SỞ GD&ĐT THÁI BÌNH **ĐỀ THI THỬ THPTQG LẦN IV, MÔN TOÁN**

Trường THPT Chuyên Thái Bình **Năm học: 2016-2017**

Mã đề thi: 357 *Thời gian làm bài: 90 phút (50 Câu trắc nghiệm)*

Câu 1: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}\left(x+\frac{1}{2}\right)\ge 1$ là

A. vô số. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 2: Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có bao nhiêu tiếp tuyến song song với trục hoành?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=\ln(\log x)$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{3}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oyz).

A. $d':\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t\\z=0\end{cases}$. **B.** $d':\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=0\end{cases}$. **C.** $d':\begin{cases}x=0\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **D.** $d':\begin{cases}x=0\\y=3+2t\\z=0\end{cases}$.

Câu 5: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là sai?

A. $\int\left(f_1(x)+f_2(x)\right)\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)-G(x)=C$ (với C là hằng số).

C. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x+\int v(x)u'(x)\mathrm{d}x=u(x)v(x)$.

D. $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)=2x$.

Câu 6: Tính tích t của tất cả các nghiệm của phương trình $\left(3+2\sqrt{2}\right)^{x^2-x+2}=\left(3-2\sqrt{2}\right)^{x^3-2}$.

A. $t=0$. **B.** $t=-2$. **C.** $t=-1$. **D.** $t=1$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d':\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và song song d'. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình đường thẳng d?

A. $\begin{cases}x=2+3t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=5-3t\\y=2-t\\z=4-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-4+3t\\y=-1+t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 8: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, các cạnh bên tạo với đáy góc $45°$. Diện tích toàn phần của hình chóp trên theo a là

A. $2\sqrt{3}a^2$. **B.** $\left(\sqrt{3}-1\right)a^2$. **C.** $4a^2$. **D.** $\left(\sqrt{3}+1\right)a^2$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}-\vec{k}$, $\overrightarrow{ON}=2\vec{j}-3\vec{i}$. Tọa độ của $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(-3;0;1)$. **B.** $(1;1;2)$. **C.** $(-2;1;1)$. **D.** $(-3;0;-1)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và điểm $I(1;2;-3)$ Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$.

Câu 11: Chọn kết quả sai trong các kết quả sau?

A. $e^{-2}<1$.

B. $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2}<1$.

C. $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{8}-3}>1$.

D. $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{-5}>1$.

Câu 12: Cho $\log_{49}11=a$, $\log_2 7=b$. Tính $\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}$ theo a,b.

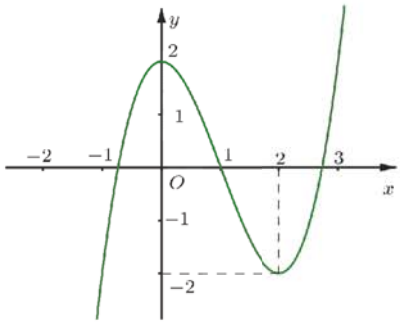
A. $\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}=3a-\frac{9}{b}$.

B. $\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}=12a-\frac{9}{b}$

C. $\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}=\frac{1}{3a}-\frac{3}{b}$.

D. $\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}=12a-9b$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|^3-3x^2+2=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



A. $-2\le m\le 2$.

B. $0<m<2$.

C. $-2<m<2$.

D. $0\le m\le 2$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)=x\left(x^2-1\right)\left(x^2-4\right)\left(x^2-9\right)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Câu 15: Một nhà sản xuất sữa có hai phương án làm hộp sữa. Hộp sữa có dạng khối hộp chữ nhật hoặc hộp sữa có dạng khối trụ. Nhà sản xuất muốn chi phí bao bì càng thấp càng tốt(tức diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất), nhưng vẫn phải chứa được một thể tích xác định là V cho trước. Khi đó diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất trong hai phương án là

A. $\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

B. $6\sqrt[3]{V^2}$.

C. $3\sqrt[3]{6V^2}$.

D. $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có đường tiệm cận?

A. $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+4}}$.

B. $y=\frac{x+3}{x-1}$.

C. $y=x^4-2016$.

D. $y=\frac{x^2-2x+3}{x-1}$.

Câu 17: Cho hàm số $y=\frac{3}{x+1}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

A. Hàm số không có điểm cực trị.

B. Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị (C) nhận $I(-1;0)$ làm tâm đối xứng.

D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, hai mặt bên SAB và SAC cùng vuông góc với đáy, $SB=2a, AB=BC=a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R=a\sqrt{2}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m-3$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác cân.

A. $m\ge 0$. **B.** $m=1$. **C.** $m>0$. **D.** $m<3$.

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị thực của a sao cho phương trình $z^2-az+2a-a^2=0$ có hai nghiệm phức có mô-đun bằng 1.

