

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

**Câu 1:** Hàm số  $y = |x^2 + 2x - 3|$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(-1; 3)$       B.  $(-3; -1)$       C.  $(-\infty; -3)$       D.  $(-1; 2)$

**Câu 2:** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 5 + 2\sqrt{-x^2 + 4x - 3} - 4\sqrt{x-1} - 4\sqrt{3-x}$ . Khi đó đẳng thức nào sau đây là **đúng**

- A.  $M + m = 4\sqrt{2} - 5$       B.  $M - m = 4\sqrt{2} - 6$       C.  $M - m = 6 - 4\sqrt{2}$       D.  $M + m = 6 + 4\sqrt{2}$

**Câu 3:** Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} \sqrt{2x} + \sqrt{3-y} = m \\ \sqrt{2y} + \sqrt{3-x} = m \end{cases}$  có nghiệm bằng

- A. 6      B. 4      C. 3      D. 5

**Câu 4:** Đường thẳng  $y = 2 - x$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

- A. 1      B. 2,5      C. 4      D. 2

**Câu 5:** Phương trình  $mx + 2m = 2x + 5$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

- A.  $m > 2$       B.  $m \neq 2$       C.  $m < 2$       D.  $m \neq -2$

**Câu 6:** Tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = (1-m)x + 2020$  là hàm số bậc nhất là:

- A.  $(-\infty; 1)$       B.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$       C.  $(1; +\infty)$       D.  $(-\infty; 1]$

**Câu 7:** Phương trình  $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

- A.  $m \in \{0; 4\}$       B.  $m \neq 0$       C.  $m = 4$       D.  $m \neq 4$

**Câu 8:** Gọi (P) là đồ thị của hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$ . Điều kiện để đồ thị (P) của hàm số đã cho nằm hoàn toàn phía trên trục hoành là

- A.  $\begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases}$       B.  $\Delta < 0$       C.  $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} \Delta > 0 \\ a > 0 \end{cases}$

**Câu 9:** Phương trình  $x^4 + bx^2 + c = 0$  có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

- A.  $b < 0, c > 0$       B.  $b^2 > 4c, b < 0, c > 0$       C.  $b^2 > 4c$       D.  $b > 0, c > 0$

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = (m-1)x - 2m + 1$ , trong đó  $m$  là hằng số cho trước. Khi đó điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua với mọi  $m$  là

- A.  $(2; -1)$       B.  $(2; 3)$       C.  $(2; -3)$       D.  $(2; 1)$

**Câu 11:** Cho phương trình  $\sqrt{x-1} = x-3$ . Khi đó điều kiện của phương trình là

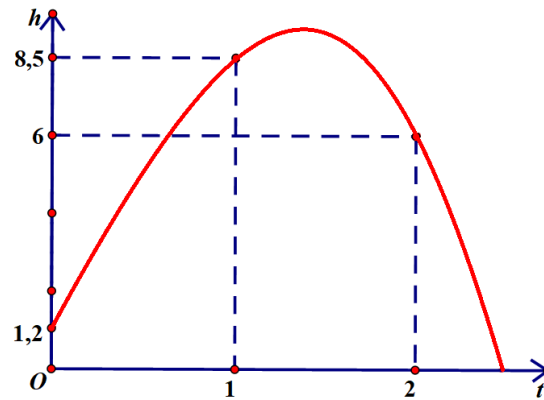
- A.  $x \geq 3$       B.  $x > 3$       C.  $x \geq 1$       D.  $x > 1$

**Câu 12:** Khi giải phương trình  $\sqrt{x^2 - 2x - 3} - x^2 + 2x + 5 = 0$  ta đặt  $t = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$  thì phương trình đã cho trở thành phương trình

- A.  $t^2 - t + 2 = 0$       B.  $t^2 + t - 2 = 0$       C.  $-t^2 + t - 5 = 0$       D.  $t^2 - t - 2 = 0$

**Câu 13:** Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth, trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó

ở độ cao 6m. Sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)



- A. 2,56 giây      B. 2,59 giây      C. 2,58 giây      D. 2,57 giây

**Câu 14:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x + \frac{32}{x^2}$  với  $x > 0$  bằng

- A.  $2\sqrt{32}$       B. 6      C. 4      D. 2

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = \frac{\sqrt{1-m}}{m+1}x + 2020$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó tập hợp các giá trị của  $m$  bằng

- A.  $(-\infty; -1)$       B.  $(-1; 1)$       C.  $(-\infty; 1)$       D.  $(-1; 1]$

**Câu 16:** Phương trình  $mx^2 - 2(m+1)x + m+1 = 0$  có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1 khi và chỉ khi

- A.  $m > -1$       B.  $0 < m < 1$       C.  $m > 0$       D.  $m \geq 0$

**Câu 17:** Điều kiện để hệ phương trình sau  $\begin{cases} (m-1)x - 2019y = 2020 \\ 2020x + (m-2)y = 2021 \end{cases}$  là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

- A.  $m \neq 1$       B.  $m \neq 2$       C.  $m \in \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$       D.  $m \in \mathbb{R}$

**Câu 18:** Số nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ xy + x + y = 2 \end{cases}$  bằng

- A. 4      B. 3      C. 1      D. 2

**Câu 19:** Phương trình  $(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x-m} = 0$  có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

- A.  $m < -3$       B.  $-3 \leq m < -1$       C.  $m \geq -1$       D.  $-3 < m < -1$

**Câu 20:** Số nghiệm thực của phương trình  $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left| \frac{2x^2 - 1}{x} \right| - 6 = 0$  bằng

- A. 2      B. 6      C. 4      D. 8

**Câu 21:** Tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\frac{x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x-2}$  có nghiệm duy nhất là

- A.  $(-\infty; 1] \cup \left\{ \frac{3}{2} \right\}$       B.  $\left( -\infty; \frac{3}{2} \right)$       C.  $(-\infty; 1]$       D.  $(-\infty; 1) \cup \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = (2-m)x^2 + 2019x + 2020$ . Tập hợp các giá trị của  $m$  để hàm số đã cho là hàm số bậc hai là

- A.  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$       B.  $\{2\}$       C.  $(2; +\infty)$       D.  $(-\infty; 2)$

**Câu 23:** Phương trình  $mx^2 - 2(m+1)x + m + 1 = 0$  có ít nhất một nghiệm dương khi và chỉ khi

- A.  $m \geq -1$       B.  $m > 0$       C.  $m > -1$       D.  $-1 < m < 0$

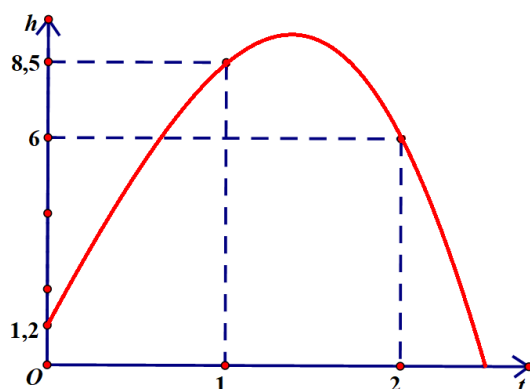
**Câu 24:** Hệ phương trình  $\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

- A.  $m \neq 1$       B.  $m \neq -1$       C.  $m \neq \pm 1$       D.  $m \in \mathbb{R}$

**Câu 25:** Số cặp số nguyên  $(a; b)$  để hệ phương trình  $\begin{cases} ax + y = 2 \\ 6x + by = 4 \end{cases}$  vô nghiệm bằng

- A. 5      B. 7      C. 8      D. 6

**Câu 26:** Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth, trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó ở độ cao 6m.



Độ cao lớn nhất của quả bóng (tính chính xác đến hàng phần nghìn) bằng

- A. 8,794m      B. 8,795m      C. 8,793m      D. 8,796m

**Câu 27:** Từ đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  ta thực hiện những bước biến đổi sau để được đồ thị hàm số  $y = x^2 - 6x + 5$

- A. Tịnh tiến sang phải 1 đơn vị và tịnh tiến xuống dưới 3 đơn vị  
B. Tịnh tiến sang trái 1 đơn vị và tịnh tiến lên trên 4 đơn vị  
C. Đối xứng qua trục  $Ox$  và tịnh tiến sang trái 1 đơn vị  
D. Đối xứng qua trục  $Oy$  và tịnh tiến lên trên 3 đơn vị

**Câu 28:** Có thể khoanh một sợi dây dài 40cm thành một hình chữ nhật có diện tích S cho trước trong trường hợp nào sau đây?

