

GV: TRẦN QUỐC NGHĨA

☎: 098 373 4349



Trường THPT.....

Họ và tên học sinh:

Lớp:..... STT:

Tài liệu tự học

TOÁN

LỚP 11 - NH 17-18

Chủ đề 4

GIỚI HẠN – LIÊN TỤC

- *Tóm tắt lý thuyết*
- *Các dạng toán thường gặp*
- *Phương pháp giải toán*
- *Toán mẫu*
- *Bài tập cơ bản*
- *Bài tập nâng cao*
- *Bài tập tổng ôn*
- *Bài tập trắc nghiệm - Đáp án*

Năm học 2017 - 2018

Lưu hành nội bộ

Vấn đề 1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

A - GIỚI HẠN HỮU HẠN

① Giới hạn hữu hạn

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \Leftrightarrow |u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- dãy số (u_n) có giới hạn là L nếu: $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = L \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - L) = 0$
- ✎ Lưu ý: Ta có thể viết gọn: $\lim u_n = 0, \lim u_n = L$.

② Giới hạn đặc biệt

- | | | |
|---|---|---|
| 1) $\lim \frac{1}{n} = 0$ | 2) $\lim \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ | 3) $\lim \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$ |
| 4) $u_n = 0 \Rightarrow \lim u_n = 0$ | 5) $\lim C = C, \forall C \in \mathbb{R}$ | 6) $\lim q^n = 0$ nếu $ q < 1$ |
| 7) $\lim \frac{1}{n^k} = 0, k \in \mathbb{N}^*$ | 8) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$ | 9) $\lim n^k = +\infty, k \in \mathbb{N}^*$ |

③ Định lý về giới hạn

- Nếu hai dãy số (u_n) và (v_n) cùng có giới hạn thì ta có:

1) $\lim(u_n \pm v_n) = \lim u_n \pm \lim v_n$	2) $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n$
3) $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{\lim u_n}{\lim v_n}$ (nếu $\lim v_n \neq 0$)	4) $\lim(k \cdot u_n) = k \cdot \lim u_n, (k \in \mathbb{R})$
5) $\lim u_n = \lim u_n $	6) $\lim \sqrt[2k]{u_n} = \sqrt[2k]{\lim u_n}$ (nếu $u_n \geq 0$) (căn bậc chẵn)
7) $\lim \sqrt[2k+1]{u_n} = \sqrt[2k+1]{\lim u_n}$ (căn bậc lẻ)	8) Nếu $ u_n \leq v_n$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim u_n = 0$.

- **Định lý kẹp về giới hạn của dãy số:** Cho ba dãy số $(u_n), (v_n), (w_n)$ và $L \in \mathbb{R}$. Nếu $u_n \leq v_n \leq w_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ và $\lim u_n = \lim w_n = L$ thì (v_n) có giới hạn và $\lim v_n = L$.

- Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

- 1) Dãy số tăng và bị chặn trên thì có giới hạn.
- 2) Dãy số giảm và bị chặn dưới thì có giới hạn.

✎ **Chú ý:** $e = \lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2,718281828459\dots$, là một số vô tỉ.

④ Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

- Một cấp số nhân có công bội q với $|q| < 1$ được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

Ta có: $S = u_1 + u_1 q + u_1 q^2 + \dots = \frac{u_1}{1 - q}$ (với $|q| < 1$)

B - GIỚI HẠN VÔ CỰC

① Định nghĩa

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ nếu với mỗi số dương tùy ý cho trước, mọi số hạng của dãy số, kể từ một số hạng nào đó trở đi, đều lớn hơn số dương đó.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ nếu với mỗi số âm tùy ý cho trước, mọi số hạng của dãy số, kể từ một số hạng nào đó trở đi, đều nhỏ hơn số âm đó.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = +\infty$

🔗 Lưu ý: Ta có thể viết gọn: $\lim u_n = \pm\infty$.

② Định lý

– Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim \frac{1}{u_n} = 0$

– Nếu $\lim u_n = 0, (u_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}) \Leftrightarrow \lim \frac{1}{u_n} = \infty$

③ Một vài qui tắc tìm giới hạn

Qui tắc 1:

Nếu $\lim u_n = \pm\infty$

và $\lim v_n = \pm\infty$,

thì $\lim(u_n \cdot v_n)$ là:

$\lim u_n$	$\lim v_n$	$\lim(u_n \cdot v_n)$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

Qui tắc 2:

Nếu $\lim u_n = \pm\infty$

và $\lim v_n = L \neq 0$,

thì $\lim(u_n \cdot v_n)$ là:

$\lim u_n$	Dấu của L	$\lim(u_n \cdot v_n)$
$+\infty$	+	$+\infty$
$+\infty$	-	$-\infty$
$-\infty$	+	$-\infty$
$-\infty$	-	$+\infty$

Qui tắc 3:

Nếu $\lim u_n = L \neq 0$,

$\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ hoặc

$v_n < 0$ kể từ một số hạng nào

đó trở đi thì:

L	Dấu của v_n	$\lim \frac{u_n}{v_n}$
+	+	$+\infty$
+	-	$-\infty$
-	+	$-\infty$
-	-	$+\infty$

Dạng 1. Dãy có giới hạn 0

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Dãy (u_n) có giới hạn 0 nếu mỗi số dương nhỏ tùy ý cho trước, mọi số hạng của dãy số, kể từ một số hạng nào đó trở đi, đều có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn số dương đó.
Khi đó ta viết: $\lim(u_n) = 0$ hoặc $\lim u_n = 0$ hoặc $u_n \rightarrow 0$.

$$\lim u_n = 0 \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}^* : n > n_0 \Rightarrow |u_n| < \varepsilon$$

- Một số kết quả: (xem phần tóm tắt lý thuyết)
- 🔗 Chú ý: Sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh, đánh giá biểu thức lượng giá, nhân liên hợp của căn thức, ...

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Chứng minh các dãy sau có giới hạn là 0 :

a) $u_n = \frac{1}{n+3}$

b) $u_n = \frac{(-1)^n}{n+4}$

c) $u_n = \frac{1}{n^2}$

d) $u_n = \frac{1}{n^k}, k \in \mathbb{N}^*$

c) $u_n = \frac{1}{3^n}$

b) $u_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$

c) $u_n = (0,99)^n$

d) $u_n = (-0,97)^n$

Ví dụ 2. Chứng minh các dãy sau có giới hạn là 0 : a) $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ b) $v_n = \frac{(-1)^n \cos n}{n^2 + 2}$

Ví dụ 3. Tính các giới hạn sau:

a) $u_n = \frac{\sin n}{n+5}$ b) $u_n = \frac{\cos 3n}{\sqrt{n}+1}$ c) $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n+1}$ d) $u_n = \frac{-\sin 2n}{(1,2)^n}$

Ví dụ 4. Tính: a) $\lim \frac{n+2\sin(n+1)}{n^3\sqrt{n}+2^3\sqrt{n}}$ b) $\lim \frac{(-2)^n}{3^{3n}+4}$ c) $\lim (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$ d) $\lim 2(\sqrt{n^2+1}-n)$

Ví dụ 5. Chứng minh các dãy sau có giới hạn bằng 0 : a) $u_n = \sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n}$ b) $v_n = \sqrt[3]{n^3+1} - n$

Ví dụ 6. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n}{3^n}$.

- a) Chứng minh $\frac{u_{n+1}}{u_n} < \frac{2}{3}$ với mọi n b) Chứng minh rằng dãy (u_n) có giới hạn 0

Ví dụ 7. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = \frac{1}{4}$, $u_{n+1} = u_n^2 + \frac{u_n}{2}$, $n \geq 1$.

- a) Chứng minh $0 < u_n \leq \frac{1}{4}$ với mọi n . b) Tính $\lim u_n$.

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đối với biểu thức chứa căn bậc hai, bậc ba thì cũng đánh giá bậc tử và mẫu để đặt thừa số chung rồi đưa ra ngoài căn thức, việc này cũng như chia tử và mẫu cho lũy thừa số lớn của n ở tử hoặc mẫu.
- Đối với các biểu thức mũ thì chia tử và mẫu cho mũ có cơ số lớn nhất ở tử hoặc mẫu, việc này cũng như đặt thừa số chung cho tử và mẫu số hạng đó.
- ✎ Biến đổi rút gọn, chia tách, tính tổng, kẹp giới hạn, ... và sử dụng các kết quả đã biết.

B. BÀI TẬP MẪU

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 + 1}{3n^4 + n + 2}$

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Ví dụ 9. Tính các giới hạn sau:

$$\text{a) } \lim \frac{3n^2 - n + 1}{n^3 + 4n^2 + 6}$$

$$\text{b) } \lim \frac{n^4 + 4}{n^5 + 5}$$

$$\text{c) } \lim \frac{-2n^3 + 3n - 2}{3n - 2}$$

$$\text{d) } \lim \frac{n^5 + n^4 - 3n - 2}{4n^3 + 6n^2 + 9}$$

$$\text{e) } \lim \frac{(n+2)(3n+1)}{4n^2 + n + 1}$$

$$\text{f) } \lim \frac{(2n+1)^2(4-n)}{(3n+5)^3}$$

Ví dụ 10. Tính các giới hạn sau:

$$\text{a) } \lim \frac{\sqrt{n^4 + 3n - 2}}{2n^2 - n + 3}$$

$$\text{b) } \lim \frac{\sqrt[3]{n^6 - 7n^3 - 5n + 8}}{n + 12}$$

$$\text{c) } \lim \frac{\sqrt{2n^2 - n}}{1 - 3n^2}$$

$$\text{d) } \lim \frac{\sqrt{6n^4 + n + 1}}{2n + 1}$$

Ví dụ 11. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$

b) $\lim \frac{3^n - 2 \cdot 5^n}{7 + 3 \cdot 5^n}$

c) $\lim \frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 3^{n+1}}{4 + 3^n}$

d) $\lim \frac{2^{2n} + 5^{n+2}}{3^n + 5 \cdot 4^n}$

Dạng 3. Khử dạng vô định $\infty - \infty$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đối với dãy $u_n = a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_0$, $a_m \neq 0$ thì đặt thừa số chung m cho thừa số lớn nhất của n là n^m . Khi đó: $\lim u_n = +\infty$ nếu $a_m > 0$ và $\lim u_n = -\infty$ nếu $a_m < 0$
- Đối với biểu thức chứa căn thức thì nhân, chia lượng liên hợp bậc hai, bậc ba để đưa về dạng:

$$\cdot \sqrt{A} + B = \frac{A - B^2}{\sqrt{A} - B}$$

$$\cdot \sqrt[3]{A} + B = \frac{A + B^3}{\sqrt[3]{A^2} - B \cdot \sqrt[3]{A} + B^2}$$

$$\cdot \sqrt{A} + \sqrt{B} = \frac{A - B}{\sqrt{A} - \sqrt{B}}$$

$$\cdot \sqrt[3]{A} - B = \frac{A - B^3}{\sqrt[3]{A^2} + B \cdot \sqrt[3]{A} + B^2}$$

$$\cdot \sqrt{A} - B = \frac{A - B^2}{\sqrt{A} + B}$$

$$\cdot \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \frac{A + B}{\sqrt[3]{A^2} - \sqrt[3]{A \cdot B} + \sqrt[3]{B^2}}$$

$$\cdot \sqrt{A} - \sqrt{B} = \frac{A - B}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$$

$$\cdot \sqrt[3]{A} - \sqrt[3]{B} = \frac{A - B}{\sqrt[3]{A^2} + \sqrt[3]{A \cdot B} + \sqrt[3]{B^2}}$$

- Đặc biệt, đôi khi ta thêm, bớt đại lượng đơn giản để xác định các giới hạn mới có cùng dạng vô định, chẳng hạn:

$$\sqrt[3]{n^3 + 2} - \sqrt{n^2 + 1} = \left(\sqrt[3]{n^3 + 2} - n \right) + \left(n - \sqrt{n^2 + 1} \right);$$

$$\sqrt{n^2 + n} + \sqrt[3]{2 - n^3} = \left(\sqrt{n^2 + n} - n \right) + \left(n + \sqrt[3]{2 - n^3} \right)$$

- Đối với các biểu thức khác, biểu thức hỗn hợp thì xem xét đặt thừa số chung của mũ có cơ số lớn nhất, lũy thừa của n lớn nhất.

B. BÀI TẬP MẪU**Ví dụ 12.** Tính các giới hạn sau:

a) $\lim (n^2 - 14n - 7)$

b) $\lim (-2n^2 + 3n - 19)$

c) $\lim \sqrt{2n^2 - n + 1}$

d) $\lim \sqrt[3]{-8n^3 + n^2 - n + 3}$

Ví dụ 13. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$

b) $\lim (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})n$

c) $\lim (\sqrt[3]{n^3 + n^2} - \sqrt[3]{n^3 + 1})$

d) $\lim (\sqrt[3]{n^3 + 1} - n)$

e) $\lim (\sqrt[3]{n^3 + n^2} - \sqrt{n^2 + 3n})$

f) $\lim \frac{\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt[3]{n^3 + 2} - \sqrt[3]{n^3 + n^2}}$

Ví dụ 14. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim (n\sqrt{n} - 2\sqrt{n+1})$

b) $\lim (\sqrt[3]{n^2+7} - 2n)$

c) $\lim (\sqrt{n^2-n} - n)$

d) $\lim (\sqrt{n^2+n+2} - \sqrt{n+1})$

e) $\lim \frac{1}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}$

f) $\lim \frac{2}{\sqrt{3n+2} - \sqrt{2n+1}}$

Dạng 4. Cấp số nhân lùi vô hạn

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Một cấp số nhân có công bội q với $|q| < 1$ được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

Ta có: $S = u_1 + u_1q + u_1q^2 + \dots = \frac{u_1}{1 - q}$, với $|q| < 1$.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 15. Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số: $0,444\dots$; $0,212121\dots$

Ví dụ 16. Tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn là $\frac{5}{3}$, tổng ba số hạng đầu tiên của nó là $\frac{39}{25}$. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số đó.

Ví dụ 17. Cho $|q| < 1$. Tính tổng vô hạn sau:

a) $A = 1 + 2q + 3p^2 + \dots + nq^{n-1} + \dots$ b) $B = 1 + 4q + 9p^2 + \dots + n^2q^{n-1} + \dots$

BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO VẤN ĐỀ 1**Bài 1.** Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim(-2n^3 + 3n + 5)$

2) $\lim\sqrt{3n^4 + 5n^3 - 7n}$

3) $\lim(3n^3 - 7n + 11)$

4) $\lim\sqrt{2n^4 - n^2 + n + 2}$

5) $\lim\sqrt[3]{1 + 2n - n^3}$

6) $\lim(-n^3 - 3n - 2)$

Bài 2. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim\frac{4n^2 - n - 1}{3 + 2n^2}$

2) $\lim\frac{2n - 3n^3 + 1}{n^3 + n^2}$

3) $\lim\frac{3n^3 - 5n + 1}{n^2 + 4}$

4) $\lim\frac{(2 - 3n)^3 (n + 1)^2}{1 - 4n^5}$

5) $\lim\frac{2n - 3}{4n + 5}$

6) $\lim\frac{3n^2 - 2n + 1}{4n^2 + 5n - 2}$

7) $\lim\frac{4n^2 - 3}{n^3 + 3n + 1}$

8) $\lim\frac{(n + 1)(2n - 1)}{(3n + 2)(n + 3)}$

9) $\lim\frac{n(3n - 2)(4n + 5)}{(2n - 3)^2}$

10) $\lim\frac{2(n - 1)^3 (n^2 - n + 1)^2}{(n^3 - 2n + 5)(3 - 2n)^6}$

11) $\lim\frac{(2n - 1)^3 (n - 3)^5}{3(n + 1)^9}$

12) $\lim\frac{(n^2 + 1)(n - 3) + n^3 - 2}{(2n^2 + 1)(3 - n)}$

13) $\lim\frac{n^3 - 2n + 1}{2n^2 - n + 3}$

14) $\lim\frac{6n^3 - 2n + 1}{2n^3 - n}$

15) $\lim\frac{4n^5 - n + 1}{(2n + 1)(-n + 1)(n^2 + 2)}$

16) $\lim\frac{(n^2 + 1)(n - 1)^2}{(n + 1)(3n - 2)^3}$

17) $\lim\frac{2n^3 + 3n - 2}{3n - 2}$

18) $\lim\frac{2n^3 - n - 3}{5n - 1}$

Bài 3. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim\frac{\sqrt{3n^2 + 1} + n}{1 - 2n^2}$

2) $\lim\frac{2n\sqrt{n}}{n^2 + 2n - 1}$

3) $\lim\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}+1}$

4) $\lim\frac{\sqrt[3]{n^3 + n}}{n + 2}$

5) $\lim\frac{n^2 + 2\sqrt{n} + 3}{2n^2 + n - \sqrt{n}}$

6) $\lim\frac{(2n\sqrt{n} + 1)(\sqrt{n} + 3)}{(n + 1)(n - 3)}$

7) $\lim\frac{2n\sqrt{n} + 3}{n^2 + n + 1}$

8) $\lim\frac{n\sqrt{1 + 2 + 3 + \dots + 2n}}{3n^2 + n - 2}$

9) $\lim\frac{2n\sqrt{n} + 3}{n^2 + 3\sqrt{n} + 2}$

Bài 4. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim\frac{n - \sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{n^2 + 2n}}$

