)$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ mặt phẳng (IJK) song song với mặt phẳng $(AA'B)$.

Câu 25: Chọn D.



Gọi P là trung điểm SA . Ta có $SD // MP \Rightarrow SD // (MNP)$

Do đó $d(SD, MN) = d(SD, (MNP)) = d(D, (MNP)) = d(A, (MNP))$ (vì M là trung điểm AD).

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ kẻ $AK \perp MN$ và trong mặt phẳng (AKP) kẻ $AH \perp PK$

Suy ra $d(A, (MNP)) = AH$

$$\text{Ta có } AP = \frac{SA}{2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

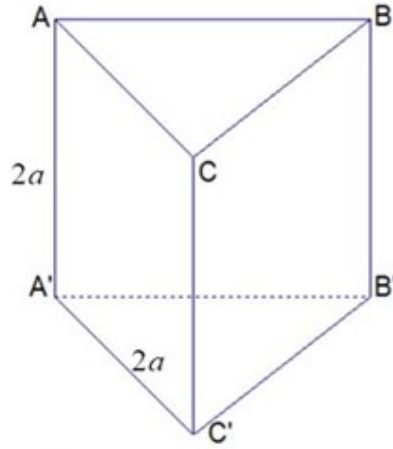
Gọi $E = MN \cap AB \Rightarrow AE = 2a$.

$$\triangle AME \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{1}{2a^2}$$

$$\triangle AKP \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AP^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{15a^2} = \frac{23}{30a^2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{690}a}{23}$$

$$\text{Vậy } d(SD, MN) = \frac{\sqrt{690}a}{23}.$$

Câu 26: Chọn A.



$$\Delta ABC \text{ đều cạnh } 2a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = a^2 \sqrt{3}$$

Vậy thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là

$$V = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = 2a \cdot a^2 \sqrt{3} = 2\sqrt{3}a^3.$$

Câu 27: Chọn B.

Gọi không gian mẫu là Ω .

Chọn 3 từ 40 thẻ có C_{40}^3 cách.

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_{40}^3 = 9880.$$

Gọi A: “Tổng 3 số ghi trên thẻ là một số chia hết cho 3”.

Các số chia hết cho 3 từ 1 đến 40 là: $\{3; 6; 9; \dots; 30; 33; 36; 39\}$: có 13 số.

Các số chia cho 3 dư 1 từ 1 đến 40 là: $\{1; 4; 7; \dots; 31; 34; 37; 40\}$: có 14 số.

Các số chia cho 3 dư 2 từ 1 đến 40 là: $\{2; 5; 8; \dots; 32; 35; 38\}$: có 13 số.

Trường hợp 1: 3 số cùng chia hết cho 3; chia cho 3 dư 1; chia cho 3 dư 2:

$$\text{Có: } C_{13}^3 + C_{13}^3 + C_{14}^3 = 286 + 286 + 364 = 936 \text{ cách.}$$

Trường hợp 2: 1 số chia hết cho 3, 1 số chia cho 3 dư 1 và 1 số chia cho 3 dư 2:

$$\text{Có: } C_{13}^1 \cdot C_{13}^1 \cdot C_{14}^1 = 2366 \text{ cách.}$$

Vậy số cách chọn để được tổng 3 số chia hết cho 3 là: $936 + 2366 = 3302$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = 3302.$$

$$\text{Xác suất biến cố A là: } p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3302}{9880} = \frac{127}{380}.$$

Câu 28: Chọn C.

$$2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}(1).$$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của 2 đường:

$$y = f(x) \text{ và đường thẳng } y = \frac{3}{2}.$$

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là 3 nghiệm.

Câu 29: Chọn C.

$$\text{Ta có } 2\sin^2 x + m\sin 2x = 2m \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right) + m\sin 2x = 2m \Leftrightarrow m\sin 2x - \cos 2x = 2m - 1.$$

$$\text{Phương trình vô nghiệm} \Leftrightarrow m^2 + (-1)^2 < (2m - 1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Do m nguyên và $m \in [-2020; 2020]$ nên suy ra $m \in \{-2020; -2019; \dots; -2; -1; 2; \dots; 2019; 2020\}$

Vậy tổng các phần tử của S bằng -1 .

Câu 30: Chọn A.