- A.  $S = 99cm^2$       B.  $S = 101,5cm^2$       C.  $S = 102cm^2$       D.  $S = 101cm^2$

**Câu 29:** Phương trình  $\frac{mx+1}{x-1} = 2$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

- A.  $m > 2$       B.  $m \neq 2$       C.  $m \neq -1$       D.  $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$

**Câu 30:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x + \frac{2020}{x}$  với  $x > 0$  bằng

- A.  $\sqrt{2020}$       B. 4040      C.  $\sqrt{4040}$       D.  $\sqrt{8080}$

**Câu 31:** Cho tam giác ABC có  $BC = a, CA = b, AB = c$ . Khi đó đẳng thức nào sau đây là **sai**

- A.  $\cos A = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2bc}$   
B.  $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$   
C.  $a^2 + b^2 + c^2 = 2bc \cos A + 2ca \cos B + 2ab \cos C$

D.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

**Câu 32:** Cho tam giác ABC và M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AC. Đẳng thức nào sau đây là **sai**

A.  $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$       B.  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MB}$       C.  $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$       D.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

**Câu 33:** Giả sử G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và A'B'C'. Khi đó đẳng thức nào sau đây là **sai**

A.  $\overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C} = 3\overrightarrow{GG'}$       B.  $\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = 3\overrightarrow{GG'}$   
C.  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$       D.  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$

**Câu 34:** Tập nghiệm của bất phương trình  $(x-1)(3-x)(x^2-4x+4) > 0$  bằng

A.  $(1;3)$       B.  $(1;2) \cup (2;3)$       C.  $(-\infty;1) \cup (2;3)$       D.  $(-\infty;1) \cup (3;+\infty)$

**Câu 35:** Cho hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  cùng có điểm đặt tại O và đều có cường độ lực là 100N, góc hợp bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  bằng  $120^\circ$ . Khi đó cường độ lực tổng hợp của hai lực đã cho bằng

A. 200N      B. 30000N      C.  $100\sqrt{3}N$       D. 100N

**Câu 36:** Tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $mx+1 > x+m^2$  đúng với mọi  $x < 2$  là

A.  $\emptyset$       B.  $(-\infty;1)$       C.  $(-\infty;2]$       D.  $[1;+\infty)$

**Câu 37:** Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng  $a$  và có trọng tâm G. Khi đó  $\overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{GA}$  bằng

A.  $-\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$       B.  $\frac{a^2}{6}$       C.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$       D.  $-\frac{a^2}{6}$

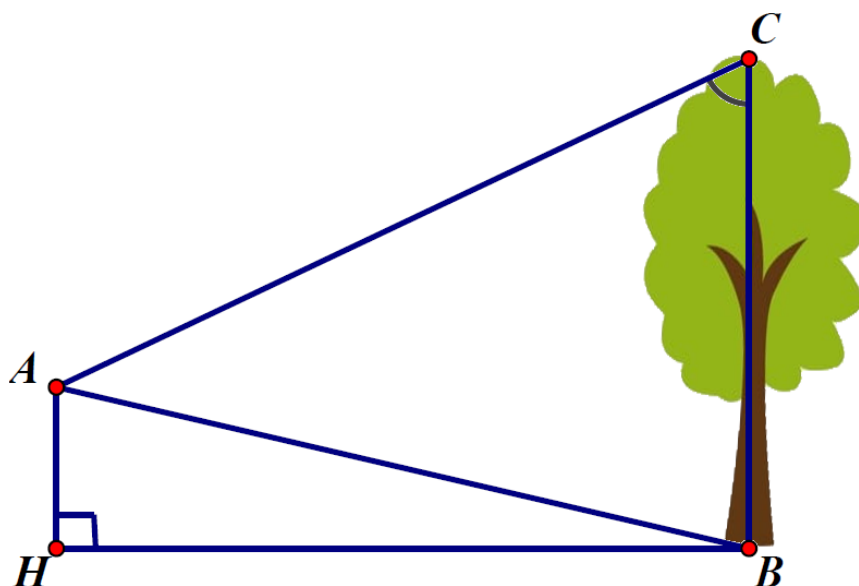
**Câu 38:** Trong mặt phẳng tọa độ, cho ba điểm  $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$ . Tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm tam giác ABD là

A.  $D(0;1)$       B.  $D(-4;7)$       C.  $D(4;-11)$       D.  $D(8;-11)$

**Câu 39:** Cho  $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ . Khi đó biểu thức  $2\sin(180^\circ - \alpha)\cot \alpha - \cos(180^\circ - \alpha)\tan \alpha \cot(180^\circ - \alpha)$  bằng

A.  $-\cos \alpha$       B.  $3\cos \alpha$       C.  $\cos \alpha$       D.  $-3\cos \alpha$

**Câu 40:** Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao.



Biết  $AH = 4m, HB = 20m, \angle BAC = 45^\circ$ . Khi đó chiều cao của cây (làm tròn đến hàng phần mười) bằng

- A. 17,3m                      B. 17,6m                      C. 17,2m                      D. 17,4m

**Câu 41:** Cho tam giác ABC có  $BC = a, CA = b, AB = c$  và diện tích tam giác ABC bằng  $5m^2$ . Khi đó biểu thức  $a^2 + 2b^2 + 3c^2$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A.  $66,33m^2$                       B.  $66,30m^2$                       C.  $66,34m^2$                       D.  $66,32m^2$

**Câu 42:** Cho đoạn thẳng AB có độ dài  $2a$  và số  $k^2$ . Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k^2$  là

- A. Đường tròn đường kính AB  
B. Đường tròn tâm là trung điểm của AB và bán kính bằng  $k^2 + a^2$   
C. Đường trung trực của đoạn thẳng AB.  
D. Đường tròn tâm là trung điểm của AB và bán kính bằng  $\sqrt{k^2 + a^2}$

**Câu 43:** Cho tứ giác ABCD. Khi đó  $2\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD}$  bằng

- A.  $AD^2 + BC^2 - AB^2 - CD^2$                       B.  $AB^2 + CD^2 - AD^2 - BC^2$   
C.  $AD^2 + AB^2 - BC^2 - CD^2$                       D.  $CA^2 + BD^2$

**Câu 44:** Hằng số thực dương  $m$  nhỏ nhất để bất đẳng thức  $m(ab + bc + ca) > a^2 + b^2 + c^2$  đúng với mọi  $a, b, c$  là độ dài ba cạnh của một tam giác thỏa mãn

- A.  $m \in (1, 5; 2, 5)$                       B.  $m \in (3; 4)$                       C.  $m \in (1; 2)$                       D.  $m \in (2, 5; 3)$

**Câu 45:** Cho tam giác ABC có hai trung tuyến kẻ từ A và B vuông góc với nhau. Khi đó tỉ số  $\frac{AC + BC}{AB}$  đạt giá trị lớn nhất bằng (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 3,20                      B. 3,17                      C. 3,16                      D. 3,15

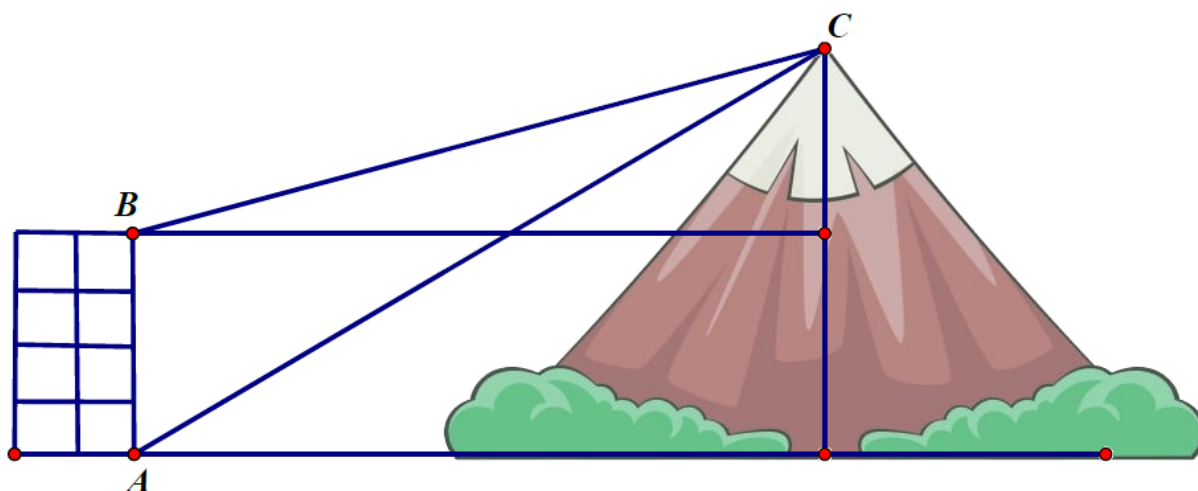
**Câu 46:** Tập hợp các giá trị của  $x$  để hai đẳng thức  $|3x + 2| = 3x + 2$  và  $|2x - 5| = 5 - 2x$  cùng xảy ra là

- A.  $\left[-\frac{2}{3}; \frac{5}{2}\right]$                       B.  $\left(-\frac{2}{3}; \frac{5}{2}\right]$                       C.  $\left[-\frac{2}{3}; \frac{5}{2}\right)$                       D.  $\left(-\frac{2}{3}; \frac{5}{2}\right)$

**Câu 47:** Cho tam giác ABC. Khi đó vị trí của điểm M để biểu thức  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$  đạt giá trị nhỏ nhất là

- A. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.                      B. Tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC  
C. Trục tâm tam giác ABC                      D. Trọng tâm tam giác ABC

**Câu 48:** Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao AB bằng 70m, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc  $30^\circ$ , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc  $15^\circ 30'$ . Khi đó chiều cao của ngọn núi so với mặt đất (làm tròn đến hàng đơn vị) bằng



A. 134m

B. 133m

C. 136m

D. 135m

**Câu 49:** Cho tam giác ABC có  $AB = 5, CA = 8, \angle BAC = 60^\circ$ . Kết quả nào trong các kết quả sau là độ dài của cạnh BC?

