

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Dụng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy.

- A. 1 mặt phẳng. B. 4 mặt phẳng. C. 5 mặt phẳng. D. 2 mặt phẳng.

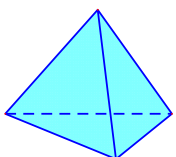
Câu 2. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số $y = |\sin x - x| - |\sin x + x|$ là hàm số lẻ.
 B. Hàm số $y = \sin x + 2$ là hàm số không chẵn, không lẻ.
 C. Hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ là hàm số chẵn.
 D. Hàm số $y = x^2 + \cos x$ là hàm số chẵn.

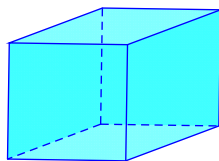
Câu 3. Tính giá trị của tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx$, biết $f(x) = \min\{1, x^2\}$.

- A. 4. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $-\frac{3}{4}$.

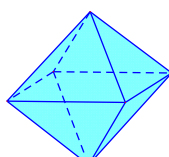
Câu 4. Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây



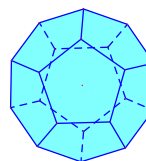
Khối tứ diện đều



Khối lập phương

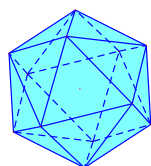


Khối bát diện đều



Khối mười hai mặt đều

đúng?



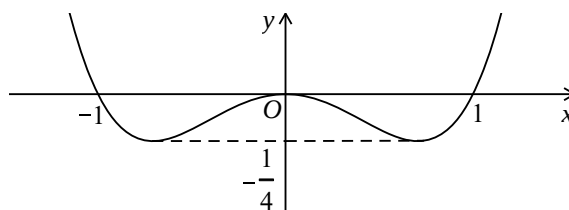
Khối hai mươi mặt đều

- A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.
 B. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.
 C. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
 D. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^4 - x^2$ có đồ thị (C) trong hình vẽ.

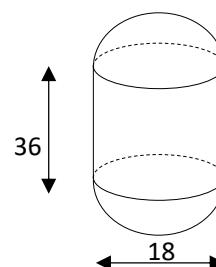
Dựa vào đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị của tham số k để phương trình sau có bốn nghiệm thực phân biệt $4x^2(1 - x^2) = 1 - k$.

- A. $k \in (-\infty; 0)$; B. $k \in (0; 1)$;
 C. $k \in (0; +\infty)$. D. $k \in (1; +\infty)$;



Câu 6. Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Các kích thước được ghi cùng đơn vị. Hãy tính thể tích của bồn chứa.

- A. $\pi 4^5 \cdot 3^2$.



B. $\pi \cdot \frac{4^2}{3^5}$.

C. $\pi \cdot \frac{4^5}{3^2}$.

D. $\pi 4^2 \cdot 3^5$.

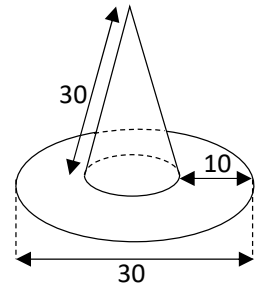
Câu 7. Tính diện tích vải cần có để may một cái mũ có dạng và kích thước (cùng đơn vị đo) được cho bởi hình vẽ bên (không kể riem, mép).

A. 450π .

B. 350π .

C. 400π .

D. 500π .



Câu 8. Trong khai triển $(x - y)^{11}$, hệ số của số hạng chứa $x^8 \cdot y^3$ là

A. C_{11}^3 .

B. $-C_{11}^5$.

C. $-C_{11}^3$.

D. C_{11}^8 .

Câu 9. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-2}^2 f(x)dx$?

A. $f(x) = \cos x$.

B. $f(x) = \sin x$.

C. $f(x) = e^x$.

D. $f(x) = x + 1$.

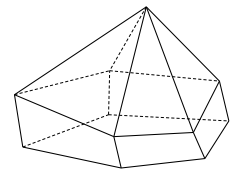
Câu 10. Hình đa diện trong hình vẽ có bao nhiêu mặt là tứ giác?

A. 10.

B. 6.

C. 5.

D. 12



Câu 11. Hàm số $y = \log_{x-1} x$ xác định khi và chỉ khi :

A. $x > 0$.

B. $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

C. $x \neq 2$.

D. $x > 1$.

Câu 12. Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự. Mỗi ông chồng bắt tay một lần với mọi người trừ vợ mình. Các bà vợ không ai bắt tay với nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay.

A. 185.

B. 78.

C. 312.

D. 234.

Câu 13. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + n}{n^2}$ bằng:

A. 0

B. $+\infty$

C. $-\infty$

D. 1

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}$. Giá trị $f'\left(\frac{\pi^2}{16}\right)$ bằng:

A. 0.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{2}{\pi}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$.

Câu 15. Cho $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.

B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

C. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

D. $a^{\log_a b} = b$.

Câu 16. Một hệ thống cửa xoay gồm 4 cánh cửa hình chữ nhật có chung một cạnh và được sắp xếp trong một buồng cửa hình trụ như hình vẽ. Tính thể tích của buồng cửa, biết chiều cao và chiều rộng của mỗi cánh cửa lần lượt là 2,5 m và 1,5 m.

A. $\frac{75}{8} \text{ m}^3$.

B. $\frac{75}{8} \pi \text{ m}^3$.



C. $\frac{45}{8} \text{ m}^3$.

D. $\frac{45}{8} \pi \text{ m}^3$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây SAI?

A. $\text{mp}(IBD)$ cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

B. $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

C. $IO \parallel \text{mp}(SAB)$.

D. $IO \parallel \text{mp}(SAD)$.

Câu 18. Hàm số $y = \sqrt{45 + 20x^2} + |2x - 9|$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. 18.

B. 8.

C. 19.

D. 15.

Câu 19. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y = 2x^5 - \frac{10}{3}x^3 + 1$.

