SỞ GD&ĐT THANH HÓA

TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 4

(Đề thi có 06 trang, gồm 50 câu)

Mã đề: 126

ĐỀ KSCL LẦN 1 NĂM HỌC 2023 - 2024

Môn: TOÁN. Lớp 12

Thời gian: 90 phút. *Không kể thời gian giao đề*

(Ngày thi: 28/01/2024)

Câu 1: Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là:

A. A_{30}^4. **B.** A_{30}^5. **C.** 30^5. **D.** C_{30}^5.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 = 4,\ u_3 = 10.$ Công sai của cấp số cộng bằng:

A. $-6.$ **B.** $-3.$ **C.** $6.$ **D.** $3.$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	1	$\nearrow$	

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 0$.

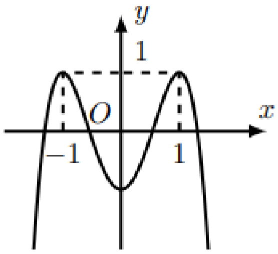
Câu 4: Tính tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ trên đoạn $[-3;3]$.

A. $3.$ **B.** $18.$. **C.** $-18.$. **D.** $7.$

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x+1}$ có tiệm cận đứng của là đường thẳng:

A. $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Câu 6 : Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			2				2		
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-1	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right) + 3 = 0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y = 2021^x$ là:

A. $y' = 2021^x.\log 2021$. **B.** $y' = \dfrac{2021^x}{\ln 2021}$. **C.** $y' = 2021^x \ln 2021$. **D.** $y'' = x.2021^{x-1}$.

Câu 9: Với $x>0$, biểu thức $x\sqrt[3]{x}$ bằng:

A. $x^{\frac{1}{3}}$. **B.** $x^{\frac{4}{3}}$. **C.** $x^{\frac{2}{3}}$. **D.** x^4.

Câu 10: Với các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_a b=2$, giá trị của $\log_a\left(ab^2\right)$ bằng:

A. 8. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\sin 2x$ là

A. $\frac{x^2}{2}+\cos 2x+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **C.** $x^2+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=4$ và $\int_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=3$. Giá trị của $\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng:

A. -1. **B.** -7. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 13: Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao $h=6$ và diện tích đáy $B=15$ là:

A. $V=90$. **B.** $V=30$. **C.** $V=45$. **D.** $V=60$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SB=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 15: Cho hình trụ (T) có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r. Kí hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh của hình trụ (T). Công thức nào sau đây là đúng ?

A. $S_{xq}=2\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rh$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi r^2h$.

Câu 16: Cho hình nón có đường sinh bằng $4a$, diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$. Tính chiều cao của hình nón đó theo a.

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là:

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(-1;-2;-3)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng:

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. Mặt bên SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SA và (ABC) bằng:

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 20: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ và nhân hai số trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là một số chẵn.

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{15}{18}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x-2)(x-1)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 22: Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx-c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	2

Trong các số a,b,c có bao nhiêu số dương?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 23: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-x^2-x+5$. **B.** $y=x^4+4$.

C. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-x^2+3x+2$.

Câu 24: Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng -3.

A. $m=-3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Câu 25: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x+2\ln x-3=0$ bằng:

A. $\dfrac{1}{e^3}$. **B.** -2. **C.** -3. **D.** $\dfrac{1}{e^2}$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)$ là:

A. $\left(\dfrac{1}{2};3\right)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(1;\dfrac{6}{5}\right)$.

Câu 27 : Cho $\int_1^2 f(x)dx=2$ và $\int_1^2\left[2f(x)-g(x)\right]dx=3$. Giá trị $\int_1^2 g(x)dx$ bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 28: Cho $\int_0^m\left(3x^2-2x+1\right)dx=6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 29: Biết (H) là đa diện đều loại $\{4;3\}$ với số đỉnh và số cạnh lần lượt là a và b. Tổng $a+b$ là:

A. $a+b=40$. **B.** $a+b=20$. **C.** $a+b=32$. **D.** $a+b=18$.

Câu 30: Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AC=a\sqrt{2}$, $AA'=2a$. Khi đó thể tích của lăng trụ đó bằng:

A. a^3 **B.** $\dfrac{a^3}{3}$ **C.** $4a^3$ **D.** $\dfrac{4a^3}{3}$

Câu 31: Trong không gian, cho tam giác vuông ABC tại A, $AB=a$ và $AC=a\sqrt{2}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l=a\sqrt{3}$ **B.** $l=2a$ **C.** $l=a$ **D.** $l=a\sqrt{2}$

Câu 32: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ đã cho. Tỷ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng:

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I bán kính IM?

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=13$ **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=17$

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=13$ **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$

Câu 34: Cho $P(x)=(1+4x+3x^2)^{10}$. Xác định hệ số của x^3 trong khai triển của $P(x)$ theo lũy thừa của x.

A. 8760. **B.** 4648. **C.** 7740. **D.** 8802.

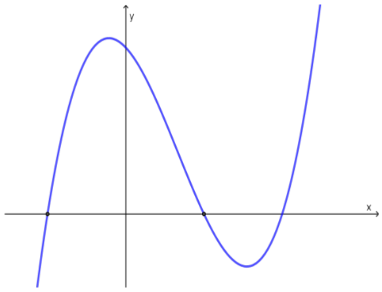
Câu 35: Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác xuất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\frac{253}{1152}$. **B.** $\frac{899}{1152}$. **C.** $\frac{4}{75}$. **D.** $\frac{26}{35}$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$ và $f(2)=1$. Hàm số $g(x)=\left[f(x^2)\right]^2$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như sau

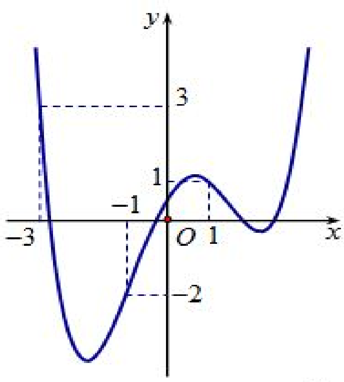


Trong các số a,b,c,d có bao nhiêu số dương?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số

$g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2024$ Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-3)$ **B.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=\frac{g(-3)+g(1)}{2}$.

C. $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-1)$. **D.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(1)$.

Câu 39: Cho $9^x+9^{-x}=14$; $\dfrac{6+3\left(3^x+3^{-x}\right)}{2-3^{x+1}-3^{1-x}}=\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $P=a.b$?

A. $P=10$. **B.** $P=-10$. **C.** $P=-45$. **D.** $P=45$.

Câu 40: Anh An mới đi làm, hưởng lương 8 triệu đồng một tháng và sẻ được nhận lương vào cuối tháng làm việc. An kí hợp đồng với ngân hàng trích tự động $\dfrac{1}{10}$ tiền lương của mình mỗi tháng để gửi vào tài khoản tiết kiệm, lãi suất $0,45\%$ /tháng theo thể thức lãi kép. Kể từ tháng thứ 7, anh An được tăng lương lên mức 8 triệu 500 nghìn đồng mỗi tháng. Sau một năm đi làm, tài khoản tiết kiệm của anh An có bao nhiêu tiền (Đơn vị: triệu đồng, kết quả lấy đến 3 chữ số sau dấu phẩy)

A. $10,148$ triệu đồng. **B.** $10,144$ triệu đồng. **C.** $10,190$ triệu đồng. **D.** $10,326$ triệu đồng.

Câu 41: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục, nhận giá trị dương trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$, có đạo hàm liên tục, dương trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$, thỏa mãn:

$f\left(0\right)=4$ và $\left(f'\left(x\right)\right)^2=f\left(x\right).\dfrac{4}{\left(x+1\right)^2\left(x^2+2x+2\right)}$, $\forall x\in\left(-1;+\infty\right)$. . Khi đó $f\left(\sqrt{3}-1\right)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(2;4\right)$. **C.** $\left(4;6\right)$. **D.** $\left(6;8\right)$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$x.f^2(x).f'(x)=4f^3(x)-3x^2,\forall x\in\mathbb{R}$ và có $f(2)=1$. Tích phân $\int\limits_0^2 f^3(x)\mathrm{d}x$ có giá trị là:

A. 2. **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 43: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, góc $\widehat{BAD}=60^\circ$ đồng thời $AA'=a$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Biết rằng khoảng cách từ G đến mặt phẳng $\left(A'BD\right)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{21}}{21}$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

