

## BÀI 2.

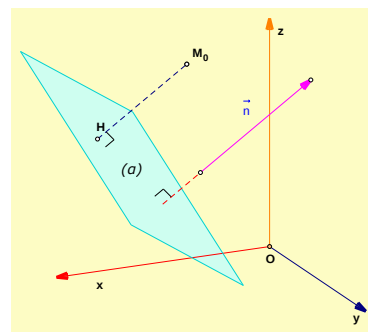
## PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

### A. LÝ THUYẾT GIÁO KHOA.

#### I. VÉCTƠ PHÁP TUYẾN:

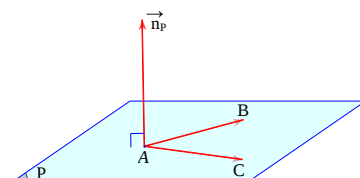
##### 1. Định nghĩa:

Cho mặt phẳng  $(\alpha)$ . Véc tơ  $\vec{n} \neq \vec{0}$  gọi là véc tơ pháp tuyến (VTPT) của  $mp(\alpha)$  nếu giá của  $\vec{n}$  vuông góc với  $(\alpha)$ ,  
Kí hiệu  $\vec{n} \perp (\alpha)$ .



##### 2. Chú ý:

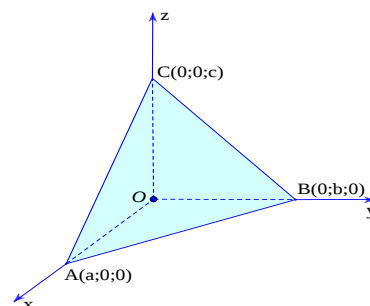
- Nếu  $\vec{n}$  là VTPT của  $(\alpha)$  thì  $k\vec{n}$  ( $k \neq 0$ ) cũng là VTPT của  $(\alpha)$ . Vậy  $mp(\alpha)$  có vô số VTPT.
- Nếu hai véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}$  (không cùng phương) có giá song song (hoặc nằm trên)  $mp(\alpha)$  thì  $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$  là một VTPT của  $mp(\alpha)$ .
- Nếu ba điểm  $A, B, C$  phân biệt không thẳng hàng thì véc tơ  $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$  là một VTPT của  $mp(ABC)$ .



### II. Phương trình tổng quát của mặt phẳng :

#### 1. Phương trình tổng quát.

- Cho  $mp(\alpha)$  đi qua  $M(x_0; y_0; z_0)$ , có  $\vec{n} = (A; B; C)$  là một VTPT.  
Khi đó phương trình tổng quát của  $(\alpha)$  có dạng:  $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ .
- Nếu  $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$  thì  $\vec{n} = (A; B; C)$  là một VTPT của  $(\alpha)$ .
- Nếu  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c); abc \neq 0$  thì phương trình của  $(ABC)$  có dạng:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  và được gọi là phương trình theo đoạn chắn của  $(\alpha)$ .



**Ví dụ 1.** Lập phương trình mặt phẳng  $(P)$  biết:

- $(P)$  đi qua  $A(1; 2; 3), B(4; -2; -1), C(3; -1; 2)$ ;
- $(P)$  là mặt phẳng trung trực đoạn  $AC$  ( Với  $A, C$  ở câu 1);
- $(P)$  đi qua  $M(0; 0; 1), N(0; 2; 0)$  và song song với  $AB$ ;
- $(P)$  đi qua các hình chiếu của  $A$  lên các trục tọa độ.

Lời giải

.....

.....

.....

[illegible]This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

#### IV. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng:

Khoảng cách từ  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mp  $(P): Ax + By + Cz + D = 0$  là:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

**Ví dụ 3.** Lập phương trình  $(P)$  biết  $(P)$  song song với  $(Q): 2x - 3y - 6z - 14 = 0$  và khoảng cách từ  $O$  đến  $(P)$  bằng 5.

Lời giải

#### B. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.

**DẠNG 1. Lập phương trình mặt phẳng khi biết một điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  và một véc tơ pháp tuyến**

##### 1. Phương pháp chung.

Để lập phương trình của một  $(P)$  ta cần tìm một điểm mà  $(P)$  đi qua và một VTPT của  $(P)$ .

Khi tìm VTPT của  $(P)$  chúng ta cần lưu ý một số tính chất sau :

- Nếu giá của hai véc tơ không cùng phương  $\vec{a}, \vec{b}$  có giá song song hoặc nằm trên  $(P)$  thì  $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$  là một VTPT của  $(P)$ .
- Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì VTPT của mặt phẳng này cũng là VTPT của mặt phẳng kia.
- Nếu  $(P)$  chứa (hoặc song song) với  $AB$  thì giá của véc tơ  $\overrightarrow{AB}$  sẽ nằm trên (hoặc song song) với  $(P)$ .
- Nếu  $(P) \perp (Q)$  thì VTPT của mặt phẳng này sẽ có giá nằm trên hoặc song song với mặt phẳng kia.
- Nếu  $(P) \perp AB$  thì  $\overrightarrow{AB}$  là một VTPT của  $(P)$ .

##### 2. Các trường hợp đặc biệt

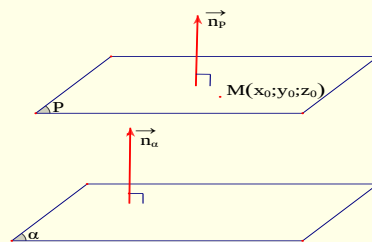
- Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm không trùng với gốc tọa độ  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  có phương trình  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .
- Các mặt phẳng tọa độ  $(Oyz): x = 0, (Ozx): y = 0, (Oxy): z = 0$ .
- Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua gốc tọa độ  $Ax + By + Cz = 0$ .
- Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song  $(D \neq 0)$  hoặc chứa  $(D = 0)$  trục  $Ox$  có dạng:  $By + Cz + D = 0$ .
- Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song  $(D \neq 0)$  hoặc chứa  $(D = 0)$  trục  $Oy$  có dạng:  $Ax + Cz + D = 0$ .
- Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song  $(D \neq 0)$  hoặc chứa  $(D = 0)$  trục  $Oz$  có dạng:  $Ax + By + D = 0$ .
- Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song  $(D \neq 0)$  với mặt phẳng  $(Oxy)$  có phương trình là:  $Cz + D = 0$ .
- Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song  $(D \neq 0)$  với mặt phẳng  $(Oyz)$  có phương trình là:  $Ax + D = 0$ .
- Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song  $(D \neq 0)$  với mặt phẳng  $(Ozx)$  có phương trình là:  $By + D = 0$ .

##### 3. Bài toán tổng quát và bài tập minh họa.

**Bài toán 1. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M song song với mặt phẳng  $\alpha$  cho trước.**

**Phương pháp.**

- Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng ( $\alpha$ ) nên VTPT của (P) chính là VTPT của mặt phẳng ( $\alpha$ ).
- Từ đó viết phương trình mặt phẳng (P) qua M có VTPT là  $\vec{n} = \vec{n}_\alpha$



**Bài tập 1.** Viết phương trình mặt phẳng (P) qua  $M(-1; 2; 3)$  song song với mặt phẳng (Q):  $2x - 3y + 2z - 1 = 0$ .

**Lời giải**

.....

.....

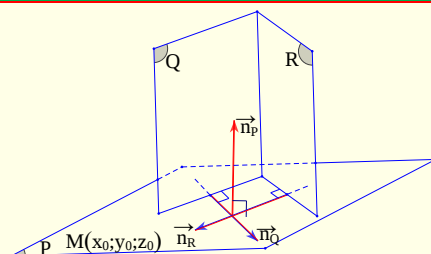
.....

.....

**Bài toán 2. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M vuông góc với 2 mp(Q) và mp(R).**

**Phương pháp.**

- Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (R) nên  $\begin{cases} \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \\ \vec{n}_P \perp \vec{n}_R \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\vec{n}_Q, \vec{n}_R]$  với  $\vec{n}_P, \vec{n}_Q, \vec{n}_R$  lần lượt là VTPT của mặt phẳng (P), (Q), (R)
- Phương trình mặt phẳng (P) qua M có VTPT  $\vec{n}_P$



**Bài tập 2.** Viết phương trình mặt phẳng (P) qua  $(1; -1; 2)$  và vuông góc với 2 mặt phẳng (Q):  $x - 3z + 1 = 0$ ; (R):  $2x + y - z + 1 = 0$

**Lời giải**

.....

.....

.....

.....

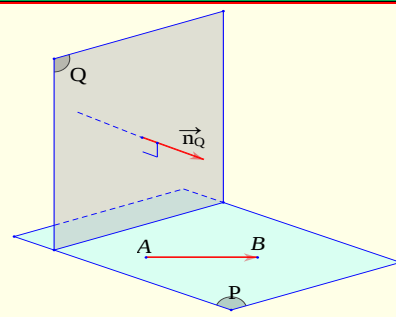
.....

.....

**Bài toán 3. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q)**

**1. Phương pháp.**

- Gọi  $\vec{n}, \vec{n}_Q$  lần lượt là VTPT của mp (P) và mặt phẳng (Q)
- Vì mặt phẳng (P) đi qua A, B và mp (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) nên  $\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{n}_Q \\ \vec{n} \perp \vec{AB} \end{cases} \Rightarrow [\vec{n}_Q, \vec{AB}]$ .
- Từ đó viết phương trình mặt phẳng (P)



**Bài tập 3.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(0;1;0)$  và  $B(1;2;-2)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): 2x - y + 3z + 13 = 0$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

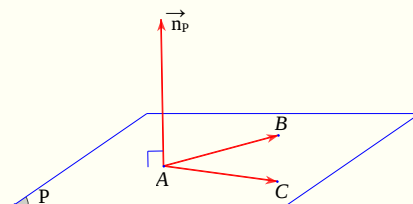
.....

.....

**Bài toán 4.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua 3 điểm  $A, B, C$  cho trước

**1. Phương pháp.**

- Gọi  $\vec{n}$  là VTPT của mặt phẳng  $(P)$ .
- Vì mp  $(P)$  đi qua  $A, B, C$  nên  $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ .
- Phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua  $M$  có VTPT là  $\vec{n}$



**Bài tập 4.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua  $A(1;0;1), B(0;2;0), C(0;1;2)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài toán 5.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(Q), (R)$  có

dạng  $\begin{cases} (Q): Ax + By + Cz + D = 0 \\ (R): A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$  và thỏa mãn các giả thiết đi qua điểm  $M$  hoặc song song với mặt phẳng hoặc vuông góc với mặt phẳng.

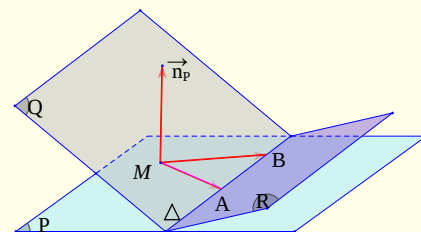
**1. Phương pháp.**

★ Trường hợp 1: mp  $(P)$  đi qua giao tuyến  $\Delta$  và điểm  $M$ .

- Mọi điểm thuộc giao tuyến có tọa độ là nghiệm của hệ gồm 2 phương trình của mặt phẳng  $(Q)$  và  $(R)$

$$\begin{cases} (Q): Ax + By + Cz + D = 0 \\ (R): A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases} \quad (1)$$

- Từ hệ (1) chọn ra 2 điểm  $A, B$  thuộc giao tuyến sau đó viết phương trình mặt phẳng qua điểm  $A, B, M$  như dạng 4.



★ Trường hợp 2: mp  $(P)$  đi qua giao tuyến  $\Delta$  và song song với mp  $(\alpha)$ .

- 

- 

## Lời giải

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains ten rows of these lines, providing a guide for letter height and placement. The lines are evenly spaced and extend across the width of their respective columns.

**Bài toán 6.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua 3 điểm  $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$  thỏa mãn điều kiện cho trước.

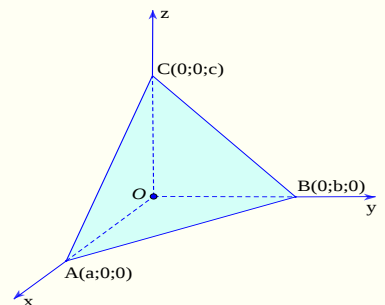
**1. Phương pháp.**

Sử dụng phương pháp mặt phẳng đoạn chắn :

- Mặt phẳng  $(P)$  đi qua các điểm  $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$   
;  $abc \neq 0$  thì phương trình của  $(ABC)$  có dạng:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

- Sử dụng điều kiện của giả thiết để tìm  $a, b, c$ .



**Bài tập 6.** Lập phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M(1;9;4)$  và cắt các trục tọa độ tại các điểm  $A, B, C$  (khác gốc tọa độ) sao cho

- 1).  $M$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .
- 2). Khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  là lớn nhất.
- 3).  $OA = OB = OC$ .
- 4).  $8OA = 12OB + 16 = 37OC$  và  $x_A > 0, z_C < 0$ .

**Lời giải.**

**Bài tập 7.** Lập phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M(1;4;9)$  sao cho  $(\alpha)$  cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại 3 điểm  $A, B, C$  thỏa:

- 1).  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ ,
- 2). Tứ diện  $OABC$  có thể tích nhỏ nhất,
- 3). Khoảng cách từ  $O$  đến  $(ABC)$  lớn nhất,
- 4).  $OA + OC = 4OB$  và  $OA = OB + 9$ .

Lời giải.

[illegible]

#### 4. Bài tập rèn luyện.

 **Bài 1.** Lập phương trình của  $(P)$  trong các trường hợp sau:

- 1).  $(P)$  đi qua  $A(1;2;1)$  và song song với  $(Q): x + y + 3z - 1 = 0$  ;
- 2).  $(P)$  đi qua  $M(0;1;2), N(0;1;1), P(2;0;0)$  ;
- 3).  $(P)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn  $MN$  (với  $M, N$  ở ý 2) ;
- 4).  $(P)$  đi qua các hình chiếu của  $A(1;2;3)$  lên các trục tọa độ ;
- 5).  $(P)$  đi qua  $B(1;2;0), C(0;2;0)$  và vuông góc với  $(R): x + y + z + 1 = 0$  ;
- 6).  $(P)$  đi qua  $D(-1;2;3)$  và vuông góc với hai mặt phẳng :  $(\alpha): x - 2 = 0$  ;  $(\beta): y - z - 1 = 0$ .

### Lời giải

[illegible]

**Bài 2.** Lập phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$ , biết:

- 1).  $(\alpha)$  đi qua  $M(2;3;1)$  và song song với mặt phẳng  $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ ;
- 2).  $(\alpha)$  đi qua  $A(2;1;1), B(-1;-2;-3)$  và  $(\alpha)$  vuông góc với  $(\beta): x + y + z = 0$ ;
- 3).  $(\alpha)$  chứa trục  $Ox$  và vuông góc với  $(Q): 2x + 3y - z + 2 = 0$ .
- 4).  $(\alpha)$  đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ , đồng thời  $(\alpha)$  vuông góc với mặt phẳng  $(\beta): 3x + 2y - z + 5 = 0$ .