A.  $\sqrt{129}$

B. 7

C. 49

D.  $\sqrt{69}$

**Câu 50:** Tập hợp các giá trị của  $m$  để hệ bất phương trình  $\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m - 5x \leq 8 \end{cases}$  vô nghiệm bằng

A.  $m < \frac{72}{13}$

B.  $m \geq \frac{72}{13}$

C.  $m \leq \frac{72}{13}$

D.  $m > \frac{72}{13}$

----- HẾT -----

| <b>mamon</b> | <b>made</b> | <b>cauhoi</b> | <b>dapan</b> |
|--------------|-------------|---------------|--------------|
| TOAN10       | 123         | 1             | B            |
| TOAN10       | 123         | 2             | C            |
| TOAN10       | 123         | 3             | D            |
| TOAN10       | 123         | 4             | D            |
| TOAN10       | 123         | 5             | B            |
| TOAN10       | 123         | 6             | B            |
| TOAN10       | 123         | 7             | A            |
| TOAN10       | 123         | 8             | C            |
| TOAN10       | 123         | 9             | B            |
| TOAN10       | 123         | 10            | A            |
| TOAN10       | 123         | 11            | C            |
| TOAN10       | 123         | 12            | D            |
| TOAN10       | 123         | 13            | C            |
| TOAN10       | 123         | 14            | B            |
| TOAN10       | 123         | 15            | B            |
| TOAN10       | 123         | 16            | C            |
| TOAN10       | 123         | 17            | D            |
| TOAN10       | 123         | 18            | D            |
| TOAN10       | 123         | 19            | B            |
| TOAN10       | 123         | 20            | C            |
| TOAN10       | 123         | 21            | A            |
| TOAN10       | 123         | 22            | A            |
| TOAN10       | 123         | 23            | C            |
| TOAN10       | 123         | 24            | C            |
| TOAN10       | 123         | 25            | B            |
| TOAN10       | 123         | 26            | A            |
| TOAN10       | 123         | 27            | A            |
| TOAN10       | 123         | 28            | A            |
| TOAN10       | 123         | 29            | D            |
| TOAN10       | 123         | 30            | D            |
| TOAN10       | 123         | 31            | A            |
| TOAN10       | 123         | 32            | D            |
| TOAN10       | 123         | 33            | C            |
| TOAN10       | 123         | 34            | B            |
| TOAN10       | 123         | 35            | C            |
| TOAN10       | 123         | 36            | A            |
| TOAN10       | 123         | 37            | B            |
| TOAN10       | 123         | 38            | D            |
| TOAN10       | 123         | 39            | C            |
| TOAN10       | 123         | 40            | D            |
| TOAN10       | 123         | 41            | A            |
| TOAN10       | 123         | 42            | D            |
| TOAN10       | 123         | 43            | B            |
| TOAN10       | 123         | 44            | A            |
| TOAN10       | 123         | 45            | C            |
| TOAN10       | 123         | 46            | A            |
| TOAN10       | 123         | 47            | D            |
| TOAN10       | 123         | 48            | D            |
| TOAN10       | 123         | 49            | B            |
| TOAN10       | 123         | 50            | D            |

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.** Hàm số  $y = |x^2 + 2x - 3|$  đồng biến trên khoảng

A.  $(-1; 3)$ .

**B.  $(-3; -1)$ .**

C.  $(-\infty; -3)$ .

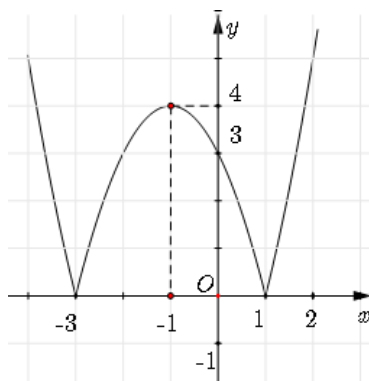
D.  $(-1; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta vẽ đồ thị hàm số  $y = |x^2 + 2x - 3|$  bằng cách sau:

+ Vẽ hai đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2x - 3$  và  $y = -x^2 - 2x + 3$  trên cùng một hệ tọa độ rồi xóa bỏ phần đồ thị nằm dưới trục hoành ta được đồ thị hàm số  $y = |x^2 + 2x - 3|$  như hình bên dưới.



Nhìn vào đồ thị hàm số  $y = |x^2 + 2x - 3|$  ta thấy hàm số đồng biến trên  $(-3; -1)$ .

**Câu 2.** Gọi  $M$ ,  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 5 + 2\sqrt{-x^2 + 4x - 3} - 4\sqrt{x-1} - 4\sqrt{3-x}$ . Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $M + m = 4\sqrt{2} - 5$ .

B.  $M - m = 4\sqrt{2} - 6$ .

**C.  $M - m = 6 - 4\sqrt{2}$ .**

D.  $M + m = 6 + 4\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện:  $1 \leq x \leq 3$ .

Đặt  $t = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$ .

Ta có:  $t^2 = 2 + 2\sqrt{(x-1)(3-x)} \geq 2 \Rightarrow t \geq \sqrt{2}$  (do  $t > 0$ ).

Lại có  $t^2 = 2 + 2\sqrt{(x-1)(3-x)} \stackrel{\text{Cauchy}}{\leq} 2 + (x-1) + (3-x) = 4 \Rightarrow t \leq 2$  (do  $t > 0$ ).

Vậy với  $1 \leq x \leq 3$  thì  $\sqrt{2} \leq t \leq 2$ .

Hàm số đã cho trở thành  $y = t^2 - 4t + 3$  đây là một parabol có đỉnh  $I(2; -1)$ .

Bảng biến thiên

|     |                                                                                                                                                                                                  |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $t$ | $\sqrt{2}$ <span style="float: right;">2</span>                                                                                                                                                  |
| $y$ | <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> <span><math>5 - 4\sqrt{2}</math></span> <span><math>\searrow</math></span> <span><math>-1</math></span> </div> |

Từ bảng biến thiên suy ra  $m = -1$ ,  $M = 5 - 4\sqrt{2}$ . Do đó  $M - m = 6 - 4\sqrt{2}$ .

bảng

## A. 6

## B. 4

### C.3

D. 5

**Chọn D**

**Điều kiện:**  $0 \leq x, y \leq 3$

Lấy phương trình (1) trừ phương trình (2) ta được:

$$\sqrt{2x} - \sqrt{2y} + \sqrt{3-y} - \sqrt{3-x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-2y}{\sqrt{2x}+\sqrt{2y}} + \frac{3-y-3+x}{\sqrt{3-y}+\sqrt{3-x}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)\left(\frac{2}{\sqrt{2x}+\sqrt{2y}}+\frac{1}{\sqrt{3-y}+\sqrt{3-y}}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ \frac{2}{\sqrt{2x} + \sqrt{2y}} + \frac{1}{\sqrt{3-y} + \sqrt{3-y}} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = y \text{ (do } \frac{2}{\sqrt{2x} + \sqrt{2y}} + \frac{1}{\sqrt{3-y} + \sqrt{3-y}} > 0).$$

Thế vào phương trình (1) ta được:  $\sqrt{2x} + \sqrt{3-x} = m$ .

Ta có:  $m = \sqrt{2x} + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{6-2x} \leq \sqrt{1+\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2x+6-x} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{6} = 3.$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi:  $x = 2$ .

Ta có:  $\sqrt{2x} + \sqrt{3-x} = m \Rightarrow m^2 = 2x + 2\sqrt{2x(3-x)} + 3 - x = 3 + x + 2\sqrt{2x(3-x)} \geq 3 \Rightarrow m \geq \sqrt{3}$ .