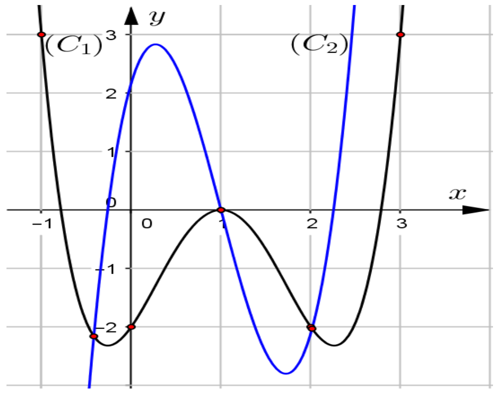
Câu 44: Trong không gian cho hai đường thẳng chéo nhau d và Δ vuông góc với nhau và nhận $AB=a$ làm đoạn vuông góc chung $\left(A\in d;B\in\Delta\right)$. Trên d lấy điểm M, trên Δ lấy điểm N sao cho $AM=2a, BN=4a$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BI là:

A. $\dfrac{4a}{\sqrt{17}}$ **B.** $\dfrac{3a}{\sqrt{15}}$ **C.** $\dfrac{4a}{5}$ **D.** $\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$

Câu 45: Cho hình nón $\left(N\right)$ có góc ở đỉnh bằng 60°, độ dài đường sinh bằng a. Dãy hình cầu $\left(S_1\right),\left(S_2\right),\left(S_3\right),...,\left(S_n\right),...$ thỏa mãn: $\left(S_1\right)$ tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón $\left(N\right)$; $\left(S_2\right)$ tiếp xúc ngoài với $\left(S_1\right)$ và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón $\left(N\right)$; $\left(S_3\right)$ tiếp xúc ngoài với $\left(S_2\right)$ và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón $\left(N\right)$. Tính tổng thể tích các khối cầu $\left(S_1\right),\left(S_2\right),\left(S_3\right),...,\left(S_n\right),...$ theo a.

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **B.** $\dfrac{27\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\dfrac{9\pi a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm đa thức với hệ số thực. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=f'\left(x\right)$.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2\left(x\right)+2.e^x.f\left(x\right)-\dfrac{m}{2020}.e^{2x}=0$ có 3 nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0;2\right]$

A. 2019. **B.** 945. **C.** 946. **D.** 2020.

Câu 47: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và diện tích đáy bằng 8. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,AC và P,Q lần lượt thuộc các cạnh $A'C',A'B'$ sao cho $\dfrac{A'P}{A'C'}=\dfrac{A'Q}{A'B'}=\dfrac{3}{4}$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,A',M,N,P và Q bằng:

A. 27. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 19.

Câu 48: Biết a,b là các số thực sao cho $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z}$, đồng thời x,y,z là các số thực dương thỏa mãn $\log\left(x+y\right)=z$ và $\log\left(x^2+y^2\right)=z+1$. Giá trị của $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;5)$.

Câu 49: Cho hàm số $y=g\left(x\right)=x^2+\left(m+1\right)x+1$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=f\left(x\right)=x^3+\left(m-1\right)x^2+\left(1-m\right)x-1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $g^2\left(x_1\right)+g^2\left(x_2\right)+g^2\left(x_3\right)=15$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 50: Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-21;22\right]$ để phương trình

$\log_2(x^2+m+x\sqrt{x^2+4})=(2m-9)x-1+(1-2m)\sqrt{x^2+4}$ có nghiệm là:

A. 12. **B.** 25. **C.** 24. **D.** 10.

---------- HẾT ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 4

(Đề thi có 06 trang, gồm 50 câu)

Mã đề: 127

ĐỀ KSCL LẦN 1 NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn: TOÁN. Lớp 12
Thời gian: 90 phút. *Không kể thời gian giao đề*
(*Ngày thi: 28/01/2024*)

Câu 1: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{x-3}$ là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $y=-1$. **B.** $x=3$. **C.** $y=3$. **D.** $x=2$.

Câu 2: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng:

A. $a^{\frac{7}{6}}$. **B.** $a^{\frac{1}{3}}$. **C.** $a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 3: Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là:

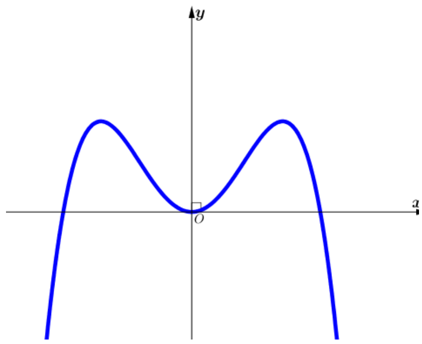
A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$.

Câu 4: Cho $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=5$, khi $\int\limits_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 1 **B.** -8 **C.** -3 **D.** 12

Câu 5: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?

A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-3x$.
C. $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^3+3x$.



Câu 6: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 7: Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;4;6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng:

A. 16. **B.** 48. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 8: Số điểm chung của đồ thị hàm số $y=x^3-4x^2+4x$ với trục hoành là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng?

A. 12. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-3x-4\right)^{\sqrt{3}}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;4\}$.
C. $D=(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;-1]\cup[4;+\infty)$.

Câu 11: Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề ***sai*** trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a b=\dfrac{\log_c a}{\log_c b}$.

C. $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$. **D.** $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$.

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+3x^2+5$ là:

A. $12x^2+6x+C$. **B.** x^4+x^3+C. **C.** x^4+x^3+5x+C. **D.** $4x^3+3x^2+5x+C$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^2(x^2-1)$ với mọi số thực x. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1), B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

A. $(2;2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Câu 15: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Chỉ có năm loại khối đa diện đều.

B. Mỗi đỉnh của một khối đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

C. Hình chóp tam giác đều là hình chóp có bốn mặt là những tam giác đều.

D. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2}>9$ là:

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;4)$. Điểm đối xứng với A qua trục Oy có tọa độ là:

A. $(-2;3;-4)$. **B.** $(2;-3;4)$. **C.** $(0;3;0)$. **D.** $(2;3;4)$.

Câu 18: Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$, bán kính đáy bằng a thì độ dài đường sinh bằng:

A. $3a$. **B.** $5a$. **C.** $\sqrt{5}a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Câu 19. Hàm số $F(x)=2x-\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=x^2+\frac{1}{2}\cos 2x$. **B.** $f(x)=2+2\cos 2x$.

C. $f(x)=x^2-\frac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $f(x)=2-2\cos 2x$.

Câu 20: Diện tích của mặt cầu có đường kính $AB=a$ là:

A. $\frac{4}{3}\pi a^3$. **B.** πa^2. **C.** $\frac{1}{6}\pi a^3$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 21. Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là:

A. $\frac{1}{143}$. **B.** $\frac{28}{715}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{140}{429}$.

Câu 22: Tổng các nghiệm của phương trình $9^x-7.3^x+12=0$ là:

A. 12. **B.** 7. **C.** $4\log_2 3$. **D.** $\log_3 12$.

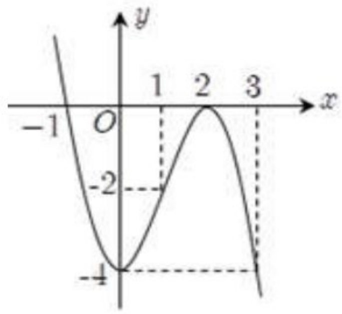
Câu 23: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$, giá trị của $5M-3m$ bằng:

A. 4. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 3.

Câu 24: Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên, hàm số $y=f(x)$ đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-4;-1)$.

Câu 26. Biết (H) là đa diện đều loại $\{5;3\}$ với số đỉnh và số cạnh lần lượt là a và b. Tổng $a+b$ là:

A. $a+b=40$. **B.** $a+b=50$. **C.** $a+b=32$. **D.** $a+b=42$.

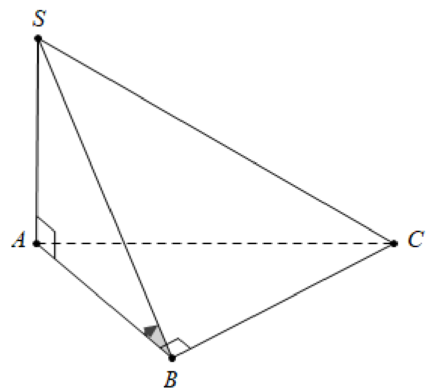
Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với đáy và $SA=AB$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng:



A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 29: Tính nguyên hàm $\int x\sqrt{x+2}dx$ bằng cách đặt $t=\sqrt{x+2}$ ta thu được nguyên hàm nào dưới đây?