### Lời giải

**5. Câu hỏi trắc nghiệm:**

**Mức độ 1. Nhận biết**

**Câu 1.(THPT Nguyễn Đức Cảnh)** Trong không gian  $Oxyz$ ,  $mp(P): x + y - z + 3 = 0$ .

Hỏi  $mp(P)$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $M(1;1;-1)$ .      B.  $N(-1;-1;1)$ .      C.  $P(1;1;1)$ .      D.  $Q(-1;1;1)$ .

Lời giải

**Câu 2.(Đặng Thành Nam)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + y + z - 3 = 0$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $M(-1;-1;-1)$ .      B.  $N(1;1;1)$ .      C.  $P(-3;0;0)$ .      D.  $Q(0;0;-3)$ .

Lời giải

**Câu 3.(THPT Kim Liên 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $mp(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$ , véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .

- A.  $\vec{n}_1 = (3;6;2)$ .      B.  $\vec{n}_3 = (-3;6;2)$ .      C.  $\vec{n}_2 = (2;1;3)$ .      D.  $\vec{n}_4 = (-3;6;-2)$

Lời giải

**Câu 4.(THPT Mê Linh Hà Nội)** Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$  là

- A.  $\vec{n} = (4;2;-4)$ .      B.  $\vec{n} = (-2;1;-2)$ .      C.  $\vec{n} = (1;-2;1)$ .      D.  $\vec{n} = (2;1;2)$ .

Lời giải

**Câu 5.(THPT Ngô Sỹ Liên 2019)** Mặt phẳng  $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$  có một vector pháp tuyến là:

- A.  $\vec{n} = (3;2;3)$ .      B.  $\vec{n} = (2;3;-2)$ .      C.  $\vec{n} = (2;3;2)$ .      D.  $\vec{n} = (3;2;-3)$ .

Lời giải

**Câu 6.(Chuyên Lê Thánh Tôn 2019)** Vector  $\vec{n} = (-1; -4; 1)$  là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $x + 4y - z + 3 = 0$ .      B.  $x - 4y + z + 1 = 0$ .      C.  $x + 4y + z + 2 = 0$ .      D.  $x + y - 4z + 1 = 0$ .

Lời giải

**Câu 7.(THPT Nghĩa Hưng Nam Định)** Trong không gian  $Oxyz$ , một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$  là

- A.  $\vec{n} = (3; 6; -2)$       B.  $\vec{n} = (2; -1; 3)$       C.  $\vec{n} = (-3; -6; -2)$       D.  $\vec{n} = (-2; -1; 3)$

Lời giải

**Câu 8.(THPT Chuyên Trần Đại Nghĩa)** Trong không gian với hệ trục độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; -2; 1)$ ,  $B(-1; 3; 3)$ ,  $C(2; -4; 2)$ . Một véc tơ pháp tuyến  $\vec{n}$  của mặt phẳng  $(ABC)$  là:

- A.  $\vec{n}_1 = (-1; 9; 4)$ .      B.  $\vec{n}_4 = (9; 4; -1)$ .      C.  $\vec{n}_3 = (4; 9; -1)$ .      D.  $\vec{n}_2 = (9; 4; 11)$ .

Lời giải

**Câu 9.(THPT Thuận Thành Bắc Ninh 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; 2; -3)$  có vector pháp tuyến  $\vec{n} = (2; -1; 3)$  là :

- A.  $2x - y + 3z + 9 = 0$ .      B.  $2x - y + 3z - 4 = 0$ .      C.  $x - 2y - 4 = 0$ .      D.  $2x - y + 3z + 4 = 0$ .

Lời giải

**Câu 10.(Chuyên Đại Học Vinh)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; -1; 3)$  và  $B(0; 3; 1)$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng trung trực của  $AB$ . Một vector pháp tuyến của  $(\alpha)$  có tọa độ là

- A.  $(2; 4; -1)$ .      B.  $(1; 2; -1)$ .      C.  $(-1; 1; 2)$ .      D.  $(1; 0; 1)$ .

Lời giải

**Câu 11.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-3; -1; 3)$ ,  $B(-1; 3; 1)$  và  $(P)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ . Một vectơ pháp tuyến của  $(P)$  có tọa độ là:

- A.  $(-1; 3; 1)$ .      B.  $(-1; 1; 2)$ .      C.  $(-3; -1; 3)$ .      D.  $(1; 2; -1)$ .

Lời giải

**Câu 12.(Sở GD và ĐT Quảng Bình 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; -1; 3)$  và  $B(0; 3; 1)$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$ . Một vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$  có tọa độ là:

- A.  $\vec{n} = (2; 4; -1)$ .      B.  $\vec{n} = (1; 0; 1)$ .      C.  $\vec{n} = (-1; 1; 2)$ .      D.  $\vec{n} = (1; 2; -1)$ .

Lời giải

**Câu 13.(Sở GD & ĐT Cà Mau)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 5; -2)$ ,  $B(3; 1; 2)$ . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

- A.  $2x + 3y + 4 = 0$ .      B.  $x - 2y + 2x - 8 = 0$ .      C.  $x - 2y + 2z + 8 = 0$ .      D.  $x - 2y + 2z + 4 = 0$ .

Lời giải

**Câu 14.(THPT Chuyên Thái Bình 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 3; -4)$  và  $B(-1; 2; 2)$ . Viết phương trình mặt phẳng trung trực  $(\alpha)$  của đoạn thẳng  $AB$ .

- A.  $(\alpha): 4x + 2y + 12z + 7 = 0$ .      B.  $(\alpha): 4x - 2y + 12z + 17 = 0$ .  
C.  $(\alpha): 4x + 2y - 12z - 17 = 0$ .      D.  $(\alpha): 4x - 2y - 12z - 7 = 0$ .

Lời giải

**Câu 15.(Gang Thép Thái Nguyên 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0; 1; -1)$  và điểm  $B(2; 1; 3)$ . Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ ?

- A.  $x + 2y + 3 = 0$ .      B.  $2x + y - 3 = 0$ .      C.  $x + y + z - 3 = 0$ .      D.  $x + 2z - 3 = 0$ .

Lời giải

**Câu 16.(THPT Chuyên Quốc Học Huế 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;3;-4), B(-1;2;2)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$  là?

A.  $4x + 2y + 12z + 7 = 0$ .

B.  $4x - 2y + 12z + 7 = 0$ .

C.  $4x + 2y - 12z - 17 = 0$ .

D.  $4x - 2y - 12z - 17 = 0$ .

Lời giải

**Câu 17.(THPT Nông Cống 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;-2;3), B(3;0;-1)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình

A.  $x + y - z + 1 = 0$ .

B.  $x + y - 2z + 1 = 0$ .

C.  $x - y - 2z + 1 = 0$ .

D.  $x + y - 2z + 7 = 0$ .

Lời giải

**Câu 18.(Sở GD và ĐT Kiên Giang 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;0), B(2;-1;1)$ . Một vector pháp tuyến  $\vec{n}$  của mặt phẳng  $(OAB)$  (Với  $O$  là gốc tọa độ) là

A.  $\vec{n} = (-3;1;-1)$ .

B.  $\vec{n} = (1;-1;-3)$ .

C.  $\vec{n} = (1;-1;3)$ .

D.  $\vec{n} = (1;1;3)$ .

Lời giải

**Câu 19.(THPT Ngô Quyền Hà Nội)** Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua ba điểm  $M(2;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;4)$  là

A.  $(2;-3;4)$ .

B.  $(-6;4;-3)$ .

C.  $(-6;-4;3)$ .

D.  $(-6;4;3)$ .

Lời giải

**Câu 20.(Sở GD và ĐT Điện Biên)** Cho không gian  $Oxyz$ , viết phương trình đoạn chắn mặt phẳng đi qua điểm  $A(2,0,0); B(0,-3,0); C(0,0,2)$

A.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ .

B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1$ .

C.  $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$ .

D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$ .

Lời giải

**Câu 21.(Gang Thép Thái Nguyên)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng qua các điểm  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;3;0)$ ,  $C(0;0;5)$  có phương trình là

- A.  $15x + 5y + 3z + 15 = 0$ . B.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} + 1 = 0$ . C.  $x + 3y + 5z = 1$ . D.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1$ .

Lời giải

**Câu 22.(THPT Thanh Chương 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(0;-2;0)$ ,  $B(0;0;3)$  và  $C(-1;0;0)$  có phương trình là

- A.  $3x + 6y - 2z + 6 = 0$ . B.  $6x + 3y - 2z - 6 = 0$ .  
C.  $2x - 6y - 3z - 6 = 0$ . D.  $6x + 3y - 2z + 6 = 0$ .

Lời giải

**Câu 23.(THPT Chuyên Sơn-La 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;-2;0)$  và  $C(0;0;3)$  là

- A.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$ . B.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = -1$ . C.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 0$ . D.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .

Lời giải

**Câu 24.(THPT Hàm Rồng)** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(2;0;0)$ ,  $N(0;1;0)$  và  $P(0;0;2)$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  có phương trình là

- A.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ . B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ . C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$ . D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ .

Lời giải

**Câu 25.(THPT Kinh Dương 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua các điểm  $A(-1;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(0;0;-2)$  có phương trình là:

- A.  $-2x + y - z - 2 = 0$ . B.  $-2x + y - z + 2 = 0$ .  
C.  $-2x + y + z - 2 = 0$ . D.  $-2x - y - z + 2 = 0$ .

Lời giải

**Câu 26.(THPT Chuyên Thái Bình)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;2;3)$ . Gọi  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Viết phương trình  $mp(ABC)$ .

A.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

B.  $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

C.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0.$

D.  $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

Lời giải

.....

.....

.....

**Câu 61.(THPT Lý Nhân Tông 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3;5;2)$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của  $A$  trên các mặt phẳng tọa độ?

A.  $3x + 5y + 2z - 60 = 0.$

B.  $10x + 6y + 15z - 60 = 0.$

C.  $10x + 6y + 15z - 90 = 0.$

D.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 27.(Chuyên Đại Học Vinh)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục  $Oz$ ?

A.  $(\alpha): z = 0.$

B.  $(P): x + y = 0.$

C.  $(Q): x + 11y + 1 = 0.$

D.  $(\beta): z = 1.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

**Câu 28.(THPT Nguyễn Công Trứ 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oyz)$  có phương trình là

A.  $z = 0.$

B.  $y = 0.$

C.  $y + z = 0.$

D.  $x = 0.$

Lời giải

.....

.....

.....

**Câu 29.(Chuyên Hưng Yên Lần 3)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng  $Ozx$ ?

A.  $x = 0.$

B.  $y - 1 = 0.$

C.  $y = 0.$

D.  $z = 0.$

Lời giải

.....

**Câu 30.(THPT Sơn Tây Hà Nội 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxy)$  có phương trình là

- A.  $x + y = 0$ .      B.  $x = 0$ .      C.  $z = 0$ .      D.  $y = 0$ .

Lời giải

**Câu 31.(THPT Phú Dực)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình là

- A.  $x + y + z = 0$ .      B.  $y = 0$ .      C.  $x = 0$ .      D.  $z = 0$ .

Lời giải

**Câu 32.(THPT Thạch Thành 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxy)$  có phương trình:

- A.  $x = 0$ .      B.  $x + y + z = 0$ .      C.  $y = 0$ .      D.  $z = 0$ .

Lời giải

**Câu 33.(THPT Nguyễn Đức Cảnh 2019)** Trong không gian  $Oxyz$  trục  $Ox$  song song với mặt phẳng có phương trình nào ?

- A.  $x + by + cz + d = 0$  với  $(b^2 + c^2 \neq 0)$ .      B.  $y + z = 0$ .  
C.  $by + cz + 1 = 0$  với  $(b^2 + c^2 \neq 0)$ .      D.  $x + 1 = 0$ .

Lời giải

### Mức độ 2. Thông Hiểu

**Câu 34.(THPT Nguyễn Khuyến)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; 0; 2)$  và vuông góc với đường thẳng  $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$  có phương trình là

- A.  $2x + y - 3z + 8 = 0$ .      B.  $2x - y + 3z - 8 = 0$ .      C.  $2x - y + 3z + 8 = 0$ .      D.  $2x + y - 3z - 8 = 0$ .

Lời giải

**Câu 35.(THPT Trần Kim Hưng 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$  và điểm  $A(1; -2; 3)$ . Mặt phẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$  có phương trình là:

- A.  $x - y + 2z + 9 = 0$ . B.  $x - 2y + 3z - 9 = 0$ . C.  $x - y + 2z - 9 = 0$ . D.  $x - 2y + 3z - 14 = 0$

Lời giải

**Câu 36.(THPT Yên Dũng 2019)** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; 2; 0)$  và vuông góc với đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$  có phương trình là

- A.  $x + 2y - z + 4 = 0$ . B.  $2x + y + z - 4 = 0$ . C.  $2x + y - z - 4 = 0$ . D.  $2x - y - z + 4 = 0$ .

Lời giải

**Câu 37.(Chuyên ĐH Vinh)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(3; -1; 4)$ , đồng thời vuông góc với giá của vectơ  $\vec{a}(1; -1; 2)$  có phương trình là

- A.  $3x - y + 4z - 12 = 0$ . B.  $3x - y + 4z + 12 = 0$ . C.  $x - y + 2z - 12 = 0$ . D.  $x - y + 2z + 12 = 0$ .

Lời giải

**Câu 38.(Thanh Chương Nghệ An)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Oyz)$  và đi qua điểm  $A(1; 2; 3)$  có phương trình

- A.  $x = 1$ . B.  $z = 3$ . C.  $y = 2$ . D.  $x + y + z - 6 = 0$ .

Lời giải

**Câu 39.(Chuyên ĐH Vinh 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1; -1; 2)$  đồng thời song song với mặt phẳng  $(Q): 2x + 3y - z + 5 = 0$  có phương trình là

- A.  $2x + 3y - z - 3 = 0$ . B.  $x - y + 2z + 3 = 0$ . C.  $2x + 3y - z + 3 = 0$ . D.  $x - y + 2z - 3 = 0$ .

Lời giải

**Câu 40.(THPT Số Tư Nghĩa 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $A(2; -1; 1)$  và song song với mặt phẳng  $(Q): 2x - y + 3z + 2 = 0$ . Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là:

- A.  $4x - 2y + 6z + 8 = 0$ . B.  $2x - y + 3z - 8 = 0$ . C.  $2x - y + 3z + 8 = 0$ . D.  $4x - 2y + 6z - 8 = 0$

Lời giải

**Câu 41.(THPT Yên Mô Ninh Bình 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1;2;3)$  và song song với mặt phẳng  $(Q): x-2y+3z+1=0$

- A.  $x-2y+3z+6=0$ . B.  $x-2y+3z+16=0$ . C.  $x-2y+3z-6=0$ . D.  $x-2y+3z-16=0$ .