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $x = 0$

Kết hợp điều kiện ta có:  $\sqrt{3} < m \leq 3$ .

Vậy tổng các giá trị nguyên của  $m$  bằng 5.

**Câu 4.** Đường thẳng  $y = 2 - x$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

### A.1

## B. 2,5

### C.4

### D. 2

### Lời giải

**Chọn D**

Giao với trục  $Ox$ :  $A(2;0)$ .

Giao với trục  $Oy$ :  $B(0;2)$ .

Ta có:  $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA.OB = 2.$

**Câu 5.** Phương trình  $mx + 2m = 2x + 5$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

**A.**  $m > 2$ .

### B. $m \neq 2$ .

### C. $m < 2$ .

#### D. $m \neq -2$ .

### Lời giải

**Chọn B**

Ta có,  $mx + 2m = 2x + 5 \Leftrightarrow (m - 2)x + 2m - 5 = 0$ .

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi  $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$ .

**Câu 6.** Tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = (1 - m)x + 2020$  là hàm số bậc nhất là

- A.  $(-\infty; 1)$ .      **B.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .**      C.  $(1; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 1]$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Để hàm số  $y = (1 - m)x + 2020$  là hàm số bậc nhất thì  $1 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ .

**Câu 7.** Phương trình  $mx^2 - 2(m - 2)x + m - 3 = 0$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

- A.  $m \in \{0; 4\}$ .**      B.  $m \neq 0$ .      C.  $m = 4$ .      D.  $m \neq 4$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Nếu  $m = 0$ : phương trình đã cho trở thành  $4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$ . Phương trình có nghiệm duy nhất nên giá trị  $m = 0$  thỏa mãn.

Nếu  $m \neq 0$ : phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

$$\Delta' = 0 \Leftrightarrow [-(m - 2)]^2 - m(m - 3) = 0 \Leftrightarrow 4 - m = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

Vậy phương trình  $mx^2 - 2(m - 2)x + m - 3 = 0$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi  $m = 0$  hoặc  $m = 4$ .

**Câu 8.** Gọi  $(P)$  là đồ thị của hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$ . Điều kiện để đồ thị  $(P)$  của hàm số đã cho nằm hoàn toàn phía trên trục hoành là

- A.  $\begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases}$ .      B.  $\Delta < 0$ .      **C.  $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$ .**      D.  $\begin{cases} \Delta > 0 \\ a > 0 \end{cases}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đồ thị của hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$  nằm hoàn toàn phía trên trục hoành khi và chỉ khi

$$y > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}.$$

**Câu 9.** Phương trình  $x^4 + bx^2 + c = 0$  có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

- A.  $b < 0, c > 0$ .      **B.  $b^2 > 4c, b < 0, c > 0$ .**      C.  $b^2 > 4c$ .      D.  $b > 0, c > 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình  $x^4 + bx^2 + c = 0$  có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

Phương trình  $t^2 + bt + c = 0$  có đúng 2 nghiệm phân biệt dương khi và chỉ khi

$$\begin{cases} b^2 - 4c > 0 \\ -b > 0 \\ c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 > 4c \\ b < 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

- Câu 10.** Cho hàm số  $y = (m-1)x - 2m + 1$ , trong đó  $m$  hằng số cho trước. Khi đó điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua với mọi  $m$  là
- A.**  $(2; -1)$ . **B.**  $(2; 3)$ .  
**C.**  $(2; -3)$ . **D.**  $(2; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số  $y = (m-1)x - 2m + 1$  luôn đi qua điểm cố định với mọi  $m$   
 $\Leftrightarrow (x-2)m + (1-x-y) = 0$  nghiệm đúng với mọi  $m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2) = 0 \\ (1-x-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

- Câu 11.** Cho phương trình  $\sqrt{x-1} = x-3$ . Khi đó điều kiện của phương trình là
- A.**  $x \geq 3$ . **B.**  $x > 3$ . **C.**  $x \geq 1$ . **D.**  $x > 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện:  $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$ .

- Câu 12.** Khi giải phương trình  $\sqrt{x^2-2x-3} - x^2 + 2x + 5 = 0$  ta đặt  $t = \sqrt{x^2-2x-3}$  thì phương trình đã cho trở thành phương trình
- A.**  $t^2 - t + 2 = 0$ . **B.**  $t^2 + t - 2 = 0$ . **C.**  $-t^2 + t - 5 = 0$ . **D.**  $t^2 - t - 2 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\sqrt{x^2-2x-3} - x^2 + 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-2x-3} - (x^2-2x-3) + 2 = 0$  (1).

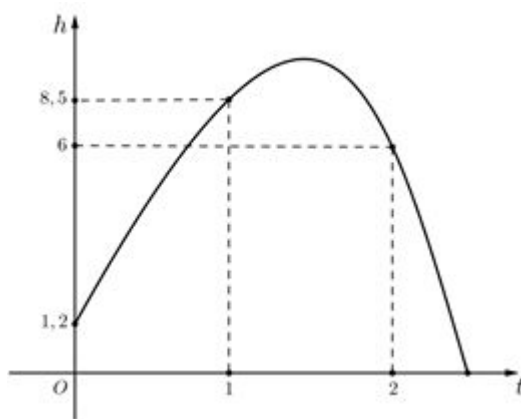
Đặt  $t = \sqrt{x^2-2x-3}$  (Điều kiện:  $t \geq 0$ ).

Khi đó phương trình (1) trở thành:  $-t^2 + t + 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0$ .

- Câu 13.** Khi một quả bóng được ném lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo của quả bóng là một cung Parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oth$ , trong đó  $t$  là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên,  $h$  là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá nó lên, nó ở độ cao 6m. Sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên (Tính chính xác đến hàng phần trăm).
- A.** 2,56 giây. **B.** 2,59 giây. **C.** 2,58 giây. **D.** 2,57 giây.

**Lời giải**

**Chọn C**



Do bóng được đá từ độ cao 1,2m nên trong hệ trục tọa độ  $Oth$  ta có Parabol cắt trục  $Oh$  tại điểm có tung độ  $h_0 = 1,2m$ . Khi đó phương trình Parabol có dạng:  $h(t) = at^2 + bt + 1,2$  ( $t \geq 0$ ).

Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} h(1) = a + b + 1,2 = 8,5 \\ h(2) = 4a + 2b + 1,2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 7,3 \\ 2a + b = 2,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \end{cases}.$$

Do đó khi quả bóng chạm đất thì độ cao của quả bóng so với mặt đất bằng 0  
 $\Rightarrow 0 = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2 \Rightarrow t \approx 2,58$ .

**Câu 14.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x + \frac{32}{x^2}$  với  $x > 0$  bằng

A.  $2\sqrt{32}$ .

**B. 6.**

C. 4.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $x + \frac{32}{x^2} = \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{32}{x^2}$ . Do  $x > 0$  áp dụng BĐT Cô si cho ba số dương  $\frac{x}{2}; \frac{x}{2}; \frac{32}{x^2}$ .

Ta được  $\frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{32}{x^2} \geq 3\sqrt{\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{32}{x^2}} \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{32}{x^2} \geq 6$ . Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi  $\frac{x}{2} = \frac{32}{x^2} \Leftrightarrow x = 4$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 6 tại  $x = 4$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = \frac{\sqrt{1-m}}{m+1}x + 2020$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó tập hợp các giá trị của  $m$  bằng:

A.  $(-\infty; -1)$ .

**B.  $(-1; 1)$ .**

C.  $(-\infty; 1)$ .

D.  $(-1; 1]$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $\frac{\sqrt{1-m}}{m+1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m > 0 \\ m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 1$ .

**Câu 16.** Phương trình  $mx^2 - 2(m+1)x + m+1 = 0$  có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1 khi và chỉ khi

A.  $m > -1$ .

B.  $0 < m < 1$ .

**C.  $m > 0$ .**

D.  $m \geq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Yêu cầu bài toán tương đương với:

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - m(m+1) > 0 \\ x_1 - 1 < 0 < x_2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m+1 > 0 \\ x_1 - 1 < 0 < x_2 - 1 \end{cases} .$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -1 \\ (x_1 - 1) \cdot (x_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -1 \\ x_1 \cdot x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Theo định lý Viet ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+1)}{m} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m+1}{m} \end{cases} .$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{m+1}{m} - \frac{2(m+1)}{m} + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{m} < 0 \Leftrightarrow m > 0 .$$

Vậy  $m > 0$ .

**Câu 17.** Điều kiện để hệ phương trình  $\begin{cases} (m-1)x - 2019y = 2020 \\ 2020x + (m-2)y = 2021 \end{cases}$  là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

**A.**  $m \neq 1$ .

**B.**  $m \neq 2$ .

**C.**  $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ .

**D.**  $m \in \mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $-2019 \neq 0$ ,  $2020 \neq 0$  nên hai phương trình của hệ đều là phương trình bậc nhất hai ẩn.