A. $a=1$. **B.** $a=1; a=-1$. **C.** $a=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. **D.** $a=-1$.

Câu 21: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\left(m-x^3\right)\sqrt{1-x^3}$ đồng biến trên $(0;\,1)$.

A. $m\ge -2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $m>1$. **D.** $m<1$.

Câu 22: Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+3\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $y'=\dfrac{1}{3}\left(x^2+3\right)^{-\frac{2}{3}}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{3}x\left(x^2+3\right)^{-\frac{2}{3}}$.

C. $y'=2x\left(x^2+3\right)^{\frac{1}{3}}\ln\left(x^2+3\right)$. **D.** $y'=\left(x^2+3\right)^{\frac{1}{3}}\ln\left(x^2+3\right)$.

Câu 23: Biết chu kỳ bán hủy của chất phóng xạ plutôni Pu^{239} là 24360 năm (tức là một lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S=Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r<0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t. Hỏi 10 gam Pu^{239} sau khoảng bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1 gam? Biết r được làm tròn đến hàng phần triệu.

A. 82230 (năm). **B.** 82232 (năm). **C.** 82238 (năm). **D.** 82235 (năm).

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(2;1;1)$, $F(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính EF có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại C có $AC=a$, $\widehat{ABC}=30°$. Mặt bên (SAC) và (SBC) cùng tạo với đáy góc bằng nhau và bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a là

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2\left(1+\sqrt{3}\right)}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{1+\sqrt{3}}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2\left(1+\sqrt{2}\right)}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2\left(1+\sqrt{5}\right)}$.

Câu 26: Chỉ ra số mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

I. Mọi số phức đều là số thực.

II. Số ảo là số phức có phần thực bằng 0 và phần ảo khác 0.

III. Cho số phức $z=a+bi$, $|z|=0\Leftrightarrow a=0, b=0$.

IV. Cho số phức z bất kì. Ta có $z\bar{z}$ luôn là số thực.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 27: Tìm tất cả các điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{2}\sin 2x+\cos x-2017$.

A. $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=-\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z(1+i)$ là số thực là

A. Đường tròn bán kính bằng 1.

B. Trục Ox.

C. Đường thẳng $y=-x$.

D. Đường thẳng $y=x$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh là $A(0;0;2)$, $B(3;0;0)$, $C(0;1;0)$, $D(4;1;2)$. Độ dài đường cao hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) của tứ diện $ABCD$ bằng

A. 11.

B. 3

C. 1.

D. 2.

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6. Tính thể tích của tứ diện đã cho.

A. $V=27\sqrt{3}$.

B. $V=5\sqrt{3}$.

C. $V=\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

D. $V=\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 31: Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào sai?

A. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos t\mathrm{d}t$.

C. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin t\mathrm{d}t$.

D. $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x=\left.\frac{\sin^3 x}{x}\right|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$.

Câu 32: Hàm số nào trong bốn hàm số sau đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $y=1-x^2$.

B. $y=x\ln x$.

C. $y=e^x-\frac{1}{x}$.

D. $y=x^{-\pi}$.

Câu 33: Kí hiệu m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x+3}{2x-1}$ trên đoạn $[1;4]$. Tính giá trị biểu thức $d=M-m$.

A. $d=3$.

B. $d=4$.

C. $d=5$.

D. $d=2$.

Câu 34: Phương trình $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong $[-5\pi;2017\pi]$?

A. vô nghiệm.

B. 2017.

C. 2022.

D. 2023.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i)+\frac{2}{1-i}=\sqrt{14}+2i$. Tìm môđun của số phức $w=z+1$

A. $|w|=3$.

B. $|w|=\sqrt{8-\sqrt{14}}$.

C. $|w|=\sqrt{9-2\sqrt{14}}$.

D. $|w|=3\sqrt{2}$.

Câu 36: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy R và diện tích toàn phần $8\pi R^2$. Tính thể tích của khối trụ (T).

A. $6\pi R^3$. **B.** $3\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $8\pi R^3$.

Câu 37: Bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^4+2x^2-3$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2-3$.

Câu 38: Biết $\int\limits_1^e \frac{1}{x^3+x}\mathrm{d}x = a\ln\left(e^2+1\right)+b\ln 2+c$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=0$. **D.** $S=2$.

Câu 39: Cho hàm số $x^3-3x^2+3mx+m-1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là:

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 40: Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $v(t)=10t+500\left(m^3/s\right)$. Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là bao nhiêu?

A. $5.10^4\left(\mathrm{m}^3\right)$. **B.** $4.10^6\left(\mathrm{m}^3\right)$. **C.** $3.10^7\left(\mathrm{m}^3\right)$. **D.** $6.10^6\left(\mathrm{m}^3\right)$.

Câu 41: Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=3+2i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w=2z_1+3z_2$.