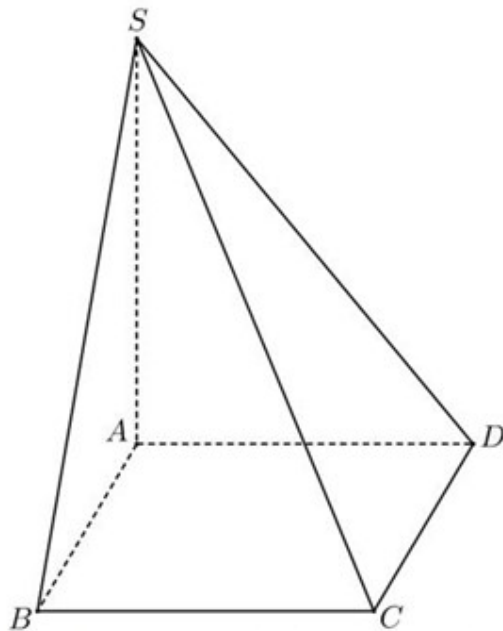
$$\text{Dựa vào bảng biến thiên của } f'(x), \text{ ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (-\infty; -1) \\ x = x_2 \in (-1; 1) \\ x = x_3 \in (1; +\infty) \end{cases}.$$

$f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm x_1 , suy ra x_1 là điểm cực tiểu.

$f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm x_2 , suy ra x_2 là điểm cực đại.

$f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm x_3 , suy ra x_3 là điểm cực tiểu.

Câu 31: Chọn D.



$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$, mà $BC \perp AB$ (hình chữ nhật $ABCD$) $\Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow B$ là hình chiếu của C trên mặt phẳng $(SAB) \Rightarrow \widehat{BSC} = (\widehat{SC, (SAB)}) = 30^\circ$

ΔBSC vuông tại B , ta có: $SB = BC \cdot \cot \widehat{BSC} = a\sqrt{3} \cdot \cot 30^\circ = 3a$

ΔSAB vuông tại A , ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{9a^2 - 4a^2} = \sqrt{5a^2} = a\sqrt{5}$

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $AB \cdot BC = 2a \cdot a\sqrt{3} = 2a^2\sqrt{3}$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{5} \cdot 2a^2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{15}a^3}{3}$.

Câu 32: Chọn D.

Biến đổi: $f'(x) = (x-2)^{2019} (x+1)^{2020} (x-2)^{2020} (x+3)^3 = (x-2)^{4039} (x+1)^{2020} (x+3)^3$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị có hoành độ dương là $x = 2$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(|x|)$ có $2 \cdot 1 + 1 = 3$ điểm cực trị $\rightarrow$ Chọn **D**.

Câu 33: Chọn C.

Đặt $t = \cos x$, với $x \in [0; 2\pi]$ ta có $t \in [-1; 1]$ và:

+ Nếu $t \in (-1; 1]$ thì tương ứng mỗi giá trị của t ta được 2 giá trị của $x \in [0; 2\pi]$.

+ Nếu $t = -1$ thì ta chỉ được duy nhất giá trị $x = \pi \in [0; 2\pi]$.

Phương trình viết lại: $|f(t)| = -2m + 3(1)$

Trường hợp 1. $m > \frac{3}{2}$ thì (1) vô nghiệm nên phương trình đã cho vô nghiệm.

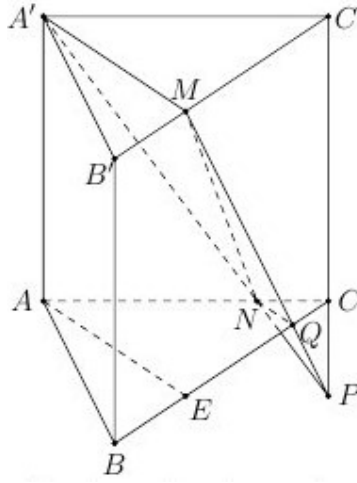
Trường hợp 2. $m = \frac{3}{2}$, khi đó (1) viết về $|f(t)| = 0 \Leftrightarrow f(t) = 0$, từ đồ thị có thể thấy phương trình thu được có đúng 1 nghiệm duy nhất trên $(-1; 1]$, ta có điều kiện:

$$\begin{cases} -2m + 3 < 3 \\ 2m - 3 \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Kết hợp lại ta được $1 \leq m < \frac{3}{2}$.

