

Câu 1: (1.5 điểm).

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+5}{n+1}.$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{x+6}}{x-3}.$

Câu 2: (1.5 điểm).

Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 4}; & \text{khi } x \neq 4 \\ m + 1; & \text{khi } x = 4 \end{cases}$

Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 4$.**Câu 3: (2 điểm).** Cho hai hàm số:

$$f(x) = \sqrt{3x^2 + 1} \text{ và } g(x) = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + x - 1,$$

a) Giải bất phương trình: $f'(x) > 0$.b) Giải phương trình $g'(\sin x) = 0$.**Câu 4: (2 điểm).**Cho hàm số: $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị là ($\mathcal{H}$),a) Viết phương trình tiếp tuyến của ($\mathcal{H}$) tại điểm có hoành độ $x = 2$.b) Viết phương trình tiếp tuyến của ($\mathcal{H}$) biết rằng tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $d: y = 2x - 1$.**Câu 5: (3 điểm).**Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$.a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$ và $(SAC) \perp (SBD)$.b) Tính $\tan \alpha$ với α là góc giữa SC và (SAB) .c) Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SC = 3SM$, H là hình chiếu của S trên (BDM) . Tính SH theo a .

----- Hết -----

Họ và tên:.....SBD.....Lớp.....

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: (1.5 điểm).

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+3}{n+1}.$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x-2}.$

Câu 2: (1.5 điểm).

Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}; & \text{khi } x \neq 3 \\ m + 2; & \text{khi } x = 3 \end{cases}$

Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 3$.**Câu 3: (2 điểm).** Cho hai hàm số:

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 1} \text{ và } g(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + x - 3,$$

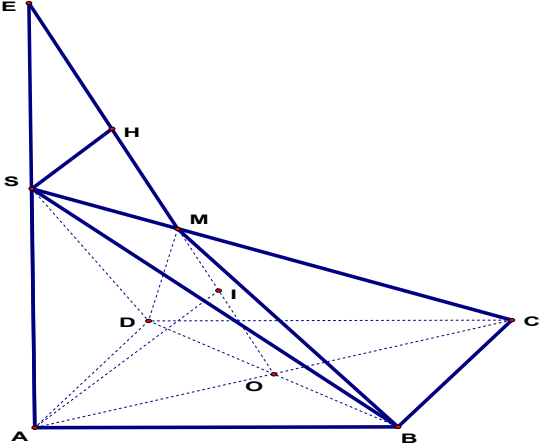
a) Giải bất phương trình: $f'(x) > 0$.b) Giải phương trình $g'(\cos x) = 0$.**Câu 4: (2 điểm).**Cho hàm số: $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là ($\mathcal{H}$),a) Viết phương trình tiếp tuyến của ($\mathcal{H}$) tại điểm có hoành độ $x = 4$.b) Viết phương trình tiếp tuyến của ($\mathcal{H}$) biết rằng tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $d: y = -2x - 1$.**Câu 5: (3 điểm).**Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SC \perp (ABCD)$, $SC = a\sqrt{2}$.a) Chứng minh $AB \perp (SBC)$ và $(SAC) \perp (SBD)$.b) Tính $\tan \alpha$ với α là góc giữa SA và (SBC) .c) Gọi N là điểm thuộc cạnh SA sao cho $SA = 3SN$, H là hình chiếu của S trên (BDN) . Tính SH theo a .

----- Hết -----

Họ và tên:.....SBD.....Lớp.....

Mã đề: 01

Câu	Lời giải	Điểm
C1a. 0.75đ	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+5}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(4 + \frac{5}{n} \right)}{n \left(1 + \frac{1}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(4 + \frac{5}{n} \right)}{\left(1 + \frac{1}{n} \right)} = 4$	0.25đ 0.25đ 0.25đ
C1b. 0.75đ	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{x+6}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{(x + \sqrt{x+6})(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x + \sqrt{x+6}} = \frac{5}{6}$	0.25đ 0.25đ 0.25đ
C2. 1.5đ	TXĐ: D = R Ta có $f(4) = m + 1$ $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} (x - 1) = 3$ $f(x)$ liên tục tại $x = 4 \Leftrightarrow$ thì $3 = m + 1 \Leftrightarrow m = 2$ Vậy hàm số đã cho liên tục tại $x = 4$ khi và chỉ khi $m = 2$	0.5đ 0.5đ 0.5đ
C3a. 1.0đ	$f(x) = \sqrt{3x^2 + 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 1}}$ $\Rightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 1}} > 0 \Leftrightarrow x > 0$	0.5đ 0.5đ
C3b. 1.0đ	$g(x) = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + x - 1 \Rightarrow g'(x) = 2x^2 + 3x + 1$ $g'(\sin x) = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{-1}{2} = \sin \frac{-\pi}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ
C4.a. 1.0đ	Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$. $x = 2 \Rightarrow y(2) = \frac{1}{3}; y'(2) = \frac{2}{9}$ Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y = \frac{2}{9}(x-2) + \frac{1}{3} \Leftrightarrow y = \frac{2}{9}x - \frac{1}{9}$	0.25đ 0.5đ 0.25đ

C4.b. 1.0đ	Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$ Lấy $M(x_0; y_0) \in (C)$ mà tiếp tuyến tại đó song song với d: $y = 2x - 1$ $\Rightarrow y'(x_0) = 2 \Leftrightarrow (x_0 + 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 3 \\ x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1 \end{cases}$ +M(-2; 3). pttt là $y = 2x + 7$ +M(0; -1). pttt là $y = 2x - 1$ (loại)	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ
		