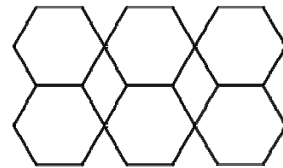
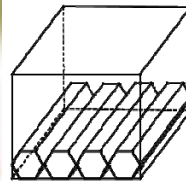
A. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 20. Một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có kích thước $6\text{cm} \times 6\text{cm} \times 10\text{cm}$. Người ta xếp những cây bút chì chưa vuốt có hình lăng trụ lục giác đều (đang để lộn xộn như trong ảnh dưới đây) với chiều dài 10 cm và thể tích $\frac{1875\sqrt{3}}{2} \text{ mm}^3$ vào trong hộp sao cho chúng được xếp sát nhau (như hình vẽ mô phỏng phía dưới). Hỏi có thể chứa được tối đa bao nhiêu cây bút chì?



A. 156.

B. 144.

C. 576.

D. 221.

Câu 21. Cho phép tịnh tiến vector $\vec{v}$ biến A thành A' và M thành M' . Khi đó:

A. $3\vec{AM} = 2\vec{A'M'}$.

B. $\vec{AM} = \vec{A'M'}$.

C. $\vec{AM} = 2\vec{A'M'}$.

D. $\vec{AM} = -\vec{A'M'}$.

Câu 22. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + |x-1| - 1}{x-1}$.

A. 3.

B. Giới hạn đã cho không tồn tại.

C. $+\infty$.

D. 1.

Câu 23. Phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thỏa $0 < x < \pi$.

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) .

A. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Câu 25. Cho phương trình $m \sin x - \sqrt{1-3m} \cos x = m-2$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm.

A. $m \geq 3$.

B. $\frac{1}{3} \leq m \leq 3$.

C. $m \leq \frac{1}{3}$.

D. Không có giá trị nào của m thỏa mãn đề bài.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ chỉ nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3?

A. $m = 1; m = -9$.

B. $m = 9$.

C. $m = -1$.

D. $m = -1; m = 9$.

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \cos x = 0$ thỏa điều kiện: $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$.

A. $x = \frac{3\pi}{2}$.

B. $x = \frac{\pi}{3}$.

C. $x = \pi$.

D. $x = -\frac{3\pi}{2}$.

Câu 28. Hàm số $F(x) = 7 \sin x - \cos x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = -\sin x + 7 \cos x$.

B. $f(x) = \sin x - 7 \cos x$.

C. $f(x) = \sin x + 7 \cos x$.

D. $f(x) = -\sin x - 7 \cos x$.

Câu 29. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+2)}$.

A. Bị chặn trên nhưng không bị chặn.

B. Bị chặn.

C. Bị chặn dưới nhưng không bị chặn.

D. Không bị chặn.

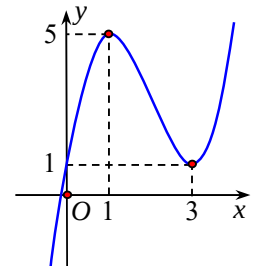
Câu 30. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.



Câu 31. Bất phương trình $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} \leq 133.\sqrt{10^x}$ có tập nghiệm là $S = [a; b]$ thì $b - 2a$ bằng:

A. 12.

B. 16.

C. 6.

D. 10.

Câu 32. Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng (số hạng thứ nhất là 2, số hạng thứ 5 là 22).

A. 8; 13; 18.

B. 7; 12; 17.

C. 6; 12; 18.

D. 6; 10; 14.

Câu 33. Với những giá trị nào của tham số m thì $(C_m): y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2 + 4m + 1)x - 4m(m+1)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1?

A. $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$.

B. $m > \frac{1}{2}$.

C. $m \geq \frac{1}{2}$.

D. $m \neq 1$.

Câu 34. Cho hàm số $y = \frac{2x+m+1}{x-1}$ (C_m). Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ tạo với

hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{2}$.

A. $\begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{23}{9} \\ m = -7 \\ m = -\frac{28}{9} \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = -\frac{23}{9} \\ m = -7 \\ m = -\frac{28}{9} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{23}{9} \\ m = -7 \\ m = \frac{28}{9} \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = -2 \\ m = -\frac{23}{9} \\ m = 7 \\ m = \frac{28}{9} \end{cases}$

Câu 35. Cho đồ thị $(C_m): y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$. Tất cả giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$ là:

A. $m > -\frac{1}{4}$ và $m \neq 0$.

B. $m = 1$.

C. $m \neq 0$.

D. $m = 2$.

Câu 36. Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

A. $n = 8$.

B. $n = 18$.

C. $n = 15$.

D. $n = 27$.

Câu 37. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ trên đoạn $[0; 2]$ là:

A. 2.

B. 0.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

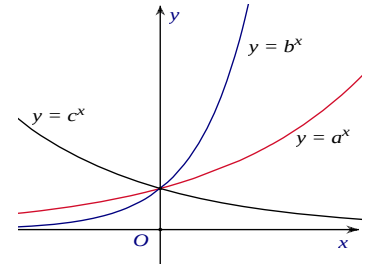
Câu 38. Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ ($0 < a, b, c \neq 1$) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $c > b > a$.

B. $a > b > c$.

C. $b > a > c$.

D. $a > c > b$.



Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$. Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là:

A. $\left(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

B. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$.

C. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$.

Câu 40. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(1; 2; -1)$ và điểm $M(m; m; m)$, để $|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì m bằng:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 41. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số có 5 chữ số khác nhau trong đó có đúng hai chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ này đứng cạnh nhau?

A. 310.

B. 290.

C. 280.

D. 468.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính góc giữa hai đường thẳng SB và AC .

A. 60° .

B. $57^\circ 41' 18, 48''$.

C. $19^\circ 45' 31, 78''$.

D. $70^\circ 14' 28, 22''$.

Câu 43. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 44. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + C$.

B. $F(x) = \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C$.

C. $F(x) = \ln |x^2 + x - 2| + C$.

D. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $2y + z - 3 = 0$.

B. $2x - 3y + 6z = 0$.

C. $4y + 2z - 3 = 0$.

D. $3x + 2y + 1 = 0$.

Câu 46. Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1; 1; 1)$, $(2; 3; 4)$, $(7; 7; 5)$. Diện tích của hình bình hành đó bằng:

A. $2\sqrt{83}$.

B. $\frac{\sqrt{83}}{2}$.

C. 83.

D. $\sqrt{83}$.

Câu 47. Tính giá trị $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{4}{3}}$, ta được:

A. 24.

B. 12.

C. 16.

D. 18.

Câu 48. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$.