Câu 34: Chọn B.

Cách 1.



Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt các mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ theo các giao tuyến song song nên Q là giao điểm của đường thẳng qua N song song với $A'M$ với cạnh BC .

Kéo dài các đường $A'N, MQ$ và $C'C$ đồng quy tại cùng một điểm P (3 mặt phẳng cắt nhau theo 3 giao tuyến đồng quy).

Như vậy khối đa diện cần tính thể tích là một khối chóp cụt.

$$\text{Ta có } C'M = \frac{2}{3} B'C' = 2a. S_1 = S_{\Delta A'C'M} = \frac{1}{2} A'C' \cdot C'M \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}.$$

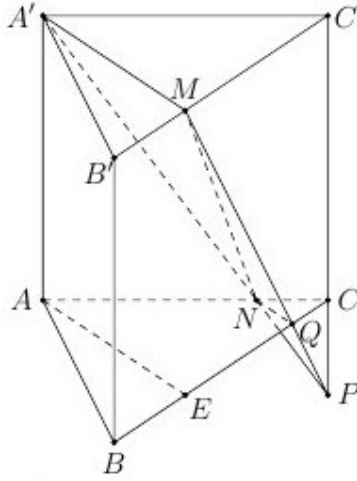
Gọi E là điểm trên cạnh BC sao cho $EC = 2EB$ thì $A'M \parallel AE$ nên

$$\frac{CQ}{CE} = \frac{CN}{CA} = \frac{1}{4} \Rightarrow CQ = \frac{1}{4} CE = \frac{1}{4} C'M = \frac{1}{2} a.$$

$$\text{Diện tích tam giác } CNQ \text{ là } S_2 = S_{\Delta CNQ} = \frac{1}{2} CQ \cdot CN \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{32}.$$

$$\text{Vậy } V_{CNQ.C'A'M} = \frac{CC'}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) = a \left(\frac{3\sqrt{3}a^2}{2} + \frac{3\sqrt{3}a^2}{32} + \sqrt{\frac{3\sqrt{3}a^2}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}a^2}{32}} \right) = \frac{63\sqrt{3}a^3}{32}.$$

Cách 2:



Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt các mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ theo các giao tuyến song song nên Q là giao điểm của đường thẳng qua N song song với $A'M$ với cạnh BC .

$$\text{Ta có } C'M = \frac{2}{3}B'C' = 2a, S_{\Delta C'M} = \frac{1}{2}A'C' \cdot C'M \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}.$$

$$\text{Lại có } \frac{PC}{PC'} = \frac{CN}{A'C'} = \frac{CN}{AC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{PC}{CC'} = \frac{1}{3} \Rightarrow PC = \frac{1}{3} \cdot 3a = a \Rightarrow PC' = 4a.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } P.C'A'M \text{ là } V_{P.C'A'M} = \frac{1}{3} \cdot 4a \cdot \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} = 2\sqrt{3}a^3.$$

Gọi E là điểm trên cạnh BC sao cho $EC = 2EB$ thì $A'M \parallel AE$ nên

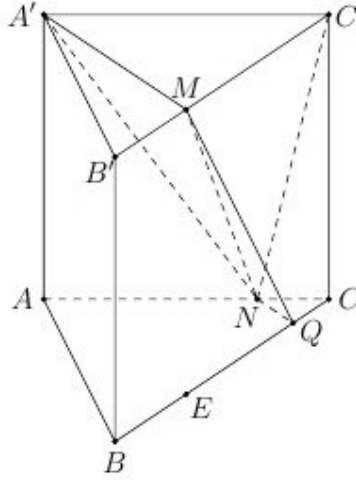
$$\frac{CQ}{CE} = \frac{CN}{CA} = \frac{1}{4} \Rightarrow CQ = \frac{1}{4}CE = \frac{1}{4}C'M = \frac{1}{2}a.$$

$$\text{Ta có } S_{\Delta CNQ} = \frac{1}{2}D(N, CQ) \cdot CQ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot d(A, BC) \cdot CQ = \frac{1}{8} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}a = \frac{3a^2\sqrt{3}}{32}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } P.CNQ \text{ là } V_{P.CNQ} = \frac{1}{3}PC \cdot S_{\Delta CNQ} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{32} = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}.$$

$$\text{Vậy } V_{CNQ.C'A'M} = V_{P.C'A'M} - V_{P.CNQ} = 2\sqrt{3}a^3 - \frac{a^3\sqrt{3}}{32} = \frac{63\sqrt{3}a^3}{32}.$$

Cách 3:



Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt các mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ theo các giao tuyến song song nên Q là giao điểm của đường thẳng qua N song song với $A'M$ với cạnh BC .