Lời giải

**Câu 42.(THPT Cẩm Giàng)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $A(1;3;-2)$  và song song với mặt phẳng  $(P): 2x-y+3z+4=0$  là:

- A.  $2x+y+3z+7=0$ . B.  $2x+y-3z+7=0$ .  
C.  $2x-y+3z+7=0$ . D.  $2x-y+3z-7=0$ .

Lời giải

**Câu 43.(THPT Thuận Thành 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng chứa trục  $Oy$  và điểm  $K(2;1;-1)$ ?

- A.  $x+2z=0$ . B.  $x-2z=0$ . C.  $-x+2y=0$ . D.  $y-1=0$

Lời giải

**Câu 44.(Sở GD và ĐT Cần Thơ 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3;1;-1)$  và  $B(2;-1;4)$ . Phương trình mặt phẳng  $(OAB)$  với  $O$  là gốc tọa độ là

- A.  $3x+14y+5z=0$ . B.  $3x-14y+5z=0$ . C.  $3x+14y-5z=0$ . D.  $3x-14y-5z=0$ .

Lời giải

**Câu 45.(THPT Nghĩa Hưng 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;1;2)$ ,  $B(2;-2;1)$ ,  $C(-2;1;0)$ . Khi đó, phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là  $ax+y-z+d=0$ . Hãy xác định  $a$  và  $d$ .

- A.  $a=1, d=1$ . B.  $a=6, d=-6$ . C.  $a=-1, d=-6$ . D.  $a=-6, d=6$ .

Lời giải

**Câu 46.(Chuyên Nguyễn Du-Đăk Lăk)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng qua ba điểm  $A(1;3;2)$ ,  $B(2;5;9)$ ,  $C(-3;7;-2)$  có phương trình là  $3x + ay + bz + c = 0$ . Giá trị  $a + b + c$  bằng

- A. -6.                                      B. 3.                                      C. -3.                                      D. 6.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 47.(THPT Ngô Quyền Hải Phòng 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;3;0)$  và  $C(0;0;-1)$ . Phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $D(1;1;1)$  và song song với mặt phẳng  $(ABC)$  là

- A.  $2x + 3y - 6z + 1 = 0$ .      B.  $3x + 2y - 6z + 1 = 0$ .      C.  $3x + 2y - 5z = 0$ .      D.  $6x + 2y - 3z - 5 = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 48.(Chuyên Lý Tự Trọng 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$  và  $(Q): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(R)$  qua điểm  $M(3;1;5)$  và vuông góc với cả hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ .

- A.  $2x + y - 2z + 4 = 0$ .                                      B.  $2x - y - 2z + 5 = 0$ .  
C.  $2x + y - 2z + 3 = 0$ .                                      D.  $2x + y - 2z - 3 = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 49.(THPT Lê Xoay 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $B(2;1;-3)$ , đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(Q): x + y + 3z = 0$  và mặt phẳng  $(R): 2x - y + z = 0$  là:

- A.  $4x + 5y - 3z - 22 = 0$ .                                      B.  $4x - 5y - 3z - 12 = 0$ .  
C.  $2x + y - 3z - 14 = 0$ .                                      D.  $4x + 5y - 3z + 22 = 0$ .

Lời giải

.....

**Câu 50.(Chuyên Lam Sơn 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$  và  $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ . Phương trình mặt phẳng đi qua  $O$  đồng thời vuông góc với cả  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  có phương trình là

- A.  $2x + y - 2z + 1 = 0$ .      B.  $2x + y - 2z = 0$ .      C.  $2x - y - 2z = 0$ .      D.  $2x - y + 2z = 0$ .

Lời giải

**Câu 51.(Chuyên Lý Tự Trọng Cần Thơ)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho bốn điểm  $A(5;1;3), B(1;6;2), C(5;0;4), D(4;0;6)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và song song với đường thẳng  $CD$

- A.  $(P): 10x + 9y + 5z + 70 = 0$ .      B.  $(P): 10x + 9y + 5z - 74 = 0$   
C.  $(P): 10x + 9y + 5z + 74 = 0$       D.  $(P): 10x + 9y + 5z - 70 = 0$ .

Lời giải

**Câu 52.(THPT Gia Lộc Hải Dương 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;4;1), B(-1;1;3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

- A.  $2y + 3z - 11 = 0$ .      B.  $2x - 3y - 11 = 0$ .      C.  $x - 3y + 2z - 5 = 0$ .      D.  $3y + 2z - 11 = 0$ .

Lời giải

**Câu 53.(THPT Chuyên Sơn La Lần 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(0;1;0), B(2;3;1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): x + 2y - z = 0$  có phương

trình là

- A.  $4x - 3y + 2z + 3 = 0$ . B.  $4x - 3y - 2z + 3 = 0$ . C.  $2x + y - 3z - 1 = 0$ . D.  $4x + y - 2z - 1 = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 54.(Đại Học KHTN Hà Nội)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(R)$  qua  $A(1; 2; -1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$ ;  $(Q): x + y + z - 2 = 0$  có phương trình là

- A.  $x + y + 2z - 1 = 0$ . B.  $4x - y - 3z - 5 = 0$ . C.  $4x - y + z - 1 = 0$ . D.  $x - y + z + 2 = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 55.(THPT Gia Lộc 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(2; 1; -3)$ , đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(Q): x + y + 3z = 0$ ,  $(R): 2x - y + z = 0$

- A.  $2x + y - 3z - 14 = 0$ . B.  $4x + 5y - 3z - 22 = 0$ .  
C.  $4x + 5y - 3z + 22 = 0$ . D.  $4x - 5y - 3z - 12 = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 56.(HSG Sở GD Và ĐT Bắc Ninh)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y + z + 1 = 0$  và hai điểm  $A(1; -1; 2); B(2; 1; 1)$ . Mặt phẳng  $(Q)$  chứa  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ , mặt phẳng  $(Q)$  có phương trình là:

- A.  $3x - 2y - z + 3 = 0$ . B.  $x + y + z - 2 = 0$ . C.  $3x - 2y - z - 3 = 0$ . D.  $-x + y = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

**Câu 57.(Sở GD và Đào Tạo Hưng Yên)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(2;1;1)$ ,  $B(-1;-2;-3)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): x + y + z = 0$ .

A.  $x - y - z = 0$ .

B.  $x + y - 3 = 0$ .

C.  $x - y - 1 = 0$ .

D.  $x + y + z - 4 = 0$ .

Lời giải

**Câu 58.(Sở GD và Đào Tạo Bình Thuận 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3;-1;1)$ ,  $B(1;2;4)$ . Viết phương trình  $mp(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .

A.  $(P): 2x - 3y - 3z - 16 = 0$ .

B.  $(P): 2x - 3y - 3z - 6 = 0$ .

C.  $(P): -2x + 3y + 3z - 6 = 0$ .

D.  $(P): -2x + 3y + 3z - 16 = 0$ .

Lời giải

**Câu 59.(THPT Nguyễn Trãi Hải Dương)** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A(3;0;0)$ ,  $B(0;0;4)$  và song song với trục  $Oy$  có phương trình là

A.  $4x + 3z - 12 = 0$ .

B.  $3x + 4z - 12 = 0$ .

C.  $4x + 3z + 12 = 0$ .

D.  $4x + 3z = 0$ .

Lời giải

**Câu 60.(THPT Lương Thế Vinh 2019)** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(0;-1;2)$ , song song với trục  $Ox$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ .

A.  $(P): 2y + 2z - 1 = 0$ .

B.  $(P): y + z - 1 = 0$ .

C.  $(P): y - z + 3 = 0$ .

D.  $(P): 2x + z - 2 = 0$ .

Lời giải

**Câu 61.(Chuyên Nguyễn Du)** Trong không gian  $Oxyz$ , biết mặt phẳng  $ax + by + cz + 5 = 0$  qua hai điểm  $A(3;1;-1)$ ,  $B(2;-1;4)$  và vuông góc với  $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$ . Giá trị của  $a - b + c$  bằng

A. 9.                                      B. 12.                                      C. 10.                                      D. 8.

Lời giải

**Câu 62.(THPT Phan Đình Tùng Hà Tĩnh)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(1;2;4)$ ;  $N(0;1;2)$ ;  $P(2;1;3)$  và mặt phẳng  $(\alpha): x + Ay + Bz + C = 0$ . Biết  $(\alpha)$  song song với  $OP$  và đi qua hai điểm  $M, N$ . Giá trị của biểu thức  $A + B - C$  là

A. 1.                                      B. -1.                                      C. -5.                                      D. 0.

Lời giải

**Câu 63.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , biết mặt phẳng  $ax + by + cz - 24 = 0$  qua  $A(1;2;3)$  và vuông góc với hai mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + z + 4 = 0$ ,  $(Q): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ . Giá trị  $a + b + c$  bằng

A. 8.                                      B. 9.                                      C. 10.                                      D. 12.

Lời giải

**Câu 64.(Chuyên ĐH Vinh)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng có phương

trình  $(P): x - 2y + 3z - 2 = 0$ ,  $(Q): x - y + 3 = 0$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với cả  $(P)$  và  $(Q)$  đồng thời cắt trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ bằng 5. Phương trình của mp  $(\alpha)$  là:

- A.  $3x + 3y + z - 15 = 0$ . B.  $x + y + z + 3 = 0$ . C.  $-2x + z + 6 = 0$ . D.  $-2x + z - 6 = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 65.(Chuyên ĐH Vinh 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng lần lượt có phương trình  $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$ ,  $(Q): x - z + 2 = 0$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với cả  $(P)$  và  $(Q)$  đồng thời cắt trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp  $(\alpha)$  là:

- A.  $x + y + z - 3 = 0$ . B.  $x + y + z + 3 = 0$ . C.  $-2x + z + 6 = 0$ . D.  $-2x + z - 6 = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

**DẠNG 2. Lập phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  khi biết một điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$ , khoảng cách, góc và chưa có véc tơ pháp tuyến.**

### 1. Phương pháp:

- ① Gọi  $\vec{n} = (A; B; C)$  là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$ ,  $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ .
- ② Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  và có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (A; B; C)$

Có dạng:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (1)$$

- ③ Căn cứ vào giả thiết có  $n$  ẩn  $A, B, C$  ...thì có  $n - 1$  phương trình.

★ Khoảng cách hai điểm  $A(x_A, y_A, z_A), B(x_B, y_B, z_B)$  là

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

★ Khoảng cách từ  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mp  $(P): Ax + By + Cz + D = 0$  là:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

★ Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right|$

★ Góc của hai mặt phẳng  $(P), (Q)$  lần lượt có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (a; b; c)$  và  $\vec{n}_2 = (a'; b'; c')$

$$\exists k \in \mathbb{R} : \vec{n}_1 = k \cdot \vec{n}_2 \Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

**Lời giải.**

This image shows a full page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, typical of notebook paper. There are no margins, text, or other markings on the page.

[illegible]

Lập phương trình mặt phẳng ( $\alpha$ ) biết:

- 1).  $(\alpha)$  đi qua  $A$  và chứa  $Ox$
- 2).  $(\alpha)$  đi qua  $A, B$  và cách đều hai điểm  $C, D$ .

**Lời giải.**

This image shows a full page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a template for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the paper.
$$M\left(0;0;\frac{1}{2}\right) \text{ đến } (P) \text{ bằng } \frac{7}{6\sqrt{3}}.$$

- 3). Lập phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $O$ , vuông góc với  $(Q): x + y + z = 0$  và cách điểm  $M(1; 2; -1)$  một khoảng bằng  $\sqrt{2}$ .

**Lời giải.**

.....

[illegible]

**Bài tập 11.** Viết phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  biết:

1).  $(\alpha)$  đi qua  $A(1; -1; 1), B(2; 0; 3)$  và  $(\alpha)$  song song với  $Ox$ ,

2).  $(\alpha)$  đi qua  $M(3; 0; 1), N(6; -2; 1)$  và  $(\alpha)$  tạo với  $(Oyz)$  một góc  $\varphi$  thỏa  $\cos \varphi = \frac{2}{7}$ .

**Lời giải.**

**Bài tập 12.** Lập phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  biết

1).  $(\alpha)$  qua hai điểm  $A(1; 2; -1), B(0; -3; 2)$  và vuông góc với  $(P): 2x - y - z + 1 = 0$ .

2).  $(\alpha)$  cách đều hai mặt phẳng  $(\beta): x + 2y - 2z + 2 = 0, (\gamma): 2x + 2y + z + 3 = 0$ .

3).  $(\alpha)$  qua hai điểm  $C(-1; 0; 2), D(1; -2; 3)$  và khoảng cách từ gốc tọa độ tới mp  $(\alpha)$  là 2.

4).  $(\alpha)$  đi qua  $E(0; 1; 1)$  và  $d(A, (\alpha)) = 2; d(B, (\alpha)) = \frac{11}{7}$ , trong đó  $A(1; 2; -1), B(0; -3; 2)$ .

**Lời giải.**

[illegible]

**Bài tập 13.** Tìm  $m, n$  để 3 mặt phẳng sau cùng đi qua một đường thẳng:

$$(P): x + my + nz - 2 = 0, (Q): x + y - 3z + 1 = 0 \text{ và } (R): 2x + 3y + z - 1 = 0.$$

Khi đó hãy viết phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua đường thẳng chung đó và tạo với  $(P)$  một góc  $\varphi$  sao cho  $\cos \varphi = \frac{23}{\sqrt{679}}$ .

**Lời giải.**

**Bài tập 14.** Lập phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  biết

1).  $(\alpha)$  đi qua  $A(1;0;2)$ ,  $B(2;-3;3)$  và tạo với mặt phẳng  $(\beta): 4x + y + z - 3 = 0$  một góc  $60^\circ$ .

2).  $(\alpha)$  đi qua  $C(2;-3;5)$ , vuông góc với  $(P): x - 5y - z + 1 = 0$  và tạo với mặt phẳng  $(Q): 2x + 2y + z - 3 = 0$  góc  $45^\circ$ .

**Lời giải.**

4. Câu hỏi trắc nghiệm:

Mức độ 3. Vận dụng

**Câu 66. (THPT Nguyễn Du 2019)** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0;1;2)$ ,  $B(2;-2;1)$ ,  $C(-2;0;1)$ . Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm  $A, B, C$  là  $ax + by + cz + d = 0$  với  $a + b^2 + c^2 = 21$  và  $a > 0$ . Khi đó  $a + b + c + d$  bằng:

A. 2.                      B. 4.                      C. 5.                      D. 3.

Lời giải

**Câu 67. (THPT Cổ Loa Hà Nội 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): ax + by + cz - 27 = 0$  qua hai điểm  $A(3;2;1)$ ,  $B(-3;5;2)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$ . Tính tổng  $S = a + b + c$ .

A.  $S = 2$ .                      B.  $S = -12$ .                      C.  $S = -4$ .                      D.  $S = -2$ .