A. $\overline{\mathrm{w}}=13+4i$. **B.** $\overline{w}=13+8i$. **C.** $\overline{w}=13-8i$. **D.** $\overline{w}=13-4i$.

Câu 42: Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^{\frac{1}{2}}.e^{\frac{x}{2}}$, $x=1$, $x=2$, $y=0$ quanh trục Ox là

A. $\pi(e^2+e)$. **B.** $\pi(e^2-e)$. **C.** πe. **D.** πe^2.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{5}$.

Câu 44: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón theo a là

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{3}$.

Câu 45: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=\frac{3a}{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích tứ diện $GABC$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$; mặt phẳng $(Q): x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=3 \\ y=3+t \\ z=5-t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là

A. $x+3y+z-3=0$.
B. $3x-y-z+1=0$.
C. $x+y+z-1=0$.
D. $3x+y+z-1=0$.

Câu 47: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x\left(2+\dfrac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)$?

A. $F(x)=2e^x+\cot x+C$.
B. $F(x)=2e^x-\tan x+C$.
C. $F(x)=2e^x+\tan x+C$.
D. $F(x)=2e^x-\tan x$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z-4=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. Tam giác ABC có $A(-1;2;1)$, các điểm B, C nằm trên (α) và trọng tâm G nằm trên đường thẳng d. Tọa độ trung điểm M của BC là

A. $M(0;1;-2)$.
B. $M(2;1;2)$.
C. $M(2;-1;-2)$.
D. $M(1;-1;-4)$.

Câu 49: Cho a, b là các số thực dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.
B. $\ln(a+b)=\ln a+\ln b$.
C. $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$.
D. $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$.

Câu 50: Cho số phức $z=-7+5i$. Phần ảo của số phức z là

A. $5i$.
B. -2.
C. 7.
D. 5.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	B	C	C	A	D	D	A	A	D	B	C	C	D	C	B	D	C	A	B	B	D	A	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	C	D	A	D	C	A	D	A	B	B	A	C	C	D	D	B	A	C	D	C	C	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}\left(x+\frac{1}{2}\right)\ge 1$ là:

A. vô số. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\log_{\frac{1}{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}\left(x+\frac{1}{2}\right)\ge 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\left(x+\frac{1}{2}\right)\le \frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow 0<x\le \frac{1}{2}$$

Câu 2: Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có bao nhiêu tiếp tuyến song song với trục hoành?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $y=x^4-2x^2+1$ nên $y'=4x^3-4x$.

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm. Vì d song song với trục hoành nên có hệ số góc bằng 0, từ đó hoành độ tiếp điểm của d với đồ thị hàm số đã cho là nghiệm của phương trình

$$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \Rightarrow y=1 \\ x=\pm 1 \Rightarrow y=0\end{bmatrix}.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=1$ và $y=0$ (chính là trục hoành). Vậy chỉ có một tiếp tuyến thỏa đề bài là $y=1$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=\ln(\log x)$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **.C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} \log x>0 \\ x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x>0\end{cases} \Leftrightarrow x>1$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{3}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oyz).

A. $d':\begin{cases} x=2+t \\ y=-3+2t \\ z=0\end{cases}$. **B.** $d':\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=0\end{cases}$. **C.** $d':\begin{cases} x=0 \\ y=-3+2t \\ z=1+3t\end{cases}$. **D.** $d':\begin{cases} x=0 \\ y=3+2t \\ z=0\end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Đường thẳng d' có một véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d'}}=\left[\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(Oyz)}}\right],\overrightarrow{n_{(Oyz)}}\right]=(0;-2;-3)$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng $(Oyz):x=0$ là $B(0;-7;-5)$. Dễ thấy điểm này thuộc đường thẳng ở đáp án **C.**

Chú ý: *Học sinh chỉ cần giải được véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d'}}$ là có thể chọn được đáp án C.*

Câu 5: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là sai?

A. $\int\left(f_1(x)+f_2(x)\right)\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)-G(x)=C$ (với C là hằng số).

C. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x+\int v(x)u'(x)\mathrm{d}x=u(x)v(x)$.

D. $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)=2x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x+\int v(x)u'(x)\mathrm{d}x=\int\left(u(x)v'(x)+v(x)u'(x)\right)\mathrm{d}x=\int\left(u(x)v(x)\right)'\mathrm{d}x=u(x)v(x)+C$$

Câu 6: Tính tích t của tất cả các nghiệm của phương trình $\left(3+2\sqrt{2}\right)^{x^2-x+2}=\left(3-2\sqrt{2}\right)^{x^3-2}$.