Vậy  $m \in \mathbb{R}$

**Câu 18.** Số nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ xy + x + y = 2 \end{cases}$  bằng

**A.** 4.

**B.** 3.

**C.** 1.

**D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có 
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ xy + x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 - xy = 4 \\ xy + x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 + (x+y) - 6 = 0 \\ xy = 2 - (x+y) \end{cases}$$

TH1:  $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=0 \end{cases}$ . Nên  $x, y$  là nghiệm của phương trình  $X^2 - 2X = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=0 \\ X=2 \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm  $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$  và  $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$ .

TH2:  $\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3-x \\ x^2+3x+5=0 \end{cases}$  Vì phương trình  $x^2+3x+5=0$  vô nghiệm nên hệ phương trình vô nghiệm.

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm.

**Câu 19.** Phương trình  $(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x-m} = 0$  có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

**A.**  $m < -3$ .

**B.**  $-3 \leq m < -1$ .

**C.**  $m \geq -1$ .

**D.**  $-3 < m < -1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Phương trình tương đương: } \begin{cases} x \geq m \\ x = m \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ x = m \\ x = -1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  $-3 \leq m < -1$ .

**Câu 20.** Số nghiệm thực của phương trình  $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left| \frac{2x^2 - 1}{x} \right| - 6 = 0$  bằng

A. 2 .

B. 6 .

**C. 4.**

D. 8.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đk:  $x \neq 0$ .

$$\text{Phương trình tương đương: } \left( 2x - \frac{1}{x} \right)^2 + \left| 2x - \frac{1}{x} \right| - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left| 2x - \frac{1}{x} \right|^2 + \left| 2x - \frac{1}{x} \right| - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left| 2x - \frac{1}{x} \right| = 1 \\ \left| 2x - \frac{1}{x} \right| = -2 \text{ (vn)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{1}{x} = 1 \\ 2x - \frac{1}{x} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x - 1 = 0 \\ 2x^2 + x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \\ x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ (thỏa đk). Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.}$$

**Câu 21.** Tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\frac{x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x-2}$  có nghiệm duy nhất là

**A.**  $(-\infty; 1] \cup \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ .

B.  $\left( -\infty; \frac{3}{2} \right)$ .

C.  $(-\infty; 1]$ .

D.  $(-\infty; 1) \cup \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện xác định của phương trình là  $x > 2$ .

$$\text{Khi đó phương trình } \frac{x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2 = x - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (2m+3)x + 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2m \end{cases} \quad (*)$$

Để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì  $(*)$  có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện  $x > 2$

tương đương với  $\begin{cases} 2m = 3 \\ 2m \leq 2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1] \cup \left\{ \frac{3}{2} \right\}.$

**Câu 22.** Cho hàm số  $y = (2 - m)x^2 + 2019x + 2020$ . Tập các giá trị của  $m$  để hàm số đã cho là hàm số bậc hai là

**A.**  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty).$

**B.**  $\{2\}.$

**C.**  $(2; +\infty).$

**D.**  $(-\infty; 2).$

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số  $y = (2 - m)x^2 + 2019x + 2020$  là hàm số bậc hai khi  $2 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$  hay tập các giá trị của  $m$  để hàm số đã cho là hàm số bậc hai là  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty).$

**Câu 23.** Phương trình  $mx^2 - 2(m + 1)x + m + 1 = 0$  có ít nhất một nghiệm dương khi và chỉ khi

**A.**  $m \geq -1.$

**B.**  $m > 0.$

**C.**  $m > -1.$

**D.**  $-1 < m < 0.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Trường hợp 1:  $m = 0$  ta có phương trình  $-2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} > 0$ . Vậy  $m = 0$  thỏa mãn. (1)

Trường hợp 2:  $m \neq 0$

+ Phương trình có hai nghiệm trái dấu  $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m(m + 1) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 0$  (2).

+ Phương trình có hai nghiệm dương  $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 > 0 \\ \frac{m + 1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$  (3).

Từ (1); (2); (3)  $\Rightarrow$  giá trị  $m$  thỏa mãn bài toán là  $m > -1$ .

**Câu 24.** Hệ phương trình  $\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

**A.**  $m \neq 1.$

**B.**  $m \neq -1.$

**C.**  $m \neq \pm 1.$

**D.**  $m \in \mathbb{R}.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Cách 1:

$$\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x = 2 - my \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(2 - my) + my = m + 1 \\ x = 2 - my \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - my \\ (m^2 - 1)y = m - 1 (*) \end{cases}$$

Từ (\*)  $\Rightarrow$  Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi  $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ .

Cách 2: Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $\Leftrightarrow D = \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ .

**Câu 25.** Số cặp số nguyên  $(a; b)$  để hệ phương trình  $\begin{cases} ax + y = 2 \\ 6x + by = 4 \end{cases}$  vô nghiệm bằng

**A.** 5.

**B.** 7.

**C.** 8.

**D.** 6.

### Lời giải

#### Chọn B

Xét  $a = 0$  hệ phương trình được viết lại  $\begin{cases} y = 2 \\ 6x + 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2-b}{3} \\ y = 2 \end{cases}$  lúc này hệ có nghiệm.

Xét  $a \neq 0$ , biến đổi hệ phương trình ta được

$$\begin{cases} ax + y = 2 \\ 6x + by = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6ax + 6y = 12 \\ 6ax + by = 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (ab-6)y = 4a-12 \\ ax + y = 2 \end{cases}.$$

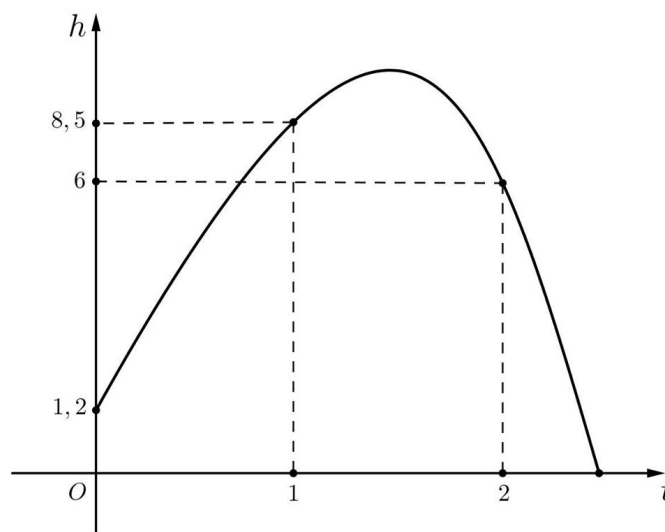
Hệ phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} ab-6=0 \\ 4a-12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab=6 \\ a \neq 3 \end{cases} \quad (*).$$

Vì  $a, b \in \mathbb{Z}$  nên từ (\*) ta có  $\begin{cases} b = \frac{6}{a} \\ a \in \{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 6\} \end{cases}$ .

Vậy có tất cả là 7 cặp số nguyên.

**Câu 26.** Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây nó đạt độ cao 8,5m, và sau 2 giây khi đá lên nó ở độ cao 6m.



Độ cao lớn nhất của quả bóng (tính chính xác đến hàng phần ngàn) bằng

**A.** 8,794m.

**B.** 8,795m.

**C.** 8,793m.

**D.** 8,796m.

### Lời giải

#### Chọn A

Theo giả thiết ta có  $h(t)$  là một hàm số bậc hai theo biến  $t$ , đặt  $h(t) = mt^2 + nt + p; m \neq 0$ .

Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} h(0) = 1,2 \\ h(1) = 8,5 \\ h(2) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 1,2 \\ m + n + p = 8,5 \\ 4m + 2n + p = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{49}{10} \\ n = \frac{61}{5} \\ p = \frac{6}{5} \end{cases}.$$

Do vậy  $h(t) = -\frac{49}{10}t^2 + \frac{61}{5}t + \frac{6}{5}; t \geq 0$ , ta có biến đổi như sau

$$h(t) = -\frac{49}{10}\left(t - \frac{61}{49}\right)^2 + \frac{4309}{490} \leq \frac{4309}{490}, \forall t \geq 0.$$

Vậy độ cao lớn nhất của quả bóng bằng  $\frac{4309}{490} \approx 8,794$  (mét).