Lời giải

**Câu 68.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 4; 1); B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Một mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có dạng  $ax + by + cz - 11 = 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $a + b + c = 5$ .      B.  $a + b + c = 15$ .      C.  $a + b + c = -5$ .      D.  $a + b + c = -15$ .

Lời giải

**Câu 69.** (THPT Kim Liên 2018) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(3; 0; 0)$ ,  $N(2; 2; 2)$ . Mặt phẳng  $(P)$  thay đổi đi qua hai điểm  $M, N$  cắt trục  $Oy, Oz$  lần lượt tại  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$ ,  $b \neq 0, c \neq 0$ . Hệ thức nào dưới đây là đúng?

- A.  $b + c = 6$ .      B.  $bc = 3(b + c)$ .      C.  $bc = b + c$ .      D.  $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{6}$ .

Lời giải

**Câu 70.** (Kênh Truyền Hình Giáo Dục Quốc Gia 2019) Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

- A.  $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$ .      B.  $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$ .  
C.  $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$ .      D.  $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$ .

Lời giải

**Câu 71.(THPT Chuyên Quốc Học Huế 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $G(1;4;3)$ . Viết phương trình mặt phẳng cắt các trục tọa độ  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sao cho  $G$  là trọng tâm tứ diện  $OABC$ .

A.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$ .

B.  $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$ .

C.  $3x + 12y + 9z - 78 = 0$ .

D.  $4x + 16y + 12z - 104 = 0$

Lời giải

**Câu 72.(THPT Nguyễn Huệ Huế)** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1;2;3)$  và cắt ba trục tọa độ  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sao cho  $M$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .

A.  $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$ .

B.  $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$ .

C.  $(P): 6x + 2y + 2z - 2 = 0$ .

D.  $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0$ .

Lời giải

**Câu 73.(THPT Chuyên Nguyễn Du 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $ax + by + cz - 18 = 0$  cắt ba trục tọa độ tại  $A, B, C$  sao cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(-1; -3; 2)$ . Giá trị  $a + c$  bằng

A. 3.

B. 5.

C. -5.

D. -3.

Lời giải

**Câu 74.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2019)** Cho điểm  $M(1;2;5)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $M$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

- A.  $x + y + z - 8 = 0$ .      B.  $x + 2y + 5z - 30 = 0$ .      C.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$ .      D.  $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .

Lời giải

**Câu 75.(Chuyên Lê Thánh Tông 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;2;3)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  không trùng với gốc tọa độ sao cho  $M$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(P)$ .

- A.  $2x + y + 3z + 9 = 0$ .      B.  $2x + 2y + 3z + 14 = 0$ .  
C.  $2x + y + z - 9 = 0$ .      D.  $3x + 2y + z - 14 = 0$ .

Lời giải

**Câu 76. (THPT chuyên Hạ Long 2019)** Viết phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M(2;1;-3)$ , biết  $(\alpha)$  cắt trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho tam giác  $ABC$  nhận  $M$  làm trực tâm

A.  $2x + 5y + z - 6 = 0$ .

B.  $2x + y - 6z - 23 = 0$ .

C.  $2x + y - 3z - 14 = 0$ .

D.  $3x + 4y + 3z - 1 = 0$ .

Lời giải

**Câu 77. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $H(2;1;1)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $H$  và cắt các trục tọa độ tại  $A, B, C$  sao cho  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Hãy viết phương trình mặt phẳng  $(P)$ .

A.  $2x + y + z - 6 = 0$ .

B.  $x + 2y + z - 6 = 0$ .

C.  $x + 2y + 2z - 6 = 0$ .

D.  $2x + y + z + 6 = 0$ .

Lời giải

**Câu 78.(THPT Chuyên Thái Bình 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P)$  chứa điểm  $H(1;2;2)$  và cắt  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sao cho  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

- A.  $x+2y-2z-9=0$ .    B.  $2x+y+z-6=0$ .    C.  $2x+y+z-2=0$ .    D.  $x+2y+2z-9=0$ .

Lời giải

**Câu 79.(THPT Lương Thế Vinh)** Cho mặt phẳng  $(Q): x-y+2z-2=0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q)$ , đồng thời cắt các trục  $Ox$ ,  $Oy$  lần lượt tại các điểm  $M$ ,  $N$  sao cho  $MN=2\sqrt{2}$ .

- A.  $(P): x-y+2z+2=0$ .    B.  $(P): x-y+2z=0$ .  
C.  $(P): x-y+2z\pm 2=0$ .    D.  $(P): x-y+2z-2=0$ .

Lời giải

**Câu 80.(Sở GD & Đào Tạo Hưng Yên)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , lập phương trình của các mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(\beta): x+y-z+3=0$  và cách  $mp(\beta)$  một khoảng bằng  $\sqrt{3}$ .

- A.  $x+y-z+6=0$ ;  $x+y-z=0$ .    B.  $x+y-z+6=0$ .  
C.  $x-y-z+6=0$ ;  $x-y-z=0$ .    D.  $x+y+z+6=0$ ;  $x+y+z=0$ .

Lời giải

**Câu 81.(Sở GD & ĐT Thừa Thiên Huế 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q): 2x + y + 2z - 1 = 0$ . Viết phương trình  $mp(P)$  song song với  $mp(Q)$  và khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng  $\frac{2}{3}$ .

- A.  $2x + y + 2z + 1 = 0$  hoặc  $2x + y + 2z + 3 = 0$ .      B.  $2x + y + 2z - 3 = 0$  hoặc  $2x + y + 2z + 3 = 0$ .  
C.  $2x + y + 2z + 1 = 0$  hoặc  $2x + y + 2z - 3 = 0$ .      D.  $2x + y + 2z - 4 = 0$  hoặc  $2x + y + 2z - 2 = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 82.(THPT Chuyên Phan Bội Châu 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$  và mặt phẳng  $(P)$  không qua  $O$ , song song mặt phẳng  $(Q)$  và  $d((P);(Q)) = 1$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

- A.  $x + 2y + 2z + 3 = 0$ .      B.  $x + 2y + 2z = 0$ .      C.  $x + 2y + 2z + 1 = 0$ .      D.  $x + 2y + 2z - 6 = 0$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 83.(THPT Nguyễn Trãi Hải Dương 2019)** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;4;0)$ ,  $C(0;0;6)$ ,  $D(2;4;6)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng song song với  $mp(ABC)$ ,  $(P)$  cách đều  $D$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Phương trình của  $(P)$  là

- A.  $6x + 3y + 2z - 24 = 0$ .      B.  $6x + 3y + 2z - 12 = 0$ .  
C.  $6x + 3y + 2z = 0$ .      D.  $6x + 3y + 2z - 36 = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 84.(Đặng Thành Nam)** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng  $(P)$  song song và cách mặt phẳng  $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$  một khoảng bằng 1; đồng thời  $(P)$  không qua  $O$  là

A.  $x + 2y + 2z + 1 = 0$ .

B.  $x + 2y + 2z = 0$ .

C.  $x + 2y + 2z - 6 = 0$ .

D.  $x + 2y + 2z + 3 = 0$ .

Lời giải

**Câu 85.(Sở GD và Đào Tạo Phú Thọ 2019)** Trong không gian với tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 3z + 2 = 0$ ,  $(Q): x + 3z - 4 = 0$ . Mặt phẳng song song và cách đều  $(P)$  và  $(Q)$  có phương trình là

A.  $x + 3z - 1 = 0$ .

B.  $x + 3z - 2 = 0$ .

C.  $x + 3z - 6 = 0$ .

D.  $x + 3z + 6 = 0$ .

Lời giải

**Câu 86.(THPT Toàn Thắng Hải Phòng 2109)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$  và  $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  song song và cách đều hai mặt phẳng  $(Q_1)$  và  $(Q_2)$  là:

A.  $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$ .

B.  $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$ .

C.  $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$ .

D.  $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$ .

Lời giải

**Câu 87.(THPT Chuyên Quang Trung 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(0;1;1)$ ,  $B(1;0;0)$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z - 3 = 0$ .  $(Q)$  là mặt phẳng song song với  $(P)$  đồng thời đường thẳng  $AB$  cắt  $(Q)$  tại  $C$  sao cho  $CA = 2CB$ . Mặt phẳng  $(Q)$  có phương trình là:

A.  $x + y + z - \frac{4}{3} = 0$  hoặc  $x + y + z = 0$ .

B.  $x + y + z = 0$ .

C.  $x + y + z - \frac{4}{3} = 0$ .

D.  $x + y + z - 2 = 0$  hoặc  $x + y + z = 0$ .

Lời giải

**Câu 88.(Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;-3;2)$ . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua  $M$  và cắt các trục tọa độ tại  $A, B, C$  mà  $OA = OB = OC \neq 0$ ?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

**Câu 89.(THPT Lý Thường Kiệt 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;0;1)$ ,  $B(1;0;0)$ ,  $C(1;1;1)$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z - 2 = 0$ . Điểm  $M(a;b;c)$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$  thỏa mãn  $MA = MB = MC$ . Tính  $T = a + 2b + 3c$ .

A.  $T = 5$ .                      B.  $T = 4$ .                      C.  $T = 3$ .                      D.  $T = 2$ .

Lời giải

**Câu 90.(Đề Minh Họa BGD)** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(0;1;1)$ ;  $B(1;1;0)$ ;  $C(1;0;1)$  và mặt phẳng  $(P): x + y - z - 1 = 0$ . Điểm  $M$  thuộc  $(P)$  sao cho  $MA = MB = MC$ . Thể tích khối chóp  $M.ABC$  là

A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{6}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .

Lời giải

**Câu 91.(Tạp Chí Toán Học 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;1)$  và  $B(3;-1;5)$ . Mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $AB$  và cắt các trục  $Ox$ ,  $Oy$  và  $Oz$  lần lượt tại các điểm  $D$ ,  $E$  và  $F$ . Biết thể tích của tứ diện  $ODEF$  bằng  $\frac{3}{2}$ , phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

A.  $2x - 3y + 4z \pm \sqrt{36} = 0$ .                      B.  $2x - 3y + 4z + \frac{3}{2} = 0$ .  
C.  $2x - 3y + 4z \pm 12 = 0$ .                      D.  $2x - 3y + 4z \pm 6 = 0$ .

Lời giải

**Câu 92.(Đặng Thành Nam 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , có bao nhiêu mặt phẳng qua điểm  $M(4; -4; 1)$  và chắn trên ba trục tọa độ  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  theo ba đoạn thẳng có độ dài theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng  $\frac{1}{2}$ ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

**Câu 93.(THPT Gia Lộc Hải Dương 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 0; 1)$  và  $C(2; 1; 1)$ . Gọi  $I(a; b; c)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Khi đó  $a + 2b + c$  bằng

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

**Câu 94.(THPT Hoàng Hoa Thám 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3;1;7)$ ,  $B(5;5;1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ . Điểm  $M$  thuộc  $(P)$  sao cho  $MA = MB = \sqrt{35}$ . Biết  $M$  có hoành độ nguyên, ta có  $OM$  bằng

- A.  $2\sqrt{2}$ .                      B.  $2\sqrt{3}$ .                      C.  $3\sqrt{2}$ .                      D. 4.

Lời giải

**Câu 95.(Sở GD & ĐT Đà Nẵng 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;0;1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  trên trục  $Oy$  sao cho mặt phẳng  $(ABC)$  hợp với mặt phẳng  $(P)$  một góc  $45^\circ$  là

- A.  $C\left(0; -\frac{2+\sqrt{2}}{0}; 0\right)$ .                      B.  $C\left(0; \frac{1}{4}; 0\right)$ .                      C.  $C\left(0; \frac{2+\sqrt{2}}{2}; 0\right)$ .                      D.  $C\left(0; -\frac{1}{4}; 0\right)$ .

Lời giải

**Câu 96.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2019)** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $A(-1;-1;0)$ ,  $B(0;1;0)$ ,  $M(a;b;c)$  với  $(b < 0)$  thuộc mặt phẳng  $(P): x + y + z + 2 = 0$  sao cho  $AM = \sqrt{2}$  và mặt phẳng  $(ABM)$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó  $T = 2a - 4b^2 + c$  bằng

A. -8.                                      B. 7.                                      C. 28.                                      D. -17.

Lời giải

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Câu 97.(THPT Bình Minh Ninh Bình 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1;2;3)$  và cắt các tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại các điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$  khác với gốc tọa độ  $O$  sao cho biểu thức  $6OA + 3OB + 2OC$  có giá trị nhỏ nhất.

A.  $6x + 2y + 3z - 19 = 0$ .                                      B.  $x + 2y + 3z - 14 = 0$ .  
 C.  $6x + 3y + 2z - 18 = 0$ .                                      D.  $x + 3y + 2z - 13 = 0$ .

Lời giải

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Câu 98.(THPT Nguyễn Đức Cảnh 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x - y + 2z - 3 = 0$ ,  $(Q): x - y + 2z + 3 = 0$  có bao nhiêu điểm  $M$  có hoành độ nguyên thuộc  $Ox$  sao cho tổng khoảng cách từ  $M$  đến hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  bằng khoảng cách giữa  $(P)$  và  $(Q)$ .

A. 2.                                      B. 4.                                      C. 6.                                      D. 7.

Lời giải

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
|-------|-------|

**Câu 99.(THPT Thuận Thành 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;0;0), B(0;1;0)$ . Mặt phẳng đi qua các điểm  $A, B$  đồng thời cắt tia  $Oz$  tại  $C$  sao cho tứ diện  $OABC$  có thể tích bằng  $\frac{1}{6}$  có phương trình dạng  $x + ay + bz + c = 0$ . Tính giá trị  $a + 3b - 2c$ .

A. 16.                      B. 1.                      C. 10.                      D. 6

Lời giải

**Câu 100.(Sở GD & ĐT Bắc Ninh 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;1), B(3;4;0)$ , mặt phẳng  $(P): ax + by + cz + 46 = 0$ . Biết rằng khoảng cách từ  $A, B$  đến mặt phẳng  $(P)$  lần lượt bằng 6 và 3. Giá trị của biểu thức  $T = a + b + c$  bằng

A. -3.                      B. -6.                      C. 3.                      D. 6.

Lời giải

**Câu 101.(THPT Gia Lộc Hải Dương 2019)** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1;1;1)$  cắt các tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại  $A(a;0;0)$ ,  $B(0;b;0)$ ,  $C(0;0;c)$  sao cho thể tích khối tứ diện  $OABC$  nhỏ nhất. Khi đó  $a+2b+3c$  bằng

A. 12.

B. 21.

C. 15.

D. 18.

Lời giải

**Câu 102.(Kênh Truyền Hình GD Quốc Gia 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1;2;3)$  và cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại ba điểm  $A, B, C$  khác với gốc tọa độ  $O$  sao cho biểu thức  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$  có giá trị nhỏ nhất.