A. $\int(t^2-2)tdt$. **B.** $\int 2(t^2-2)tdt$. **C.** $\int 2(t^2-2)t^2dt$. **D.** $\int 2t^2dt$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I bán kính IM?

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=13$ **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=17$

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=13$ **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$

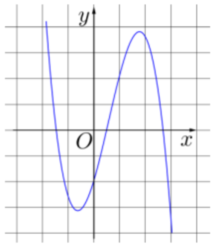
Câu 31: Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AC = a\sqrt{2}, AA' = 2a$. Khi đó thể tích của lăng trụ đó bằng:

A. a^3 **B.** $\frac{a^3}{3}$ **C.** $4a^3$ **D.** $\frac{4a^3}{3}$

Câu 32: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của khối trụ.

A. $S_{tp} = \frac{13a^2\pi}{6}$. **B.** $S_{tp} = a^2\pi\sqrt{3}$. **C.** $S_{tp} = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S_{tp} = \frac{27a^2\pi}{2}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0,\ b > 0,\ c > 0,\ d < 0$ **B.** $a < 0,\ b < 0,\ c > 0,\ d < 0$.

C. $a > 0,\ b < 0,\ c < 0,\ d > 0$ **D.** $a < 0,\ b > 0,\ c < 0,\ d < 0$.

Câu 34: Trong không gian, cho tam giác vuông ABC tại A, $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l = a\sqrt{3}$ **B.** $l = 2a$ **C.** $l = a$ **D.** $l = a\sqrt{2}$

Câu 35: Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Khi đó biểu thức $P = \frac{5 - 2^x - 2^{-x}}{8 + 4.2^x + 4.2^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tích $a.b$ có giá trị bằng:

A. 10. **B.** -8. **C.** 8. **D.** -10.

Câu 36: Cho $P(x) = (1 + 4x + 3x^2)^{10}$. Xác định hệ số của x^3 trong khai triển của $P(x)$ theo lũy thừa của x.

A. 8760. **B.** 4648. **C.** 7740. **D.** 8802.

Câu 37: Có bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ mà số đó có đúng hai chữ số 1, có đúng hai chữ 2, bốn chữ số còn lại đôi một khác nhau, đồng thời các chữ số giống nhau không đứng liền kề nhau.

A. 112600. **B.** 201600. **C.** 126200. **D.** 122600

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(8) + G(8) = 8$ và $F(0) + G(0) = -2$. Khi đó $\int_{-2}^{0} f(-4x)\,dx$ bằng:

A. $-\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** 5. **D.** -5.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1)$ và $f(2) = 1$. Hàm số $g(x) = \left[f(x^2)\right]^2$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 40: Cho hàm số $y=g(x)=x^2+(m+1)x+1$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)=x^3+(m-1)x^2+(1-m)x-1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $g^2(x_1)+g^2(x_2)+g^2(x_3)=15$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

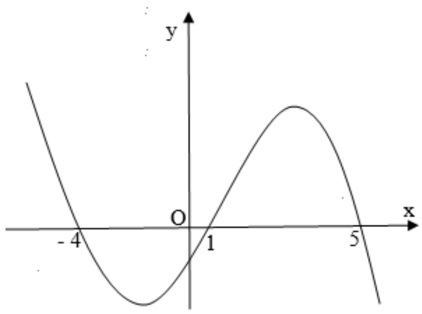
Câu 41: Cho các số thực x, y thỏa mãn $5+16.4^{x^2-2y}=\left(5+16^{x^2-2y}\right).7^{2y-x^2+2}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{10x+6y+26}{2x+2y+5}$. Tính $T=M+m$.

A. $\dfrac{19}{2}$. **B.** $\dfrac{21}{2}$. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 42: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$, biết hàm số có ba điểm cực trị $x=-3, x=3, x=5$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $g(x)=f\left(e^{x^3+3x^2}-m\right)$ có đúng 7 điểm cực trị.

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(1+2x)$ như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-2021;2021]$ để hàm số $y=f\left(-x^2+2x-2020+m\right)$ có 3 điểm cực trị dương.

A. Không có giá trị nào. **B.** 5 giá trị. **C.** 6 giá trị. **D.** 7 giá trị.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên khoảng $(-1;+\infty)$, có đạo hàm liên tục, dương trên khoảng $(-1;+\infty)$, thỏa mãn $f(0)=4$ và

$\left(f'(x)\right)^2=f(x).\dfrac{4}{(x+1)^2\left(x^2+2x+2\right)}$, $\forall x\in(-1;+\infty)$. Khi đó $f\left(\sqrt{3}-1\right)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(4;6)$. **D.** $(6;8)$.

Câu 45: Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 9 và đáy là hình bình hành có diện tích bằng 90. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trọng tâm các mặt bên SAB,SBC,SCD,SDA. Thể tích của khối đa diện lồi có

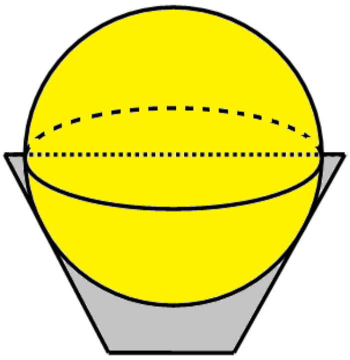
đỉnh là các điểm M,N,P,Q,D,B bằng:

A. 81. **B.** 50. **C.** 40. **D.** 75.

Câu 46: Cho phương trình: $9^{x+1}-m\left(4.\sqrt[2023]{x^2+2x+1}+3m+3\right)3^x+1=0$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất. Tổng bình phương các phần tử trong S là:

A. 4. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 1.

Câu 47: Một cái thùng đựng đầy nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng ba lần bán kính mặt đáy của thùng. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng $\frac{3}{2}$ chiều cao của thùng nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $54\sqrt{3}\pi$ (dm^3). Biết rằng khối cầu tiếp xúc với mặt trong của thùng và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước (hình vẽ). Thể tích nước còn lại trong thùng có giá trị nào sau đây?



A. $\frac{46}{5}\sqrt{3}\pi$ (dm^3). **B.** $18\sqrt{3}\pi$ (dm^3). **C.** $\frac{46}{3}\sqrt{3}\pi$ (dm^3). **D.** 18π (dm^3).

Câu 48: Có bao nhiêu bộ số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $0 \le x, y \le 2022$ và

$$\left(x^2y + 2x^2 + y + 2\right)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right) \le \left(3x + 3y - xy - 9\right)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right)$$

A. 6057. **B.** 3. **C.** 4038. **D.** 2020.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Một mặt phẳng không qua S cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q thỏa mãn $\overrightarrow{SA} = 2\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SP}$. Tính tỉ số $\frac{SB}{SN}$ khi biểu thức $T = \left(\frac{SB}{SN}\right)^2 + 4\left(\frac{SD}{SQ}\right)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\frac{SB}{SN} = \frac{11}{2}$. **B.** $\frac{SB}{SN} = 5$. **C.** $\frac{SB}{SN} = 4$. **D.** $\frac{SB}{SN} = \frac{9}{2}$.

Câu 50: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, Q, R lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, $A'B'$, BC, $B'C'$ và P, S lần lượt là trọng tâm của các tam giác $AA'B$, $CC'B$. Tỉ số thể tích khối đa diện $MNRQPS$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{5}{54}$. **C.** $\frac{1}{10}$. **D.** $\frac{2}{27}$.

----------- HẾT ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO THANH HÓA
TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 4

ĐỀ THI KSCL LẦN I NĂM HỌC 2023- 2024
Môn: Toán – Lớp 12

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Câu	MÃ ĐỀ				**Câu**	MÃ ĐỀ			
	129	126	127	128		**129**	126	127	128
1	C	D	B	D	**26**	D	D	B	B
2	A	D	A	B	**27**	D	D	B	D
3	A	A	A	D	**28**	C	C	D	A
4	D	C	B	D	**29**	B	B	C	C
5	B	D	A	A	**30**	A	A	A	A
6	C	B	D	C	**31**	B	A	A	A
7	B	A	B	B	**32**	D	A	D	B
8	C	C	B	B	**33**	A	A	A	A
9	A	B	C	**C**	**34**	D	A	B	A
10	B	D	C	**A**	**35**	B	A	A	C
11	C	B	B	A	**36**	C	C	A	C
12	A	D	C	D	**37**	A	C	B	A
13	B	A	C	D	**38**	D	C	B	**C**
14	C	B	A	B	**39**	S	C	C	**C**
15	B	A	C	D	**40**	A	B	B	A
16	B	B	D	B	**41**	C	C	A	B
17	A	A	A	A	**42**	B	A	D	A
18	A	D	B	A	**43**	A	D	A	C
19	C	A	D	A	**44**	B	A	C	D
20	D	D	B	A	**45**	C	A	B	A
21	B	A	C	D	**46**	A	B	A	B
22	D	D	D	D	**47**	C	D	C	B
23	C	D	B	D	**48**	A	D	A	B
24	B	B	D	D	**49**	B	B	C	D
25	D	D	C	D	**50**	A	C	B	D

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG, VẬN DỤNG CAO
MÃ ĐỀ 129, 127

Câu 41 đề 129 (câu 44 đề 127):

Đặt $t = x^2 - 2y$, khi đó giả thiết tương đương với

$5+16.4^t = \left(5+16^t\right).7^{2-t} \Leftrightarrow \frac{5+4^{t+2}}{7^{t+2}} = \frac{5+4^{2t}}{7^{2t}}.(1)$

Xét hàm số $f(u) = 5\left(\frac{1}{7}\right)^u + \left(\frac{4}{7}\right)^u$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$f(u)$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(1) \Leftrightarrow f(t+2) = f(2t) \Leftrightarrow t+2 = 2t \Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2y = 2 \Leftrightarrow 2y = x^2 - 2$.