2) $\lim\frac{\sqrt{4n^2 + 3} - 2n + 1}{n(\sqrt{n^2 + 3} - 2n)}$

3) $\lim\frac{2n + 1 - \sqrt{n^2 + 2n - 4}}{3n + \sqrt{n^2 + 7}}$

4) $\lim\frac{\sqrt{4n^2 + 3} - 2n + 1}{\sqrt{n^2 + 2n - n}}$

$$5) \lim \frac{\sqrt{3n^2+1}-\sqrt{n^2-1}}{n}$$

$$7) \lim \frac{n(\sqrt[3]{2-n^3}+n)}{\sqrt{n^2+1}-n}$$

$$9) \lim \frac{\sqrt{n^2+n-1}-\sqrt{4n^2-2}}{n+3}$$

$$11) \lim \frac{\sqrt{n^6-n+1+n^2}}{3n^2\sqrt{n^2-1}}$$

$$6) \lim \frac{1}{\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2+4}}$$

$$8) \lim \frac{\sqrt{2n-1}-\sqrt{n}}{\sqrt{3n+1}}$$

$$10) \lim \frac{\sqrt{4n^2+1}-2n-1}{\sqrt{n^2+4n+1}-n}$$

$$12) \lim \frac{\sqrt{4n^2+3}-2n+1}{\sqrt{n^2+4n+n}}$$

Bài 5. Tìm các giới hạn sau:

$$1) \lim n(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n^2+2})$$

$$3) \lim (1+n^2-\sqrt{n^4+3n+1})$$

$$5) \lim (\sqrt{n^3-3n}-n+5)$$

$$7) \lim (\sqrt{n^2+2n}-n+1)$$

$$9) \lim (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$$

$$11) \lim (\sqrt{n^2+n+2}-\sqrt{n+1})$$

$$13) \lim \frac{1}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}}$$

$$9) \lim \frac{1}{\sqrt{3n+2}-\sqrt{2n+1}}$$

$$11) \lim (\sqrt[3]{n^3-2n^2}-n)$$

$$13) \lim (\sqrt[3]{n-n^3}+n)$$

$$15) \lim (\sqrt[3]{2-n^3}+n)$$

$$17) \lim (\sqrt[3]{8n^3+n^2-1}+3-2n)$$

$$2) \lim n(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-2})$$

$$4) \lim (2n-1-\sqrt{4n^2-6n+7})$$

$$6) \lim (\sqrt{n^2+2n}-n-1)$$

$$8) \lim (\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-1})$$

$$10) \lim (\sqrt{n^2+n+1}-n)$$

$$12) \lim (\sqrt[3]{2n-n^3}+n-1)$$

$$14) \lim \frac{\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n+1}}{3n+2}$$

$$10) \lim (\sqrt[3]{n^3+n^2}-n)$$

$$12) \lim (\sqrt[3]{n^3-2n^2}-2n+1)$$

$$14) \lim (\sqrt[3]{n^3+1}-n)$$

$$16) \lim \frac{n(\sqrt[3]{2-n^3}+n)}{\sqrt{n^2+1}-2n^2}$$

$$18) \lim (\sqrt[3]{n^3-3n}-\sqrt{n^2+4n})$$

Bài 6. Tìm các giới hạn sau:

$$1) \lim [4^n + (-2)^n]$$

$$2) \lim \left(2^n + \frac{1}{n}\right)$$

$$3) \lim \frac{(-2)^n - 4 \cdot 5^{n+1}}{2 \cdot 4^n + 3 \cdot 5^n}$$

$$4) \lim \left[\left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi} \right)^n + \frac{3^n}{4^n} \right]$$

$$5) \lim \frac{1-2^n}{1+2^n}$$

$$6) \lim \frac{(-2)^n + 3^n}{(-2)^{n+1} + 3^{n+1}}$$

$$7) \lim \frac{3^n - 4^n}{3^n + 4^n}$$

$$8) \lim \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$$

$$9) \lim \frac{2^n + 3^n - 4^{n+3}}{2^n - 3^{n+1} + 4^{n-1}}$$

$$10) \lim \frac{n^2 + (-1)^n}{2n^2 + (-1)^{n+1}}$$

$$11) \lim \frac{3 + 4^n}{1 + 3 \cdot 4^n}$$

$$12) \lim \frac{3^n - 4^n + 5^n}{3^n + 4^n + 5^{n+1}}$$

13) $\lim \frac{2^n + 3^{n+1}}{2^n + 5 \cdot 3^n}$

14) $\lim \frac{3^n - 4^n + 1}{2 \cdot 4^n + 2^n}$

15) $\lim \frac{4 \cdot 3^n + 7^{n+1}}{2 \cdot 5^n + 7^n}$

16) $\lim (2^n - 3^n)$

17) $\lim \frac{3^n - 2 \cdot 5^n}{7 + 3 \cdot 5^n}$

18) $\lim \frac{4^n - 5^n}{2^n + 3 \cdot 5^n}$

19) $\lim \frac{2^n - 3^n + 4 \cdot 5^{n+2}}{2^{n+1} + 3^{n+2} + 5^{n+1}}$

20) $\lim \frac{1 + a + a^2 + \dots + a^n}{1 + b + b^2 + \dots + b^n}$ (với $|a| < 1; |b| < 1$)

Bài 7. Tính tổng vô hạn:

1) $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

2) $S = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$

3) $S = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{27} + \dots$

4) $S = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{2 - \sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \dots$

5) $S = 8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$

6) $S = 3^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{9}} \cdot 27^{\frac{1}{27}} \cdot 81^{\frac{1}{81}} \dots$

7) $S = 1 + 0,9 + (0,9)^2 + (0,9)^2 + \dots$

8) $S = \frac{34}{100} + \frac{34}{10000} + \frac{34}{1000000} + \dots$

Bài 8. Tìm phân số bằng số thập phân vô hạn tuần hoàn sau:

1) $34,(12)\dots$

2) $0,(25)\dots$

3) $3,(123)\dots$

4) $2,131131\dots$

Bài 9. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) . Chứng minh rằng nếu $\lim v_n = 0$ và $|u_n| \leq v_n$ với mọi n thì $\lim u_n = 0$. Áp dụng tính giới hạn của các dãy số sau:

1) $u_n = \frac{1}{n!}$

2) $u_n = \frac{(-1)^n}{2n-1}$

3) $u_n = \frac{2-n(-1)^n}{1+2n^2}$

4) $u_n = (0,99)^n \cos n$

5) $u_n = 5^n - \cos \sqrt{n}\pi$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẤN ĐỀ 1**Câu 1.** Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0?

A. $\frac{n-1}{n}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

C. $\frac{1}{n+1}$

D. $\frac{\cos n}{\sqrt{n}}$.

Câu 2. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $\left(\frac{3}{2}\right)^n$.

B. $\left(-\frac{5}{4}\right)^n$.

C. $\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

D. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$.

Câu 3. Dãy nào sau đây không có giới hạn?

A. $\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

B. $\left(-\frac{2}{3}\right)^n$.

C. $(-0,99)^n$.

D. $(-1)^n$.

Câu 4. $\lim \frac{(-1)^n}{n+2}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. -1.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 5. $\lim \left(\frac{1-2n}{4n}\right)$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

- Câu 6.** $\lim \frac{3^n + 5^n}{5^n}$ có giá trị bằng
A. 1. B. 0. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{8}{5}$.
- Câu 7.** $\lim \frac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2}$ có giá trị bằng
A. $-\infty$. B. -2 . C. 0. D. -6 .
- Câu 8.** $\lim \frac{2n^4 - n + 1}{3n^4 + 2n}$ có giá trị bằng
A. 0. B. $\frac{2}{3}$ C. $+\infty$. D. $\frac{2}{5}$.
- Câu 9.** $\lim \frac{2n^2 - 3n^3}{2n^3 + 4n^2 - 1}$ có giá trị bằng
A. $-\frac{3}{2}$. B. 0. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 10.** $\lim \frac{2n^3 - n^2 + 4}{n^2 + 2n - 3}$ có giá trị bằng
A. 2. B. 0. C. $+\infty$. D. -2 .
- Câu 11.** $\lim \frac{(n^2 + 2n)(2n^3 + 1)(4n + 5)}{(n^4 - 3n - 1)(3n^2 - 7)}$ có giá trị bằng
A. 0. B. $\frac{8}{3}$. C. 1. D. $+\infty$.
- Câu 12.** $\lim \frac{(2n - n^3)(3n^2 + 1)}{(2n - 1)(n^4 - 7)}$ có giá trị bằng
A. 1. B. 3. C. $-\frac{3}{2}$. D. $+\infty$.
- Câu 13.** $\lim (-2n^3 - 2n^2 + 3)$ có giá trị bằng
A. -2 . B. -1 . C. $+\infty$. D. $-\infty$.
- Câu 14.** $\lim (3n^4 + 4n^2 - n + 1)$ có giá trị bằng
A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 3. D. 7.
- Câu 15.** $\lim \frac{\sqrt{9n^2 - n} - \sqrt{n + 2}}{3n - 2}$ có giá trị bằng
A. 1. B. 3. C. 0. D. $+\infty$.
- Câu 16.** $\lim (\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 + 1})$ có giá trị bằng
A. 3. B. 1. C. 0. D. $+\infty$.
- Câu 17.** $\lim (\sqrt{n^2 + 2n - 1} - \sqrt{2n^2 + n})$ có giá trị bằng
A. $1 - \sqrt{2}$. B. $+\infty$. C. -1 . D. $-\infty$.

Câu 18. $\lim(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$ có giá trị bằng

- A. -1 . B. 0 . C. $+\infty$. D. 1 .

Câu 19. $\lim(\sqrt{2n^2 - n + 1} - \sqrt{2n^2 - 3n + 2})$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. 0 . C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 20. $\lim\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}} - \frac{1}{\sqrt{n+2}}\right)$ có giá trị bằng

- A. 1 . B. 0 . C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 21. $\lim\left|\sqrt{n}(\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3})\right|$ có giá trị bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. $+\infty$.

Câu 22. Nếu $\lim u_n = L$ thì $\lim \sqrt[3]{u_n + 8}$ có giá trị bằng

- A. $L + 2$. B. $\sqrt[3]{L + 8}$. C. $\sqrt[3]{L} + 2$. D. $L + 8$.

Câu 23. Nếu $\lim u_n = L$ thì $\lim \frac{1}{\sqrt{u_n + 9}}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{L + 3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{L + 9}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{L + 3}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{L + 9}}$.

Câu 24. $\lim \frac{\sqrt[3]{n} + 1}{\sqrt[3]{n + 8}}$ có giá trị bằng

- A. 1 . B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $+\infty$.

Câu 25. $\lim \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 2n^2 - 1}}{\sqrt{2n^2 + 1}}$ có giá trị bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 2 . C. 1 . D. $+\infty$.

Câu 26. $\lim \frac{\sqrt{3n} + (-1)^n \cos 3n}{\sqrt{n} - 1}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. -1 .

Câu 27. $\lim[3^n - \sqrt{5}^n]$ có giá trị bằng

- A. 3 . B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. $-\sqrt{5}$.

Câu 28. $\lim \frac{(\sqrt{5})^n - 2^{n+1} + 1}{5 \cdot 2^n + (\sqrt{5})^{n+1} - 3}$ có giá trị bằng

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $-\frac{2}{5}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 29. $\lim \frac{\pi^n + 3^n + 2^{2n}}{3\pi^n - 3^n + 2^{2n+2}}$ có giá trị bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{4}$. C. $+\infty$. D. -1 .

Câu 30. $\lim \frac{n + \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{n^2 - n} - 2}$ có giá trị bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. -1 .

Câu 31. $\lim \left(\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n \right)$ có giá trị bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 0.

Câu 32. $\lim \left(\sqrt[3]{n^2 - n^3} + n \right)$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $+\infty$. C. 1. D. 0.

Câu 33. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = \frac{n^2 + 1}{n + 3n^2}$. B. $u_n = \frac{1 - 3n}{n + 3n^2}$. C. $u_n = \frac{1 + 2n^2}{n + 5}$. D. $u_n = \frac{1 - 2n}{n + 5}$.

Câu 34. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $+\infty$?

- A. $u_n = \frac{n^2 + 2n}{3n + 3n^2}$. B. $u_n = \frac{1 + 2n}{3n + 3}$. C. $u_n = \frac{2 + n^2}{3n + 3}$. D. $u_n = \frac{n^2 + 2}{n + 5n^3}$.

Câu 35. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $+\infty$?

- A. $u_n = \frac{n^2 + 3n}{2n + n^2}$. B. $u_n = \frac{2018 + 2017n}{n + 1}$.
C. $u_n = 2017n - 2016n^2$. D. $u_n = n^2 + 1$.

Câu 36. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng -1 ?

- A. $\lim \frac{3n^2 - 1}{-3n^3 + 2}$. B. $\lim \frac{2n^3 - 3}{-2n^3 + 1}$. C. $\lim \frac{3n^2 - 1}{-3n^3 + 3n^2}$. D. $\lim \frac{n^3 - 3}{-n^2 - 1}$.

Câu 37. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

- A. $\lim \frac{5n^2 + 2}{-5n^3 - 4}$. B. $\lim \frac{2n - 5n^3}{-2n^2 + 1}$. C. $\lim \frac{2n^2 - n^4}{-n^3 + 2n^2}$. D. $\lim \frac{3 + 5n^3}{n^2 - 1}$.

Câu 38. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào là 1?

- A. $\lim \frac{n^2 + 2}{-n^3 - 4}$. B. $\lim \frac{2n - n^3}{2n^2 - 1}$. C. $\lim \frac{3n^2 - 2n^3}{-2n^3 + 4n^2}$. D. $\lim \frac{3 + 2n^4}{2n^2 + 1}$.

Câu 39. Dãy số nào sau đây không có giới hạn?

- A. $\lim (-1)^n \sin \left(\frac{\pi}{2} + n\pi \right)$. B. $\lim \sin(n\pi)$.
C. $\lim \cos \left(\frac{\pi}{2} + n\pi \right)$. D. $\lim \cos(n\pi)$.

Câu 40. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 1?

- A. $\lim \sin(n\pi)$. B. $\lim \cos(n\pi)$.
C. $\lim \sin \left(\frac{n + 2}{2n - 1} \pi \right)$. D. $\lim \frac{n \cos n - 2}{n^2}$.

Câu 41. Tổng $S = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 42. Tổng $S = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{2^n} + \dots$ là

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 43. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n+1)}{5n^2-4}$ có giá trị bằng

- A. 0. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $+\infty$.

Câu 44. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2-2}$ có giá trị bằng

- A. 1. B. $+\infty$. C. 0. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 45. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 0. D. $-\infty$.

Câu 46. Kết quả đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(5 - \frac{n \cos 2n}{n^2+1} \right)$ là:

- A. 4. B. 5. C. -4. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 47. Kết quả đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-5^{n-2}}{3^n+2.5^n}$ là:

- A. $-\frac{5}{2}$. B. 1. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{25}{2}$.

Câu 48. Kết quả đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2+2n+1}{\sqrt{3n^4+2}}$ là

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 49. Giới hạn dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3n-n^4}{4n-5}$ là

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. $\frac{3}{4}$. D. 0.

Câu 50. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4.2^{n-1} - 3}{3.2^n + 4^n}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 51. Chọn kết quả đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3-2n+5}}{3+5n}$.

- A. 5. B. $\frac{2}{5}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 52. Giá trị đúng của $\lim(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{3n^2+2})$ là

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. -2 . D. 0 .

Câu 53. Giá trị đúng của $\lim(3^n-5^n)$ là

- A. $-\infty$. B. C. 2 . D. -2 .

Câu 54. $\lim\left(n^2 \sin \frac{n\pi}{5} - 2n^3\right)$ bằng

- A. $+\infty$. B. 0 . C. -2 . D. $-\infty$.

Câu 55. Giá trị đúng của $\lim\left[\sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1})\right]$ là

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. $+\infty$.

Câu 56. Cho dãy số (u_n) với $u_n = (n-1)\sqrt{\frac{2n+2}{n^4+n^2-1}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim u_n$ là

- A. $-\infty$. B. 0 . C. 1 . D. $+\infty$.

Câu 57. $\lim \frac{5^n-1}{3^n+1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 1 . C. 0 . D. $-\infty$.

Câu 58. $\lim \frac{1}{\sqrt{n^4+n^2+1}}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 10 . C. 0 . D. $-\infty$.

Câu 59. $\lim \sqrt[5]{200-3n^5+2n^2}$ bằng

- A. 0 . B. 1 . C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 60. Cho dãy số có giới hạn (u_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}, n \geq 1 \end{cases}$$
. Tìm kết quả đúng của $\lim u_n$.