A.  $(P): x+2y+z-14=0$ .

B.  $(P): x+2y+3z-14=0$ .

C.  $(P): x+2y+3z-11=0$ .

D.  $(P): x+y+3z-14=0$ .

Lời giải

**Câu 103.(THPT Hàm Rồng 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(2;0;0)$ ,  $M(1;1;1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  thay đổi qua  $AM$  cắt các tia  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại  $B$ ,  $C$ . Khi mặt phẳng  $(P)$  thay đổi thì diện tích tam giác  $ABC$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A.  $5\sqrt{6}$ .                      B.  $2\sqrt{6}$ .                      C.  $4\sqrt{6}$ .                      D.  $3\sqrt{6}$ .

Lời giải

**Câu 104.(THPT Chuyên Bắc Giang)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(4;1;9)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $M$  và cắt 3 tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại các điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (khác  $O$ ) sao cho  $(OA+OB+OC)$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách  $d$  từ điểm  $I(0;1;3)$  đến  $mp(P)$ .

A.  $d = \frac{34}{5}$ .                      B.  $d = \frac{36}{5}$ .                      C.  $d = \frac{24}{7}$ .                      D.  $d = \frac{30}{7}$ .

Lời giải

**Câu 105.(THPT Thạch Thành 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$ :  $3x - 3y + 2z + 37 = 0$  và các điểm  $A(4;1;5)$ ,  $B(3;0;1)$ ,  $C(-1;2;0)$ . Biết rằng có điểm  $M(a;b;c)$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  để biểu thức  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$  đạt giá trị nhỏ nhất. Biểu thức  $a^2 + b^2 - c^2$  có giá trị là

A. 69.                                      B. 61.                                      C. 18.                                      D. 22.

Lời giải

**Câu 106.(Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có điểm  $A(1;1;1)$ ,  $B(2;0;2)$ ,  $C(-1;-1;0)$ ,  $D(0;3;4)$ . Trên các cạnh  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$  lần lượt lấy các điểm  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  thỏa mãn  $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(B'C'D')$ , biết tứ diện  $AB'C'D'$  có thể tích nhỏ nhất?

A.  $16x + 40y + 44z - 39 = 0$ .                                      B.  $16x - 40y - 44z + 39 = 0$ .  
C.  $16x - 40y - 44z - 39 = 0$ .                                      D.  $16x + 40y - 44z + 39 = 0$ .

Lời giải

**Câu 107.**(Tập Chí Toán Học 2019) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(9; -3; 4)$ ,  $B(a; b; c)$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là giao điểm của đường thẳng  $AB$  với các  $mp(Oxy)$ ,  $mp(Oxz)$ ,  $mp(Oyz)$ . Biết các điểm  $M, N, P$  đều nằm trên đoạn  $AB$  sao cho  $AM = MN = NP = PB$ . Giá trị của  $ab + bc + ca$  bằng

A.  $-17$ .                      B.  $17$ .                      C.  $-9$ .                      D.  $12$ .

Lời giải

**Câu 108.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y - z + 2 = 0$  và hai điểm  $A(3; 4; 1); B(7; -4; -3)$ . Điểm  $M(a; b; c) (a > 2)$  thuộc  $(P)$  sao cho tam giác  $ABM$  vuông tại  $M$  và có diện tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức  $T = a + b + c$  bằng:

A.  $T = 6$ .                      B.  $T = 8$ .                      C.  $T = 4$ .                      D.  $T = 0$ .

Lời giải

**DẠNG 3. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng, khoảng cách và góc của hai mặt phẳng.**

**1. Phương pháp:**

① Cho hai mp(P):  $Ax + By + Cz + D = 0$  và (Q):  $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

★ (P) cắt (Q)  $\Leftrightarrow A:B:C \neq A':B':C'$ .

★ (P) // (Q)  $\Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

★ (P)  $\equiv$  (Q)  $\Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$

★ (P)  $\perp$  (Q)  $\Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$ .

② Khoảng cách từ  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mp(P):  $Ax + By + Cz + D = 0$  là:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

**Chú ý:** nếu hai mặt (P) và (Q) song song với nhau thì chọn điểm  $M(x_0; y_0; z_0) \in mp(Q)$

Khi đó

$$d((Q), (P)) = d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

③ Cho hai mp(P):  $Ax + By + Cz + D = 0$  và (Q):  $A'x + B'y + C'z + D' = 0$  lần lượt có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_p = (A; B; C)$  và  $\vec{n}_q = (A'; B'; C')$ . Khi đó, góc của hai mặt phẳng

$$\cos(\vec{n}_p; \vec{n}_q) = \frac{|A.A' + B.B' + C.C'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$$

**2. Câu hỏi trắc nghiệm:**

**Mức độ 1. Nhận biết**

**Câu 109.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) có các vectơ pháp tuyến là  $\vec{a} = (a_1; b_1; c_1); \vec{b} = (a_2; b_2; c_2)$ . Góc  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng đó  $\cos \alpha$  là biểu thức nào sau đây

A.  $\frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$ .

B.  $\frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$ .

C.  $\frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{[\vec{a}; \vec{b}]}$ .

D.  $\frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$ .

Lời giải

**Câu 110.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $H(2;1;2)$ ,  $H$  là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ  $O$  lên mặt phẳng  $(P)$ , số đo góc của mặt phẳng  $(P)$  và mặt phẳng  $(Q): x + y - 11 = 0$ .

A.  $60^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

Lời giải

**Câu 111.**(Gia Bình I Bắc Ninh 2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3;-1;1)$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $Oyz$ .

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

**Câu 112.**(THPT Lê Xoay Vĩnh phúc 2018) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , khoảng cách từ  $A(-2;1;-6)$  đến mặt phẳng  $(Oxy)$  là

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D.  $\frac{7}{\sqrt{41}}$ .

Lời giải

**Câu 113.**(THPT Thuận Thành 2019) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$ . Tính khoảng cách từ điểm  $M(1;-2;3)$  đến mặt phẳng  $(P)$ .

A.  $d = \frac{\sqrt{31}}{7}$ .

B.  $d = \frac{12\sqrt{85}}{85}$ .

C.  $d = \frac{12}{7}$ .

D.  $d = \frac{18}{7}$ .

Lời giải

**Câu 114.**(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc 2018) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , khoảng cách từ  $A(-2;1;-6)$  đến mặt phẳng  $(Oxy)$  là

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D.  $\frac{7}{\sqrt{41}}$ .

Lời giải

**Câu 115. (THPT Ngọc Tảo Hà Nội 2018)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(4; 4; 5)$ ,  $C(0; 0; 3)$ . Trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  cách mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  một khoảng bằng

- A. 2.                                      B. 3.                                      C.  $\sqrt{5}$ .                                      D. 1.

Lời giải

**Câu 116.** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $mp(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$  và tọa độ điểm  $A(2; -1; -1)$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của điểm  $A$  lên mặt phẳng  $(P)$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AH$ .

- A. 5.                                      B.  $\frac{11}{5}$ .                                      C.  $\frac{11}{25}$ .                                      D.  $\frac{22}{5}$ .

Lời giải

**Câu 117. (THPT Thuận Thành 2018)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 0)$ ,  $C(0; 0; 3)$ ,  $D(1; -1; -2)$ . Khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

- A.  $\frac{1}{7}$ .                                      B.  $\frac{1}{\sqrt{7}}$ .                                      C.  $\sqrt{7}$ .                                      D.  $\frac{2}{7}$ .

Lời giải.

**Câu 118. (Đề Minh Họa BGD 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 2; 0)$ ,  $C(0; 0; 4)$ . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.  $\frac{4\sqrt{21}}{21}$ .                                      B.  $\frac{2\sqrt{21}}{21}$ .                                      C.  $\frac{\sqrt{21}}{21}$ .                                      D.  $\frac{3\sqrt{21}}{21}$ .

Lời giải

**Câu 119. (Đề minh họa BGD 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 5x + 5y - 5z - 1 = 0$  và  $(Q): x + y - z + 1 = 0$ . Khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{3}}{15}$ .                                      B.  $\frac{2}{5}$ .                                      C.  $\frac{2}{15}$ .                                      D.  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ .

Lời giải

**Câu 120.** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , khoảng cách giữa  $mp(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$  và  $mp(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$  bằng

A.  $\frac{8}{3}$ .

B.  $\frac{7}{3}$ .

C. 3.

D.  $\frac{4}{3}$ .

Lời giải

**Câu 121.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2z + 1 = 0$ . Chọn câu đúng nhất trong các nhận xét sau:

A.  $(P)$  đi qua gốc tọa độ  $O$ .

B.  $(P)$  song song với  $(Oxy)$ .

C.  $(P)$  vuông góc với trục  $Oz$ .

D.  $(P)$  song song với trục  $Oy$ .

Lời giải

**Câu 122.** Ba mặt phẳng  $x + 2y - z - 6 = 0$ ,  $2x - y + 3z + 13 = 0$ ,  $3x - 2y + 3z + 16 = 0$  cắt nhau tại điểm  $M$ . Tọa độ của  $M$  là:

A.  $M(-1; 2; -3)$ .

B.  $M(1; -2; 3)$ .

C.  $M(-1; -2; 3)$ .

D.  $M(1; 2; 3)$ .

Lời giải

**Câu 123.** (THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y - 3 = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $(\alpha) // (Oxy)$ .

B.  $(\alpha) // Oz$ .

C.  $Oz \subset (\alpha)$ .

D.  $(\alpha) \perp Oz$ .

Lời giải

**Câu 124.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2z - 3 = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $(\alpha) \equiv (Oxy)$ .      B.  $(\alpha) // Oz$ .      C.  $Oz \subset (\alpha)$ .      D.  $(\alpha) \perp Oz$ .

Lời giải

**Câu 125.(Tạp Chí Toán Học 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng nào dưới đây song song với  $(Oxz)$ ?

- A.  $(P): x - 3 = 0$ .      B.  $(Q): y - 2 = 0$ .      C.  $(R): z + 1 = 0$ .      D.  $(S): x + z + 3 = 0$ .

Lời giải

**Câu 126.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $(\alpha) // (Oxy)$ .      B.  $(\alpha) // Oz$ .      C.  $Oz \subset (\alpha)$ .      D.  $Oy \subset (\alpha)$ .

Lời giải

**Câu 127.(THPT Gia Lộc Hải Dương 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x + y + z - 2 = 0$  vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $2x - y - z - 2 = 0$ .      B.  $x - y - z - 2 = 0$ .      C.  $x + y + z - 2 = 0$ .      D.  $2x + y + z - 2 = 0$ .

Lời giải

**Câu 128.(THPT Chuyên Thái Bình 2018)** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ , mặt phẳng  $(Q): x - 3y + 5z - 2 = 0$ . Cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  là

- A.  $\frac{\sqrt{35}}{7}$ .      B.  $-\frac{\sqrt{35}}{7}$ .      C.  $\frac{5}{7}$ .      D.  $-\frac{5}{7}$ .

Lời giải

**Câu 129. (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $H(2; -1; -2)$  là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ  $O$  xuống mặt phẳng  $(P)$ , số đo góc giữa mặt  $(P)$  và mặt phẳng  $(Q): x - y - 11 = 0$  bằng bao nhiêu?

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

Lời giải

**Câu 130. (Sở GD & ĐT Kiên Giang 2018)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $B(4; 2; -3)$  và mặt phẳng  $(Q): -2x + 4y + z - 7 = 0$ . Gọi  $B'$  là điểm đối xứng của  $B$  qua mặt phẳng  $(Q)$ . Tính khoảng cách từ  $B'$  đến  $(Q)$ .

- A.  $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ .                      B.  $\frac{6\sqrt{13}}{13}$ .                      C.  $\frac{10\sqrt{13}}{13}$ .                      D.  $\frac{10\sqrt{21}}{21}$ .

Lời giải

### Mức độ 2. Thông hiểu

**Câu 131. (THPT Chuyên Lào Cai 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$  gọi  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Khi đó khoảng cách từ điểm  $O(0; 0; 0)$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\sqrt{6}$ .                      C.  $\frac{6}{7}$ .                      D.  $\frac{1}{\sqrt{14}}$ .

Lời giải

**Câu 132. (Phát triển đề minh họa 2019)** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  với  $A(1; 2; 3), B(-3; 0; 0), C(0; -3; 0), D(0; 0; 6)$ . Độ dài đường cao hạ từ đỉnh  $A$  của tứ diện  $ABCD$  là

A. 9.                                      B. 1.                                      C. 6.                                      D. 3.

Lời giải

**Câu 133. (THPT Gia Bình 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c), (b > 0, c > 0)$  và mặt phẳng  $(P): y - z + 1 = 0$ . Tính  $S = b + c$  biết mặt phẳng  $(ABC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  và khoảng cách từ  $O$  đến  $(ABC)$  bằng  $\frac{1}{3}$ .

A.  $S = 1$ .                                      B.  $S = \sqrt{2}$ .                                      C.  $S = 0$ .                                      D.  $S = \frac{3}{2}$ .

Lời giải

**Câu 134. (THPT Chuyên Thái Bình 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai mặt phẳng  $(P): 2x + my - z + 1 = 0$  và  $(Q): x + 3y + (2m + 3)z - 2 = 0$ . Giá trị của  $m$  để  $(P) \perp (Q)$  là

A.  $m = -1$ .                                      B.  $m = 1$ .                                      C.  $m = 0$ .                                      D.  $m = 2$ .

Lời giải

**Câu 135.(Sở GD & ĐT Đồng Tháp 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $x - my + z - 1 = 0$  ( $m \in \mathbb{R}$ ), mặt phẳng  $(Q)$  chứa trục  $Ox$  và qua điểm  $A(1; -3; 1)$ . Tìm số thực  $m$  để hai mặt phẳng  $(P), (Q)$  vuông góc.

- A.  $m = -3$ .                      B.  $m = -\frac{1}{3}$ .                      C.  $m = \frac{1}{3}$ .                      D.  $m = 3$ .

Lời giải

**Câu 136.(THPT Lương Thế Vinh 2019)** Gọi  $m, n$  là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P_m): mx + 2y + nz + 1 = 0$  và  $(Q_m): x - my + nz + 2 = 0$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$ . Tính  $m + n$ .

- A.  $m + n = 0$ .                      B.  $m + n = 2$ .                      C.  $m + n = 1$ .                      D.  $m + n = 3$ .

Lời giải

**Câu 137.(THPT Hùng Vương 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$  và  $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$ . Tìm  $m$  để  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau.

- A.  $m = 1$ .                      B.  $m = -2$ .                      C.  $m = 2$ .                      D. Không tồn tại  $m$

Lời giải

**Câu 138.(THPT Thị Xã Quảng Trị 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$  và  $(\beta): 2x - y + mz - m + 1 = 0$ , với  $m$  là tham số thực.

Giá trị của  $m$  để  $(\alpha) \perp (\beta)$  là

- A.  $-1$ .                      B.  $0$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-4$ .