C5a. 1.0đ	+ Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB(gt) \\ BC \perp SA, (SA \perp (ABCD) \supset BC) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ + Xét (SAC) và (SBD) có: $\begin{cases} BD \perp AC(gt) \\ BD \perp SA, (SA \perp (ABCD) \supset BD) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ mà $BD \subset (SBD)$ nên $(SBD) \perp (SAC)$	0.5đ 0.25đ 0.25đ
C5b. 1.0đ	Ta có $BC \perp (SAB)$ suy ra SB là hình chiếu của SC trên (SAB) và tam giác SBC vuông tại B nên góc giữa SC và (SAB) là $\alpha = \angle CSB$. Mà $\triangle SAB$ có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$ $\Rightarrow \tan \alpha = \tan(\angle BSC) = \frac{BC}{SB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ
C5c. 1.0đ	+ Xét (SAC) và (BDM) có: $BD \perp (SAC) \Rightarrow (BDM) \perp (SAC)$ mà $(SAC) \cap (BDM) = OM$, kẻ $SH \perp OM \Rightarrow SH \perp (BDM)$ nên H là hình chiếu của S trên (BDM). Gọi $E = MO \cap SA \Rightarrow S$ là trung điểm của EA, kẻ $AI \perp EO \Rightarrow SH = \frac{1}{2} AI$ $\text{Mà } AI = \frac{AE \cdot AO}{\sqrt{AE^2 + AO^2}} = \frac{2a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{8a^2 + \frac{a^2}{2}}} = \frac{2a\sqrt{34}}{17}$ Nên $SH = \frac{a\sqrt{34}}{17}$	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ

Mã đề: 02

Câu	Lời giải	Điểm
C1a. 0.75đ	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(5 + \frac{3}{n} \right)}{n \left(1 + \frac{1}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(5 + \frac{3}{n} \right)}{\left(1 + \frac{1}{n} \right)} = 5$	0.25đ 0.25đ 0.25đ
C1b. 0.75đ	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{(x + \sqrt{x+2})(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x + \sqrt{x+2}} = \frac{3}{4}$	0.25đ 0.25đ 0.25đ
C2. 1.5đ	TXĐ: D = R Ta có $f(3) = m + 2$ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x - 1) = 2$ $f(x)$ liên tục tại $x = 3 \Leftrightarrow$ thì $2 = m + 2 \Leftrightarrow m = 0$ Vậy hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ khi và chỉ khi $m = 0$	0.5đ 0.5đ 0.5đ
C3a. 1.0đ	$f(x) = \sqrt{2x^2 + 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$ $\Rightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}} > 0 \Leftrightarrow x > 0$	0.5đ 0.5đ
C3b. 1.0đ	$g(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + x - 3 \Rightarrow g'(x) = 2x^2 - 3x + 1$ $g'(\cos x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ
C4a. 1.0đ	Ta có $y' = \frac{-2}{(x+1)^2} \cdot x = 4 \Rightarrow y(4) = \frac{5}{3}; y'(4) = \frac{-2}{9}$ Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y = \frac{-2}{9}(x-4) + \frac{5}{3} \Leftrightarrow y = \frac{-2}{9}x + \frac{23}{9}$	0.25đ 0.5đ 0.25đ
C4b. 1.0đ	Ta có $y' = \frac{-2}{(x+1)^2}$ Lấy $M(x_0; y_0) \in (C)$ mà tiếp tuyến tại đó song song với d: $y = -2x - 1$ $\Rightarrow y'(x_0) = -2 \Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3 \\ x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1 \end{cases}$ +M(2; 3). pttt là $y = -2x + 7$ +M(0; -1). pttt là $y = -2x - 1$ (loại)	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ

C5a. 1.0đ	+ Ta có: $\begin{cases} AB \perp BC(gt) \\ AB \perp SC, (SC \perp (ABCD) \supset AB) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBC)$ + Xét (SAC) và (SBD) có: $\begin{cases} BD \perp AC(gt) \\ BD \perp SC, (SC \perp (ABCD) \supset BD) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ mà $BD \subset (SBD)$ nên $(SBD) \perp (SAC)$	0.5đ 0.25đ 0.25đ
C5b. 1.0đ	Ta có $AB \perp (SBC)$ suy ra SB là hình chiếu của SA trên (SBC) và tam giác SBA vuông tại B nên góc giữa SA và (SBC) là $\alpha = \angle ASB$. Mà ΔSBC có $SB = \sqrt{SC^2 + CB^2} = a\sqrt{3}$ $\Rightarrow \tan \alpha = \tan(\angle ASB) = \frac{BA}{SB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ
C5c. 1.0đ	+ Xét (SAC) và (NBD) có: $BD \perp (SAC) \Rightarrow (BDN) \perp (SAC)$ mà $(SAC) \cap (BDN) = ON$, kẻ $SH \perp ON \Rightarrow SH \perp (BDN)$ nên H là hình chiếu của S trên (BDN). Gọi $E = NO \cap SC \Rightarrow S$ là trung điểm của EC, kẻ $CI \perp EO \Rightarrow SH = \frac{1}{2}CI$ $\text{Mà } CI = \frac{CE \cdot CO}{\sqrt{CE^2 + CO^2}} = \frac{2a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{8a^2 + \frac{a^2}{2}}} = \frac{2a\sqrt{34}}{17}$ Nên $SH = \frac{a\sqrt{34}}{17}$	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