**Câu 27.** Từ đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  ta thực hiện những bước biến đổi sau để được đồ thị hàm số  $y = x^2 - 6x + 5$

**A.** Tịnh tiến sang phải 1 đơn vị và tịnh tiến xuống dưới 3 đơn vị.

**B.** Tịnh tiến sang trái 1 đơn vị và tịnh tiến lên trên 4 đơn vị.

**C.** Đối xứng qua trục  $Ox$  và tịnh tiến sang trái 1 đơn vị.

**D.** Đối xứng qua trục  $Oy$  và tịnh tiến lên trên 3 đơn vị.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y = x^2 - 4x + 3 \Leftrightarrow y = (x - 2)^2 - 1$  và  $y = x^2 - 6x + 5 \Leftrightarrow y = (x - 3)^2 - 4$ .

Do đó các bước thực hiện là tịnh tiến sang phải 1 đơn vị và tịnh tiến xuống dưới 3 đơn vị.

**Câu 28.** Có thể khoanh một sợi dây dài  $40cm$  thành một hình chữ nhật có diện tích  $S$  cho trước trong trường hợp nào sau đây?

**A.**  $S = 99cm^2$ .

**B.**  $S = 101,5cm^2$ .

**C.**  $S = 102cm^2$ .

**D.**  $S = 101cm^2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $x$  (cm),  $0 < x < 20$  là kích thước một cạnh của hình chữ nhật.

Kích thước cạnh còn lại là  $20 - x$  (cm).

Ta có  $S = x(20 - x) \leq \left[\frac{x + (20 - x)}{2}\right]^2 = 100$  (cm<sup>2</sup>). Do đó chỉ có đáp án A thỏa.

**Câu 29.** Phương trình  $\frac{mx+1}{x-1} = 2$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

**A.**  $m > 2$ .

**B.**  $m \neq 2$ .

**C.**  $m \neq -1$ .

**D.**  $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện:  $x \neq 1$ . Khi đó ta có  $\frac{mx+1}{x-1} = 2 \Leftrightarrow mx+1 = 2(x-1) \Leftrightarrow x(m-2) = -3$ .

Để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì ta cần

$$\begin{cases} m-2 \neq 0 \\ x = \frac{-3}{m-2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}.$$

**Câu 30.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x + \frac{2020}{x}$  với  $x > 0$  bằng

A.  $\sqrt{2020}$ .

B. 4040.

C.  $\sqrt{4040}$ .

**D.  $\sqrt{8080}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số thực dương  $x$  và  $\frac{2020}{x}$  ta có

$$f(x) = x + \frac{2020}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{2020}{x}} = 2\sqrt{2020} = \sqrt{8080}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $x = \frac{2020}{x} \Rightarrow x = \sqrt{2020}$ .

**Câu 31.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, CA = b, AB = c$ . Khi đó đẳng thức nào sau đây là **sai**?

**A.  $\cos A = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2bc}$ .**

B.  $b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos B$ .

C.  $a^2 + b^2 + c^2 = 2bc \cos A + 2ac \cos B + 2ab \cos C$ .

D.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo hệ quả định lý cô-sin ta có phương án A sai vì  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ .

Theo định lý cô-sin ta có phương án B và D đúng, vì

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Cộng vế với vế ta được  $a^2 + b^2 + c^2 = 2bc \cos A + 2ac \cos B + 2ab \cos C$  nên phương án C đúng.

**Câu 32.** Cho tam giác  $ABC$  và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AB, AC$ . Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A.  $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$ .

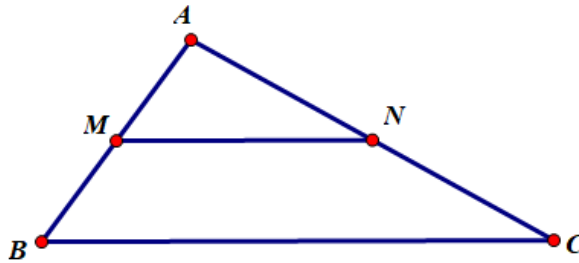
B.  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MB}$ .

C.  $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ .

**D.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Từ giả thiết ta có  $MN \parallel CB$  và  $MN = \frac{1}{2}CB$ . Ta có  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{CB}$  là hai vector ngược hướng,

$$MN = \frac{1}{2}CB. \text{ Suy ra } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} \text{ sai.}$$

**Câu 33.** Giả sử  $G$  và  $G'$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$ . Khi đó đẳng thức nào sau đây là sai?

**A.**  $\overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C} = 3\overrightarrow{GG'}$ .

**B.**  $\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = 3\overrightarrow{GG'}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Phương án A đúng**, vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên ta có với điểm  $G'$  bất kì thì  $\overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C} = 3\overrightarrow{GG'}$ .

**Phương án B đúng**, vì  $G'$  là trọng tâm tam giác  $A'B'C'$  nên ta có với điểm  $G$  bất kì thì  $\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = 3\overrightarrow{GG'}$ .

**Phương án D đúng**, vì  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GC'}$   
 $= \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'} = 3\overrightarrow{GG'}$ .

**Câu 34.** Tập nghiệm của bất phương trình  $(x-1)(3-x)(x^2-4x+4) > 0$  là

**A.**  $(1;3)$ .

**B.**  $(1;2) \cup (2;3)$ .

**C.**  $(-\infty;1) \cup (2;3)$ .

**D.**  $(-\infty;1) \cup (3;+\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

| $x$        | $-\infty$ | 1 | 2 | 3 | $+\infty$ |
|------------|-----------|---|---|---|-----------|
| $x-1$      | -         | 0 | + | + | +         |
| $3-x$      | +         | + | + | 0 | -         |
| $x^2-4x+4$ | +         | + | 0 | + | +         |
| $VT$       | -         | 0 | + | 0 | -         |

Vậy  $(x-1)(3-x)(x^2-4x+4) > 0$  khi  $x \in (1;2) \cup (2;3)$ .

**Câu 35.** Cho hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  cùng đặt tại  $O$  và đều có cường độ lực là  $100N$ . Góc hợp bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  bằng  $120^\circ$ . Khi đó cường độ lực tổng hợp của hai lực bằng

**A.**  $200N$ .

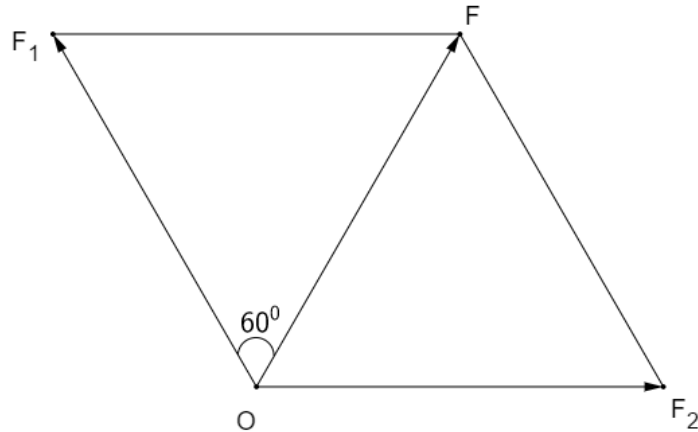
**B.**  $30000N$ .

**C.**  $100\sqrt{3}N$ .

**D.**  $100N$ .

Lời giải

Chọn D



Theo quy tắc hình bình hành ta có lực tổng hợp của hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  là lực  $\vec{F}$  như hình vẽ.

Khi đó ta có tam giác  $OF_1F$  là tam giác đều nên cường độ của lực  $\vec{F}$  bằng  $100N$ .

**Câu 36.** Tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $mx+1 > x+m^2$  đúng với mọi  $x < 2$  là

**A.**  $\emptyset$ .

**B.**  $(-\infty; 1)$ .

**C.**  $(-\infty; 2]$ .

**D.**  $[1; +\infty)$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có  $mx+1 > x+m^2 \Leftrightarrow (m-1)x > m^2-1$  (\*)

Nếu  $m=1$  thì (\*)  $\Leftrightarrow 0x > 0$  (vô lý). Do đó  $m=1$  không thỏa mãn bất phương trình.

Nếu  $m > 1$  thì (\*)  $\Leftrightarrow x > m+1$ . Tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (m+1; +\infty)$ .

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi  $x < 2$  thì  $(-\infty; 2) \subset (m+1; +\infty) \Rightarrow$  không có giá trị  $m$  nào thỏa mãn.

Nếu  $m < 1$  thì (\*)  $\Leftrightarrow x < m+1$ . Tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (-\infty; m+1)$ .

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi  $x < 2$  thì  $(-\infty; 2) \subset (-\infty; m+1) \Rightarrow m+1 \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 1$ .

Kết hợp điều kiện  $m < 1 \Rightarrow$  không có giá trị nào của  $m$  thỏa mãn bất phương trình.

Vậy không có giá trị nào của  $m$  thỏa mãn đầu bài.