Ta có $V_{CNQ.C'A'M} = V_{N.MC'A'} + V_{N.CQMC'}$.

Ta có $C'M = \frac{2}{3}B'C' = 2a, S_{\Delta A'C'M} = \frac{1}{2}A'C'.C'M.\sin 60^\circ = \frac{1}{2}.3a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$.

$$V_{CNQ.C'A'M} = \frac{1}{3}.CC'.S_{A'C'M} = \frac{1}{3}.3a.\frac{3\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}.$$

Gọi E là điểm trên cạnh BC sao cho $EC = 2EB$ thì $A'M \parallel AE$ nên $NQ \parallel AE$, ta có:

$$\frac{CQ}{CE} = \frac{CN}{CA} = \frac{1}{4} \Rightarrow CQ = \frac{1}{4}CE = \frac{1}{4}C'M = \frac{1}{2}a.$$

Diện tích hình thang $CQMC'$ là $S_{\Delta CQNC'} = \frac{1}{2}CC'(CQ + C'M) = \frac{1}{2}.3a.\left(\frac{1}{2}a + 2a\right) = \frac{15a^2}{4}$.

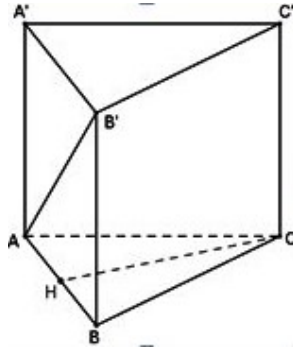
Thể tích khối chóp $N.CQMC'$ là

$$V_{N.CQMC'} = \frac{1}{3}.d(N, (CQMC')).S_{CQNC'} = \frac{1}{3}.\frac{1}{4}d(A, (BCC'B')).S_{CQNC'} = \frac{1}{12}.\frac{3a\sqrt{3}}{2}.\frac{15a^2}{4} = \frac{15\sqrt{3}a^3}{32}.$$

Thể tích khối đa diện cần tìm là

$$V_{CNQ.C'A'M} = V_{N.MC'A'} + V_{N.CQMC'} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2} + \frac{15\sqrt{3}a^3}{32} = \frac{63\sqrt{3}a^3}{32}.$$

Câu 35: Chọn B.



Ta có $BB' // CC' \Rightarrow CC' // (ABB')$ hay $CC' // (ABB'A')$.

Do đó $d(AB', CC') = d(CC', (ABB'A')) = d(C, (ABB'A'))$.

Kẻ $CH \perp AB$ tại H .

Ta có $CH \perp AB$ và $CH \perp BB'$ nên $CH \perp (ABB'A')$.

Do đó $d(AB', CC') = d(C, (ABB'A')) = CH = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác ABC có $HB^2 + HC^2 = BC^2 \Leftrightarrow \frac{BC^2}{4} + 3a^2 = BC^2 \Leftrightarrow BC = 2a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = AA' \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin 60^\circ = a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a^3 \sqrt{3}$.

Câu 36: Chọn D.

Ta có $y' = \frac{2-m}{(2^{-x}-m)^2} \cdot (2^{-x})' = \frac{2-m}{(2^{-x}-m)^2} \cdot (-2^{-x} \cdot \ln 2)$.

Nhận xét: Với $x \in (-1; 0) \Rightarrow 2^{-x} \in (1; 2)$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{-x} \neq m \forall x \in (-1; 0) \\ y' < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq 1 \\ 2-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 1 \\ m < 2 \end{cases}$$

Vậy với $m \leq 1$ thì hàm số $y = \frac{2^{-x}-2}{2^{-x}-m}$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.

Câu 37: Chọn D.