Lời giải

**Câu 139.(Đặng Thành Nam)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , có bao nhiêu số thực  $m$  để mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$  song song với mặt phẳng  $(Q): 2x + (m + 2)y - 2mz - m = 0$  ?

A. 1.

B. 0.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải

**Câu 140.(THPT Kim Liên 2017)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x + by + 4z - 3 = 0$  và  $(Q): ax + 3y - 2z + 1 = 0$ ,  $(a, b \in \mathbb{R})$ . Với giá trị nào của  $a$  và  $b$  thì hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau.

A.  $a = 1; b = -6$ .

B.  $a = -1; b = -6$ .

C.  $a = -\frac{3}{2}; b = 9$ .

D.  $a = -1; b = 6$ .

Lời giải

**Câu 141.(THPT Đoàn Thượng 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x + y - z + 1 = 0$  và  $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$ . Tìm  $m$  để  $(\alpha)$  song song với  $(\beta)$ .

A.  $m = -2$ .

B. không tồn tại  $m$ .

C.  $m = 2$ .

D.  $m = -\frac{1}{2}$ .

Lời giải

**Câu 142.(THPT Thuận Thành 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): mx + (m-1)y + z - 10 = 0$  và mặt phẳng  $(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$ . Với giá trị nào của  $m$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  vuông góc với nhau?

A.  $m = -2$ .                      B.  $m = 2$ .                      C.  $m = 1$ .                      D.  $m = -1$ .

Lời giải

**Câu 143.(THPT Chuyên Thái Bình 2019)** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $M(2;1;5)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M$  và cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  sao cho  $M$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Tính khoảng cách từ điểm  $I(1;2;3)$  đến mặt phẳng  $(P)$

A.  $\frac{17\sqrt{30}}{30}$ .                      B.  $\frac{13\sqrt{30}}{30}$ .                      C.  $\frac{19\sqrt{30}}{30}$ .                      D.  $\frac{11\sqrt{30}}{30}$ .

Lời giải

### Mức độ 3. Vận dụng

**Câu 144.(Chuyên KHTN 2019)** Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  có hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng thỏa mãn các điều kiện đi qua hai điểm  $A(1;1;1)$  và  $B(0;-2;2)$ , đồng thời cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy$  tại hai điểm cách đều  $O$ . Giả sử  $(P)$  có phương trình  $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$  và  $(Q)$  có phương trình  $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $b_1b_2 + c_1c_2$ .

A. 7.                      B. -9.                      C. -7.                      D. 9.

Lời giải

**Câu 145.(Toán Học Tuổi Trẻ số 6-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , biết mặt phẳng  $(P): ax + by + cz + d = 0$  với  $c < 0$  đi qua hai điểm  $A(0;1;0)$ ,  $B(1;0;0)$  và tạo với mặt phẳng  $(yOz)$  một góc  $60^\circ$ . Khi đó giá trị  $a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(0;3)$ .                      **B.**  $(3;5)$ .                      **C.**  $(5;8)$ .                      **D.**  $(8;11)$ .

## Lời giải

**Câu 146. (THPT Chuyên ĐHSP 2018)** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 2)$ . Các số  $a, b$  khác 0 thỏa mãn khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P): ay + bz = 0$  bằng  $2\sqrt{2}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.**  $a = -b$ .      **B.**  $a = 2b$ .      **C.**  $b = 2a$ .      **D.**  $a = b$ .

## Lời giải

**Câu 147.(Sở GD & ĐT Hậu Giang 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(3; 4; 4)$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $2x + y + mz - 1 = 0$  bằng độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

- A.**  $m = 2$ .                      **B.**  $m = -2$ .                      **C.**  $m = -3$ .                      **D.**  $m = \pm 2$ .

Lời giải

**Câu 148.(THPT Trần Hưng Đạo 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(0; 0; -6)$ ,  $B(0; 1; -8)$ ,  $C(1; 2; -5)$  và  $D(4; 3; 8)$ . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

- A.** Có vô số mặt phẳng.                      **B.** 1 mặt phẳng.                      **C.** 7 mặt phẳng.                      **D.** 4 mặt phẳng.

Lời giải

**Câu 149.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2018)** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(1; 0; -1)$ ,  $C(2; -1; 2)$ . Điểm  $D$  thuộc tia  $Oz$  sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh  $D$  của tứ diện  $ABCD$  bằng  $\frac{3\sqrt{30}}{10}$  có tọa độ là

- A.**  $(0; 0; 1)$ .                      **B.**  $(0; 0; 3)$ .                      **C.**  $(0; 0; 2)$ .                      **D.**  $(0; 0; 4)$ .

Lời giải

**Câu 150. (THPT Chuyên Thái Bình 2018)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(a;0;0)$ ,  $B(0;b;0)$ ,  $C(0;0;c)$  với  $a, b, c$  là các số thực dương thay đổi tùy ý sao cho  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  lớn nhất là

A.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

B. 1.

C.  $\frac{1}{3}$ .

D. 3.

Lời giải

**Câu 151. (Cụm Đồng Bằng Sông Cửu Long 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(Q): x + y + z + 3 = 0$ , cách điểm  $M(3;2;1)$  một khoảng bằng  $3\sqrt{3}$  biết rằng tồn tại một điểm  $X(a;b;c)$  trên mặt phẳng đó thỏa mãn  $a + b + c < -2$ ?

A. 1.

B. Vô số.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

**Câu 152.(THPT Chuyên Trần Phú 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-1;-2;0)$ ,  $B(0;-4;0)$ ,  $C(0;0;-3)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  nào dưới đây đi qua  $A$ , gốc tọa độ  $O$  và cách đều hai điểm  $B$  và  $C$ ?

**A.**  $(P): 2x - y + 3z = 0$ . **B.**  $(P): 6x - 3y + 5z = 0$ . **C.**  $(P): 2x - y - 3z = 0$ . **D.**  $(P): -6x + 3y + 4z = 0$

### Lời giải

[illegible]

**Câu 153. (THPT Đặng Thúc Hứa 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm có  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; 0; 1)$ ,  $C(-2; 2; 3)$ . Đường thẳng  $\Delta$  qua trục tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  và nằm trong mặt phẳng  $(ABC)$  cùng tạo với các đường thẳng  $AB$ ,  $AC$  một góc  $\alpha < 45^\circ$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u}(a; b; c)$  với  $c$  là một số nguyên tố. Giá trị của biểu thức  $ab + bc + ca$  bằng

A. -67.                      B. 23.                      C. -33.                      D. -37.

### Lời giải

[illegible]

**Câu 154.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho các điểm  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(0;0;3)$ ,  $D(2;-2;0)$ . Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm  $O$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ?

- A. 7. B. 5. C. 6. D. 10.

Lời giải

**DẠNG 3. Tìm hình chiếu của điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  xuống  $mp(\alpha)$ , tìm điểm đối xứng  $M'$ .**

**Bài toán 1. Tìm hình chiếu của điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  xuống mặt phẳng  $mp(P)$ .**

### 1. Phương pháp.

**Cách 1.** Vận dụng khi  $a, b, c \neq 0$ .

①  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên  $mp(P)$

★ Giả sử  $H(x_1; y_1; z_1) \Rightarrow ax_1 + by_1 + cz_1 + d = 0$  (1)

$$\Rightarrow \overrightarrow{MH}(x_1 - x_0; y_1 - y_0; z_1 - z_0) \quad (2)$$

★  $\overrightarrow{MH}$  cùng phương với VTPT  $\vec{n} = (a; b; c)$  của  $mp(P)$

$$\Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R} : \overrightarrow{MH} = t \cdot \vec{n}_p$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_0; y_1 - y_0; z_1 - z_0) = (ta; tb; tc) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_0 = ta \\ y_1 - y_0 = tb \\ z_1 - z_0 = tc \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_0 + ta \\ y_1 = y_0 + tb \\ z_1 = z_0 + tc \end{cases}$$

$$\star \text{ Thay } x_1; y_1; z_1 \text{ vào } mp(P): ax_1 + by_1 + cz_1 + d = 0 \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{cases}$$

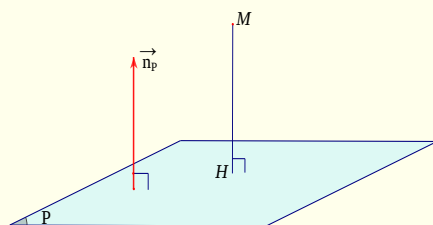
### ② Cách 2:

★ Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên mặt phẳng  $(P) \Rightarrow M$  là giao điểm của mặt phẳng  $(P)$  với đường thẳng  $\Delta$  qua  $M$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

★ Viết phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M$  và nhận véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (a; b; c)$  làm véc tơ chỉ phương.

★ Vì  $H$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  thay vào phương trình mặt phẳng

$$(P) \Rightarrow t \Rightarrow H \Rightarrow x_1 = -2; y_1 = 8; z_1 = 1 \Rightarrow H(-2; 8; 1)$$



## Bài tập 15.

- a). Tìm hình chiếu vuông góc của  $M(3;6;2)$  lên  $mp(P): 5x - 2y + z + 25 = 0$ .
- b). Tọa độ hình chiếu  $H$  của  $A(-2;1;0)$  trên mặt phẳng  $(P)$  là:  $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$ .

### Lời giải

[illegible]

 **Bài tập 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(2; 0; -1), B(1; -2; 3), C(0; 1; 2)$ .

Tọa độ hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ  $O$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là điểm  $H$ , khi đó tọa độ điểm  $H$  là:

### Lời giải

[illegible]

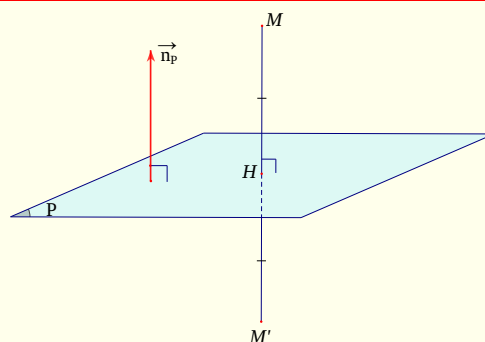
**Bài toán 2. Tìm điểm đối xứng  $M'$  của điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  qua mặt phẳng  $mp(P)$ .**

## 1. Phương pháp.

**① Bước 1.** Tìm  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên  $mp(P)$ .

② **Bước 2.**  $M'$  đối xứng với  $M$  qua  $mp(P)$

$$\Rightarrow H \text{ là trung điểm của } MM_1 \Rightarrow \begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M \\ y_{M'} = 2y_H - y_M \\ z_{M'} = 2z_H - z_M \end{cases} \Rightarrow M'$$



## 2. Bài tập Minh họa:

**Bài tập 17.** Cho điểm  $A(2;3;5)$  và mặt phẳng  $(P): 2x+3y+z-17=0$ .

Gọi  $A'$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $(P)$ . Tọa độ điểm  $A'$  là:

## Lời giải

### 3. Câu hỏi trắc nghiệm:

### Mức độ 3. Vận dụng

**Câu 156. (THPT Hoàng Hoa Thám 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu của điểm  $M(1; -3; -5)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ  $(a; b; c)$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng ?

A. 0.

### B. 3.

C. -2.

**D. -1.**

### Lời giải

**Câu 157. (THPT Thanh Thủy 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , tìm tọa độ hình chiếu vuông góc  $N$  của điểm  $M(1; 2; 3)$  trên mặt phẳng  $(Oxz)$ .

**A.**  $N(0; 2; 3)$ .

### B. $N(1; 2; 0)$ .

**C.**  $N(0; 2; 0)$ .

#### D. $N(1; 0; 3)$ .

### Lời giải

**Câu 158. (Sở Bình Phước 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(4;1;-2)$ . Tọa độ điểm đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(Oxz)$  là?

- A.  $A'(4;-1;-2)$ .      B.  $A'(4;-1;2)$ .      C.  $A'(-4;-1;2)$ .      D.  $A'(4;1;2)$ .

Lời giải

**Câu 159. (THPT chuyên Nguyễn trãi)** Cho điểm  $A(3;5;0)$  và mặt phẳng  $(P): 2x+3y-z-7=0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  là điểm đối xứng với điểm  $A$  qua  $(P)$ .

- A.  $M(-1;-1;2)$ .      B.  $M(2;-1;1)$ .      C.  $M(0;-1;-2)$ .      D.  $M(7;1;-2)$ .

Lời giải

**Câu 160. (THPT chuyên Lê Thánh Tông 2019)** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(0;1;2)$  và mặt phẳng  $(P): x+y+z=0$ . Tìm tọa độ điểm  $N$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(P)$ .

- A.  $N(-2;0;2)$ .      B.  $N(-1;1;0)$ .      C.  $N(-1;0;1)$ .      D.  $N(-2;2;0)$ .

Lời giải

**Câu 161.**(THPT Lương Tài 2019) Trong mặt phẳng  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 2y + z + 6 = 0$  và điểm  $A(2; -1; 0)$ . Hình chiếu vuông góc của  $A(2; -1; 0)$  lên mặt phẳng  $(\alpha)$  là.

- A.  $(-1; 1; -1)$ .      B.  $(1; -1; 1)$ .      C.  $(3; -2; 1)$ .      D.  $(5; -3; 1)$ .

Lời giải

**Câu 162.** Tọa độ hình chiếu của điểm  $A(5; -1; -2)$  lên mặt phẳng  $3x - y - 2z + 9 = 0$  là.

- A.  $(2; 0; -1)$ .      B.  $(2; 0; 1)$ .      C.  $(-1; 1; 2)$ .      D.  $(-1; 5; 0)$ .

Lời giải

**Câu 163.**(THPT chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai điểm

$A(1;2;1)$ ,  $B(3;0;-1)$  và mặt phẳng  $(P): x + y - z - 1 = 0$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  và  $B$  trên mặt phẳng  $(P)$ . Tính độ dài đoạn  $MN$ .

A.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .

B.  $2\sqrt{3}$ .

C.  $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ .

D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 164.**(THPT chuyên Lương Thế Vinh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $A(6;5;4)$  lên mặt phẳng  $(P): 9x + 6y + 2z + 29 = 0$  là:

A.  $(-3; -1; 2)$ .

B.  $(-5; 3; -1)$ .

C.  $(-5; 2; 2)$ .

D.  $(-1; -3; -1)$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 165.** Cho mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$  và điểm  $A(-2;1;0)$ . Tọa độ hình chiếu  $H$  của  $A$  trên mặt phẳng  $(P)$  là:

A.  $H(1; -3; -2)$ .

B.  $H(1; 3; 2)$ .

C.  $H(1; 3; -2)$ .

D.  $H(-1; 3; -2)$ .

Lời giải

.....

.....

.....

**Câu 166. (THPT Chuyên Sơn La 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$ :  $2x + 2y - z - 3 = 0$  và điểm  $M(1; -2; 4)$ . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(P)$ .