**Câu 37.** Cho tam giác  $ABC$  đều có cạnh bằng  $a$  và có trọng tâm  $G$ . Khi đó  $\overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{GA}$  bằng

**A.**  $-\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$ .

**B.**  $\frac{a^2}{6}$ .

**C.**  $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$ .

**D.**  $-\frac{a^2}{6}$ .

Lời giải

Chọn B

Vì tam giác  $ABC$  đều  $G$  cũng là trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Do đó  $GA = GB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$  và  $\widehat{AGB} = 120^\circ$ .

$$\overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{GA} = -\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GA} = -GA \cdot GB \cdot \cos(\overrightarrow{GB}, \overrightarrow{GA}) = -GA \cdot GB \cdot \cos \widehat{AGB} = -\frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 120^\circ = \frac{a^2}{6}.$$

**Câu 38.** Trong mặt phẳng tọa độ, cho ba điểm  $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$ . Tọa độ điểm  $D$  sao cho  $C$  là trọng tâm tam giác  $ABD$  là

**A.**  $D(0;1)$ .

**B.**  $D(-4;7)$ .

**C.**  $D(4;-11)$ .

**D.**  $D(8;-11)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $C$  là trọng tâm tam giác  $ABD$  nên:

$$\begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_B + x_D}{3} \\ y_C = \frac{y_A + y_B + y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3x_C - x_A - x_B = 3 \cdot 2 - (-4) - 2 \\ y_D = 3y_C - y_A - y_B = 3 \cdot (-2) - 1 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -11 \end{cases}$$

Vậy  $D(8;-11)$ .

**Câu 39.** Cho  $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ . Khi đó biểu thức  $2\sin(180^\circ - \alpha)\cot\alpha - \cos(180^\circ - \alpha)\tan\alpha\cot(180^\circ - \alpha)$  bằng

**A.**  $-\cos\alpha$ .

**B.**  $3\cos\alpha$ .

**C.**  $\cos\alpha$ .

**D.**  $-3\cos\alpha$ .

**Lời giải**

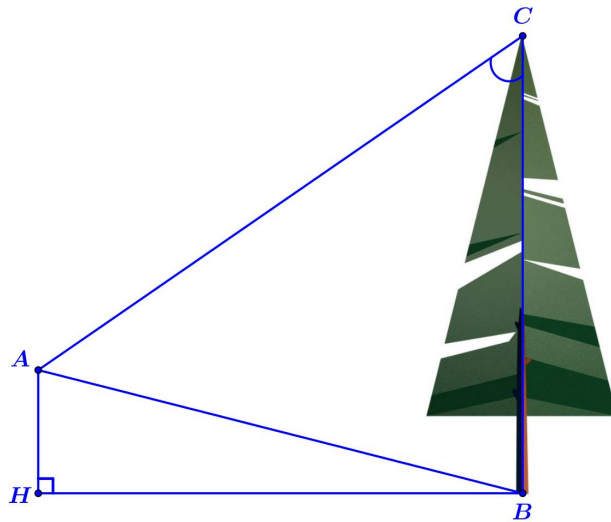
**Chọn C**

Ta có  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha, \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha, \cot(180^\circ - \alpha) = -\cot\alpha$ . Do vậy

$$2\sin(180^\circ - \alpha)\cot\alpha - \cos(180^\circ - \alpha)\tan\alpha\cot(180^\circ - \alpha)$$

$$= 2\sin\alpha\cot\alpha - \cos\alpha\tan\alpha\cot\alpha = 2\cos\alpha - \cos\alpha = \cos\alpha.$$

**Câu 40.** Từ vị trí  $A$  người ta quan sát một cây cao.



Biết  $AH = 4\text{m}$ ,  $HB = 20\text{m}$ ,  $\widehat{BAC} = 45^\circ$ . Khi đó chiều cao của cây (làm tròn đến hàng phần mười) bằng

**A.**  $17,3\text{m}$ .

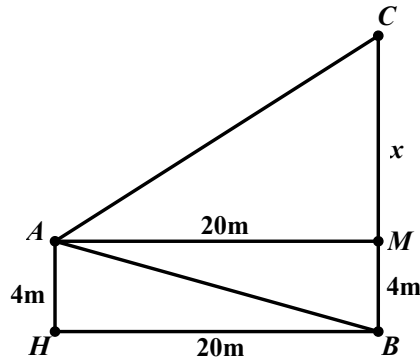
**B.**  $17,6\text{m}$ .

**C.**  $17,2\text{m}$ .

**D.**  $17,4\text{m}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Vì tam giác  $AHB$  vuông tại  $H$  nên ta có  $AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 4\sqrt{26}$ .

Kẻ  $AM \parallel HB$ ,  $M \in BC$ . Khi đó  $AM = 20\text{m}$ ,  $BM = 4\text{m}$  và tam giác  $ABM$  vuông tại  $M$ . Suy

$$\sin \widehat{ABM} = \frac{AM}{AB} = \frac{5}{\sqrt{26}}.$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác  $ABC$ , ta có

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}.$$

Đặt  $MC = x$ , khi đó ta được

$$\frac{4+x}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{20^2 + x^2}}{\frac{AM}{AB}} \Leftrightarrow \sqrt{2}(4+x) = \frac{\sqrt{26(400+x^2)}}{5}$$

$$\Leftrightarrow 24x^2 + 400x - 9600 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -30 \\ x = \frac{40}{3} \end{cases}. \text{ Suy ra } MC = x = \frac{40}{3}.$$

Vậy chiều cao của cây bằng  $BC = x + 4 = \frac{52}{3} \Rightarrow BC \approx 17,3$ .

**Câu 41.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a; CA = b; AB = c$  và diện tích tam giác  $ABC$  bằng  $5\text{m}^2$ . Khi đó biểu thức  $a^2 + 2b^2 + 3c^2$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng (làm tròn đến hàng phần trăm)

**A.**  $66,33\text{m}^2$ .

**B.**  $66,30\text{m}^2$ .

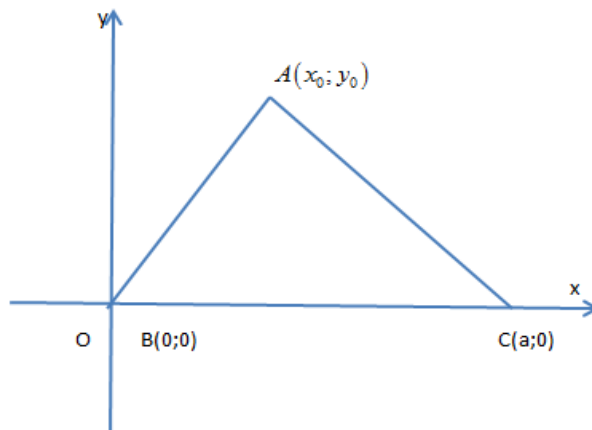
**C.**  $66,34\text{m}^2$ .

**D.**  $66,32\text{m}^2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau:



Theo giả thiết ta có hệ sau:

$$\begin{cases} x_0; y_0 > 0. \\ AB = x_0^2 + y_0^2 = c^2 \\ AC = (a - x_0)^2 + y_0^2 = b^2 \\ y_0 a = 2S_{ABC} = 10 \end{cases}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} T &= a^2 + 2b^2 + 3c^2 = a^2 + 2[(a - x_0)^2 + y_0^2] + 3(x_0^2 + y_0^2) \\ &= 3a^2 + 5x_0^2 + 5y_0^2 - 4ax_0 \\ &= \frac{11}{5}a^2 + 5y_0^2 + \left(\sqrt{5}x_0 - \frac{2}{\sqrt{5}}a\right)^2 \geq \frac{11}{5}a^2 + 5y_0^2 \geq 2\sqrt{11}ay_0 = 20\sqrt{11} \approx 66,33m^2 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi

$$\begin{cases} \sqrt{5}x_0 - \frac{2}{\sqrt{5}}a = 0 \\ \frac{11}{5}a^2 = 5y_0^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{2}{5}a. \\ y_0 = \frac{\sqrt{11}}{5}a \end{cases}$$

**Câu 42.** Cho đoạn thẳng  $AB$  có độ dài  $2a$  và số  $k^2$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn đẳng thức  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k^2$  là

**A.** Đường tròn đường kính  $AB$ .

**B.** Đường tròn tâm là trung điểm của  $AB$  và bán kính bằng  $k^2 + a^2$ .

**C.** Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

**D.** Đường tròn tâm là trung điểm của  $AB$  và bán kính bằng  $\sqrt{k^2 + a^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\begin{aligned} \text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } AB, \text{ ta có } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k^2 &\Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = k^2 \\ &\Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IA}) = k^2 \Leftrightarrow MI^2 - IA^2 = k^2 \Leftrightarrow MI = \sqrt{k^2 + a^2}. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm  $M$  là đường tròn tâm  $I$ , bán kính bằng  $\sqrt{k^2 + a^2}$ .