Khi đó $P = \frac{3x^2+10x+20}{x^2+2x+3}$.

Bảng biến thiên của $P(x)$ Từ đó suy ra $M = 7$, $m = \frac{5}{2}$ nên $M + m = \frac{19}{2}$.

Câu 42 đề 125 (Câu 38 đề 127) ; Câu 41 Đề 126 (43 -128): Hướng dẫn giải

Ta có $f(x)>0$ với mọi $x\in(-1;+\infty)$.

Do đó $\left(f'(x)\right)^2 = f(x).\dfrac{4}{(x+1)^2\left(x^2+2x+2\right)}$, $\forall x\in(-1;+\infty)$.

suy ra $f'(x)=\sqrt{f(x)}.\dfrac{2}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}}$, $\forall x\in(-1;+\infty)$.

Do đó, $\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}=\dfrac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}}$, $\forall x\in(-1;+\infty)$.

Lấy nguyên hàm hai vế, ta được $\displaystyle\int\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}}\mathrm{d}x\ (1)$.

+ Tính $I=\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}}$.

Đặt $t=\dfrac{1}{x+1}$, $t>0\Rightarrow x=\dfrac{1}{t}-1\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{-1}{t^2}\mathrm{d}t$.

$$I=-\int\frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{\left(1-2t+t^2\right)+2t(1-t)+2t^2}}=-\int\frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{t^2+1}}.$$

Đặt $u=t+\sqrt{t^2+1}\Rightarrow \mathrm{d}u=\left(1+\dfrac{t}{\sqrt{t^2+1}}\right)\mathrm{d}t$, hay $\mathrm{d}u=\dfrac{t+\sqrt{t^2+1}}{\sqrt{t^2+1}}\mathrm{d}t$, suy ra $\dfrac{\mathrm{d}u}{u}=\dfrac{\mathrm{d}t}{\sqrt{t^2+1}}$.

Suy ra $I=-\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}u}{u}=-\ln u+C=-\ln\left(t+\sqrt{t^2+1}\right)+C=-\ln\left(\frac{1}{x+1}+\sqrt{\left(\frac{1}{x+1}\right)^2+1}\right)+C$.

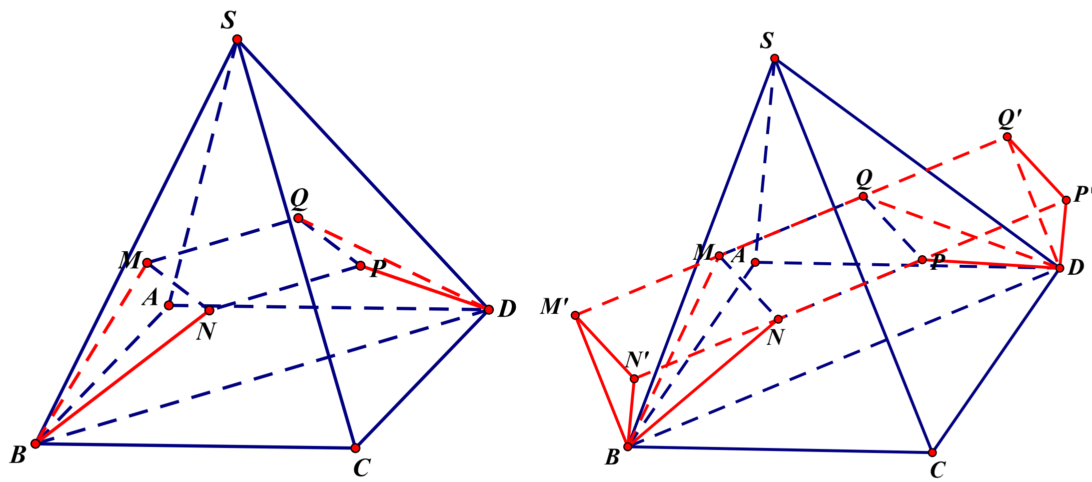
Do vậy $\sqrt{f(x)}=-\ln\left(\dfrac{1}{x+1}+\sqrt{\left(\dfrac{1}{x+1}\right)^2+1}\right)+C$.

Mà $f(0)=4$ nên $2=-\ln\left(1+\sqrt{2}\right)+C\Leftrightarrow C=2+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$.

Suy ra $\sqrt{f(x)}=-\ln\left(\dfrac{1}{x+1}+\sqrt{\left(\dfrac{1}{x+1}\right)^2+1}\right)+2+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$.

Vậy $f\left(\sqrt{3}-1\right)=\left(-\ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2+1}\right)+2+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right)^2\simeq 5,4385$.

Câu 43 đề 125 (Câu 45 đề 127): Hướng dẫn giải



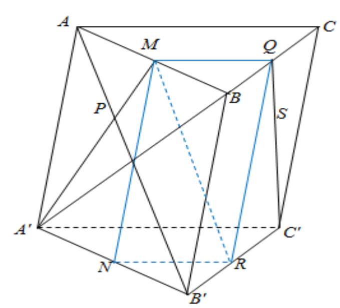
Dễ dàng chứng minh được $MNPQ$ là hình bình hành. $MQ = \frac{1}{3}BD$.

Từ hình vẽ ta thấy $V_{MNPQBD} = V_{M'N'BQ'P'D} - 2V_{BMNN'M'}$; $V_{M'N'BQ'P'D} = \frac{3}{2}V_{BM'N'P'Q'} = \frac{9}{2}V_{BMNM'N'}$

$V_{MNPQBD} = \frac{5}{2}V_{B.MNM'N'}$ $V_{B.MNM'N'} = \frac{V_{B.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3}.\frac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{3}.\frac{MN.MQ.\sin(MN,MQ)}{\frac{1}{2}AC.BD.\sin(AC,BD)} = \frac{1}{3}.2.\frac{1}{3}.\frac{1}{3} = \frac{2}{27}$

$V_{MNPQBD} = \frac{5}{2}.\frac{2}{27}V_{S.ABCD} = \frac{5}{27}.\frac{1}{3}.90.9 = 50$.

Câu 44 đề 125 (Câu 50 đề 127): Hướng dẫn giải



◆ Đặt: $V = V_{ABC.A'B'C'}$; $V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3}S_{AA'C'C}.\mathrm{d}\left(B',\left(AA'C'C\right)\right) = \frac{2}{3}V$

$V_{B'.MNRQ} = \frac{1}{3}.S_{MNRQ}.\mathrm{d}\left(B',\left(MNRQ\right)\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}S_{AA'C'C}\right).\left(\frac{1}{2}\mathrm{d}\left(B',\left(AA'C'C\right)\right)\right)$

$= \left(\frac{1}{3}.S_{AA'C'C}.\mathrm{d}\left(B',\left(AA'C'C\right)\right)\right).\frac{1}{4} = \frac{1}{4}.\frac{2}{3}V = \frac{1}{6}V$

$V_{P.MNRQ} = \frac{1}{3}.V_{A'.MNRQ} = \frac{1}{3}.V_{B'.MNRQ} = \frac{1}{3}.\frac{1}{6}V = \frac{1}{18}V$; $\quad V_{A.BB'C'C} = \frac{1}{3}S_{BB'C'C}.\mathrm{d}\left(A,\left(BB'C'C\right)\right) = \frac{2}{3}V$

$S_{\triangle QRC'} = \frac{1}{2}S_{QRC'C} = \frac{1}{4}S_{BB'C'C}$; $S_{\triangle QRS} = \frac{1}{3}S_{QRC'} = \frac{1}{3}.\frac{1}{4}S_{BB'C'C} = \frac{1}{12}S_{BB'C'C}$

$$V_{A.QRS} = \frac{1}{3}S_{\triangle QRS}.\mathrm{d}\left(A,\left(QRS\right)\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{12}S_{BB'C'C}\right).\left(\mathrm{d}\left(A,\left(BB'C'C\right)\right)\right)$$

$= \left(\frac{1}{3}.S_{BB'C'C}.\mathrm{d}\left(A,\left(BB'C'C\right)\right)\right).\frac{1}{12} = \frac{1}{12}.\frac{2}{3}V = \frac{1}{18}V$, $\quad V_{P.QRS} = \frac{PB'}{AB'}.V_{A.QRS} = \frac{2}{3}.\frac{1}{18}V = \frac{1}{27}V$

- $V_{MNRQPS} = V_{P.MNRQ} + V_{P.QRS} = \frac{1}{18}V + \frac{1}{27}V = \frac{5}{54}V$, Vậy: $\frac{V_{MNRQPS}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{5}{54}$.