A. $y = 3$ và $x = 2$.

B. $y = -3$, $y = 3$ và $x = -2$.

C. $x = -2$ và $y = 3$.

D. $x = -2$ và $y = -3$.

Câu 49. Tìm họ nguyên hàm $I = \int \frac{9\cos x - 5\sin x}{\cos x + \sin x} dx$.

A. $I = 7x + 2 \ln |\cos x + \sin x| + C$.

B. $I = \frac{11x}{2} + \frac{3 \ln |\cos x + \sin x|}{2} + C$.

C. $I = 2x + 7 \ln |\cos x + \sin x| + C$.

D. $I = \frac{3x}{2} + \frac{11 \ln |\cos x + \sin x|}{2} + C$.

Câu 50. Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 6x + 11} > \sqrt{3-x} - \sqrt{x-1}$ có tập nghiệm $(a; b]$. Hỏi hiệu $b - a$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. 3.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CHI TIẾT (các câu hỏi sắp xếp theo các chương từ lớp 11 đến lớp 12)

Các câu khó và khó vừa em đánh dấu *. Đáp án xây dựng theo cách giải bài thi trắc nghiệm.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số $y = \tan x$ xác định khi và chỉ khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y = \sin x + 2$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

B. Hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ là hàm số chẵn.

C. Hàm số $y = x^2 + \cos x$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y = |\sin x - x| - |\sin x + x|$ là hàm số lẻ.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Xét hàm $y = f(x) = |\sin x - x| - |\sin x + x|$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-x \in \mathbb{R}$ và

$$f(-x) = |-\sin x + x| - |-\sin x - x| = |\sin x - x| - |\sin x + x| = f(x)$$

Do đó: $y = f(x) = |\sin x - x| - |\sin x + x|$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

Câu 3: Phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thỏa $0 < x < \pi$.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có } \sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Trường hợp 1: $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$. Do $0 < x < \pi$ nên $0 < -\frac{\pi}{12} + k\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{1}{12} < k < \frac{13}{12}$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn được $k=1$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = \frac{11\pi}{12}$.

Trường hợp 2: $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi$. Do $0 < x < \pi$ nên $0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{7}{12} < k < \frac{5}{12}$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn được $k = 0$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = \frac{7\pi}{12}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \cos x = 0$ thỏa điều kiện: $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$.

- A. $x = \pi$. B. $x = \frac{\pi}{3}$. C. $x = \frac{3\pi}{2}$. D. $x = -\frac{3\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\cos^2 x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ nên nghiệm của phương trình là $x = \pi$.

Câu 5: Cho phương trình $m \sin x - \sqrt{1-3m} \cos x = m-2$. Tìm m để phương trình có nghiệm.

- A. $\frac{1}{3} \leq m \leq 3$ B. $m \leq \frac{1}{3}$
C. Không có giá trị nào của m D. $m \geq 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: phương trình $m \sin x - \sqrt{1-3m} \cos x = m-2$ có nghiệm khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m^2 + (-\sqrt{1-3m})^2 \geq (m-2)^2 \\ m \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq \frac{1}{3} (!) \end{cases}. \text{ Vậy không có giá trị } m \text{ thỏa ycbt}$$

Câu 6: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số có 5 chữ số khác nhau trong đó có đúng hai chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ đứng cạnh nhau?

- A. 468 B. 280 C. 310 D. 290

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi A là số tự nhiên có hai chữ số lẻ khác nhau lấy từ các số 0,1,2,3,4,5,6 số cách chọn được A là $A_2^2 = 6$.

Số chẵn có 5 chữ số mà hai số lẻ đứng kề nhau phải chứa A và ba trong 4 chữ số 0;2;4;6. Gọi

$\overline{abcd}$; $a, b, c, d \in \{A, 0, 2, 4, 6\}$ là số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

*TH1: Nếu $d = 0$ số cách lập là: $1 \cdot A_3^3 = 24$

* TH 2: Nếu $d \neq 0$ thì d có 3 cách chọn, a có 3 cách chọn, b có 3 cách chọn, c có 2 cách chọn nên số cách lập là: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 54$

Số cách lập: $6(24 + 54) = 468$

Câu 7: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo

- A. $n = 15$. B. $n = 27$. C. $n = 8$. D. $n = 18$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

+ Tìm công thức tính số đường chéo: Số đoạn thẳng tạo bởi n đỉnh là C_n^2 , trong đó có n cạnh, suy ra số đường chéo là $C_n^2 - n$.

+ Đa giác đã cho có 135 đường chéo nên $C_n^2 - n = 135$.

+ Giải PT

$$: \frac{n!}{(n-2)!2!} - n = 135, (n \in \mathbb{N}, n \geq 2) \Leftrightarrow (n-1)n - 2n = 270 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 270 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 18 (\text{nhan}) \\ n = -15 (\text{loai}) \end{cases} \Leftrightarrow n = 18$$

.

Câu 8: Trong khai triển $(x-y)^{11}$, hệ số của số hạng chứa $x^8 \cdot y^3$ là

A. C_{11}^3 .

B. $-C_{11}^3$.

C. $-C_{11}^5$.

D. C_{11}^8 .

Chọn B.

Câu 9. Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự. Mỗi ông chồng bắt tay một lần với mọi người trừ vợ mình. Các bà vợ không ai bắt tay với nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay.

A. 78.

B. 185.

C. 234.

D. 312.

Lời giải.

Chọn C.

Nếu mỗi người đều bắt tay với tất cả thì có C_{26}^2 cái bắt tay, trong đó có C_{13}^2 cái bắt tay giữa các bà vợ và 13 cái bắt tay giữa các cặp vợ chồng

Như vậy theo điều kiện bài toán sẽ có : $C_{26}^2 - C_{13}^2 - 13 = 234$ (cái bắt tay).

Câu 10: Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng.

A. 7; 12; 17.

B. 6; 10; 14.

C. 8; 13; 18.

D. 6; 12; 18.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases} \Rightarrow 22 = u_1 + 4d \Leftrightarrow d = 5 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 2 + 5 = 7 \\ u_3 = 7 + 5 = 12 \\ u_4 = 12 + 5 = 17 \end{cases}$$

Câu 11. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + n}{n^2}$ bằng:

A. $+\infty$

B. $-\infty$

C. 0

D. 1

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 12. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + |x-1| - 1}{x-1}$.

A. 3.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. Giới hạn đã cho không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

0.999→A $\frac{A^2 + |A-1| - 1}{A-1}$ 999/1000

1.00001→A $\frac{A^2 + |A-1| - 1}{A-1}$ 300001/100000

PP TỰ LUẬN: Tìm giới hạn trái và giới hạn phải.

Câu 13: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+2)}$

A. Bị chặn.

B. Không bị chặn.

C. Bị chặn trên nhưng không bị chặn.

D. Bị chặn dưới nhưng không bị chặn.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $0 < u_n < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$

Dãy (u_n) bị chặn.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}$. Giá trị $f'\left(\frac{\pi^2}{16}\right)$ bằng:

A. 0.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{2}{\pi}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}} (\cos \sqrt{x} - \sin \sqrt{x}).$$

$$f'\left(\frac{\pi^2}{16}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{16}\right)^2}} \left(\cos \sqrt{\left(\frac{\pi^2}{16}\right)^2} - \sin \sqrt{\left(\frac{\pi^2}{16}\right)^2} \right) = \frac{1}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0.$$

Dùng MTCT nhanh hơn.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{2x+m+1}{x-1}$ (C_m). Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ tạo

với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{2}$.

A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = -\frac{23}{9} \\ m = -7 \\ m = -\frac{28}{9} \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{23}{9} \\ m = -7 \\ m = -\frac{28}{9} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = -2 \\ m = -\frac{23}{9} \\ m = 7 \\ m = \frac{28}{9} \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{23}{9} \\ m = -7 \\ m = \frac{28}{9} \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y' = \frac{-m-3}{(x-1)^2}$

Ta có $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = m+5$, $y'(x_0) = -m-3$. Phương trình tiếp tuyến Δ của (C_m) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là:

$$y = (-m-3)(x-2) + m+5 = (-m-3)x + 3m+11.$$

• $\Delta \cap Ox = A \Rightarrow A\left(\frac{3m+11}{m+3}; 0\right)$, với $m+3 \neq 0$

• $\Delta \cap Oy = B \Rightarrow B(0; 3m+11)$

Suy ra diện tích tam giác OAB là: $S = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \frac{(3m+11)^2}{|m+3|}$

Theo giả thiết bài toán ta suy ra: $\frac{1}{2} \frac{(3m+11)^2}{|m+3|} = \frac{25}{2}$

$$\Leftrightarrow (3m+11)^2 = 25|m+3| \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 66m + 121 = 25m + 75 \\ 9m^2 + 66m + 121 = -25m - 75 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 41m + 46 = 0 \\ 9m^2 + 91m + 196 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2; m = -\frac{23}{9} \\ m = -7; m = -\frac{28}{9} \end{cases}$$

Câu 16: Cho phép tịnh tiến vector $\vec{v}$ biến A thành A' và M thành M' . Khi đó:

- A.** $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{A'M'}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{A'M'}$. **C.** $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M'}$. **D.** $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{A'M'}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Theo tính chất $\begin{cases} T_v(A) = A' \\ T_v(M) = M' \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M'}$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây **SAI**?

- A.** $IO \parallel \text{mp}(SAB)$.
B. $IO \parallel \text{mp}(SAD)$.
C. $\text{mp}(IBD)$ cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
D. $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

Hướng dẫn giải:

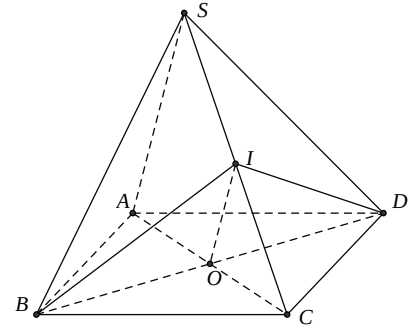
Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} OI \parallel SA \\ OI \not\subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow OI \parallel (SAB)$ nên **A** đúng.

Ta có: $\begin{cases} OI \parallel SA \\ OI \not\subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow OI \parallel (SAD)$ nên **B** đúng.

Ta có: (IBD) cắt hình chóp theo thiết diện là tam giác IBD nên Chọn C.

Ta có: $(IBD) \cap (SAC) = IO$ nên **D** đúng.



Câu 18*. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) .

A. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$; **B.** $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$; **C.** $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$; **D.** $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

Đáp án B.

Dễ thấy: $\widehat{SCH} = 45^\circ$.

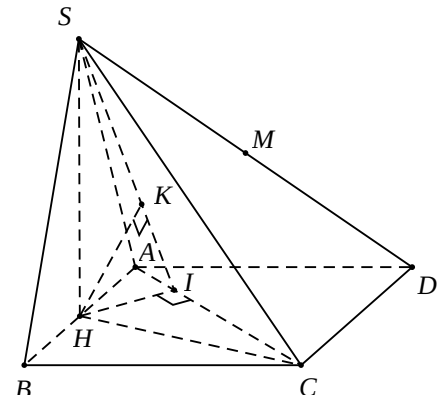
Gọi H là trung điểm của AB ta có $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Ta

có: $SH = HC = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Ta có: $d = d(M, (SAC)) = \frac{1}{2} d(D, (SAC))$.

Mà $\frac{1}{2} d(D, (SAC)) = \frac{1}{2} d(B, (SAC))$ nên $d = d(H, (SAC))$.

Kẻ $HI \perp AC$, $HK \perp SI \Rightarrow d(H, (SAC)) = HK$.



Ta có: $HI = \frac{AB \cdot AD}{2AC} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Từ đó suy ra: $d = HK = \frac{SH \cdot HI}{SI} = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Câu 19*. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Dựng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy.

A. 1 mặt phẳng; B. 2 mặt phẳng; C. 4 mặt phẳng;

D. 5 mặt phẳng.

Lời giải

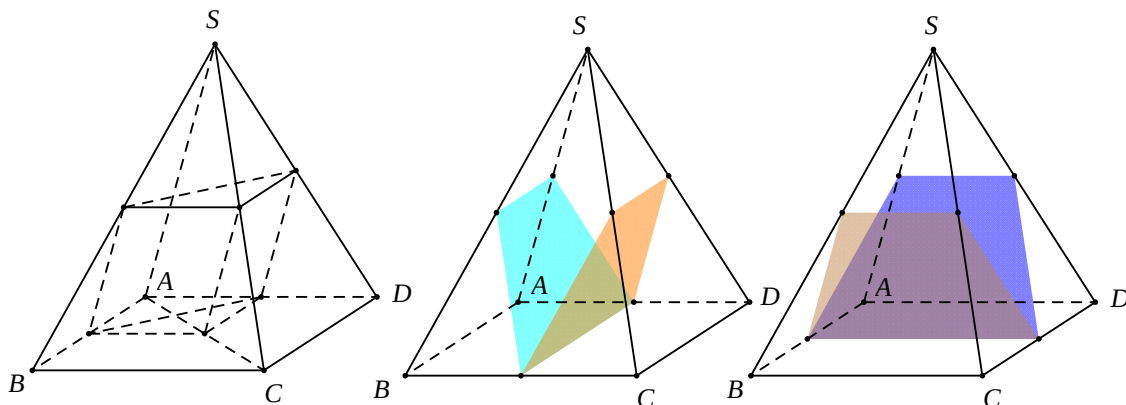
Đáp án D.

- Một mặt phẳng cách đều hai điểm (ta hiểu rằng trong trường hợp này khoảng cách từ hai điểm tới mặt phẳng lớn hơn 0) khi nó song song với đường thẳng đi qua hai điểm đó hoặc cắt đường thẳng đi qua hai điểm đó tại trung điểm của chúng.

Trở lại bài toán rõ ràng cả năm điểm A, B, C, D và S không thể nằm cùng phía với mặt phẳng (P) . Ta xét các trường hợp sau:

- Trường hợp 1:** Có một điểm nằm khác phía với bốn điểm còn lại.
Nếu điểm này là điểm S thì mặt phẳng (P) phải đi qua trung điểm của SA, SB, SC, SD và đây là mặt phẳng đầu tiên mà ta xác định được.
Nếu điểm này là điểm A thì mặt phẳng (P) phải đi qua trung điểm của các cạnh AS, AB, AC, AD . Không thể xác định mặt phẳng (P) như vậy vì 4 điểm đó tạo thành một tứ diện. Tương tự như vậy điểm này không thể là B, C, D .

- Trường hợp 2:** Có hai điểm nằm khác phía so với ba điểm còn lại.
Nếu hai điểm này là A và S thì mặt phẳng (P) phải đi qua trung điểm của các cạnh AB, AC, AD, SB, SC, SD . Không thể xác định mặt phẳng (P) vì sáu điểm này tạo thành một lăng trụ. Tương tự như vậy hai điểm này không thể là các cặp B và S, C và S, D và S .
Nếu hai điểm này là A và B, A và D, B và C, B và D, C và D thì mỗi trường hợp ta xác định được một mặt phẳng.



Như vậy ta xác định được 5 mặt phẳng (P) .

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính góc giữa hai đường thẳng SB và AC .

A. 60° .

B. $19^\circ 45' 31,78''$.

C. $70^\circ 14' 28,22''$.

D. $57^\circ 41' 18,48''$.

Đáp án C.

$$\text{Ta có: } HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = a\sqrt{2}.$$

$$SH = HC \cdot \tan SCH = a\sqrt{2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}.$$

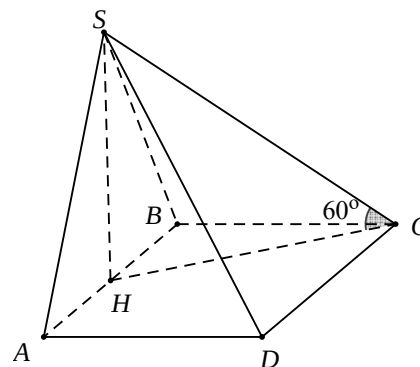
$$AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = a\sqrt{5}, SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = a\sqrt{7}.$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{SH} + \overrightarrow{HB}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \cos BAC$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \frac{AB}{AC} = 2a^2.$$

$$SB \cdot AC = a\sqrt{7} \cdot a\sqrt{5} = a^2\sqrt{35}.$$

$$\Rightarrow \cos(SB, AC) = \frac{\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}}{SB \cdot AC} = \frac{2a^2}{a^2\sqrt{35}} \Rightarrow (SB, AC) = 70^\circ 14' 28,22''.$$



Câu 21. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{|3x+2|}{x+2}$.

A. $x = -2$ và $y = 3$;

B. $y = 3$ và $x = 2$;

C. $y = -3, y = 3$ và $x = -2$;

D. $x = -2$ và $y = -3$.

Đáp án A.

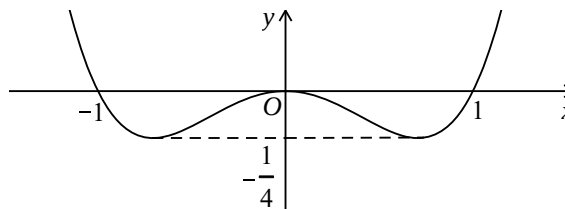
Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|3x+2|}{x+2} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|3x+2|}{x+2} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|3x+2|}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{|3x+2|}{|x|}}{\frac{x+2}{|x|}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 + \frac{2}{|x|}}{1 + \frac{2}{|x|}} = \frac{3}{1} = 3$ nên đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|3x+2|}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{|3x+2|}{|x|}}{\frac{x+2}{|x|}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{2}{|x|}}{1 + \frac{2}{|x|}} = \frac{3}{1} = 3$ nên đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 22. Cho hàm số $y = x^4 - x^2$ có đồ thị (C) trong hình vẽ. Dựa vào đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị của tham số k để phương trình sau có bốn nghiệm thực phân biệt $4x^2(1-x^2) = 1-k$.

A. $k \in (-\infty; 0)$;



B. $k \in (0;1)$;

C. $k \in (1;+\infty)$;

D. $k \in (0;+\infty)$.

Đáp án B.

Ta có: $4x^2(1-x^2)=1-k \Leftrightarrow x^4-x^2=\frac{k-1}{4}$.

Để phương trình trên có bốn nghiệm phân biệt thì: $-\frac{1}{4} < \frac{k-1}{4} < 0 \Leftrightarrow 0 < k < 1$.

Câu 23. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y=2x^5-\frac{10}{3}x^3+1$.

A. $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Chọn C.

Ta có: $y'=10x^4-10x^2=10x^2(x^2-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 1 \end{cases}$

Xét dấu y' : $\begin{array}{c} + \quad \quad \quad - \quad \quad \quad - \quad \quad \quad + \\ \hline -1 \quad \quad 0 \quad \quad 1 \end{array}$

Do đó, hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

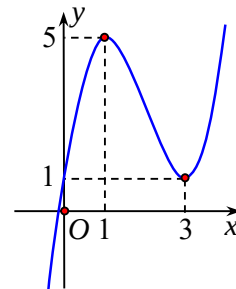
Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.



Lời giải. Từ đồ thị ta thấy $x=0 \Rightarrow d=1$ tức là $d > 0$.

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên $a > 0$.

Câu 25. Với những giá trị nào của tham số m thì $(C_m): y=x^3-3(m+1)x^2+2(m^2+4m+1)x-4m(m+1)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1?

A. $\frac{1}{2} < m \neq 1$.

B. $m > \frac{1}{2}$.

C. $m \geq \frac{1}{2}$.

D. $m \neq 1$.

Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục Ox :

$$x^3-3(m+1)x^2+2(m^2+4m+1)x-4m(m+1)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^2-(3m+1)x+2m^2+2m)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x^2-(3m+1)x+2m^2+2m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=2m \\ x=m+1 \end{cases}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < 2m \neq 2 \\ 1 < m+1 \neq 2 \\ 2m \neq m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m \neq 1 \\ 0 < m \neq 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m \neq 1.$$

Vậy chọn $\frac{1}{2} < m \neq 1$.

Câu 26. Cho đồ thị $(C_m): y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$. Tất cả giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$ là

- A.** $m=1$. **B.** $m \neq 0$. **C.** $m=2$. **D.** $m > -\frac{1}{4}$ và $m \neq 0$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành là

$$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác

$$1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1-1-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Gọi $x_3=1$ còn x_1, x_2 là nghiệm phương trình (1) nên theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$. Vậy

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (thỏa } (*))$$

Vậy chọn $m=1$.

Câu 27. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ trên đoạn $[0; 2]$ là:

- A.** $\frac{1}{4}$. **B.** 2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 0.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Ta có: $y' = \frac{3}{(x+2)^2} > 0; \forall x \in D$.

Khi đó: $y(0) = -\frac{1}{2}; y(2) = \frac{1}{4} \Rightarrow$ Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$.

Câu 28*. Hàm số $y = \sqrt{45+20x^2} + |2x-9|$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

- A.** 19. **B.** 8. **C.** 15. **D.** 18.

Áp dụng bất đẳng thức C.S ta có:

$$\sqrt{45+20x^2} = \sqrt{5(9+4x^2)} = \sqrt{(2^2+1^2)(3^2+(2x)^2)} \geq |2 \cdot 3 + 1 \cdot 2x| = |6+2x|$$

Suy ra $y \geq |6+2x| + |2x-9|$. Áp dụng bất đẳng thức $|a| + |b| \geq |a+b|$ ta được:

$$|6+2x| + |2x-9| = |6+2x| + |9-2x| \geq |6+2x+9-2x| = 15 \Rightarrow y \geq 15$$

Vậy hàm số $y = \sqrt{45+20x^2} + |2x-3|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 9.

Có thể đạo hàm để tìm gtn.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3?

- A.** $m = -1; m = 9$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 9$. **D.** $m = 1; m = -9$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 - mx + 2m$

Ta không xét trường hợp $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ vì $a = 1 > 0$

Hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3 $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 8 \text{ hay } m < 0 \\ m^2 - 8m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 9 \end{cases}$$

Câu 30*. Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 6x + 11} > \sqrt{3 - x} - \sqrt{x - 1}$ có tập nghiệm $(a; b]$. Hỏi hiệu $b - a$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

Chọn A.

Điều kiện: $1 \leq x \leq 3$; bpt $\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + 2} + \sqrt{x-1} > \sqrt{(3-x)^2 + 2} + \sqrt{3-x}$

Xét $f(t) = \sqrt{t^2 + 2} + \sqrt{t}$ với $t \geq 0$. Có $f'(t) = \frac{t}{2\sqrt{t^2 + 2}} + \frac{1}{2\sqrt{t}} > 0, \forall t > 0$.

Do đó hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$. (1) $\Leftrightarrow f(x-1) > f(3-x) \Leftrightarrow x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$

So với điều kiện, bpt có tập nghiệm là $S = (2; 3]$

Câu 31*. Bất phương trình $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} \leq 133.\sqrt{10^x}$ có tập nghiệm là $S = [a; b]$ thì $b - 2a$ bằng

A. 6

B. 10

C. 12

D. 16

Hướng dẫn giải

Ta có: $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} \leq 133.\sqrt{10^x} \Leftrightarrow 50.5^x + 20.2^x \leq 133.\sqrt{10^x}$ chia hai vế bất phương trình cho 5^x

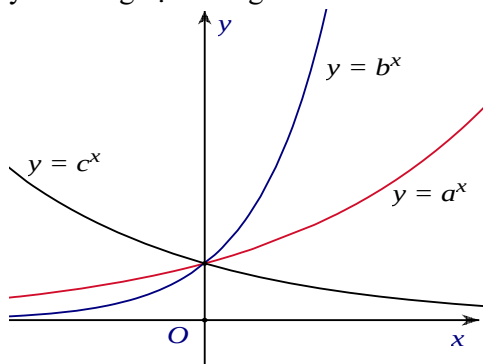
ta được: $50 + \frac{20.2^x}{5^x} \leq \frac{133.\sqrt{10^x}}{5^x} \Leftrightarrow 50 + 20.\left(\frac{2}{5}\right)^x \leq 133.\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x$ (1)

Đặt $t = \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x, (t \geq 0)$ phương trình (1) trở thành: $20t^2 - 133t + 50 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5} \leq t \leq \frac{25}{4}$

Khi đó ta có: $\frac{2}{5} \leq \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x \leq \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 \leq \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x \leq \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^{-4} \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 2$ nên $a = -4, b = 2$

Vậy $b - 2a = 10$

Câu 32*. Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ ($0 < a, b, c \neq 1$) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $b > a > c$

B. $a > b > c$

C. $a > c > b$

D. $c > b > a$

Chọn đáp án A

Do $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm đồng biến nên $a, b > 1$.

Do $y = c^x$ nghịch biến nên $c < 1$. Vậy c bé nhất.

Mặt khác: Lấy $x = m$, khi đó tồn tại $y_1, y_2 > 0$ để $\begin{cases} a^m = y_1 \\ b^m = y_2 \end{cases}$

Dễ thấy $y_1 < y_2 \Rightarrow a^m < b^m \Rightarrow a < b$

Vậy $b > a > c$.

Câu 33. Hàm số $y = \log_{x-1} x$ xác định khi và chỉ khi :

A. $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$

B. $x > 1$

C. $x > 0$

D. $x \neq 2$

Chọn đáp án A

Hàm số $y = \log_{x-1} x$ xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Câu 34. Cho $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $a^{\log_a b} = b$.

B. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.

C. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

D. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

Câu 35. Tính giá trị $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$, ta được :

A. 12

B. 16

C. 18

D. 24

Câu 36. Hàm số $F(x) = 7 \sin x - \cos x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = \sin x + 7 \cos x$.

B. $f(x) = -\sin x + 7 \cos x$.

C. $f(x) = \sin x - 7 \cos x$.

D. $f(x) = -\sin x - 7 \cos x$.

Hướng dẫn giải: $F'(x) = 7 \cos x + \sin x$

Câu 37. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + C$.

$$\text{C. } F(x) = \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C.$$

$$\text{D. } F(x) = \ln |x^2 + x - 2| + C.$$

Hướng dẫn giải: $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} \right).$

Câu 38. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-2}^2 f(x)dx$?

A. $f(x) = \sin x.$

B. $f(x) = \cos x.$

C. $f(x) = e^x.$

D. $f(x) = x+1.$

Thực hiện các phép tính sau trên máy tính

Phép tính	Kết quả
$\int_{-1}^1 \sin x dx - \int_{-2}^2 \sin x dx$	0
$\int_{-1}^1 \cos x dx - \int_{-2}^2 \cos x dx$	$\neq 0$
$\int_{-1}^1 e^x dx - \int_{-2}^2 e^x dx$	$\neq 0$
$\int_{-1}^1 (x+1) dx - \int_{-2}^2 (x+1) dx$	$\neq 0$

Vậy ta nhận đáp án $f(x) = \sin x.$

Câu 39. Tính giá trị của tích phân $I = \int_0^2 f(x)dx$, biết $f(x) = \min\{1, x^2\}.$

A. 4.

B. $\frac{3}{4}.$

C. $\frac{4}{3}.$

D. $-\frac{3}{4}.$

Hướng dẫn giải

Xét hiệu số $1 - x^2$ trên đoạn $[0; 2]$ để tìm $\min\{1, x^2\}.$

$$\text{Vậy } I = \int_0^2 \min\{1, x^2\} dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + x \Big|_1^2 = \frac{4}{3}.$$

Câu 40*. Tìm họ nguyên hàm $I = \int \frac{9\cos x - 5\sin x}{\cos x + \sin x} dx.$

A. $I = 2x + 7\ln|\cos x + \sin x| + C;$

B. $I = 7x + 2\ln|\cos x + \sin x| + C;$

C. $I = \frac{3x}{2} + \frac{11\ln|\cos x + \sin x|}{2} + C;$

D. $I = \frac{11x}{2} + \frac{3\ln|\cos x + \sin x|}{2} + C.$

Đáp án A.

Ta viết $9\cos x - 5\sin x$ dưới dạng:

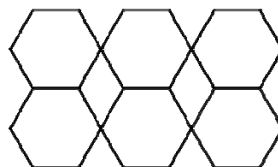
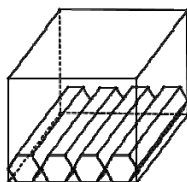
$$9\cos x - 5\sin x = a(\cos x + \sin x) + b(\cos x - \sin x) \Rightarrow \begin{cases} a+b=9 \\ a-b=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=7 \end{cases}.$$

Sở dĩ ta viết như vậy vì $(\cos x + \sin x)' = \cos x - \sin x.$

$$\text{Ta có: } I = \int \frac{2(\cos x + \sin x) + 7(\cos x - \sin x)}{\cos x + \sin x} dx \Leftrightarrow I = \int 2dx + 7 \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx$$

$$\Leftrightarrow I = 2x + 7 \int \frac{d(\cos x + \sin x)}{\cos x + \sin x} \Leftrightarrow I = 2x + 7\ln|\cos x + \sin x| + C.$$

Bài 41*. Một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có kích thước $6\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 10\text{ cm}$. Người ta xếp những cây bút chì chưa vuốt có hình lăng trụ lục giác đều (đang để lộn xộn như trong ảnh dưới đây) với chiều dài 10 cm và thể tích $\frac{1875\sqrt{3}}{2}\text{ mm}^3$ vào trong hộp sao cho chúng được xếp sát nhau (như hình vẽ mô phỏng phía dưới). Hỏi có thể chứa được tối đa bao nhiêu cây bút chì ?

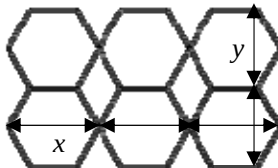
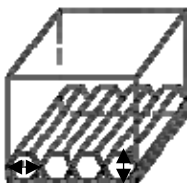


A. 144.

B. 156.

C. 221.

D. 576.



Cây bút chì có hình dạng là một khối lăng trụ lục giác đều với thể tích $\frac{1875\sqrt{3}}{2}\text{ mm}^3$ và chiều dài 10 cm (thực chất chính là chiều cao của khối lăng trụ). Từ đây ta xác định được diện tích đáy:

$$B = \frac{V}{h} = \frac{\frac{1875\sqrt{3}}{2}}{100} = \frac{75\sqrt{3}}{8} (\text{mm}^2).$$

Gọi a (mm) là độ dài cạnh đáy của cây bút chì, ta có công thức diện tích của đáy bút chì là $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 (\text{mm}^2)$

Từ đây, ta tìm được độ dài cạnh của lục giác đều: $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{75\sqrt{3}}{8} \Leftrightarrow a = \frac{5}{2} = 2,5 (\text{mm}).$

Suy ra: $x = 2a = 5 (\text{mm}); y = a\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2} (\text{mm}).$

Dựa trên kích thước của chiếc hộp, ta có số cây viết xếp được theo chiều ngang là $\frac{60}{x} = 12$ (cây bút) và theo chiều dọc là $\frac{60}{y} = 8\sqrt{3} \approx 13,86$ hay nói cách khác 13 cây bút (dù kết quả là 13,86 thì cũng chỉ xếp được tối đa 13 cây bút).