- A. 0 . B. 1 . C. -1 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 61. Tìm giá trị đúng của $S = \sqrt{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots\right)$.

- A. $\sqrt{2}+1$. B. 2 . C. $2\sqrt{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 62. $\lim \sqrt[4]{\frac{4^n+2^{n+1}}{3^n+4^{n+2}}}$ bằng:

- A. 0 . B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $+\infty$.

Câu 63. Tính giới hạn: $\lim \frac{\sqrt{n+1}-4}{\sqrt{n+1}+n}$.

- A. 1 . B. 0 . C. -1 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 64. Tính giới hạn $\lim \frac{1+3+5+\dots+(2n+1)}{3n^2+4}$.

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1.

Câu 65. Tính giới hạn $\lim \left[\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{n(2n+1)} \right]$.

- A. 1. B. 0. C. $\frac{2}{3}$. D. 2.

Câu 66. Tính giới hạn $\lim \left[\frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n(n+2)} \right]$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. 0. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 67. Tính giới hạn $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right]$.

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 68. Chọn kết quả đúng của $\lim \sqrt{3 + \frac{n^2-1}{3+n^2} - \frac{1}{2^n}}$.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 69. Tổng vô hạn $12 - 9 + \frac{27}{4} - \frac{81}{16} + \dots$ bằng:

- A. $\frac{48}{7}$ B. $\frac{39}{4}$ C. $\frac{75}{16}$ D. Không tồn tại

Câu 70. Biểu diễn số thập phân $1,245454545\dots$ như một phân số:

- A. $\frac{249}{200}$ B. $\frac{137}{110}$ C. $\frac{27}{22}$ D. $\frac{69}{55}$

Vấn đề 2. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

① Giới hạn hữu hạn

- **Giới hạn tại một điểm:** Cho khoảng K chứa điểm x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$. Dãy (x_n) bất kì, $x_n \in K \setminus \{x_0\}$ và $x_n \rightarrow x_0$, thì $\lim f(x_n) = L$

- **Giới hạn bên phải:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \Leftrightarrow \text{dãy } (x_n) \text{ bất kì, } x_0 < x_n < b \text{ và } x_n \rightarrow x_0 \text{ thì } \lim f(x_n) = L$$

- **Giới hạn bên trái:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \Leftrightarrow \text{dãy } (x_n) \text{ bất kì, } a < x_n < x_0 \text{ và } x_n \rightarrow x_0 \text{ thì } \lim f(x_n) = L$$

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; +\infty)$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \Leftrightarrow \text{dãy } (x_n) \text{ bất kì, } x_n > a \text{ và } x_n \rightarrow +\infty \text{ thì } \lim f(x_n) = L$$

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; a)$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \Leftrightarrow \text{dãy } (x_n) \text{ bất kì, } x_n < a \text{ và } x_n \rightarrow -\infty \text{ thì } \lim f(x_n) = L$$

② Giới hạn vô cực

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; +\infty)$

$$\text{dãy } (x_n) \text{ bất kì, } x_n > a \text{ và } x_n \rightarrow +\infty \text{ thì } \lim f(x_n) = -\infty$$

- Cho khoảng K chứa điểm x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \text{dãy } (x_n) \text{ bất kì, } x_n \in K \setminus \{x_0\} \text{ và } x_n \rightarrow x_0 \text{ thì } \lim f(x_n) = +\infty$$

- Các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ được định nghĩa tương tự.

✎ **Nhân xét:** $f(x)$ có giới hạn $+\infty \Leftrightarrow -f(x)$ có giới hạn $-\infty$.

③ Các giới hạn đặc biệt

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$$

$$2) \lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0 \text{ (} c : \text{ hằng số)}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{c}{x} = 0 \text{ (} c : \text{ hằng số)}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0$$

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty \text{ (} k \in \mathbb{N}^* \text{)}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = \begin{cases} +\infty & \text{nếu } k \text{ chẵn} \\ -\infty & \text{nếu } k \text{ lẻ} \end{cases}$$

④ Định lý về giới hạn ở hữu hạn

• Định lý 1.

- Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$, thì:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow x_0} c \cdot f(x) = c \cdot L \text{ (với } C \text{ là hằng số)} \quad \bullet \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M \quad \bullet \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{L}{M} \text{ (} M \neq 0 \text{)} \quad \bullet \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |L|$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{L} \quad \bullet \text{ Nếu } \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty \text{ thì } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$$

- Nếu $f(x) \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$

✎ **Chú ý:** Định lí 1 vẫn đúng khi $x \rightarrow \pm\infty$

• **Định lí 2.** $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$

• **Định lí 3. Định lí kẹp:** Giả sử J là một khoảng chứa x_0 và f, g, h là ba hàm số xác định trên tập hợp $J \setminus \{x_0\}$. Nếu $f(x) \leq g(x) \leq h(x), \forall x \in J \setminus \{x_0\}$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = L$ thì $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = L$.

⑤ Quy tắc về giới hạn vô cực

• Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x) \cdot g(x)$

$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x \rightarrow x_0^\pm \\ x \rightarrow \pm\infty}} f(x)$	$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x \rightarrow x_0^\pm \\ x \rightarrow \pm\infty}} g(x)$	$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x \rightarrow x_0^\pm \\ x \rightarrow \pm\infty}} f(x) \cdot g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

• Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$

$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x \rightarrow x_0^\pm \\ x \rightarrow \pm\infty}} f(x)$	$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x \rightarrow x_0^\pm \\ x \rightarrow \pm\infty}} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x \rightarrow x_0^\pm \\ x \rightarrow \pm\infty}} \frac{f(x)}{g(x)}$
L	$\pm\infty$	Tùy ý	0
$L > 0$	0	+	$+\infty$
		-	$-\infty$
$L < 0$	0	+	$-\infty$
		-	$+\infty$

Dạng 1. Định nghĩa giới hạn

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

• Định nghĩa và các tính chất (Xem trong phần tóm tắt lí thuyết)

• **Chú ý:**

1) Theo định nghĩa thì giới hạn hàm số $f(x)$ trên cơ sở giới hạn các dãy $f(x_n)$. Nếu có 2 dãy x_n và x'_n cùng tiến đến x_0 mà $\lim f(x_n) \neq \lim f(x'_n)$ thì không tồn tại $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$.

2) Với mọi số nguyên dương k , ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2k} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2k+1} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^k} = 0$

3) Xác định dấu $+\infty$ hoặc $-\infty$ dựa trên dấu của tích số, thương số, $x \rightarrow x_0^+$, $x \rightarrow x_0^-$, $x \rightarrow \pm\infty$.

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 18. Dùng định nghĩa, tính các giới hạn sau:

- a) $\lim_{x \rightarrow 4} (3x^2 - x + 1)$ b) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{x-6}$ c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 1}$ d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{5-x}}$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \cos \frac{2}{x} \right)$ f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5}{(x-2)^2}$ g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x$ h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos 2x$

Ví dụ 19. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11)$

b) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4|$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - x^3}{(2x - 1)(x^4 - 3)}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^4 + 3x - 1}{2x^2 - 1}}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} x \left(3 - \frac{1}{x} \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{9x - x^2}$

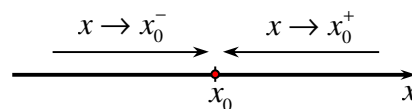
Dạng 2. Giới hạn một bên

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

• Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ thì không tồn tại $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

• Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ thì $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$

📌 Chú ý: $x \rightarrow x_0^+ \Rightarrow x > x_0$ và $x \rightarrow x_0^- \Rightarrow x < x_0$.



B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 20. Dùng định nghĩa, tính các giới hạn sau: a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+5}{x+1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{\sqrt{x-3}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 21. Tính các giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+1}{x-3}$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x+1}{x-3}$; $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+1}{x-3}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 22. Tính các giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2}$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2}$; $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 23. Tính các giới hạn sau: a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + 2\sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4 - x^2}{\sqrt{2} - x}$

Ví dụ 24. Cho $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x \leq 2 \\ 4x^3 - 29 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (nếu có)

Ví dụ 25. Cho $f(x) = \begin{cases} 2|x| - 1 & \text{khi } x \leq -1 \\ \sqrt{2x^2 + 1} & \text{khi } x > -1 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ (nếu có)

Ví dụ 26. Cho $f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 5x & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7} + 4a & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Tìm a để hàm số có giới hạn khi $x \rightarrow 2$.

Dạng 3. Khử dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Phương pháp chung:

- Trước khi giải bài toán tìm giới hạn ta thử $x = x_0$ hoặc $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$ theo yêu cầu đề xem xét giới hạn cần tìm có dạng vô định không.
- Nếu kết quả cho giá trị xác định, căn thức xác định, phân thức xác định, ... thì dùng định lý về các phép toán tổng, hiệu, thương để giải.
- Nếu mẫu thức tiến đến $+\infty$ hoặc $-\infty$ và tử tiến đến một số khác 0 thì giới hạn cho bằng 0.
- Nếu mẫu thức tiến đến 0 và tử thức tiến đến một số khác 0 thì giới hạn là dạng $+\infty$ hoặc $-\infty$, tùy theo dấu các thừa số, của tử và của mẫu. (Xem bảng Quy tắc tìm giới hạn của thương)
- Nếu có dạng vô định: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$ thì chọn phương pháp tương ứng để khử dạng vô định.

2. Phương pháp khử dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$ khi $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$

- Đối với hàm phân thức, ta chia tử thức và mẫu thức cho lũy thừa cao nhất của x , việc này cũng như đặt thừa số chung cho lũy thừa cao nhất đó. (Làm tương tự như giới hạn của dãy số)

Xét hàm số: $f(x) = \frac{a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \dots + a_m}{b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \dots + b_n}$, $a_0 \neq 0$, $b_0 \neq 0$ thì

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } m < n \\ \frac{a_0}{b_0} & \text{khi } m = n \text{ (dấu } +\infty \text{ hoặc } -\infty \text{ tùy theo dấu của } \frac{a_0}{b_0} \text{)} \\ \pm\infty & m > n \end{cases}$$

- Đối với biểu thức chứa căn, ta nhân lượng liên hợp để khử căn thức đưa về dạng phân thức đã nêu.

✎ Chú ý:

- 1) Hướng tìm giới hạn hàm số này tương tự như dãy số
- 2) Với các biểu thức hỗn hợp, ta thêm bớt đại lượng đơn giản nhất theo x hoặc hằng số để chia tách thành các phân thức mà các giới hạn mới vẫn giữ nguyên dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$.

- 3) Đưa biểu thức ra ngoài dấu căn:

$$\star \sqrt{A^2} = |A|, \sqrt[3]{B^3} = B$$

$$\star \text{ Khi } x \rightarrow -\infty \text{ thì } \sqrt{x^2} = |x| = -x; \text{ Khi } x \rightarrow +\infty \text{ thì } \sqrt{x^2} = |x| = x$$

- 4) Một số bài phức tạp có thể đặt ẩn phụ và chuyển quan hệ giới hạn sang ẩn mới.

B. BÀI TẬP MẪU**Ví dụ 27.** Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-2}{3x+1}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3-x+10}{x^3+3x-3}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4+5x^2+7}{x^3-15x}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3-5x^2+1}{7x^2-x+4}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4-x^3+3}{2x^6-7}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^2(2x+1)^2}{(2x^3+1)(x-2)^3}$

Ví dụ 28. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+x+2x}}{2x+3}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2-7x+1}}{3|x|-7}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{\frac{x^2+2x}{8x^2-x+5}}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x-5}}{x^2-x+2}$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4-x}}{1-3x}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^6-8x}}{x^4+2x^2+2}$

Ví dụ 30. Tính các giới hạn sau:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + 1} - 1}{x^2 + x}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x - x^2} - 1}{x^2 - x}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{\sqrt{8 + 2x} - 2}{\sqrt{x + 2}}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1 - x} + x - 1}{\sqrt{x^2 - x^3}}$$

Ví dụ 31. Tính các giới hạn sau:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{3x + 8} - 2}{5x}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{2x - 1} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 2} - \sqrt{2x}}{\sqrt{x - 1} - \sqrt{3 - x}}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x^2} - 2\sqrt{x} + 1}{x - 1}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x - 1} + x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x - 2} + x^2 - x + 1}{x^2 - 4x + 3}$$

Dạng 5. Khử dạng vô định $\infty - \infty, 0 \cdot \infty$
A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI
Phương pháp chung:

- Đặt nhân tử chung là lũy thừa cao nhất của x
- Quy đồng mẫu phân số
- Nhân chia lượng liên hợp để khử căn
- Chuyển về dạng $\frac{0}{0}$ hoặc $\frac{\infty}{\infty}$ đã biết.

B. BÀI TẬP MẪU
Ví dụ 32. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 - 8x^2 + 7)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^4 - 3x + 12}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3} - x)$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{4 + x^2})$

Ví dụ 33. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x^3 + 1) \sqrt{\frac{3x}{x^2 - 1}}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2) \sqrt{\frac{x-1}{x^3+x}}$

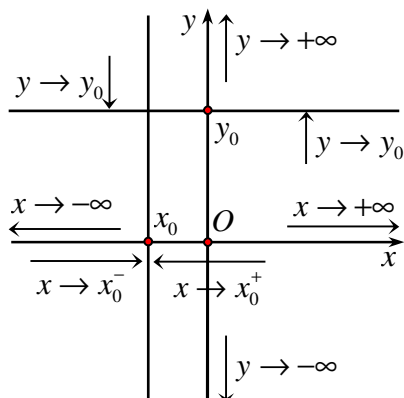
e) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{1-x^2} - \frac{1}{1-x} \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{n}{1-x^n} - \frac{1}{1-x} \right)$

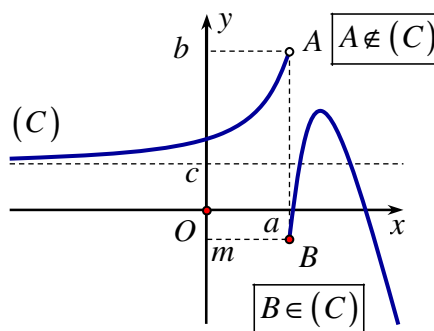
Dạng 6. Sử dụng đồ thị để tìm giá trị của giới hạn

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Một số lưu ý khi sử dụng đồ thị:



Hình 1.



Hình 2.

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) gồm 2 phần như hình 2.

Khi đó:

- ♦ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = c$
- ♦ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- ♦ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$
- ♦ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = m$
- ♦ $f(a) = m$
- ♦ $A \notin (C)$: hình tròn rỗng bên trong
- ♦ $B \in (C)$: hình tròn tô đen bên trong

B. BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 34. Sử dụng đồ thị f đã cho để xác định giá trị của mỗi

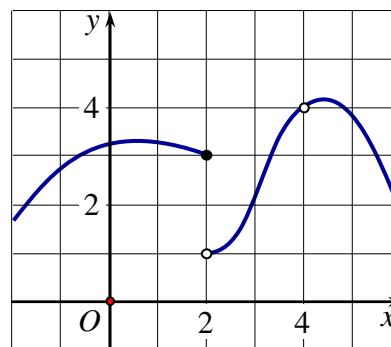
giới hạn sau nếu tồn tại.

Nếu không tồn tại, hãy giải thích vì sao?

a) $f(2); f(4)$

b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x); \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x); \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

[illegible]

Ví dụ 35. Cho đồ thị hàm h như hình bên, xác định giá trị của mỗi giới hạn sau nếu nó tồn tại.

Nếu không tồn tại, hãy giải thích vì sao?

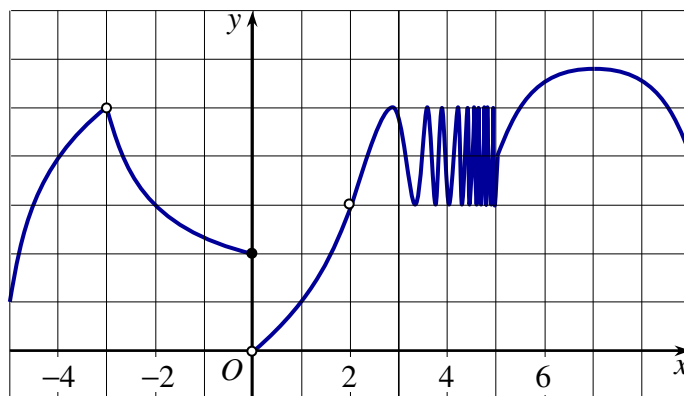
a) $h(-3)$; $h(0)$; $h(2)$.

a) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} h(x)$; $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} h(x)$; $\lim_{x \rightarrow -3} h(x)$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$.

c) $\lim_{x \rightarrow 2} h(x)$.

d) $\lim_{x \rightarrow 5^-} h(x)$; $\lim_{x \rightarrow 5^+} h(x)$; $\lim_{x \rightarrow 5} h(x)$



Ví dụ 36. Một bệnh nhân cứ mỗi 4 giờ đồng hồ phải tiêm

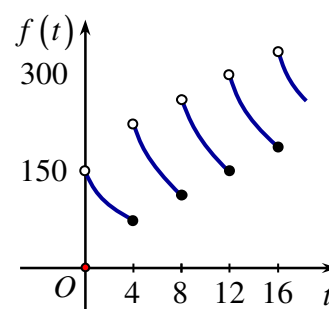
một mũi thuốc 150 mg.