Câu 45 đề 125 (Câu 47 đề 127) : Hướng dẫn giải

Gọi R là bán kính của khối cầu. Khi đó thể tích nước tràn ra ngoài là thể tích của một nửa khối cầu nên $\frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi R^3 = 54\sqrt{3}\pi \Leftrightarrow R = 3\sqrt{3}$. Do đó chiều cao của thùng nước là $h = \frac{2}{3}.2R = 4\sqrt{3}$.

Cắt thùng nước bởi thiết diện qua trục ta được hình thang cân $ABCD$ với $AB = 3CD$. Gọi O là giao điểm của AD và BC thì tam giác OAB cân tại O.

Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB và I là giao điểm của OH và CD $\to I$ là trung điểm của DC nên $DI = \frac{1}{3}AH$. Ta có $\frac{OI}{OH} = \frac{DI}{AH} = \frac{1}{3} \to OH = \frac{3}{2}HI = 6\sqrt{3}$

Gọi K là hình chiếu của H trên OA thì $HK = R = 3\sqrt{3}$

Tam giác OHA vuông tại H có đường cao HK nên

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HO^2} + \frac{1}{AH^2} \to \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{HK^2} - \frac{1}{HO^2} = \frac{1}{36} \to AH = 6 \to DI = 2$$

Thể tích thùng đầy nước là $\frac{h\pi\left(AH^2 + DI^2 + AH.DI\right)}{3} = \frac{4\sqrt{3}\pi\left(6^2 + 2^2 + 6.2\right)}{3} = \frac{208\sqrt{3}\pi}{3}$

Do đó thể tích nước còn lại là $\frac{208\sqrt{3}\pi}{3} - 54\sqrt{3}\pi = \frac{46\sqrt{3}\pi}{3}\left(dm^3\right)$.

Câu 46 đề 125 (Câu 43 đề 127): Hướng dẫn giải

Từ giả thiết ta có $f'\left(1+2x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -4 \\ x = 1 \\ x = 5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1+2x = -7 \\ 1+2x = 3 \\ 1+2x = 11 \end{array}\right.$ Từ đó suy ra $f'\left(t\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -7 \\ t = 3 \\ t = 11 \end{array}\right.$

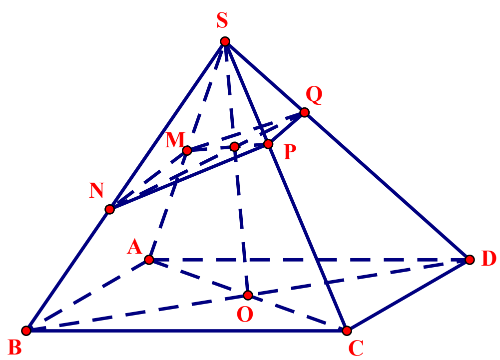
Xét hàm số $y = h(x) = f\left(-x^2 + 2x - 2020 + m\right)$ ta có

$h'(x) = (-2x+2).f'(-x^2+2x-2020+m)$. $\quad h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ f'(-x^2+2x-2020+m)=0,(*) \end{array}\right.$

$$f'(-x^2+2x-2020+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+2x-2020+m=-7 \\ -x^2+2x-2020+m=3 \\ -x^2+2x-2020+m=11 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=x^2-2x+2013 \\ m=x^2-2x+2023 \\ m=x^2-2x+2031 \end{array}\right..$$

Từ dạng đồ thị các hàm số $y=x^2-2x+2013; y=x^2-2x+2023; y=x^2-2x+2031$ ở trên ta suy ra hàm số $y=h(x)=f(-x^2+2x-2020+m)$ có 3 điểm cực trị dương, $2012<m<2013$, do m nguyên và $m\in[-2021;2021]$ suy ra $m\in\varnothing$.

Câu 47 đề 125 (câu 49 đề 127): Hướng dẫn giải



Đặt $\dfrac{SN}{SB}=x, \dfrac{SQ}{SD}=y$ với $x, y>0$. Do đó $T=\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{y^2}$.

Ta có $\dfrac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}.\dfrac{SP}{SC}=\dfrac{x}{6} \Rightarrow V_{S.MNP}=\dfrac{x}{6}V_{S.ABC}=\dfrac{x}{12}V_{S.ABCD}$.

$\dfrac{V_{S.MQP}}{V_{S.ADC}}=\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SQ}{SD}.\dfrac{SP}{SC}=\dfrac{y}{6} \Rightarrow V_{S.MQP}=\dfrac{y}{6}V_{S.ABC}=\dfrac{y}{12}V_{S.ABCD}$

$\Rightarrow V_{S.MNPQ}=V_{S.MNP}+V_{S.MQP}=\left(\dfrac{x+y}{12}\right)V_{S.ABCD}$.(1)

$\dfrac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ABD}}=\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}.\dfrac{SQ}{SD}=\dfrac{xy}{2} \Rightarrow V_{S.MNP}=\dfrac{xy}{2}V_{S.ABC}=\dfrac{xy}{4}V_{S.ABCD}$.

$\dfrac{V_{S.PNQ}}{V_{S.CBD}}=\dfrac{SP}{SC}.\dfrac{SN}{SB}.\dfrac{SQ}{SD}=\dfrac{xy}{3} \Rightarrow V_{S.MNP}=\dfrac{xy}{3}V_{S.ABC}=\dfrac{xy}{6}V_{S.ABCD}$

$\Rightarrow V_{S.MNPQ}=V_{S.MNQ}+V_{S.PNQ}=\dfrac{5xy}{12}V_{S.ABCD}$.(2)

Từ (1), (2) suy ra $x+y=5xy \Leftrightarrow \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=5 \Leftrightarrow \dfrac{1}{y}=5-\dfrac{1}{x}$.

Đặt $t=\dfrac{1}{x}\ (t>0)$. Suy ra $T=t^2+4(5-t)^2=5t^2-40t+100=5(t-4)^2+20\geq 20$.

Do đó $\min\limits_{(0;+\infty)} T = 20 \Leftrightarrow t = 4 \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{SB}{SN} = 4$.

Câu 48 đề 125 (Câu 48 đề 127): Hướng dẫn giải

Điều kiện $\begin{cases} \frac{7y}{y+18} > 0 \\ \frac{3x+1}{x-3} > 0 \end{cases}$ Xét hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{x-3}$ trên $[4;+\infty)$

Có $f(x) = \frac{-10}{(x-3)^2} < 0, \forall x \geq 4$ và ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$.

Suy ra $3 < f(x) \leq 13 \Rightarrow \log_3 f(x) > 0, \forall x \geq 4$.

Ta có

$$(x^2y + 2x^2 + y + 2)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right) \leq (3x + 3y - xy - 9)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right)$$

$$\Leftrightarrow (x^2+1)(y+2)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right) \leq (x-3)(3-y)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right) \quad (*)$$

TH1: $y > 3$ ta có

$6y > 18 \Rightarrow 7y > y + 18 > 0 \Rightarrow \frac{7y}{y+18} > 1 \Rightarrow (x^2+1)(y+2)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right) > 0$.

Mặt khác $y > 3 \Leftrightarrow 3 - y < 0 \Rightarrow (x-3)(3-y)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right) < 0$.

Suy ra $y > 3$ thì bpt $(*)$ không thỏa mãn.

TH2: $y \leq 3$.

Suy ra $6y \leq 18 \Rightarrow 0 < 7y \leq y + 18 \Rightarrow \frac{7y}{y+18} \leq 1 \Rightarrow (x^2+1)(y+2)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right) \leq 0$.