A. $t=0$. **B.** $t=-2$. **C.** $t=-1$. **D.** $t=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có PT $\Leftrightarrow\left(3+2\sqrt{2}\right)^{x^2-x+2}=\left(3+2\sqrt{2}\right)^{-x^3+2}$

$$\Leftrightarrow x^2-x+2=-x^3+2\Leftrightarrow x^3+x^2-x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=0\\x_{2,3}=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

Suy ra $t=x_1.x_2.x_3=0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d':\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và song song d'. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình đường thẳng d ?

A. $\begin{cases}x=2+3t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=5-3t\\y=2-t\\z=4-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-4+3t\\y=-1+t\\z=2+t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Vì tất cả các đường thẳng trong các đáp án đều nhận véc tơ $(3;1;1)$ làm một véctơ chỉ phương nên ta kiểm tra xem điểm $A(2;1;3)$ có thuộc các đường thẳng này hay không.

Thay tọa độ $A(2;1;3)$ vào các đáp án, ta thấy D không phải là phương trình đường thẳng cần tìm,

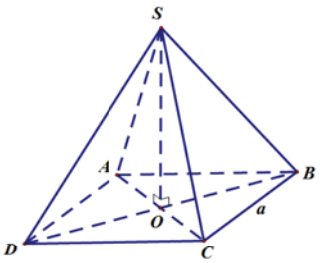
vì $\begin{cases}2=-4+3t\\1=-1+t\\3=2+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2=t\\2=t\\1=t\end{cases}$ (vô lý)

Câu 8: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, các cạnh bên tạo với đáy góc $45°$. Diện tích toàn phần của hình chóp trên theo a là

A. $2\sqrt{3}a^2$. **B.** $\left(\sqrt{3}-1\right)a^2$. **C.** $4a^2$. **D.** $\left(\sqrt{3}+1\right)a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Suy ra OB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$ nên góc giữa SB và $(ABCD)$ là $\widehat{SBO} = 45°$.

Ta có $\cos 45° = \dfrac{BO}{SB} \Rightarrow SB = \dfrac{BO}{\cos 45°} = a\dfrac{\sqrt{2}}{2} : \dfrac{\sqrt{2}}{2} = a$

Suy ra $SB = SA = SC = SD = a$ hay SAB, SBC, SCD, SDA là các tam giác đều cạnh a.

Diện tích toàn phần của hình chóp $S.ABCD$ là

$$S = S_{\Delta SAB} + S_{\Delta SBC} + S_{\Delta SCD} + S_{\Delta SDA} + S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + a^2 = \left(1+\sqrt{3}\right)a^2.$$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{ON} = 2\vec{j} - 3\vec{i}$. Tọa độ của $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(-3;0;1)$. **B.** $(1;1;2)$. **C.** $(-2;1;1)$. **D.** $(-3;0;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow M(0;2;-1)$ và $\overrightarrow{ON} = 2\vec{j} - 3\vec{i} \Rightarrow N(-3;2;0)$. Từ đó suy ra $\overrightarrow{MN} = (-3;0;1)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1;2;-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có $R = d\left(I;(P)\right) = \dfrac{|2.1 + 2.2 - (-3) - 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2$. Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 11: Chọn kết quả sai trong các kết quả sau?

A. $e^{-2} < 1$. **B.** $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2} < 1$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\sqrt{8}-3} > 1$. **D.** $\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^{-5} > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\left(\frac{\pi}{3}\right)^{-5}>1\Leftrightarrow\left(\frac{3}{\pi}\right)^{5}>1$. Đây là điều vô lí vì $\frac{3}{\pi}<1\Rightarrow\left(\frac{3}{\pi}\right)^{5}<1$

Câu 12: Cho $\log_{49}11=a$; $\log_2 7=b$. Tính $\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}$ theo a, b.

A. $\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}=3a-\frac{9}{b}$.

B. $\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}=12a-\frac{9}{b}$

C. $\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}=\frac{1}{3a}-\frac{3}{b}$.

D. $\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}=12a-9b$

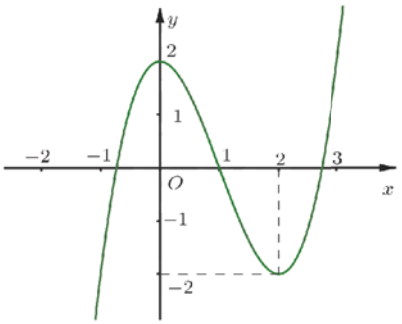
Hướng dẫn giải

Chọn B

$\log_{49}11=a\Leftrightarrow\frac{1}{2}\log_7 11=a\Leftrightarrow\log_7 11=2a$

$\log_{\sqrt[3]{7}}\frac{121}{8}=3\log_7 121-3\log_7 8=6\log_7 11-9\log_7 2=6.2a-\frac{9}{b}=12a-\frac{9}{b}$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|^3-3x^2+2=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



