

**ĐỀ 01**

**Bài 1 (1 điểm).** Tìm tập xác định hàm số  $y = \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{(5-x)(x^2 - 5x + 2012)}}$ .

**Bài 2 (3,5 điểm).**

1. Giải các bất phương trình sau

a)  $\frac{-3x^2 + 2x + 5}{1 - \sqrt{x^2 + x + 2}} \geq 0;$

b)  $|x - 3| > -x^2 - 2x + 3.$

2. Xác định giá trị tham số  $m$  để hệ bất phương trình  $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0 \\ mx - 2m + 3 > (m + 1)x \end{cases}$  vô nghiệm

**Bài 3 (2 điểm).**

1. Cho biết  $\cos \alpha = \frac{1}{3}, \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ . Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc  $\alpha$ .

2. Rút gọn biểu thức  $M = \sin x + \sin\left(x + \frac{16\pi}{5}\right) + \sin\left(x + \frac{22\pi}{5}\right) + \sin\left(x + \frac{28\pi}{5}\right) + \sin\left(x + \frac{34\pi}{5}\right)$ .

**Bài 4 (3 điểm).**

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \end{cases}$  và đường thẳng  $d_2: 2x - y + 3 = 0$ .

1. Xét vị trí tương đối của  $d_1, d_2$ .

2. Xác định vị trí điểm  $M \in d_1$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến  $d_2$  bằng  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

3. Lập phương trình đường tròn đi qua  $O$  và tiếp xúc hai đường thẳng  $d_1, d_2$ .

**Bài 5 (0,5 điểm).** Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn:  $2x^2 - xy + y^2 = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = x^2 - xy + y^2$ .

**ĐỀ 02**

**Bài 1 (2,5 điểm).** Giải các bất phương trình sau

1.  $|x^2 - 3x + 2| \geq x - 2$

2.  $\frac{x^2 - 2x}{x + 1} \sqrt{9 - x^2} \leq 0.$

**Bài 2 (2 điểm).**

1. Tìm các giá trị của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + m - 1}}{2 - \sqrt{x^2 - 2x + 2m - 5}}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

2. Giải bất phương trình  $(2x + 1)^2 - 3\sqrt{x^2 + x - 1} - 6 \leq 0.$

**Bài 3 (1,5 điểm).**

1. Tính  $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}\right), k \in \mathbb{Z}$ .

2. Chứng minh đẳng thức sau không phụ thuộc vào  $\alpha$

$$M = \left(\frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}\right)^3 + 3\cos^2 \alpha + 3\sin^4 \alpha - \sin^6 \alpha + \frac{3}{4}\sin^2(2\alpha).$$

**Bài 4 (3,5 điểm).**

1. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho họ đường cong  $(C_m): x^2 + y^2 + 2mx - 2(m+1)y - 6m - 8 = 0$ .

Chứng tỏ rằng họ  $(C_m)$  là họ các đường tròn. Xác định tâm và bán kính đường tròn có bán kính nhỏ nhất trong họ  $(C_m)$ .

2. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $AB: x - y + 2 = 0$ , đường cao

$AH: x - 3y + 8 = 0$ . Điểm  $M(7; -11)$  thuộc đường thẳng  $BC$ .

a) Xác định tọa độ các đỉnh tam giác  $ABC$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

b) Xác định phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

**Bài 5 (0,5 điểm).** Cho  $x, y, z > 0$  thỏa mãn  $xy + yz + zx = 3xyz$ .

Chứng minh rằng  $\sqrt{\frac{1}{3x+y}} + \sqrt{\frac{1}{3y+z}} + \sqrt{\frac{1}{3z+x}} \leq \frac{3}{2}$ .

**ĐỀ 03**

**Bài 1 (1,5 điểm).** Giải bất phương trình  $\frac{x+2}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+1}} \geq \sqrt{2x^2+5x+3} + 1$ .

**Bài 2 (2,5 điểm).**

1. Giải hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} (x-3)(|x-2|-1) \leq 0 \\ \frac{x-1}{3x+2} > 0. \end{cases}$$

2. Cho hàm số  $f(x) = (m+2)x^2 - 2(m+2)x - 2m + 4$ . ( $m$  là tham số)

a) Xác định  $m$  sao cho  $f(x) \geq -1 - 4m$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

b) Xác định  $m$  sao cho bất phương trình  $f(x) \leq 0$  vô nghiệm.

**Bài 3 (2 điểm).**

1. Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ . Tính giá trị của biểu thức  $M = \frac{2\sin(x+2010\pi) - \cos x}{3\cos(x-2011\pi) + \sin x}$ .

2. Chứng minh đẳng thức  $\frac{\sin^2 2\alpha + 2\cos(3\pi + 2\alpha) - 2}{-3 + 4\cos 2\alpha + \cos(4x - \pi)} = \frac{1}{2}\cot^4 \alpha$ .

**Bài 4 (3,5 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C)$  có phương trình  $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$  và điểm  $M(-1; 4)$ .

1. Chứng tỏ  $M$  nằm ngoài đường tròn. Lập phương trình tiếp tuyến với đường tròn biết tiếp tuyến đi qua điểm  $M$ .

2. Lập phương trình đường tròn đối xứng đường tròn  $(C)$  qua đường thẳng  $d: x - 2y + 3 = 0$ .

3. Tính diện tích tam giác đều  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(C)$ .

4. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A(-1;0)$  và cắt đường tròn  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $E, F$  sao cho  $EF = 4$ .

**Bài 5 (0,5 điểm).** Tìm các giá trị  $x \geq 0$  thỏa mãn bất phương trình:  $x^2 - 4x - 6 > \sqrt{x^3 + 3x^2 + 2x}$ .

## ĐỀ 04

**Bài 1 (2,5 điểm).** Cho bất phương trình  $(x+1)(2-x) - 3\sqrt{-x^2 + x + 6} + m \geq 0, (1)$ . ( $m$  là tham số)

- Giải bất phương trình (1) với  $m = 0$ .
- Xác định  $m$  sao cho bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi  $x \in [-2; 3]$ .

**Bài 2 (2,5 điểm).**

- Giải bất phương trình  $\left| \frac{2x^2 - x}{3x - 4} \right| \geq 1$ .
- Xác định  $m$  sao cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} x^2 \leq -2x + 3 \\ (m+1)x \geq 2m - 1 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất.

**Bài 3 (1,5 điểm).**

- Cho tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng  $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 2 \sin A \cdot \sin B \cdot \cos C$ .
- Chứng minh rằng

$$a) \sin \alpha \cdot \sin \left( \frac{\pi}{3} - \alpha \right) \cdot \sin \left( \frac{\pi}{3} + \alpha \right) = \frac{1}{4} \sin 3\alpha;$$

$$b) \sin 5\alpha - 2 \sin \alpha (\cos 4\alpha + \cos 2\alpha) = \sin \alpha.$$

**Bài 4 (3 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$ , đỉnh  $A(1; -2)$ ,

$BD: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -4 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$  và  $H\left(\frac{133}{37}; -\frac{58}{37}\right)$  là hình chiếu của  $A$  trên  $DC$ .

- Lập phương trình các đường thẳng  $DC, AB$ .
- Xác định tọa độ các đỉnh  $D, C, B$ .
- Xác định vị trí điểm  $M \in BD$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$  đạt giá trị bé nhất.

**Bài 5 (0,5 điểm).** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2x^2 + \frac{5}{x+1}, x \geq 2$ .

## ĐỀ 05

**Bài 1 (1,5 điểm).** Giải hệ bất phương trình  $\begin{cases} (x-2)|2x-1| \geq 8-4x \\ \sqrt{x^2-3x+2} \leq 3 \end{cases}$

**Bài 2 (3 điểm).**

- Giải bất phương trình  $\frac{(3-4x)\sqrt{x^2+5x+6}}{4-x} \leq 0$ .
- Xác định  $m$  để mọi  $x \in [2; +\infty)$  đều là nghiệm của bất phương trình  $(m-1)\sqrt{5x-1} \geq \sqrt{5x-1} + m$ .

**Bài 3 (1,5 điểm).**

- Cho biết  $\cot \alpha = \frac{1}{4}$ . Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{\sin^3 \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha + \sin \alpha}$ .

2. Rút gọn biểu thức  $B = \frac{\cos(\alpha - 90^\circ)}{\sin(180^\circ - \alpha)} + \frac{\tan(\alpha - 180^\circ)\cos(180^\circ + \alpha)\sin(270^\circ + \alpha)}{\tan(270^\circ + \alpha)}$ .

**Bài 4 (3,5 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \end{cases}, d_2: 2x - 3y + 5 = 0$  và điểm  $M(0;1)$ .

1. Xác định tọa độ điểm  $E(x; y) \in d_1$  sao cho  $x_E^2 + y_E^2$  đạt giá trị bé nhất.
2. Viết phương trình đường thẳng  $d_3$  đối xứng  $d_1$  qua  $d_2$ .
3. Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  cắt  $d_1, d_2$  tại  $A, B$  sao cho tam giác  $MAB$  vuông cân tại  $M$ .
4. Lập phương trình đường tròn  $(C)$  có tâm  $M$  và cắt đường thẳng  $d_2$  tại hai điểm phân biệt  $P, Q$  sao cho diện tích tam giác  $MPQ$  bằng  $\frac{6}{13}$ .

**Bài 5 (0,5 điểm).** Tam giác  $ABC$  có đặc điểm gì nếu  $S = \frac{\sqrt{3}}{36}(a + b + c)^2$ . (Với  $a, b, c$  là 3 cạnh tam giác và  $S$  là diện tích tam giác  $ABC$ ).

## ĐỀ 06

**Bài 1.(1,5 điểm)** Cho  $f(x) = (m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3m$ ,  $m$  là tham số.

1. Xác định giá trị  $m$  sao cho  $f(x) \leq 3$  đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .
2. Xác định giá trị  $m$  sao cho phương trình  $f(x) = -2$  có hai nghiệm trái dấu.

**Bài 2.(3 điểm)** Giải bất phương trình sau

$$1. \sqrt{x^2 + 4x - 3} > 2x - 1 \qquad 2. \sqrt{3x^2 + 5x + 7} - \sqrt{3x^2 + 5x + 2} \leq 1.$$

**Bài 3.(1,5 điểm)**

1. Cho biết  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{5}$ . Tính giá trị biểu thức  $\cos 4\alpha$ .

2. Chứng minh rằng:  $\Delta ABC$  vuông nếu  $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$ .

**Bài 4 (3,5 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ  $xOy$ , cho  $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

1. Xác định các tiêu điểm, tiêu cự  $(E)$ , tâm sai, tọa độ các đỉnh, độ dài các trục của  $(E)$ . Vẽ  $(E)$ .
2. Xác định vị trí điểm  $M \in (E)$  biết  $MF_1 - 2MF_2 = 0$
3. Tìm điểm  $H \in (E)$  biết  $\widehat{F_1HF_2} = 90^\circ$ .

**Bài 5.(0,5 điểm).** Tìm giá trị tham số  $m$  sao cho bất phương trình  $\sqrt{6x^2 + x + m} \geq \sqrt{x^2 - mx - 2m - 1}$  nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

-----**HẾT**-----