Đồ thị cho thấy lượng thuốc $f(t)$ trong máu

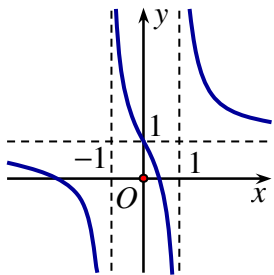
bệnh nhân sau t giờ.

Tìm $\lim_{t \rightarrow 12^-} f(t)$ và $\lim_{t \rightarrow 12^+} f(t)$

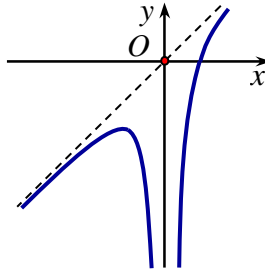
và giải thích ý nghĩa các giới hạn một bên này.



Ví dụ 37. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1}$ và $g(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$.



Hình a.



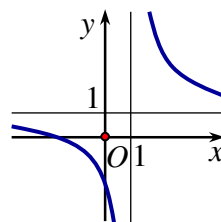
Hình b.

- a) Tính $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
- c) Hai đường cong sau là đồ thị của hai hàm số đã cho. Từ kết quả câu 1), hãy xác định xem đường cong nào là đồ thị của hàm số nào?

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

Ví dụ 38. Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm sau đây?

- $$\begin{array}{l} \text{a) } y = \frac{x+2}{x-1} \\ \text{b) } y = \frac{x+2}{x-2} \\ \text{c) } y = \frac{2x+2}{x-1} \end{array}$$



.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO VẤN ĐỀ 2

Bài 10. Tìm các giới hạn sau:

- | | | |
|---|---|---|
| 1) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ | 2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 - x^2}{x + 2}$ | 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 6}{4 - x}$ |
| 4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{17}{x^2 + 1}$ | 5) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3} - 3}{x - 6}$ | 6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2 + x - 1}{3 + x}$ |
| 7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 5}{(x - 2)^2}$ | 8) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 7}{x - 1}$ | 9) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 7}{x - 1}$ |
| 10) $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2x - 3}{x - 4}$ | 11) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - x^2 + x - 1)$ | 12) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 3x^2 - 5)$ |
| 13) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ | 14) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + x}{5 - 2x}$ | 15) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 3}{x^2 + x + 4}$ |
| 16) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 3x}$ | 17) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x - 5}{x - 4}$ | 18) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 3}{3x - 1}$ |
| 19) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 - 2x + 1)$ | 20) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 4} - x}{3x - 1}$ | |

Bài 11. Tìm các giới hạn sau:

- | | | |
|---|--|---|
| 1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1}$ | 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{5 - x}}$ | 3) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11)$ |
| 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - x^3}{(2x - 1)(x^4 - 3)}$ | 5) $\lim_{x \rightarrow 0} x \left(1 + \frac{1}{x} \right)$ | 6) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{9x - x^2}$ |
| 7) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} x^2 - 4 $ | 8) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^4 + 3x - 1}{2x^2 - 1}}$ | 9) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} x^2 - 8 $ |
| 10) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x}$ | 11) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{x^3}{x^2 - 3}}$ | 12) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{\frac{2x(x+1)}{x^2 - 6}}$ |
| 13) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{1 - x^3} - 3x}{2x^2 + x - 3}$ | 14) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$ | 15) $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x^3 + 2\sqrt{2}}{x^2 - 2}$ |
| 16) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 27x}{2x^2 - 3x - 9}$ | 17) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x^2 + 6x + 8}$ | 18) $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{2}{(x-1)^2} \cdot \frac{2x+1}{2x-3} \right]$ |
| 19) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$ | 20) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$ | 21) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x - x^2} - 1}{x^2 - x}$ |
| 22) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$ | 23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + 1} - 1}{x^2 + x}$ | 24) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 x-1 - 5\sqrt{x^2 - 3}}{2x + 3}$ |
| 25) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}$ | 26) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x}$ | 27) $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{x^3 + 3\sqrt{3}}{3 - x^2}$ |
| 28) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 + 4}}{x + 4}$ | 29) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - x^3 + 11}{2x - 7}$ | 30) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 4x}$ |
| 31) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}{3x}$ | 32) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ | 33) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x + 2}$ |

34) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^2+2x-3}$

35) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3-1}{x}$

26) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \cdot \left(\frac{1}{x^2+1} - 1 \right)$

37) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{\sqrt{x}-\sqrt{5}}$

38) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{4-\sqrt{x^2+16}}$

39) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3-5x-4}{(x+1)^2}$

40) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+5}{x^2+x-3}$

41) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5}{(x-1)(x^2-3x+2)}$

42) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{(x-2)^2} \sqrt{\frac{x+4}{4-x}}$

Bài 12. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2-x+7}{2x^3-1}$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4+7x^2-15}{x^4+1}$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^6+2}}{3x^3-1}$

4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^6+2}}{3x^3-1}$

5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{\frac{x^2+2x}{8x^2-x+3}}$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x^2-x+2}$

7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-5}{x^2+1}$

8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{2x^5+x^3-1}{(2x^2-1)(x^3+x)}}$

9) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2|x|+3}{\sqrt{x^2+x+5}}$

10) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+x+2x}}{2x+3}$

11) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \sqrt{\frac{x}{2x^4+x^2+1}}$

12) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4+4}}{x+4}$

13) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|+\sqrt{x^2+x}}{x+10}$

14) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4-x}}{1-2x}$

15) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1}-x)$

16) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2+1}+x)$

17) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2-7x+12}}{3|x|-17}$

18) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \sqrt{\frac{2x^3+x}{x^5-x^2+3}}$

19) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4-x^3+11}{2x-7}$

20) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-x+5}}{2x-1}$

21) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x}-\sqrt{4+x^2})$

22) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{2x^4-3x+12}$

23) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^4+x^2-1}}{1-2x}$

24) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+x-10}{9-3x^3}$

25) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2-3x}}{x+2}$

26) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x^2-1}$

27) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-5}{\sqrt{x}+\sqrt{5}}$

28) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x+3x^2}{x^3-9}$

29) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4+5x-1}{1-x^2+x^4}$

30) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2-1)(1-2x)^5}{x^7+x+3}$

31) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x+\sqrt{x^2-x+1})$

32) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3+2x^2\sqrt{x}-1)$

33) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1}-x)$

34) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+\sqrt{4x^2-x+1}}{1-2x}$

35) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3-2x+2}{3x^3-2x^2+x-10}$

36) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3-5x^2+7)$

37) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3-3x^2+7x-5}{2x^3+x-2}$

38) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2-4x+3}{x^3+2x^2-3x+1}$

39) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3}+4x}{\sqrt{4x^2+1}-x+1}$

Bài 13. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x-1}$

2) $\lim_{x \rightarrow 5^-} (\sqrt{5-x}+2x)$

3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$

4) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4-x^2}{\sqrt{2-x}}$

5) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2+3x+2}{\sqrt{x^5+x^4}}$

6) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x^2-7x+12}}{\sqrt{9-x^2}}$

7) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x^5 + x^4}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x} + x - 1}{\sqrt{x^2 - x^3}}$

9) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2}$

10) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+1}{x-2}$

11) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x^3 + 1) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}}$

12) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$

13) $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{2x^2 + 5x - 3}{(x+3)^2}$

14) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{2x^2 + 5x - 3}{(x+3)^2}$

15) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - x}$

16) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x}}{x^2}$

17) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x\sqrt{1-x}}{2\sqrt{1-x} + 1 - x}$

18) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-x}{\sqrt{27-x^3}}$

19) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^3-8}}{x^2-2x}$

20) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x^4+1}{x^2+4x+3}$

21) $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{\sqrt{8+2x}-2}{\sqrt{x+2}}$

22) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} \right)$

23) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \sqrt{x^2+8x+3}$

24) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1}}{\sqrt{x-1}}$

25) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x^2-5x+4}$

26) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2-5x+10}{x^2-25}$

27) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x^2-5x+4}$

Bài 14. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3}$

2) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3}$

3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3}$

4) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2}$

5) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2}$

6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$

Bài 15. Tìm giới hạn bên phải, bên trái và giới hạn (nếu có) của cá hàm số:

1) $f(x) = \begin{cases} 2|x|-1 & \text{khi } x \leq -2 \\ \sqrt{2x^2+1} & \text{khi } x > -2 \end{cases} \quad \text{khi } x \rightarrow -2$

2) $f(x) = \begin{cases} x^2-2x+3 & \text{khi } x \leq 2 \\ 4x-3 & \text{khi } x > 2 \end{cases} \quad \text{khi } x \rightarrow 2$

3) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x^2-3 & \text{khi } x > 1 \end{cases} \quad \text{khi } x \rightarrow 1$

4) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} & \text{khi } x \leq -2 \\ \frac{\sqrt{x+6}-2}{x+2} & \text{khi } x > -2 \end{cases} \quad \text{khi } x \rightarrow -2$

5) $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-1}{x} & \text{khi } x > 1 \\ 5x+3 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases} \quad \text{khi } x \rightarrow 1$

6) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{7-x}-2}{\sqrt[3]{4-x}} & \text{khi } x < 3 \\ \frac{4}{5} & \text{khi } x \geq 3 \end{cases} \quad \text{khi } x \rightarrow 3$

7) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ x^2+x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \quad \text{khi } x \rightarrow 1$

$$8) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{2x^2-3x+1}{4(3x^2-5x+2)} & \text{khi } x < 1 \end{cases} \quad \text{khi } x \rightarrow 1$$

$$9) f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} & \text{khi } x > 0 \end{cases} \quad \text{khi } x \rightarrow 0$$

$$10) f(x) = \begin{cases} \frac{4-x^2}{x-2} & \text{khi } x < 2 \\ 1-2x & \text{khi } x > 2 \end{cases} \quad \text{khi } x \rightarrow 2$$

Bài 16. Với giá trị nào của m thì hàm số sau có giới hạn khi $x \rightarrow 1$? Tìm giới hạn đó.

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1} & \text{khi } x < 1 \\ mx+2 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} & \text{khi } x > 1 \\ mx+2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} x^2-x+3 & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x+m}{x} & \text{khi } x > 1 \end{cases} \quad 4) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{2x-2} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Bài 17. Tìm các giới hạn sau:

$$\begin{array}{lll} 1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x-2}{x^2-4} & 2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-x^2-x-6}{x^2-9} & 3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^2-3x+2} \\ 4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right) & 5) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{2-x} - \frac{12}{8-x^3} \right) & 6) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4-x^2}{x^3+8} \\ 7) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{(x-2)^2} & 8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-3x+1}{x^3-x^2-x+1} & 9) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{9-x^2}{x^3+27} \\ 10) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{x^3-8} & 11) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x^5-1} & 12) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x^2-x+1}{x^2-3x+2} \\ 13) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+1)^2-2(1+x)-3}{(x+1)^3+2(x+1)^2-1} & 14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^3-x^2+x-1} & 15) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-x-2)^2}{x^3-12x+16} \\ 16) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3+5x^2-7x+2}{x^2-3x+2} & 17) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3-5x^2+2}{3x^2-5x+2} & 18) \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2-2}{x^2-x+\sqrt{2}-2} \\ 19) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-x^3-x+1}{x^3-5x^2+7x-3} & 20) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+3x^2-9x-2}{x^3-x-6} & 21) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3+3x+5}{x^3+3x^2+x-1} \\ 23) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2-3x-7}{x^3+1} & 24) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3-x^2+2x-1}{x^3+1} & \end{array}$$

Bài 18. Tìm các giới hạn sau:

$$\begin{array}{lll} 1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+3}}{x^3-1} & 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x}-1}{3x} & 3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{3x-2}}{x^2-4} \\ 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{3-\sqrt{3x^2+9}} & 5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4} & 6) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1}-3} \end{array}$$

- $$\begin{array}{lll} 7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x} & 8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1} & 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} - 3}{x} \\ 10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1-x}}{3x} & 11) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2 - \sqrt{x+8}}{\sqrt{x+3} + x - 3} & 12) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} \\ 13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} & 14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3x-2}}{x-1} & 15) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1} \\ 16) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{x^4 - 4} & 17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{x^2 + x} & 18) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{4x^2+x^3}} \\ 19) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt{x^2+3}-2} & 20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}} & 21) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{2x-4}}{\sqrt[3]{x}-2} \\ 22) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - \sqrt{1-2x}}{x^2+x} & 23) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} & 24) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{1 + \sqrt[3]{2x-1}} \end{array}$$

Bài 19. Tìm các giới hạn sau:

- $$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) & 2) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \right) \\ 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 1 - \sqrt{4x^2 - 6x + 3}) & 4) \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - 3x - \sqrt{9x^2 - 2x + 1}) \\ 5) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - x) & 6) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 3} + x) \\ 7) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 2x - 3) & 8) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} + 2x - 5) \\ 9) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + x + 1}) & 10) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 - 3x + 1}) \\ 11) \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x) & 12) \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2x} - 2\sqrt{x^2 + x} + x) \\ 13) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{x^3 + x^2} - x) & 14) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - \sqrt{x^2 - 2x}) \\ 15) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 5x^2} - \sqrt[3]{x^3 + 8x}) & 16) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{3-x} - \sqrt{5-x}) \end{array}$$

Bài 20. Tìm các giới hạn sau:

- $$\begin{array}{lll} 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x - 1}{x^2 \sqrt{x} + x} & 2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-x}-1} & 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{3x+5} \\ 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+2\sqrt{x}-x}{x+3} & 5) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{1+|x|} & 6) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{2x^2+3}}{4x+2} \\ 7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2\sqrt{x}-1}{4-2\sqrt{x}+x} & 8) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2\sqrt{x}+\sqrt{x^4-5x}}{2x^2+4x-5} & 9) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x-3)^4(3x^2-x+1)^3}{3x^2(4x+1)^3} \\ 10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3-3x^2+5}{4x^3+2x-3} & 11) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{2x+1}} & 12) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-2\sqrt{x}+x}{3-4\sqrt{x}} \\ 13) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4x-3)^2(3x^2+1)^6}{(3x-4)^3(2x^3+1)^4} & 14) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x-1)^2(4x^2+1)^3}{(2x^4+1)^2} & 15) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-x}-x} \end{array}$$

16) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 2x + 5x}}{2x - \sqrt{x^2 + 2}}$

17) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1 + \sqrt{x^2 + 1}}$

18) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3 + \sqrt{x^2 - x + 1}}{x - 1 + \sqrt[3]{8x^3 + 2x - 1}}$

19) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$

20) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$

21) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{3x^2 - 4} - \frac{x^2}{3x + 2} \right)$

Bài 21. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{\sin^2 x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$

6) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{4 \cos^2 x - 3}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{\sin 2x}$

8) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \tan x \right)$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\sin^2 x} - \frac{1}{1 - \cos x} \right)$

10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{\sin x}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin^2 x} - \cos x}{\sin^2 x}$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\cos 5x - \cos 3x}$

Bài 22. Cho $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x^2}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sqrt{3} \cos 5x}{3x}$

Bài 23. Với đồ thị làm f cho sẵn như hình bên, xác định giá trị của mỗi

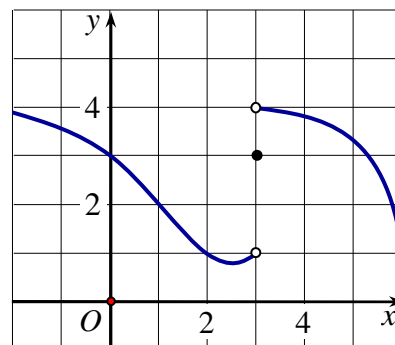
giới hạn sau nếu tồn tại.

Nếu không tồn tại, hãy giải thích vì sao?

a) $f(3)$.

b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

**Bài 24.** Với đồ thị làm g cho sẵn như hình bên, xác định giá trị của mỗi

giới hạn sau nếu tồn tại.

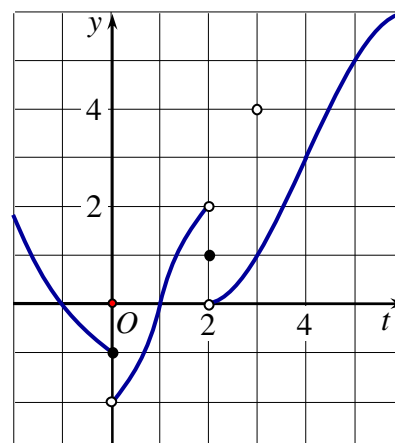
Nếu không tồn tại, hãy giải thích vì sao?

a) $g(2)$.