A. $-2\le m\le 2$.

B. $0<m<2$.

C. $-2<m<2$.

D. $0\le m\le 2$.

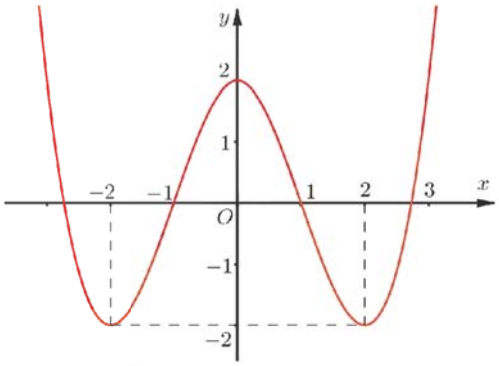
Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì hàm số $g(x)=|x|^3-3x^2+2$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Khi $x\ge 0$ ta có $g(x)=x^3-3x^2+2$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $g(x)=|x|^3-3x^2+2$ có dạng như hình vẽ.



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $|x|^3-3x^2+2=m$ có nhiều nghiệm thực nhất khi và chỉ khi $-2<m<2$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)=x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f(x)=x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)=(x^3-x)(x^4-13x^2+36)=x^7-14x^5+49x^3-36x$

$f'(x)=7x^6-70x^4+147x^2-36$

Đặt $t=x^2\geq 0$

Xét hàm $g(t)=7t^3-70t^2+147t-36$

Dễ thấy g là hàm liên tục trên $[0;+\infty)$, đồng thời $g(0)=-36$, $g(1)=48$, $g(3)=-36$, $g(8)=244$, suy ra $g(0)g(1)<0$, $g(1)g(3)<0$ và $g(3)g(8)<0$.

Vậy phương trình $g(t)=0$ có ba nghiệm dương phân biệt, thuộc vào các khoảng $(0;1)$, $(1;3)$ và $(3;8)$.

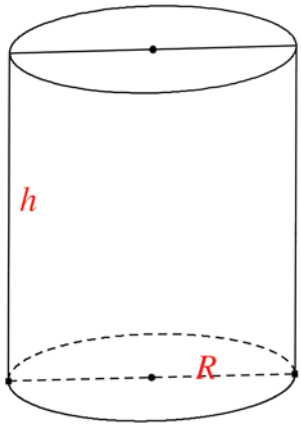
Do đó phương trình $f'(x)=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

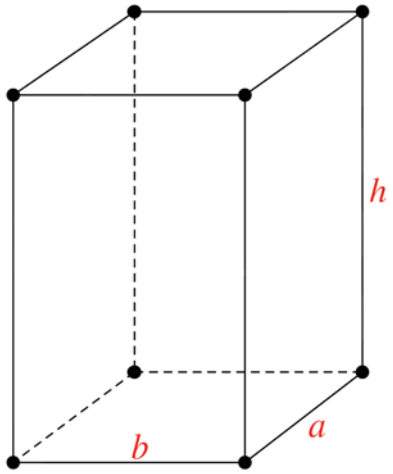
Câu 15: Một nhà sản xuất sữa có hai phương án làm hộp sữa. Hộp sữa có dạng khối hộp chữ nhật hoặc hộp sữa có dạng khối trụ. Nhà sản xuất muốn chi phí bao bì càng thấp càng tốt (tức diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất), nhưng vẫn phải chứa được một thể tích xác định là V cho trước. Khi đó diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất trong hai phương án là

A. $\sqrt[3]{2\pi V^2}$. **B.** $6\sqrt[3]{V^2}$. **C.** $3\sqrt[3]{6V^2}$. **D.** $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D





Trường hợp 1: Hộp sữa hình trụ

Thể tích không đổi $V=\pi R^2h\Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi R^2}$, $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+\dfrac{2V}{R}$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho bộ ba số dương $2\pi R^2$, $\dfrac{V}{R}$, $\dfrac{V}{R}$, ta có

$$S_{tp}=2\pi R^2+\frac{V}{R}+\frac{V}{R}\geq 3\sqrt[3]{2\pi R^2.\frac{V}{R}.\frac{V}{R}}=3\sqrt[3]{2\pi V^2}\ (*)$$

Trường hợp 2: Hộp sữa hình hộp chữ nhật

Thể tích không đổi

$V=abh\Rightarrow h=\dfrac{V}{ab}$, $S_{tp}=2ab+2(a+b)h=2ab+2a.\dfrac{V}{ab}+2b.\dfrac{V}{ab}=2\left(ab+\dfrac{V}{b}+\dfrac{V}{a}\right)$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho bộ ba số dương $ab;\dfrac{V}{a};\dfrac{V}{b}$

Ta có $S_{tp}\geq 2.3\sqrt[3]{ab.\dfrac{V}{a}.\dfrac{V}{b}}=6\sqrt[3]{V^2}$ (**)

Xét hai kết quả ta thấy (*) nhỏ hơn

Vậy diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất là $S_{tp}=3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ (đvdt), xảy ra khi hộp sữa có hình trụ có bán kính đáy thỏa mãn $2\pi R^2=\dfrac{V}{R}$ hay $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có đường tiệm cận ?

A. $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+4}}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **C.** $y=x^4-2016$. **D.** $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+4}}=\pm1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=1; y=-1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+3}{x-1}=1$; $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+3}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x+3}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$, tiệm cận đứng $x=1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x^4-2016\right)=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang (và cũng không có tiệm cận đứng).

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x+1}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai ?

A. Hàm số không có điểm cực trị.

B. Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị (C) nhận $I(-1;0)$ làm tâm đối xứng.

D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số đã cho có $y'=-\dfrac{3}{(x+1)^2}<0$, $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị $\Rightarrow$ A và D đúng.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0$; $\lim\limits_{x\to-1^+}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-}y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang và đứng lần lượt là $y=0$; $x=-1$ $\Rightarrow$ C đúng, B sai.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, hai mặt bên SAB và SAC cùng vuông góc với đáy, $SB=2a$, $AB=BC=a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R=a\sqrt{2}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

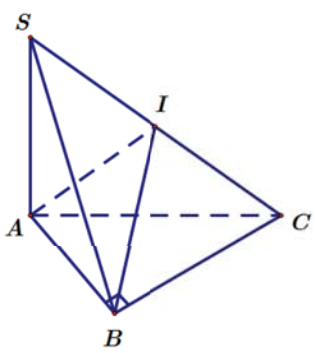
Ta có $(SAB)\perp(ABC)$ và $(SAC)\perp(ABC)$, mà $(SAB)\cap(SAC)=SA$, suy ra $SA\perp(ABC)$.

Gọi I là trung điểm của SC.

Ta có ΔSAC vuông tại A nên $IS=IA=IC$.

$BC\perp(SAB)\Rightarrow\Delta SBC$ vuông tại B nên $IS=IB=IC$.

Do đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.



$$R=\frac{SC}{2}=\frac{\sqrt{SB^2+BC^2}}{2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m-3$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác cân.

A. $m\geq 0$. **B.** $m=1$. **C.** $m>0$. **D.** $m<3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=4x^3-4mx$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m(*)\end{array}\right.$. Đồ thị hàm trùng phương có 3 điểm cực trị luôn tạo thành một tam giác cân khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác $0\Leftrightarrow m>0$.

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị thực của a sao cho phương trình $z^2-az+2a-a^2=0$ có hai nghiệm phức có mô-đun bằng 1.

A. $a=1$. **B.** $a=1$, $a=-1$. **C.** $a=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. **D.** $a=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình đã cho. Theo định lý Viete, ta có $\begin{cases}z_1+z_2=a\\z_1z_2=2a-a^2\end{cases}$ (1).

Bài toán yêu cầu phương trình có hai nghiệm phức có mô đun bằng 1, nên có những tình huống sau đây:

- *Phương trình có nghiệm kép* $z=1$: Khi đó $(1)\Rightarrow\begin{cases}2=a\\1=2a-a^2\end{cases}$ nên không tồn tại a thỏa yêu cầu này
- *Phương trình có nghiệm kép* $z=-1$: Khi đó $(1)\Rightarrow\begin{cases}-2=a\\1=2a-a^2\end{cases}$ nên không tồn tại a thỏa yêu cầu này
- *Phương trình có hai nghiệm phân biệt* $z_1=1$ *và* $z_2=-1$: Khi đó $(1)\Rightarrow\begin{cases}0=a\\-1=2a-a^2\end{cases}$ nên không tồn tại a thỏa yêu cầu này
- *Phương trình có hai nghiệm phức có phần thực khác* 0:

  Do phương trình $z^2-az+2a-a^2=0$ có các hệ số thực nên $z_2=\overline{z_1}$. Vậy ta có $z_1.z_2=|z_1|^2=1$ nên $2a-a^2=1\Leftrightarrow a=1$. Thử lại, ta có kết quả đúng.

Câu 21: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\left(m-x^3\right)\sqrt{1-x^3}$ đồng biến trên $(0;\,1)$.

A. $m\geq -2$. **B.** $m\leq -2$. **C.** $m>1$. **D.** $m<1$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Cách 1.

+ Tập xác định: $D=(-\infty;\,1]$.

+ $y' = -3x^2\sqrt{1-x^3} - \dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}.\left(m-x^3\right) = \dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}\left(3x^3-m-2\right)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{\dfrac{m+2}{3}} \end{array}\right.$.

* *Trường hợp* 1: $m = -2$, ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		1
y'		$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $y' > 0,\ \forall x \in (0;\ 1) \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0;\ 1)$.

* *Trường hợp* 2: $m \neq -2$.

Nếu $0 < \sqrt[3]{\dfrac{m+2}{3}} \le 1 \Leftrightarrow -2 < m \le 1$, ta có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		0		$\sqrt[3]{\dfrac{m+2}{3}}$		1
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy trong trường hợp này hàm số ban đầu không thể đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Nếu $\sqrt[3]{\dfrac{m+2}{3}} < 0 \Leftrightarrow m < -2$, ta có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		$\sqrt[3]{\dfrac{m+2}{3}}$		0		1
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Lúc này hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Kết luận: Khi $m \le -2$ thì hàm số đồng biến trên $(0;\ 1)$.

Cách 2. $y' = -3x^2\sqrt{1-x^3} - \dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}.\left(m-x^3\right) = \dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}\left(3x^3-m-2\right)$

Hàm số đồng biến trên $(0;1) \Leftrightarrow y' \ge 0$ với mọi $x \in (0;1)$

$\Leftrightarrow 3x^3 - m - 2 \ge 0$ với mọi $x \in (0;1)$

$\Leftrightarrow m \le 3x^3 - 2$ với mọi $x \in (0;1)$

$\Leftrightarrow m \le \min\limits_{[0;1]}\left(3x^3-2\right)$.

$\Leftrightarrow m \le -2$

Câu 22: Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(x^2+3\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $y' = \dfrac{1}{3}\left(x^2+3\right)^{-\frac{2}{3}}$.

B. $y' = \dfrac{2}{3}x\left(x^2+3\right)^{-\frac{2}{3}}$.

C. $y' = 2x\left(x^2+3\right)^{\frac{1}{3}}\ln\left(x^2+3\right)$.

D. $y' = \left(x^2+3\right)^{\frac{1}{3}}\ln\left(x^2+3\right)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Ta có: $y' = \frac{1}{3}\left(x^2+3\right)^{-\frac{2}{3}}\left(x^2+3\right)' = \frac{2}{3}x\left(x^2+3\right)^{-\frac{2}{3}}$.

Câu 23: Biết chu kỳ bán hủy của chất phóng xạ plutôni Pu^{239} là 24360 năm (tức là một lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r<0$), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t. Hỏi 10 gam Pu^{239} sau khoảng bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1 gam? Biết r được làm tròn đến hàng phần triệu.

A. 82230 (năm). **B.** 82232 (năm). **C.** 82238 (năm). **D.** 82235 (năm).

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Pu^{239} có chu kỳ bán hủy là 24360 năm, do đó ta có

$$5 = 10.e^{r.24360} \Rightarrow r = \frac{\ln 5 - \ln 10}{24360} \approx -0,000028 \text{. (làm tròn đến hàng phần triệu)}$$

Vậy sự phân hủy của Pu^{239} được tính theo công thức $S = A.e^{\frac{\ln 5-\ln 10}{24360}t}$.

Theo đề, khoảng thời gian sao cho 10 gam Pu^{239} phân hủy còn 1 gam là nghiệm của phương trình

$$1 = 10.e^{\frac{\ln 5-\ln 10}{24360}t} \Rightarrow t = \frac{-\ln 10}{\frac{\ln 5-\ln 10}{24360}} \approx \frac{-\ln 10}{-0,000028} \approx 82235 \text{ (năm).}$$

Chú ý: *Theo đáp án gốc là D (SGK). Tuy nhiên, nếu không làm tròn r thì kết quả* $1 = 10.e^{\frac{\ln 5-\ln 10}{24360}t} \Rightarrow t = \frac{-\ln 10}{\frac{\ln 5-\ln 10}{24360}} \approx 80922 \Rightarrow$ *Kết quả gần A nhất.*

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(2;1;1)$, $F(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính EF có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A

Gọi I là trung điểm $EF \Rightarrow I(1;2;0)$.

Khi đó, mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R = IE = \sqrt{3}$.

Phương trình $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

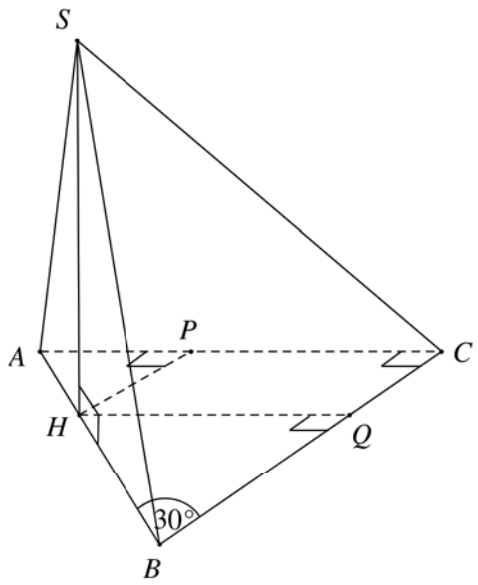
Chú ý: Phương án nhiễu B, C, D chưa hợp lý. Vì như vậy thì chỉ cần bán kính đã chọn được đáp án **A.**