A.  $(0; 0; -3)$ .      B.  $(1; 1; 3)$ .      C.  $(3; 0; 3)$ .      D.  $(5; 2; 2)$ .

Lời giải

**Câu 167. (THPT chuyên KHTN)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(3; 5; 0)$ ,  $B(2; 0; -3)$ ,  $C(0; 1; -4)$  và  $D(2; -1; -6)$ . Tọa độ của điểm  $A'$  đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(BCD)$  là.

A.  $(-1; -1; 2)$ .      B.  $(1; 1; 2)$ .      C.  $(-1; 1; 2)$ .      D.  $(1; -1; 2)$ .

Lời giải

**Câu 168.** Cho mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$  và điểm  $A(-2; 1; 0)$ . Tọa độ hình chiếu  $H$  của  $A$  trên mặt phẳng  $(P)$  là:

A.  $H(1; -3; -2)$ .

B.  $H(1; 3; 2)$ .

C.  $H(1; 3; -2)$ .

D.  $H(-1; 3; -2)$ .

Lời giải

**Câu 169.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(2; 0; -1), B(1; -2; 3), C(0; 1; 2)$ . Tọa độ hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ  $O$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là điểm  $H$ , khi đó tọa độ điểm  $H$  là:

A.  $H\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$ .

B.  $H\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

C.  $H\left(1; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

D.  $H\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$ .

Lời giải

**Câu 170.** Cho điểm  $A(2; 3; 5)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$ . Gọi  $A'$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $(P)$ . Tọa độ điểm  $A'$  là:

A.  $A'\left(\frac{12}{7}; \frac{18}{7}; \frac{34}{7}\right)$ .

B.  $A'\left(\frac{12}{7}; -\frac{18}{7}; -\frac{34}{7}\right)$ .

C.  $A'\left(-\frac{12}{7}; \frac{18}{7}; -\frac{34}{7}\right)$ .

D.  $A'\left(\frac{12}{7}; -\frac{18}{7}; \frac{34}{7}\right)$ .

Lời giải

**DẠNG 4. Bài toán cực trị (giá trị lớn nhất và nhỏ nhất).**

**Bài toán 1. Tìm điểm  $M$  sao cho tổng hoặc hiệu các véc tơ đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.**

Trong không gian cho  $n$  điểm  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

① **Loại 1.** Tìm  $M$  sao cho  $P = \alpha_1 MA_1^2 + \alpha_2 MA_2^2 + \dots + \alpha_n MA_n^2$

a). Nhỏ nhất khi  $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n > 0$

b). Lớn nhất khi  $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n < 0$

② **Loại 2.** Tìm  $M$  sao cho  $P = \left| \alpha_1 \overrightarrow{MA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{MA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{MA_n} \right|$  nhỏ nhất hoặc lớn nhất, trong đó

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \neq 0.$$

**1. Phương pháp.**

Gọi  $I$  là điểm thỏa mãn:  $\alpha_1 \overrightarrow{IA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{IA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{IA_n} = \vec{0}$  điểm  $I$  tồn tại và duy nhất nếu  $\sum_{i=1}^n \alpha_i \neq 0$ .

Khi đó

**Loại 1.**

$$P = \alpha_1 (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_1})^2 + \alpha_2 (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_2})^2 + \dots + \alpha_n (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_n})^2 = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) IM^2 + \sum_{i=1}^n \alpha_i IA_i^2$$

Do  $\sum_{i=1}^n \alpha_i IA_i^2$  không đổi nên:

✎ Nếu  $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n > 0$  thì  $P$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow MI$  nhỏ nhất

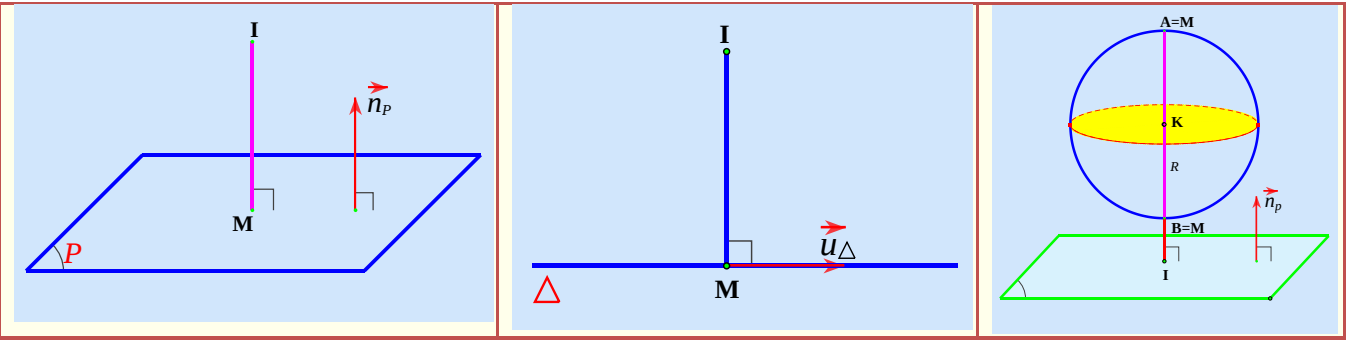
✎ Nếu  $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n < 0$  thì  $P$  lớn nhất  $\Leftrightarrow MI$  nhỏ nhất

**Bài toán 2.**  $P = \left| \alpha_1 (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_1}) + \alpha_2 (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_2}) + \dots + \alpha_n (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_n}) \right| = \left| \sum_{i=1}^n \alpha_i \right| \cdot MI$

✎ Do đó  $P$  nhỏ nhất hoặc lớn nhất  $\Leftrightarrow MI$  nhỏ nhất hoặc lớn nhất.

✎ Nếu  $M$  thuộc đường thẳng  $\Delta$  (hoặc mặt phẳng  $(P)$ ) thì  $MI$  lớn nhất khi và chỉ khi  $M$  là hình chiếu của  $I$  lên  $\Delta$  (hoặc  $(P)$ ).

✎ Nếu  $M$  thuộc mặt cầu  $(S)$  và đường thẳng đi qua  $I$  và tâm của  $(S)$ , cắt  $(S)$  tại hai điểm  $A, B$  ( $IA > IB$ ) thì  $MI$  nhỏ nhất (lớn nhất)  $\Leftrightarrow M \equiv B$  ( $M \equiv A$ ).



## 2. Bài toán minh họa.

**Bài tập 18.** Trong không gian cho ba điểm  $A(1;2;3)$ ,  $B(-1;0;-3)$ ,  $C(2;-3;-1)$

- 1). Tìm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(\alpha): 2x + y - 2z - 1 = 0$  sao cho  $S = 3MA^2 + 4MB^2 - 6MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.
- 2). Tìm  $M$  thuộc đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-1}$  sao cho  $P = |\overrightarrow{MA} - 7\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.
- 3). Tìm  $M$  thuộc mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-8)^2 = 36$  thỏa  $F = MA^2 - 4MB^2 + 2MC^2$  đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải.**

[illegible]

 **Bài tập 19.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;3;1)$ ,  $B(-1;-2;0)$ ,  $C(1;2;-2)$ .

- 1). Lập phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ ;
- 2). Tìm  $a, b$  để mặt phẳng  $(\alpha): (2a + b)x + (3a + 2b)y - 1z + 1 = 0$  song song với  $(ABC)$ ;
- 3). Tìm  $M \in (\beta): 3x + y - z + 1 = 0$  sao cho  $S = 2MA^2 + 4MB^2 - 3MC^2$  nhỏ nhất;
- 4). Tìm  $N \in (\gamma): 3x + 3y - z - 29 = 0$  sao cho  $P = |3\overrightarrow{NA} - 5\overrightarrow{NB} + 7\overrightarrow{NC}|$  nhỏ nhất.

**Lời giải.**

[illegible]

**Bài tập 20.** Cho các điểm  $A(-2; 3; 1)$ ,  $B(5; -2; 7)$ ,  $C(1; 8; -1)$ .

Tìm tập hợp các điểm  $M$  trong không gian thỏa

1).  $MA^2 + MB^2 = MC^2$

2).  $|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}|$

Lời giải.

**Bài tập 21.** Trong không gian Oxyz cho các điểm  $A(1; 4; 5)$ ,  $B(0; 3; 1)$ ,  $C(2; -1; 0)$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 3y - 2z - 15 = 0$ . Tìm điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  sao cho

1).  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  có giá trị nhỏ nhất.

2).  $MA^2 + 2MB^2 - 4MC^2$  có giá trị lớn nhất.

**Lời giải.**

[illegible]

**Bài tập 22.** Cho  $A(1; 4; 2), B(-1; 2; 4)$  và  $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$ . Tìm điểm  $M$  thuộc đường thẳng

$\Delta$  sao cho

- 1).  $MA^2 + MB^2$  nhỏ nhất
- 2).  $\left| 3\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{AM} - 4\overrightarrow{BM} \right|$  nhỏ nhất.
- 3). Diện tích tam giác  $MAB$  nhỏ nhất.

**Lời giải.**

[illegible]

**Bài 23.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(3;-2;5)$ ,  $B(-2;1;-3)$ ,  $C(5;1;-1)$ . Điểm  $M$  có các thành phần tọa độ bằng nhau.

- 1). Chứng minh rằng tam giác  $ABC$  là tam giác nhọn.
- 2). Tìm tọa độ điểm  $M$  sao cho  $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{BC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.
- 3). Tìm điểm  $M$  sao cho  $2MA^2 + MB^2 - 4MC^2$  đạt giá trị lớn nhất.

**Lời giải.**

$$T = MA^2 + MB^2 + MC^2.$$
[illegible]

2).  $\left| \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} \right|$  nhỏ nhất.

[illegible]

**Bài 26.** Cho đường thẳng  $\Delta_m : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = (1 - m)t \\ z = -2 + mt \end{cases} (t \in \mathbb{R}), m$  là tham số. Tìm giá trị của  $m$  sao cho

- 1). Khoảng cách từ gốc tọa độ đến  $\Delta_m$  là lớn nhất, nhỏ nhất.
- 2).  $\Delta_m$  tạo với mặt phẳng  $(xOy)$  một góc lớn nhất.
- 3). Khoảng cách giữa  $\Delta_m$  và trục  $Oy$  lớn nhất.

**Lời giải.**

**Bài tập 27.** Cho và ba điểm  $A(1;1;1), B(0;1;2), C(-2;0;1)$ .

- 1). Tìm tọa độ điểm  $M \in (P)$  sao cho  $MA = MB$  và  $y_M = 1$ ;
- 2). Tìm  $N \in (P)$  sao cho  $S = 2NA^2 + NB^2 + NC^2$  nhỏ nhất.

Lời giải.

**Bài tập 28.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;3;1)$ ,  $B(-1;-2;0)$ ,  $C(1;2;-2)$

- 1). Lập phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ ,
- 2). Tìm  $a, b$  để mặt phẳng  $(\alpha): (2a + b)x + (3a + 2b)y - 1z + 1 = 0$  song song với  $(ABC)$ ,
- 3). Tìm  $M \in (\beta): 3x + y - z + 1 = 0$  sao cho  $S = 2MA^2 + 4MB^2 - 3MC^2$  nhỏ nhất,
- 4). Tìm  $N \in (\gamma): 3x + 3y - z - 29 = 0$  sao cho  $P = |3\overrightarrow{NA} - 5\overrightarrow{NB} + 7\overrightarrow{NC}|$  nhỏ nhất.

Lời giải.

#### 4. Câu hỏi trắc nghiệm:

### Mức độ 3. Vận dụng

**Câu 171. (THPT Thị Xã Quảng Trị)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;1;2)$ ,  $B(1;1;1)$ ,  $C(2;-2;3)$  và mặt phẳng  $(P): x - y + z + 3 = 0$ . Gọi  $M(a;b;c)$  là điểm thuộc mặt phẳng  $(P)$  thỏa mãn  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của  $a + 2b + 3c$  bằng

A. 7.

### B. 5.

C. 3.

## D. 2.

### Lời giải

**Câu 172.(THPT Chuyên Lam Sơn 2019)** Trong hệ trục  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-1;3;5)$ ,  $B(2;6;-1)$ ,  $C(-4;-12;5)$  và mặt phẳng  $(P): x+2y-2z-5=0$ . Gọi  $M$  là điểm di động trên  $(P)$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  là

A. 42.

B. 14.

C.  $14\sqrt{3}$ .

D.  $\frac{14}{\sqrt{3}}$ .

Lời giải

**Câu 173.(Toán Học Tuổi trẻ 2019)** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-1;2;2)$ ,  $B(3;-1;-2)$ ,  $C(-4;0;3)$ . Tọa độ điểm  $I$  trên  $mp(Oxz)$  sao cho biểu thức  $|\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất là

A.  $I\left(-\frac{19}{2}; 0; \frac{15}{2}\right)$ .

B.  $I\left(-\frac{19}{2}; 0; -\frac{15}{2}\right)$ .

C.  $I\left(\frac{19}{2}; 0; \frac{15}{2}\right)$ .

D.  $I\left(\frac{19}{2}; 0; -\frac{15}{2}\right)$ .

Lời giải

**Câu 174.**(THPT chuyên Hùng Vương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;-2;-1)$ ,  $B(-2;-4;3)$ ,  $C(1;3;-1)$  và mặt phẳng  $(P): x+y-2z-3=0$ . Biết điểm  $M(a;b;c) \in (P)$  thỏa mãn  $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $S = a+b+c$ .

A.  $S = -1$ .

B.  $S = \frac{1}{2}$ .

C.  $S = 0$ .

D.  $S = -\frac{1}{2}$ .

Lời giải

**Câu 175.** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x+y-2z+9=0$  và ba điểm  $A(2;1;0)$ ,  $B(0;2;1)$ ,  $C(1;3;-1)$ . Điểm  $M \in (\alpha)$  sao cho  $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $x_M + y_M + z_M = 3$ .

B.  $x_M + y_M + z_M = 2$ .

C.  $x_M + y_M + z_M = 1$ .

D.  $x_M + y_M + z_M = 4$ .

Lời giải

**Câu 176.(THPT Thuận Thành 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;1;1)$ ,  $B(-2;3;4)$  và  $C(-2;5;1)$ . Điểm  $M(a;b;0)$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng  $T = a^2 + b^2$  bằng

A.  $T = 10$ .                      B.  $T = 25$ .                      C.  $T = 13$ .                      D.  $T = 17$ .

Lời giải

**Câu 177.(THPT Ngô Quyền Hải Phòng 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(-1; 2; 0)$ ,  $C(3; -1; 2)$  và  $M$  là điểm thuộc mặt phẳng  $(\alpha): 2x - y + 2z + 7 = 0$ . Tính giá trị nhỏ nhất của  $P = |3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC}|$ .

A.  $P_{\min} = 20$ .                      B.  $P_{\min} = 5$ .                      C.  $P_{\min} = 25$ .                      D.  $P_{\min} = 27$ .