**Câu 43.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Khi đó  $2\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD}$  bằng

**A.**  $AD^2 + BC^2 - AB^2 - CD^2$ .

**B.**  $AB^2 + CD^2 - AD^2 - BC^2$ .

**C.**  $AD^2 + AB^2 - BC^2 - CD^2$ .

**D.**  $CA^2 + BD^2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{CA} \cdot (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{CA} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{CA} \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{CA} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) \\ &= (\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = CD^2 - AD^2 + BA^2 - BC^2 \end{aligned}$$

**Câu 44.** Hằng số thực dương  $m$  nhỏ nhất để bất đẳng thức  $m(ab + bc + ca) > a^2 + b^2 + c^2$  đúng với mọi  $a, b, c$  là độ dài ba cạnh của một tam giác thỏa mãn

**A.**  $m \in (1, 5; 2, 5)$ .

**B.**  $m \in (3; 4)$ .

**C.**  $m \in (1; 2)$ .

**D.**  $m \in (1, 5; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Với  $a, b, c$  là độ dài ba cạnh của một tam giác, ta có:

$$\begin{cases} a+b > c \\ a+c > b \\ b+c > a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ac+bc > c^2 \\ ab+bc > b^2 \\ ab+ac > a^2 \end{cases} \Rightarrow 2(ab+bc+ac) > a^2+b^2+c^2.$$

Vậy  $m = 2$ .

**Câu 45.** Cho tam giác  $ABC$  có hai trung tuyến kẻ từ  $A$  và  $B$  vuông góc với nhau. Khi đó tỉ số

$\frac{AC+BC}{AB}$  đạt giá trị lớn nhất bằng (làm tròn đến hàng phần trăm)

**A.** 3.20.

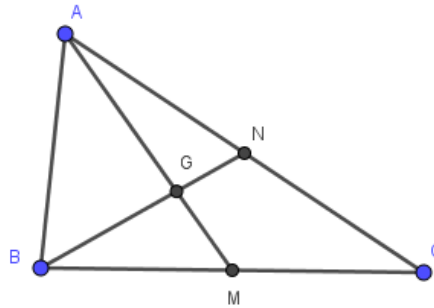
**B.** 3.17.

**C.** 3.16.

**D.** 3.15.

**Lời giải**

**Chọn C**



Vì  $AM, BN$  lần lượt là trung tuyến kẻ từ  $A$  và  $B$  nên ta tính được:

$$AM^2 = \frac{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2}{4}$$

$$BN^2 = \frac{2AB^2 + 2BC^2 - AC^2}{4}$$

Đồng thời hai trung tuyến này vuông góc với nhau nên tam giác  $AGN$  vuông tại  $G$ , do đó:

$$AG^2 + GN^2 = AN^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}AM\right)^2 + \left(\frac{1}{3}BN\right)^2 = \frac{AC^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{18}AB^2 = \frac{1}{18}AC^2 + \frac{1}{18}BC^2$$

$$\Leftrightarrow 5AB^2 = AC^2 + BC^2$$

Mà  $AB, AC, BC$  lần lượt là số đo ba cạnh của tam giác  $ABC$  nên  $AB, BC, CA > 0$ ,

$$\text{Suy ra, } AC + BC = \sqrt{(AC + BC)^2} \leq \sqrt{2(AC^2 + BC^2)} = AB\sqrt{10}$$

$$\text{Hay } \frac{AC + BC}{AB} \leq \sqrt{10} \approx 3.16.$$

**Câu 46.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $x$  để hai đẳng thức  $|3x+2|=3x+2$  và  $|2x-5|=5-2x$  cùng xảy ra là

**A.**  $\left[\frac{-2}{3}; \frac{5}{2}\right]$ .

**B.**  $\left(\frac{-2}{3}; \frac{5}{2}\right]$ .

**C.**  $\left[\frac{-2}{3}; \frac{5}{2}\right)$ .

**D.**  $\left(\frac{-2}{3}; \frac{5}{2}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

$$\begin{cases} |3x+2|=3x+2 \\ |2x-5|=5-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2 \geq 0 \\ 5-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{-2}{3} \\ x \leq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[\frac{-2}{3}; \frac{5}{2}\right]$$

**Câu 47.** Cho tam giác  $ABC$ . Khi đó vị trí của điểm  $M$  để biểu thức  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$  đạt giá trị nhỏ nhất là

**A.** Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . **B.** Tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**C.** Trục tâm tam giác  $ABC$ .

**D.** Trọng tâm tam giác  $ABC$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow MA^2 + MB^2 + MC^2 + 2(\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}) = 9MG^2$$

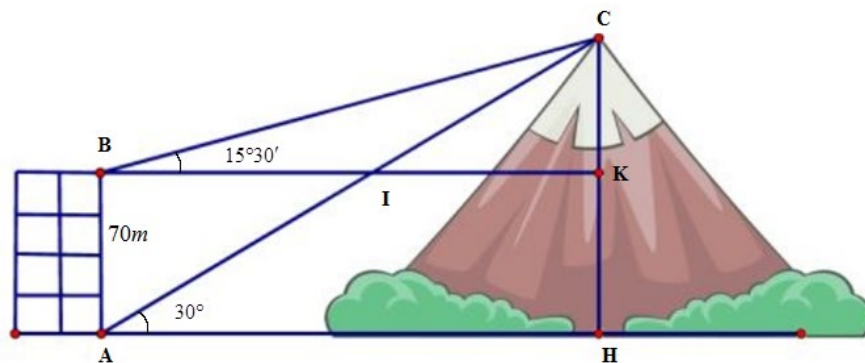
$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 + 2(\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}) = 9MG^2$$

$$\Leftrightarrow GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + 2(\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}) = 6MG^2$$

$$\Leftrightarrow 2(\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}) = 6MG^2 - (GA^2 + GB^2 + GC^2).$$

Dựa vào đẳng thức trên ta có  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$  đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi  $6MG^2$  đạt giá trị nhỏ nhất hay  $M \equiv G$ .

**Câu 48.** Từ hai vị trí  $A$  và  $B$  của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh  $C$  của ngọn núi. Biết rằng độ cao  $AB$  bằng  $70m$ , phương nhìn  $AC$  tạo với phương nằm ngang góc  $30^\circ$ . Phương nhìn  $BC$  tạo với phương nằm ngang góc  $15^\circ 30'$ . Khi đó chiều cao của ngọn núi so với mặt đất (làm tròn đến hàng đơn vị) bằng:



**A.**  $134m$ .

**B.**  $133m$ .

**C.**  $136m$ .

**D.**  $135m$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \widehat{CIK} = \widehat{CAH} = 30^\circ; \widehat{BAC} = 60^\circ; \widehat{BIC} = 180^\circ - \widehat{CIK} = 150^\circ.$$

$$\widehat{BCA} = \widehat{BCI} = 180^\circ - \widehat{CBK} - \widehat{BIC} = 14^\circ 30'.$$

Trong tam giác  $ABC$  ta có:  $\frac{AB}{\sin \widehat{BCA}} = \frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAC}}{\sin \widehat{BCA}}.$

Trong tam giác  $BCK$  ta có:  $CK = BC \sin \widehat{CBK} = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAC} \cdot \sin \widehat{CBK}}{\sin \widehat{BCA}}.$

Vậy đường cao khối chóp là:  $CH = CK + KH = CK + AB = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAC} \cdot \sin \widehat{CBK}}{\sin \widehat{BCA}} + AB \approx 135m.$

**Câu 49.** Tam giác  $ABC$  có  $AB = 5, CA = 8, \widehat{BAC} = 60^\circ$ . Kết quả nào trong các kết quả sau là độ dài của cạnh  $BC$

A.  $\sqrt{129}.$

**B. 7.**

C. 49.

D.  $\sqrt{69}.$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 49 \Rightarrow BC = 7.$

**Câu 50.** Tập hợp các giá trị của  $m$  để hệ bất phương trình  $\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m - 5x \leq 8 \end{cases}$  vô nghiệm bằng

A.  $m < \frac{72}{13}.$

B.  $m \geq \frac{72}{13}.$

C.  $m \leq \frac{72}{13}.$

**D.  $m > \frac{72}{13}.$**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 & (1) \\ 2m - 5x \leq 8 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \Leftrightarrow -6x + 9 \geq 7x + 1 \Leftrightarrow x \leq \frac{8}{13} \Rightarrow S_1 = (-\infty; \frac{8}{13}]$$

$$(2) \Leftrightarrow x \geq \frac{2m-8}{5} \Rightarrow S_2 = [\frac{2m-8}{5}; +\infty)$$

$$\text{Hệ vô nghiệm} \Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \Phi \Leftrightarrow \frac{8}{13} < \frac{2m-8}{5} \Leftrightarrow m > \frac{72}{13}.$$

----- **HẾT** -----