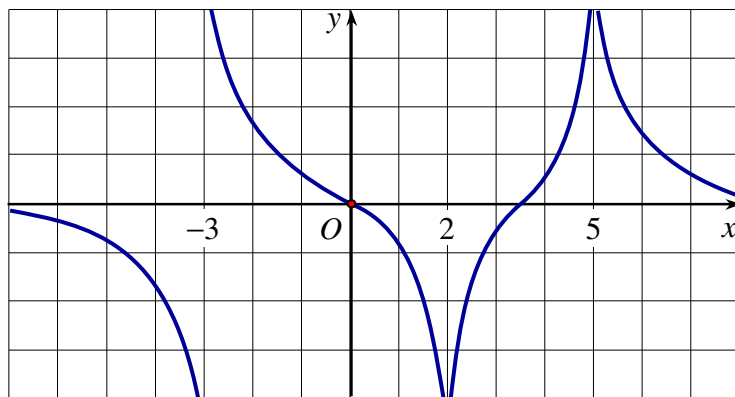
b) $\lim_{t \rightarrow 0^-} g(t)$, $\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t)$, $\lim_{t \rightarrow 0} g(t)$.

c) $\lim_{t \rightarrow 2^-} g(t)$, $\lim_{t \rightarrow 2^+} g(t)$, $\lim_{t \rightarrow 2} g(t)$.

f) $\lim_{t \rightarrow 4} g(t)$.

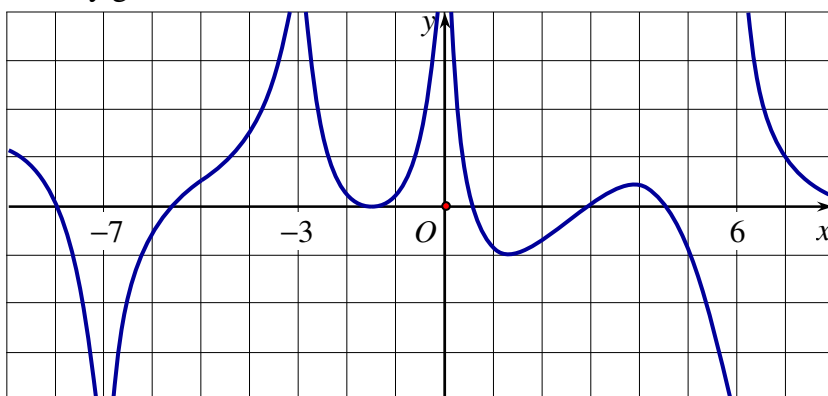


Bài 25. Với đồ thị làm f cho sẵn như hình bên, xác định giá trị của mỗi giới hạn sau nếu tồn tại. Nếu không tồn tại, hãy giải thích vì sao?



- a) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$. b) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$

Bài 26. Với đồ thị làm f cho sẵn như hình bên, xác định giá trị của mỗi giới hạn sau nếu tồn tại. Nếu không tồn tại, hãy giải thích vì sao?

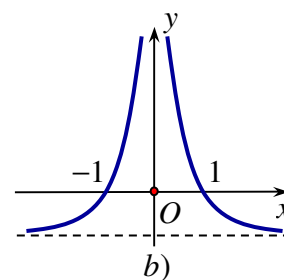
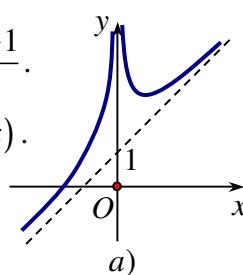


- a) $\lim_{x \rightarrow -7} f(x)$. b) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$

Bài 27. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2}$ và $g(x) = \frac{x^3+x^2+1}{x^2}$.

- 1) Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

- 2) Hai đường cong sau là đồ thị của hai hàm số đã cho. Từ kết quả câu 1), hãy xác định xem đường cong nào là đồ thị của hàm số nào?

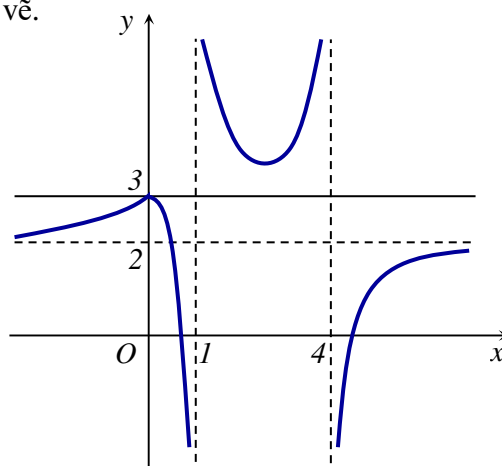


Bài 28. Cho hàm số: $f(x) = \frac{2x^2 - 15x + 12}{x^2 - 5x + 4}$ có đồ thị như hình vẽ.

- 1) Dựa vào đồ thị, dự đoán giới hạn của hàm số $f(x)$

khi $x \rightarrow 1^+$, $x \rightarrow 1^-$, $x \rightarrow 4^+$, $x \rightarrow 4^-$,
 $x \rightarrow +\infty$ và $x \rightarrow -\infty$.

- 2) Chứng minh dự đoán đó.



- Câu 82.** $\lim_{x \rightarrow -2} |3x^3 - 4x - 1|$ có giá trị bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** -17. **D.** 17.
- Câu 83.** $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x^2 - 9x^3 - 2}}$ có giá trị bằng
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 84.** $\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt{\frac{x^3 - 10x + 3}{x^2 + x + 2}}$ có giá trị bằng
A. 1. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $+\infty$.
- Câu 85.** $\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{\frac{x^2 + 2}{x^2 - x}}$ có giá trị bằng
A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.
- Câu 86.** $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2}$ có giá trị bằng
A. 1. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.
- Câu 87.** $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-1}{x+1}$ có giá trị bằng
A. 1. **B.** -1. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.
- Câu 88.** $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+3}{|1-x|}$ có giá trị bằng
A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 89.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1})$ có giá trị bằng
A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 1.
- Câu 90.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 3} - x)$ có giá trị bằng
A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{\sqrt{2}}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $+\infty$.
- Câu 91.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} + x)$ có giá trị bằng
A. $\sqrt{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 92.** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ có giá trị bằng
A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 93.** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}$ có giá trị bằng
A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 94. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}$ có giá trị bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 95. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x^2 - x + 2}}{x}$ có giá trị bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. 2.

D. 0.

Câu 96. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{3x + 6}$ có giá trị bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. 1.

Câu 97. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ có giá trị bằng

A. 6.

B. 0.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 98. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{3x - 6}$ có giá trị bằng

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $-\frac{5}{3}$.

D. $+\infty$.

Câu 99. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 12}{2x + 8}$ có giá trị bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. $-\frac{7}{2}$.

Câu 100. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$ có giá trị bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{5}{4}$.

Câu 101. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 + 2x}$ có giá trị bằng

A. -6.

B. -5.

C. 1.

D. 0.

Câu 102. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 1}$ có giá trị bằng

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 103. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{x} - 2}$ có giá trị bằng

A. 6.

B. 0.

C. 12.

D. 1.

Câu 104. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{3x + 4}}{x^2 + 3x}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. 0.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. 1.

Câu 105. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 + \sqrt[3]{4x-8}}{\sqrt{x+4}-2}$ có giá trị bằng

- A. 3. B. 1. C. 0. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 106. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{5-3x}-2}{x+1}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. 0. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 107. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 + \sqrt[3]{4x-8}}{\sqrt{x+4}-2}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. 0. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 108. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-3}{x-1}$ có giá trị bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 3. D. 0.

Câu 109. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2+x+3}{x-2}$ có giá trị bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 2. D. 0.

Câu 110. $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x+3}{x^2-4}$ có giá trị bằng

- A. $+\infty$. B. $-\frac{3}{4}$. C. 0. D. $-\infty$.

Câu 111. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+3}{x^2-4x+3}$ có giá trị bằng

- A. $-\infty$. B. 0. C. $+\infty$. D. 1.

Câu 112. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)\sqrt{\frac{x-2}{x^3+8}}$ có giá trị bằng

- A. 0. B. 1. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 113. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$ có giá trị bằng

- A. -1. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 0.

Câu 114. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \right)$ có giá trị bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 115. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^3+1 & \text{khi } x < 1 \\ 2 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ bằng

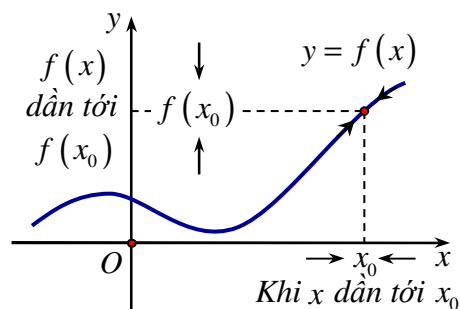
- A. 1. B. 2. C. 0. D. không tồn tại.

Vấn đề 3. HÀM SỐ LIÊN TỤC

① Hàm số liên tục tại một điểm

Định nghĩa:

- Giả sử hàm số f xác định trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Hàm số f được gọi là **liên tục** tại điểm x_0 nếu: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- Hàm số không liên tục tại điểm x_0 được gọi là **gián đoạn** tại điểm x_0 và điểm x_0 được gọi là **điểm gián đoạn** của hàm số $f(x)$.



- Theo định nghĩa trên, hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ là liên tục tại điểm $x_0 \in (a; b)$ nếu và chỉ nếu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ tồn tại và $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$

② Hàm số liên tục trên một khoảng, trên một đoạn

- Hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ được gọi là liên tục trên khoảng đó, nếu nó liên tục tại mọi điểm của khoảng đó.
- Hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $[a; b]$ được gọi là liên tục trên đoạn đó, nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ (liên tục bên phải tại a và bên trái tại b)

✎ **Chú ý:** Đồ thị của một hàm số liên tục trên một khoảng là một “đường liền” trên khoảng đó.

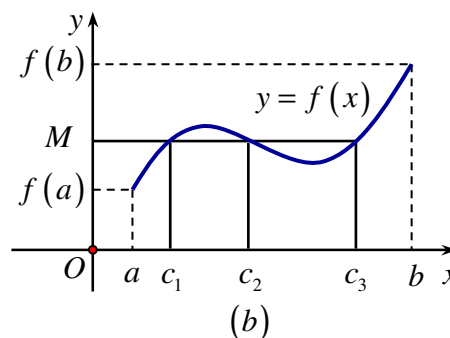
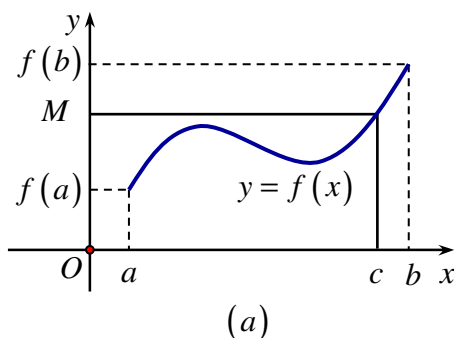
❖ Tính liên tục của một số hàm số:

- Tổng, hiệu, tích, thương** của hai hàm số liên tục tại một điểm là những hàm số liên tục tại điểm đó (giá trị của mẫu tại điểm đó phải khác 0).
- Hàm đa thức** và **hàm phân thức hữu tỉ** liên tục trên từng khoảng xác định của chúng.
- Các hàm $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ liên tục trên từng khoảng xác định của chúng.

③ Tính chất của hàm số liên tục

- Định lý:** (Định lý về giá trị trung gian của hàm số liên tục)

Giả sử hàm số f liên tục trên đoạn $[a; b]$. Nếu $f(a) \neq f(b)$ thì với mỗi số thực M nằm giữa $f(a)$ và $f(b)$, tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a; b)$ sao cho $f(c) = M$.



- Hệ quả 1:** Nếu hàm f liên tục trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a; b)$ sao cho $f(c) = 0$.
- Hệ quả 2:** Nếu hàm f liên tục trên $[a; b]$ và $f(x) = 0$ vô nghiệm trên $[a; b]$ thì hàm số f có dấu không đổi trên $[a; b]$.

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

🔪 **Chú ý:** Hàm số không liên tục tại x_0 thì được gọi là gián đoạn tại x_0 .

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x \neq 1 \text{ (} x_0 = 1 \text{)} \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Ví dụ 40. Xét tính liên tục của các hàm số sau tại x_0 đã chỉ ra:

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \begin{cases} (x+1)^2 & \text{khi } x \leq 0 \\ -1 & \text{khi } x > 0 \end{cases} \quad (x_0 = 0) & \text{b) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x-5}{\sqrt{2x-1}-3} & \text{khi } x > 5 \\ (x-5)^2 + 3 & \text{khi } x \leq 5 \end{cases} \quad (x_0 = 5) \\ \text{c) } f(x) &= \begin{cases} \frac{1}{x-2} & \text{khi } x \leq 1 \\ -\frac{1}{x} & \text{khi } x > 1 \end{cases} \quad (x_0 = 1) & \text{d) } f(x) &= \begin{cases} \frac{2x^2 - x + 1}{x+1} & \text{khi } x < -1 \\ 4x+9 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases} \quad (x_0 = -1) \end{aligned}$$

Ví dụ 41. Tìm m để các hàm số sau liên tục tại x_0 :

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x+m & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad (x_0 = 1) & \text{b) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} & \text{khi } x < 2 \\ mx+m+1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases} \quad (x_0 = 2) \\ \text{c) } f(x) &= \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x+7}-3} & \text{khi } x \neq 2 \\ x^2 - 3mx & \text{khi } x = 2 \end{cases} \quad (x_0 = 2) & \text{d) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 12-m & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad (x_0 = 1) \end{aligned}$$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 29.** Xét tính liên tục của hàm số f tại x_0 :

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1, x_0 = 2, x_0 = 3.$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + x + 2}{x^3 + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ \frac{4}{3} & \text{khi } x = -1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = -1, x_0 = 1.$$

$$3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{2x - 3}}{2 - x} & \text{khi } x \neq 2 \\ 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 2, x_0 = 1, x_0 = 6.$$

Bài 30. Xét tính liên tục của hàm số f tại x_0 :

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} & \text{khi } x > 3 \\ 2x - 4 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 3, x_0 = 4.$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x - 5}{\sqrt{2x - 1} - 3} & \text{khi } x > 5 \\ (x - 5)^2 + 3 & \text{khi } x \leq 5 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 5, x_0 = 6.$$

$$3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x < 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \\ \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} & \text{khi } x > 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1, x_0 = 4.$$

Bài 31. Định a để hàm số f liên tục tại x_0 :

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1.$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1.$$

Bài 32. Định a, b để hàm số f liên tục tại x_0 :

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ a + \frac{4-x}{x+2} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 0.$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ ax + \frac{4}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 2.$$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- ## B. BÀI TẬP MẪU

$$\text{f) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 27}{x^2 - 9} & \text{khi } x < 3 \\ 5 & \text{khi } x = 3 \\ 2x - 1 & \text{khi } x > 3 \end{cases}$$
[illegible]

Ví dụ 43. Chứng minh rằng hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x-1} + x-1}{\sqrt{x^2+2x-3}} & \text{khi } x > 1 \\ 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục trên $[1; +\infty)$.

Ví dụ 44. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x < 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \\ mx + 1 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục trên tập xác định của nó..

Ví dụ 45. Tìm các điểm gián đoạn của các hàm số:

a) $f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 5}{x^2 - 4x + 3}$

b) $f(x) = \begin{cases} 1 - \cos x & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 33.** Chứng minh rằng:

- 1) Các hàm số $f(x) = x^3 - x + 3$ và $g(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- 2) Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 2$.
- 3) Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ gián đoạn tại điểm $x = 1$.
- 4) Hàm số $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{khi } x \leq 0 \\ x^2 + 2 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ gián đoạn tại điểm $x = 0$.
- 5) Hàm số $f(x) = x^4 - x^2 + 2$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- 6) Hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ liên tục trên khoảng $(-1; 1)$.
- 7) Hàm số $f(x) = \sqrt{8-2x^2}$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$.
- 8) Hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$ liên tục trên khoảng $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- 9) Hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 4}{2x - 1}$ liên tục trên tập xác định của nó.
- 10) Hàm số $f(x) = x^2 + x + 3 + \frac{1}{x-2}$ liên tục trên tập xác định của nó.
- 11) Hàm số $f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{2-x}$ liên tục trên tập xác định của nó.
- 12) Hàm số $f(x) = \sqrt{x-3}$ liên tục trên tập xác định của nó.
- 13) Hàm số $f(x) = x^2 \sin x - 2 \cos^2 x + 3$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- 14) Hàm số $f(x) = \frac{x^3 + x \cos x + \sin x}{2 \sin x + 3}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- 15) Hàm số $f(x) = \frac{(2x+1) \sin x - \cos^3 x}{x \sin x}$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{R}\}$.

Bài 34. Xét tính liên tục của hàm số f trên tập xác định:

- 1) $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 4}$
- 2) $f(x) = \frac{1 - \sqrt{2x-3}}{2-x}$
- 3) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + x + 2}{x^3 + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ \frac{4}{3} & \text{khi } x = -1 \end{cases}$
- 4) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{1}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$
- 5) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{6} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$
- 6) $f(x) = \begin{cases} x + \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 4 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

Bài 35. Xét tính liên tục của hàm số f theo a :

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} \frac{-x^3 + 5x^2 - 5x - 3}{x^2 - 9} & \text{khi } x > 3 \\ a + 4x & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$$

Bài 36. Định a để hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$:

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} & \text{khi } x < 2 \\ ax + a + 1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ 3 - ax^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

Bài 37. Định a, b để hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$:

$$1) f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{khi } x < 3 \\ ax + b & \text{khi } 3 \leq x \leq 5 \\ x^2 - 4x - 2 & \text{khi } x > 5 \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} -2 \sin x & \text{khi } x \leq \frac{\pi}{2} \\ a \sin x + b & \text{khi } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & \text{khi } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Bài 38. Định a để hàm số f liên tục trên I :

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{3(\sqrt{x}-2)} & \text{khi } x \neq 4 \\ a & \text{khi } x = 4 \end{cases}$$

trên $I = [0; 4]$

$$2) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{3x+5}}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

trên $I = [-3; +\infty)$

$$3) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

trên $I = (0; +\infty)$

Bài 39. Tìm các điểm gián đoạn của hàm số sau:

$$1) f(x) = \frac{x+1}{x^3-4x}$$

$$2) f(x) = \frac{x}{2 \cos x - 1}$$

$$3) f(x) = \tan x + \cot x$$

$$4) f(x) = \sqrt{x}$$

$$5) f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \neq 0 \\ -2 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

$$6) f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{1}{x^2 - 3x} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

$$7) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{3}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

$$8) f(x) = \begin{cases} \frac{2x-2}{x^2-3x+2} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Bài 40. Xét xem các hàm số sau có liên tục tại mọi x không, nếu không liên tục thì chỉ ra các điểm gián đoạn:

$$1) f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$$

$$2) f(x) = \frac{2x+1}{x^2-3x+2}$$

$$3) f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x}$$

$$4) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x \neq 4 \\ 8 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- ✎ Chú ý:**

d) $m(2\cos x - \sqrt{2}) = 2\sin 5x + 1$

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

Ví dụ 47. Chứng minh phương trình:

a) $3x^3 + 12x - 1 = 0$

có ít nhất một nghiệm.

b) $x^5 - 5x^3 + 4x - 1 = 0$

có đúng 5 nghiệm.

c) $x^2 \cos x + x \sin x + 1 = 0$

có ít nhất một nghiệm thuộc $(0; \pi)$.

d) $x^3 + x + 1 = 0$

có ít nhất một nghiệm âm lớn hơn -1 .

e) $2x^3 - 6x + 1 = 0$

có ba nghiệm phân biệt.

Ví dụ 48. Chứng minh phương trình $x^4 - x - 3 = 0$ có ít nhất một nghiệm x_0 thỏa mãn $x_0 > \sqrt[3]{12}$

Ví dụ 49. Chứng minh phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn luôn có nghiệm với mọi tham số trong trường hợp $5a + 4b + 6c = 0$.

Ví dụ 50. Chứng minh phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn luôn có nghiệm với mọi tham số trong trường hợp $12a + 15b + 20c = 0$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 41. Chứng minh rằng phương trình:

- 1) $3x^2 + 2x - 2 = 0$ có ít nhất một nghiệm
- 2) $x^3 + x + 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm âm lớn hơn -1 .
- 3) $3x^3 + 2x - 2 = 0$ có ít nhất một nghiệm
- 4) $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt thuộc $(-1; 1)$.
- 5) $x^5 + x - 1 = 0$ có ít nhất ba nghiệm thuộc $(-1; 1)$
- 6) $x^3 - 3x + 1 = 0$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt thuộc $(-2; 2)$
- 7) $2x^3 - 6x + 1 = 0$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt thuộc $(-2; 2)$
- 8) $2x^4 - 3x + 5x - 6 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(1; 2)$

Bài 42. Chứng minh các phương trình sau có nghiệm:

- 1) $m(x-1)^2(x+2) + 2x + 3 = 0$
- 2) $\cos x + m \cos 2x = 0$
- 3) $\sin x + \cos x - m \sin x \cos x = 0$
- 4) $2x - 1 + \tan x = 0$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bước 4: Trên mỗi khoảng nhỏ lấy một số m tùy ý, tính $f(m)$, dấu của $f(x)$ trên khoảng đó chính là dấu của $f(m)$. Từ đó suy ra được dấu của $f(x)$ trên miền D .

b) $f(x) = x^2 - 3 + \sqrt{9 - x^2}$ [illegible]

6) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 3} + x - 1$

BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO VẤN ĐỀ 3

Bài 44. Xét tính liên tục của hàm số f tại x_0 :

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 2 & \text{khi } x \neq 4 \\ \sqrt{x+5} - 3 & \text{khi } x = 4 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 4.$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ \frac{3}{4} & \text{khi } x = 2 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 2.$$

$$3) \quad f(x) = \begin{cases} x + \frac{|x-2|}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 3 & \text{khi } x = 2 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 2.$$

$$4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{3x-2-\sqrt{4x^2-x-2}}{x^2-3x+2} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1.$$

$$5) \quad f(x) = \begin{cases} x + \frac{|x-2|}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 3 & \text{khi } x = 2 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 2.$$

$$6) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+8}{4x+8} & \text{khi } x \neq -2 \\ 3 & \text{khi } x = -2 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = -2.$$

Bài 45. Xét tính liên tục của hàm số f tại x_0 :

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 1 \\ \frac{x^2-1}{x^2+6x-7} & \text{khi } x < 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1, x_0 = 2.$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+5}-3} & \text{khi } x > 4 \\ \frac{x^2-5x+8}{6} & \text{khi } x \leq 4 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 4.$$

$$3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-2}{\sqrt{x}-1} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{\sqrt{x^2+8}-1}{3} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1, x_0 = -1.$$

$$4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - \cos x}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} & \text{khi } x > \frac{\pi}{4} \\ 2 \sin x & \text{khi } x \leq \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = \frac{\pi}{4}.$$

Bài 46. Định a để hàm số f liên tục tại x_0 :

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x + 3}{x^2 - 4x + 3} & \text{khi } x \neq 1 \\ a - \frac{3}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1.$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - 4x^3 + 2x + 1}{x^3 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a + \frac{1}{3} & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1.$$

$$3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x+5} - 3} & \text{khi } x \neq 4 \\ ax - \frac{5}{2} & \text{khi } x = 4 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 4.$$

$$4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1.$$

$$5) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 0.$$

$$6) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 4.$$

$$7) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 2.$$

$$8) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1.$$

$$9) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ ax + \frac{1}{4} & \text{khi } x = 2 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 2.$$

Bài 47. Định a, b để hàm số f liên tục tại x_0 :

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{2x} & \text{khi } x < 0 \\ a + \frac{x^3 - 3x + 1}{x+2} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 0.$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 - 8} - 2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ ax + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 2.$$

$$3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{2\sin x - \sqrt{3}}{2\cos x - 1} & \text{khi } x > \frac{\pi}{3} \\ 2a + \frac{3}{\pi}x & \text{khi } x \leq \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = \frac{\pi}{3}.$$

Bài 48. Xét xem các hàm số sau có liên tục tại mọi x không, nếu không liên tục thì chỉ ra các điểm gián đoạn:

$$1) \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$$

$$2) \quad f(x) = \frac{2x+1}{x^2-3x+2}$$

$$3) \quad f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x}$$

$$4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x \neq 4 \\ 8 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$$

Bài 49. Xét tính liên tục của hàm số f trên tập xác định:

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} x + \frac{|x-1|}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & \text{khi } x \leq 1 \\ -\frac{1}{x} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

$$3) \quad f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 0 \\ (x-1)^2 & \text{khi } 0 < x < 2 \\ 2 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$$

$$4) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \\ x-2 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$$

$$5) \quad f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

$$6) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{khi } x < 1 \\ \cos x & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$$

$$7) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2}{x - \sqrt{2}} & \text{khi } x \neq \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \text{khi } x = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$8) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{(x-2)^2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 3 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$$

Bài 50. Xét tính liên tục của hàm số f theo a :

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ a - x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

Bài 51. Định a để hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$:

$$1) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ 3x + a & \text{khi } x < 2 \end{cases}$$

$$2) \quad f(x) = \begin{cases} ax^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ 3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$$

$$3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ ax + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

$$4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{1 - 2\cos x} & \text{khi } x \neq \frac{\pi}{3} \\ a + \tan \frac{\pi}{6} & \text{khi } x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Bài 52. Chứng minh rằng phương trình:

$$1) \quad x^3 - 3x - 7 = 0 \dots\dots\dots \text{luôn có nghiệm}$$

$$2) \quad x^5 + 7x^4 - 3x^2 + x + 2 = 0 \dots\dots\dots \text{luôn có nghiệm}$$

$$3) \quad x^4 - 3x - 5 = 0 \dots\dots\dots \text{luôn có nghiệm}$$

$$4) \quad x^4 - 3x^3 + 1 = 0 \dots\dots\dots \text{có ít nhất một nghiệm thuộc } (-1; 3)$$

- 5) $x^5 - 3x^4 + 5x - 2 = 0$ có ít nhất ba nghiệm thuộc $(-2; 5)$
 6) $\sqrt{x^3 + 6x + 1} - 2 = 0$ có nghiệm dương
 7) $\cos 2x = 2\sin x - 2$ có ít nhất hai nghiệm thuộc $\left(\frac{\pi}{6}; \pi\right)$.
 8) $x^2 \cos x + x \sin x + 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(0; \pi)$
 9) $\cos x = x$ luôn có nghiệm

Bài 53. Liệu có tồn tại một số lớn hơn lập phương của chính nó 1 đơn vị?

Bài 54. Nếu a và b là các số dương, hãy chứng minh phương trình $\frac{a}{x^3 + 2x^2 - 1} + \frac{b}{x^3 + x - 2} = 0$ có ít nhất 1 nghiệm nằm trong khoảng $(-1; 1)$.

Bài 55. Một thầy tu Tây Tạng rời tu viện lúc 7 h sáng và đi lên đỉnh núi như thường lệ, đến nơi lúc 7 h tối. Sáng hôm sau, ông bắt đầu đi từ đỉnh núi vào lúc 7 h sáng và cũng đi về bằng con đường cũ, về đến tu viện lúc 7 h tối. Hãy sử dụng Định lý Giá trị trung gian để chứng minh rằng có một điểm nằm trên đường mà thầy tu sẽ đi qua vào cùng thời điểm như nhau trong cả hai ngày.

Bài 56. Chứng minh các phương trình sau có nghiệm:

- 1) $(m^2 + m + 1)x^4 + 2x - 2 = 0$ 2) $(1 - m^2)(x + 1)^3 + x^2 - x - 3 = 0$
 3) $m(2\cos x - \sqrt{2}) = 2\sin 5x + 1$ 4) $a(x - b)(x - c) + b(x - c)(x - a) + c(x - b)(x - a) = 0$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẤN ĐỀ 3

Câu 116. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{x}$ với $x \neq 0$. Để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $f(0)$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. 1. D. 0.

Câu 117. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ với $x \neq 1$. Để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $f(1)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 118. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4} - 2}$ với $x \neq 0$. Để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $f(0)$ bằng

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 119. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 8}{4x + 8} & \text{khi } x \neq -2 \\ 3 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -3$.

Câu 120. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ a & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 3$ thì a bằng

- A. 2. B. 4. C. 0. D. -2.

Câu 121. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x - 3} - x} & \text{khi } x > 3 \\ 1 + ax & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$. Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 3$ thì a bằng

A. $-\frac{4}{3}$. B. -3 . C. 0 . D. $\frac{2}{3}$.

Câu 122. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{5-4x} - x}{1-x} & \text{khi } x < 1 \\ (a+4)x & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì a bằng

A. 3 . B. -1 . C. 1 . D. 0 .

Câu 123. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1} + \sqrt[3]{-2-6x}}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ a-x & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì a bằng

A. 2 . B. 1 . C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 124. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì a bằng

A. 0 . B. 2 . C. $\frac{1}{4}$. D. 1 .

Câu 125. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x < 3, x \neq 1 \\ 4 & \text{khi } x = 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x \geq 3 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại:

A. mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$. B. mọi điểm trừ $x = 1$.
C. mọi điểm trừ $x = 3$. D. mọi điểm trừ $x = 1$ và $x = 3$.

Câu 126. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$ bằng:

A. Không tồn tại B. $+\infty$ C. $-\infty$ D. Đáp số khác

Câu 127. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2) \sqrt{\frac{x-1}{x^3+x}}$ bằng:

A. 0 B. 1 C. $+\infty$ D. Đáp số khác

Câu 128. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{khi } x \in [0;4] \\ 1+m, & \text{khi } x \in (4;6] \end{cases}$. Định m để $f(x)$ liên tục trên $[0;6]$:

A. $m = 3$ B. $m = 4$ C. $m = 0$ D. $m = 1$

Câu 129. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x - 1$ xác định trên $\mathbb{R}$. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ trên $\mathbb{R}$ là:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 130. Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-1;4]$ sao cho $f(-1) = -3$, $f(4) = 5$. Có thể nói gì về số nghiệm của phương trình $f(x) = 8$ trên đoạn $[-1;4]$:

A. Vô nghiệm B. Có ít nhất một nghiệm
C. Có hai nghiệm D. Không thể kết luận gì

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG 4

Câu 131. Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0 ?

A. $\frac{1}{n}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

C. $\frac{n+1}{n}$.

D. $\frac{\sin n}{\sqrt{n}}$.

Câu 132. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $\left(\frac{4}{3}\right)^n$.

B. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$.

C. $\left(-\frac{5}{3}\right)^n$.

D. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

Câu 133. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $(0,999)^n$.

B. $(-1,01)^n$.

C. $(1,01)^n$.

D. $(-2,001)^n$.

Câu 134. Dãy nào sau đây không có giới hạn?

A. $(0,99)^n$.

B. $(-1)^n$.

C. $(-0,99)^n$.

D. $(-0,89)^n$.

Câu 135. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+3}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $-\frac{1}{3}$.

B. -1 .

C. 0 .

D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 136. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3-4n}{5n}\right)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $\frac{3}{5}$.

B. $-\frac{3}{5}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 137. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{3^n}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 0 .

B. 1 .

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{3}$.

Câu 138. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4 - \frac{\cos 2n}{n}}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 0 .

B. $\sqrt{2}$.

C. 2 .

D. 4 .

Câu 139. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 0 .

B. $+\infty$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Câu 140. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 - 2n + 3}{4n^4 + 2n + 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 0 .

B. $+\infty$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{7}$.

Câu 141. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n^4}{4n^4 + 5n + 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $-\frac{3}{4}$.

B. 0 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 142. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 - 2n + 4}{4n^2 + 2n + 3}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 0 .

B. $+\infty$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 143. $\lim(-3n^3 + 2n^2 - 5)$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. -3 . B. -6 . C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 144. $\lim(2n^4 + n^2 - 5n)$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $-\infty$. B. 0 . C. 2 . D. $+\infty$.

Câu 145. $\lim \frac{\sqrt{4n^2 + 5} - \sqrt{n + 4}}{2n - 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. $+\infty$.

Câu 146. $\lim(\sqrt{n + 10} - \sqrt{n})$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. 10 . C. $\sqrt{10}$. D. 0 .

Câu 147. $\lim \frac{3 - 2n + 4n^2}{4n^2 + 5n - 3}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. 0 . B. 1 . C. $\frac{3}{4}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 148. Nếu $\lim u_n = L$ thì $\lim \sqrt{u_n + 9}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $L + 9$. B. $L + 3$. C. $\sqrt{L + 9}$. D. $\sqrt{L} + 3$.

Câu 149. Nếu $\lim u_n = L$ thì $\lim \frac{1}{\sqrt[3]{u_n + 8}}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{\sqrt{L} + \sqrt{8}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{L + 8}}$. C. $\frac{1}{\sqrt[3]{L + 2}}$. D. $\frac{1}{\sqrt[3]{L + 8}}$.

Câu 150. $\lim \frac{\sqrt{n + 4}}{\sqrt{n} + 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. 1 . B. 2 . C. 4 . D. $+\infty$.

Câu 151. $\lim \frac{1 - 2n + 2n^2}{5n^2 + 5n - 3}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. 0 . B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\frac{2}{5}$.

Câu 152. $\lim \frac{10^4 n}{10^4 + 2n}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. 10000 . C. 5000 . D. 1 .

Câu 153. $\lim \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{2n^2}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. 0 . B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 154. $\lim \frac{\sqrt[3]{n^3 + n}}{6n + 2}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{\sqrt[3]{2}}{6}$. D. 0 .

Câu 155. $\lim n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 3})$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. 4 . C. 2 . D. -1 .

Câu 156. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sin 2n}{n + 5}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. 0. D. 1.

Câu 157. $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n - 4n^3)$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $-\infty$. B. -4 . C. 3. D. $+\infty$.

Câu 158. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 5n^2}$. B. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 5}$. C. $u_n = \frac{1 - 2n^2}{5n + 5}$. D. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 5n^2}$.

Câu 159. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $+\infty$?

- A. $u_n = 3n^2 - n^3$. B. $u_n = n^2 - 4n^3$. C. $u_n = 3n^2 - n$. D. $u_n = 3n^3 - n^4$.

Câu 160. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $-\infty$?

- A. $u_n = n^4 - 3n^3$. B. $u_n = 3n^3 - n^4$. C. $u_n = 3n^2 - n$. D. $u_n = -n^2 + 4n^3$.

Câu 161. Tổng của cấp số nhân vô hạn $\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}; \dots$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 162. Tổng của cấp số nhân vô hạn $-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots; \frac{(-1)^n}{2^n}; \dots$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. -1 .

Câu 163. Tổng của cấp số nhân vô hạn $\frac{1}{3}; -\frac{1}{9}; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}; \dots$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. 4.

Câu 164. Tổng của cấp số nhân vô hạn $\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \dots; \frac{1}{2 \cdot 3^{n-1}}; \dots$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 165. Tổng của cấp số nhân vô hạn $\frac{1}{2}; -\frac{1}{6}; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{2 \cdot 3^{n-1}}; \dots$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 166. Tổng của cấp số nhân vô hạn $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{2^{n-1}}; \dots$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 167. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $+\infty$?

- A. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 5n^2}$. B. $u_n = \frac{1 + 2n}{5n + 5}$. C. $u_n = \frac{1 + n^2}{5n + 5}$. D. $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + 5n^3}$.

Câu 168. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $+\infty$?

A. $u_n = \frac{9n^2 + 7n}{n + n^2}$.

B. $u_n = \frac{2007 + 2008n}{n + 1}$.

C. $u_n = 2008m - 2007n^2$.

D. $u_n = n^2 + 1$.

Câu 169. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng -1 ?

A. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 - 4}$.

B. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^2 - 1}$.

C. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 + 2n^2}$.

D. $\lim \frac{2n^3 - 3}{-2n^2 - 1}$.

Câu 170. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0 ?

A. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 - 4}$.

B. $\lim \frac{2n - 3n^3}{-2n^2 - 1}$.

C. $\lim \frac{2n^2 - 3n^4}{-2n^3 + 2n^2}$.

D. $\lim \frac{3 + 2n^3}{2n^2 - 1}$.

Câu 171. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $+\infty$?

A. $\lim \frac{2n^2 + 3}{n^3 + 4}$.

B. $\lim \frac{2n - 3n^3}{2n^2 - 1}$.

C. $\lim \frac{2n^2 - 3n^4}{-2n^3 + 2n^2}$.

D. $\lim \frac{3 - 2n^3}{2n^2 - 1}$.

Câu 172. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng $\frac{1}{5}$?

A. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 5n^2}$.

B. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 5}$.

C. $u_n = \frac{1 - 2n^2}{5n + 5}$.

D. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 5n^2}$.

Câu 173. $\lim_{x \rightarrow -1} (3)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. -2 .

B. -1 .

C. 0 .

D. 3 .

Câu 174. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 0 .

B. 2 .

C. 4 .

D. 6 .

Câu 175. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x - 5)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. -15 .

B. -7 .

C. 3 .

D. $+\infty$.

Câu 176. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. 0 .

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $+\infty$.

Câu 177. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x^5}{5x^4 + 3x + 2}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $-\frac{2}{5}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Câu 178. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x^5}{x^4 + x + 5}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $+\infty$.

B. 3 .

C. -1 .

D. $-\infty$.

Câu 179. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x^5}{5x^4 + 3x^6 + 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $-\infty$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $-\frac{2}{5}$.

D. 0 .

Câu 180. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 - 2x^5}{5x^4 + 3x^6 + 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $-\frac{2}{5}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{4}{7}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

A. $-\frac{13}{6}$. **B.** $\frac{7}{4}$. **C.** $\frac{11}{6}$. **D.** $\frac{13}{6}$.

A. $-\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $+\infty$.

A. $-\frac{1}{12}$. **B.** $-\frac{1}{7}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

A. $-\frac{10}{7}$. **B.** $-\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{6}{7}$. **D.** $-\infty$.

A. 9. **B.** 5. **C.** 1. **D.** -5.

A. 0. **B.** $\sqrt{\frac{1}{3}}$. **C.** $\sqrt{\frac{3}{5}}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

A. $\sqrt{\frac{1}{15}}$. **B.** $\sqrt{\frac{1}{3}}$. **C.** $\sqrt{\frac{35}{9}}$. **D.** $+\infty$.

A. $\sqrt{\frac{1}{8}}$. **B.** $\sqrt{\frac{3}{8}}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $+\infty$.

A. 0. **B.** 1. **C.** $\sqrt{\frac{1}{2}}$. **D.** $\sqrt{\frac{1}{3}}$.

Câu 192. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 193. $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{10-x^3}{3x^2+x}}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\sqrt{\frac{11}{4}}$. C. $\sqrt{\frac{9}{2}}$. D. $\sqrt{\frac{11}{2}}$.

Câu 194. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x-5})$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. 0. B. $\sqrt{3} + \sqrt{5}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 195. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + x^3 - 2x^2 - 1}{x - 2x^4}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. -2. B. -1. C. 1. D. 2.

Câu 196. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+5} - x)$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\sqrt{5}$. D. $+\infty$.

Câu 197. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x)$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. 0. C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 198. $\lim_{y \rightarrow 1} \frac{y^4 - 1}{y - 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. 4. C. 2. D. $-\infty$.

Câu 199. $\lim_{y \rightarrow a} \frac{y^4 - a^4}{y - a}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. $2a^3$. C. $4a^3$. D. $4a^2$.

Câu 200. $\lim_{y \rightarrow 1} \frac{y^4 - 1}{y^3 - 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. 0. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 201. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2+2} - \sqrt{x+3}}{2x-3}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. $+\infty$.

Câu 202. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. 0. B. -1. C. $-\frac{1}{2}$. D. $-\infty$.

Câu 203. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x - 4}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 204. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 12x + 35}{x - 5}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. 5. C. -5. D. -14.

Câu 205. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{5x - 25}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\frac{2}{5}$.

Câu 206. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{2x + 10}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. -8. B. -4. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 207. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x - 15}{2x - 10}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. -4. B. -1. C. 4. D. $+\infty$.

Câu 208. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 9x - 20}{2x + 10}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $-\frac{5}{2}$. B. -2. C. $-\frac{3}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 209. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 2x^5}{5x^4 + 3x + 2}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 210. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. -3. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 211. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2) \sqrt{\frac{x}{x^3 - 1}}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $-\infty$. B. 0. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 212. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 0. D. 1.

Câu 213. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x-5})$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. 4. C. 0. D. $-\infty$.

Câu 214. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 7x}{\sqrt{2x+3}}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{3}{\sqrt{2}}$. B. 2. C. 6. D. $+\infty$.

Câu 215. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{6x^3 - x^2 + x}{x - 2}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $-\frac{8}{3}$. B. -2. C. $-\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 216. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. 2. C. 1. D. $-\infty$.

Câu 217. Cho $f(x) = \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2-x}}{x}$ với $x \neq 0$. Phải bổ sung thêm giá trị $f(0)$ bằng bao nhiêu thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. 0. B. 1. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 218. Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}$ với $x \neq 0$. Phải bổ sung thêm giá trị $f(0)$ bằng bao nhiêu thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. 0. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 219. Cho $f(x) = \frac{x^2 - 5x}{3x}$ với $x \neq 0$. Phải bổ sung thêm giá trị $f(0)$ bằng bao nhiêu thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 0. D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 220. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x} & \text{khi } x < 1, x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại:

- A. mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$. B. mọi điểm trừ $x = 0$.
C. mọi điểm trừ $x = 1$. D. mọi điểm trừ $x = 0$ và $x = 1$.

CÁC ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 4

ĐỀ SỐ 1 – THPT Nguyễn Trãi, Thanh Hóa

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: (2,5 điểm).

Câu 1. [1D4-1] Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-2}$ ta được:

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. -2.

Câu 2. [1D4-2] Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$ ta được:

- A. ∞ . B. $\frac{1}{8}$. C. 8. D. 2.

Câu 3. [1D4-3] Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Để $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$ thì a bằng

- A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 4. [1D4-2] Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3^n}{4 + 3^n}$ ta được:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 5. [1D4-2] Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^7 - 5x^5 + 7x - 4)$ ta được:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 3. D. 2.

Câu 6. [1D4-2] Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 3}{n^2 - 2}$ ta được:

- A. 0. B. 7. C. ∞ . D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 7. [1D4-3] Số nghiệm thực của phương trình $2x^3 - 6x + 1 = 0$ thuộc khoảng $(-2; 1)$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 8. [1D4-2] Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^3 + 1}$ ta được:

- A. 0. B. $-\frac{1}{4}$. C. $+\infty$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 9. [1D4-2] Tính $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 4x - 3}{2x^2 - 7x + 1}$ ta được:

- A. 1. B. $\frac{5}{2}$. C. ∞ . D. 2.

Câu 10. [1D4-2] Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x + 1}{x - 1}$ ta được:

- A. 2. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 0.

II. PHẦN TỰ LUẬN: (7,5 điểm).

Câu 11. (4,5 điểm) Tìm các giới hạn sau:

a) [1D4-1] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 2n + 2}}{n^2 + 1}.$

b) [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)^3 + 8}{x}.$

c) [1D4-2] $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 + 4x - 2}).$

Câu 12. (2,0 điểm) [1D4-3] Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{7x-10}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ mx+3 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 2$.

Câu 13. (1,0 điểm) [1D4-4] Cho phương trình $(m^4 + m + 1)x^{2010} + x^5 - 32 = 0$, m là tham số. Chứng minh rằng phương trình trên luôn có ít nhất một nghiệm dương với mọi giá trị của tham số m .

ĐỀ SỐ 2 – THPT Hoàng Thái Hiến, Vĩnh Long

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [1D4-1] Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng 3 ?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x}{x-2}.$

B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x}{x-2}.$

C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x^2 + 3x + 6}{-x^2 + 1}.$

D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x}{2-x}.$

Câu 2. [1D4-2] Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng 1 ?

A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}.$

B. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}.$

C. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x}.$

D. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 1}.$

Câu 3. [1D4-1] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 2}{7n^2 + 2n + 1}$ là

A. $-\frac{2}{7}.$

B. 5.

C. $\frac{5}{7}.$

D. $-\infty.$

Câu 4. [1D4-2] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 5 \cdot 3^n}{3^n + 2^n}$ là

A. 5.

B. 6.

C. $\frac{2}{3}.$

D. $\frac{3}{2}.$

Câu 5. [1D4-2] $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^3 + 3n + 5)$ là

A. 0.

B. -2.

C. $+\infty.$

D. $-\infty.$

Câu 6. [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ là

A. 0.

B. -1.

C. 2.

D. 5.

Câu 7. [2D4-2] $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - x^2}{x + 3}$ là

A. 2.

B. -3.

C. 6.

D. -5.

- Câu 8.** [2D4-2] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{15}{x^3 + 2}$ là
- A. 15. B. $\frac{15}{2}$. C. 0. D. $+\infty$.
- Câu 9.** [1D4-2] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2 + 3x - 15}{2 + x}$ là
- A. -1. B. -2. C. $+\infty$. D. $-\infty$.
- Câu 10.** [1D4-3] $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} + x)$ là
- A. 2. B. $\frac{4}{3}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $-\infty$.
- Câu 11.** [1D4-2] $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x + 5}{x - 1}$ là
- A. 2. B. 5. C. $+\infty$. D. $-\infty$.
- Câu 12.** [1D4-2] $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 7}{x - 2}$ là
- A. 1. B. $\frac{7}{2}$. C. $+\infty$. D. $-\infty$.
- Câu 13.** [1D4-2] Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5 \cdot 7^n}{2^n + 7^n}$ bằng bao nhiêu?
- A. -35. B. 1. C. 5. D. -5.
- Câu 14.** [1D4-2] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 2}{x^2 - 1}$ bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. $\frac{2}{7}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. [1D4-2] Tính giới hạn của các hàm số sau:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^7 - 5x^5 + 7x + 4)$ b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{3 - x}$.

Câu 2. [1D4-2] Xét tính liên tục của hàm số sau tại điểm $x_0 = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ -x + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$$

Câu 3. [1D4-3] Chứng minh rằng phương trình $x^4 + 5x - 3 = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$.

D. 4.

Câu 11: [1D4-1] Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 5n + 3}{3n^3 - n}$ bằng

A. 3.

B. 0.

C. $+\infty$.D. $\frac{2}{3}$.

Câu 12: [1D4-2] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-1}{x-2}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 1.

C. 0.

D. $-\infty$.

Phần tự luận:

Đề A

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{1-x^2}$. b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-n+3}-n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{khi } x \leq 3 \\ \frac{x^2-2x-3}{2x-6} & \text{khi } x > 3 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề B

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{16-x^2}$. b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+2n-1}-n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 2+x & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{x^2-3x+2}{3x-6} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề C

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-3x+2}$. b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2-2n+1}-2n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^2+2x-3}{2x-2} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề D

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5}-3}{4-x^2}$. b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-n+3}-n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{khi } x \leq 3 \\ \frac{x^2-x-6}{2x-6} & \text{khi } x > 3 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề E

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+2}-2}{x^2-1}$. b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-2n}-n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 3-2x & \text{khi } x \leq 4 \\ \frac{x^2-x-12}{2x-8} & \text{khi } x > 4 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề F

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1}-3}{4-x^2}$. b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n+1}-n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \leq 4 \\ \frac{x^2-3x-4}{3x-12} & \text{khi } x > 4 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề G

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{9-x^2}$. b) $\lim (\sqrt{n^2+2n}-n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 1-3x & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{x^2-3x+2}{3x-6} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề H

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{9-x^2}$. b) $\lim (\sqrt{4n^2-n+1}-2n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{khi } x \leq 4 \\ \frac{x^2-5x+4}{2x-8} & \text{khi } x > 4 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề I

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2}-2}{x^2-4}$. b) $\lim (\sqrt{n^2-3n+2}-n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 1-2x & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{x^2-x-2}{2x-3} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề J

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4}$. b) $\lim (\sqrt{n^2+4n-3}-n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 3-x & \text{khi } x \leq 4 \\ \frac{x^2-3x-4}{3x-12} & \text{khi } x > 4 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề K

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x-1}-2}{x^2-1}$. b) $\lim (\sqrt{n^2+n+2}-n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{khi } x \leq 3 \\ \frac{x^2-4x+3}{2x-6} & \text{khi } x > 3 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Đề L

Câu 1: [1D4-2] Tính các giới hạn sau a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1}-4}{9-x^2}$. b) $\lim (\sqrt{n^2+3n-1}-n)$.

Câu 2: [1D4-3] Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 4x-1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^2+2x-3}{3x-3} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

ĐỀ SỐ 4 - THPT Như Xuân, Thanh Hóa

Câu 1. [1D4-3] Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} - x) = 5$. Khi đó giá trị của a là:

- A. 6. B. 10. C. 10. D. 6.

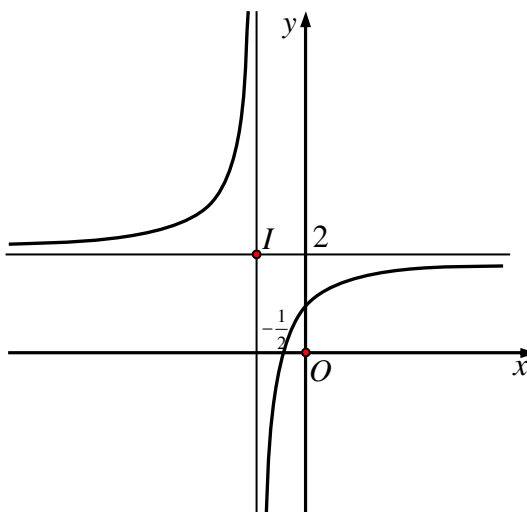
Câu 2. [1D4-2] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - x & \text{khi } x \geq 2 \\ x^3 - 3x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính giới hạn của hàm số tại $x = 2$ ta được kết quả là:

- A. 2. B. 1. C. Không tồn tại. D. -2.

Câu 3. [1D4-1] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ ta được kết quả là:

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 0. D. 2.

Câu 4. [1D4-3] Đồ thị hàm số ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{4x+1}{2x+1}$. B. $y = 2x^3 - 3x + \frac{1}{2}$. C. $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 2$. D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 5. [1D4-3] Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 - a^2}$ được kết quả là:

- A. $\frac{a-1}{2a}$. B. a . C. $a-1$. D. $a+1$.

Câu 6. [1D4-2] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$ ta được kết quả là:

- A. -3. B. 1. C. 3. D. -2.

Câu 7. [1D4-2] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (7x^5 + 5x^2 - x + 7)$ ta được kết quả là:

- A. 3. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 8. [1D4-2] Tìm giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-3n^2 - 2n + 1)$ ta được kết quả là:

- A. $+\infty$. B. 2. C. 3. D. $-\infty$.

Câu 9. [1D4-2] Tìm giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^5 + 2n - 1}{n^2 + 1}$ ta được kết quả là:

- A. 4. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. -1.

Câu 10. [1D4-2] Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). mệnh đề nào **đúng** trong các mệnh đề sau:

- A. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$.
- B. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$.
- C. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$.
- D. Phương trình (1) chỉ có 1 nghiệm trong khoảng $(-2; 1)$.

Câu 11. [1D4-2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$, trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

- A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
- B. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
- C. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.
- D. Nếu $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Câu 12. [1D4-2] Tìm giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n^2 + 2}{n^3 + 1}$ ta được kết quả là:

- A. $-\infty$.
- B. 3.
- C. $\frac{1}{2}$.
- D. $+\infty$.

Câu 13. [1D4-2] Tìm giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + 2 \cdot 3^n}{4^n - 5^n}$ ta được kết quả là:

- A. $+\infty$.
- B. $-\infty$.
- C. -1.
- D. 1.

Câu 14. [1D4-2] Tìm giá trị đúng của $S = \sqrt{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right)$ ta được kết quả là:

- A. $\sqrt{2}$.
- B. 2.
- C. $\frac{1}{2}$.
- D. $2\sqrt{2}$.

Câu 15. [1D4-3] Tìm giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 5 + 8 + \dots + 3n - 1}{2n^2 + 3}$ ta được kết quả là:

- A. $+\infty$.
- B. $\frac{3}{4}$.
- C. -1.
- D. $-\infty$.

Câu 16. [1D4-2] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^a - x^b}{1 - x}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ ta được kết quả là:

- A. ab .
- B. $a - b$.
- C. $b - a$.
- D. $\frac{a}{b}$.

Câu 17. [1D4-3] Để hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} - 2 & \text{khi } x \neq 0 \\ x & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 0$ thì giá trị của a

là:

- A. 1.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

Câu 18. [1D4-2] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 5}{x^7 + 5x^5}$ ta được kết quả là:

- A. 2. B. -5 C. $\frac{2}{5}$. D. 0.

Câu 19. [1D4-2] Hàm số $f(x) = \begin{cases} 5x^2 & \text{khi } x \neq 0 \\ -15 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ có tính chất:

- A. Liên tục tại $x = 2$ và $x = 0$.
 B. Liên tục tại $x = 2$ nhưng không liên tục tại $x = 0$.
 C. Liên tục tại mọi điểm.
 D. Liên tục tại $x = 1, x = 3, x = 0$.

Câu 20. [1D4-2] Để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ ax + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 2$ thì giá trị của a là:

- A. 1. B. 2. C. 5. D. -3.

ĐỀ SỐ 5 - THPT Nho Quan A, Ninh Bình

I – PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [1D4-1] Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là 0 ?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n + 1}{2n - 1}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n + 2}{n^2 + n}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n - 1}{n - 2n^3}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n}{n^3 + 3n}$.

Câu 2: [1D4-3] Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là 0 ?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{3 \cdot 2^n - 3^n}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3}{1 - 2^n}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n^3}{n^2 + 2n}$. D.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)(n-3)^2}{n-2n^3}.$$

Câu 3: [1D4-3] Trong các mệnh đề sau đây, hãy chọn mệnh đề sai

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - 3n^3) = -\infty$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2} = +\infty$.
 C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n^3}{n^2 + 2n} = -\infty$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2} = -\frac{3}{2}$.

Câu 4: [1D4-1] Với k là số nguyên dương, c là hằng số. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c}{x^k}$ là

- A. x_0^k . B. $+\infty$. C. 0. D. $-\infty$.

Câu 5: [1D4-3] Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là -1 ?

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$. C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1-\sqrt{x+3}}{x^2-1}$. D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-1}{(x-1)^2}$.

Câu 6: [1D4-2] Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là $-\frac{1}{2}$?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{2-3n}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n}{-2n-n^2}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^2+3}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-n^3}{2n^3+1}$.

Câu 7: [1D4-1] Với số k nguyên dương. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} x^k$ là

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. x_0^k .

Câu 8: [1D4-2] Tính giới hạn: $\lim \left[\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$

- A. 1. B. 0. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 9: [1D4-4] Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là -1 ?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{x^2-1}-x}$. B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-4}{\sqrt{(x^2+1)(2-x)}}$.
C. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3-1}{\sqrt{x^2-1}}$. D. $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{\sqrt{8+2x}-2}{\sqrt{x+2}}$.

Câu 10: [1D4-2] Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là $+\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2}$. C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$.

Câu 11: [1D4-1] Với số k nguyên dương. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} x^k$ là

- A. x_0^k . B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 12: [1D4-2] Giới hạn của hàm số nào dưới đây có kết quả bằng 1?

- A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+3}{x+1}$. B. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x+1}$. C. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{1-x}$. D. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+3x+2}{x+2}$.

Câu 13: [1D4-3] Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x}-2}{\sqrt{2-x}-1} = \frac{3}{2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{3x-2}}{x^2-4} = -\frac{1}{16}$.
C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}{x^2-1} = -\frac{1}{12}$. D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+1}}{x} = -\frac{1}{6}$.

Câu 14: [1D4-4] Tính tổng: $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$

- A. $-\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

II – PHẦN TỰ LUẬN

Câu 15: [1D4-2] Tìm m để hàm số sau liên tục tại điểm $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2-4x+1}{x-1}, & \text{nếu } x \neq 1 \\ 5m^2-3, & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$$

Câu 16: [1D4-3] Chứng minh rằng phương trình sau có ít nhất hai nghiệm: $2x^3 - 10x - 7 = 0$.

ĐỀ SỐ 6 - THPT An Hải, Hải Phòng
A. TRẮC NGHIỆM: (0,5 điểm/ 1 câu * 6 câu = 3 điểm).

Câu 1. Giới hạn của hàm số sau đây bằng bao nhiêu: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k$ (với k nguyên dương).

- A. $+\infty$. B. 0. C. 14. D. k .

Câu 2. Giới hạn của hàm số sau đây bằng bao nhiêu: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x + 2}{(x - 2)^2}$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. $+\infty$.

Câu 3. Giới hạn của hàm số sau đây bằng bao nhiêu: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$.

- A. 0. B. $-\infty$. C. 1. D. 2.

Câu 4. Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{x^2-x}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$. B. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$.
C. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$. D. Không tồn tại giới hạn của hàm số $f(x)$ khi x tiến tới 1.

Câu 5. Cho các hàm số: (I) $y = \sin x$, (II) $y = \cos x$, (III) $y = \tan x$, (IV) $y = \cot x$. Trong các hàm số sau hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. (I) và (II). B. (III) và (IV).
C. (I) và (III). D. (I), (II), (III) và (IV).

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ chưa xác định tại $x=0$: $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x}$. Để $f(x)$ liên tục tại $x=0$, phải gán cho $f(0)$ giá trị bằng bao nhiêu?

- A. -3. B. -2. C. -1. D. 0.

B. TỰ LUẬN: (7 điểm)

Bài 1: (3 điểm) Tính giới hạn của các hàm số sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{x+1}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1}{2x^2 + x + 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7x-10} - 2}{x-2}$

Bài 2: (2 điểm) Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 11x + 6}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m^2 - x^2 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 3$.

Bài 3: (2 điểm) Chứng minh rằng phương trình:

- a) $x^5 + x^3 - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.
b) $\cos x + m \cos 2x = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m .

ĐỀ SỐ 7 - THPT Đoàn Thượng, Hải Dương
PHẦN 1 (3 điểm): Câu hỏi trắc nghiệm.
Câu 1: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề:

- A.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$. **B.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$. **C.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^4 = +\infty$. **D.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = +\infty$.

Câu 2: Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ hỏi $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)]$ bằng bao nhiêu trong các giá trị sau:

- A.** $+\infty$. **B.** 300. **C.** 20. **D.** $-\infty$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$, các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.** Hàm số liên tục tại $x = 3$. **B.** Hàm số liên tục tại $x = 2$.
C. Hàm số liên tục tại $x = 1$. **D.** Hàm số liên tục tại $x = 4$.

Câu 4: Dãy số nào sau có giới hạn bằng $\frac{17}{3}$?

- A.** $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 3n^2}$. **B.** $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 3n^2}$. **C.** $u_n = \frac{1 - 2n^2}{5n + 3n^2}$. **D.** $u_n = \frac{17n^2 - 2}{5n + 3n^2}$.

Câu 5: Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 1}{n - 2}$.

- A.** 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 6: Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 3 \cdot 5^n + 3}{3 \cdot 2^n + 7 \cdot 4^n}$.

- A.** -1. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 7: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$.

- A.** $+\infty$. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** 8.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = x^5 + x - 1$. Xét phương trình: $f(x) = 0$ (1), trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**?

- A.** (1) có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$. **B.** (1) có nghiệm trên khoảng $(0; 1)$.
C. (1) có nghiệm trên $\mathbb{R}$. **D.** (1) Vô nghiệm.

Câu 9: Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau (với k là số nguyên dương):

- A.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$. **B.** $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = +\infty$. **C.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{19}{n^k} = 0$. **D.** $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = -\infty$.

Câu 10: Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

- A.** $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - n} + n) = +\infty$. **B.** $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^3 + 2n^2 + n - 1) = -\infty$.
C. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n + 1) = -1$. **D.** $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 - 3n) = +\infty$.

Câu 11: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A.** $f(x) = x^2 - 3x$. **B.** $f(x) = \frac{3x+5}{x-1}$. **C.** $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$. **D.** $f(x) = \frac{1}{x}$.

Câu 12: Trong các phương pháp tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x} - \sqrt{x})$ dưới đây, phương pháp nào là phương pháp thích hợp?

A. Nhân và chia với biểu thức liên hợp $(\sqrt{1+x} + \sqrt{x})$.

B. Chia cho x^2 .

C. Phân tích nhân tử rồi rút gọn.

D. Sử dụng định nghĩa với $x \rightarrow +\infty$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 , hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ bằng các giá trị nào sau đây:

A. $f(x_0)$.

B. $f(2)$.

C. $f(-2)$.

D. $f(3)$.

Câu 14: Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)]$ bằng bao nhiêu trong các giá trị sau:

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Câu 15: Cho $f(x) = \frac{x^2 - 7x}{3x}$ với $x \neq 0$ phải bổ sung thêm giá trị $f(0)$ bằng bao nhiêu thì hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 0.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{7}{3}$.

PHẦN 2 (7 điểm): Câu hỏi tự luận.

ĐỀ CHẤM

Câu 16: (2,0 điểm). Tính giới hạn dãy số: a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n-1}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n + 7^n}{2 \cdot 7^n - 3 \cdot 4^n}$

Câu 17: (2,0 điểm) Tính giới hạn hàm số:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (-3x^2 - 2x + 1)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2017)\sqrt[3]{1-5x} - 2017}{x}$

Câu 18: (2,0 điểm) Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 7x - 6}{x-3} & \text{khi } x > 3 \\ x^2 + mx + 2 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$ liên tục với mọi $x \in \mathbb{R}$

Câu 19: (1,0 điểm) Chứng minh rằng phương trình $x^2 \cos x + x \sin^5 x + 1 = 0$ có ít nhất 1 nghiệm trên $\mathbb{R}$.

ĐỀ LỄ

Câu 16: (2,0 điểm) Tính giới hạn dãy số: a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+1}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 3^n + 5^n}{3 \cdot 5^n - 4 \cdot 2^n}$

Câu 17: (2,0 điểm) Tính giới hạn hàm số:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (-3x^2 - 2x + 1)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2016)\sqrt[3]{1+3x} - 2016}{x}$

Câu 18: (2,0 điểm) Tìm các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ x^2 + mx + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 19: (1,0 điểm) Chứng minh rằng phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm biết rằng $a - 3b + 10c = 0$.

ĐỀ SỐ 8 - Nguồn Internet
Đề A

Câu 1: (3đ). Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 3n - 1}{2n^4 + 4}$

b) $\lim_{n \rightarrow 6} \frac{\sqrt[3]{27n^3 - 4n^2 + 5}}{n - 6}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - n^2 + n - 6}{3 - 2n^2}$

Câu 2: (4đ). Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^6 - 2x + 3} - 2x^3}{3 - x^3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x - 3}{x - 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{5x+6} - 6}{\sqrt[3]{3x+2} - 2}$

Câu 3: (1,5đ). Xác định a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ ax^2 + 3x & \text{khi } x = -1 \end{cases}$ liên tục tại $x = -1$

Câu 4: (1,5đ). Chứng minh rằng phương trình $x^5 - 3x - 1 = 0$ có ít nhất ba nghiệm.

Đề B

Câu 1: (3đ). Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n + 2}{3n^5 + 1}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3 - 2n^2 + 6}}{7 - 2n}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^3 + n - 6}{4n^2 - 3}$

Câu 2: (4đ). Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 3} - 6x}{2x - 5}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x - 7}{x - 3}$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} - 5}{\sqrt[3]{7x+6} - 3}$

Câu 3: (1,5đ). Xác định a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 3x^2 - ax + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

Câu 4: (1,5đ). Chứng minh rằng phương trình $x^7 - 3x + 1 = 0$ có ít nhất ba nghiệm.

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	C	D	B	D	A	C	B	A	C	B	C	D	B	A	C	D	A	A	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	B	D	A	A	B	C	C	B	B	A	D	B	C	D	B	A	C	D	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	B	C	A	B	A	D	A	A	C	D	B	A	D	C	B	A	D	D	B
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
C	B	C	B	C	A	B	C	A	B	A	B	C	A	D	B	B	C	A	A
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
D	D	B	C	A	D	D	B	C	A	B	C	A	A	B	C	A	A	D	D
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
A	D	C	C	D	D	D	B	B	D	C	B	A	D	B	B	D	C	A	A
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
A	B	D	C	C	C	B	D	D	D	C	D	A	B	C	D	B	C	A	C
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
A	B	C	D	B	D	B	C	D	A	C	C	B	A	C	D	A	D	C	B
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
B	B	A	C	D	B	C	D	B	A	C	A	D	D	B	C	C	D	D	A
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
D	A	D	C	B	A	B	D	B	B	A	C	D	A	B	B	D	B	C	D
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
B	A	C	C	D	B	C	B	D	A	C	A	C	B	D	A	C	D	D	A

MỤC LỤC

GIỚI HẠN – LIÊN TỤC	1
Vấn đề 1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ	1
Dạng 1. Dãy có giới hạn 0.....	2
Dạng 2. Khử dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$	5
Dạng 3. Khử dạng vô định $\infty - \infty$	7
Dạng 4. Cấp số nhân lùi vô hạn.....	10
BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO VẤN ĐỀ 1	11
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẤN ĐỀ 1	13
Vấn đề 2. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ	20
Dạng 1. Định nghĩa giới hạn	21
Dạng 2. Giới hạn một bên.....	23
Dạng 3. Khử dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$	25
Dạng 4. Khử dạng vô định $\frac{0}{0}$	27
Dạng 5. Khử dạng vô định $\infty - \infty, 0 \cdot \infty$	29
Dạng 6. Sử dụng đồ thị để tìm giá trị của giới hạn	30
BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO VẤN ĐỀ 2	33
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẤN ĐỀ 2	40
Vấn đề 3. HÀM SỐ LIÊN TỤC	44
Dạng 1. Xét tính liên tục của hàm số tại một điểm	45
Dạng 2. Xét tính liên tục của hàm số trên khoảng, đoạn	48
Dạng 3. Chứng minh phương trình có nghiệm	52
Dạng 4. Xét dấu biểu thức	55
BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO VẤN ĐỀ 3	56
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẤN ĐỀ 3	59
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG 4	61
CÁC ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 4	69
ĐỀ SỐ 1 – THPT Nguyễn Trãi, Thanh Hóa	69
ĐỀ SỐ 2 – THPT Hoàng Thái Hiếu, Vĩnh Long	70
ĐỀ SỐ 3 – THPT Nguyễn Trung Trực, Bình Định	72
ĐỀ SỐ 4 – THPT Như Xuân, Thanh Hóa	75
ĐỀ SỐ 5 – THPT Nho Quan A, Ninh Bình	77
ĐỀ SỐ 6 – THPT An Hải, Hải Phòng	79
ĐỀ SỐ 7 – THPT Đoàn Thượng, Hải Dương	80
ĐỀ SỐ 8 – Nguồn Internet	82
ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM	83
MỤC LỤC	84

Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA - 098 373 4349

Chuyên: TOÁN

- LỚP 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
- LUYỆN THI LỚP 10
- LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

TRỌN BỘ TÀI LIỆU HỌC TẬP

Môn: TOÁN - Lớp: 11 và THPTQG

Năm học 2017-2018

- 1. Tài liệu TOÁN 11 theo chủ đề (8 chủ đề)**
- 2. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 11 HK 1**
- 3. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 11 HK 2**

Năm học 2017 - 2018

Lưu hành nội bộ