Lời giải

**Câu 178.(THPT Kim Liên 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-3;5;-5)$ ,  $B(5;-3;7)$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(P)$  sao cho  $MA^2 - 2MB^2$  lớn nhất.

A.  $M(-2;1;1)$ .                      B.  $M(2;-1;1)$ .                      C.  $M(6;-18;12)$ .                      D.  $M(-6;18;12)$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 179.(THPT Yên Phong 2019)** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-3; 5; -5)$ ,  $B(5; -3; 7)$  và mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z = 0$ . Xét điểm  $M$  thay đổi trên  $(\alpha)$ , giá trị lớn nhất của  $MA^2 - 2MB^2$  bằng

A. 398.                      B. 379.                      C. 397.                      D. 498.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 180.(THPT Chuyên Lý Tự Trọng 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -2; 4)$ ,  $B(-3; 3; -1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$ . Xét  $M$  là điểm thay đổi thuộc  $(P)$ , giá trị nhỏ nhất của  $2MA^2 + 3MB^2$  bằng

A. 145.                      B. 108.                      C. 105.                      D. 135.

Lời giải

.....

.....

.....

**Câu 181.(THPT Nghĩa Hưng Nam Định)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(2;1;3)$ ,  $B(1;-1;2)$ ,  $C(3;-6;1)$ . Điểm  $M(x;y;z)$  thuộc mặt phẳng  $(Oyz)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức  $P = x + y + z$ .

A.  $P = 0$ .

B.  $P = 2$ .

C.  $P = 6$ .

D.  $P = -2$ .

Lời giải

**Câu 182.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;0;-1)$ ,  $B(-1;1;0)$ ,  $C(1;0;1)$ .

Tìm điểm  $M$  sao cho  $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

A.  $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$ .

B.  $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$ .

C.  $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$ .

D.  $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$ .

Lời giải

**Câu 183.(Sở GD & ĐT Hưng Yên 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm  $A(1;4;5)$ ,  $B(3;4;0)$ ,  $C(2;-1;0)$  và mặt phẳng  $(P): 3x+3y-2z-29=0$ . Gọi  $M(a;b;c)$  là điểm thuộc  $(P)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  $a+b+c$ .

- A. 8.                                      B. 10.                                      C. -10.                                      D. -8.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 184.(Sở GD & ĐT Quảng Bình 2019)** Trong không gian Oxyz, cho  $A(0;1;1)$ ,  $B(2;-1;1)$ ,  $C(4;1;1)$  và  $(P): x+y+z-6=0$ . Xét điểm  $M(a;b;c)$  thuộc mp  $(P)$  sao cho  $|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của  $2a+4b+c$  bằng:

- A. 6.                                      B. 12.                                      C. 7.                                      D. 5.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 185.(THPT Cẩm Giàng 2019)** Trong không gian Oxyz, cho ba điểm  $A(-10;-5;8)$ ,  $B(2;1;-1)$ ,  $C(2;3;0)$  và mặt phẳng  $(P): x+2y-2z-9=0$ . Xét  $M$  là điểm thay đổi trên  $(P)$  sao cho  $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ .

- A. 54.                                      B. 282.                                      C. 256.                                      D. 328.

## Lời giải

[illegible]

**Câu 186. (Sở GD & ĐT Ninh Bình 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 4; 5)$ ,  $B(0; 3; 1)$ ,  $C(2; -1; 0)$  và  $mp(P): 3x - 3y - 2z - 15 = 0$ . Gọi  $M(a; b; c)$  là điểm thuộc mặt phẳng  $P$  sao cho tổng các bình phương khoảng cách từ  $M$  đến  $A, B, C$  nhỏ nhất. Tính  $a + b + c$ .

A. 5.                      B. -5.                      C. 3.                      D. -3.

### Lời giải

[illegible]

**Loại 2. Bài toán tìm điểm  $M$  sao độ dài các vec tơ đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.**

**Bài toán 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$  và mặt phẳng  $(P): ax + by + cz + d = 0$ . Tìm điểm  $M \in (P)$  sao cho:

- 1).  $MA + MB$  nhỏ nhất.
- 2).  $|MA - MB|$  lớn nhất với  $d(A, (P)) \neq d(B, (P))$ .

**1. Phương pháp.**

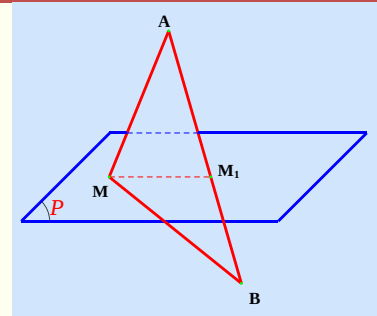
Xét vị trí tương đối của các điểm  $A, B$  so với mặt phẳng  $(P)$ .

- ① Nếu  $(ax_A + by_A + cz_A + d)(ax_B + by_B + cz_B + d) > 0$  thì điểm  $A, B$  cùng phía với mặt phẳng  $(P)$ .
- ② Nếu  $(ax_A + by_A + cz_A + d)(ax_B + by_B + cz_B + d) < 0$  thì hai điểm  $A, B$  nằm khác phía với  $mp(P)$ .

**$MA + MB$  nhỏ nhất.**

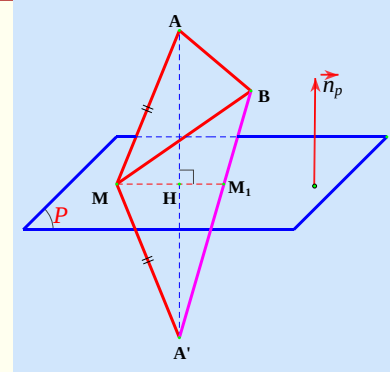
**Trường hợp 1. Hai điểm  $A, B$  ở khác phía so với mặt phẳng  $(P)$ .**

- Vì  $A, B$  ở khác phía so với mặt phẳng  $(P)$  nên  $MA + MB \geq AB$   
 $\Rightarrow$  nhỏ nhất bằng  $AB$  khi và chỉ khi  $M \equiv M_1 = (P) \cap AB$ .
- Lập phương trình đường thẳng  $AB$ .
- Tọa độ  $M_1$  là nghiệm hệ phương trình của đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(P)$ .



**Trường hợp 2: Hai điểm  $A, B$  ở cùng phía so với mặt phẳng  $(P)$ .**

- Vì  $A, B$  ở cùng phía so với mặt phẳng  $(P)$  nên ta phải là các bước:
- ① Gọi  $A'$  đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(P)$ .  
 Khi đó khi đó  $A'$  và  $B$  ở khác phía  $(P)$  và  $MA = MA'$ .
- ② Lúc này  $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$ .  
 $MA + MB$  nhỏ nhất bằng  $AB$  khi và chỉ  $M \equiv M_1 = (P) \cap A'B$ .
- ③ Vậy  $MA + MB$  nhỏ nhất bằng  $A'B$  khi  $M = A'B \cap (P)$ .



**2. Bài tập minh họa.**

**Bài tập 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 3; -2), B(-3; 7; -18)$  và phương trình  $mp(P): 2x - y + z + 1 = 0$ .

- 1). Viết phương trình mặt phẳng chứa  $AB$  và vuông góc với  $mp(P)$ .
- 2). Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $mp(P)$  sao cho  $MA + MB$  nhỏ nhất.

**Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

## 2. $|MA - MB|$ lớn nhất.

### Trường hợp 1. Hai điểm $A, B$ ở cùng phía so với mặt phẳng $(P)$ .

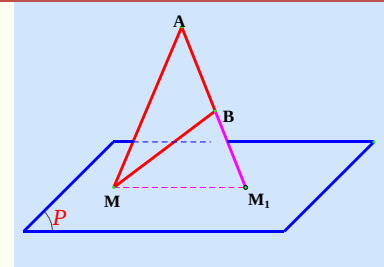
➤ Vì  $A, B$  ở cùng phía so với mặt phẳng  $(P)$  nên

$$|MA - MB| \leq AB \Rightarrow |MA - MB| \text{ lớn nhất bằng } AB \text{ khi}$$

$$M \equiv M_1 = (P) \cap AB.$$

➤ Lập phương trình đường thẳng  $AB$

➤ Tọa độ  $M_1$  là nghiệm hệ phương trình của đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(P)$ .



### Trường hợp 2: Hai điểm $A, B$ ở khác phía so với mặt phẳng $(P)$ .

➤ Vì  $A, B$  ở khác phía so với mặt phẳng  $(P)$  nên ta phải là các bước:

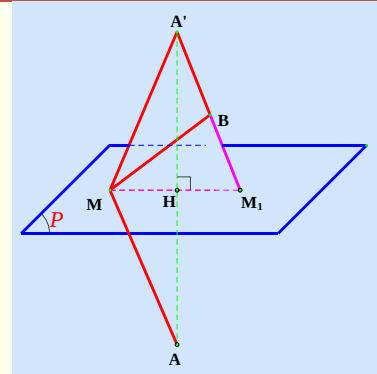
① Gọi  $A'$  đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó khi đó  $A'$

và  $B$  ở khác phía  $(P)$  và  $MA = MA'$ .

② Lúc này  $|MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B$ .

$|MA - MB|$  lớn nhất bằng  $A'B$  khi và chỉ

$$M \equiv M_1 = (P) \cap A'B.$$



## 2. Bài tập minh họa.

**Bài tập 30.** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $(P): 2x - y + 2z - 6 = 0$  và hai điểm  $A(5; -2; 6)$ ,  $B(3; -2; 1)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc  $(P)$  sao cho:

1).  $MA + MB$  nhỏ nhất

2).  $|MA - MB|$  lớn nhất.

Lời giải.

**Bài tập 31.** Cho các điểm  $A(1; -1; 2)$ ,  $B(-2; 1; 0)$ ,  $C(2; 0; 1)$  và mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $2x - y - z + 3 = 0$ . Tìm điểm  $M$  thuộc  $(P)$  sao cho

- 1).  $MA + MB$  có giá trị nhỏ nhất.
- 2).  $|MA - MC|$  có giá trị lớn nhất.
- 3).  $MA + MC$  có giá trị nhỏ nhất.
- 4).  $|MA - MB|$  có giá trị lớn nhất.

**Lời giải.**

[illegible]

### 3. Câu hỏi trắc nghiệm:

**Câu 187.(Chuyên ĐH Vinh 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;3)$ ,  $B(4;4;5)$ . Giả sử  $M$  là điểm thay đổi trong mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z + 2019 = 0$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |AM - BM|$ .

A.  $\sqrt{17}$ .

B.  $\sqrt{77}$ .

C.  $7\sqrt{2} - 3$ .

D.  $\sqrt{82} - 5$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 188.(Chuyên ĐH Vinh 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1;1;0)$ ,  $B(3;-1;4)$  và mặt phẳng  $(\alpha): x - y + z + 1 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M \in (\alpha)$  sao cho  $|MA - MB|$  đạt giá trị lớn nhất.

A.  $M(1;3;-1)$ .

B.  $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; -\frac{1}{2}\right)$ .

C.  $M\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ .

D.  $M(0;2;1)$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 189.(Chuyên ĐH Vinh)** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$  và hai điểm  $A(0;-1;1)$ ,  $B(1;1;-2)$ . Biết  $M \in (\alpha)$  sao cho  $MA + MB$  đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, hoành độ  $x_M$  của điểm  $M$  là

A.  $x_M = \frac{1}{3}$ .

B.  $x_M = -1$ .

C.  $x_M = -2$ .

D.  $x_M = \frac{2}{7}$ .

Lời giải

.....

**Câu 190.**(Chuyên Nguyễn Du 2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;0;1)$ ,  $B(-2;8;3)$  và điểm  $M(a;b;c)$  di động trên mặt phẳng  $(Oxy)$ . Khi  $MA + MB$  đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị  $a + b + 3c$  bằng

A. 2.                                      B. 3.                                      C. 5.                                      D. 4.

Lời giải

**Câu 191.**(THPT Chuyên Hạ Long 2019) Cho  $A(4;5;6); B(1;1;2)$ ,  $M$  là một điểm di động trên mặt phẳng  $(P): 2x + y + 2z + 1 = 0$ . Khi đó  $|MA - MB|$  nhận giá trị lớn nhất là?

A.  $\sqrt{77}$ .                                      B.  $\sqrt{41}$ .                                      C. 7.                                      D.  $\sqrt{85}$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 192.(THPT Lương Thế Vinh 2019)** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -2)$ ,  $B(2; -1; 2)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên mặt phẳng  $Oxyz$  cho  $MA + MB$  đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.  $M(1; 1; 0)$ .      B.  $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ .      C.  $M(2; 1; 0)$ .      D.  $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 193.(THPT Thuận Thành 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -1; 1)$ ,  $B(0; 1; -2)$  và điểm  $M$  thay đổi trên mặt phẳng  $(Oxy)$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $|MA - MB|$ .

- A.  $\sqrt{14}$ .      B. 14.      C. 6.      D.  $\sqrt{6}$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 194.**(Sở GDĐT Lâm Đồng 2019). Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + z + 1 = 0$  và hai điểm  $A(-1; 3; 2), B(-9; 4; 9)$ . Tìm điểm  $M$  trên  $(P)$  sao cho  $(MA + MB)$  đạt giá trị nhỏ nhất.

A.  $M(-1; 2; 3)$ .

B.  $M(-1; 2; -3)$ .

C.  $M(1; -2; 3)$ .

D.  $M(-1; 2; -3)$ .

Lời giải

**Câu 195.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 3; 4), B(3; 1; 0)$ . Gọi  $M$  là điểm trên mặt phẳng  $(Oxz)$  sao cho tổng khoảng cách từ  $M$  đến  $A$  và  $B$  là ngắn nhất. Tìm hoành độ  $x_0$  của điểm  $M$ .

A.  $x_0 = 4$ .

B.  $x_0 = 3$ .

C.  $x_0 = 2$ .

D.  $x_0 = 1$ .

Lời giải



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 198.(THPT Chuyên Trần Đại Nghĩa)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $M(1; 2; 1)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua  $M$  cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

A.  $(P): x + 2y + 3z - 8 = 0$ .

B.  $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .

C.  $(P): x + y + z - 4 = 0$ .

D.  $(P): x + 2y + z - 6 = 0$ .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 199.(THPT TX Quảng Trị 2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(6; 0; 0)$ ,  $B(0; 3; 0)$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z = 0$ . Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $M(2; 2; 0)$ , song song với  $(P)$  và tổng khoảng cách từ  $A, B$  đến đường thẳng  $d$  đạt giá trị nhỏ nhất. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của  $d$ ?

A.  $\vec{u}_1 = (-10; 3; 8)$ .

B.  $\vec{u}_2 = (14; -1; -8)$ .

C.  $\vec{u}_3 = (22; 3; -8)$ .

D.  $\vec{u}_4 = (-18; -1; 8)$ .

Lời giải

|       |       |
|-------|-------|
| ..... |       |
| ..... |       |
| ..... |       |
| ..... |       |
| ..... |       |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |