

BÀI 4**KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ****1. Sơ đồ bài toán khảo sát****Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số.**Bước 2.** Xét sự biến thiên của hàm số.

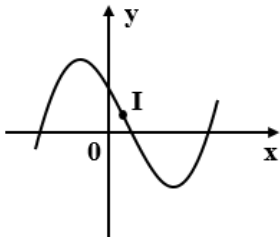
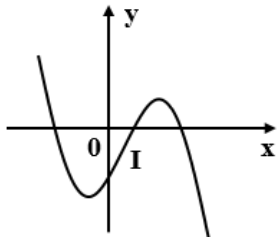
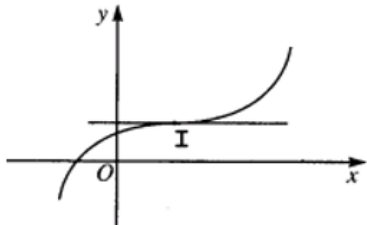
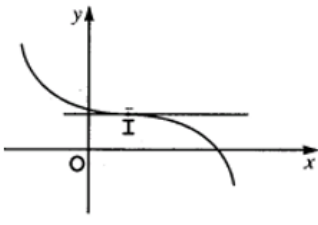
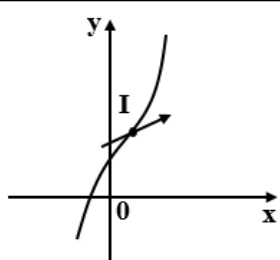
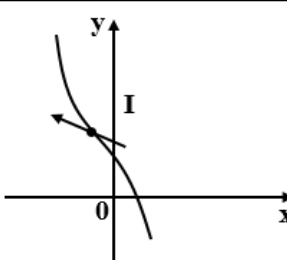
- Tính đạo hàm y' , xét dấu y' và xác định khoảng đơn điệu, cực trị (nếu có) của hàm số.
- Tính giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực của hàm số và tìm tiệm cận (nếu có) của hàm số.
- Lập bảng biến thiên của hàm số.

Bước 3. Vẽ đồ thị của hàm số.

- Vẽ các đường tiệm cận của đồ thị hàm số (nếu có).
- Xác định các điểm cực trị (nếu có), giao điểm của đồ thị với các trục tọa độ (nếu có và dễ tìm).
- Vẽ đồ thị của hàm số.

2. Khảo sát hàm số bậc ba: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.
- Đồ thị nhận điểm $I(x_0; y_0)$ làm tâm đối xứng. Với x_0 là nghiệm của $y'' = 0$ và $y_0 = y(x_0)$.
- Các dạng đồ thị:

	$a > 0$	$a < 0$
$y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac > 0$		
$y' = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac = 0$		
$y' = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac < 0$		

3. Khảo sát hàm số phân thức: $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$).

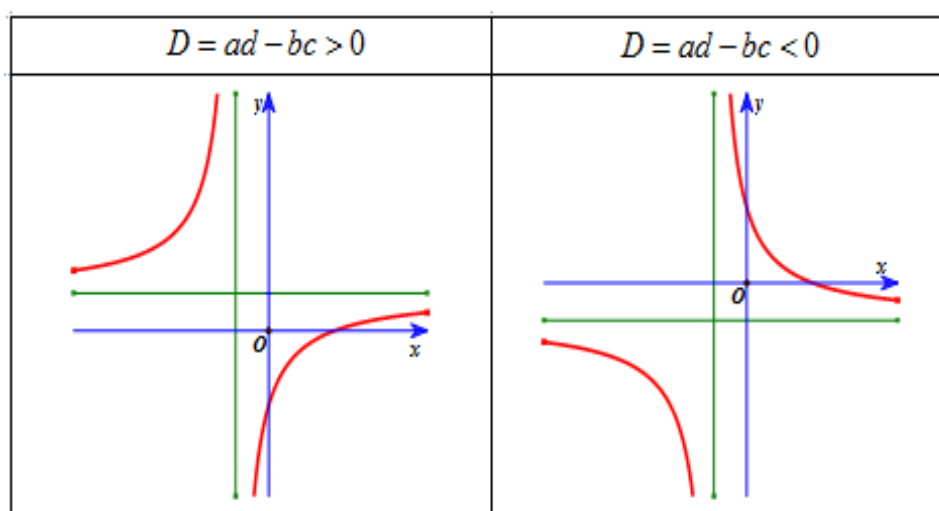
- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$.

- Đạo hàm: $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

- Phương trình các đường tiệm cận: Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ và đường tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

- Đồ thị có tâm đối xứng: $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$

- Các dạng đồ thị:



4. Khảo sát hàm số phân thức: $y = \frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$).

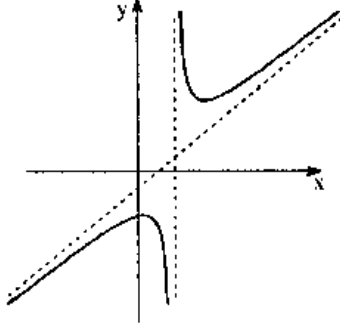
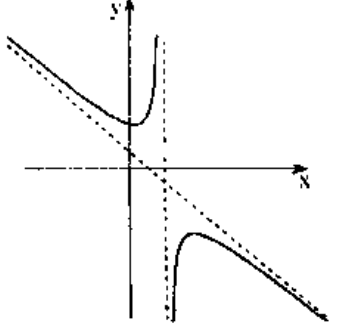
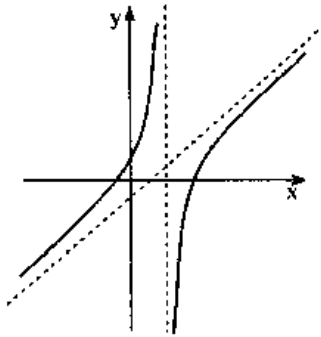
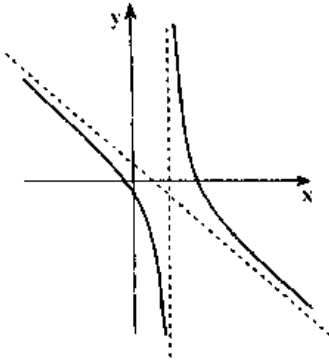
- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{n}{m} \right\}$.

- Đạo hàm: $y' = \frac{2amx^2 + 2anx + bn - cm}{(mx+n)^2}$.

- Phương trình các đường tiệm cận: Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -\frac{n}{m}$ và đường tiệm cận xiên $y = \frac{a}{m}x + \frac{b-am}{m^2}$.

- Đồ thị có tâm đối xứng I là giao điểm hai đường tiệm cận và nhận đường phân giác tạo bởi hai đường tiệm cận làm trục đối xứng.

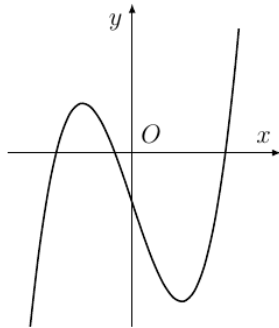
- Các dạng đồ thị:

	$a.m > 0$	$a.m < 0$
Hàm số có 2 cực trị		
Hàm số không có cực trị		

DẠNG 1**ĐỌC ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ**

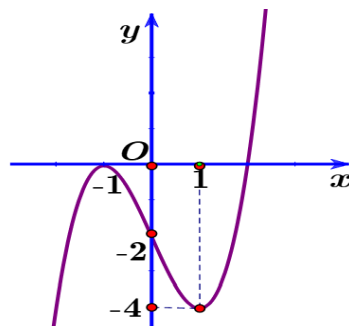
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



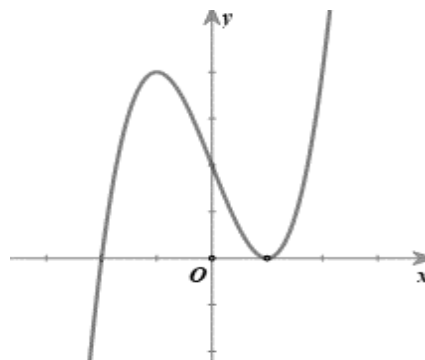
- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$. B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$. C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = x^2 + x - 1$.

Câu 2. Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào ?



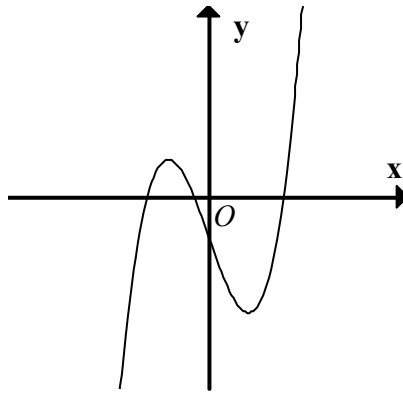
- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = -x^3 + 3x - 2$ C. $y = x^3 - 3x - 2$ D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{3}x - 2$

Câu 3. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x + 2$ B. $y = x^2 + 1$ C. $y = x^3 + x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



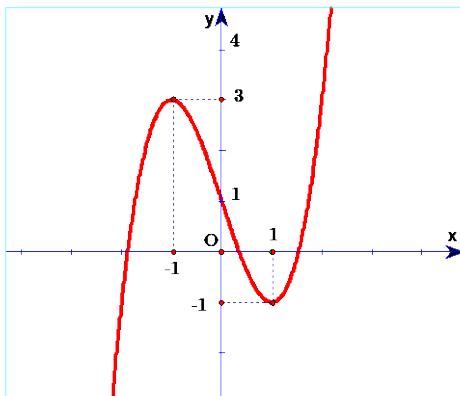
A. $y = x^3 - 3x - 1$

B. $y = 3x^2 - 1$

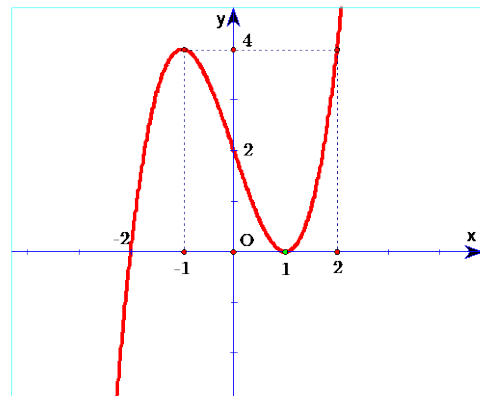
C. $y = -x^3 - 3x - 1$

D. $y = -x^4 + x^3 - 1$

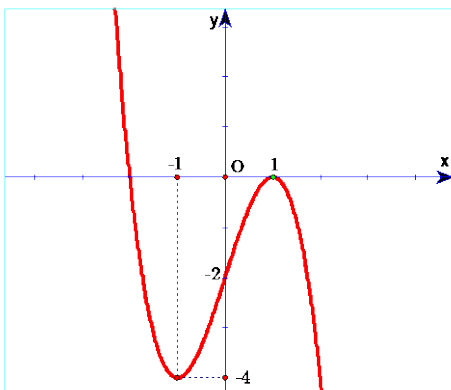
Câu 5. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?



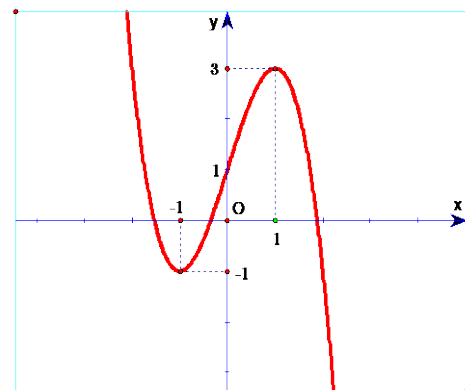
A. Hình 1.



B. Hình 2.

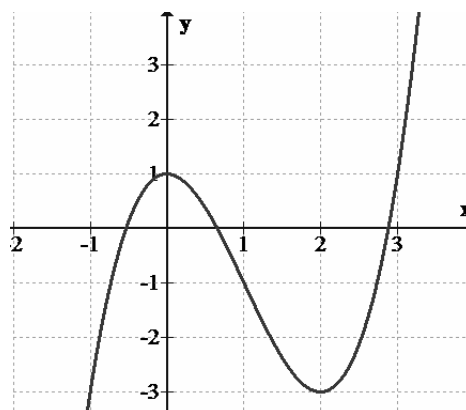


C. Hình 3.



D. Hình 4.

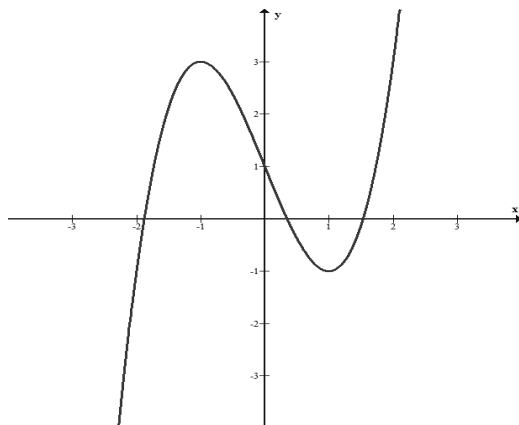
Câu 6. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



Chọn một khẳng định ĐÚNG.

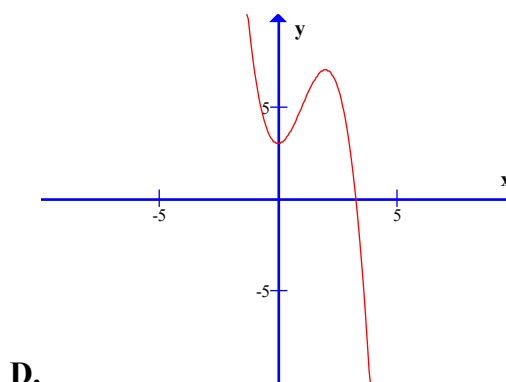
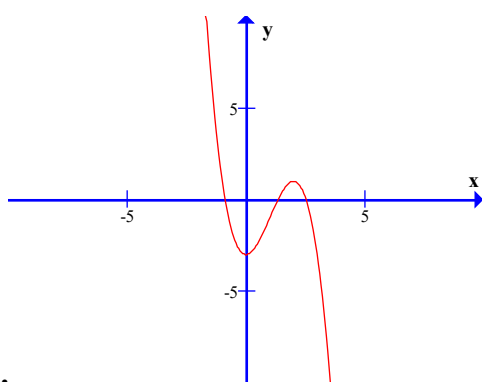
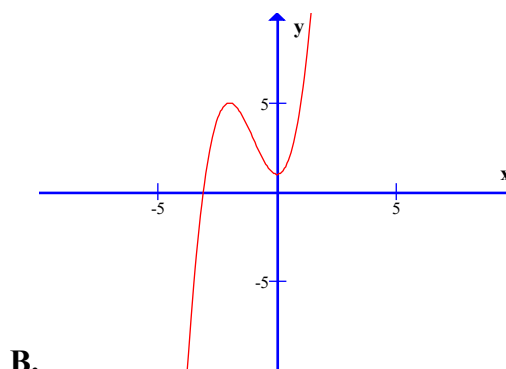
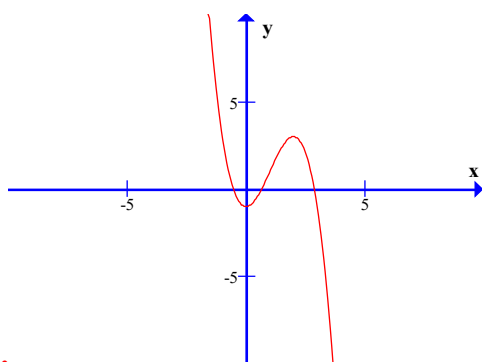
A. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$. C. $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$. **D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.**

Câu 7. Đường cong sau đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

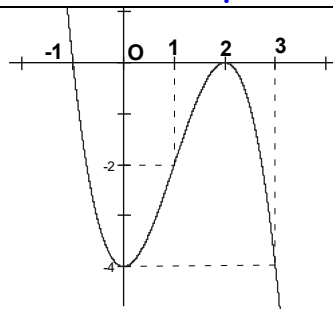


A. $y = -x^3 + 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. **D. $y = x^3 - 3x + 1$.**

Câu 8. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ là đồ thị nào sau đây



Câu 9. Đồ thị sau đây là của hàm số nào ?



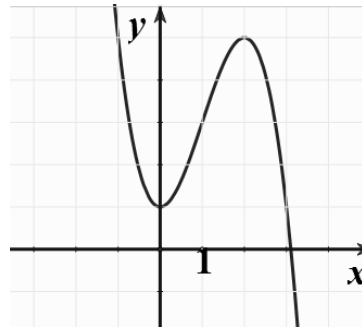
A. $y = x^3 - 3x - 4$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

C. $y = x^3 - 3x - 4$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

Câu 10. Cho đồ thị sau.



Hỏi hàm số nào sau đây có đồ thị ở hình trên?

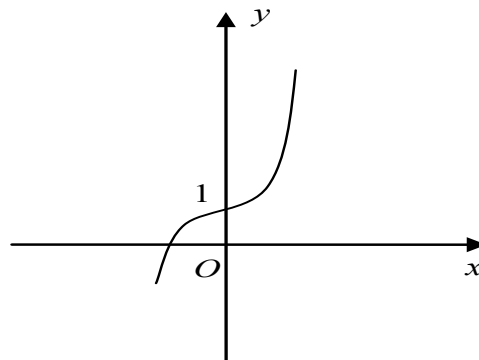
A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 11. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên.



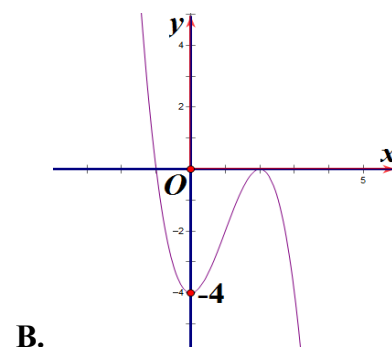
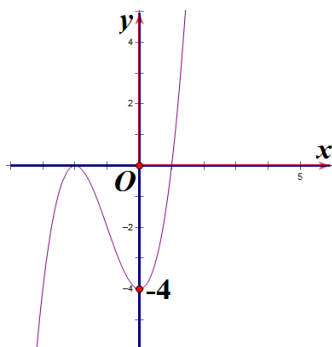
A. $y = x^3 + 3x + 1$.

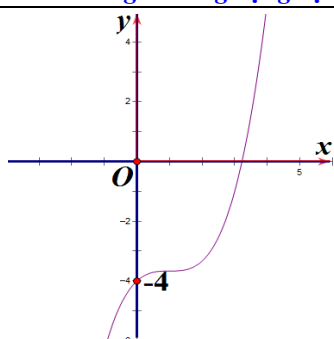
B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -x^3 - 3x + 1$.

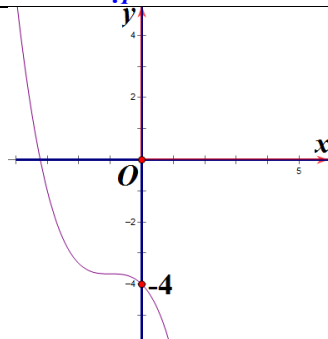
D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 12. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là hình nào sau đây?





C.



D.

Câu 13. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

The graph shows a function y plotted against x . The curve starts at $-\infty$ for $x = -\infty$, rises to a local maximum at $(-1, 2)$, falls to a local minimum at $(1, -2)$, and then rises to $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$. The x -axis has critical points at $-\infty$, -1 , 1 , and $+\infty$. The y' row shows the sign of the derivative: $+$ for $x < -1$, 0 at $x = -1$, $-$ for $-1 < x < 1$, 0 at $x = 1$, and $+$ for $x > 1$. The y row shows the function values at these points: $-\infty$ at $x = -\infty$, 2 at $x = -1$, -2 at $x = 1$, and $+\infty$ at $x = +\infty$.

A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = \frac{x-2}{x+3}$.

D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 14. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	$+$	
y	$-\infty$	$+\infty$

A. $y = x^2 + 2x + 1$.

B. $y = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$.

C. $y = x^3 + x^2 + 2x - 5$.

D. $y = \frac{x+1}{x+2}$.

Câu 15. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D?

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y					

A. $y = -2x^3 - 3x^2 + 12x$.

B. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$.

C. $y = -2x^4 - 3x^2 + 12x$.

D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 12x$.

Câu 16. Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow +\infty$

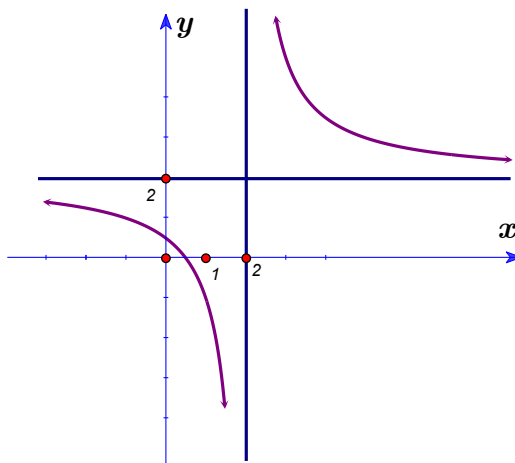
- A. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. C. $y = x^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

Câu 17. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào ?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$

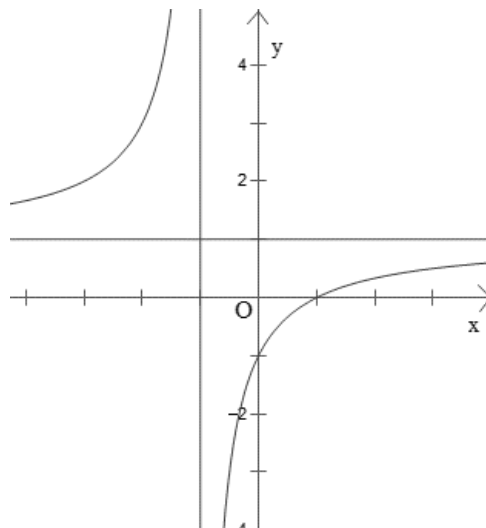
- A. $y = -3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 1$. C. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + \frac{2}{3}$

Câu 18. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



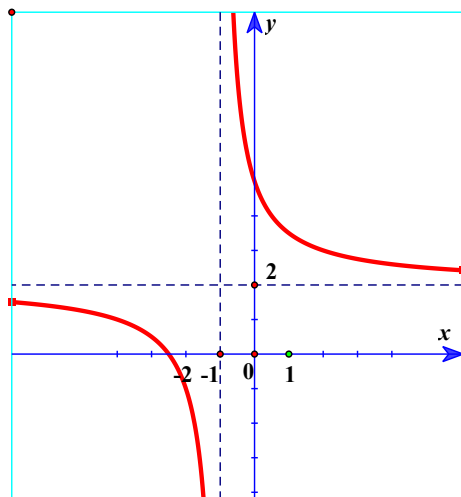
- A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ C. $y = \frac{x-1}{x-2}$ **D.** $y = \frac{2x-1}{x-2}$.

Câu 19. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$. C. $y = \frac{x^2-3x+1}{x+2}$. D. $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 20. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



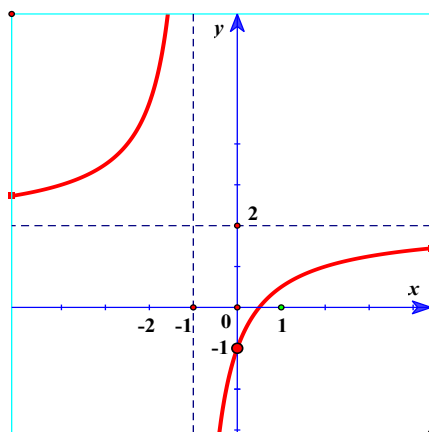
A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

C. $y = -x^3 - 3x^2$.

D. $y = \frac{2x^2-1}{x+1}$.

Câu 21. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



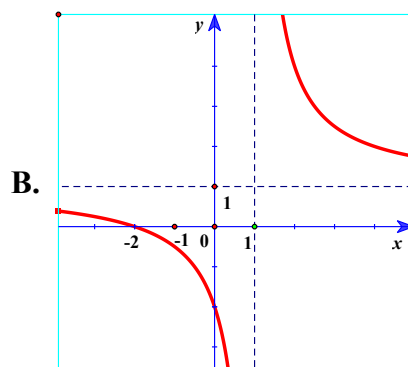
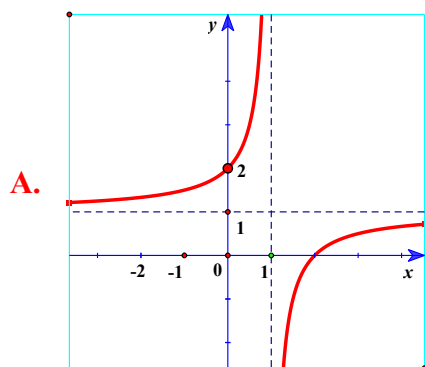
A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

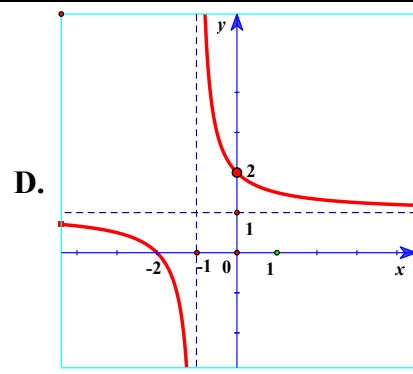
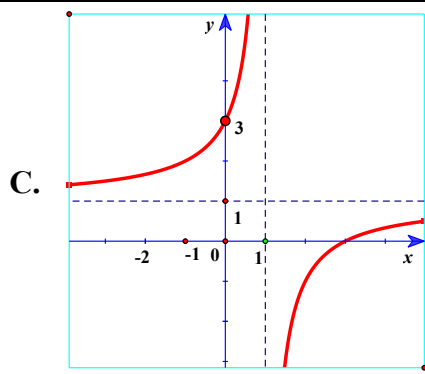
B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

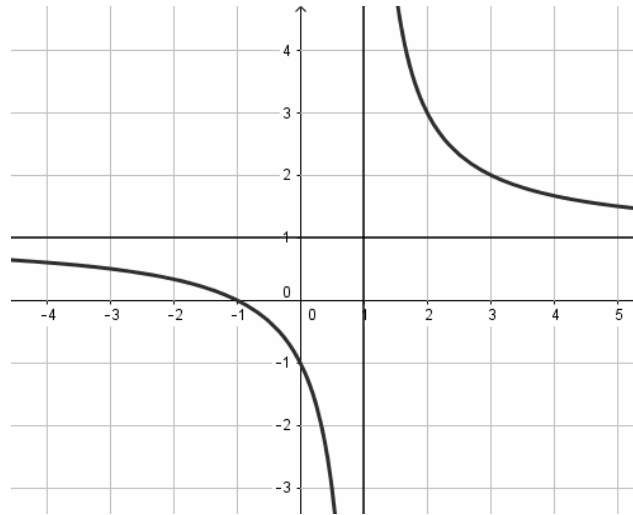
D. $y = \frac{1-2x}{x-1}$.

Câu 22. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.





Câu 23. Đồ thị sau đây là của hàm số nào:



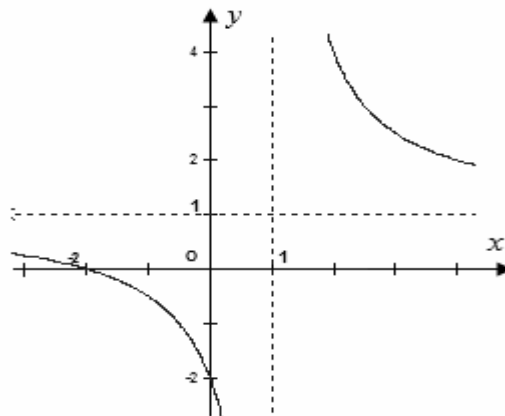
A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{2x-2}$.

D. $y = \frac{x^2}{1-x}$.

Câu 24. Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



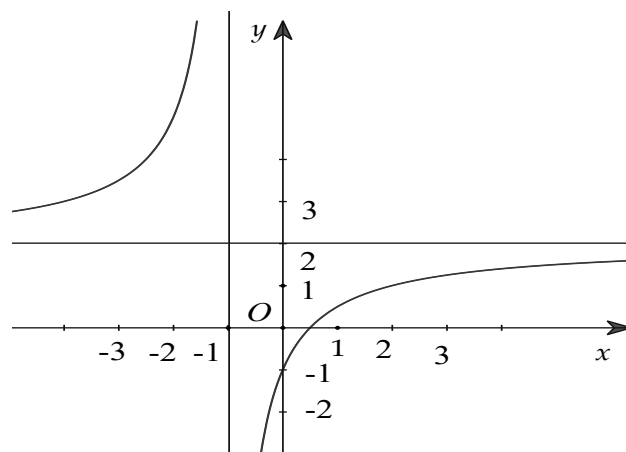
A. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x+2}{1-x}$.

Câu 25. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 26. Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2
	$-\infty$		

A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+3}{x-1}$.

C. $y = \frac{-2x-3}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x-2}$.

Câu 27. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$+\infty$	-1
	$-\infty$		

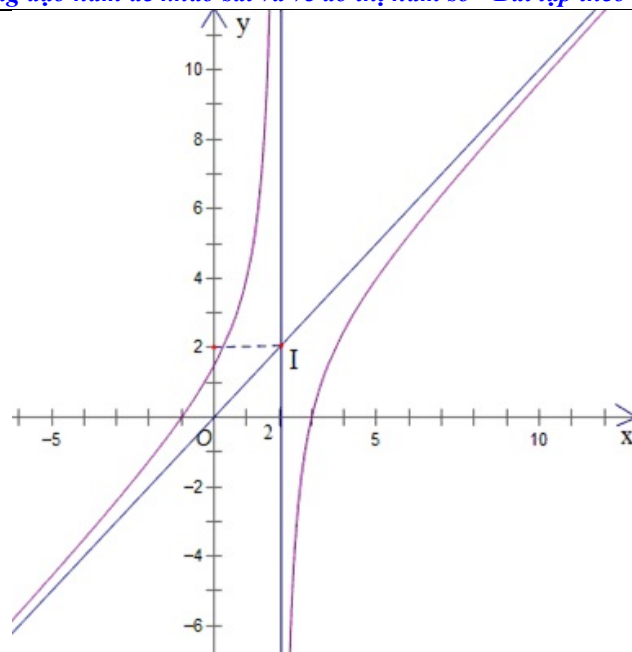
A. $y = \frac{x+3}{x-1}$.

B. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{-x+3}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x-3}{x-1}$.

Câu 28. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



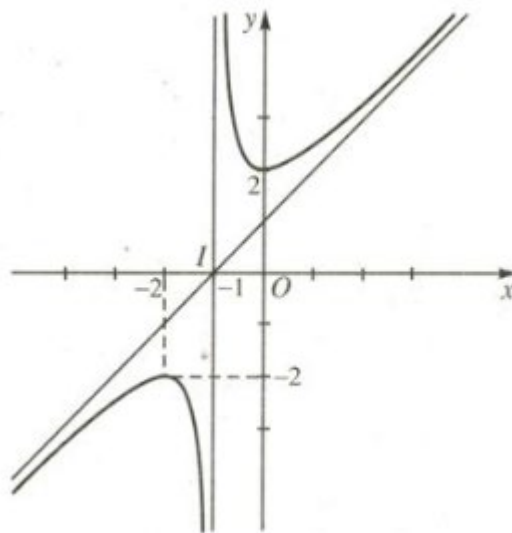
A. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$.

C. $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$.

Câu 29. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

Câu 30. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-		-
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

A. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$.

C. $y = \frac{1 - x^2}{x}$.

D. $y = \frac{x^2 - 1}{x}$.

Câu 31. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$

A. $y = \frac{x^2 - 2x}{x+1}$.

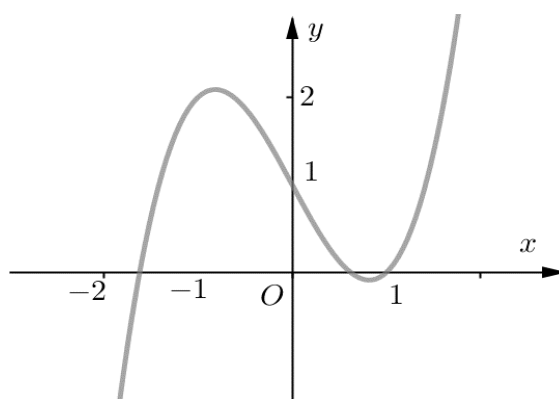
B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x+1}$.

C. $y = \frac{1-x^2}{x}$.

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x+1}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 32. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



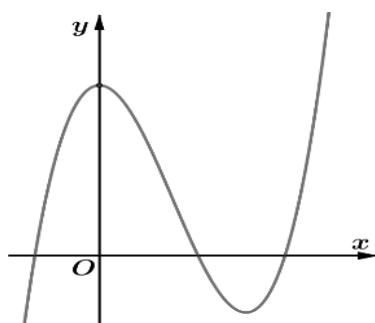
A. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 + 2x + 1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 2x + 1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = -x^3 + 2x + 1$.

Câu 33. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



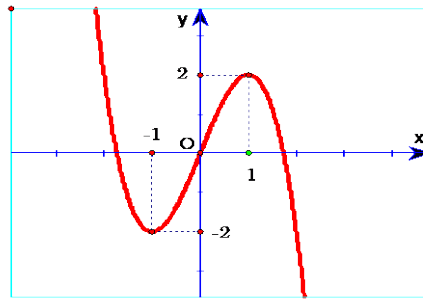
A. Đồ thị hàm số đã cho có hai cực trị.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.

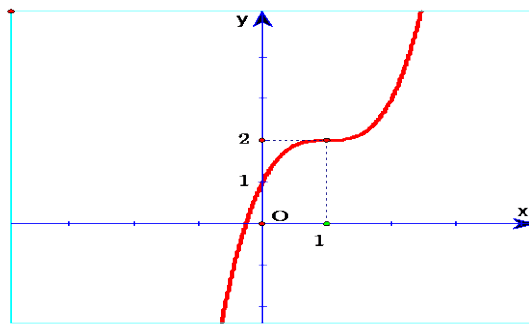
D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = \frac{2x^2 - 1}{x+1}$.

Câu 34. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



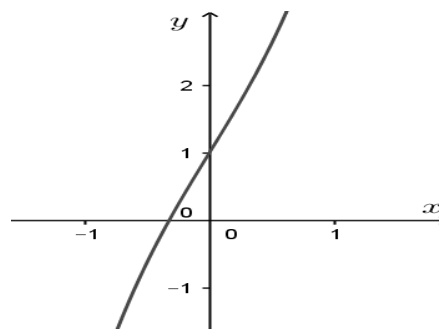
- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai cực trị.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- C. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.
- D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 3x$.

Câu 35. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



- A. Đồ thị hàm số đã cho có một cực trị.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Điểm $(1; 2)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$
- D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

Câu 36. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



- A. Đồ thị hàm số đã cho không có cực trị.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Điểm $(0; 1)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$
- D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

Câu 37. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$								$-\infty$

A. Hàm số có ba điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 38. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	--	0	+	0	--
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

A. Hàm số có 2 cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3, giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$	
y'		$-$	0	$-$		
y	$+\infty$					$-\infty$

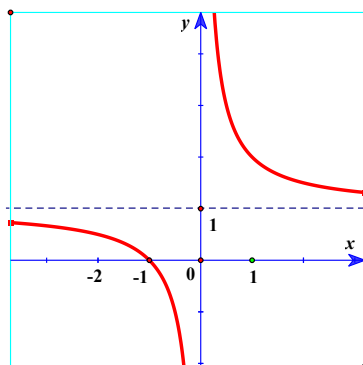
A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số không có cực trị.

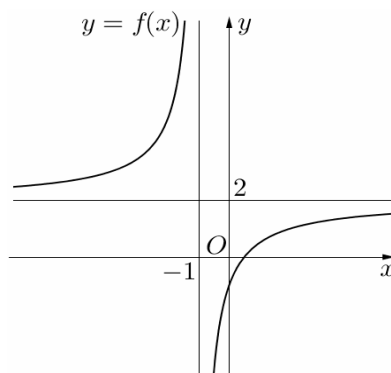
D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

Câu 40. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên.



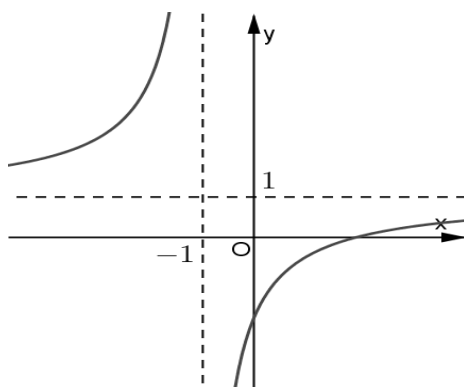
- A.** Điểm $(0;1)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$
- B.** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận ngang $y = 1$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 41. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên.



- A.** Điểm $(-1;2)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$
- B.** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $y = -1$, tiệm cận ngang $x = 2$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 42. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên.



- A.** Điểm $(-1;1)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $y = -1$, tiệm cận ngang $x = 1$.

C. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 43. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+		+	
y	-2	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	-2

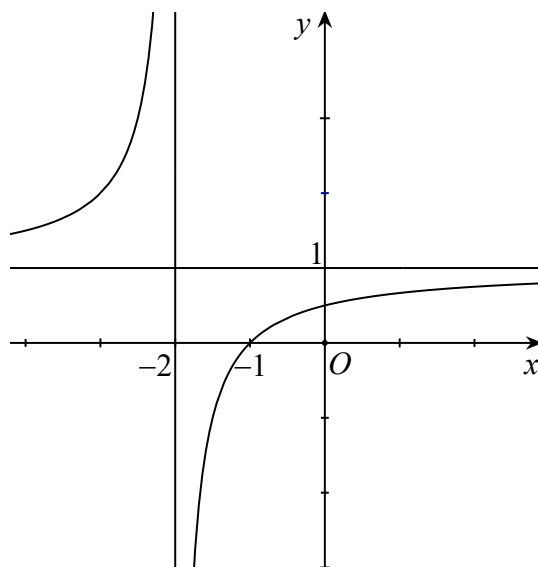
A. Hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -2$.

C. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số $y = \frac{-2x+3}{x-1}$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 44. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



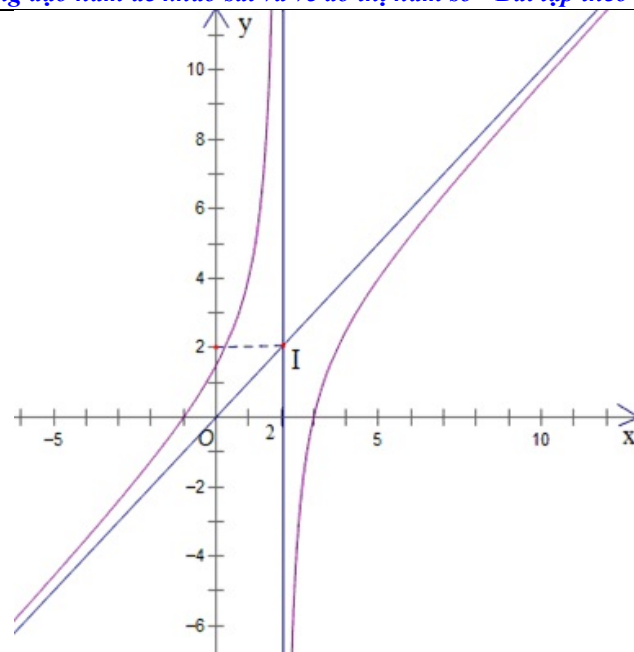
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = -2$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(-2; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M(0; -1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(-2; +\infty)$.

Câu 45. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như sau:



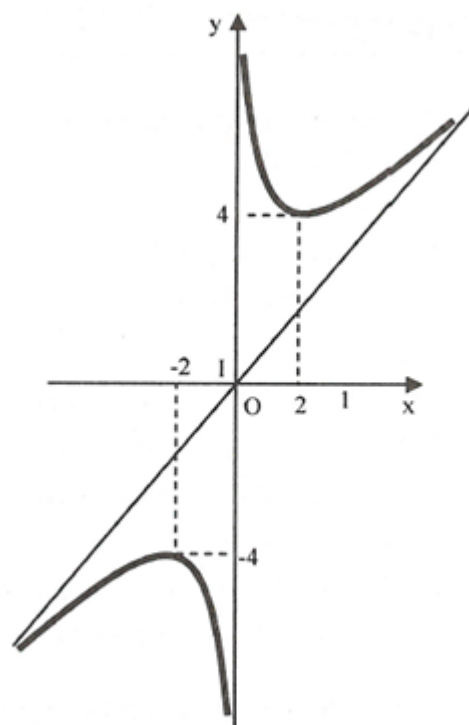
A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$.

B. Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(2; 2)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.

Câu 46. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như sau:



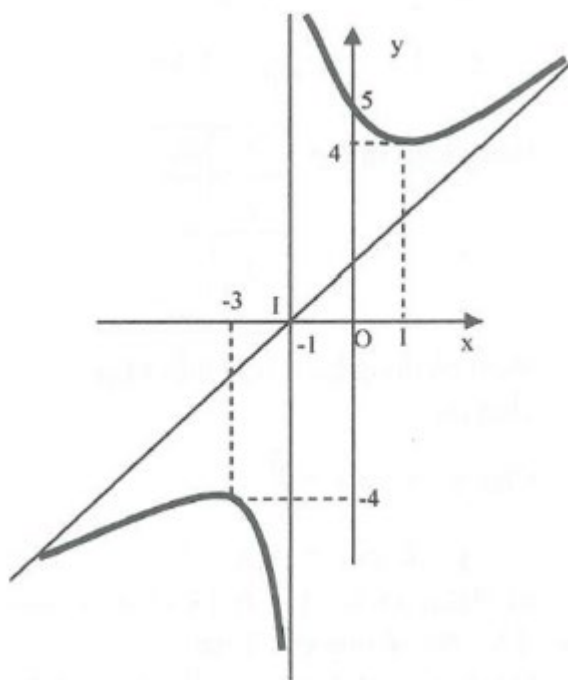
A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên

B. Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(2; 4)$ và điểm cực tiểu $(-2; -4)$.

Câu 47. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như sau:



A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$

B. Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(-3; -4)$ và điểm cực tiểu $(1; 4)$.

Câu 48. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$\nearrow +\infty$	$\searrow 2$	$\nearrow +\infty$

A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$.

B. Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(-1; 0)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(-2; 2)$ và điểm cực tiểu $(0; 2)$.

Câu 49. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-		-
y	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$		$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$

A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; +\infty)$.

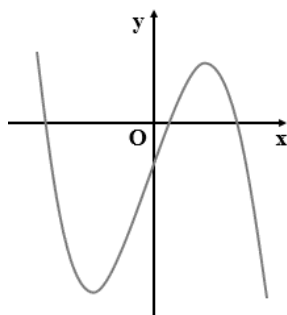
C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực trị.

XÁC ĐỊNH HỆ SỐ CỦA HÀM SỐ

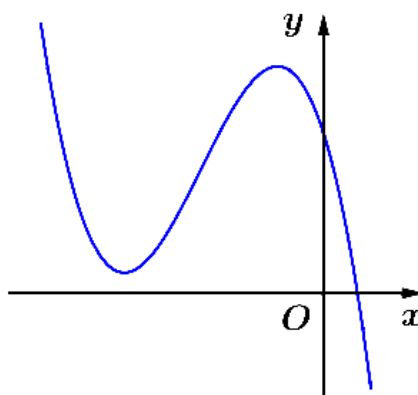
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 50. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



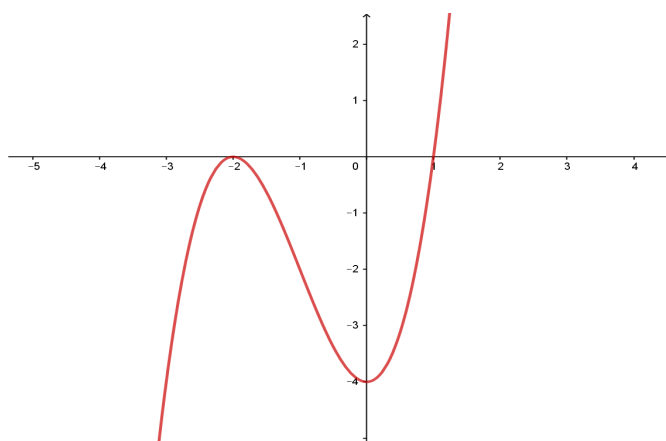
- A. $a > 0, d > 0$. B. $a < 0, d > 0$. C. $a > 0, d < 0$. **D. $a < 0, d < 0$.**

Câu 51. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



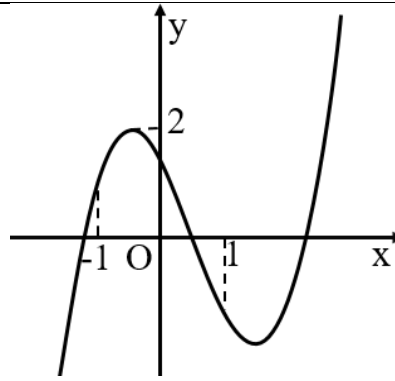
- A. 4. B. 2. **C. 1.** D. 3.

Câu 52. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị trong hình dưới đây. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$



- A. 16. B. 25. C. 10. **D. 26.**

Câu 53. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

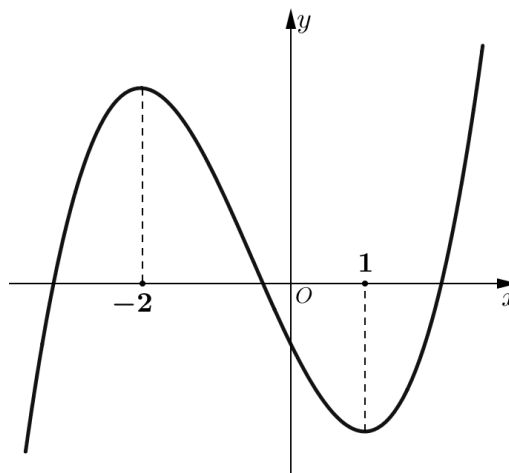
A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 54. Cho đường cong $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

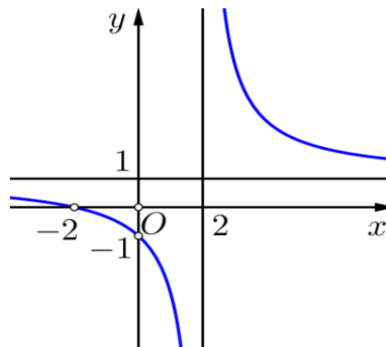
A. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Câu 55. Cho hàm số $y = \frac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.



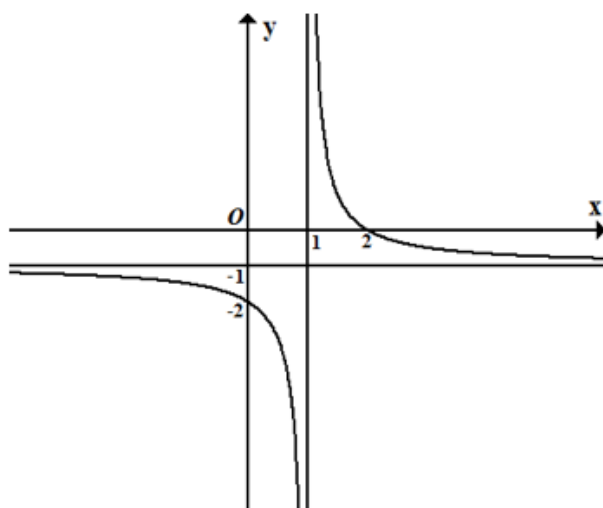
A. $P = -3$.

B. $P = 1$.

C. $P = 5$.

D. $P = 2$.

Câu 56. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



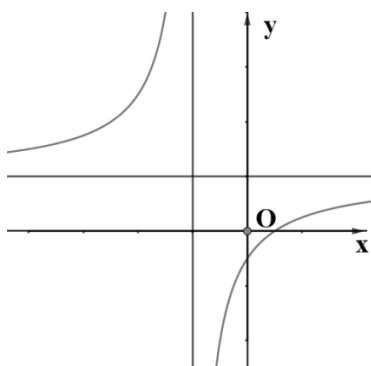
A. $T = -8$.

B. $T = 2$.

C. $T = 6$.

D. $T = 0$.

Câu 57. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

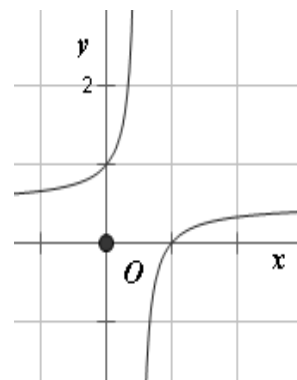
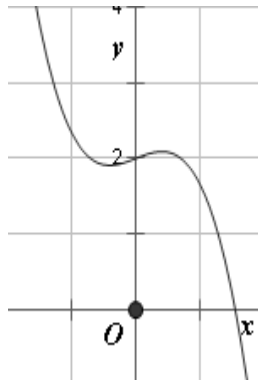
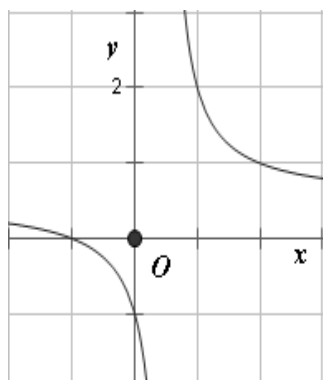
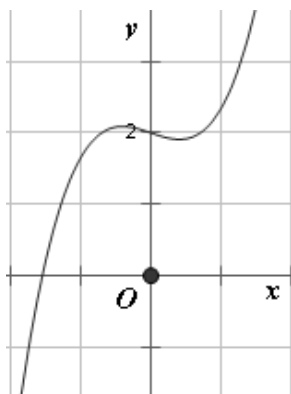
A. $ad > 0$ và $bd > 0$.

B. $ad > 0$ và $ab < 0$.

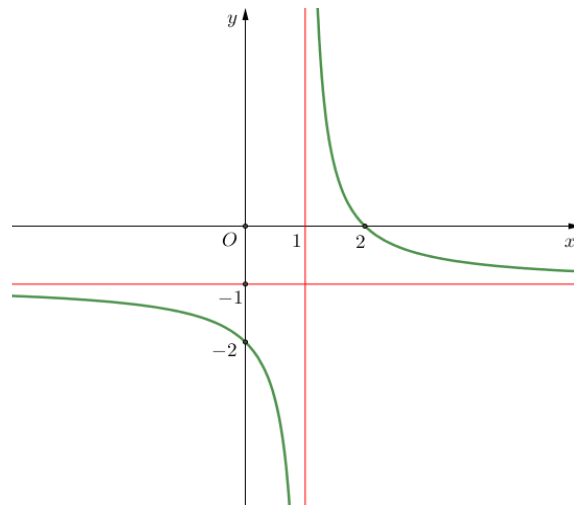
C. $bd < 0$ và $ab > 0$.

D. $ad < 0$ và $ab < 0$.

Câu 58. Đồ thị hàm số $y = \frac{mx+1}{m-x}$ (m là tham số) có dạng nào sau đây ?



Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, với a, b, c là các số nguyên.



Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.

A. $T = 12$.

B. $T = -7$.

C. $T = 10$.

D. $T = -9$.

Câu 60. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 61. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-3}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	3	$+\infty$	3

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?

A. 3.

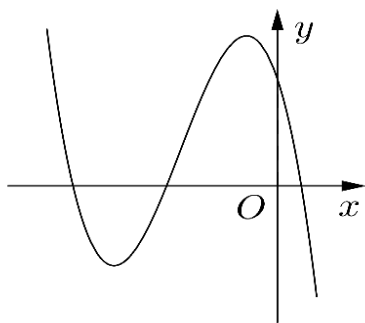
B. 2.

C. 1.

D. 0.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 62. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



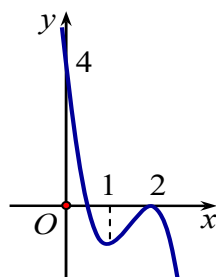
A. $a < 0$.

B. $b < 0$.

C. $c < 0$.

D. $d > 0$.

Câu 63. Cho hàm số $y = -2x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới.



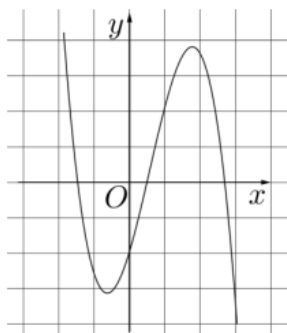
A. $bcd = -144$.

B. $c^2 < b^2 + d^2$.

C. $b + c + d = 1$.

D. $b + d < c$.

Câu 64. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



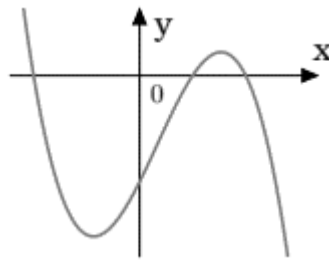
A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Câu 65. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới.



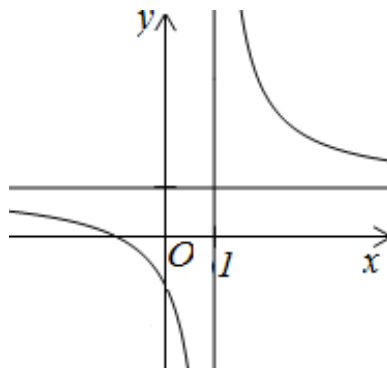
- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$
 B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$
 C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$
 D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Câu 66. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		-1		-5		$+\infty$

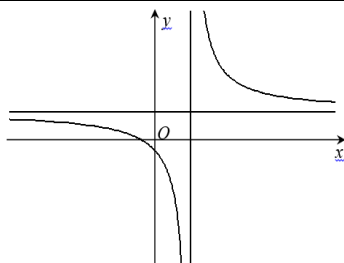
- A. $a = \frac{1}{8}$.
 B. $b = -\frac{3}{4}$.
 C. $c = 0$.
 D. $d = 1$.

Câu 67. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$
 B. $y' > 0, \forall x \neq 1$
 C. $y' < 0, \forall x \neq 1$
 D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 68. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



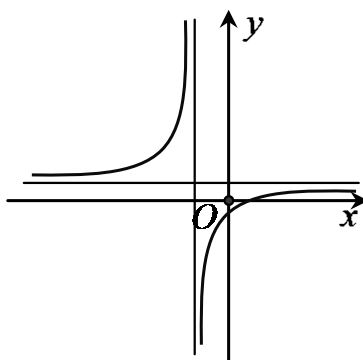
A. $ac > 0; bd > 0$

B. $ab < 0; cd < 0$

C. $bc > 0; ad < 0$

D. $ad > 0; bd < 0$

Câu 69. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

Câu 70. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2

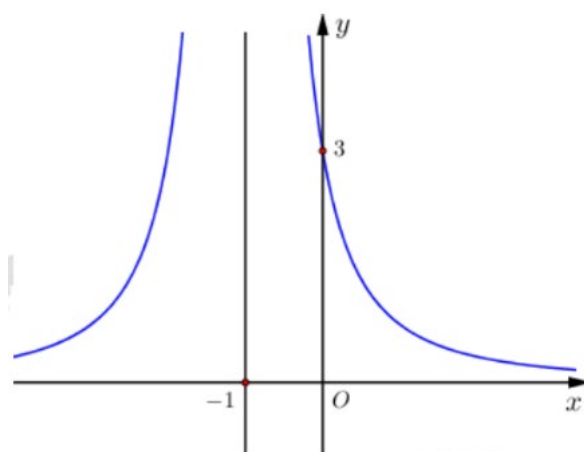
A. $ac = 2$

B. $2a - c = 3$

C. $c - a = -1$

D. $b^3 - 8 < 0$.

Câu 71. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ dưới đây:



Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0; 4)$.

A. $f(1) = 2$.

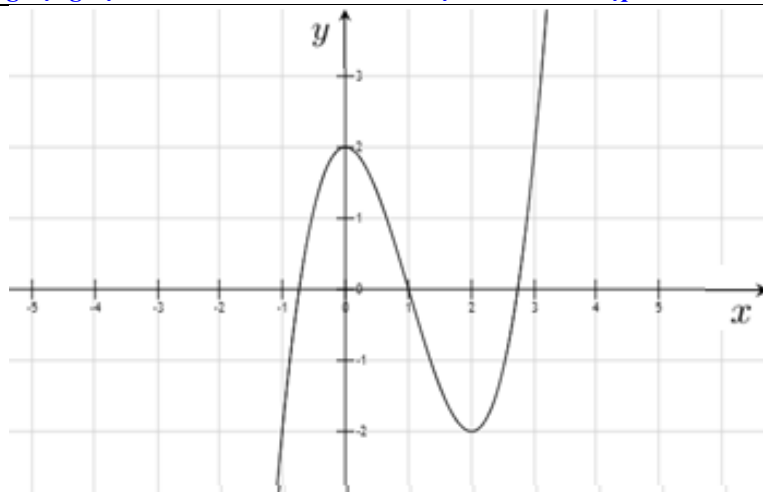
B. $f(2) = \frac{11}{2}$.

C. $f(1) = \frac{7}{2}$.

D. $f(2) = 6$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 72. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$?



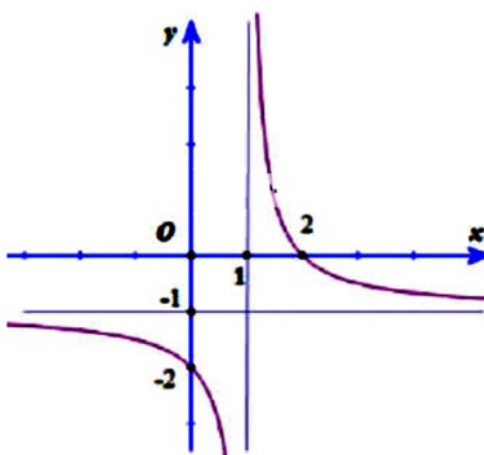
Câu 73. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	$+\infty$	

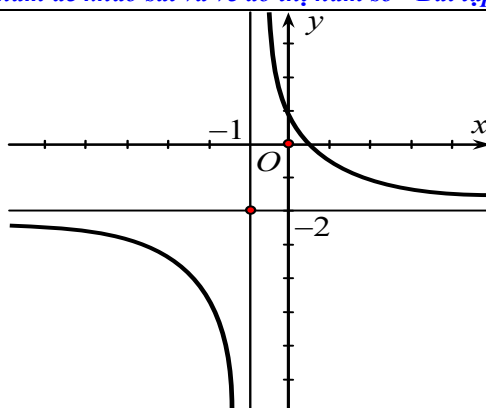
Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

Câu 74. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức

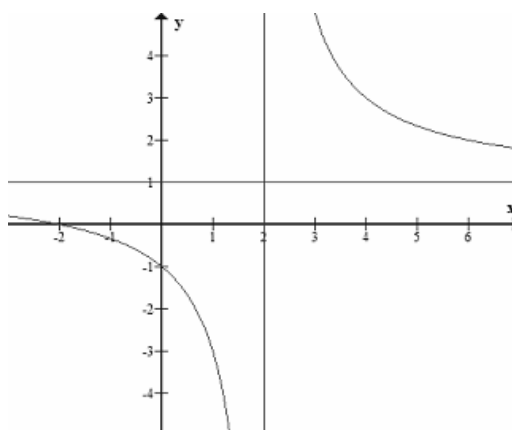
$T = a - 3b + 2c$ bằng:



Câu 75. Tìm a, b để hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Câu 76. Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax + 2}{cx + b}$ có đồ thị như hình vẽ:



Câu 77. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax - 6}{bx - c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	—		—
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

BÀI 4**KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ****1. Sơ đồ bài toán khảo sát****Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số.**Bước 2.** Xét sự biến thiên của hàm số.

- Tính đạo hàm y' , xét dấu y' và xác định khoảng đơn điệu, cực trị (nếu có) của hàm số.
- Tính giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực của hàm số và tìm tiệm cận (nếu có) của hàm số.
- Lập bảng biến thiên của hàm số.

Bước 3. Vẽ đồ thị của hàm số.

- Vẽ các đường tiệm cận của đồ thị hàm số (nếu có).
- Xác định các điểm cực trị (nếu có), giao điểm của đồ thị với các trục tọa độ (nếu có và dễ tìm).
- Vẽ đồ thị của hàm số.

2. Khảo sát hàm số bậc ba: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.
- Đồ thị nhận điểm $I(x_0; y_0)$ làm tâm đối xứng. Với x_0 là nghiệm của $y'' = 0$ và $y_0 = y(x_0)$.
- Các dạng đồ thị:

	$a > 0$	$a < 0$
$y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac > 0$		
$y' = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac = 0$		
$y' = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac < 0$		

3. Khảo sát hàm số phân thức: $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$).

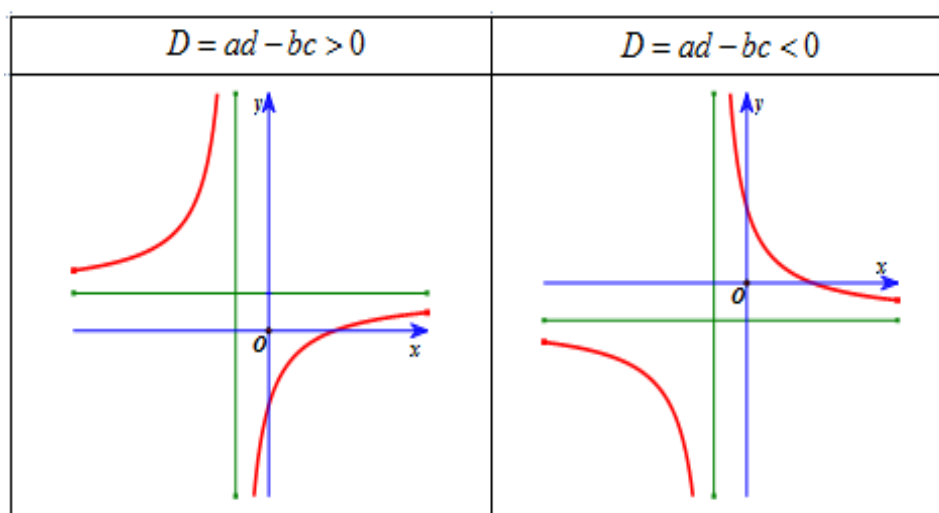
- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$.

- Đạo hàm: $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

- Phương trình các đường tiệm cận: Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ và đường tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

- Đồ thị có tâm đối xứng: $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$

- Các dạng đồ thị:



4. Khảo sát hàm số phân thức: $y = \frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$).

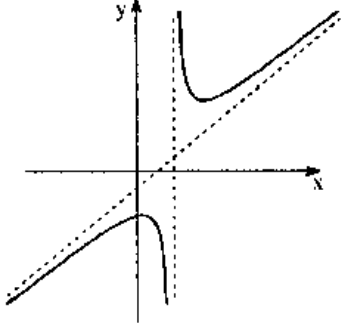
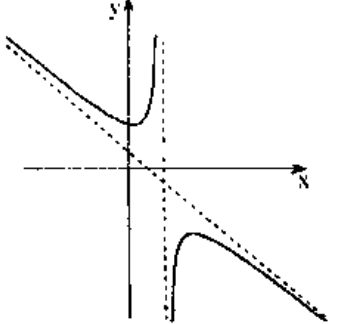
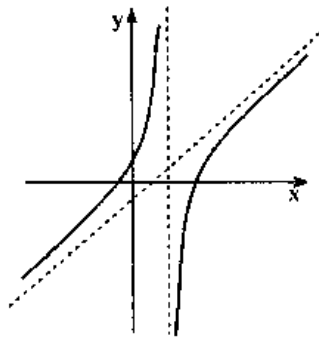
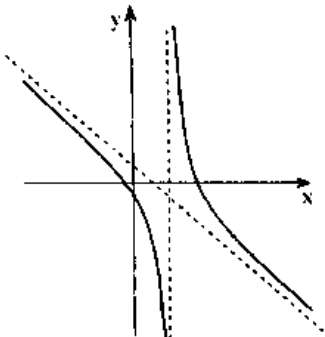
- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{n}{m} \right\}$.

- Đạo hàm: $y' = \frac{2amx^2 + 2anx + bn - cm}{(mx+n)^2}$.

- Phương trình các đường tiệm cận: Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -\frac{n}{m}$ và đường tiệm cận xiên $y = \frac{a}{m}x + \frac{b-am}{m^2}$.

- Đồ thị có tâm đối xứng I là giao điểm hai đường tiệm cận và nhận đường phân giác tạo bởi hai đường tiệm cận làm trục đối xứng.

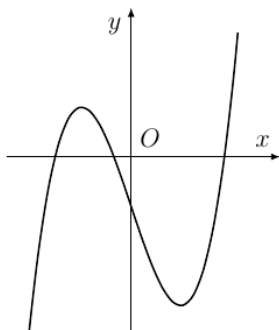
- Các dạng đồ thị:

	$a.m > 0$	$a.m < 0$
Hàm số có 2 cực trị		
Hàm số không có cực trị		

DẠNG 1**ĐỌC ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$.

B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$.

C. $y = x^3 - 3x - 1$.

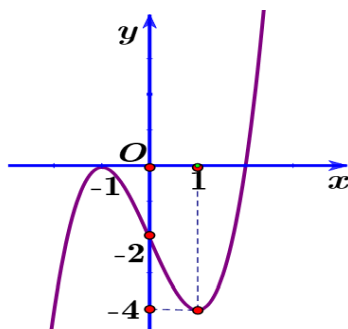
D. $y = x^2 + x - 1$.

Lời giải

Chọn C

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ nên đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 2. Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = x^3 - 3x + 2$.

B. $y = -x^3 + 3x - 2$

C. $y = x^3 - 3x - 2$

D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{3}x - 2$

Lời giải

Chọn C.

Cách 1 :

đồ thị đi lên nên $a > 0$ suy ra loại đáp án B

đồ thị cắt trục tung tại $(0; -2)$ suy ra loại đáp án A

đồ thị có 2 điểm cực trị $(-1; -1)$ và $(1; -4)$ suy ra loại đáp án D

Vậy đáp án C

Cách 2 :

Từ đồ thị hàm số, ta thấy đây là đồ thị hàm số đa thức bậc 3 : $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

+ Trên $(1; +\infty)$, đồ thị có hướng đi lên từ trái sang phải $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, do đó $a > 0$

+ Đồ thị cắt trục Oy tại $M(0; -2)$, do đó $d = -2$

+ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(-1; 0); B(1; 4)$, do đó phương trình

$y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$ phải có hai nghiệm là $x = 1; x = -1$ và $y(1) = -4; y(-1) = 0$.

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ a + b + c + d = -4 \\ -a + b - c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3a + c = 0 \\ d = -2 \\ a + c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = -2 \end{cases}$$

Cách 2 :

Nhìn đồ thị và các đáp án đề bài cho, ta thấy: đây là đồ thị hàm số đa thức bậc ba, có dạng

$$y = ax^3 + cx + d$$

+ Đồ thị là đường cong kết thúc bằng việc đi lên theo hướng từ trái sang phải nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. Do đó,

hệ số $a > 0$. Loại phương án **B**.

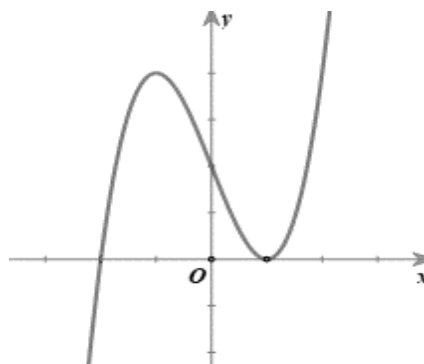
+ Đồ thị cắt trục Oy tại $M(0; -2)$, do đó $d = -2 \Rightarrow$ Loại phương án **A**.

+ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(-1; 0); B(1; -4)$, do đó phương trình $y' = 0$ phải có hai

nghiệm là $x = 1; x = -1 \Rightarrow$ Loại phương án D (vì phương án D có $y' = x^2 - \frac{7}{3}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{7}{3}} \\ x = -\sqrt{\frac{7}{3}} \end{cases}$)

Vậy, đáp án đúng là **C**.

Câu 3. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x + 2$

B. $y = x^2 + 1$

C. $y = x^3 + x^2 + 1$

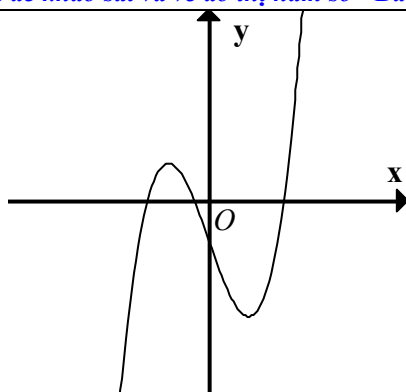
D. $y = x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x - 1$

B. $y = 3x^2 - 1$

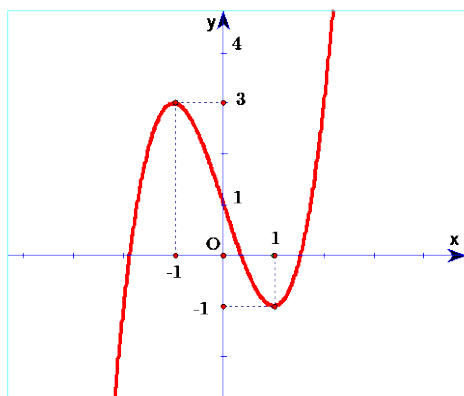
C. $y = -x^3 - 3x - 1$

D. $y = -x^4 + x^3 - 1$

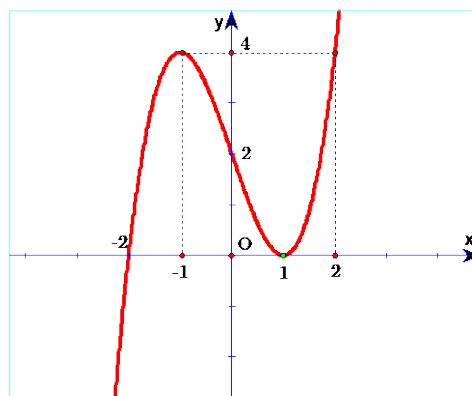
Lời giải

Chọn A.

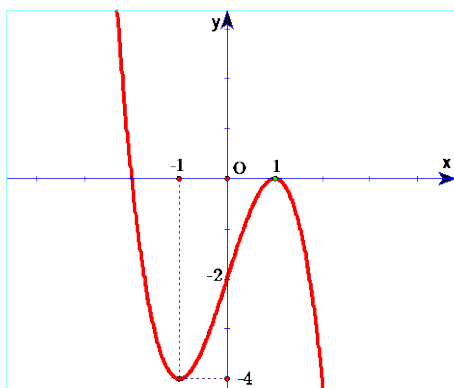
Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc ba nên loại B và D.

Đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên A đúng.**Câu 5.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?

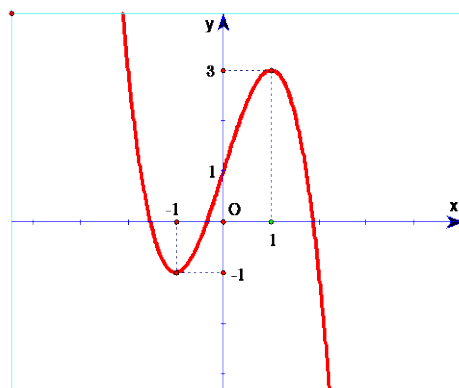
A. Hình 1.



B. Hình 2.



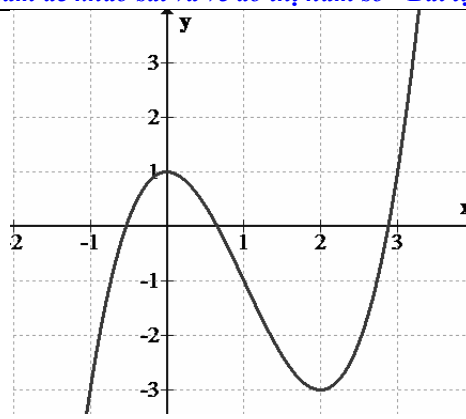
C. Hình 3.



D. Hình 4.

Lời giải

Chọn B.**Câu 6.** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?.



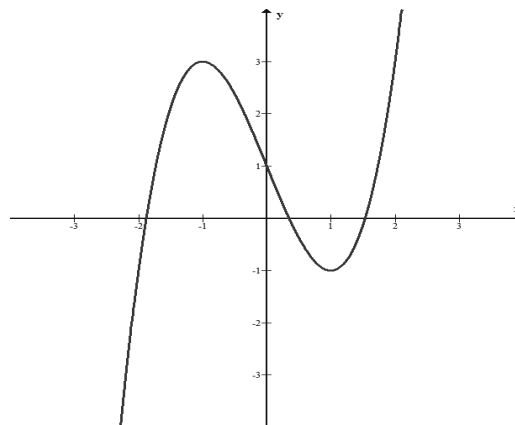
Chọn một khẳng định ĐÚNG.

- A. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$. C. $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 7. Đường cong sau đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

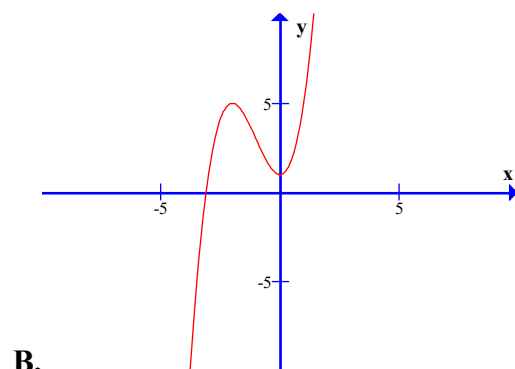
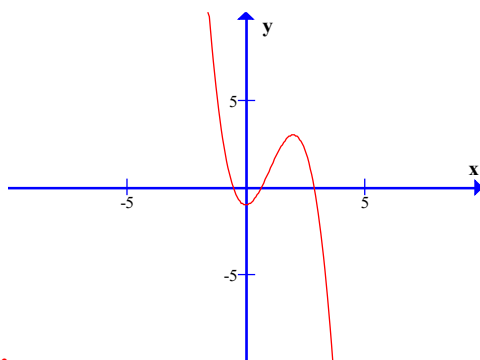


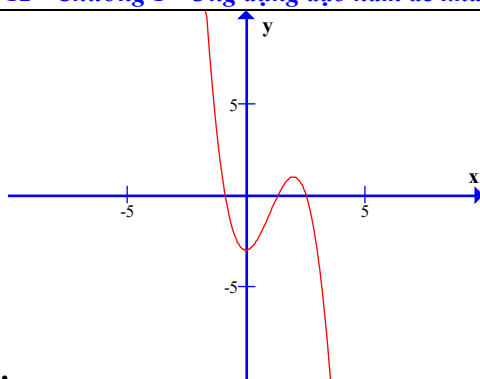
- A. $y = -x^3 + 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

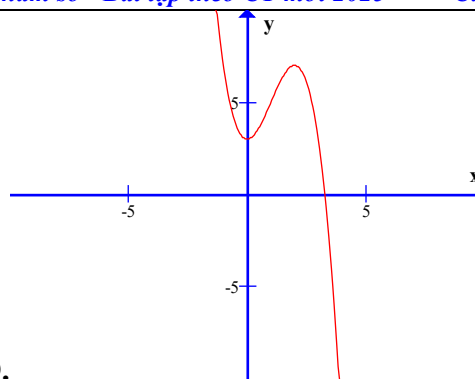
Chọn D.

Câu 8. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ là đồ thị nào sau đây





C.

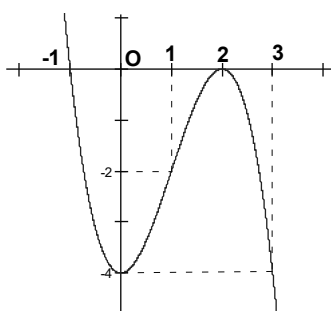


D.

Lời giải

Chọn A.

Câu 9. Đồ thị sau đây là của hàm số nào ?



A. $y = x^3 - 3x - 4$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

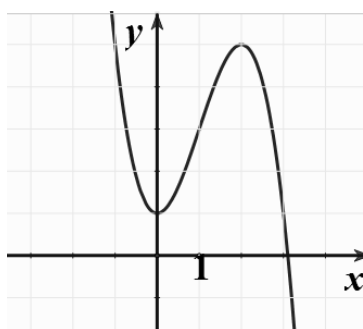
C. $y = x^3 - 3x - 4$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 10. Cho đồ thị sau.



Hỏi hàm số nào sau đây có đồ thị ở hình trên?

A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

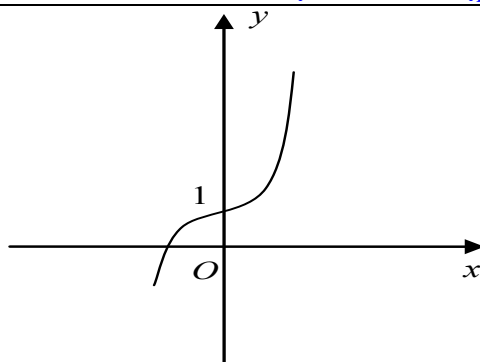
C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 11. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên.



A. $y = x^3 + 3x + 1.$

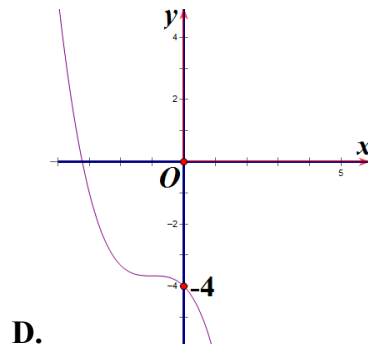
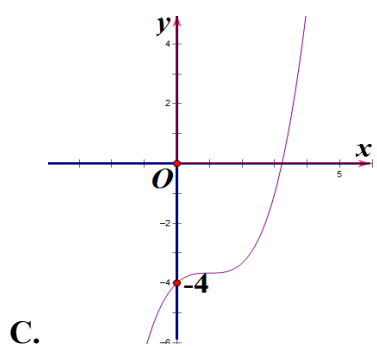
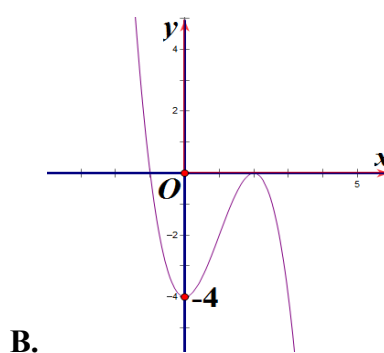
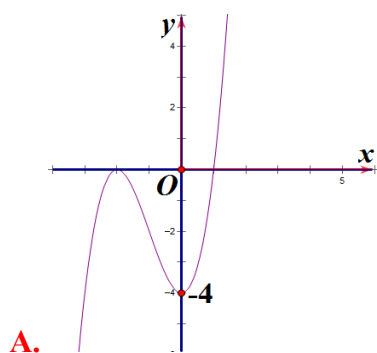
B. $y = x^3 - 3x + 1.$

C. $y = -x^3 - 3x + 1.$

D. $y = -x^3 + 3x + 1.$

Lời giải

Chọn A.

Câu 12. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là hình nào sau đây?

Lời giải

Chọn A.

Câu 13. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

Diagram illustrating the function y and its derivative y' for the function $y = x^3 - 3x^2 + 2x$.

The horizontal axis represents x with critical points at $-\infty$, -1 , 1 , and $+\infty$. The vertical axis represents y with values $-\infty$, 2 , and -2 .

The derivative y' is indicated by the signs $+$, 0 , $-$, 0 , and $+$ between the critical points.

The function y is shown as a curve with arrows indicating its direction. It starts at $-\infty$ for $x = -\infty$, increases to a local maximum at $(-1, 2)$, decreases to a local minimum at $(1, -2)$, and then increases towards $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

A. $y = x^4 - 2x^2.$

B. $y = -x^3 + 3x.$

C. $y = \frac{x-2}{x+3}.$

D. $y = x^3 - 3x.$

Lời giải

Chọn D.

Từ bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên loại A và B.

Có $x \neq 3$ nên loại C $\Rightarrow$ chọn D.

Câu 14. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	+	
y	$-\infty$	$+\infty$

A. $y = x^2 + 2x + 1$.

B. $y = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$.

C. $y = x^3 + x^2 + 2x - 5$.

D. $y = \frac{x + 1}{x + 2}$.

Lời giải**Chọn C.**

Từ bảng biến thiên, ta thấy

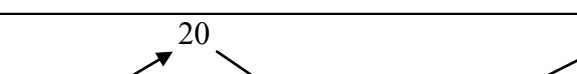
+ hàm số cần tìm có TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Do đó, phương án B, D bị loại.

+ hàm số cần tìm đồng biến trên $\mathbb{R}$. Hàm số bậc 2 đã học không thể đơn điệu trên toàn tập xác định $\mathbb{R}$.

Do đó, phương án A bị loại.

Kiểm tra phương án C thấy $y' = 3x^2 + 2x + 2$, $y' > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy, đáp án là C.

Câu 15. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D?

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y					

A. $y = -2x^3 - 3x^2 + 12x$.

B. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$.

C. $y = -2x^4 - 3x^2 + 12x$.

D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 12x$.

Lời giải**Chọn B.**

Câu 16. Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

y
 $-\infty$
 $+\infty$

A. $y = -x^3 - 3x^2 + 2.$
B. $y = x^3 - 3x^2 + 2.$
C. $y = x^3 + 3x^2 - 2.$
D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2.$

Lời giải

Chọn B.

Câu 17. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào ?

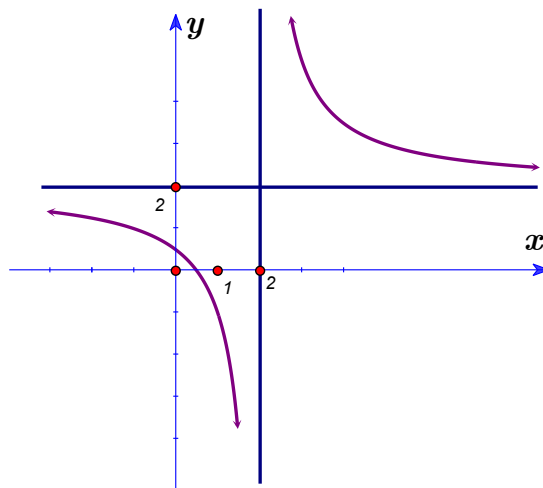
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$

A. $y = -3x^2 + 1$
B. $y = x^3 - 1.$
C. $y = x^4 + 3x^2 - 1.$
D. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + \frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn D.

Câu 18. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = \frac{2x+1}{x-2}.$
B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$
C. $y = \frac{x-1}{x-2}$
D. $y = \frac{2x-1}{x-2}.$

Lời giải

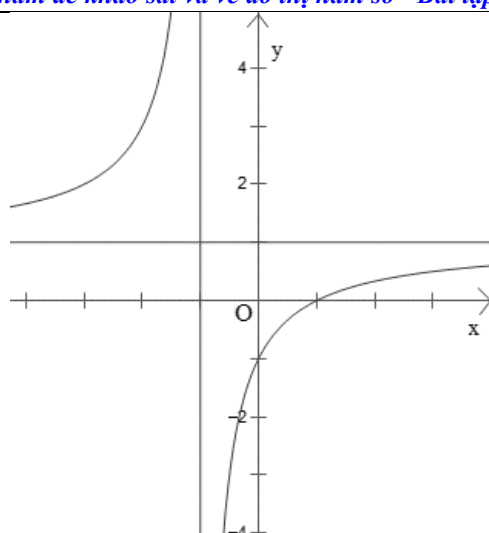
Chọn D.

Quan sát đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là $x = 2$; $y = 2$. Như vậy, chỉ có hai hàm số ở phương án A và D thỏa mãn điều kiện này.

Mặt khác, theo hình vẽ, đồ thị hàm số cần tìm cắt trục Oy tại $M\left(0; \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow y(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Chỉ có hàm số cho

ở phương án D thỏa mãn.

Câu 19. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$.

C. $y = \frac{x^2-3x+1}{x+2}$.

D. $y = x^3 - 3x^2$.

Lời giải

Chọn A.

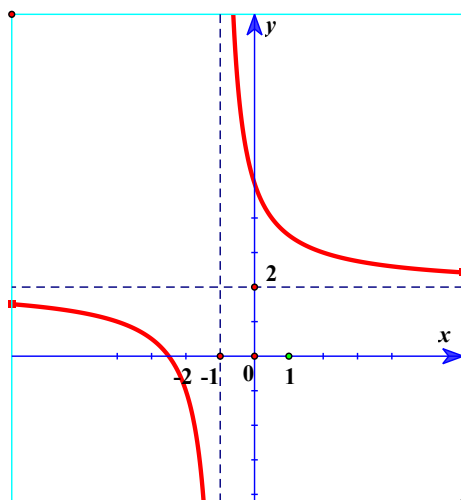
Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad-bc \neq 0$) $\Rightarrow$ Loại phương án C, D

Ta thấy: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$

Phương án B: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -2 \Rightarrow$ loại B

$\Rightarrow$ A đúng.

Câu 20. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

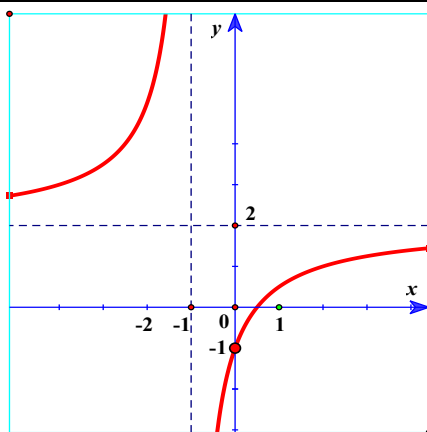
C. $y = -x^3 - 3x^2$.

D. $y = \frac{2x^2-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 21. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

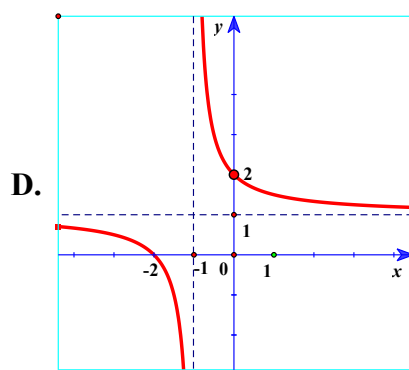
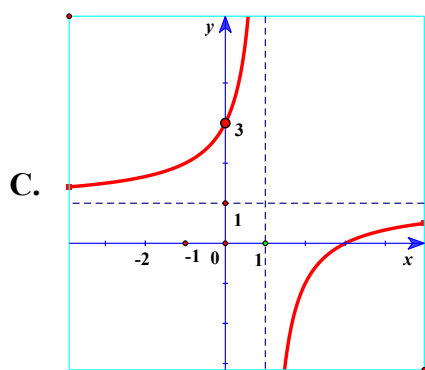
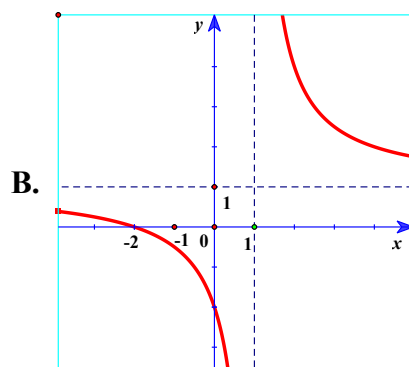
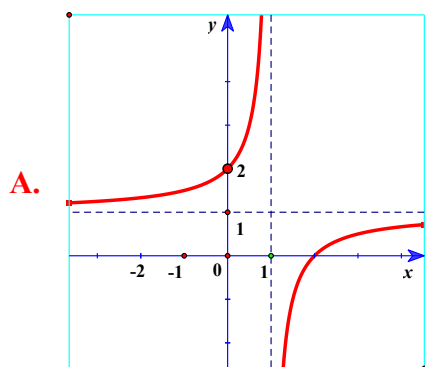
C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

D. $y = \frac{1-2x}{x-1}$.

Lời giải

Chọn A.

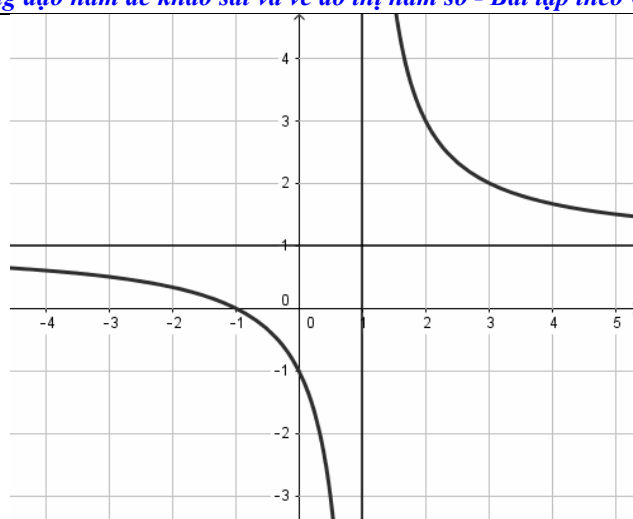
Câu 22. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



Lời giải

Chọn A.

Câu 23. Đồ thị sau đây là của hàm số nào:



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

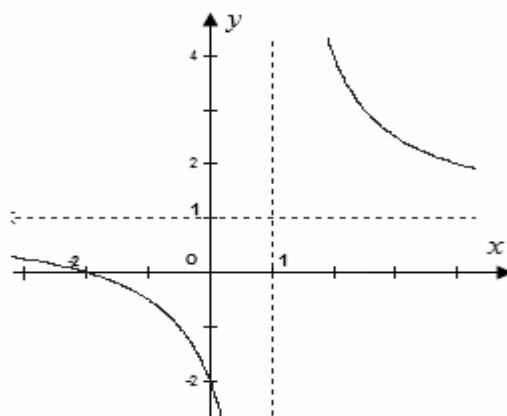
C. $y = \frac{2x+1}{2x-2}$.

D. $y = \frac{x^2}{1-x}$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 24. Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

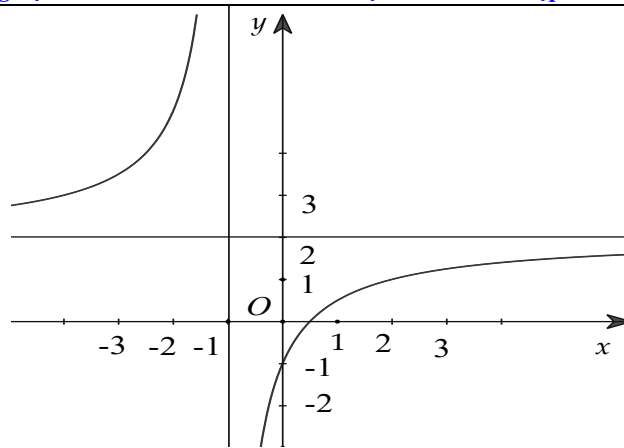
C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x+2}{1-x}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 25. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải**Chọn D.**

Câu 26. Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+3}{x-1}$.

C. $y = \frac{-2x-3}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x-2}$.

Lời giải**Chọn A.**

Câu 27. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$+\infty$	-1

A. $y = \frac{x+3}{x-1}$.

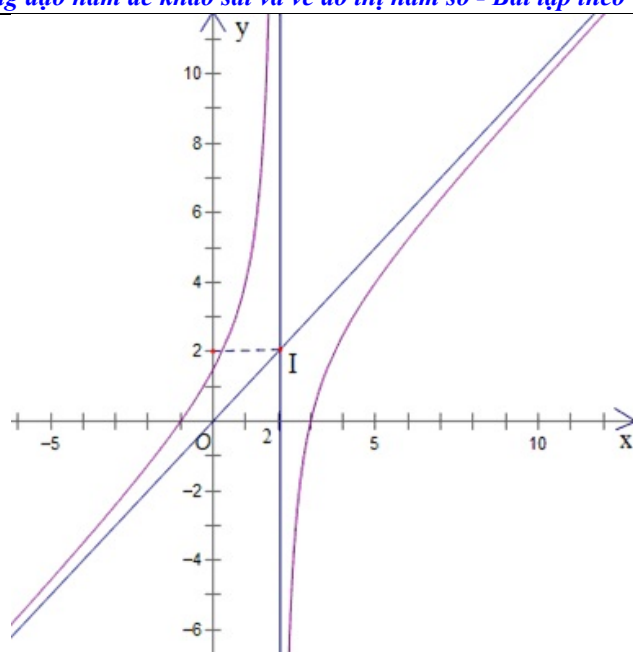
B. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{-x+3}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x-3}{x-1}$.

Lời giải**Chọn C.**

Câu 28. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$.

C. $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$.

Lời giải

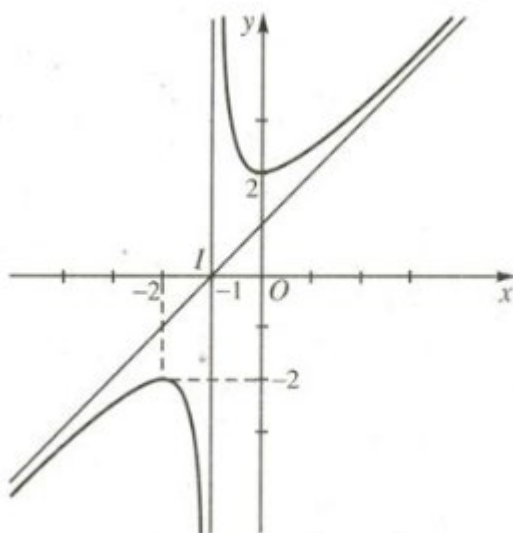
Chọn A.

Dựa vào đồ thị, ta có tiệm cận đứng $x = 2$ suy ra loại đáp án B và D

đồ thị đi qua gốc tọa độ suy ra loại đáp án C

Vậy đáp án A đúng

Câu 29. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị, ta có tiệm cận đứng $x = -1$ suy ra loại đáp án A và C

đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; 2)$ suy ra loại đáp án B

Vậy đáp án D đúng

Câu 30. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-		-
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

A. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$.

C. $y = \frac{1 - x^2}{x}$.

D. $y = \frac{x^2 - 1}{x}$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tiệm cận đứng $x = 0$ suy ra loại đáp án A và B

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định suy ra loại đáp án D

Vậy đáp án C đúng

Câu 31. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	-4	$-\infty$	$+\infty$	4	$+\infty$

A. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$.

C. $y = \frac{1 - x^2}{x}$.

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$.

Lời giải

Chọn D.

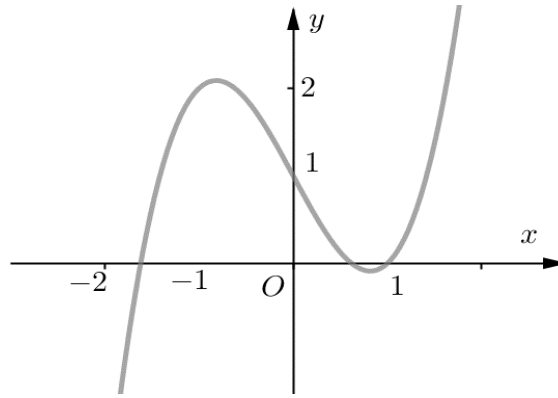
Dựa vào bảng biến thiên, ta có tiệm cận đứng $x = -1$ suy ra loại đáp án C

Hàm số có điểm cực đại $(-3; -4)$ và cực tiểu $(1; 4)$ suy ra loại đáp án A và B

Vậy đáp án D đúng

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 32. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



A. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 + 2x + 1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 2x + 1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = -x^3 + 2x + 1$.

Lời giải

A. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 + 2x + 1$. **SAI**

B. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **SAI**

C. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 2x + 1$. **ĐÚNG**

D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = -x^3 + 2x + 1$. **SAI**

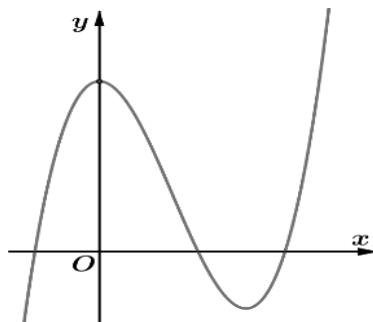
Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, loại phương án D.

Xét phương án A có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số không có cực trị, loại phương án A.

Xét phương án B có $y' = 3x^2 - 6x$ và y' đổi dấu khi đi qua các điểm $x = 0, x = 2$ nên hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$, loại phương án B.

Vậy phương án đúng là C.

Câu 33. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



A. Đồ thị hàm số đã cho có hai cực trị.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.

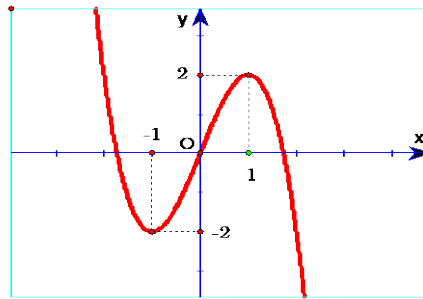
D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có:

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai cực trị. **ĐÚNG**
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$. **SAI**
- C. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất. **ĐÚNG**
- D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}$. **SAI**

Câu 34. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



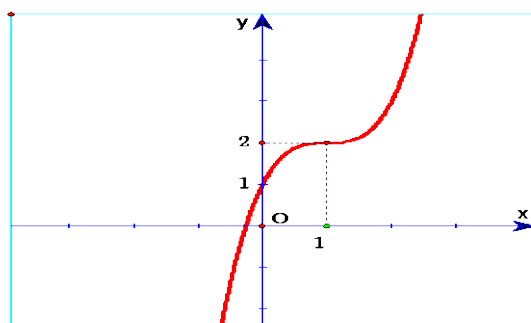
- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai cực trị.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- C. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.
- D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có:

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai cực trị. **ĐÚNG**
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. **ĐÚNG**
- C. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất. **ĐÚNG**
- D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 3x$. **SAI**

Câu 35. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



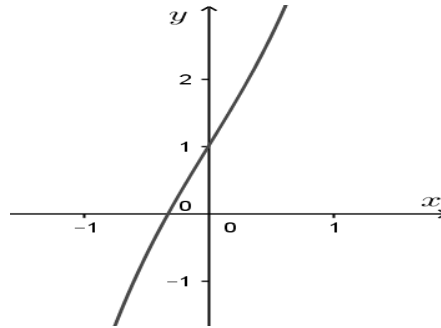
- A. Đồ thị hàm số đã cho có một cực trị.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Điểm $(1; 2)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$
- D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có:

- A. Đồ thị hàm số đã cho có một cực trị. **SAI**
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$. **ĐÚNG**
 C. Điểm $(1; 2)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$. **ĐÚNG**
 D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$. **SAI**

Câu 36. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



- A. Đồ thị hàm số đã cho không có cực trị.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Điểm $(0; 1)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$
 D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có:

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có cực trị. **ĐÚNG**
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$. **ĐÚNG**
 C. Điểm $(0; 1)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$. **ĐÚNG**
 D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$. **SAI**

Câu 37. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		↗		↘			
			-2				2		$-\infty$

- A. Hàm số có ba điểm cực trị.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

- A. Hàm số có ba điểm cực trị. **SAI**
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. **SAI**
- C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$. **ĐÚNG**
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **ĐÚNG**

Câu 38. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		--	0	+	0	--	
y	$+\infty$				3		$-\infty$

- A. Hàm số có 2 cực trị.
- B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3, giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

- A. Hàm số có 2 cực trị. **ĐÚNG**
- B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. **ĐÚNG**
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3, giá trị nhỏ nhất bằng -1 . **SAI**
- D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$. **ĐÚNG**

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-	0	-	
y	$+\infty$			-2	$-\infty$

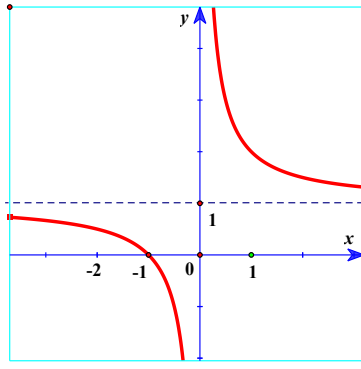
- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- C. Hàm số không có cực trị.
- D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **ĐÚNG**
- B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. **SAI**
- C. Hàm số không có cực trị. **ĐÚNG**
- D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$. **ĐÚNG**

Câu 40. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên.



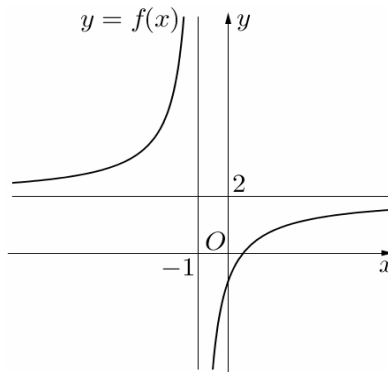
- A. Điểm $(0;1)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận ngang $y = 1$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có:

- A. Điểm $(0;1)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$ **ĐÚNG**
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận ngang $y = 1$. **ĐÚNG**
- C. Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị. **SAI**
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$. **SAI**

Câu 41. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên.



- A. Điểm $(-1;2)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $y = -1$, tiệm cận ngang $x = 2$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải

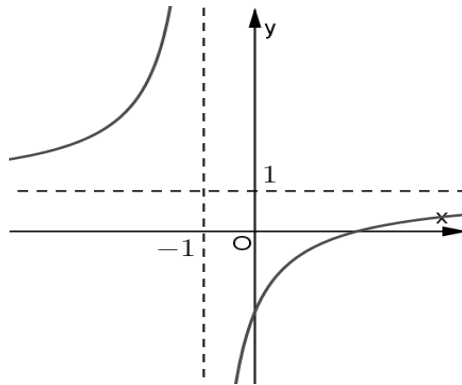
Dựa vào đồ thị, ta có:

- A. Điểm $(-1;2)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$ **ĐÚNG**
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $y = -1$, tiệm cận ngang $x = 2$. **SAI**

C. Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị. **SAI**

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. **ĐÚNG**

Câu 42. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên.



A. Điểm $(-1; 1)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $y = -1$, tiệm cận ngang $x = 1$.

C. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có:

A. Điểm $(-1; 1)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$ **ĐÚNG**

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $y = -1$, tiệm cận ngang $x = 1$.

SAI

C. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. **SAI**

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. **ĐÚNG**

Câu 43. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'	+			+	
y	-2			-2	
	$\nearrow +\infty$			$\nearrow -2$	

A. Hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -2$.

C. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số $y = \frac{-2x+3}{x-1}$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

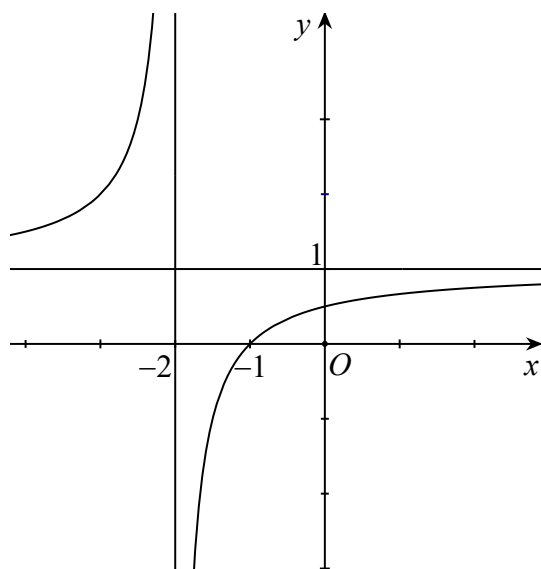
A. Hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị. ĐÚNG

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -2$. ĐÚNG

C. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số $y = \frac{-2x+3}{x-1}$. SAI

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. ĐÚNG

Câu 44. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = -2$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2), (-2; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M(0; -1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2), (-2; +\infty)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có:

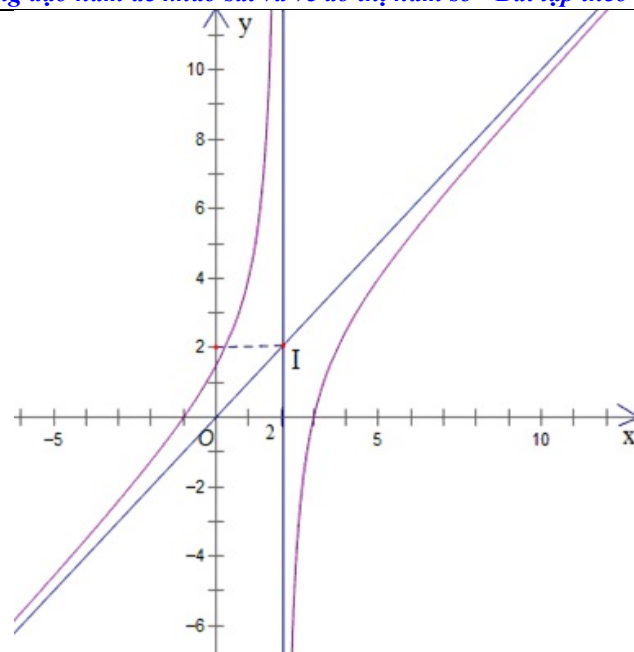
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = -2$. SAI

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2), (-2; +\infty)$. ĐÚNG

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M(0; -1)$. SAI

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2), (-2; +\infty)$. SAI

Câu 45. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như sau:



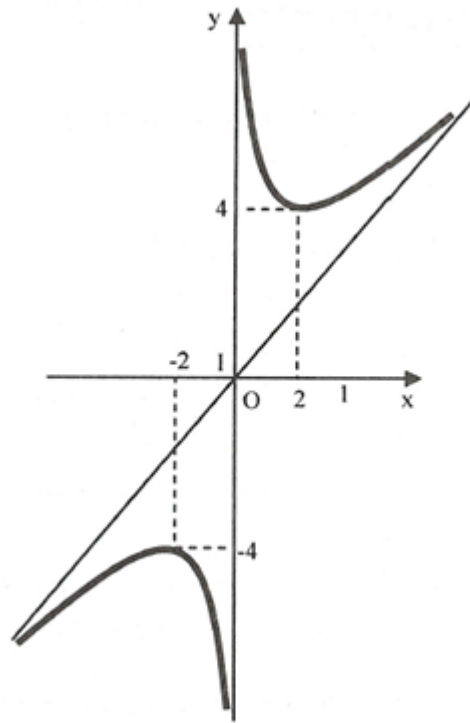
- A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$.
- B. Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(2;2)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.

Lời giải

Từ đồ thị ta có:

- A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$. **SAI**
- B. Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(2;2)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng. **ĐÚNG**
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$. **ĐÚNG**
- D. Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị. **SAI**

Câu 46. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như sau:



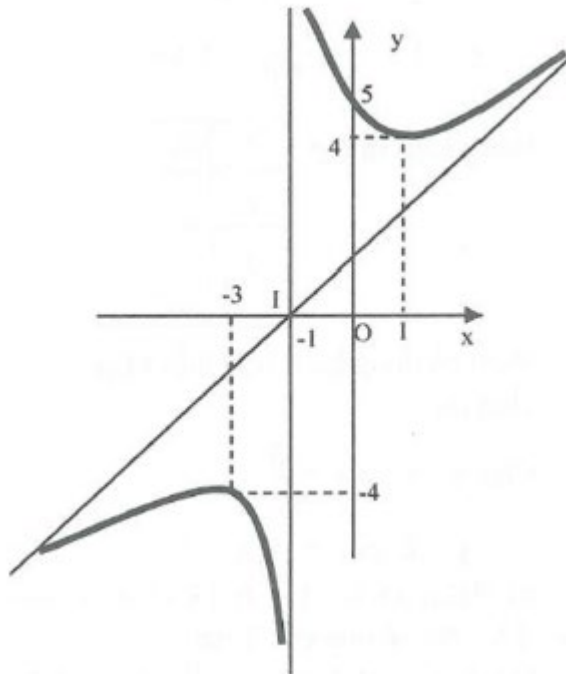
- A.** Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên
- B.** Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$
- D.** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(2; 4)$ và điểm cực tiểu $(-2; -4)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có:

- A.** Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên. **ĐÚNG**
- B.** Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng. **ĐÚNG**
- C.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ **SAI**
- D.** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(2; 4)$ và điểm cực tiểu $(-2; -4)$. **SAI**

Câu 47. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như sau:



- A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$
- B. Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(-3; -4)$ và điểm cực tiểu $(1; 4)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có:

- A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$ SAI
- B. Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng. ĐÚNG
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$ SAI
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(-3; -4)$ và điểm cực tiểu $(1; 4)$. ĐÚNG

Câu 48. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

- A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$.
- B. Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(-1; 0)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(-2; 2)$ và điểm cực tiểu $(0; 2)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$. **SAI**

B. Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(-1; 0)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng. **ĐÚNG**

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$. **ĐÚNG**

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(-2; 2)$ và điểm cực tiểu $(0; 2)$. **ĐÚNG**

Câu 49. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-		-
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực trị.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

A. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$. **ĐÚNG**

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; +\infty)$. **SAI**

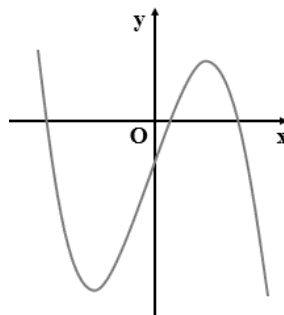
C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ **ĐÚNG**

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực trị. **SAI**

XÁC ĐỊNH HỆ SỐ CỦA HÀM SỐ

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 50. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, d > 0$.B. $a < 0, d > 0$.C. $a > 0, d < 0$.D. $a < 0, d < 0$.

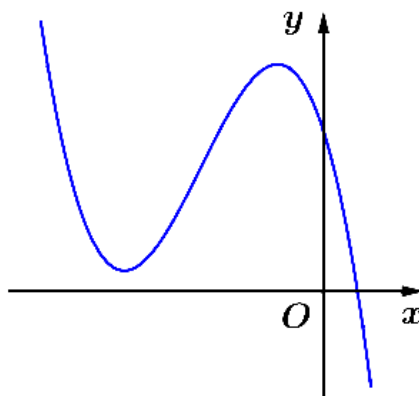
Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị nhánh ngoài cùng của hàm số hướng đi xuống nên hệ số $a < 0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung $Oy: x = 0$ là điểm nằm bên dưới trục hoành nên khi $x = 0 \Rightarrow y = d < 0$.

Câu 51. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

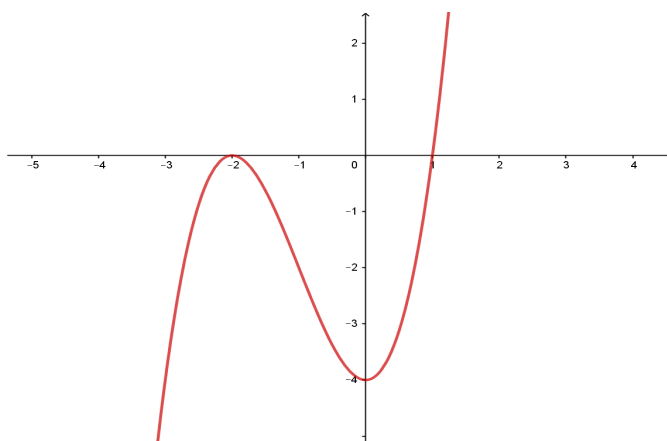
$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$

Vậy có đúng 1 số dương trong các số a, b, c, d .

Câu 52. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị trong hình dưới đây. Tính tổng

$$S = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$



A.16.

B.25.

C.10.

D.26.

Lời giải

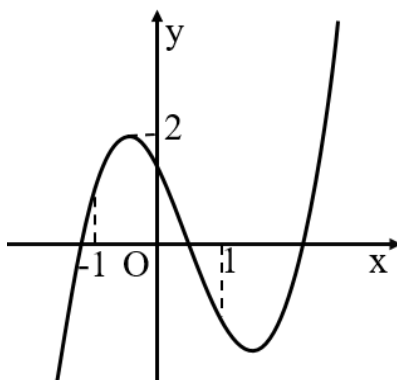
Chọn D.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Từ đồ thị ta có } \begin{cases} y(1) = 0 \\ y(-2) = 0 \\ y(0) = -4 \\ y'(-2) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 0 \\ -8a + 4b - 2c + d = 0 \\ d = -4 \\ 12a - 4b + c = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = -4 \\ a + b = 4 \\ -8a + 4b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = -4 \\ a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy $S = 26$.

Câu 53. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải**Chọn D.**

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

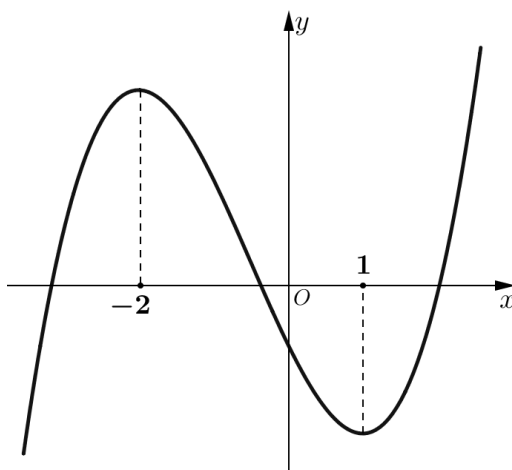
+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a}$ nên suy ra $\frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 54. Cho đường cong $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

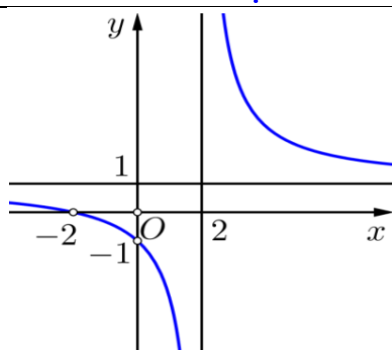
Lời giải**Chọn D.**

Từ đồ thị ta có $x = 0 \Rightarrow y = d < 0$, từ dạng đồ thị suy ra $a > 0$.

Mặt khác $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ từ đồ thị ta có phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu suy ra $ac < 0$ mà $a > 0$ suy ra $c < 0$.

Hơn nữa phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = -1$ suy ra $3a = 2b \Rightarrow b > 0$.

Câu 55. Cho hàm số $y = \frac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.



A. $P = -3$.

B. $P = 1$.

C. $P = 5$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: Tiệm cận đứng: $x = 2 \Rightarrow -\frac{c}{b} = 2 \Leftrightarrow 2b + c = 0 \quad (1)$.

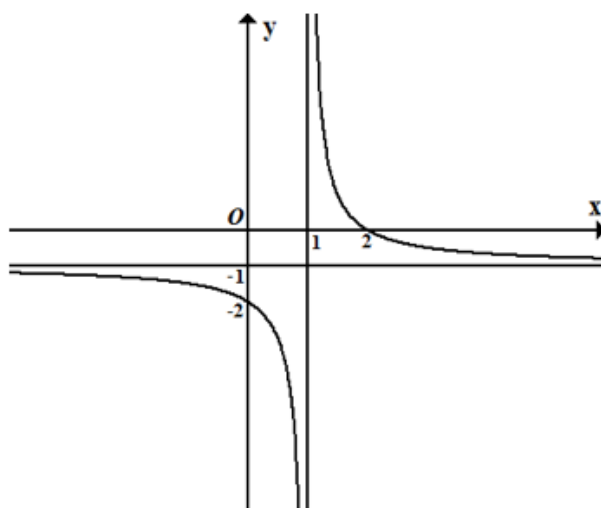
Tiệm cận ngang: $y = 1 \Rightarrow \frac{1}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 1 \quad (2)$.

Thế (2) vào (1) suy ra $c = -2$. Suy ra hàm số có dạng $y = \frac{x-a}{x-2}$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 0)$ nên ta có: $0 = \frac{-2-a}{-2-2} \Leftrightarrow a = -2$.

Vậy $P = -2 + 1 - 2 = -3$.

Câu 56. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



A. $T = -8$.

B. $T = 2$.

C. $T = 6$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị hàm số, ta suy ra

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(2; 0)$, $B(0; -2)$.

Từ biểu thức hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (vì đồ thị hàm số là đồ thị hàm nhất biến nên $ac-b \neq 0$), ta suy ra

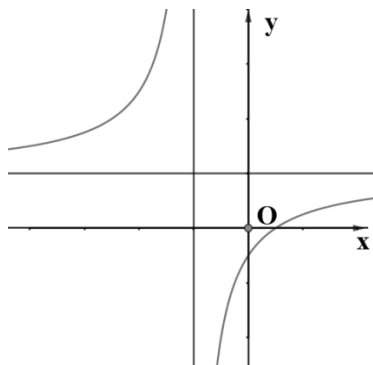
Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -c$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a$.

Đồ thị hàm số đi qua $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$, $B\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Đổi chiều lại, ta suy ra $c = -1$, $a = -1$, $b = 2$.

Vậy $T = a + 2b + 3c = (-1) + 2 \cdot 2 + 3(-1) = 0$.

Câu 57. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $ad > 0$ và $bd > 0$.

B. $ad > 0$ và $ab < 0$.

C. $bd < 0$ và $ab > 0$.

D. $ad < 0$ và $ab < 0$.

Lời giải

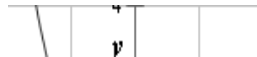
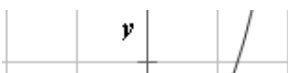
Chọn B.

Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a}$, giao với Oy tại điểm có tung độ $y = \frac{b}{d}$.

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có } \begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0.$$

Trong các phương án chỉ có phương án B thỏa mãn.

Câu 58. Đồ thị hàm số $y = \frac{mx+1}{m-x}$ (m là tham số) có dạng nào sau đây ?



- A. Hình 1.
- B. Hình 2.
- C. Hình 3.
- D. Hình 4.

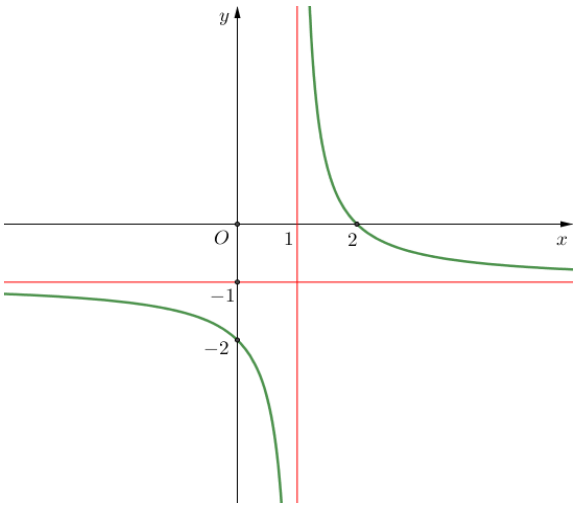
Lời giải

Chọn D.

Đồ thị hàm số là hàm phân thức suy ra loại câu A, C

$y = \frac{mx+1}{m-x} \Rightarrow y' = \frac{m^2+1}{(m-x)^2} > 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến suy ra loại câu B

Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, với a, b, c là các số nguyên.



Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.

- A. $T = 12$.
- B. $T = -7$.
- C. $T = 10$.
- D. $T = -9$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 60. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1
	$-\infty$		

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 2.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 0.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$.

Từ bảng biến thiên ta có:
$$\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -\frac{c}{2} \quad (1)$$

Mặt khác: $f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên

$$f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow ac-b > 0 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2), ta được: $-\frac{c^2}{2} + \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow -c^2 + c > 0 \Leftrightarrow 0 < c < 1$.

Suy ra c là số dương và a, b là số âm.

Câu 61. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-3}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	3 		$+\infty$ 

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $f(x) = \frac{ax-3}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$.

Từ bảng biến thiên ta có
$$\begin{cases} -\frac{c}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b \quad (1) \\ a = 3b \quad (2) \end{cases}$$

Vì hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$ nên

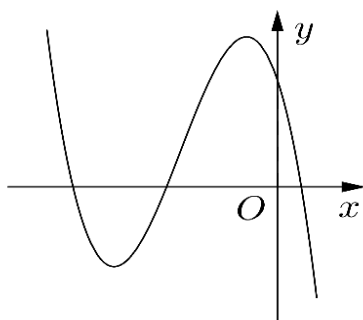
$$f'(x) = \frac{ac + 3b}{(bx + c)^2} < 0 \Leftrightarrow ac + 3b < 0 \quad (3)$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được $6b^2 + 3b < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < b < 0$.

Vậy b là số âm nên a và c cũng là số âm. Do đó trong các số a, b và c có 3 số âm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 62. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



A. $a < 0$.

B. $b < 0$.

C. $c < 0$.

D. $d > 0$.

Lời giải

A. $a < 0$. **ĐÚNG**

B. $b < 0$. **ĐÚNG**

C. $c < 0$. **ĐÚNG**

D. $d > 0$. **ĐÚNG**

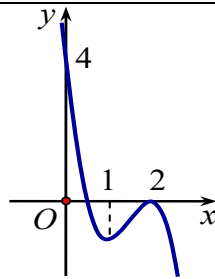
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$.

Vậy có đúng một số dương trong các số a, b, c, d

Câu 63. Cho hàm số $y = -2x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới.



A. $bcd = -144$.

B. $c^2 < b^2 + d^2$.

C. $b + c + d = 1$.

D. $b + d < c$.

Lời giải

A. $bcd = -144$. SAI

B. $c^2 < b^2 + d^2$. SAI

C. $b + c + d = 1$. ĐÚNG

D. $b + d < c$. SAI

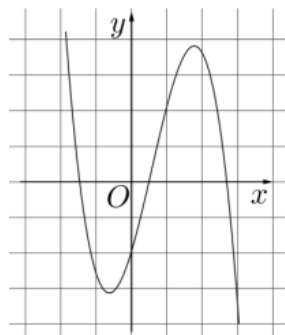
Ta có $y' = -6x^2 + 2bx + c$, $y'' = -12x + 2b$

Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra hàm số có hai điểm cực trị là $x = 1$ và $x = 2$, do đó

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y'(2) = 0 \\ y''(1) > 0 \\ y''(2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 + 2b + c = 0 \\ -24 + 4b + c = 0 \\ -12 + 2b > 0 \\ -24 + 2b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 + 2b + c = 0 \\ -24 + 4b + c = 0 \\ 6 < b < 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 9 \\ c = -12 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 4)$ nên $d = 4$. Do đó $b + c + d = 1$.

Câu 64. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



A. $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d < 0$

B. $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$, $d < 0$.

C. $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$, $d > 0$

D. $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$, $d < 0$.

Lời giải

A. $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d < 0$ ĐÚNG

B. $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$, $d < 0$. SAI

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ SAI

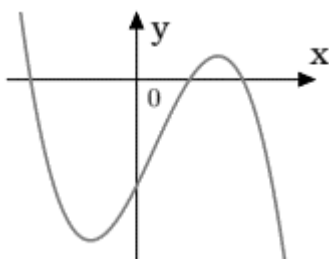
D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$. SAI

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a < 0 \Rightarrow$ loại phương án C

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$ loại phương án D.

Do $(C) \cap Oy = D(0; d) \Rightarrow d < 0$.

Câu 65. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới.



A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Lời giải

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$ SAI

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$ SAI

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$ SAI

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ ĐÚNG

- Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra hệ số $a < 0$.

- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

- Ta thấy đồ thị như hình vẽ có hai điểm cực trị, hoành độ các điểm cực trị trái dấu suy ra phương trình

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu kéo theo $3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0$.

- Mặt khác $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 66. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$	

A. $a = \frac{1}{8}$.

B. $b = -\frac{3}{4}$.

C. $c = 0$.

D. $d = 1$.

Lời giải

A. $a = \frac{1}{8}$. **ĐÚNG**

B. $b = -\frac{3}{4}$. **ĐÚNG**

C. $c = 0$. **ĐÚNG**

D. $d = 1$. **SAI**

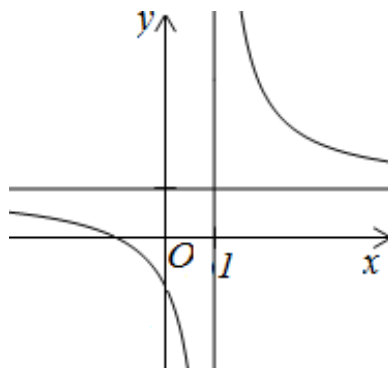
Ta có: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

$$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $A(0; -1), B(4; -5)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} f(0) = -1 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -1 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = -\frac{3}{4} \\ c = 0 \\ d = -1 \end{cases}$$

Câu 67. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

B. $y' > 0, \forall x \neq 1$

C. $y' < 0, \forall x \neq 1$

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Lời giải

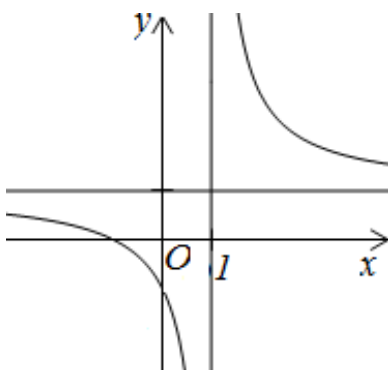
A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **SAI**

B. $y' > 0, \forall x \neq 1$ **SAI**

C. $y' < 0, \forall x \neq 1$ **ĐÚNG**

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **SAI**

Ta có :



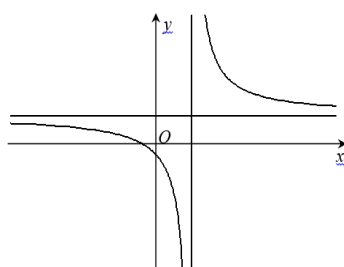
Dựa vào hình dáng của đồ thị ta được:

+ Điều kiện $x \neq 1$

+ Đây là đồ thị của hàm nghịch biến

Từ đó ta được $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 68. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



A. $ac > 0; bd > 0$

B. $ab < 0; cd < 0$

C. $bc > 0; ad < 0$

D. $ad > 0; bd < 0$

Lời giải

A. $ac > 0; bd > 0$ **SAI**

B. $ab < 0; cd < 0$ **SAI**

C. $bc > 0; ad < 0$ **ĐÚNG**

D. $ad > 0; bd < 0$ **SAI**

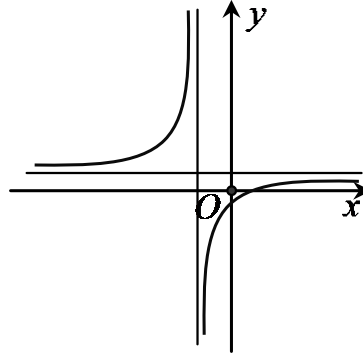
Theo đồ thị:

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} > 0$ (1)

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow \frac{d}{c} < 0$ (2)

$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0$ (3)

Câu 69. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.

Lời giải

A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$. SAI

B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$. SAI

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$. ĐÚNG

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$. SAI

Nhận xét từ đồ thị:

+ Giao với trục hoành tại $x_0 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow a$ và b trái dấu (1).

+ Giao với trục tung tại $y_0 = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b$ và d trái dấu (2).

+ Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow d$ và c cùng dấu (3).

Từ (1) và (2) suy ra: a và d cùng dấu hay $ad > 0$.

Từ (2) và (3) suy ra: b và c trái dấu hay $bc < 0$.

Câu 70. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

- A. $ac = 2$
- B. $2a - c = 3$
- C. $c - a = -1$
- D. $b^3 - 8 < 0$.

Lời giải

- A. $ac = 2$ **ĐÚNG**
- B. $2a - c = 3$ **ĐÚNG**
- C. $c - a = -1$ **ĐÚNG**
- D. $b^3 - 8 < 0$. **ĐÚNG**

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{c}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy $-\frac{1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1$ và $\frac{a}{c} = 2 \Rightarrow a = 2$ (vì $c = 1$).

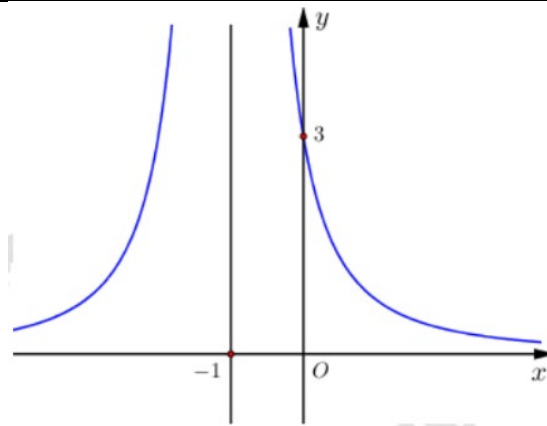
Ta có $y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên

$$y' = \frac{a-bc}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow a-bc > 0 \Leftrightarrow 2-b > 0 \Leftrightarrow b < 2 \Leftrightarrow b^3 < 8 \Leftrightarrow b^3 - 8 < 0.$$

Vậy tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình $b^3 - 8 < 0$.

Câu 71. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ dưới đây:



Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;4)$.

A. $f(1) = 2$.

B. $f(2) = \frac{11}{2}$.

C. $f(1) = \frac{7}{2}$.

D. $f(2) = 6$.

Lời giải

A. $f(1) = 2$. SAI

B. $f(2) = \frac{11}{2}$. SAI

C. $f(1) = \frac{7}{2}$. SAI

D. $f(2) = 6$. ĐÚNG

Đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua $A(0;4)$ nên $b = 4d$ (1).

Ta có: $f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$.

Căn cứ theo đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $-\frac{d}{c} = -1 \Rightarrow c = d$ (2).

Đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua $(0;3)$ nên $\frac{ad - bc}{d^2} = 3 \Rightarrow ad - bc = 3d^2$ (3).

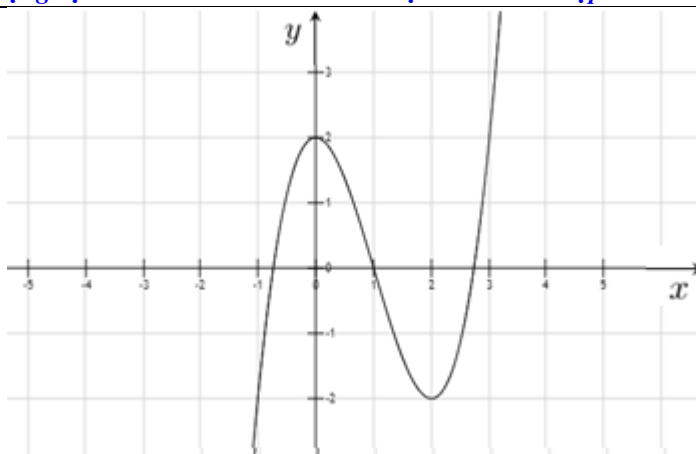
Thay (1), (2) vào (3) ta được $ad - 4d^2 = 3d^2 \Rightarrow a = 7d$ ($d \neq 0$) vì nếu $d = 0$ thì $a = b = c = d = 0$ (vô lí).

Do đó $f(x) = \frac{7dx + 4d}{dx + d} = \frac{7x + 4}{x + 1}$.

Vậy $f(2) = 6$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 72. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$?

**Lời giải**

Đáp án: $S = a + b = -2$.

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $y = 2$ nên $d = 2$.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$ nên

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -3a \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Từ đồ thị ta nhận thấy } y(2) = -2 \Leftrightarrow 8a + 4b + d = -2 \Leftrightarrow 8a + 4b = -4 \Leftrightarrow 2a + b = -1 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta tìm được $a = 1, b = -3$.

Vậy $S = -2$.

Câu 73. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

Lời giải

Đáp án: có 3 số dương là a, b, d .

Từ dáng điệu sự biến thiên hàm số ta có $a > 0$.

Khi $x = 0$ thì $y = d = 1 > 0$.

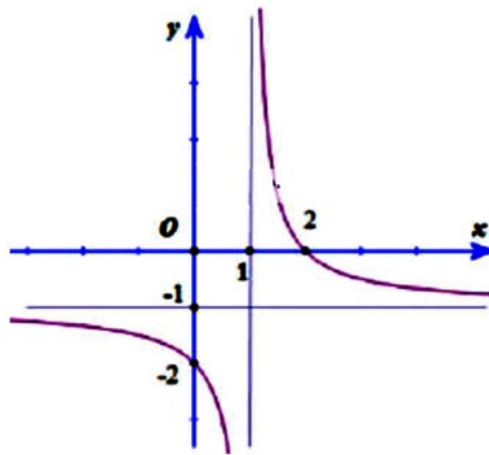
$$\text{Mặt khác } f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c. \text{ Từ bảng biến thiên ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } c = 0; \frac{-2b}{3a} = -2 \Rightarrow b = 3a > 0.$$

Vậy có 3 số dương là a, b, d .

Câu 74. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức

$T = a - 3b + 2c$ bằng:



Lời giải

Đáp án: $T = a - 3b + 2c = -9$

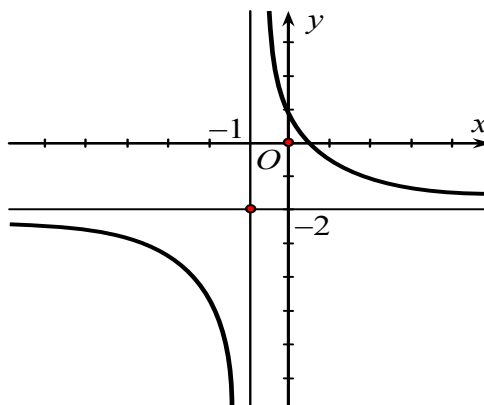
Đồ thị hàm số trên hình vẽ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$ mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = a$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = a$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a$ suy ra $a = -1$

Suy ra $y = \frac{-x+b}{x+c}$

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(0; -2), B(2; 0)$ suy ra $\begin{cases} \frac{b}{c} = -2 \\ 0 = \frac{-2+b}{2+c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = -1 \end{cases}$

$T = a - 3b + 2c = -1 - 6 - 2 = -9$.

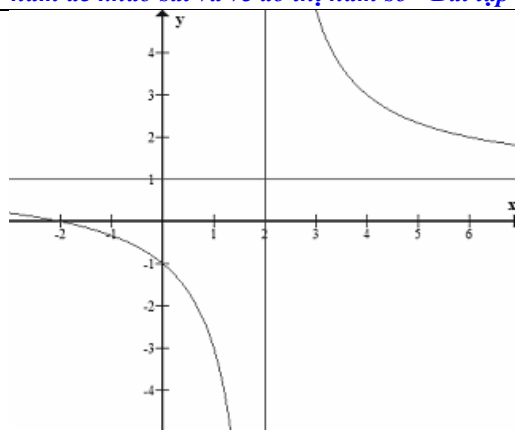
Câu 75. Tìm a, b để hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Lời giải

Đáp án: $a = -2, b = 1$

Câu 76. Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ:



Lời giải

Đáp án: $a = 1, b = -2; c = 1$.

Câu 77. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	—		—
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

Lời giải

Đáp án: có hai số âm.

Từ bảng biến thiên của hàm số, ta thấy đồ thị có hai đường tiệm cận, trong đó tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{c}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bc < 0 \\ ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0, c < 0, a > 0 & (1) \\ b < 0, c > 0, a < 0 & (2) \end{cases}$$

Lại có hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định $f'(x) = \frac{-ac+6b}{(bx-c)^2} < 0 \Rightarrow ac > 6b$.

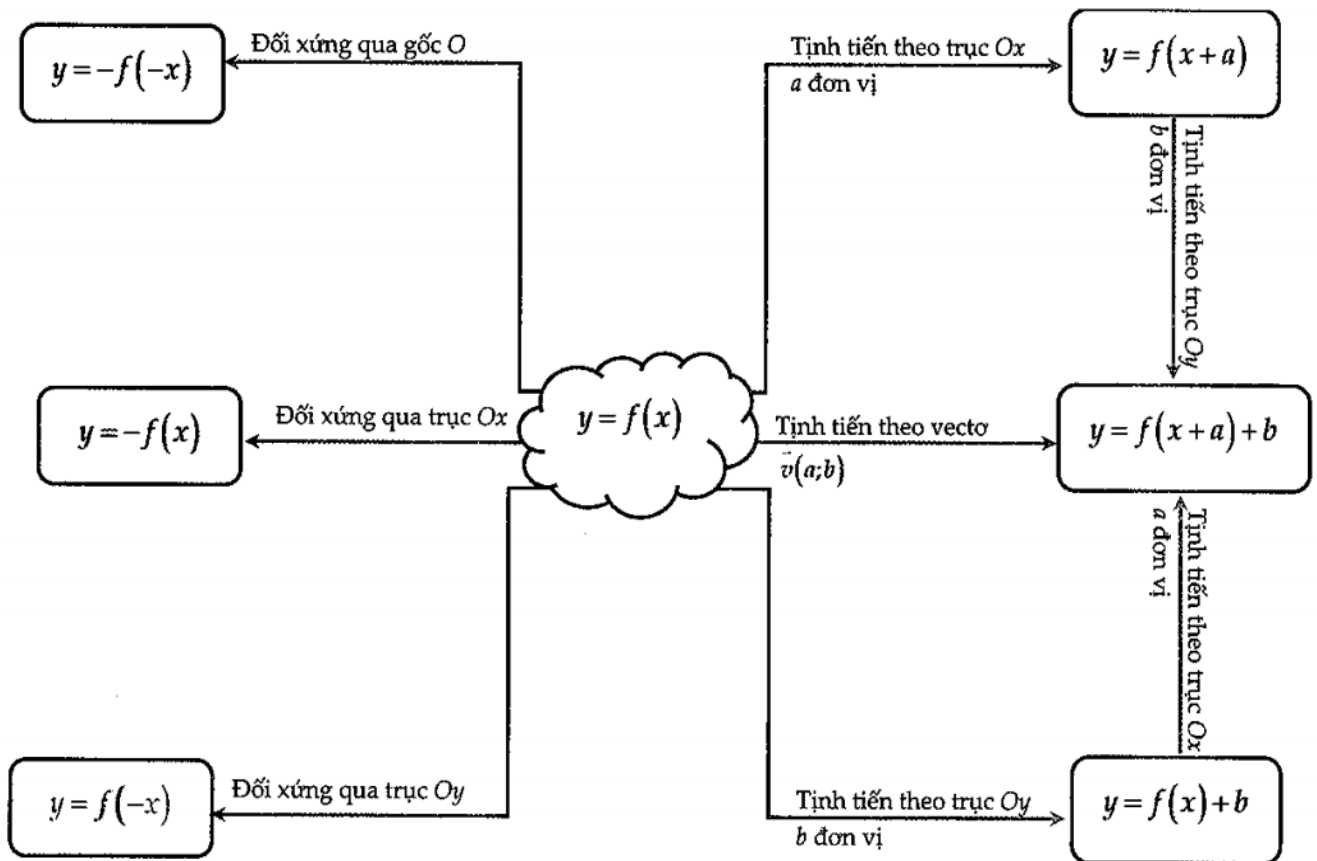
Ta thấy (1) không thể xảy ra do nếu $b > 0$ thì $ac > 6b > 0$; và (2) có thể xảy ra do nếu $c > 0, a < 0$ thì $6b < ac < 0$.

Vậy trong các số a, b, c có hai số âm.

CHỦ ĐỀ 2**ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ TRỊ TUYỆT ĐỐI****I. Biến đổi đồ thị**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Khi đó, với số $a > 0$ ta có:

- Hàm số $y = f(x) + a$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Oy lên trên a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x) - a$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Oy xuống dưới a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x + a)$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Ox qua trái a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x - a)$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Ox qua phải a đơn vị.
- Hàm số $y = -f(x)$ có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục Ox .
- Hàm số $y = f(-x)$ có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục Oy .

**II. Đồ thị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Khi đó:

1. Dạng 1: $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \quad (C_1) \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \quad (C_2) \end{cases}$ có đồ thị (C') bằng cách:

- Đồ thị (C_1) là phần giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên trục Ox và bỏ phần (C) nằm dưới Ox .

• Đồ thị (C_2) là phần lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm dưới Ox qua Ox và bỏ phần đồ thị (C) nằm dưới Ox .

$$\Rightarrow \text{Đồ thị } (C') = (C_1) \cap (C_2)$$

2. Dạng 2: Hàm số $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases} \begin{matrix} (C_1) \\ (C_2) \end{matrix}$ có đồ thị (C') bằng cách:

• Đồ thị (C_1) là phần giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm bên phải trục Oy và bỏ phần (C) nằm bên trái Oy .

• Đồ thị (C_2) là phần lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) qua Oy .

$$\Rightarrow \text{Đồ thị } (C') = (C_1) \cap (C_2)$$

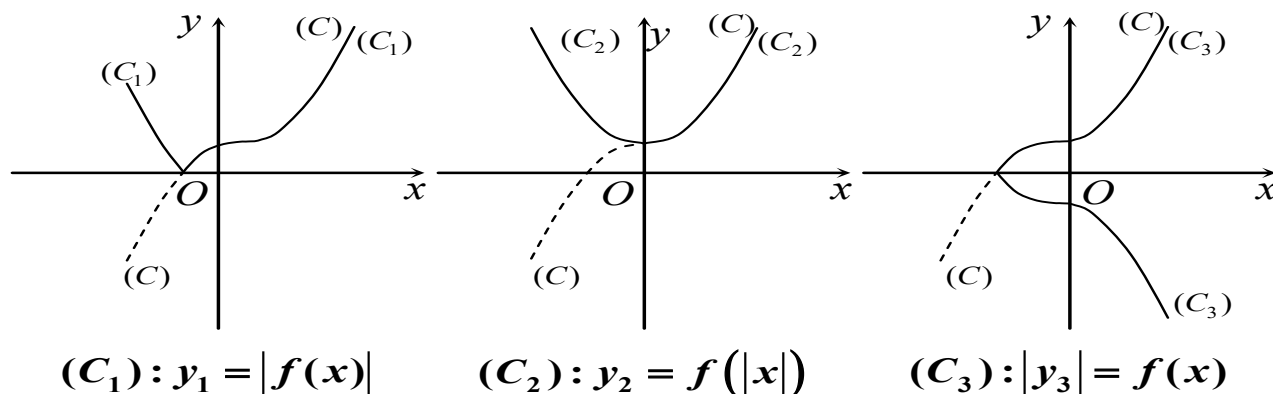
3. Dạng 3: Hàm số $|y| = f(x) = \begin{cases} y = f(x) & \text{khi } y \geq 0 \\ -y = f(x) & \text{khi } y < 0 \end{cases} \begin{matrix} (C_1) \\ (C_2) \end{matrix}$ có đồ thị (C') bằng cách:

• Đồ thị (C_1) là phần giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên trục Ox và bỏ phần (C) nằm dưới trục Ox .

• Đồ thị (C_2) là phần lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) qua Ox .

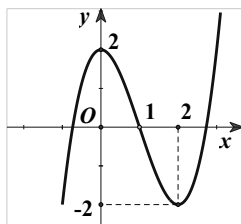
$$\Rightarrow \text{Đồ thị } (C') = (C_1) \cap (C_2)$$

Ví dụ

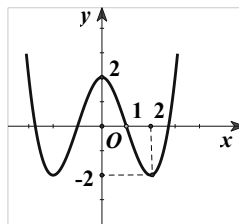


ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1.



Hình 1



Hình 2

Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

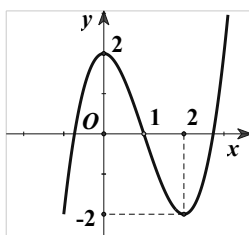
A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

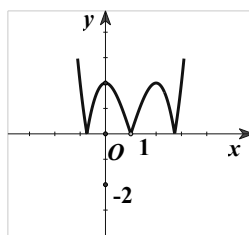
C. $y = |x^3 - 3x^2 + 1|$.

D. $y = |x|^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

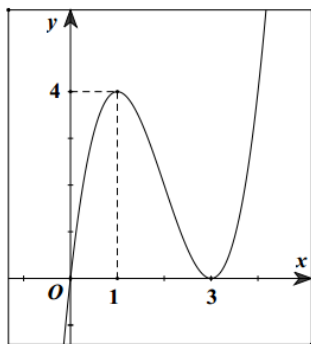
A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

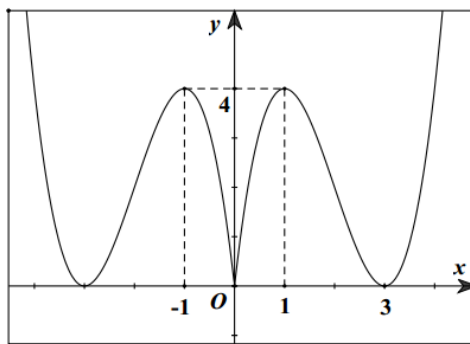
C. $y = |x^3 - 3x^2 + 1|$.

D. $y = |x|^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

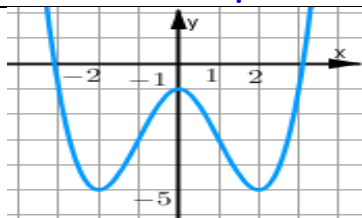
A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

B. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

C. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

D. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị (C) của hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Tìm hàm số $y = f(x)$ trong các hàm số sau:

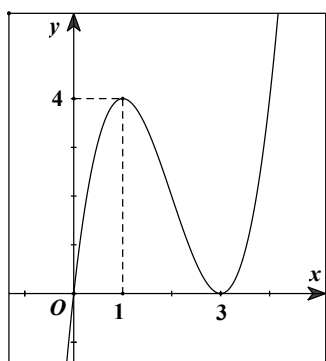
A. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$.

B. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

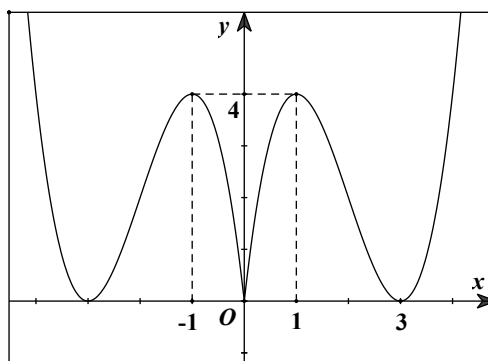
C. $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$.

D. $f(x) = x^3 - 2x^2 - 1$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

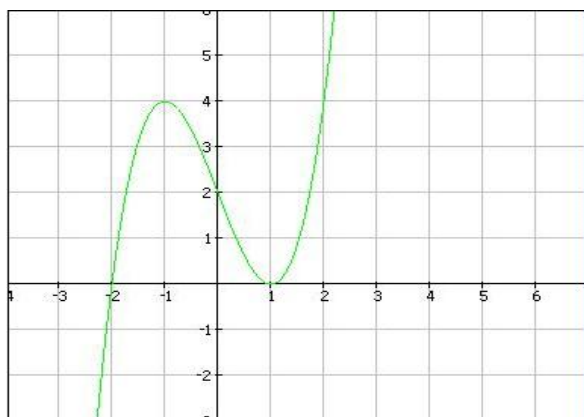


Hình 2

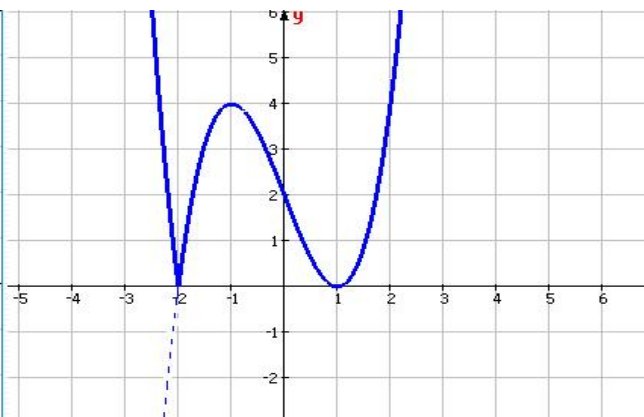
Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$. **B.** $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$. **C.** $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$. **D.** $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

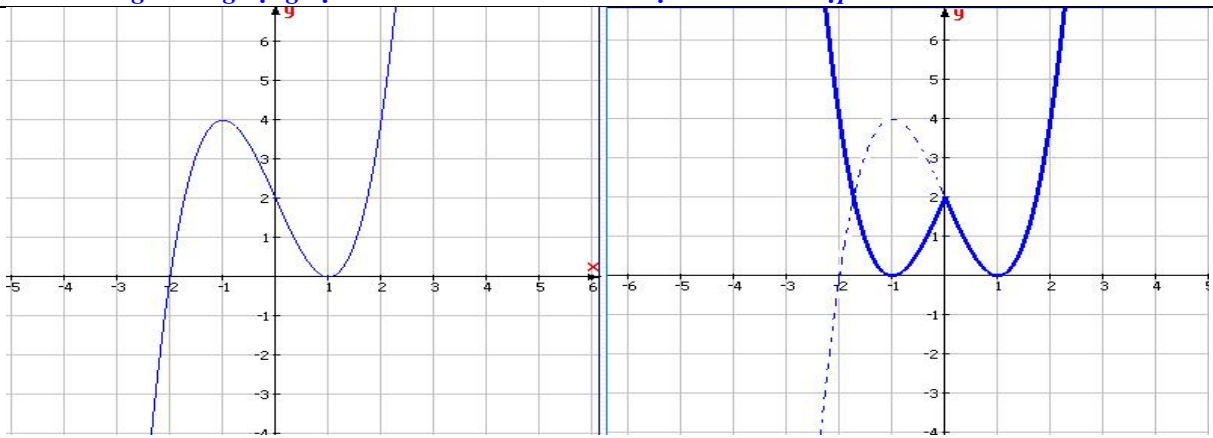


Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = |x|^3 - 3|x| + 2$. **B.** $y = x^3 - 3|x| + 2$. **C.** $|y| = x^3 - 3x + 2$ **D.** $y = |x^3 - 3x + 2|$

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như Hình 1.



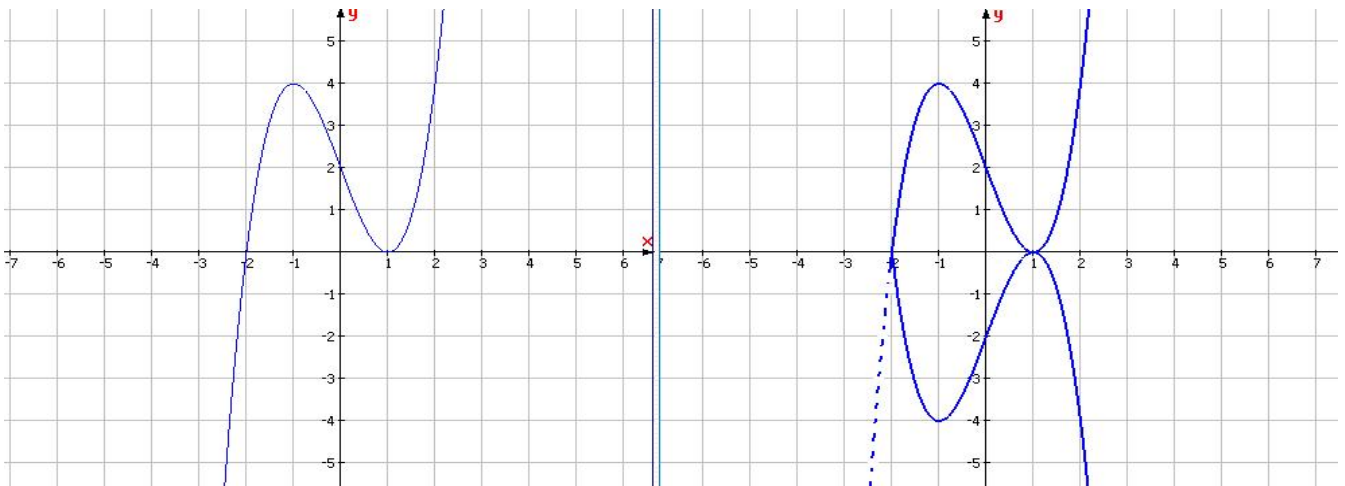
Hình 1

Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = |x^3| - 3|x| + 2$ B. $y = |x^3 - 3x + 2|$ C. $|y| = x^3 - 3x + 2$ D. $y = |x^3| - 3|x| - 2$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.



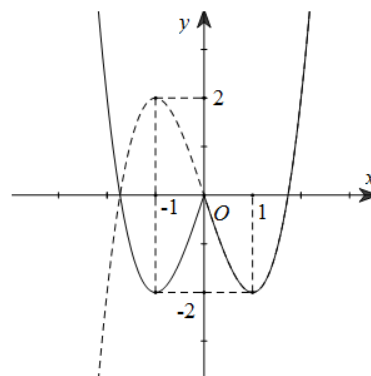
Hình 1

Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = |x^3| - 3|x| + 2$ B. $y = |x^3 - 3x + 2|$ C. $|y| = x^3 - 3x + 2$ D. $y = |x^3| - 3|x| - 2$

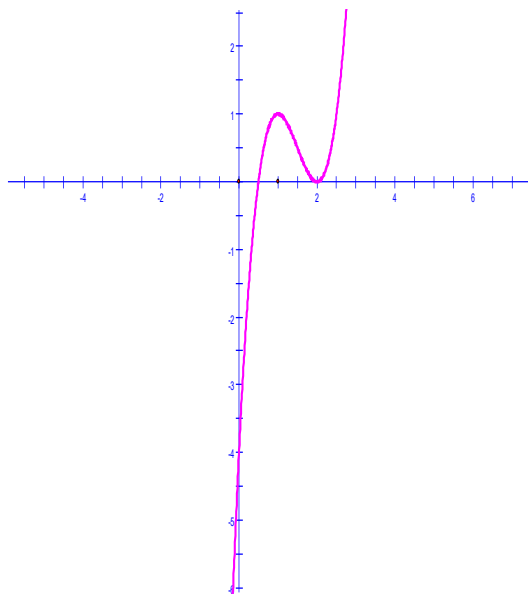
Câu 9. Cho đường cong (C) được vẽ bởi nét liền trong hình vẽ:



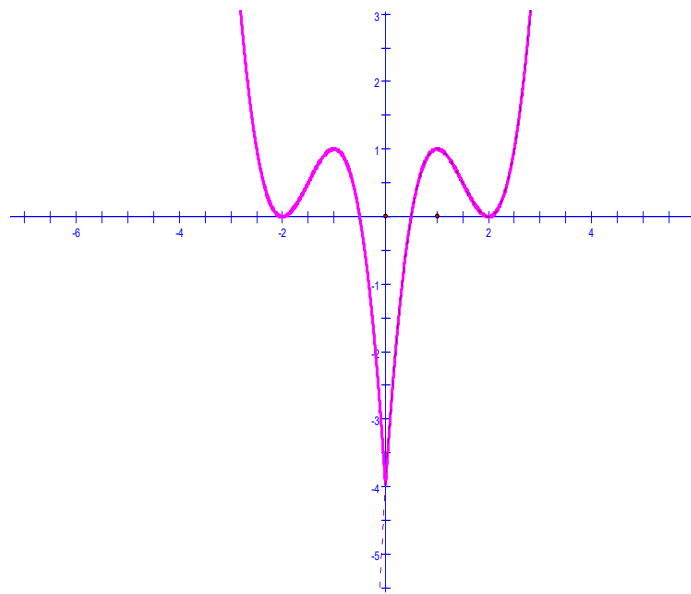
Hỏi (C) là dạng đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = -|x^3| + 3|x|$ B. $y = |x^3 - 3x|$ C. $y = x^3 - 3x$ D. $y = |x^3| - 3|x|$

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

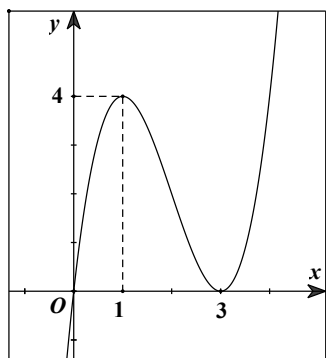
A. $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$

B. $y = |a|x^3 + bx^2 + c|x| + d|$

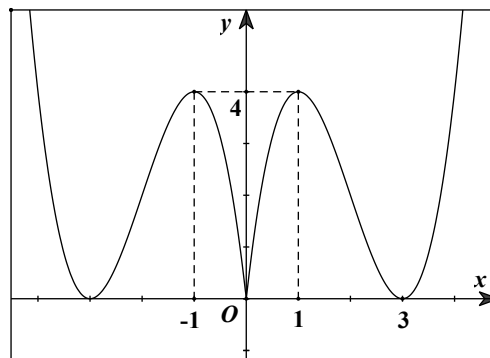
C. $y = a|x|^3 + bx^2 + c|x| + d$

D. $|y| = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Có các nhận định sau:

(1) đồ thị hình 2 là của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

(2) đồ thị hình 2 là của hàm số $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

(3) đồ thị hình 2 là của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

(4) đồ thị hình 2 là của hàm số $|y| = x^3 - 6x^2 + 9x$.

Có bao nhiêu nhận định sai?

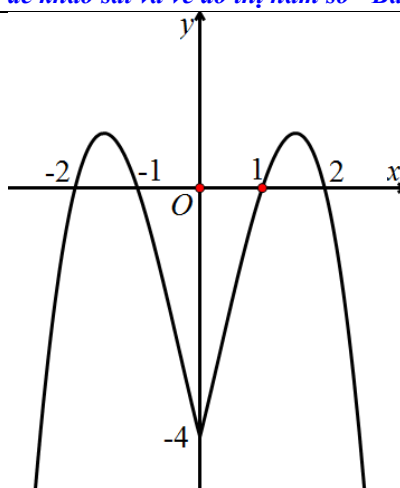
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$

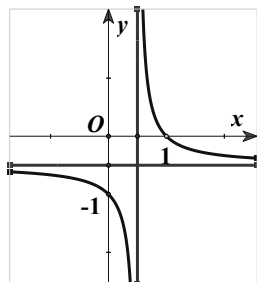
B. $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x - 4$

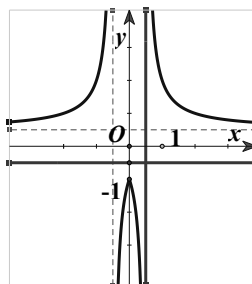
D. $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ NHẤT BIẾN: $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ab-bc \neq 0)$

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

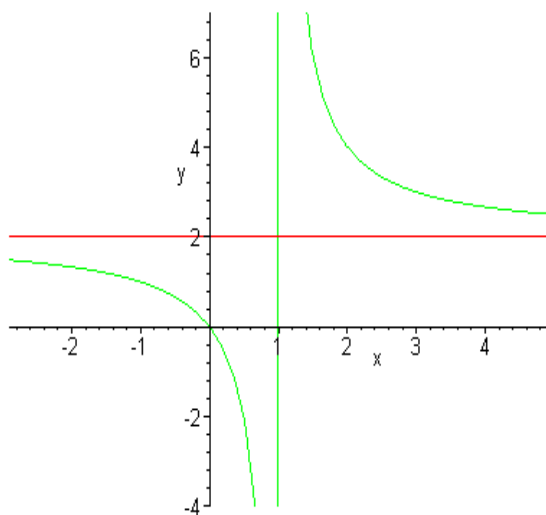
A. $y = \left| \frac{-x+1}{2x-1} \right|$

B. $y = \frac{|x|+1}{2|x|-1}$

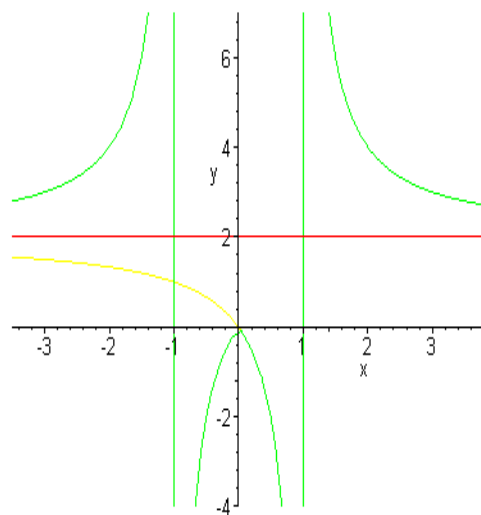
C. $y = \frac{|-x+1|}{2x-1}$

D. $y = \frac{-x+1}{|2x-1|}$

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

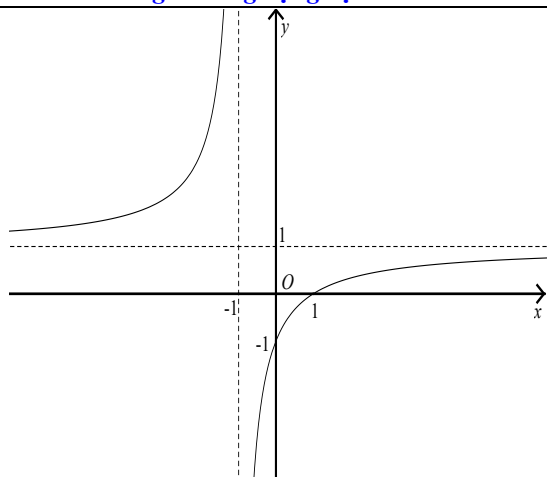
A. $|y| = \frac{2x}{x-1}$

B. $y = \frac{2x}{|x-1|}$

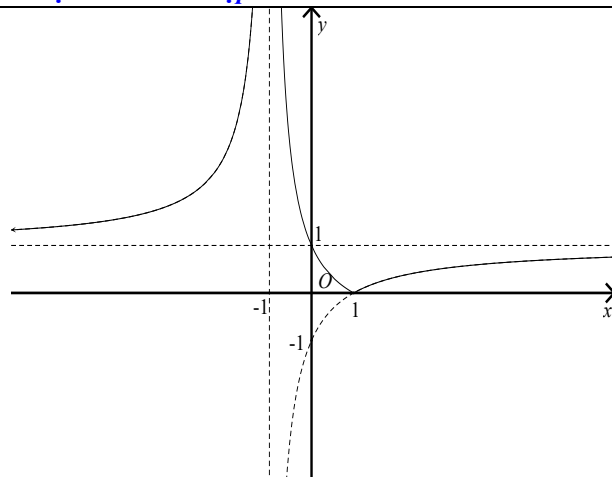
C. $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$

D. $y = \left| \frac{2x}{x-1} \right|$

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

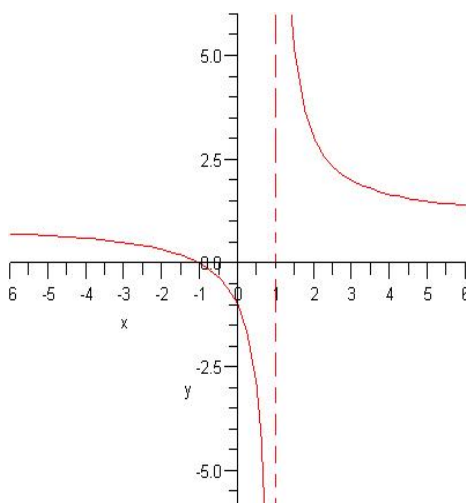
A. $|y| = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

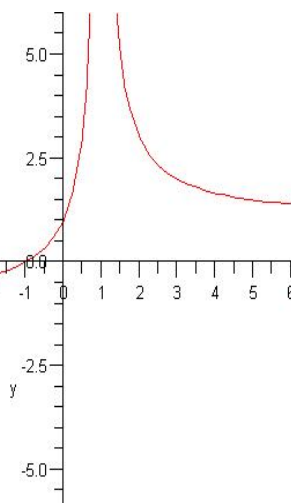
C. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

D. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

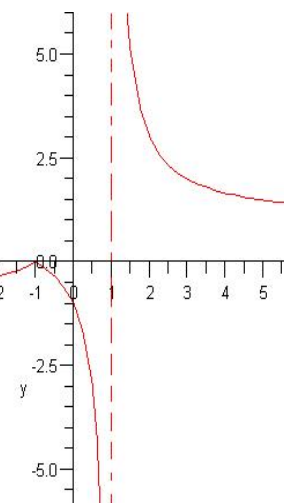
Câu 16. Cho 3 đồ thị sau:



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Nhận định nào sau đây đúng?

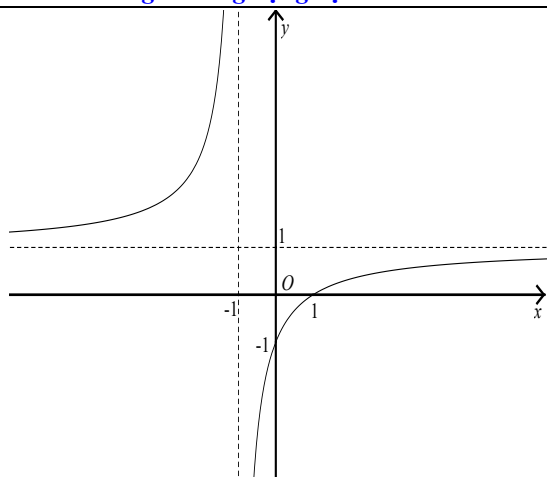
A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{2x+1}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $y = \frac{|2x+1|}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{|x+1|}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

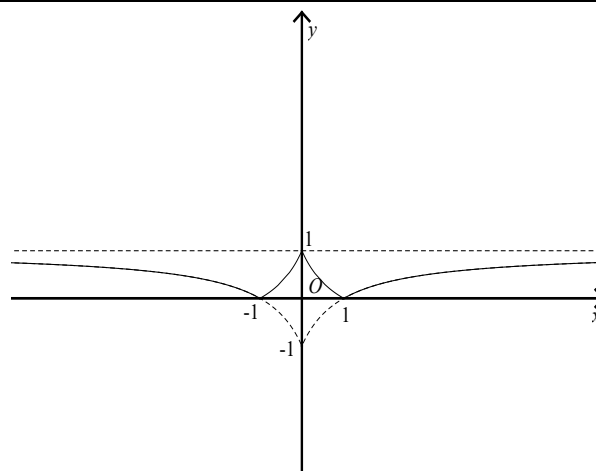
C. $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{x+1}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{x+1}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $|y| = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

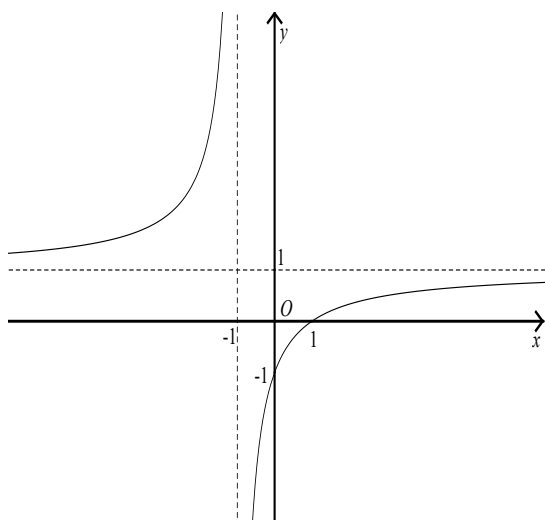
A. $|y| = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

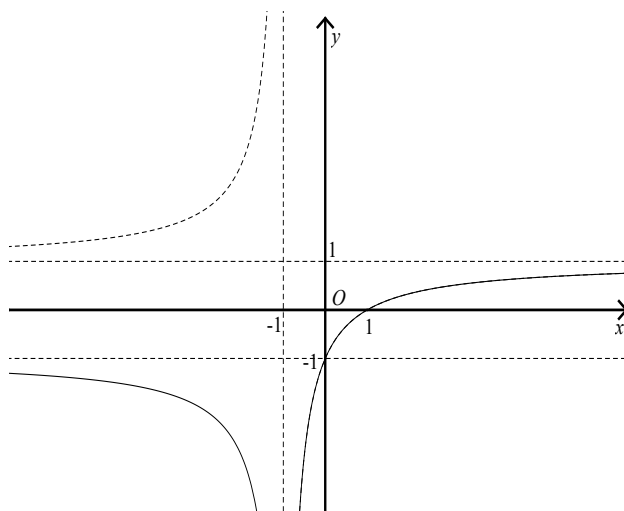
C. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

D. $y = \frac{|x|-1}{|x|+1}$

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

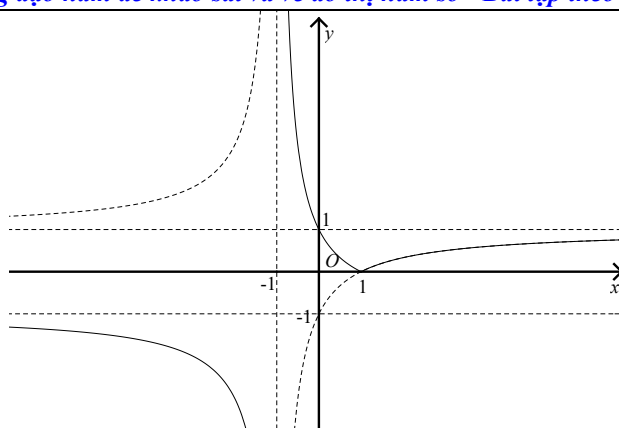
A. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

C. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

D. $|y| = \frac{x-1}{x+1}$

Câu 19. Cho đường cong (C) như hình vẽ:



Hỏi (C) là dạng đồ thị của hàm số nào?

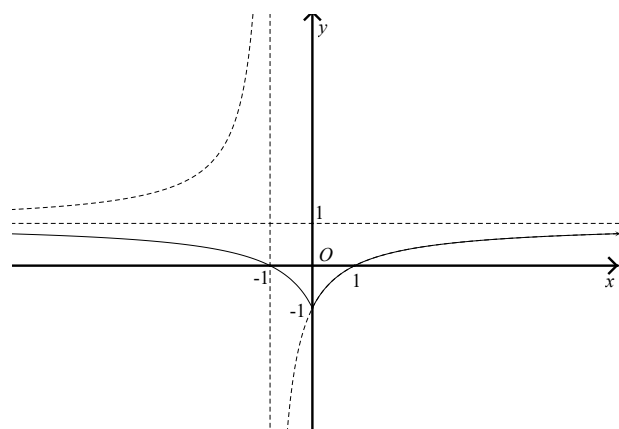
A. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

C. $y = \left| \frac{x-1}{2x+1} \right|$

D. $|y| = \frac{x-1}{2x+1}$

Câu 20. Cho đường cong (C) như hình vẽ:



Hỏi (C) là dạng đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

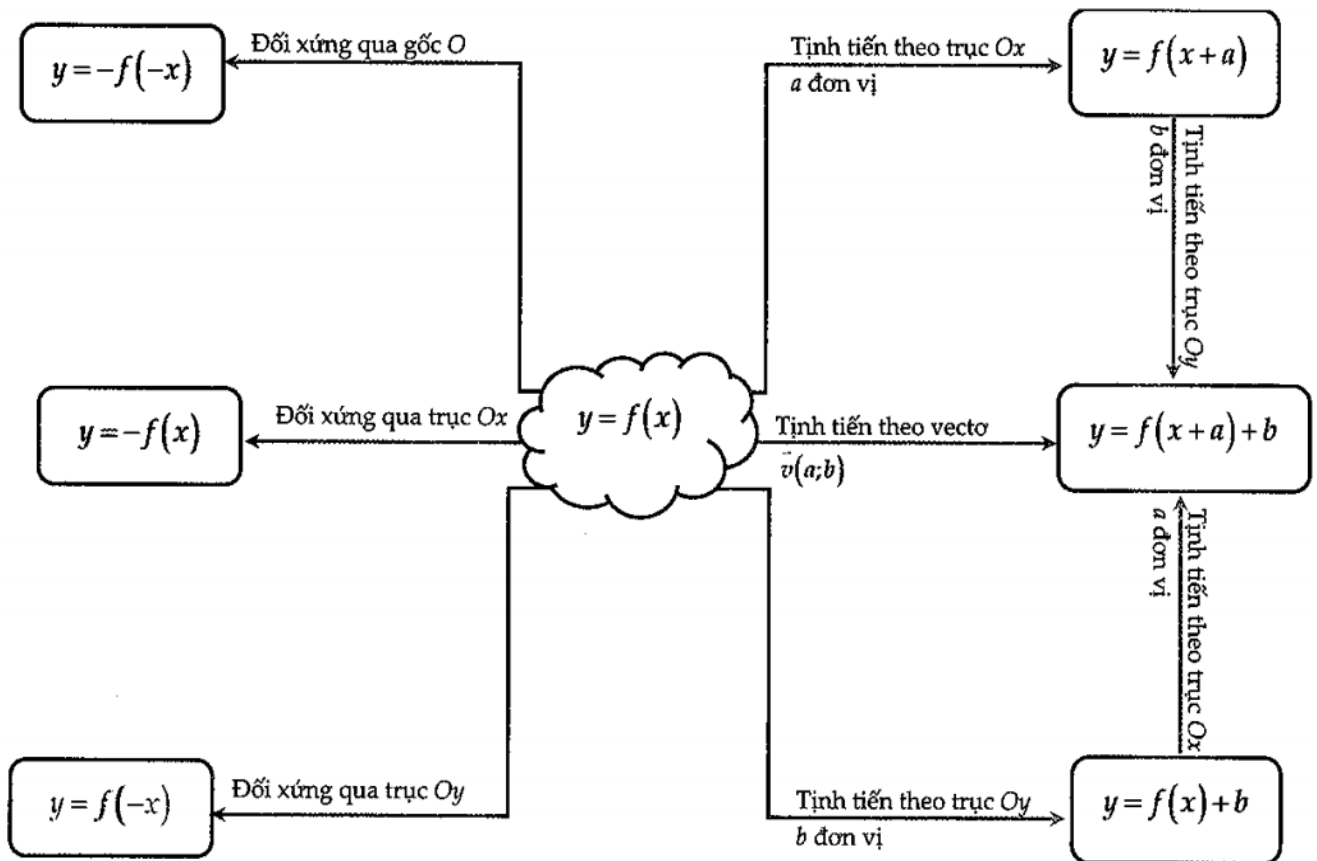
C. $y = \frac{|x|-1}{|x|+1}$

D. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

CHỦ ĐỀ 2**ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ TRỊ TUYỆT ĐỐI****I. Biến đổi đồ thị**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Khi đó, với số $a > 0$ ta có:

- Hàm số $y = f(x) + a$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Oy lên trên a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x) - a$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Oy xuống dưới a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x + a)$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Ox qua trái a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x - a)$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Ox qua phải a đơn vị.
- Hàm số $y = -f(x)$ có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục Ox .
- Hàm số $y = f(-x)$ có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục Oy .

**II. Đồ thị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Khi đó:

1. Dạng 1: $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases} \begin{matrix} (C_1) \\ (C_2) \end{matrix}$ có đồ thị (C') bằng cách:

- Đồ thị (C_1) là phần giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên trục Ox và bỏ phần (C) nằm dưới Ox .

• Đồ thị (C_2) là phần lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm dưới Ox qua Ox và bỏ phần đồ thị (C) nằm dưới Ox .

$$\Rightarrow \text{Đồ thị } (C') = (C_1) \cap (C_2)$$

2. Dạng 2: Hàm số $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases} \begin{matrix} (C_1) \\ (C_2) \end{matrix}$ có đồ thị (C') bằng cách:

• Đồ thị (C_1) là phần giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm bên phải trục Oy và bỏ phần (C) nằm bên trái Oy .

• Đồ thị (C_2) là phần lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) qua Oy .

$$\Rightarrow \text{Đồ thị } (C') = (C_1) \cap (C_2)$$

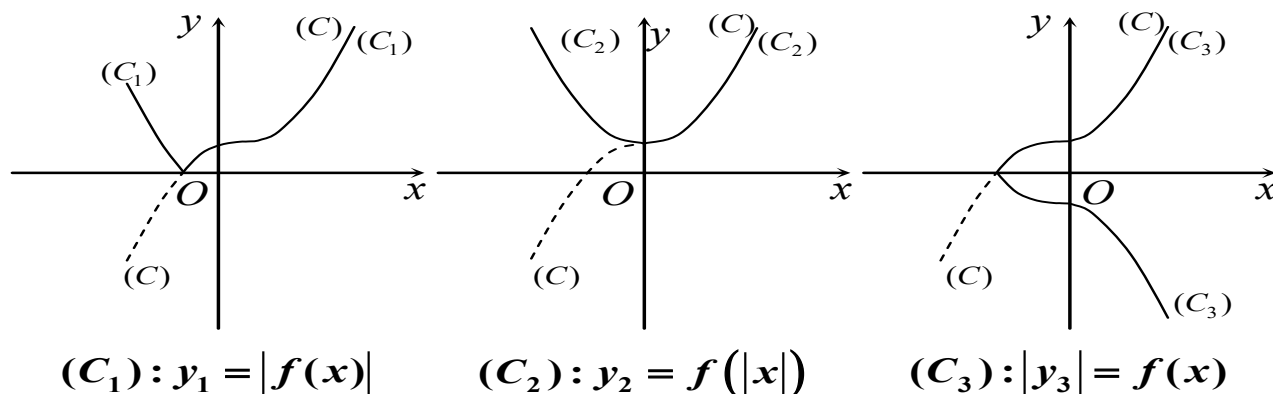
3. Dạng 3: Hàm số $|y| = f(x) = \begin{cases} y = f(x) & \text{khi } y \geq 0 \\ -y = f(x) & \text{khi } y < 0 \end{cases} \begin{matrix} (C_1) \\ (C_2) \end{matrix}$ có đồ thị (C') bằng cách:

• Đồ thị (C_1) là phần giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên trục Ox và bỏ phần (C) nằm dưới trục Ox .

• Đồ thị (C_2) là phần lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) qua Ox .

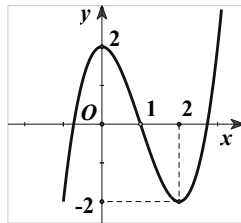
$$\Rightarrow \text{Đồ thị } (C') = (C_1) \cap (C_2)$$

Ví dụ

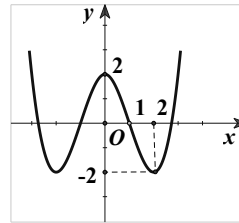


ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1.



Hình 1



Hình 2

Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x^3 - 3x^2 + 1|$.

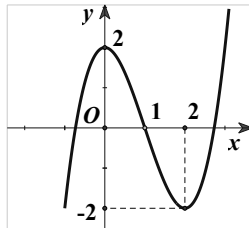
D. $y = |x|^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

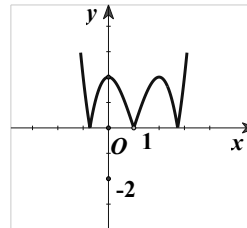
Chọn B.

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy
Toàn bộ đồ thị phía “phải” Oy sau đó lấy đối xứng sang trái.

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x^3 - 3x^2 + 1|$.

D. $y = |x|^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn A.

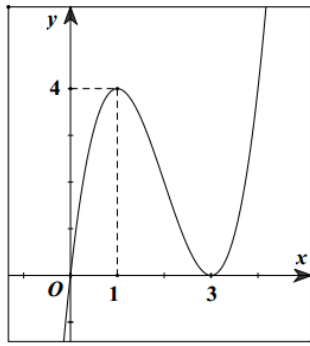
Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

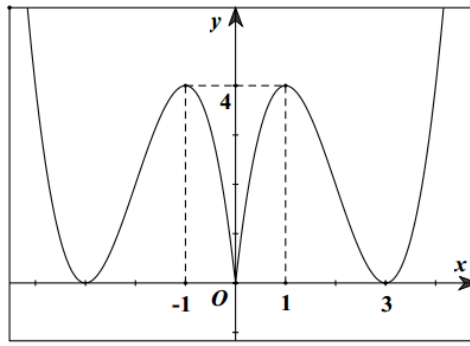
Toàn bộ đồ thị nằm phía trên Ox được giữ nguyên.

Phần đồ thị phía dưới Ox được lấy đối xứng qua Ox .

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

B. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

C. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

D. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

Lời giải

Chọn C.

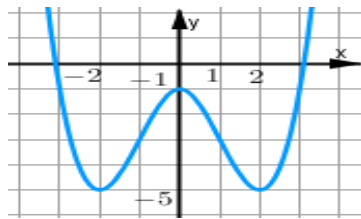
+/- Loại đáp án A vì: $y = -x^3 + 6x^2 - 9x = -(x^3 - 6x^2 + 9x)$

+/- Loại đáp án B, vì đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$ giữ lại phần đồ thị phía trên trục hoành và chỉ lấy đối xứng phần dưới trục hoành của đồ thị Hình 1.

+/- Loại đáp án D vì hệ số của x^2 khác -6.

+/- Đồ thị ở đáp án C là đồ thị của hàm số dạng $y = f(|x|)$. Chọn đáp án C

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị (C) của hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Tìm hàm số $y = f(x)$ trong các hàm số sau:

A. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$.

B. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$.

D. $f(x) = x^3 - 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị loại đáp án B, C

Xét trên khoảng $(0; +\infty)$, có $y = f(|x|) = f(x)$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có điểm cực tiểu $A(2; -5)$.

+ Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$

$$f(0) = -1;$$

$$\text{Có } f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

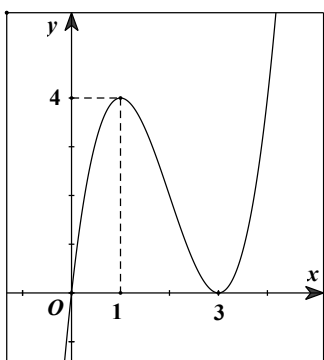
$$f''(2) = 6 > 0 \text{ nên hàm số đạt cực tiểu tại } x = 2$$

$$f(2) = -5 \text{ nên đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là } A(2; -5).$$

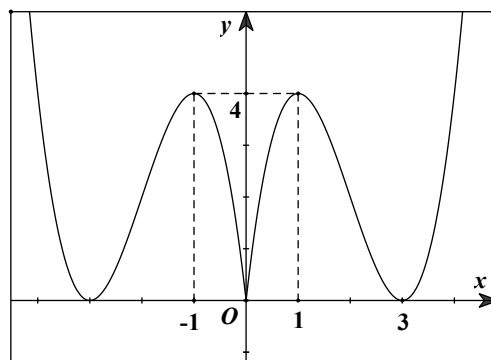
$$+ \text{ Xét hàm số } f(x) = x^3 - 2x^2 - 1$$

$$f(2) = -1 \text{ (loại)}$$

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

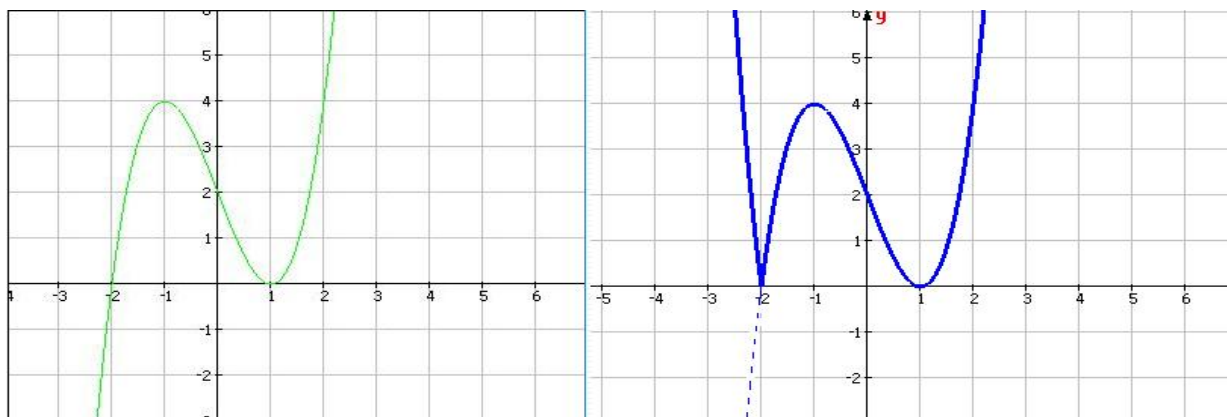
Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$. **B.** $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$. **C.** $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$. **D.** $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Hình 2

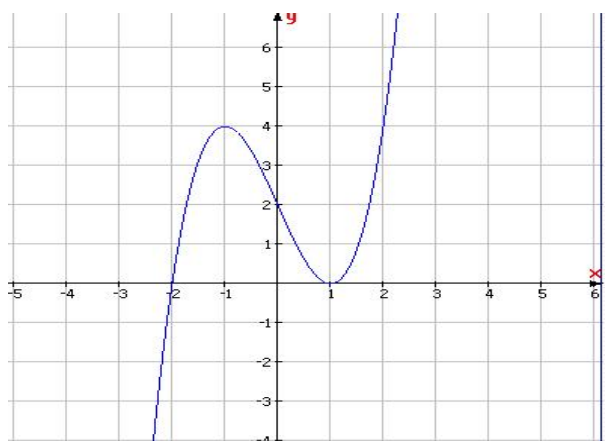
Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = |x|^3 - 3|x| + 2$. **B.** $y = x^3 - 3|x| + 2$. **C.** $|y| = x^3 - 3x + 2$ **D.** $y = |x^3 - 3x + 2|$

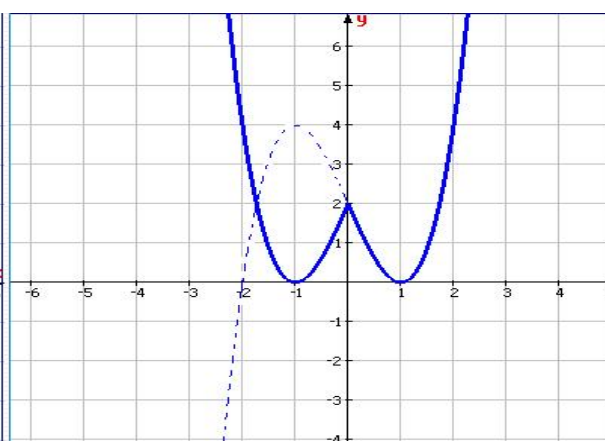
Lời giải

Chọn D.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

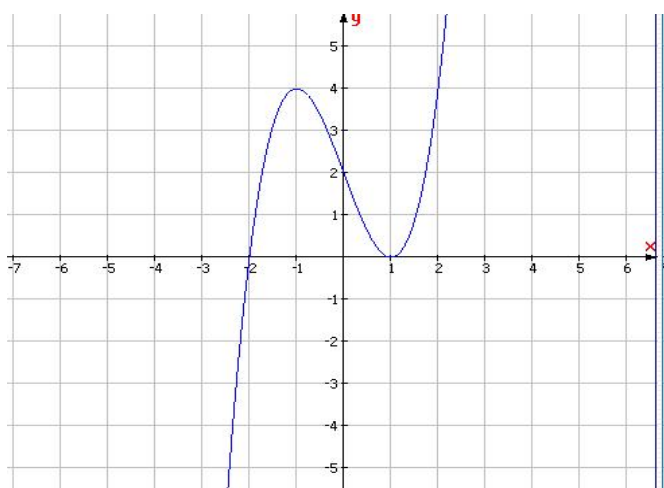
Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

- A.** $y = |x^3 - 3x + 2|$ **B.** $y = |x^3 - 3x + 2|$ **C.** $|y| = x^3 - 3x + 2$ **D.** $y = |x^3 - 3x| - 2$

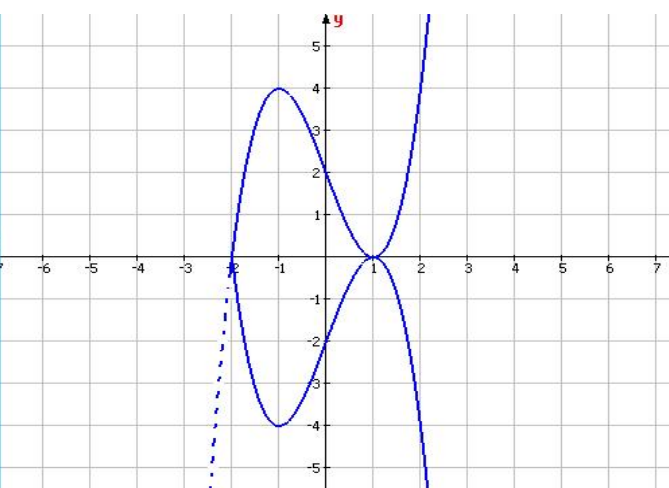
Lời giải

Chọn A.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

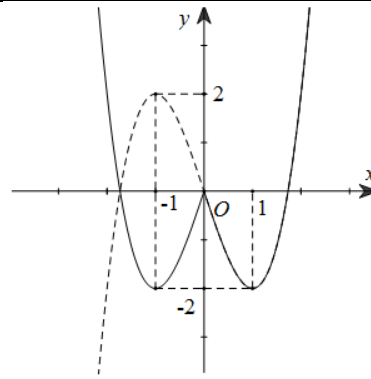
Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

- A.** $y = |x^3 - 3x + 2|$ **B.** $y = |x^3 - 3x + 2|$ **C.** $|y| = x^3 - 3x + 2$ **D.** $y = |x^3 - 3x| - 2$

Lời giải

Chọn C.

Câu 9. Cho đường cong (C) được vẽ bởi nét liền trong hình vẽ:



Hỏi (C) là dạng đồ thị của hàm số nào?

A. $y = -|x^3| + 3|x|$.

B. $y = |x^3 - 3x|$.

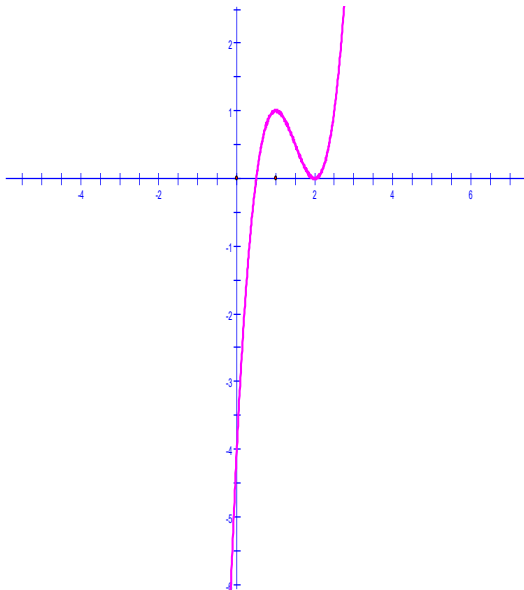
C. $y = x^3 - 3x$.

D. $y = |x^3| - 3|x|$.

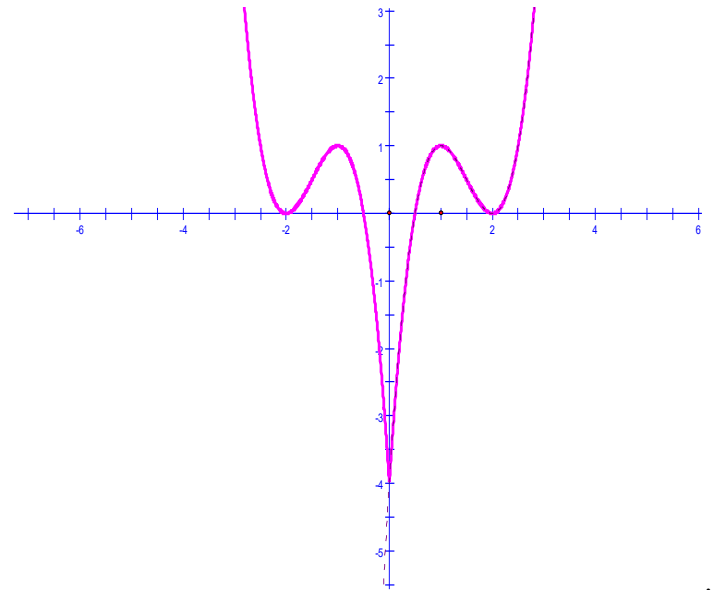
Lời giải

Chọn D.

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$

B. $y = |a|x^3 + bx^2 + c|x| + d|$

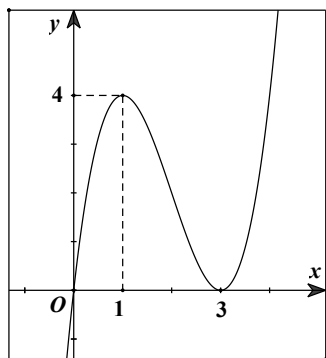
C. $y = a|x|^3 + bx^2 + c|x| + d$

D. $|y| = ax^3 + bx^2 + cx + d$

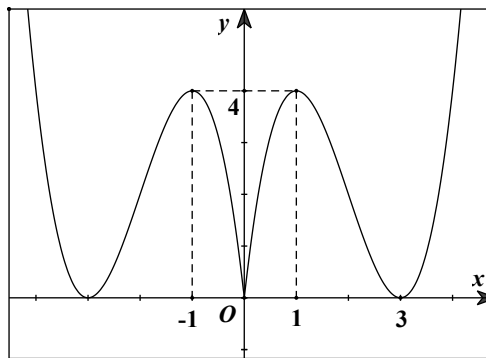
Lời giải

Chọn C.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Có các nhận định sau:

(1) đồ thị hình 2 là của hàm số $y = ||x|^3 - 6x^2 + 9|x||$.

(2) đồ thị hình 2 là của hàm số $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

(3) đồ thị hình 2 là của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

(4) đồ thị hình 2 là của hàm số $|y| = x^3 - 6x^2 + 9x$.

Có bao nhiêu nhận định sai?

A. 1

B. 2

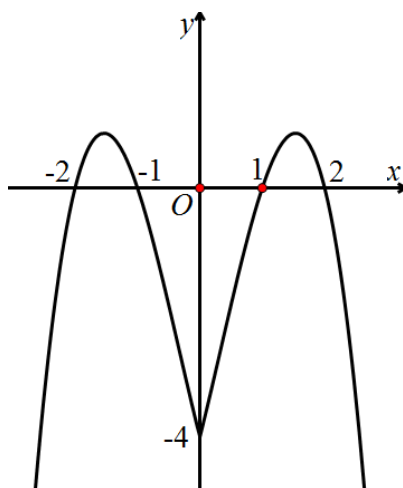
C. 3

D. 4

Lời giải

Chọn B.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$

B. $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x - 4$

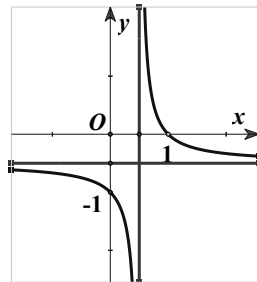
D. $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

Lời giải

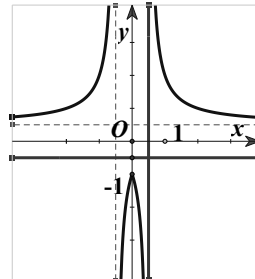
Chọn A.

ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ NHẤT BIẾN: $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ab-bc \neq 0)$

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{-x+1}{2x-1} \right|$

B. $y = \frac{|x|+1}{2|x|-1}$

C. $y = \frac{|-x+1|}{2x-1}$

D. $y = \frac{-x+1}{|2x-1|}$

Lời giải

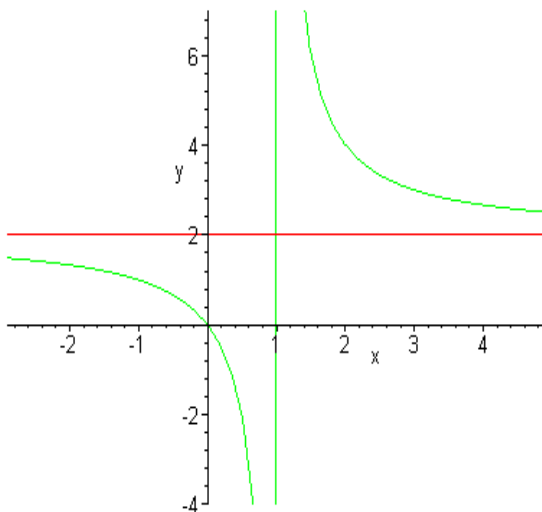
Chọn B.

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

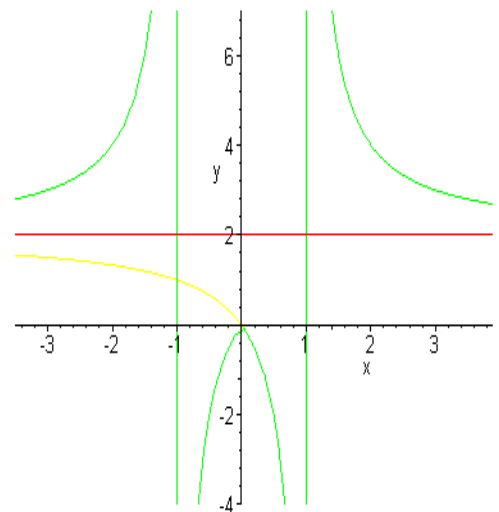
Toàn bộ đồ thị phía bên phải Oy được giữ nguyên

Sau đó, được lấy đối xứng sang trái.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $|y| = \frac{2x}{x-1}$

B. $y = \frac{2x}{|x-1|}$

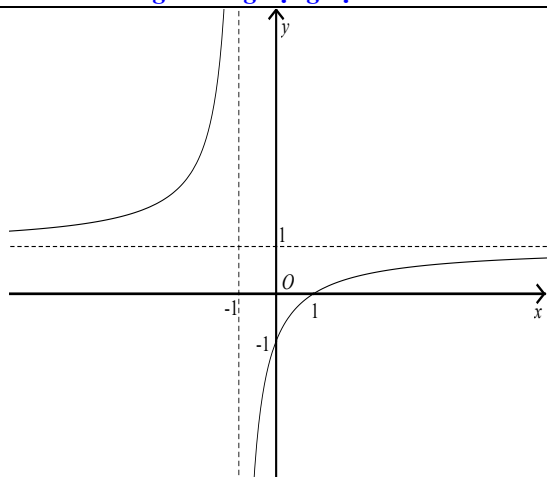
C. $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$

D. $y = \left| \frac{2x}{x-1} \right|$

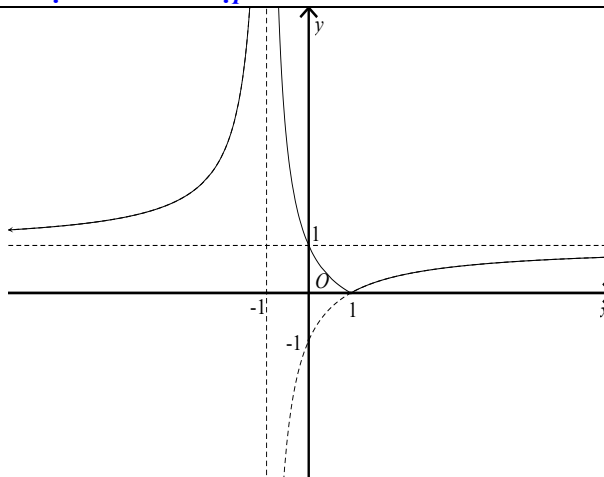
Lời giải

Chọn C.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $|y| = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

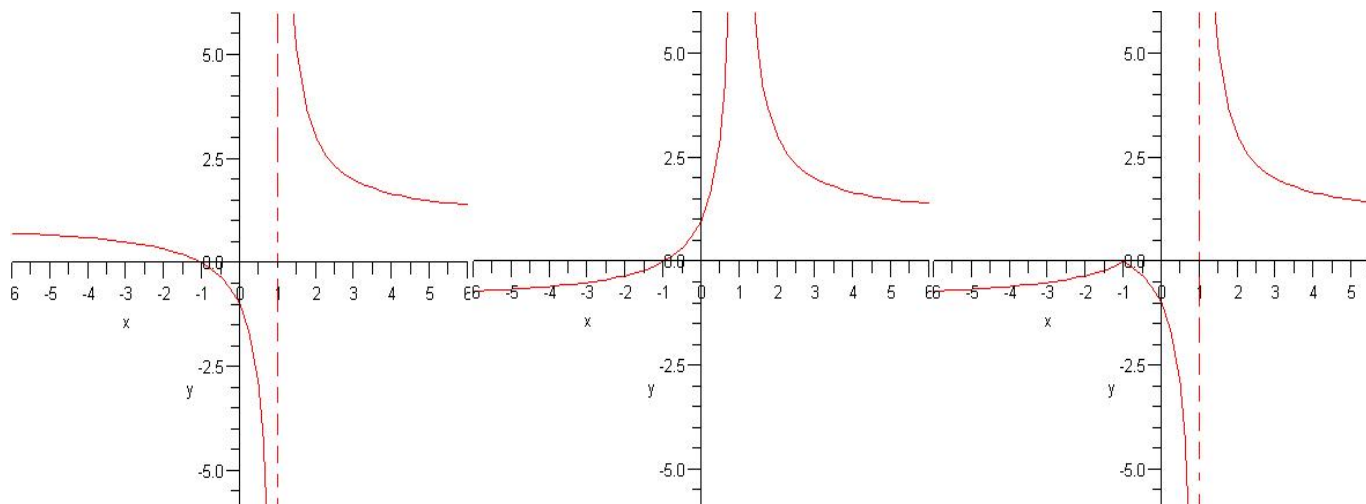
C. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

D. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

Lời giải

Chọn C.

Câu 16. Cho 3 đồ thị sau:



Hình 1

Hình 2

Hình 3

Nhận định nào sau đây đúng?

A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{2x+1}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $y = \frac{|2x+1|}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$ có đồ thị là hình 2; $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

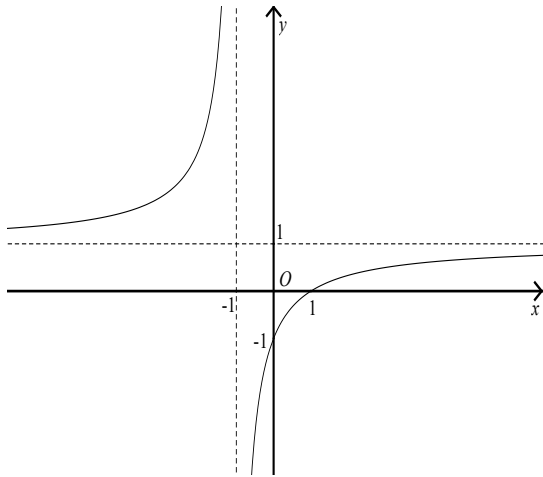
C. $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{x+1}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{x+1}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $|y| = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

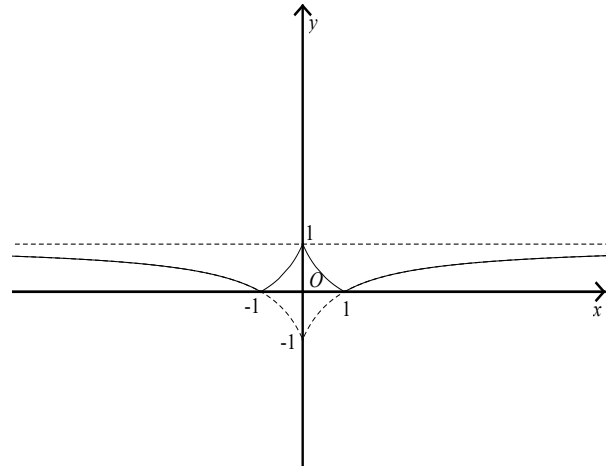
Lời giải

Chọn C.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $|y| = \frac{x-1}{x+1}$

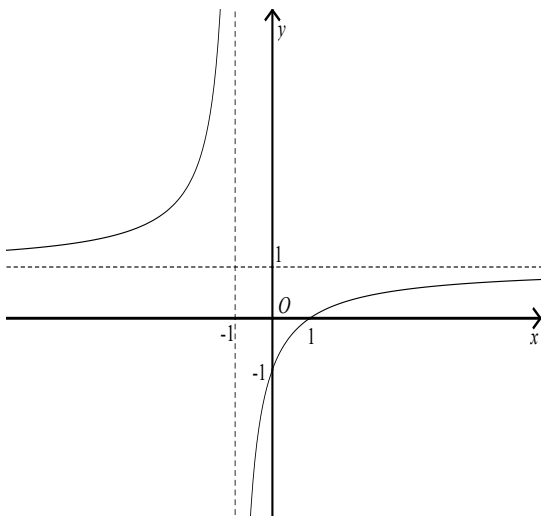
B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

C. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

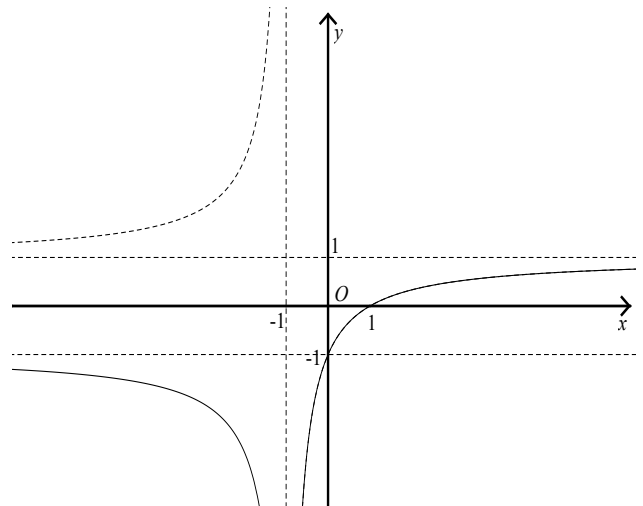
D. $y = \left| \frac{|x|-1}{|x|+1} \right|$

Lời giải**Chọn D.**

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

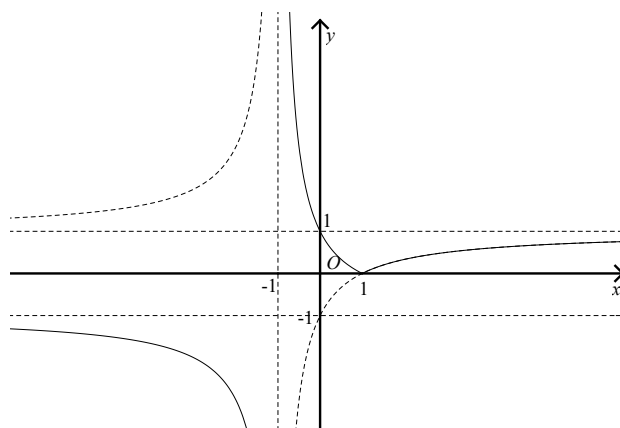
A. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

C. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

D. $|y| = \frac{x-1}{x+1}$

Lời giải

Chọn A.**Câu 19.** Cho đường cong (C) như hình vẽ:Hỏi (C) là dạng đồ thị của hàm số nào?

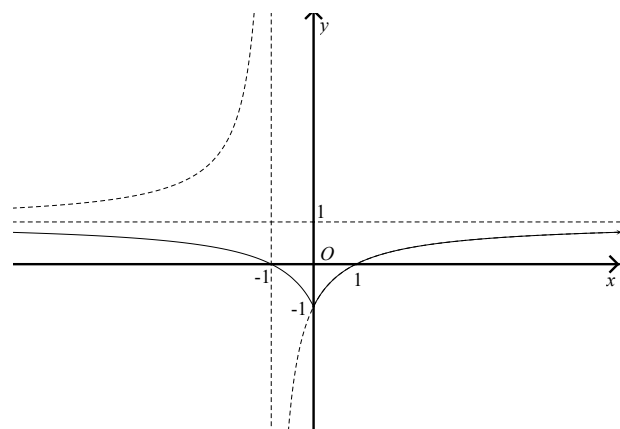
A. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

C. $y = \left| \frac{x-1}{2x+1} \right|$

D. $|y| = \frac{x-1}{2x+1}$

Lời giải

Chọn B.**Câu 20.** Cho đường cong (C) như hình vẽ:Hỏi (C) là dạng đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

C. $y = \frac{|x|-1}{|x|+1}$

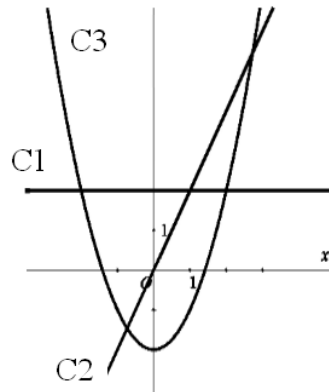
D. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

Lời giải

Chọn C.

CHỦ ĐỀ 3**ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ LIÊN QUAN ĐẾN $f'(x)$**

Câu 1. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

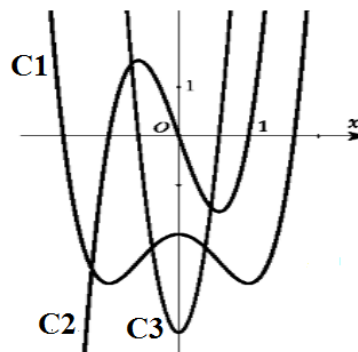
A. $(C_3); (C_2); (C_1)$.

B. $(C_2); (C_1); (C_3)$.

C. $(C_2); (C_3); (C_1)$.

D. $(C_1); (C_3); (C_2)$.

Câu 2. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. $(C_3); (C_2); (C_1)$.

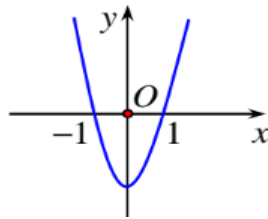
B. $(C_2); (C_1); (C_3)$.

C. $(C_2); (C_3); (C_1)$.

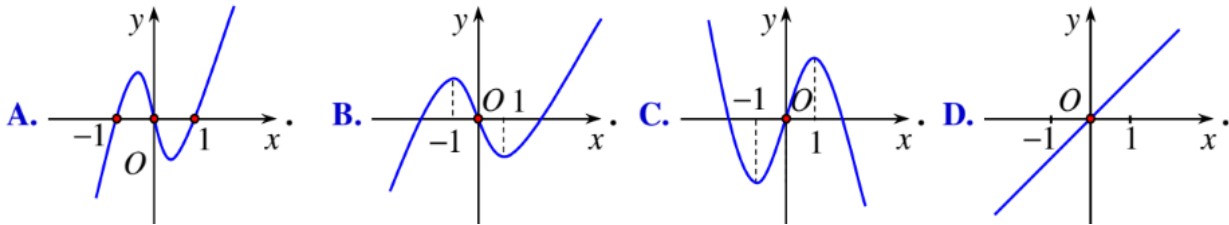
D. $(C_1); (C_2); (C_3)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, sao cho đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là parabol

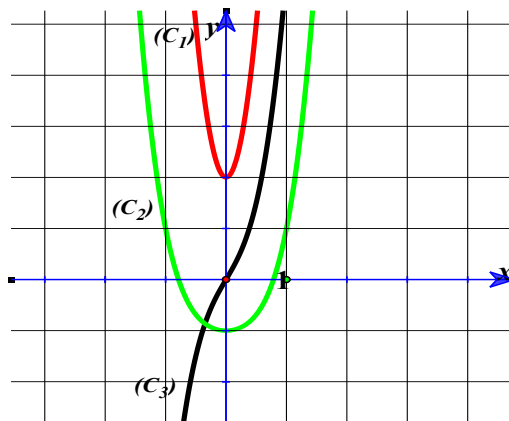
có dạng như trong hình bên.



Hỏi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị nào trong bốn đáp án sau?



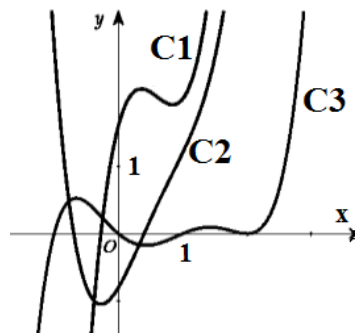
Câu 4. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. $(C_3); (C_2); (C_1)$. B. $(C_2); (C_1); (C_3)$. **C. $(C_2); (C_3); (C_1)$.** D. $(C_1); (C_2); (C_3)$.

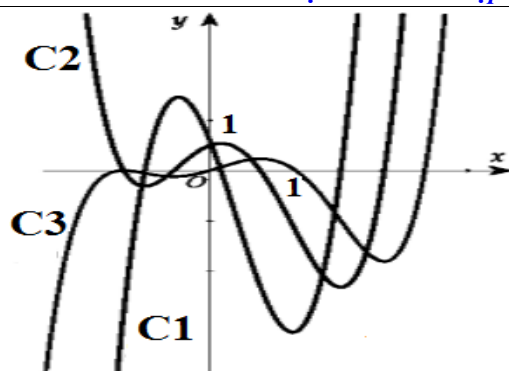
Câu 5. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. $(C_1); (C_2); (C_3)$. B. $(C_2); (C_1); (C_3)$. C. $(C_2); (C_3); (C_1)$. **D. $(C_3); (C_2); (C_1)$.**

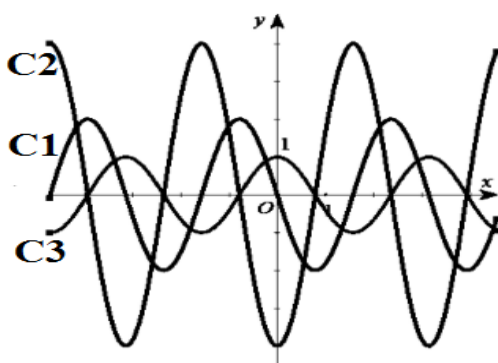
Câu 6. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. $(C_2); (C_1); (C_3)$. **B. $(C_3); (C_2); (C_1)$.** C. $(C_2); (C_3); (C_1)$. D. $(C_1); (C_2); (C_3)$.

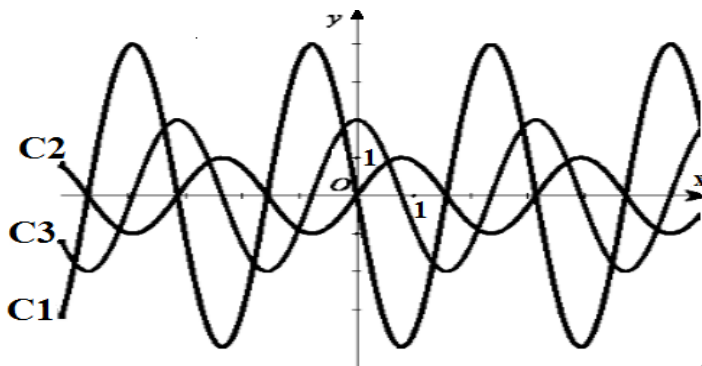
Câu 7. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. $(C_1); (C_2); (C_3)$. B. $(C_2); (C_1); (C_3)$. C. $(C_3); (C_2); (C_1)$. **D. $(C_3); (C_1); (C_2)$.**

Câu 8. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.

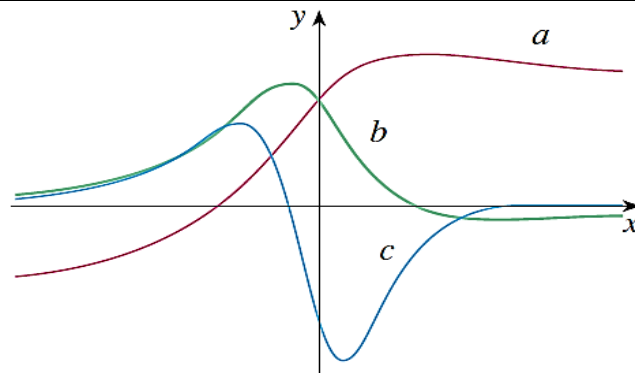


Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. $(C_1); (C_2); (C_3)$. B. $(C_1); (C_3); (C_2)$. C. $(C_3); (C_2); (C_1)$. **D. $(C_2); (C_3); (C_1)$.**

Lời giải

Câu 9. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

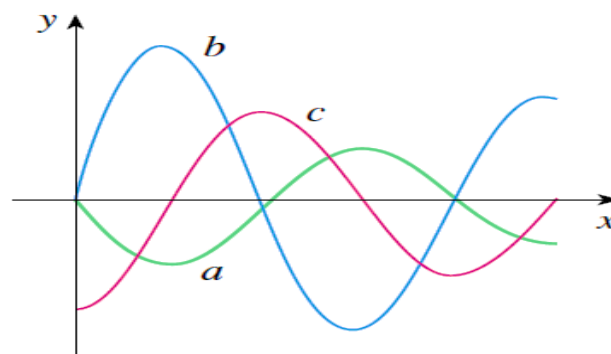
A. a, b, c .

B. b, a, c .

C. a, c, b .

D. b, c, a .

Câu 10. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

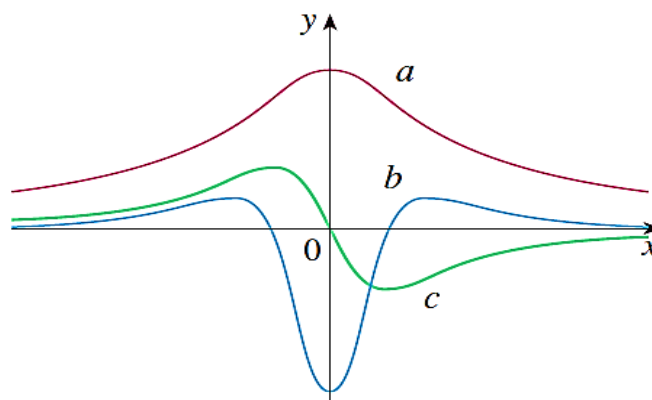
A. a, b, c .

B. b, a, c .

C. a, c, b .

D. b, c, a .

Câu 11. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. a, b, c .

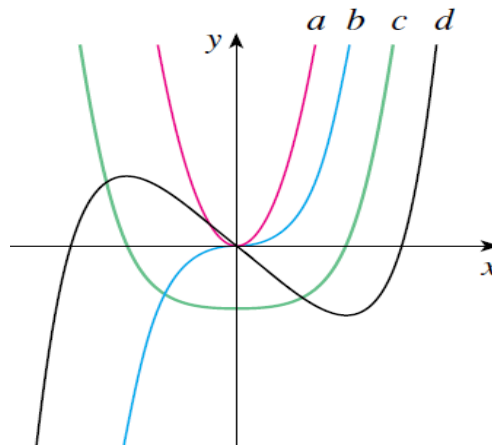
B. b, a, c .

C. a, c, b .

D. b, c, a .

Câu 12. Cho đồ thị của bốn hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$, $y = f'''(x)$ được vẽ mô tả ở hình

dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ và $y = f'''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

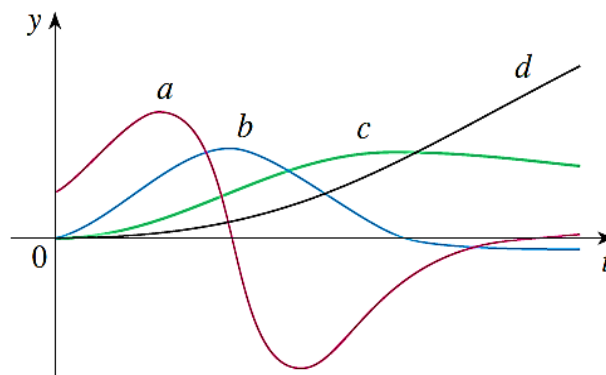
A. c, d, b, a .

B. d, c, b, a .

C. d, c, a, b .

D. d, b, c, a .

Câu 13. Cho đồ thị của bốn hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$, $y = f'''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$, $y = f'''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

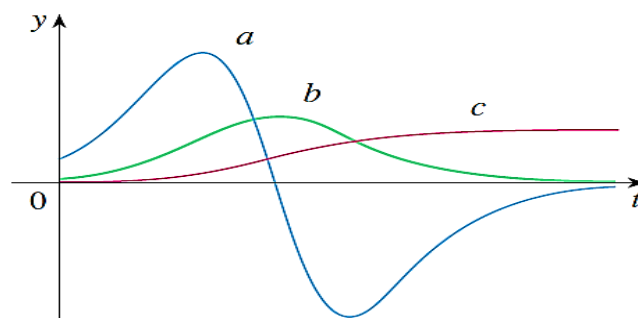
A. c, d, b, a .

B. d, c, a, b .

C. d, c, b, a .

D. d, b, c, a .

Câu 14. Một vật chuyển động có đồ thị của hàm quãng đường, hàm vận tốc và hàm gia tốc theo thời gian t được mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số trên theo thứ tự là các đường cong nào?

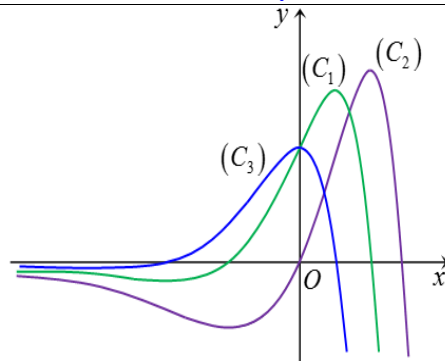
A. b, c, a .

B. c, a, b .

C. a, c, b .

D. c, b, a .

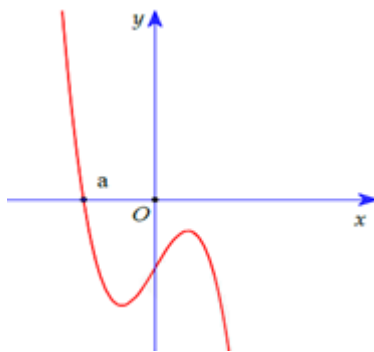
Câu 15. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. $(C_3); (C_2); (C_1)$. B. $(C_2); (C_1); (C_3)$. C. $(C_2); (C_3); (C_1)$. D. $(C_1); (C_3); (C_2)$.

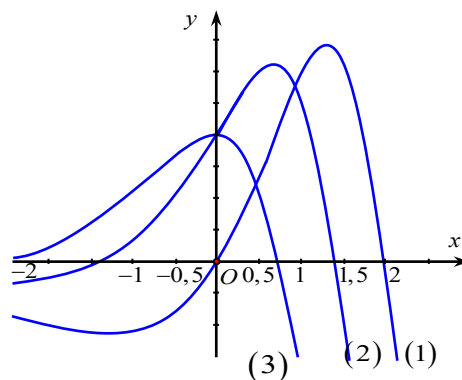
Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như trong hình vẽ bên.



Biết $f(a) < 0$, hỏi phương trình $f(x) = 0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

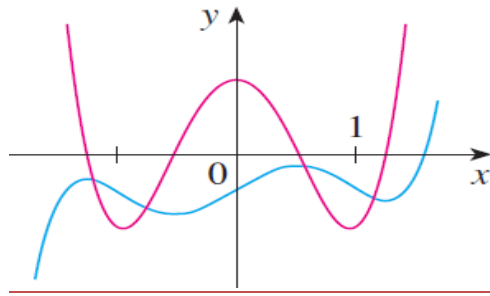
Câu 17. Cho 3 hàm số $y = f(x)$, $y = g(x) = f'(x)$, $y = h(x) = g'(x)$ có đồ thị là 3 đường cong trong hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $g(-1) > h(-1) > f(-1)$. B. $h(-1) > g(-1) > f(-1)$.
C. $h(-1) > f(-1) > g(-1)$. D. $f(-1) > g(-1) > h(-1)$.

Câu 18. Cho đồ thị của hàm số f và f' như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

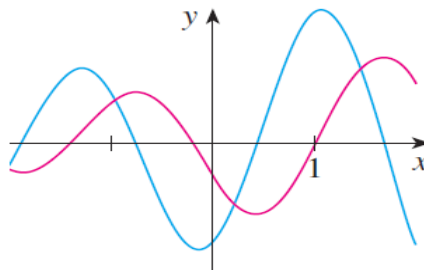
A. $f'(-1) < f''(1)$.

B. $f'(-1) > f''(1)$.

C. $f'(-1) = f''(1)$.

D. $f''(0) \neq f''(1)$.

Câu 19. Cho đồ thị của hàm số f và f' như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

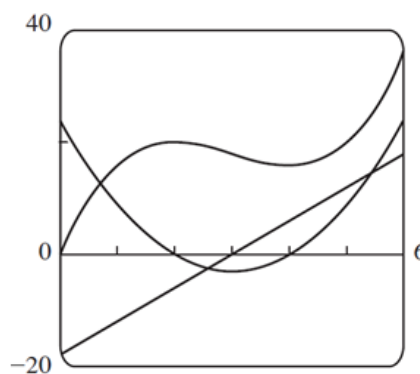
A. $f'(-1) < f''(1)$.

B. $f'(-1) > f''(1)$.

C. $f'(-1) = f''(1)$.

D. $f'(-1) = 2f''(1)$.

Câu 20. Cho 3 hàm số $y = f(x)$, $y = g(x) = f'(x)$, $y = h(x) = g'(x)$ có đồ thị là 3 đường cong trong hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $g(1) > h(1) > f(1)$.

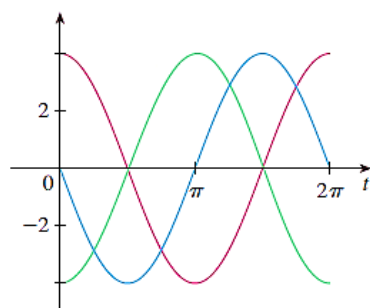
B. $h(1) > g(1) > f(1)$.

C. $h(1) > f(1) > g(1)$.

D. $f(1) > g(1) > h(1)$.

Câu 21. Một vật chuyển động có đồ thị của hàm quãng đường $s(t)$, hàm vận tốc $v(t)$ và hàm gia tốc

$a(t)$ theo thời gian t được mô tả ở hình dưới đây.



Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

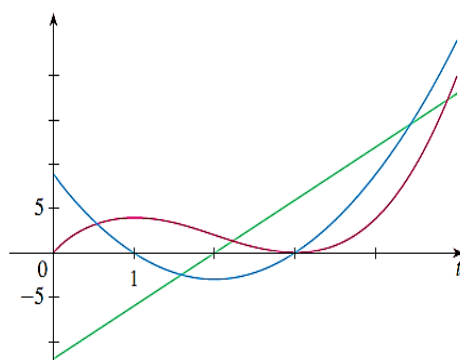
A. $s(\pi) < v(\pi) < a(\pi)$.

B. $a(\pi) < v(\pi) < s(\pi)$.

C. $s(\pi) < a(\pi) < v(\pi)$.

D. $v(\pi) < a(\pi) < s(\pi)$.

Câu 22. Một vật chuyển động có đồ thị của hàm quãng đường $s(t)$, hàm vật tốc $v(t)$ và hàm gia tốc $a(t)$ theo thời gian t được mô tả ở hình dưới đây.



Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $s(4) < v(4) < a(4)$.

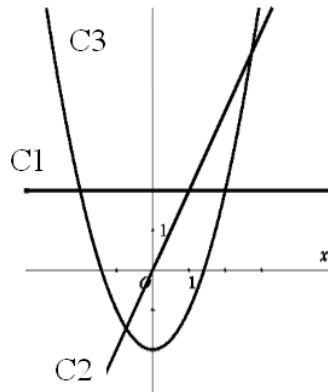
B. $a(4) < v(4) < s(4)$.

C. $s(4) < a(4) < v(4)$.

D. $v(4) < a(4) < s(4)$.

CHỦ ĐỀ 3**ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ LIÊN QUAN ĐẾN $f'(x)$**

Câu 1. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. $(C_3); (C_2); (C_1)$.

B. $(C_2); (C_1); (C_3)$.

C. $(C_2); (C_3); (C_1)$.

D. $(C_1); (C_3); (C_2)$.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị ta thấy:

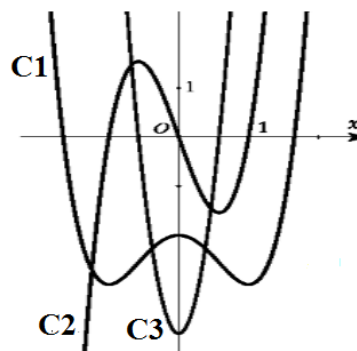
+ đồ thị (C_1) là đồ thị hàm hằng

+ đồ thị (C_2) là đồ thị hàm bậc nhất

+ đồ thị (C_3) là đồ thị hàm bậc hai

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt $(C_3); (C_2); (C_1)$

Câu 2. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



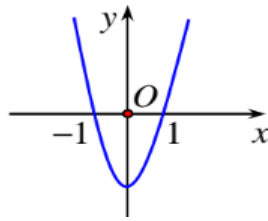
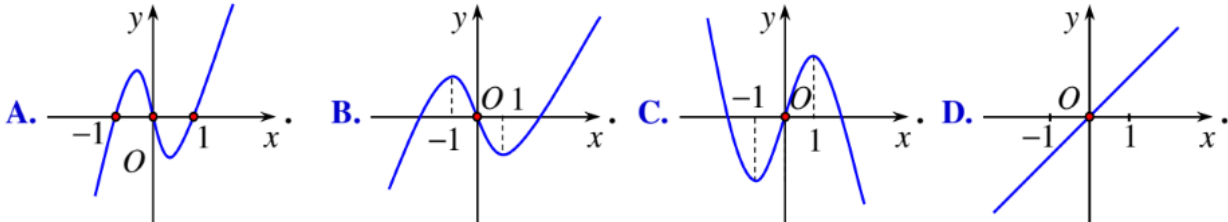
Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. $(C_3); (C_2); (C_1)$.

B. $(C_2); (C_1); (C_3)$.

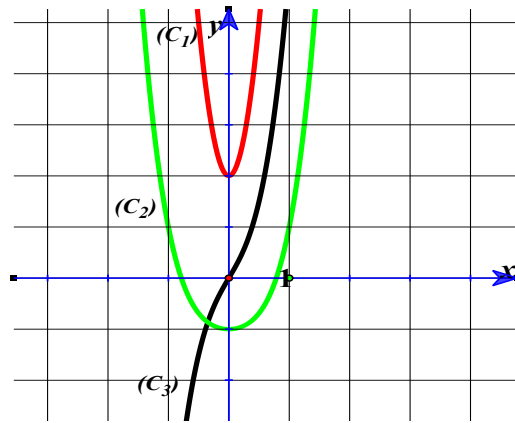
C. $(C_2); (C_3); (C_1)$.D. $(C_1); (C_2); (C_3)$.**Lời giải****Chọn D.**

Từ đồ thị ta thấy:

+ đồ thị (C_1) là đồ thị hàm bậc 4+ đồ thị (C_2) là đồ thị hàm bậc 3+ đồ thị (C_3) là đồ thị hàm bậc 2Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt $(C_1); (C_2); (C_3)$ **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, sao cho đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là parabol có dạng như trong hình bên.Hỏi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị nào trong bốn đáp án sau?**Lời giải****Chọn B.**+ Từ đồ thị ta thấy $y = f'(x)$ là parabol nên là hàm bậc 2 suy ra đồ thị của hàm số $y = f(x)$ hàm bậc 3 suy. Loại đáp án D+ đồ thị ta thấy $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại 2 điểm có hoành độ $x = -1; x = 1$ suy ra đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có hoành độ điểm cực trị là $x = -1; x = 1$. Loại đáp án A+ Từ đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy $\begin{cases} f'(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1; x > 1 \\ f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1 \end{cases}$ suy ra đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đồng biến $x < -1; x > 1$ và nghịch biến $-1 < x < 1$

Chọn đáp án B

Câu 4. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. $(C_3); (C_2); (C_1)$. B. $(C_2); (C_1); (C_3)$. **C. $(C_2); (C_3); (C_1)$.** D. $(C_1); (C_2); (C_3)$.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị ta thấy:

+ đồ thị (C_1) là đồ thị hàm bậc hai hoặc hàm trùng phương

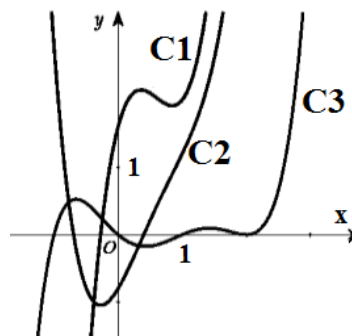
+ đồ thị (C_2) là đồ thị hàm bậc hai hoặc hàm trùng phương

+ đồ thị (C_3) là đồ thị hàm bậc 3

Loại đáp án A, B, D

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt $(C_2); (C_3); (C_1)$

Câu 5. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. $(C_1); (C_2); (C_3)$. B. $(C_2); (C_1); (C_3)$. C. $(C_2); (C_3); (C_1)$. **D. $(C_3); (C_2); (C_1)$.**

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta thấy:

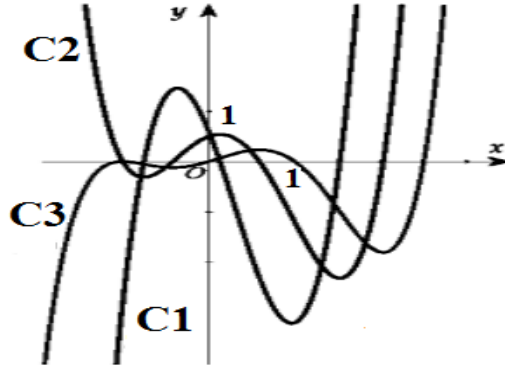
+ đồ thị (C_1) là đồ thị hàm bậc 3

+ đồ thị (C_2) là đồ thị hàm bậc hai hoặc hàm trùng phương

+ đồ thị (C_3) là đồ thị hàm bậc 5 vì có 4 cực trị

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt (C_3) ; (C_2) ; (C_1)

Câu 6. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. (C_2) ; (C_1) ; (C_3) . B. (C_3) ; (C_2) ; (C_1) . C. (C_2) ; (C_3) ; (C_1) . D. (C_1) ; (C_2) ; (C_3) .

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị ta thấy:

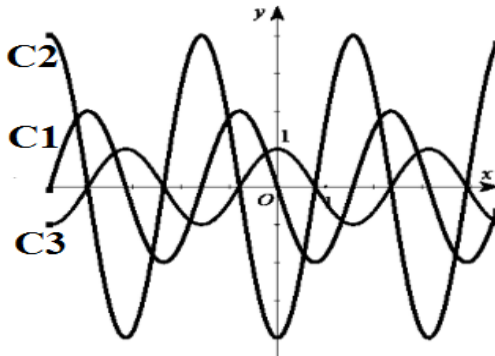
+ đồ thị (C_1) là đồ thị hàm bậc 3 vì có 2 cực trị

+ đồ thị (C_2) là đồ thị hàm bậc 4 vì có 3 cực trị

+ đồ thị (C_3) là đồ thị hàm bậc 5 vì có 4 cực trị

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt (C_3) ; (C_2) ; (C_1)

Câu 7. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. (C_1) ; (C_2) ; (C_3) . B. (C_2) ; (C_1) ; (C_3) . C. (C_3) ; (C_2) ; (C_1) . D. (C_3) ; (C_1) ; (C_2) .

Lời giải

Chọn D.

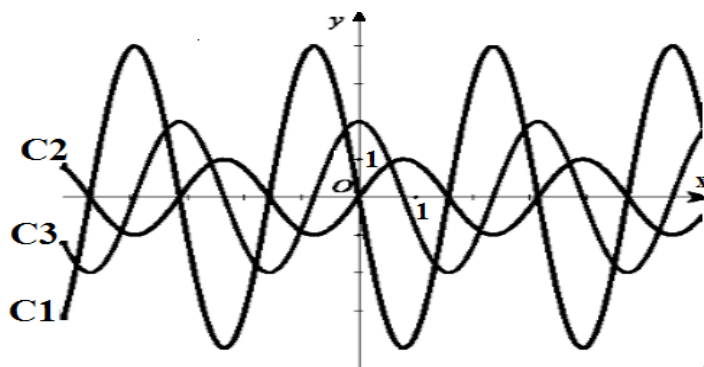
Từ đồ thị ta thấy:

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị (C_2) , đồ thị của (C_1) đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị (C_2) , đồ thị của (C_1) đi xuống, suy ra (C_2) là đạo hàm (C_1) .

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị (C_1) , đồ thị của (C_3) đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị (C_1) , đồ thị của (C_3) đi xuống, suy ra (C_1) là đạo hàm (C_3) .

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt (C_3) ; (C_1) ; (C_2)

Câu 8. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. (C_1) ; (C_2) ; (C_3) . B. (C_1) ; (C_3) ; (C_2) . C. (C_3) ; (C_2) ; (C_1) . **D. (C_2) ; (C_3) ; (C_1) .**

Lời giải

Chọn D.

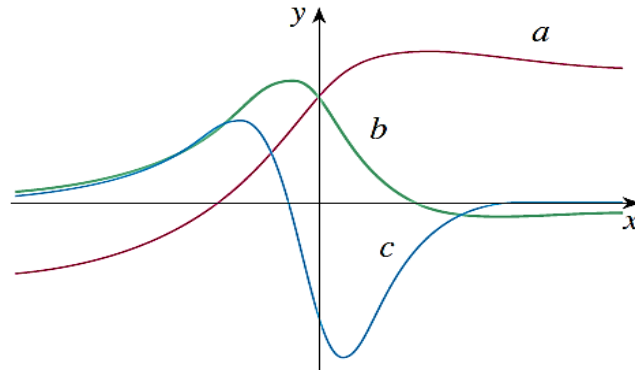
Từ đồ thị ta thấy:

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị (C_1) , đồ thị của (C_3) đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị (C_1) , đồ thị của (C_3) đi xuống, suy ra (C_1) là đạo hàm (C_3) .

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị (C_3) , đồ thị của (C_2) đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị (C_3) , đồ thị của (C_2) đi xuống, suy ra (C_3) là đạo hàm (C_2) .

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt (C_2) ; (C_3) ; (C_1)

Câu 9. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. a, b, c .

B. b, a, c .

C. a, c, b .

D. b, c, a .

Lời giải

Chọn A.

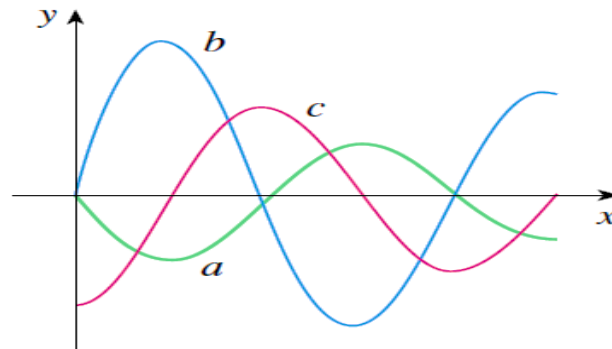
Từ đồ thị ta thấy:

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị b , đồ thị của a đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị b , đồ thị của a đi xuống, suy ra b là đạo hàm của a .

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị c , đồ thị của b đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị c , đồ thị của b đi xuống, suy ra c là đạo hàm của b .

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt a, b, c .

Câu 10. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. a, b, c .

B. b, a, c .

C. a, c, b .

D. b, c, a .

Lời giải

Chọn C.

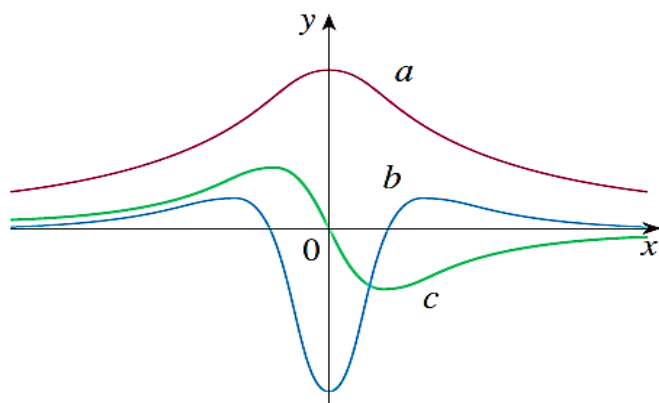
Từ đồ thị ta thấy:

+ Đồ thị c cắt trục Ox tại điểm ứng hoành độ cực trị của b, a . Suy ra c là đạo hàm của a hoặc b .

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị b , đồ thị của c đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị b , đồ thị của c đi xuống, suy ra b là đạo hàm của c .

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt a, c, b .

Câu 11. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. a, b, c .

B. b, a, c .

C. a, c, b .

D. b, c, a .

Lời giải

Chọn C.

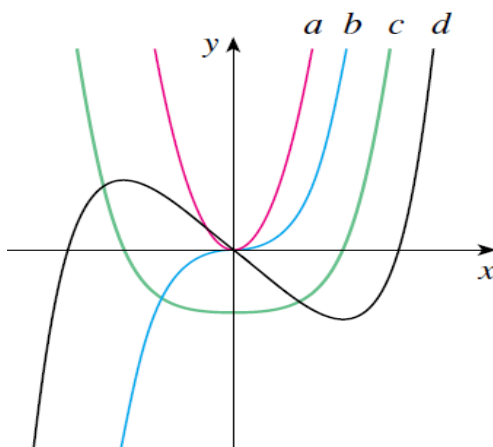
Từ đồ thị ta thấy:

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị c , đồ thị của a đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị c , đồ thị của a đi xuống, suy ra c là đạo hàm a .

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị b , đồ thị của c đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị b , đồ thị của c đi xuống, suy ra b là đạo hàm c .

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt a, c, b .

Câu 12. Cho đồ thị của bốn hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$, $y = f'''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ và $y = f'''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. c, d, b, a .

B. d, c, b, a .

C. d, c, a, b .

D. d, b, c, a .

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị ta thấy:

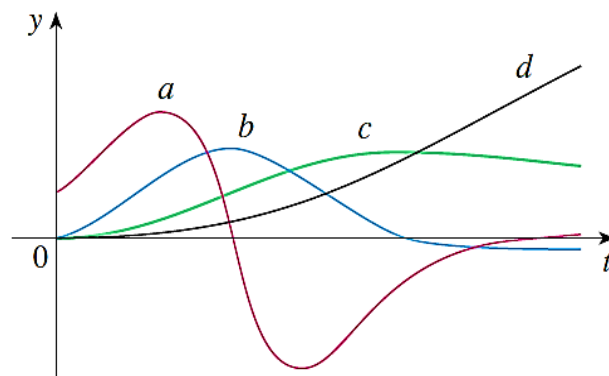
+ đồ thị a nằm trên trục Ox và của đồ thị b luôn đồng biến. Suy ra a là đạo hàm b . Loại C, D

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị b , đồ thị của c đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị b , đồ thị của c đi xuống, suy ra b là đạo hàm c .

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị c , đồ thị của d đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị c , đồ thị của d đi xuống, suy ra c là đạo hàm d .

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ và theo thứ tự, lần lượt d, c, b, a .

Câu 13. Cho đồ thị của bốn hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$, $y = f'''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$, $y = f'''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. c, d, b, a .B. d, c, a, b .**C. d, c, b, a .**D. d, b, c, a .**Lời giải****Chọn C.**

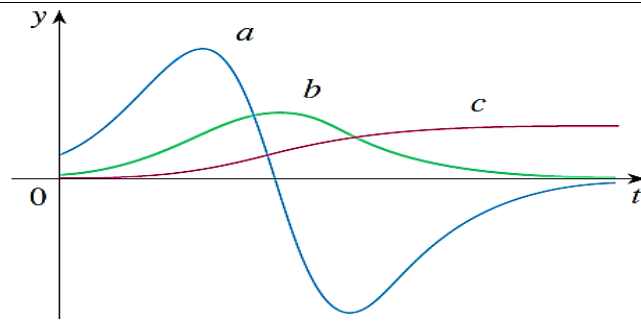
Từ đồ thị ta thấy:

+ đồ thị c nằm trên trục Ox và của đồ thị d luôn đồng biến. Suy ra c là đạo hàm d .

+ đồ thị a cắt trục Ox tại 2 điểm, đồ thị b cắt trục Ox tại 1 điểm. Suy ra b là đạo hàm a .

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$, $y = f'''(x)$ và theo thứ tự, lần lượt d, c, b, a .

Câu 14. Một vật chuyển động có đồ thị của hàm quãng đường, hàm vật tốc và hàm gia tốc theo thời gian t được mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số trên theo thứ tự là các đường cong nào?

A. b, c, a .

B. c, a, b .

C. a, c, b .

D. c, b, a .

Lời giải

Chọn D.

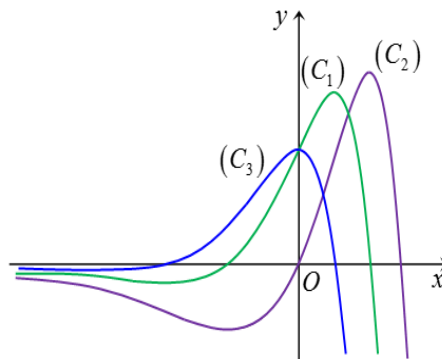
Từ đồ thị ta thấy:

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị a , đồ thị của b đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị a , đồ thị của b đi xuống, suy ra a là đạo hàm b . Loại B, C

+ đồ thị c nằm trên trục Ox, mà của đồ thị a không luôn đồng biến. Loại A

Vậy đồ thị của hàm quãng đường, hàm vật tốc và hàm gia tốc theo thứ tự, lần lượt c, b, a .

Câu 15. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. $(C_3); (C_2); (C_1)$.

B. $(C_2); (C_1); (C_3)$.

C. $(C_2); (C_3); (C_1)$.

D. $(C_1); (C_3); (C_2)$.

Lời giải

Chọn B.

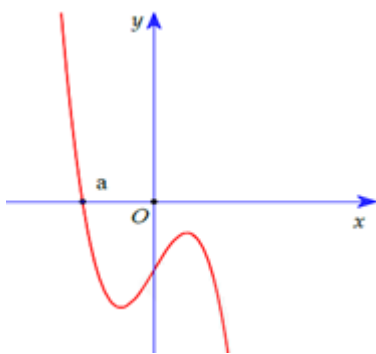
Từ đồ thị ta thấy:

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị (C_3) , đồ thị của (C_1) đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị (C_3) , đồ thị của (C_1) đi xuống, suy ra (C_3) là đạo hàm (C_1) . Loại A, C

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị (C_1) , đồ thị của (C_2) đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị (C_1) , đồ thị của (C_2) đi xuống, suy ra (C_1) là đạo hàm (C_2) .

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ và theo thứ tự, lần lượt $(C_2); (C_1); (C_3)$

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như trong hình vẽ bên.



Biết $f(a) < 0$, hỏi phương trình $f(x) = 0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

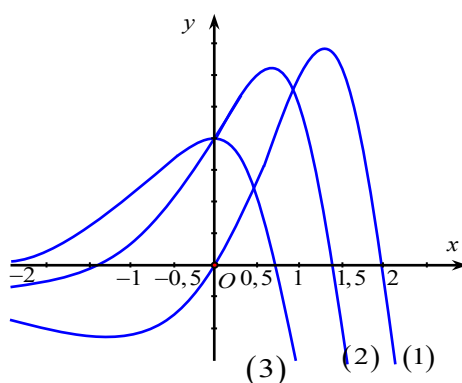
đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại 1 điểm có hoành độ âm. Suy ra đồ thị hàm số $f(x) = 0$ có 1 cực trị có hoành độ âm.

Mặt khác $f(a) < 0$ nên điểm cực trị có hoành độ âm và tung độ âm

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ suy ra hàm số $f(x) = 0$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; a)$ và nghịch biến trên khoảng $(a; +\infty)$ nên không cắt trục Ox.

Vậy phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm

Câu 17. Cho 3 hàm số $y = f(x)$, $y = g(x) = f'(x)$, $y = h(x) = g'(x)$ có đồ thị là 3 đường cong trong hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $g(-1) > h(-1) > f(-1)$.

B. $h(-1) > g(-1) > f(-1)$.

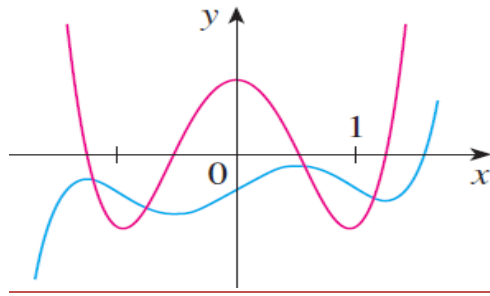
C. $h(-1) > f(-1) > g(-1)$.

D. $f(-1) > g(-1) > h(-1)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 18. Cho đồ thị của hàm số f và f' như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $f'(-1) < f''(1)$.

B. $f'(-1) > f''(1)$.

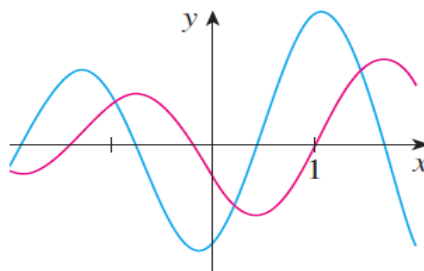
C. $f'(-1) = f''(1)$.

D. $f''(0) \neq f''(1)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 19. Cho đồ thị của hàm số f và f' như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $f'(-1) < f''(1)$.

B. $f'(-1) > f''(1)$.

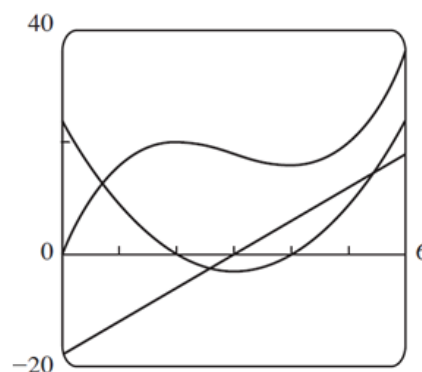
C. $f'(-1) = f''(1)$.

D. $f'(-1) = 2f''(1)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 20. Cho 3 hàm số $y = f(x)$, $y = g(x) = f'(x)$, $y = h(x) = g'(x)$ có đồ thị là 3 đường cong trong hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $g(1) > h(1) > f(1)$.

B. $h(1) > g(1) > f(1)$.

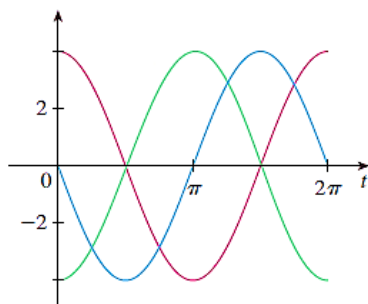
C. $h(1) > f(1) > g(1)$.

D. $f(1) > g(1) > h(1)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 21. Một vật chuyển động có đồ thị của hàm quãng đường $s(t)$, hàm vận tốc $v(t)$ và hàm gia tốc $a(t)$ theo thời gian t được mô tả ở hình dưới đây.



Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $s(\pi) < v(\pi) < a(\pi)$.

B. $a(\pi) < v(\pi) < s(\pi)$.

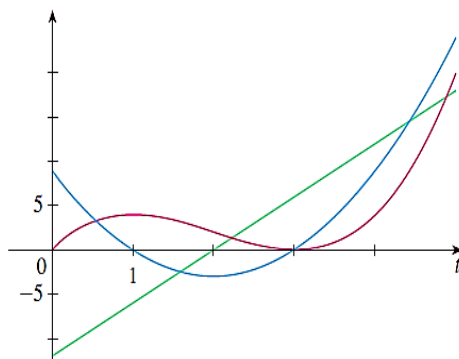
C. $s(\pi) < a(\pi) < v(\pi)$.

D. $v(\pi) < a(\pi) < s(\pi)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 22. Một vật chuyển động có đồ thị của hàm quãng đường $s(t)$, hàm vận tốc $v(t)$ và hàm gia tốc $a(t)$ theo thời gian t được mô tả ở hình dưới đây.



Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $s(4) < v(4) < a(4)$.

B. $a(4) < v(4) < s(4)$.

C. $s(4) < a(4) < v(4)$.

D. $v(4) < a(4) < s(4)$.

Lời giải

Chọn A.

CHỦ ĐỀ 4

ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Khi máu di chuyển từ tim qua các động mạch chính rồi đến các mao mạch và quay trở lại qua các tĩnh mạch, huyết áp tâm thu (tức là áp lực của máu lên động mạch khi tim co bóp) liên tục giảm xuống. Giả sử một người có huyết áp tâm thu P (tính bằng mmHg) được cho bởi hàm số $P(t) = \frac{25t^2 + 125}{t^2 + 1}$, ($0 \leq t \leq 10$), trong đó thời gian t được tính bằng giây. Tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim là:

- A. $\frac{375}{13}$. B. $\frac{125}{13}$. C. $\frac{250}{169}$. D. $\frac{375}{169}$.

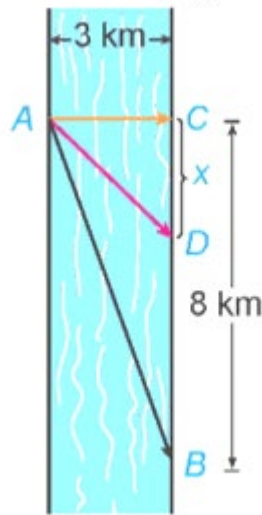
Câu 2. Người quản lý của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lý nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

- A. 800 000 000 (đồng). B. 8 100 000 (đồng).
C. 8 000 000 (đồng). D. 9 000 000 (đồng).

Câu 3. Một đội bóng đá thi đấu trong một sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả. Với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất?

- A. 100 000 (đồng). B. 80 000 (đồng).
C. 90 000 (đồng). D. 95 000 (đồng).

Câu 4. Anh An chèo thuyền từ điểm A trên bờ một con sông thẳng rộng 3 km và muốn đến điểm B ở bờ đối diện cách 8 km về phía hạ lưu càng nhanh càng tốt (hình vẽ). Anh An có thể chèo thuyền trực tiếp qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến B, hoặc anh có thể chèo thuyền thẳng đến B, hoặc anh cũng có thể chèo thuyền đến một điểm D nào đó giữa C và B rồi chạy bộ đến B. Nếu vận tốc chèo thuyền là 6 km/h và vận tốc chạy bộ là 8 km/h thì anh An phải chèo thuyền sang bờ ở điểm nào để đến được B càng sớm càng tốt? (Giả sử rằng vận tốc của nước là không đáng kể so với vận tốc chèo thuyền của anh An).



- A. Anh An phải chèo thuyền đến điểm D cách C một đoạn 8 km thì sẽ đến B sớm nhất.
- B. Anh An phải chèo thuyền đến điểm D cách C một đoạn $\frac{9\sqrt{7}}{7}$ km thì sẽ đến B sớm nhất..
- C. Anh An phải chèo thuyền đến điểm D cách C một đoạn $3\sqrt{7}$ km thì sẽ đến B sớm nhất..
- D. Anh An phải chèo thuyền đến điểm D cách C một đoạn $\frac{\sqrt{73}}{6}$ km thì sẽ đến B sớm nhất..

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 5. Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3$, ($t \geq 0$)

a) Hàm vận tốc là: $v(t) = y' = 3t^2 - 12$, ($t \geq 0$) và hàm gia tốc là $a(t) = 6t$, ($t \geq 0$).

b) Hạt chuyển động lên trên khi $t > 2$ và hạt chuyển động xuống dưới khi $t < 2$.

c) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 < t < 3$ là 9 m.

d) Hạt tăng tốc khi $t > 2$ và hạt giảm tốc $0 < t < 2$.

Câu 6. Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi, x là số ti vi.

a) Hàm cầu là $P = -\frac{1}{200}x + 19$ (triệu đồng).

b) Tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là $200p^2 + 3800p$ (triệu đồng).

c) Công ty giảm giá 4,5 triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8 triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

Câu 7. Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức:

$N(t) = 100 \cdot e^{0,012t}$ ($N(t)$ được tính bằng triệu người, $0 \leq t \leq 50$).

a) Ước tính dân số của quốc gia này vào năm 2030 là 108,763 triệu người. (kết quả làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

b) Ước tính dân số của quốc gia này vào năm 2035 là 145,488 triệu người. (kết quả làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

c) Xem $N(t)$ là hàm số của biến số t xác định trên đoạn $[0; 50]$. Hàm số $N(t)$ luôn nghịch biến trên đoạn $[0; 50]$.

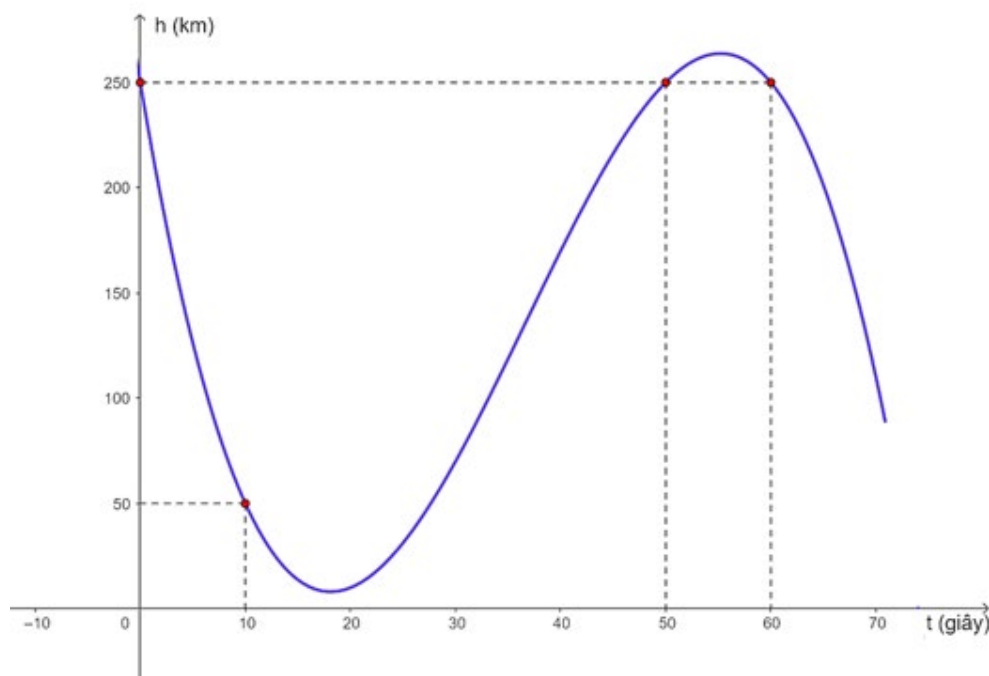
d) Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm).

Vào năm 2046 tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

Câu 8. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét

a) Xét thời điểm $0 \leq t \leq 50$ thì tại thời điểm $t \approx 18$ giây thì con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt của Mặt Trăng và khoảng cách nhỏ nhất này bằng 8,08 km.

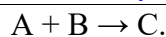
b) Đồ thị của hàm số $y = h(t)$ với $0 \leq t \leq 70$ (đơn vị trên trục hoành là 10 giây, đơn vị trên trục tung là 50 km) như sau:



c) Gọi $v(t)$ là vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm với $0 \leq t \leq 50$. Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là 5,25 km/s.

d) Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu vẫn giảm.

Câu 9. Xét phản ứng hóa học tạo ra chất C từ hai chất A và B:



Giả sử nồng độ của hai chất A và B bằng nhau $[A] = [B] = a \text{ (mol/l)}$. Khi đó, nồng độ của chất C theo thời gian t ($t > 0$) được cho bởi công thức: $[C] = \frac{a^2 Kt}{aKt + 1} \text{ (mol/l)}$

a) Nồng độ của chất A sau thời gian t là $\frac{a}{aKt + 1} \text{ (mol/l)}$

b) Nồng độ của chất B sau thời gian t là $\frac{a}{aKt + 1} \text{ (mol/l)}$

c) Tốc độ phản ứng ở thời điểm $t > 0$ là $\frac{a^2 K}{aKt + 1}$

d) Nếu $x = [C]$ thì $x'(t) = K(a - x)^2$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 10. Giả sử chi phí (tính bằng trăm nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị hàng hóa nào đó là:

$$C(x) = 23000 + 50x - 0,5x^2 + 0,00175x^3. \text{ Biết hàm chi phí biên là } C'(x).$$

a) Tìm hàm chi phí biên.

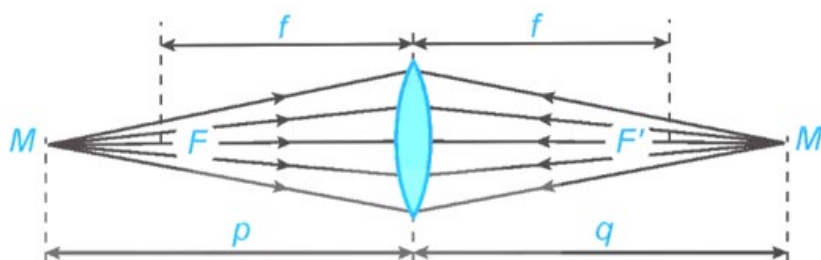
b) Tìm $C'(100)$ và giải thích ý nghĩa của nó.

c) So sánh $C'(100)$ với chi phí sản xuất đơn vị hàng hóa thứ 101.

Trả lời:

Câu 11. Xét một thấu kính hội tụ có tiêu cự f (hình vẽ). Khoảng cách p từ vật đến thấu kính liên hệ

với khoảng cách q từ ảnh đến thấu kính bởi hệ thức: $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$.



a) Viết công thức tính $q = g(p)$ như một hàm số của biến $p \in (f; +\infty)$.

b) Tính các giới hạn $\lim_{p \rightarrow +\infty} g(p)$; $\lim_{p \rightarrow f^+} g(p)$ và giải thích ý nghĩa các kết quả này.

c) Lập bảng biến thiên của hàm số $q = g(p)$ trên khoảng $(f; +\infty)$

Trả lời:

Câu 12. Giả sử hàm cầu đối với một loại hàng hóa được cho bởi công thức $p = \frac{354}{1 + 0,01x}$, $x \geq 0$, trong

đó p là giá bán (nghìn đồng) của mỗi đơn vị sản phẩm và x là số lượng đơn vị sản phẩm đã bán.

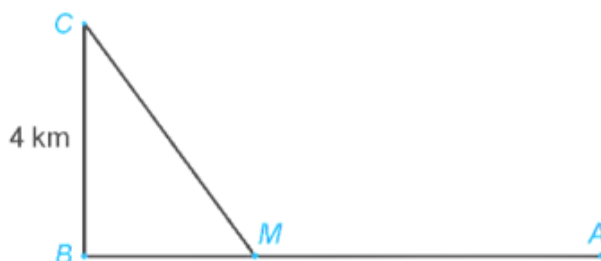
a) Tìm công thức tính x như là hàm số của p . Tìm tập xác định của hàm số này. Tính số đơn vị sản phẩm đã bán khi giá bán của mỗi đơn vị sản phẩm là 240 nghìn đồng.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $x = x(p)$. Từ đồ thị đã vẽ, hãy cho biết:

- Số lượng đơn vị sản phẩm bán được sẽ thay đổi thế nào khi giá bán p tăng;
- Ý nghĩa thực tiễn của giới hạn $\lim_{p \rightarrow 0^+} x(p)$.

Trả lời:

Câu 13. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như Hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 4 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 10 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng. Xác định vị trí điểm M trên đoạn AB (điểm nối dây từ đất liền ra đảo) để tổng chi phí lắp đặt là nhỏ nhất.

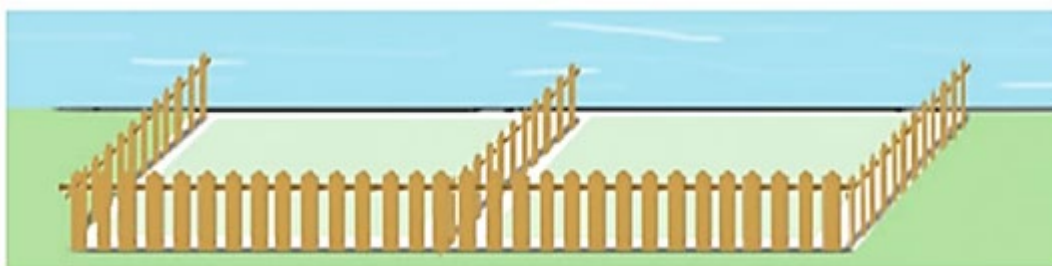


Trả lời:

Câu 14. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384 cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3 cm, để lề trái và lề phải đều là 2 cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ. Kích thước tối ưu của trang sách là bao nhiêu để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất?

Trả lời:

Câu 15. Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình vẽ). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.

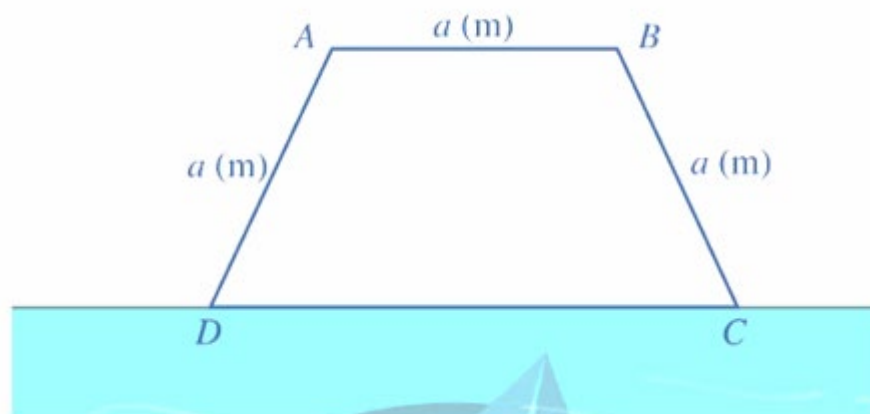


Trả lời:

Câu 16. Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu tiền một tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?

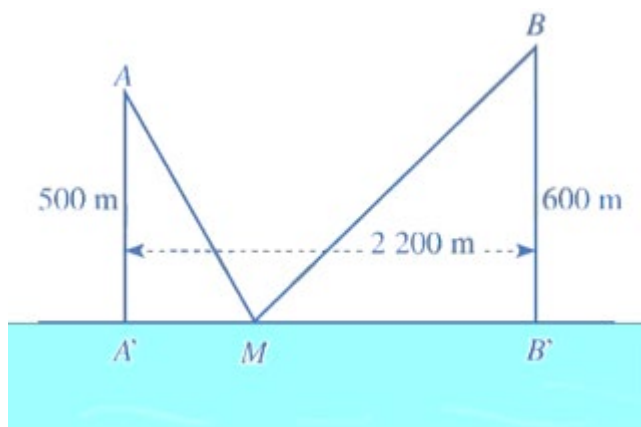
Trả lời:

Câu 17. Một bác nông dân có ba tấm lưới thép B40, mỗi tấm dài a (m) và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông có dạng hình thang cân ABCD như Hình 36 (bờ sông là đường thẳng CD không phải rào). Hỏi bác đó có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là bao nhiêu mét vuông?



Trả lời:

Câu 18. Có hai xã cùng ở một bên bờ sông. Người ta đo được khoảng cách từ trung tâm A, B của hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m và $A'B' = 2\,200$ m (Hình vẽ). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai vị trí A, B đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



Trả lời:

CHỦ ĐỀ 4**ỨNG DỤNG THỰC TIỄN**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Khi máu di chuyển từ tim qua các động mạch chính rồi đến các mao mạch và quay trở lại qua các tĩnh mạch, huyết áp tâm thu (tức là áp lực của máu lên động mạch khi tim co bóp) liên tục giảm xuống. Giả sử một người có huyết áp tâm thu P (tính bằng mmHg) được cho bởi hàm

số $P(t) = \frac{25t^2 + 125}{t^2 + 1}$, ($0 \leq t \leq 10$), trong đó thời gian t được tính bằng giây. Tốc độ thay đổi của huyết áp

sau 5 giây kể từ khi máu rời tim là:

- A. $\frac{375}{13}$. B. $\frac{125}{13}$. C. $\frac{250}{169}$. D. $\frac{375}{169}$.

Lời giải

Chọn C

Tốc độ thay đổi của huyết áp sau t giây là: $P'(t) = -\frac{200t}{(t^2 + 1)^2}$, ($0 \leq t \leq 10$)

$$\Rightarrow P'(5) = -\frac{250}{169}$$

Tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim là giảm $\frac{250}{169}$

Câu 2. Người quản lý của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lý nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

- A. 800 000 000 (đồng). B. 8 100 000 (đồng).
C. 8 000 000 (đồng). D. 9 000 000 (đồng).

Lời giải

Chọn D

Gọi x là số lần tăng giá ($0 < x < 100$).

Mỗi lần tăng giá thì số căn hộ cho thuê là $100 - x$ (căn).

Số tiền thuê căn hộ sau mỗi lần tăng là: $8\,000\,000 + 100\,000x$.

Khi đó tổng số tiền cho thuê căn hộ 1 tháng là:

$$\begin{aligned} y &= (8\,000\,000 + 100\,000x)(100 - x) \\ &= 800\,000\,000 - 8\,000\,000x + 10\,000\,000x - 100\,000x^2 \\ &= 800\,000\,000 + 2\,000\,000x - 100\,000x^2 \end{aligned}$$

Bài toán trở thành tìm x để y lớn nhất

Ta có $y' = -200\,000x + 2\,000\,000$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 10.$$

Bảng biến thiên

x	0	10	100	
y'		+	0	-
y			810 000 000	
	800 000 000			0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy doanh thu lớn nhất khi người quản lí đặt giá thuê căn hộ là $8\,000\,000 + 100\,000 \cdot 10 = 9\,000\,000$ (đồng).

Câu 3. Một đội bóng đá thi đấu trong một sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả. Với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất?

A. 100 000 (đồng).

B. 80 000 (đồng).

C. 90 000 (đồng).

D. 95 000 (đồng).

Lời giải

Chọn D

Gọi x ($x > 0$) là số lần giảm giá vé.

Khi đó giá vé sau khi giảm là $100 - 10x$ (nghìn đồng).

Sau mỗi lần giảm giá thì có thêm $3000x$ khán giả.

Do đó tổng số khán giả đến xem là $27000 + 3000x$.

Vì sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả nên

$$27000 + 3000x \leq 55000$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{28}{3}$$

Doanh thu từ tiền bán vé là:

$$y = (27000 + 3000x)(100 - 10x) = -30000x^2 + 30000x + 2700000$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = -30000x^2 + 30000x + 2700000 \quad (x > 0)$$

Tập xác định $D = (0; +\infty)$.

$$y' = -60000x + 30000$$

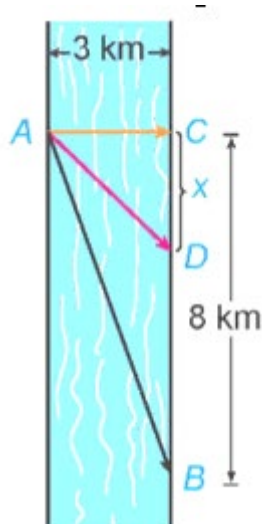
$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{28}{3}$	
y'		+	0	-
y			2707500	
	2700000			2700000

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy ban tổ chức nên đặt giá vé là 95 nghìn đồng thì doanh thu tiền bán vé là lớn nhất.

Câu 4. Anh An chèo thuyền từ điểm A trên bờ một con sông thẳng rộng 3 km và muốn đến điểm B ở bờ đối diện cách 8 km về phía hạ lưu càng nhanh càng tốt (hình vẽ). Anh An có thể chèo thuyền trực tiếp qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến B, hoặc anh có thể chèo thuyền thẳng đến B, hoặc anh cũng có thể chèo thuyền đến một điểm D nào đó giữa C và B rồi chạy bộ đến B. Nếu vận tốc chèo thuyền là 6 km/h và vận tốc chạy bộ là 8 km/h thì anh An phải chèo thuyền sang bờ ở điểm nào để đến được B càng sớm càng tốt? (Giả sử rằng vận tốc của nước là không đáng kể so với vận tốc chèo thuyền của anh An).



- A. Anh An phải chèo thuyền đến điểm D cách C một đoạn 8 km thì sẽ đến B sớm nhất.
- B. Anh An phải chèo thuyền đến điểm D cách C một đoạn $\frac{9\sqrt{7}}{7}$ km thì sẽ đến B sớm nhất..
- C. Anh An phải chèo thuyền đến điểm D cách C một đoạn $3\sqrt{7}$ km thì sẽ đến B sớm nhất..
- D. Anh An phải chèo thuyền đến điểm D cách C một đoạn $\frac{\sqrt{73}}{6}$ km thì sẽ đến B sớm nhất..

Lời giải

Chọn B

Gọi độ dài đoạn CD là x (km, $0 \leq x \leq 8$).

Khi đó độ dài quãng đường AD là $\sqrt{x^2 + 9}$ (km).

Thời gian đi hết quãng đường AD là: $\frac{\sqrt{x^2+9}}{6}(h)$.

Độ dài quãng đường BD là $8-x(km)$

Thời gian đi hết quãng đường BD là: $\frac{8-x}{8}(h)$

Thời gian người đó đi đến B bằng cách chèo thuyền đến một điểm D nào đó giữa C và B rồi chạy bộ đến

B là $\frac{\sqrt{x^2+9}}{6} + \frac{8-x}{8}(h)$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+9}}{6} + \frac{8-x}{8} \quad (0 \leq x \leq 8)$

$$y' = \frac{x}{6\sqrt{x^2+9}} - \frac{1}{8}$$

$$y' = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{6\sqrt{x^2+9}} - \frac{1}{8} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+9} = 4x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 = \frac{81}{7} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9\sqrt{7}}{7}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{9\sqrt{7}}{7}$	8
y'		-	0
y	$\frac{3}{2}$	$1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$	$\frac{\sqrt{73}}{6}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy anh An phải chèo thuyền đến điểm D cách C một đoạn $\frac{9\sqrt{7}}{7}$ km thì sẽ đến B sớm nhất.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 5. Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3$, ($t \geq 0$)

a) Hàm vận tốc là: $v(t) = y' = 3t^2 - 12$, ($t \geq 0$) và hàm gia tốc là $a(t) = 6t$, ($t \geq 0$).

b) Hạt chuyển động lên trên khi $t > 2$ và hạt chuyển động xuống dưới khi $t < 2$.

c) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 < t < 3$ là 9 m.

d) Hạt tăng tốc khi $t > 2$ và hạt giảm tốc $0 < t < 2$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Hàm vận tốc là: $v(t) = y' = 3t^2 - 12$, ($t \geq 0$)

Hàm gia tốc là $a(t) = v'(t) = 6t$, ($t \geq 0$)

b) Hạt chuyển động lên trên khi $v(t) > 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow t > 2$, (do $t \geq 0$)

Hạt chuyển động xuống dưới khi $v(t) < 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 < 0 \Leftrightarrow 0 < t < 2$

c) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 < t < 3$.

Ta có $y(3) - y(0) = -9$

Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 < t < 3$ là 9m

d) Hạt tăng tốc khi $v'(t) > 0 \Leftrightarrow 6t > 0 \Leftrightarrow t > 0$

Hạt giảm tốc khi $v'(t) < 0 \Leftrightarrow 6t < 0 \Leftrightarrow t < 0$ loại vì $t \geq 0$

Vậy hạt tăng tốc khi $t > 0$ và hạt không giảm tốc

Câu 6. Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi, x là số ti vi.

a) Hàm cầu là $P = -\frac{1}{200}x + 19$ (triệu đồng).

b) Tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là $200p^2 + 3800p$ (triệu đồng).

c) Công ty giảm giá 4,5 triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8 triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi, x là số ti vi.

Khi đó ta cần xác định hàm cầu $p = p(x)$

Theo giả thiết tốc độ thay đổi của x tỉ lệ với tốc độ thay đổi của p nên hàm số $p = p(x)$ là hàm số bậc nhất. Do đó $p(x) = ax + b (a \neq 0)$

Theo đề có: $x_1 = 1000$ thì $p_1 = 14$; $x_2 = 1100$ thì $p_2 = 13,5$.

Khi đó phương trình đường thẳng $p(x) = ax + b (a \neq 0)$ đi qua hai điểm $(1000; 14)$ và $(1100; 13,5)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1000a + b = 14 \\ 1100a + b = 13,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{200} \\ b = 19 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } p = -\frac{1}{200}x + 19$$

$$\text{b) Vì } p = -\frac{1}{200}x + 19 \text{ nên } x = -200p + 3800.$$

Khi đó tổng doanh thu từ tiền bán tỉ vi là

$$R(p) = x \cdot p = (-200p + 3800)p = -200p^2 + 3800p$$

Bài toán trở thành tìm p để $f(p)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$R(p) = -200p^2 + 3800p$$

$$\Rightarrow R'(p) = -400p + 3800$$

$$\Rightarrow R'(p) = 0 \Leftrightarrow p = 9,5$$

Bảng biến thiên

p	0	9,5	$+\infty$	
R'(p)		+	0	-
R(p)	0		18050	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy công ty giảm giá $14 - 9,5 = 4,5$ triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

c) Doanh thu từ bán x tỉ vi là

$$R(x) = x \cdot p(x) = x \left(-\frac{1}{200}x + 19 \right) = -\frac{1}{200}x^2 + 19x$$

Khi đó tổng lợi nhuận từ bán x tỉ vi là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{200}x^2 + 19x - (12000 - 3x) = -\frac{1}{200}x^2 + 22x - 12000$$

Bài toán trở thành tìm x để $P(x)$ lớn nhất.

$$P(x) = -\frac{1}{200}x^2 + 22x - 12000$$

$$\Rightarrow P'(x) = -\frac{1}{100}x + 22$$

$$\Rightarrow P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2200$$

Bảng biến thiên

x	0	2200	$+\infty$	
$P'(x)$		+	0	-
$P(x)$	0	12200	$-\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số ti vi bán ra trong 1 tuần là 2200 chiếc thì lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất.

Tức là mỗi tuần bán thêm 1200 chiếc thì số tiền phải giảm giá $1200 \cdot 500 : 100 = 6\,000$ nghìn đồng.

Vậy phải để giá bán là $14 - 6 = 8$ triệu đồng.

Câu 7. Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức:

$$N(t) = 100 \cdot e^{0,012t} \quad (N(t) \text{ được tính bằng triệu người, } 0 \leq t \leq 50).$$

a) Ước tính dân số của quốc gia này vào năm 2030 là 108,763 triệu người. (kết quả làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

b) Ước tính dân số của quốc gia này vào năm 2035 là 145,488 triệu người. (kết quả làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

c) Xem $N(t)$ là hàm số của biến số t xác định trên đoạn $[0; 50]$. Hàm số $N(t)$ luôn nghịch biến trên đoạn $[0; 50]$.

d) Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm).

Vào năm 2046 tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Dân số của quốc gia này vào các năm 2030 ($t = 7$) là:

$$N(7) = 100 \cdot e^{0,012 \cdot 7} = 108,763 \text{ triệu người.}$$

Dân số của quốc gia này vào các năm 2035 ($t = 12$) là:

$$N(12) = 100 \cdot e^{0,012 \cdot 12} = 115,488 \text{ triệu người.}$$

b) Ta có

$$N(t) = 100.e^{0,012t}$$

$$\Rightarrow N'(t) = 1,2.e^{0,012t} > 0 \text{ với mọi } t \in [0; 50].$$

Do đó hàm số $N(t)$ luôn đồng biến trên đoạn $[0; 50]$.

c) Theo đề có: $N'(t) = 1,2.e^{0,012t}$

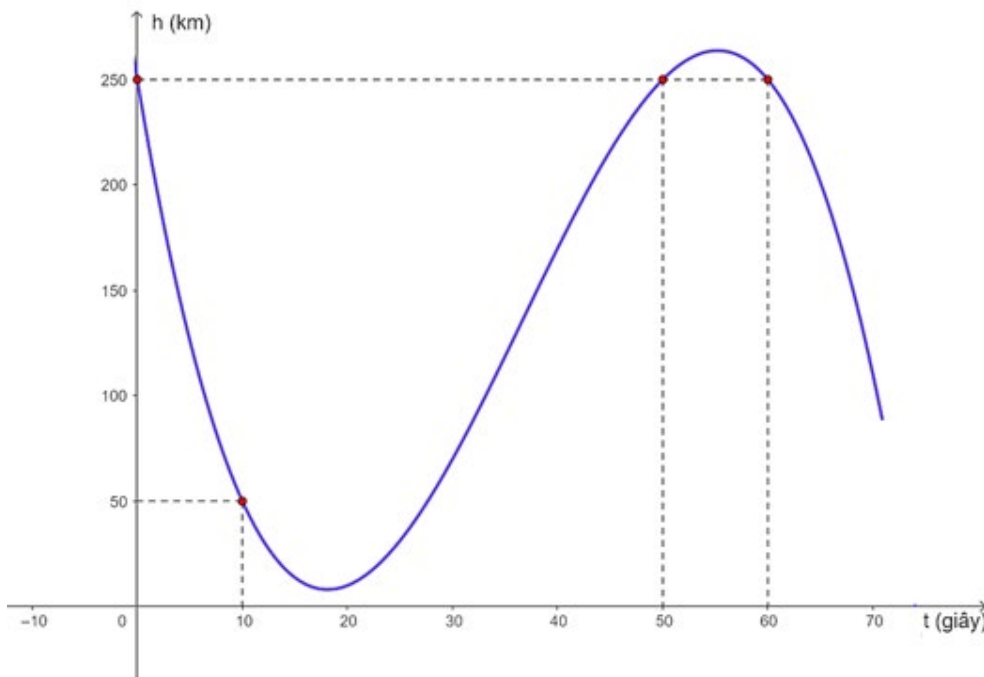
$$1,2.e^{0,012t} = 1,6 \Leftrightarrow t = \frac{\ln \frac{4}{3}}{0,012} \approx 23,97 \text{ năm.}$$

Vậy vào năm 2046 tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

Câu 8. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét

a) Xét thời điểm $0 \leq t \leq 50$ thì tại thời điểm $t \approx 18$ giây thì con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt của Mặt Trăng và khoảng cách nhỏ nhất này bằng 8,08 km.

b) Đồ thị của hàm số $y = h(t)$ với $0 \leq t \leq 70$ (đơn vị trên trục hoành là 10 giây, đơn vị trên trục tung là 50 km) như sau:



c) Gọi $v(t)$ là vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm với $0 \leq t \leq 50$. Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là 5,25 km/s.

d) Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu vẫn giảm.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Xét hàm số $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ với $t \in [0; 50]$

Ta có $h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$

$$\Rightarrow h'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,03t^2 + 2,2t - 30 = 0 \Leftrightarrow t \approx 18$$

Ta có:

$$h(0) = 250$$

$$h(18) = 8,08$$

$$h(50) = 250$$

Do đó, $\min_{[0;50]} h(t) = 8,08$ tại $t \approx 18$.

Vậy tại thời điểm $t \approx 18$ giây thì con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt của Mặt Trăng và khoảng cách nhỏ nhất này bằng 8,08 km.

b) Xét hàm số $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ với $t \in [0; 70]$

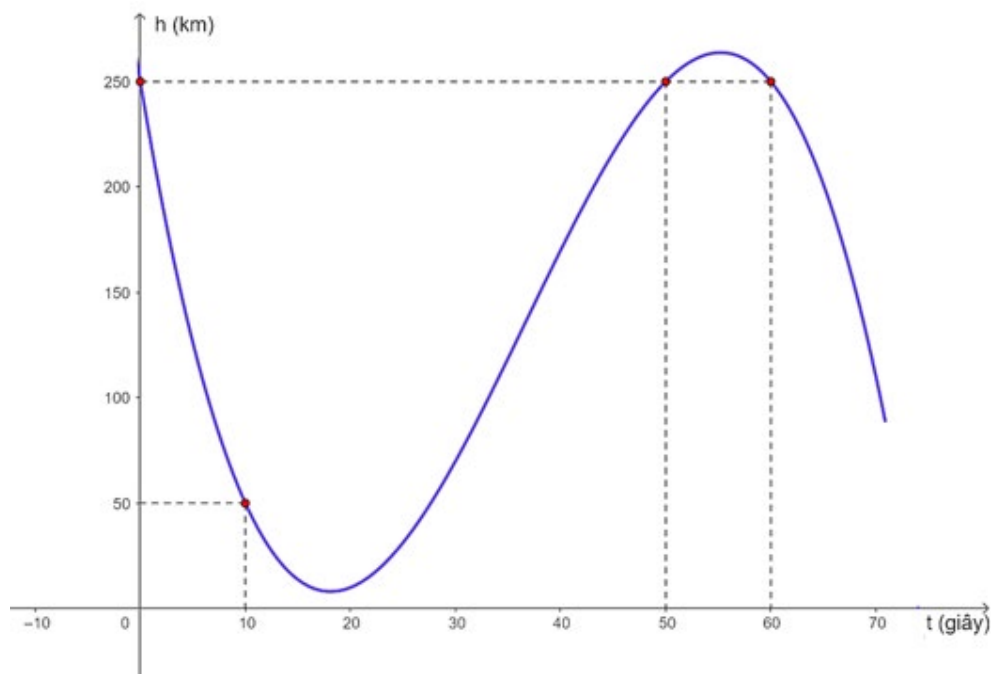
Ta có $h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$

$$\Rightarrow h'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,03t^2 + 2,2t - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 18 \\ t \approx 55 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $h(t)$ như sau:

t	0	18	55	70			
h'(t)		-	0	+	0	-	
h(t)	250		8,08		263,75		110

Trên khoảng $(0; 70)$, đồ thị hàm số $h(t)$ đi qua các điểm $(0; 250)$, $(10; 50)$, $(50; 250)$ và $(60; 250)$.



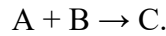
c) Ta có $v(t)$ là vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm với $0 \leq t \leq 50$.

Khi đó $v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ với $t \in [0; 50]$

$$v(25) = -0,03 \cdot 25^2 + 2,2 \cdot 25 - 30 = 6,25 \text{ (km/s)}.$$

e) Tại thời điểm $t = 25$ (giây), lúc đó $t \in [18; 55]$, căn cứ vào bảng biến thiên ở câu b), ta thấy rằng $h'(t) > 0$, tức là $v(t) > 0$, vậy vận tốc tức thời của con tàu đang tăng trở lại.

Câu 9. Xét phản ứng hóa học tạo ra chất C từ hai chất A và B:



Giả sử nồng độ của hai chất A và B bằng nhau $[A] = [B] = a \text{ (mol/l)}$. Khi đó, nồng độ của chất C theo

thời gian t ($t > 0$) được cho bởi công thức: $[C] = \frac{a^2 K t}{a K t + 1} \text{ (mol/l)}$

a) Nồng độ của chất A sau thời gian t là $\frac{a}{a K t + 1} \text{ (mol/l)}$

b) Nồng độ của chất B sau thời gian t là $\frac{a}{a K t + 1} \text{ (mol/l)}$

c) Tốc độ phản ứng ở thời điểm $t > 0$ là $\frac{a^2 K}{a K t + 1}$

d) Nếu $x = [C]$ thì $x'(t) = K(a - x)^2$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a)

Ta có: $A + B \rightarrow C.$

Ban đầu: $a \quad a \quad 0$

b) Sau thời gian t : $a - \frac{a^2 K t}{a K t + 1} = \frac{a}{a K t + 1} \quad a - \frac{a^2 K t}{a K t + 1} = \frac{a}{a K t + 1} \quad \frac{a^2 K t}{a K t + 1}$

c) Tốc độ ở thời điểm $t > 0$ là: $v(t) = \frac{\Delta C_C}{\Delta t} = \frac{\frac{a^2 K t}{a K t + 1}}{t} = \frac{a^2 K}{a K t + 1}$

d) Ta có $x = [C]$ nên $x = \frac{a^2 K t}{a K t + 1}$

$$x'(t) = \left(\frac{a^2 K t}{a K t + 1} \right)'$$

$$\Rightarrow x'(t) = \frac{a^2 K}{(a K t + 1)^2}$$

$$\text{Mà } K(a-x)^2 = K\left(a - \frac{a^2 Kt}{aKt+1}\right)^2 = K\left(\frac{a}{aKt+1}\right)^2 = \frac{a^2 K}{(aKt+1)^2} = x'(t)$$

$$\text{Vậy } x = [C] \text{ thì } x'(t) = K(a-x)^2$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 10. Giả sử chi phí (tính bằng trăm nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị hàng hóa nào đó là: $C(x) = 23000 + 50x - 0,5x^2 + 0,00175x^3$. Biết hàm chi phí biên là $C'(x)$.

- Tìm hàm chi phí biên.
- Tìm $C'(100)$ và giải thích ý nghĩa của nó.
- So sánh $C'(100)$ với chi phí sản xuất đơn vị hàng hóa thứ 101.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án:

a) Hàm chi phí biên là $C'(x) = 50 - x + \frac{21}{4000}x^3 = \frac{21}{4000}x^3 - x + 50$

b) $C'(100) = 50 - 100 + \frac{21}{4000}100^3 = 2,5$ (trăm nghìn đồng).

Chi phí biên tại $x = 100$ là 250 000 đồng, nghĩa là chi phí để sản xuất thêm 1 đơn vị hàng hóa tiếp theo (đơn vị hàng hóa thứ 101) là khoảng 250 000 đồng.

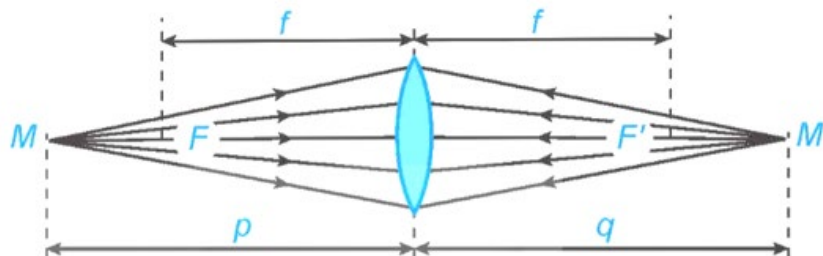
c) Chi phí sản xuất đơn vị hàng hóa thứ 101 là

$$C(101) - C(100) = 24752,52675 - 24750 = 2,52675 \text{ (trăm nghìn đồng).}$$

Giá trị này xấp xỉ với chi phí biên $C'(100)$ đã tính ở câu b.

Câu 11. Xét một thấu kính hội tụ có tiêu cự f (hình vẽ). Khoảng cách p từ vật đến thấu kính liên hệ

với khoảng cách q từ ảnh đến thấu kính bởi hệ thức: $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$.



- Viết công thức tính $q = g(p)$ như một hàm số của biến $p \in (f; +\infty)$.
- Tính các giới hạn $\lim_{p \rightarrow +\infty} g(p)$; $\lim_{p \rightarrow f^+} g(p)$ và giải thích ý nghĩa các kết quả này.
- Lập bảng biến thiên của hàm số $q = g(p)$ trên khoảng $(f; +\infty)$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án:

a)

$$\text{Ta có } \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow q = \frac{pf}{p-f}$$

$$\text{Do đó: } q = g(p) = \frac{pf}{p-f} \text{ với } p \in (f; +\infty)$$

b)

$$\lim_{p \rightarrow +\infty} g(p) = \lim_{p \rightarrow +\infty} \frac{pf}{p-f} = \lim_{p \rightarrow +\infty} \frac{f}{1 - \frac{f}{p}} = f$$

$$\lim_{p \rightarrow f^+} g(p) = \lim_{p \rightarrow f^+} \frac{pf}{p-f} = +\infty$$

Ý nghĩa $\lim_{p \rightarrow +\infty} g(p) = f$ là khoảng cách từ vật đến thấu kính tiến ra vô cùng thì khoảng cách từ ảnh đến thấu kính xấp xỉ tiêu cự.

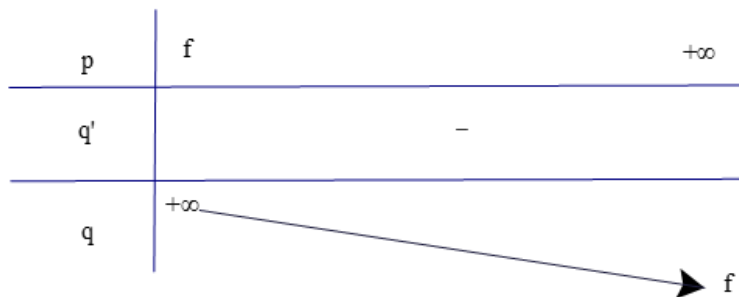
$\lim_{p \rightarrow f^+} g(p) = +\infty$ nghĩa là khoảng cách từ vật đến thấu kính tiến gần về tiêu cự f thì khoảng cách từ ảnh đến thấu kính càng lớn.

c)

$$q = g(p) = \frac{pf}{p-f} \text{ với } p \in (f; +\infty)$$

$$\text{Ta có } q' = \frac{-f^2}{(p-f)^2} < 0, \forall p \in (f; +\infty)$$

Do đó hàm số $q = g(p)$ nghịch biến trên khoảng $(f; +\infty)$



Câu 12. Giả sử hàm cầu đối với một loại hàng hóa được cho bởi công thức $p = \frac{354}{1+0,01x}$, $x \geq 0$, trong

đó p là giá bán (nghìn đồng) của mỗi đơn vị sản phẩm và x là số lượng đơn vị sản phẩm đã bán.

a) Tìm công thức tính x như là hàm số của p . Tìm tập xác định của hàm số này. Tính số đơn vị sản phẩm đã bán khi giá bán của mỗi đơn vị sản phẩm là 240 nghìn đồng.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $x = x(p)$. Từ đồ thị đã vẽ, hãy cho biết:

- Số lượng đơn vị sản phẩm bán được sẽ thay đổi thế nào khi giá bán p tăng;

- Ý nghĩa thực tiễn của giới hạn $\lim_{p \rightarrow 0^+} x(p)$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án:

Ta có $p = \frac{354}{1+0,01x}$, $x \geq 0$

$$\Leftrightarrow p(1+0,01x) = 345$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{35400}{p} - 100$$

Vì $x \geq 0$ nên $\frac{35400}{p} - 100 \geq 0 \Leftrightarrow 0 < p \leq 354$

tập xác định của hàm số $D = (0; 354]$

đơn vị sản phẩm đã bán khi giá bán của mỗi đơn vị sản phẩm là 240 nghìn đồng là

$$x = \frac{35400}{240} - 100 = 47,5$$

b) $x = \frac{35400}{p} - 100$

Tập xác định của hàm số là $D = (0; 354]$

Sự biến thiên

$$x' = \frac{35400}{p^2} < 0, \forall p \in D$$

Hàm số luôn nghịch biến với mọi $p \in (0; 354)$

Hàm số không có cực trị.

Tiệm cận

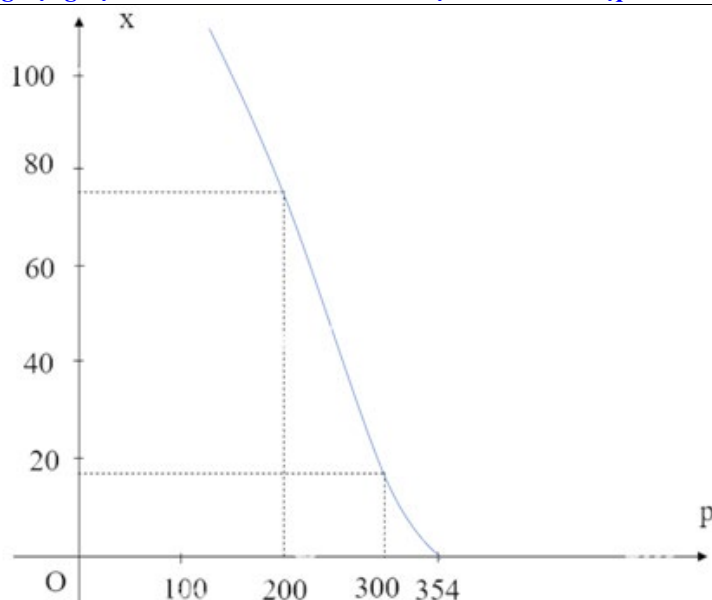
$$\lim_{p \rightarrow 0^+} x = \lim_{p \rightarrow 0^+} \left(\frac{35400}{p} - 100 \right) = +\infty$$

Do đó $p = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) Bảng biến thiên

p	0	354
x'		-
x	$+\infty$	0

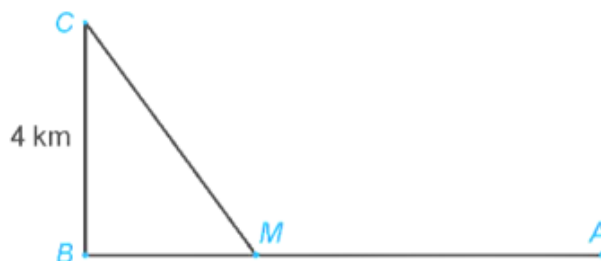
Đồ thị hàm số giao với trục hoành tại điểm (354; 0) và đi qua điểm (300; 18); (200; 77).



- Số lượng đơn vị sản phẩm bán sẽ giảm đi khi giá bán tăng và sẽ không bán được sản phẩm nào nếu giá bán là 354 nghìn đồng.

- Ý nghĩa thực tiễn của giới hạn $\lim_{p \rightarrow 0^+} x(p)$: vì $\lim_{p \rightarrow 0^+} \left(\frac{35400}{p} - 100 \right) = +\infty$ nên giá bán càng thấp thì số lượng đơn vị sản phẩm sẽ bán được càng nhiều.

Câu 13. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như Hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 4 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 10 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng. Xác định vị trí điểm M trên đoạn AB (điểm nối dây từ đất liền ra đảo) để tổng chi phí lắp đặt là nhỏ nhất.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: chi phí nhỏ nhất để lắp dây điện là 460 triệu đồng khi M cách B một đoạn 3 km trên đoạn AB.

Gọi khoảng cách BM là x (km), ($0 \leq x \leq 10$).

Khi đó khoảng cách AM là $10 - x$ (km).

Khoảng cách CM là $\sqrt{16 + x^2}$ (km).

Khi đó chi phí lắp đặt dây điện là: $f(x) = 30(10 - x) + 50\sqrt{16 + x^2}$ (triệu đồng).

Bài toán trở thành tìm x để $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$f(x) = 30(10 - x) + 50\sqrt{16 + x^2} \text{ với } 0 \leq x \leq 10$$

$$\Rightarrow f'(x) = -30 + \frac{50x}{\sqrt{16+x^2}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{16+x^2} = 5x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 9(16+x^2) = 25x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \begin{cases} x = -3(\text{loại}) \\ x = 3(\text{nhanh}) \end{cases} \end{cases}$$

Ta có

$$f(0) = 500$$

$$f(3) = 460$$

$$f(10) = 100\sqrt{29}$$

Do đó chi phí nhỏ nhất để lắp dây điện là 460 triệu đồng khi M cách B một đoạn 3 km trên đoạn AB.

Câu 14. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384 cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3 cm, để lề trái và lề phải đều là 2 cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ. Kích thước tối ưu của trang sách là bao nhiêu để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: kích thước tối ưu của trang sách là $16 \times 24 \text{ (cm)}$ thì in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất.

Gọi $x \text{ (cm)}$ là chiều rộng của trang sách.

Khi đó, chiều dài của trang sách là $\frac{384}{x} \text{ (cm)}$.

Sau khi để lề thì phần in chữ có dạng hình chữ nhật có chiều rộng là $x - 4 \text{ (cm)}$ và chiều dài là $\frac{384}{x} - 6 \text{ (cm)}$.

Rõ ràng, x phải thỏa mãn điều kiện $x \in (4; 64)$.

Diện tích phần in chữ trên trang sách là

$$S(x) = (x-4) \left(\frac{384}{x} - 6 \right) = \frac{-6x^2 + 408x - 1536}{x} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Xét hàm số $S(x) = \frac{-6x^2 + 408x - 1536}{x}$ với $x \in (4; 64)$.

$$S'(x) = \frac{-6x^2 + 1536}{x^2}$$

$$\Rightarrow S'(x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-6x^2 + 1536}{x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -6x^2 + 1536 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -16 (\text{loại}) \\ x = 16 (\text{nhận}) \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $S(x)$ như sau:

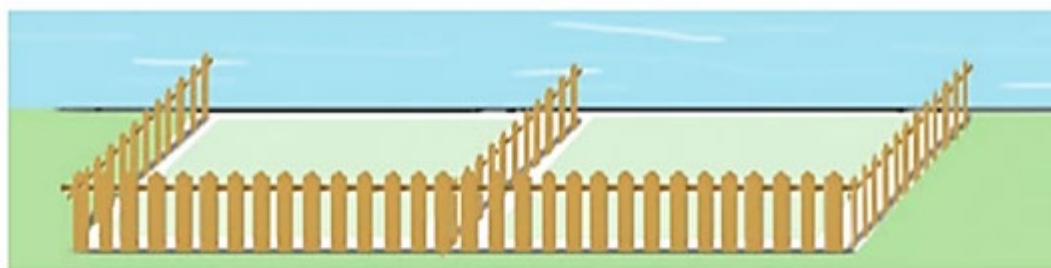
x	4	16	64
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	0	216	0

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng $(4; 64)$, hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 216 tại

$$x = 16. \text{ Khi đó, } \frac{384}{x} = \frac{384}{16} = 24$$

Vậy kích thước tối ưu của trang sách là 16×24 (cm) thì in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất.

Câu 15. Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (*Hình vẽ*). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào là $6\,250 \text{ m}^2$.

Giả sử chiều dài từng mặt của ba mặt hàng rào song song nhau là x (m) ($x > 0$).

Chi phí để làm ba mặt hàng rào song song là: $3 \cdot x \cdot 50\,000 = 150\,000x$ (đồng).

Chi phí để làm mặt hàng rào song song với bờ sông là: $15\,000\,000 - 150\,000x$ (đồng).

Chiều dài của mặt hàng rào song song với bờ sông là

$$\frac{15000000 - 15000x}{60000} = \frac{1500 - 15x}{6} (m)$$

Rõ ràng, x phải thỏa mãn điều kiện $0 < x < 100$.

Giả sử diện tích hàng rào không đáng kể, khi đó diện tích hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào là

$$S(x) = \frac{(1500 - 15x)x}{6} = -\frac{15}{6}x^2 + \frac{1500}{6}x (m^2)$$

Xét hàm số $S(x) = -\frac{15}{6}x^2 + \frac{1500}{6}x$ với $0 < x < 100$

$$\Rightarrow S'(x) = -\frac{15}{3}x + \frac{1500}{6}$$

$$\Rightarrow S'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{15}{3}x + \frac{1500}{6} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 50 (nhận)$$

Bảng biến thiên của hàm số $S(x)$ như sau:

x	0	50	100	
S'(x)		+	0	-
S(x)	0	↗ 6 250 ↘	0	

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng $(0; 100)$, hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 6250 tại $x = 50$.

Vậy diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào là 6 250 m^2 .

Câu 16. Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu tiền một tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: công ty nên cho thuê mỗi căn hộ 3 triệu đồng/1 tháng thì tổng số tiền thu được là lớn nhất.

Cứ tăng thêm 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng thì có một căn hộ bị bỏ trống.

Gọi số lần tăng 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng là $x (x \in \mathbb{N}^*)$.

Khi đó x cũng là số căn hộ bị bỏ trống.

Tổng số tiền công ty thu được lúc này là

$$T(x) = (2000 + 200x)(20 - x) = -200x^2 + 2000x + 40000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số $T(x) = -200x^2 + 2000x + 40000$ với $x \in \mathbb{N}^*$

$$\Rightarrow T'(x) = -400x^2 + 2000$$

$$\Rightarrow T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -400x^2 + 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 (\text{nhan})$$

Bảng biến thiên của hàm số $T(x)$ như sau:

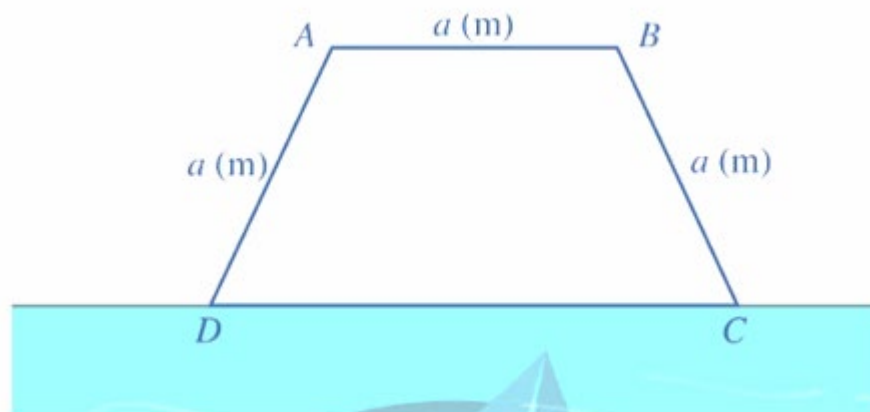
x	0	5	$+\infty$
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$	40 000	45 000	$-\infty$

Căn cứ vào bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số $T(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 45 000 khi $x = 5$.

Khi đó, số tiền tăng lên khi cho thuê một căn hộ là $200 \cdot 5 = 1\,000$ nghìn đồng = 1 triệu đồng.

Vậy công ty nên cho thuê mỗi căn hộ 3 triệu đồng/1 tháng thì tổng số tiền thu được là lớn nhất.

Câu 17. Một bác nông dân có ba tấm lưới thép B40, mỗi tấm dài a (m) và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông có dạng hình thang cân $ABCD$ như *Hình 36* (bờ sông là đường thẳng CD không phải rào). Hỏi bác đó có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là bao nhiêu mét vuông?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: bác nông dân có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ (m²).

Dựng các đường cao AE và BF của hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ trên.

Vì $ABCD$ là hình thang cân nên $DE = FC$ và $EF = AB = a$.

Đặt $DE = FC = x$ ($x > 0$)

Ta có $DC = DE + EF + FC = x + a + x = 2x + a$

Theo định lý Pythagore, ta suy ra $AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = \sqrt{a^2 - x^2}$

Ta thấy, x phải thỏa mãn điều kiện $0 < x < a$.

Diện tích của hình thang cân $ABCD$ là

$$S = \frac{1}{2}(AB + CD)AE = \frac{1}{2}(a + 2x + a)\sqrt{a^2 - x^2} = (a + x)\sqrt{a^2 - x^2}$$

Xét hàm số $S(x) = (a + x)\sqrt{a^2 - x^2}$ với $x \in (0; a)$

$$\Rightarrow S'(x) = \frac{-2x^2 - ax + a^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\Rightarrow S'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x^2 - ax + a^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 - ax + a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + a)(a - 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -a \text{ (loại)} \\ x = \frac{a}{2} \text{ (nhận)} \end{cases}$$

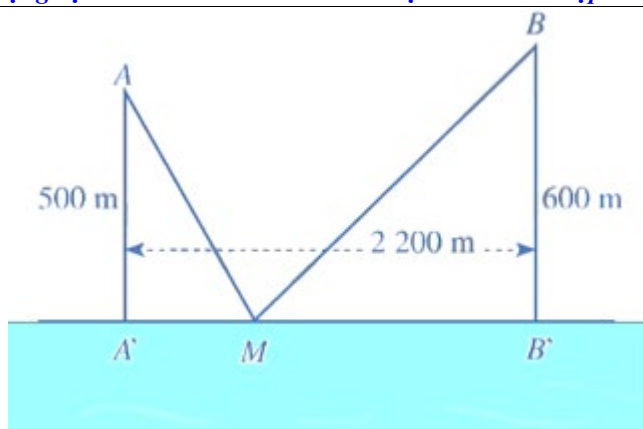
Bảng biến thiên của hàm số $S(x)$ như sau:

x	0	$\frac{a}{2}$	a
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	a^2	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$	0

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ tại $x = \frac{a}{2}$.

Vậy bác đó có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ (m²).

Câu 18. Có hai xã cùng ở một bên bờ sông. Người ta đo được khoảng cách từ trung tâm A, B của hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m và $A'B' = 2\,200$ m (Hình vẽ). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai vị trí A, B đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách cần tìm là $1100\sqrt{5}$ m

Đặt $AM = x$ (m).

Suy ra $BM = AB' - AM = 2200 - x$ (m) với $0 < x < 2200$

Áp dụng định lý Pythagore ta tính được:

$$AM = \sqrt{AA'^2 + A'M^2} = \sqrt{500^2 + x^2}$$

$$BM = \sqrt{BB'^2 + B'M^2} = \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$$

Tổng khoảng cách từ hai vị trí A, B đến vị trí M là

$$D = AM + BM = \sqrt{500^2 + x^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$$

Xét hàm số $D(x) = \sqrt{500^2 + x^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$ với $0 < x < 2200$

$$\Rightarrow D'(x) = \frac{x}{\sqrt{500^2 + x^2}} + \frac{x - 2200}{\sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}}$$

$$\Rightarrow D'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{500^2 + x^2}} + \frac{x - 2200}{\sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1000$$

Bảng biến thiên của hàm số $D(x)$ như sau:

x	0	1 000	2 200
$D'(x)$	—	0	+
$D(x)$	$500 + 200\sqrt{130}$	$1100\sqrt{5}$	$600 + 100\sqrt{509}$

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $D(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $1100\sqrt{5}$ tại $x = 1000$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách cần tìm là $1100\sqrt{5}$ m