Với $y \leq 3 \Leftrightarrow 3 - y \geq 0 \Rightarrow (x-3)(3-y)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right) \geq 0$.

Do đó bpt $(*)$ luôn đúng với $y \leq 3$.

Mà $x \in \{4;5;..;2022\}$ nên có $3.2019 = 6057$ bộ số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49 đề 125 (Câu 40 đề 127): Hướng dẫn giải

Hàm số $y = f(x) = x^3 + (m-1)x^2 + (1-m)x - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^3 + (m-1)x^2 + (1-m)x - 1 = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt. Khi và chỉ khi phương trình $(x-1)(x^2 + mx + 1) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Khi và chỉ khi phương trình $x^2 + mx + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác $1 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 \neq 0 \\ m^2 - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array} \right.$ (2).hi đó, theo định lí Vi-et phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 - m \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 1 - m \end{cases}$ (3).

Ta có: $g^2(x) = x^4 + 2(m+1)x^3 + (m^2 + 2m + 3)x^2 + 2(m+1)x + 1$.

Chia biểu thức $g^2(x)$ cho $f(x)$ ta được

$$g^2(x) = [x + (m+3)].f(x) + (m+5)x^2 + (m^2 + 4m)x + m + 4.$$

Suy ra $g^2(x_1) = (m+5)x_1^2 + (m^2 + 4m)x_1 + m + 4$

$g^2(x_2) = (m+5)x_2^2 + (m^2 + 4m)x_2 + m + 4$

$g^2(x_3) = (m+5)x_3^2 + (m^2 + 4m)x_3 + m + 4$.

Do đó: $g^2(x_1) + g^2(x_2) + g^2(x_3) = 15$

$\Leftrightarrow (m+5)(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + (m^2 + 4m)(x_1 + x_2 + x_3) + 3m + 12 = 15$

$\Leftrightarrow (m+5)\left[(x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)\right] + (m^2 + 4m)(x_1 + x_2 + x_3) + 3m + 12 = 15$ (4).

Thay (3) vào (4) và rút gọn, ta được $m^2 + 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -4 \end{array} \right.$. Kết hợp với điều kiện (2) ta được $m = -4$ thảo mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50 đề 125 (Câu 46 đề 127): Hướng dẫn giải

$9^{x+1} - m\left(4\sqrt[2023]{x^2 + 2x + 1} + 3m + 3\right).3^x + 1 = 0(1)$

$\Leftrightarrow 9^{x+1} - m\left(4\sqrt[2023]{(x+1)^2} + 3m + 3\right).3^x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 3^{x+2} + 3^{-x} - m\left(4\sqrt[2023]{(x+1)^2} + 3m + 3\right) = 0$

Nhận thấy nếu $x = x_0$ là nghiệm của phương trình (1) thì

$3^{x_0+2} + 3^{-x_0} - m\left(4\sqrt[2023]{(x_0+1)^2} + 3m + 3\right) = 0$

Nhận xét: $x=-2-x_0$ cũng là nghiệm của phương trình (1).

Thật vậy

$$\Leftrightarrow 3^{-x_0-2+2}+3^{x_0+2}-m\left(4\sqrt[2023]{(x+1)^2}+3m+3\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 3^{x_0+2}+3^{-x_0}-m\left(4\sqrt[2023]{(x_0+1)^2}+3m+3\right)=0$$

Do đó phương trình (1) có nghiệm duy nhất thì $x_0=-2-x_0 \Rightarrow x_0=-1$.

Phương trình (1) có nghiệm $x=-1 \Leftrightarrow 1-m(3m+3).\frac{1}{3}+1=0 \Leftrightarrow -m^2-m+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$

Thử lại thấy $m=-2$ thoả mãn.

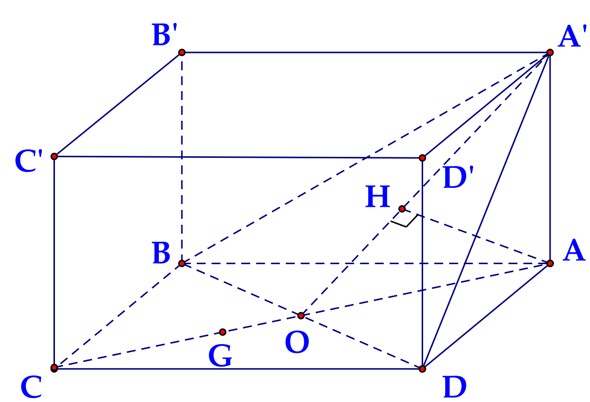
MÃ ĐỀ 126, 128

Câu 42 đề 126 (câu 40 đề 128): Hướng dẫn giải

$$x.f^2(x).f'(x)=4f^2(x)-3x^2 \Leftrightarrow 3x.f^2(x).f'(x)=12f^3(x)-9x^2$$
$$\Leftrightarrow 3x.f^2(x).f'(x)+f^3(x)=13f^3(x)-9x^2$$
$$\Leftrightarrow \int_0^2 \left(x.f^3(x)\right)'\mathrm{d}x=13\int_0^2 f^3(x)\mathrm{d}x-\int_0^2 9x^2dx \Leftrightarrow \left(x.f^3(x)\right)\Big|_0^2=13\int_0^2 f^3(x)\mathrm{d}x-24$$
$$\Leftrightarrow 2=13\int_0^2 f^3(x)\mathrm{d}x-24 \Leftrightarrow \int_0^2 f^3(x)\mathrm{d}x=2$$

Câu 43 đề 126 (Câu 44 đề 128) Hướng dẫn giải

Chọn D Gọi O là giao điểm của AC và BD.



Ta có $AG \cap (A'BD) = O$ nên $d(G,(A'BD)) = \dfrac{GO}{AO} d(A,(A'BD)) = \dfrac{1}{3} d(A,(A'BD))$.

Dễ thấy $BD \perp (AA'O)$, trong $(AA'O)$ vẽ $AH \perp A'O$ tại H.

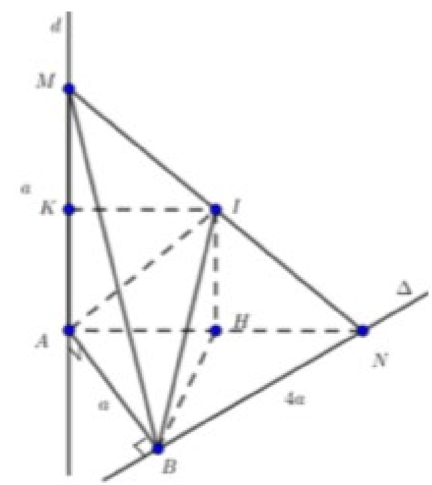
Khi đó $\begin{cases} AH \perp BD \\ AH \perp A'O \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BD) \Rightarrow d(A,(A'BD)) = AH$.

Gọi x là cạnh hình thoi $ABCD$, ta có $\widehat{BAD} = 60°$ nên ΔABD đều.

Suy ra $AO = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$, khi đó $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AO^2} + \dfrac{1}{AA'^2} \Leftrightarrow \dfrac{7}{3a^2} = \dfrac{4}{3x^2} + \dfrac{1}{a^2} \Rightarrow x = a$.

Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.S_{ABCD} = a.\left(2.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\right) = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44 đề 126 (Câu 45 đề 128): Hướng dẫn giải



Chọn A

Ta có $\begin{cases} AM \perp AB \\ AM \perp BN \end{cases} \Rightarrow AM \perp (ABN)$

$AB \perp \Delta \Rightarrow AB \perp BN \Rightarrow \Delta ABN$ vuông tại B.

Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của AN, MN và AM ta có:

I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABN;

$IH // AM \Rightarrow IH \perp (ABN) \Rightarrow IA = IB = IN$

$IK // AN \Rightarrow IK \perp AM \Rightarrow IA = IM$

$\Rightarrow IM = IA = IB = IN \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$

Ta có

$$AM // IH \Rightarrow AM // (BHI) \supset BI$$

$$\Rightarrow d(AM; BI) = d(AM; (BHI)) = d(A; (BHI))$$

Ta có $S_{\Delta ABH} = \dfrac{1}{2} S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.a.4a = a^2$

$$IH = \frac{1}{2}AM = a \Rightarrow V_{IABH} = \frac{1}{3}IH.S_{\Delta ABH} = \frac{1}{3}.a.a^2 = \frac{a^3}{3}$$

$$V_{S.ABH} = \frac{1}{3}d\left(A;(BHI)\right).S_{\Delta BHI} \Rightarrow d\left(A;(BHI)\right) = \frac{3V_{I.ABH}}{S_{\Delta BHI}}$$

Mà $IH \perp (ABN) \Rightarrow IH \perp BH \Rightarrow \Delta BHI$ vuông tại H có

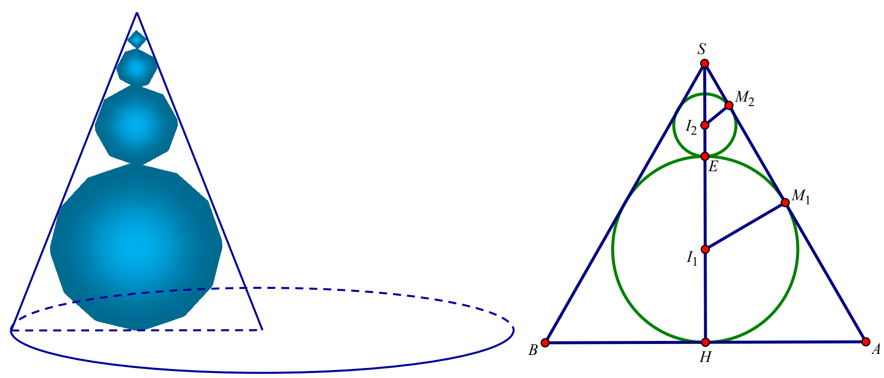
$$HA = a; BH = \frac{1}{2}AN = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+16a^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2} \Rightarrow S_{\Delta BHI} = \frac{1}{2}.a.\frac{a\sqrt{17}}{2} = \frac{a^2\sqrt{17}}{4}$$

Vậy $d\left(AM;BI\right) = d\left(A;(BHI)\right) = \dfrac{3.\frac{a^3}{3}}{\frac{a^2\sqrt{17}}{4}} = \dfrac{4a}{\sqrt{17}}$ Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, Q, R lần

Câu 45 đề 126 (Câu 42 đề 128):

Hướng dẫn giải

Chọn A Gọi I_1, I_2 lần lượt là tâm của mặt cầu $\left(S_1\right)$ và $\left(S_2\right)$.



Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó ta có ΔSAB đều và $R_1 = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Hạ $I_1M_1 \perp SA$, $I_2M_2 \perp SA$.

$\Leftrightarrow 3r_1 = 3r_2 + 2r_1 \Leftrightarrow r_1 = 3r_2$. Chứng minh tương tự ta có $r_2 = 3r_3, \ldots, r_n = 3r_{n+1}$.

Do đó dãy bán kính r_1, $r_2, \ldots, r_n$,. lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $r_1 = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và công bội $q = \frac{1}{3}$.

Suy ra dãy thể tích của các khối cầu $\left(S_1\right)$, $\left(S_2\right)$, $\ldots, \left(S_n\right), \ldots$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $V_1 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{54}\pi a^3$ và công bội $q_1 = \frac{1}{27}$.

Vậy tổng thể tích của các khối cầu $\left(S_1\right), \left(S_2\right), \ldots, \left(S_n\right), \ldots$ là: $V = \frac{V_1}{1-q} = \frac{\sqrt{3}}{52}\pi a^3$.

Câu 46 đề 126 (Câu 47 đề 128): Hướng dẫn giải

Chọn B **Nhận xét:** Dựa vào đồ thị ta nhận thấy đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là đường $\left(C_1\right)$ còn đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ là đường $\left(C_2\right)$.

Thật vậy: dựa vào đồ thị ta thấy hoành độ các giao điểm của $\left(C_2\right)$ với trục hoành Ox chính là hoành độ các điểm cực trị của $\left(C_1\right)$ và hoành độ các giao điểm của $\left(C_1\right)$ với trục hoành Ox không phải là hoành độ các điểm cực trị của $\left(C_2\right)$.

Ta có: $f^2\left(x\right)+2.\mathrm{e}^x.f\left(x\right)-\dfrac{m}{2020}.\mathrm{e}^{2x}=0\Leftrightarrow\left(\dfrac{f\left(x\right)}{\mathrm{e}^x}\right)^2+2.\dfrac{f\left(x\right)}{\mathrm{e}^x}=\dfrac{m}{2020}$ (1)

Đặt $t=\dfrac{f\left(x\right)}{\mathrm{e}^x}$, ta có $t'=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(f'\left(x\right)-f\left(x\right)\right)}{\mathrm{e}^{2x}}=\dfrac{f'\left(x\right)-f\left(x\right)}{\mathrm{e}^x}$

Suy ra $t'=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=f'\left(x\right)$. Số nghiệm phương trình này là số giao điểm của hai đồ thị $y=f\left(x\right)$ và $y=f'\left(x\right)$. Dựa vào đồ thị ta thấy: trên đoạn $\left[0;2\right]$ pt $f\left(x\right)=f'\left(x\right)$ có 2 nghiệm $x=1$ và $x=2$

Bảng biến thiên

Dựa vào đồ thị $y=f\left(x\right)$ là đường $\left(C_1\right)$ ta có $f\left(0\right)=f\left(2\right)=-2\Rightarrow\dfrac{f\left(2\right)}{\mathrm{e}^2}>f\left(0\right)$ và $f\left(1\right)=0$.

x	0		1		2
t'		$+$	0	$-$	0
t	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\dfrac{2}{e^2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $x\in\left[0;2\right]$ thì $t\in\left[-2;0\right]$.

Nhận xét: +) với mỗi nghiệm $t\in\left[-2;-\dfrac{2}{\mathrm{e}^2}\right)$ thì có 1 nghiệm $x\in\left[0;1\right)$;

+) với mỗi nghiệm $t\in\left[-\dfrac{2}{\mathrm{e}^2};0\right)$ thì có 2 nghiệm x phân biệt thuộc đoạn $\left[0;2\right]$

(3 nghiệm x này đôi một khác nhau)

- Phương trình $\left(1\right)$ trở thành: $t^2+2t=\dfrac{m}{2020}$ $\left(2\right)$.

BBT của hàm số $g\left(t\right)=t^2+2t$ trên đoạn $\left[-2;0\right]$:

t	-2		-1		$-\dfrac{2}{e^2}$		0
$g(t)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$\dfrac{4(1-e^2)}{e^4}$	$\nearrow$	0

- Từ BBT của hàm số $g(t)$ và nhận xét trên ta thấy:

PT (1) có 3 nghiệm x phân biệt khi và chỉ khi PT (2) có 2 nghiệm t thỏa mãn:

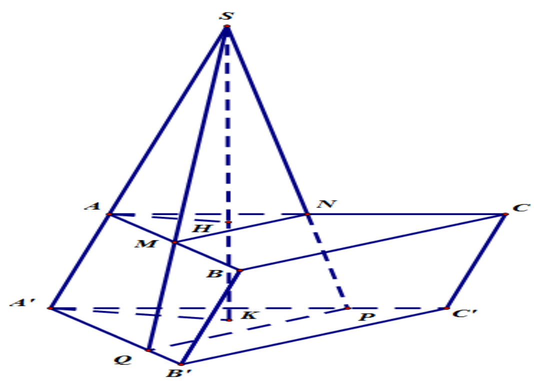
$$\left[\begin{array}{l} -2 \le t_1 < -\dfrac{2}{e^2} \le t_2 < 0 \\ -\dfrac{2}{e^2} \le t_1 < 0 = t_2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -2 \le t_1 < -\dfrac{2}{e^2} \le t_2 < 0 \\ t_1 = -2,\ t_2 = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\left(1-e^2\right)}{e^4} \le \frac{m}{2020} < 0 \Leftrightarrow \frac{8080\left(1-e^2\right)}{e^4} \le m < 0.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-945; -944; ...; -1\}$.

Vậy có 945 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47 đề 126 (Câu 50 đề 128): Hướng dẫn giải



+) Vì M, N lần lượt là trung điểm của cạnh $AB, AC \Rightarrow MN \,//\, BC$.

+) P, Q lần lượt thuộc các cạnh $A'C', A'B'$ sao cho $\dfrac{A'P}{A'C'} = \dfrac{A'Q}{A'B'} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow QP \,//\, B'C'$.

+) Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ nên $BC \,//\, B'C'$.

Do đó $MN \,//\, QP \Rightarrow$ 4 điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

Ta có $(ABB'A') \cap (ACC'A') = AA'$, $(ABB'A') \cap (MNPQ) = MQ$, $(ACC'A') \cap (MNPQ) = NP$

$\Rightarrow$ 3 đường thẳng AA', MQ, NP đồng quy hoặc đôi một song song.

Hơn nữa, vì $AM \,//\, A'Q$ và $AM = \dfrac{1}{2}AB < \dfrac{3}{4}AB = \dfrac{3}{4}A'B' = A'Q$ nên AA' cắt MQ. Do đó AA', MQ, NP đồng quy tại S.

Ta có $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.A'QP}} = \dfrac{SA}{SA'} \cdot \dfrac{SM}{SQ} \cdot \dfrac{SN}{SP}$.

Mà $AM \,//\, A'Q, AN \,//\, A'P$ nên $\dfrac{SA}{SA'} = \dfrac{SM}{SQ} = \dfrac{SN}{SP} = \dfrac{AM}{A'Q} = \dfrac{\frac{1}{2}AB}{\frac{3}{4}A'B'} = \dfrac{2}{3}$.

Suy ra, $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.A'QP}} = \dfrac{SA}{SA'} \cdot \dfrac{SM}{SQ} \cdot \dfrac{SN}{SP} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{8}{27} \Rightarrow V_{S.AMN} = \dfrac{8}{27} V_{S.A'QP}$.

Gọi V là thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, A', M, N, P, Q. Khi đó:

$$V = V_{S.A'QP} - V_{S.AMN} = V_{S.A'QP} - \frac{8}{27} V_{S.A'QP} = \frac{19}{27} V_{S.A'QP}.$$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của S lên các mặt phẳng $(AMN), (A'QP)$.

Do $(AMN) // (A'QP)$ nên S, H, K thẳng hàng. Suy ra HK là chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Hơn nữa, $\frac{SH}{SK} = \frac{SA}{SA'} = \frac{2}{3} \Rightarrow SH = \frac{2}{3}SK \Rightarrow HK = SK - SH = SK - \frac{2}{3}SK = \frac{1}{3}SK \Rightarrow SK = 3HK$. Theo đầu bài $HK = 6$ nên $SK = 3HK = 18$.

Lại có, $\frac{S_{\Delta A'QP}}{S_{\Delta A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}A'Q.A'P.\sin A'}{\frac{1}{2}A'B'.A'C'.\sin A'} = \frac{A'Q}{A'B'}.\frac{A'P}{A'C'} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow S_{\Delta A'QP} = \frac{9}{16}S_{\Delta A'B'C'}$.

Theo đầu bài $S_{\Delta A'B'C'} = 8$ nên $S_{\Delta A'QP} = \frac{9}{16}S_{\Delta A'B'C'} = \frac{9}{2}$. Do đó $V_{S.A'QP} = \frac{1}{3}S_{\Delta A'QP}.SK = \frac{1}{3}.\frac{9}{2}.18 = 27$.

Vậy $V = \frac{19}{27}V_{S.A'QP} = \frac{19}{27}.27 = 19$.

Câu 48 đề 126 (Câu 49 đề 128) Hướng dẫn giải

Ta có: $\begin{cases} \log(x+y) = z \\ \log(x^2+y^2) = z+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 10^z \\ x^2+y^2 = 10^{z+1} = 10.10^z \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2 = 10(x+y)$

Khi đó $x^3+y^3 = a.10^{3z}+b.10^{2z} \Leftrightarrow (x+y)(x^2-xy+y^2) = a.(10^z)^3+b.(10^z)^2$

$\Leftrightarrow (x+y)(x^2-xy+y^2) = a.(x+y)^3+b.(x+y)^2 \Leftrightarrow x^2-xy+y^2 = a.(x+y)^2+b.(x+y)$

$\Leftrightarrow x^2-xy+y^2 = a.(x^2+2xy+y^2)+\frac{b}{10}(x^2+y^2) \Leftrightarrow x^2+y^2-xy = \left(a+\frac{b}{10}\right)(x^2+y^2)+2a.xy$

Đồng nhất hệ số ta được $\begin{cases} a+\frac{b}{10} = 1 \\ 2a = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 15 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2} = 4+\frac{1}{225} = 4,008 \in (4;5)$.

Câu 49 đề 126 (Câu 48 đề 128): Hướng dẫn giải

Chọn B Đồ thị hs cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^3+(m-1)x^2+(1-m)x-1 = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt. Khi và chỉ khi phương trình $(x-1)(x^2+mx+1) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Khi và chỉ khi phương trình $x^2+mx+1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ m^2-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array}\right.$ (2).

Khi đó, theo định lí Vi-et phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $\begin{cases} x_1+x_2+x_3 = 1-m \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1 = 1-m \end{cases}$ (3).

Ta có: $g^2(x) = x^4+2(m+1)x^3+(m^2+2m+3)x^2+2(m+1)x+1$.

Chia biểu thức $g^2(x)$ cho $f(x)$ ta được

$g^2(x)=[x+(m+3)].f(x)+(m+5)x^2+(m^2+4m)x+m+4$.

Suy ra $g^2(x_1)=(m+5)x_1^2+(m^2+4m)x_1+m+4$ $g^2(x_2)=(m+5)x_2^2+(m^2+4m)x_2+m+4$

$g^2(x_3)=(m+5)x_3^2+(m^2+4m)x_3+m+4$. Do đó: $g^2(x_1)+g^2(x_2)+g^2(x_3)=15$

$\Leftrightarrow (m+5)(x_1^2+x_2^2+x_3^2)+(m^2+4m)(x_1+x_2+x_3)+3m+12=15$

$\Leftrightarrow (m+5)\left[(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)\right]+(m^2+4m)(x_1+x_2+x_3)+3m+12=15$ (4).

Thay (3) vào (4) và rút gọn, ta được $m^2+3m-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-4 \end{array}\right.$. Kết hợp với điều kiện (2) ta được $m=-4$ thảo mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50 đề 126 (Câu 46 đề 128): Hướng dẫn giải

Chọn B Điều kiện xác định: $x^2+m+x\sqrt{x^2+4}>0$.

$\log_2\left(x^2+m+x\sqrt{x^2+4}\right)=(2m-9)x-1+(1-2m)\sqrt{x^2+4}$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x\left(\sqrt{x^2+4}+x\right)+m\right)=2mx-9x-1+\sqrt{x^2+4}-2m\sqrt{x^2+4}$

$\Leftrightarrow \log_2\left(\dfrac{4x}{\sqrt{x^2+4}-x}+m\right)=2mx-9x-1+\sqrt{x^2+4}-2m\sqrt{x^2+4}$

$\Leftrightarrow \log_2\left(\dfrac{4x+m\sqrt{x^2+4}-mx}{\sqrt{x^2+4}-x}\right)=2mx-9x-1+\sqrt{x^2+4}-2m\sqrt{x^2+4}$

$\Leftrightarrow \log_2\left(4x+m\sqrt{x^2+4}-mx\right)+\left(8x+2m\sqrt{x^2+4}-2mx\right)+1=\log_2\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)+\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\left(8x+2m\sqrt{x^2+4}-2mx\right)+\left(8x+2m\sqrt{x^2+4}-2mx\right)=\log_2\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)+\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)$ (1) Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t$, $t\in(0;+\infty)$.

$f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+1>0,\ \forall t\in(0;+\infty)$ nên hàm số luôn đồng biến trên TXĐ.

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 8x+2m\sqrt{x^2+4}-2mx=\sqrt{x^2+4}-x \Leftrightarrow 2m\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)=\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)-8x$

$\Leftrightarrow 2m = 1 - \dfrac{8x}{\sqrt{x^2+4}-x} \Leftrightarrow 2m = 1 - \dfrac{8x\left(\sqrt{x^2+4}+x\right)}{4} \Leftrightarrow 2m = 1 - 2x\left(\sqrt{x^2+4}+x\right)$

$\Leftrightarrow x\sqrt{x^2+4}+x^2 = \dfrac{1-2m}{2}$. Xét hàm số $g(x) = x\sqrt{x^2+4}+x^2$ với $x \in (-\infty;+\infty)$.

Ta có $g'(x) = \dfrac{\left(\sqrt{x^2+4}+x\right)^2}{\sqrt{x^2+4}} \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left[x\left(\sqrt{x^2+4}+x\right)\right] = \lim\limits_{x\to-\infty}\left[x\dfrac{4}{\sqrt{x^2+4}-x}\right] = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{-\sqrt{1+\dfrac{4}{x^2}}-1} = -2$;

Ta có bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Để phương trình có nghiệm thì $\dfrac{1-2m}{2} > -2 \Leftrightarrow m < \dfrac{5}{2}$.

Do m nguyên thuộc đoạn $[-21;22]$ nên số giá trị m là 24.