Suy ra tổng số bút chứa được trong hộp là: $12 \cdot 13 = 156$ cây bút.

Bài 42. Một hệ thống cửa xoay gồm 4 cánh cửa hình chữ nhật có chung một cạnh và được sắp xếp trong một buồng cửa hình trụ như hình vẽ. Tính thể tích của buồng cửa, biết chiều cao và chiều rộng của mỗi cánh cửa lần lượt là $2,5\text{ m}$ và $1,5\text{ m}$.



- A. $\frac{45}{8}\pi \text{ m}^3$. B. $\frac{45}{8}\text{ m}^3$. C. $\frac{75}{8}\pi \text{ m}^3$. D. $\frac{75}{8}\text{ m}^3$.

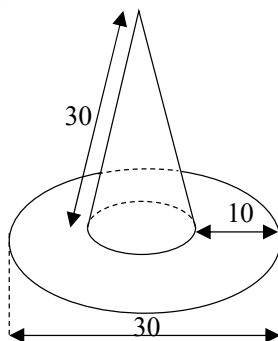
Chiều cao của cánh cửa cũng là chiều cao của buồng cửa hình trụ.

Chiều rộng của cánh cửa chính là bán kính đáy của buồng cửa hình trụ.

Theo công thức tính thể tích khối trụ, ta có thể tích của buồng cửa:

$$V = \pi \cdot 1,5^2 \cdot 2,5 = \frac{45\pi}{8} (\text{m}^3).$$

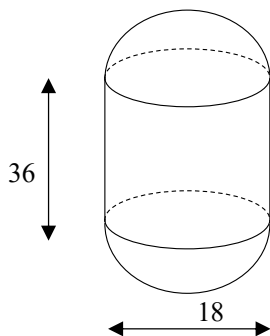
- Bài 43.** Tính diện tích vải cần có để may một cái mũ có dạng và kích thước (cùng đơn vị đo) được cho bởi hình vẽ bên (không kể riềm, mép).



- A. 350π . B. 400π . C. 450π . D. 500π .

$$S = (\pi \cdot 15^2 - \pi \cdot 5^2) + \pi \cdot 5 \cdot 30 = 350\pi.$$

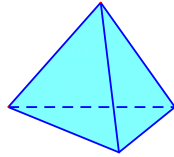
- Bài 44.** Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Các kích thước được ghi cùng đơn vị. Hãy tính thể tích của bồn chứa.



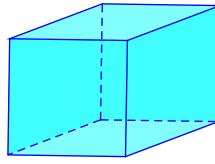
- A. $\pi 4^2 \cdot 3^5$. B. $\pi 4^5 \cdot 3^2$. C. $\pi \cdot \frac{4^2}{3^5}$. D. $\pi \cdot \frac{4^5}{3^2}$.

$$V = \frac{4}{3}\pi 9^3 + \pi 9^2 \cdot 36 = 3888\pi = 4^2 \cdot 3^5 \pi.$$

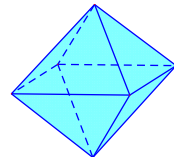
- Bài 45.** Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ



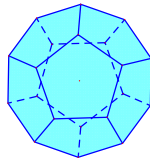
Khối tứ diện đều



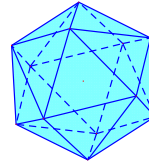
Khối lập phương



Khối bát diện đều



Khối mười hai mặt đều

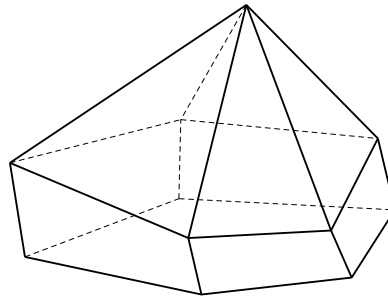


Khối hai mươi mặt đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.**
- B. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
- C. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.
- D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Câu 46: Hình đa diện trong hình vẽ có bao nhiêu mặt là tứ giác?



- A. 6.
- B. 10.
- C. 12
- D. 5.**

Câu 47. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(1; 2; -1)$ và điểm $M(m; m; m)$, để $|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì m bằng

- A. 2.**
- B. 3.
- C. 1.
- D. 4.

Hướng dẫn giải

$$\overrightarrow{AC}(-1; -3; -2), \overrightarrow{MB}(-2-m; -6-m; 2-m)$$

$$|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}| = \sqrt{m^2 + m^2 + (m-6)^2} = \sqrt{3m^2 - 12m + 36} = \sqrt{3(m-2)^2 + 24}$$

Để $|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}|$ nhỏ nhất thì $m = 2$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$. Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là

- A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$.**
- B. $\left(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$.
- C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$.
- D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

$$E(x; y; z), \text{ từ } \overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{8}{3} \\ z = -\frac{8}{3} \end{cases}.$$

Câu 49. Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1; 1; 1)$, $(2; 3; 4)$, $(7; 7; 5)$. Diện tích của hình bình hành đó bằng

A. $2\sqrt{83}$.

B. $\sqrt{83}$.

C. 83.

D. $\frac{\sqrt{83}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi 3 đỉnh theo thứ tự là A, B, C

$$\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3), \overrightarrow{AC} = (6; 6; 4)$$

$$S_{h\Delta} = 2S_{ABC} = AB.AC.\sin A = 2\sqrt{83}$$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $2x - 3y + 6z = 0$.

B. $4y + 2z - 3 = 0$.

C. $3x + 2y + 1 = 0$.

D. $2y + z - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

$$\overrightarrow{AB} = (0; 4; 2), \overrightarrow{AC} = (-3; 4; 3)$$

$$(ABC) \text{ qua } A(3; -2; -2) \text{ và có vectơ pháp tuyến } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (4; -6; 12) = 2(2; -3; 6)$$

$$\Rightarrow (ABC): 2x - 3y + 6z = 0$$