Do $(\sqrt{10}+3)^x \cdot (\sqrt{10}-3)^x = 1$ nên:

Đặt $(\sqrt{10}+3)^x = t$ với $t > 0 \Rightarrow (\sqrt{10}-3)^x = \frac{1}{t}$, ta có phương trình

$$9t + \frac{1}{t} - m + 2020 = 0 \Leftrightarrow m = 9t + \frac{1}{t} + 2020 \quad (*).$$

Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm âm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm $t \in (0; 1)$.

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 9t + \frac{1}{t} + 2020 \Rightarrow f'(t) = 9 - \frac{1}{t^2}.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{3}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{3}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$ 2026	$\nearrow$ 2030

Do đó, $m \in (2026; 2029)$. Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow S = \{2027; 2028; 2029\}$.

Vậy số tập con của S là 8.

Câu 38: Chọn D.

Trên đoạn $[-4; 1]$, ta có

$$f'(x) = 3x^2 - 15; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}.$$

$$f(-4) = 4; f(-\sqrt{5}) = 10\sqrt{5}; f(1) = -14.$$

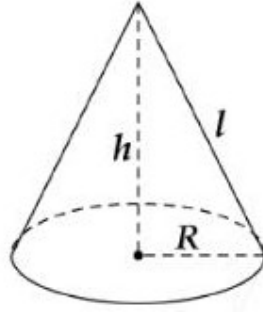
$$\text{Vậy } \max_{[-4; 1]} = 10\sqrt{5}.$$

Câu 39: Chọn D.

$$\text{Diện tích mặt cầu } S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow R^2 = \frac{S}{4\pi} = \frac{8\pi a^2}{12\pi} = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy: Bán kính mặt cầu } R = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 40: Chọn B.



Diện tích xung quanh của mặt nón $S_{xq} = \pi Rl \Leftrightarrow R = \frac{S_{xq}}{\pi l} = \frac{\pi a^2}{2\pi a} = \frac{a}{2}$.

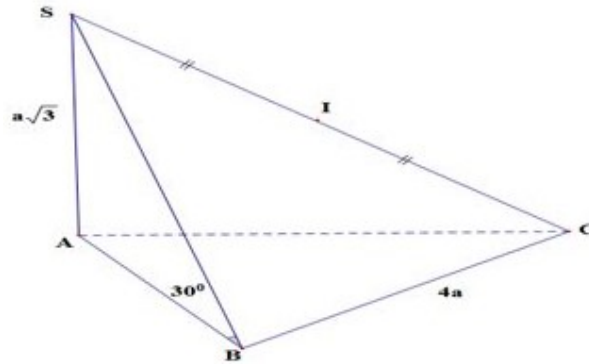
Đường cao của hình nón $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

Vậy: Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$.

Câu 41: Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 42: Chọn A.



Do tam giác ABC vuông tại B , AB là hình chiếu vuông góc của SB trên (ABC) nên suy ra tam giác SBC vuông tại B ; $SA \perp (ABC) \Rightarrow SAC$ là tam giác vuông tại A .

Suy ra A, B nằm trên mặt cầu đường kính SC .

Gọi I là trung điểm của SC thì I là tâm mặt cầu.

Ta có $(\widehat{SB, (ABC)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA} = 30^\circ$.

Câu 43: Chọn D.

$$y = x^3 + 3x^2 - 1$$

$$y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy 2 điểm cực trị là $A(-2;3); B(0;1)$.

Gọi $H(-1;1)$ là trung điểm của AB

$$\overrightarrow{AB} = (2; -4)$$

Chọn $\vec{n}_d(-1;2) \Rightarrow (d): x - 2y + 3 = 0$

Câu 44: Chọn C.

$$* (C_1) \cap (C_2)$$

$$\log_2(x+2) = \log_2(x) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x+2) = \log_2(2x)$$

$$\Leftrightarrow x+2 = 2x \Leftrightarrow x = 2 \text{ (tm)}$$

$$\Rightarrow (C_1) \cap (C_2) = C(2;2)$$

$$* (C_1) \cap Ox$$

$$\log_2(x+2) = 0 \Rightarrow A(-1;0)$$

$$* (C_2) \cap Ox$$

$$\log_2(x) + 1 = 0 \Rightarrow B\left(\frac{1}{2}; 0\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}\left(\frac{3}{2}; 0\right); \overrightarrow{AC}(3;2)$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{x_{AB}} \cdot \overrightarrow{y_{AC}} - \overrightarrow{x_{AC}} \cdot \overrightarrow{y_{AB}}| = \frac{3}{2} \text{ (đvdt)}.$$

Câu 45: Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x(x-2)(x-3)(m-|x|) = x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 11x - 6 \quad (1)$$

Số giao điểm của $(C_1); (C_2)$ là số nghiệm của phương trình (1).

Do $x=0; x=2; x=3$ không là nghiệm của phương trình (1) nên:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 11x - 6}{x(x-2)(x-3)} = m - |x|$$

$$\Leftrightarrow x - 1 - \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} - \frac{1}{x} + |x| = m$$

$$\text{Đặt } f(x) = x - 1 - \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} - \frac{1}{x} + |x| = \begin{cases} 2x - 1 - \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} - \frac{1}{x}, & x > 0 \\ -1 - \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} - \frac{1}{x}, & x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \begin{cases} 2 + \frac{2}{(x-2)^2} + \frac{3}{(x-3)^2} + \frac{1}{x^2}, & x \geq 0 \\ \frac{2}{(x-2)^2} + \frac{3}{(x-3)^2} + \frac{1}{x^2}, & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó: $(-\infty; 0); (0; 2); (2; 3); (3; +\infty)$.

$$\text{Mặt khác } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+		+		+
$f(x)$	-1 ↗ $+\infty$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi $m > -1$.

Vậy số giá trị nguyên của $m \in [-2020; 2020]$ thỏa mãn là 2021.

Câu 46: Chọn A.

$$e^{\frac{x^2}{2} + x - 2020} = \ln(x^2 - 2) + \frac{x^2}{2} - x + 2018 \quad (1) \Leftrightarrow e^{\frac{x^2}{2} + x - 2020} + \frac{x^2}{2} + x - 2020 = \ln(x^2 - 2) + x^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{x^2}{2} + x - 2020} + \frac{x^2}{2} + x - 2020 = e^{\ln(x^2 - 2)} + x^2 - 2 \quad (2)$$

Xét hàm số: $f(t) = e^t + t, t \in \mathbb{R}$

Ta có $f'(t) = e^t + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$(2) \Leftrightarrow f\left(\frac{x^2}{2} + x - 2020\right) = f(\ln(x^2 - 2)) \Leftrightarrow \frac{x^2}{2} + x - 2020 = \ln(x^2 - 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{2} - x - 2020 - \ln(x^2 - 2) = 0 \quad (3)$$

Xét hàm số:

$$g(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2020 - \ln(x^2 - 2), \begin{cases} x > \sqrt{2} \\ x < -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow g'(x) = x + 1 - \frac{2x}{x^2 - 1} = \frac{x^3 + x^2 - 4x - 2}{x^2 - 2}$$

Xét $h(x) = x^3 + x^2 - 4x - 2$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có:

$$h(-3) = -8; h(-2) = 2; h(-1) = 2; h(0) = -2; h(\sqrt{3}) = 1 - \sqrt{3}; h(2) = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h(-3).h(-2) < 0 \\ h(-1).h(0) < 0 \\ h(\sqrt{3}).h(2) < 0 \end{cases} \Rightarrow h(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \in (-3; -2) \\ x = b \in (-1; 0) \\ x = c \in (\sqrt{3}; 2) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^-} g(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^+} g(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

Bảng biến thiên hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	a	$-\sqrt{2}$	b	$\sqrt{2}$	c	$+\infty$
$h(x)$		0		0		0	
$g'(x)$	-	0	+	-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$ $g(a)$ $\nearrow$ $+\infty$				$+\infty$	$\searrow$ $g(c)$ $\nearrow$ $+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có:

$$\text{Với } a \in (-3; -2) \text{ suy ra } g(a) < g(-3) = \frac{9}{2} - 3 - 2020 - \ln 7 < 0$$

$$\text{Với } c \in (\sqrt{3}; 2) \text{ suy ra } g(c) < g(\sqrt{3}) = \frac{3}{2} + \sqrt{3} - 2020 < 0$$

Do đó phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 47: Chọn B.

Hàm số đã cho xác định khi $9 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.

Tập xác định của hàm số đã cho: $D = (-3; 3)$.

Câu 48: Chọn B.

$$\text{Ta có } u_4 = 7 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^3 = 7. (1)$$

$$u_{10} = 56 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^9 = 56. (2)$$