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại C có $AC = a$, $\widehat{ABC} = 30°$. Mặt bên (SAC) và (SBC) cùng tạo với đáy góc bằng nhau và bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a là:

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2\left(1+\sqrt{3}\right)}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{1+\sqrt{3}}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2\left(1+\sqrt{2}\right)}$. **D.** $V = \frac{a^3}{2(1+\sqrt{5})}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A



+ Theo đề $(SAB)\perp(ABC)$ theo giao tuyến AB. Trong mặt phẳng (SAB) dựng $SH\perp AB$, suy ra $SH\perp(SAB)$.

+ ΔABC vuông nên $\tan 30°=\dfrac{AC}{BC}\Rightarrow BC=a\sqrt{3}$. Suy ra $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC.BC=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$ (1).

+ Trong mặt phẳng (ABC), dựng $HP\perp AC$ và $HQ\perp BC$, suy ra

$$\widehat{SPH}=\widehat{SQH}=\widehat{((SAC),(ABC))}=\widehat{((SBC),(ABC))}=60°.$$

$\Rightarrow \Delta SPH=\Delta SQH\Rightarrow HP=HQ$.

$\Rightarrow HPCQ$ là hình vuông.

Đặt $HQ=x\ \ (0<x<a\sqrt{3})\Rightarrow QB=BC-QC=a\sqrt{3}-x$.

ΔHQB vuông nên $\tan 60°=\dfrac{QB}{HQ}\Rightarrow x\sqrt{3}=a\sqrt{3}-x\Rightarrow x=\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=HQ$.

ΔSHQ vuông nên $\tan 60°=\dfrac{SH}{HQ}\Rightarrow SH=\dfrac{3a}{\sqrt{3}+1}$ (2).

Từ (1) và (2): $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2\left(\sqrt{3}+1\right)}$.

Câu 26: Chỉ ra số mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

I. Mọi số phức đều là số thực.

II. Số ảo là số phức có phần thực bằng 0 và phần ảo khác 0.

III. Cho số phức $z=a+bi$, $|z|=0\Leftrightarrow a=0,b=0$.

IV. Cho số phức z bất kì. Ta có $z\overline{z}$ luôn là số thực.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mệnh đề I: Sai, kết luận đúng phải là "Mọi số thực đều là số phức".

Mệnh đề II: Sai, vì số 0 vừa là số thực, vừa là số thuần ảo.

Mệnh đề III: Đúng, vì $|z|=0\Leftrightarrow\sqrt{a^2+b^2}=0\Leftrightarrow a=0,b=0$

Mệnh đề IV: Đúng, vì $z\overline{z}=|z|^2$ là một số thực.

Câu 27: Tìm tất cả các điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{2}\sin 2x+\cos x-2017$.

A. $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=-\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=\cos 2x-\sin x$. Xét $y'=0\Leftrightarrow 1-2\sin^2 x-\sin x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{-\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$

Ta có $y''=-2\sin 2x-\cos x$. Vì $y''\left(\frac{\pi}{6}+k2\pi\right)<0$; $y''\left(\frac{5\pi}{6}+k2\pi\right)>0$ nên hàm số đã cho đạt cực trị tại các điểm $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$ và $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Xét các điểm $x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ với $k\in\mathbb{Z}$. Xét hàm số đã cho trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{4};0\right]$, ta thấy

$$y'=1-2\sin^2 x-\sin x=1-\sin^2 x-\sin x(1+\sin x)\ge 0\ \forall x\in\left(-\frac{3\pi}{4};0\right)$$

vì $\sin x\le 0\ \forall x\in\left(-\frac{3\pi}{4};0\right)$. Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $\left[-\frac{3\pi}{4};0\right]$, suy ra điểm $x=-\frac{\pi}{2}$ không là một điểm cực trị của hàm số đã cho.

Vì hàm số đã cho là hàm tuần hoàn chu kỳ 2π nên các điểm $x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ với $k\in\mathbb{Z}$ đều không là điểm cực trị của nó.

Chú ý:

- *Vì $y''\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)=0$ nên ta không kết luận được các điểm $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$ (với $k\in\mathbb{Z}$) có là điểm cực trị của hàm số hay không. Từ đó cần sử dụng phương pháp biến thiên.*

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z(1+i)$ là số thực là

A. Đường tròn bán kính bằng 1.

B. Trục Ox.

C. Đường thẳng $y=-x$.

D. Đường thẳng $y=x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi số phức $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$

Ta có $z(1+i)=(x+yi)(1+i)=x+xi+yi+yi^2=x-y+(x+y)i$

$z(1+i)$ là số thực khi và chỉ khi $x+y=0\Leftrightarrow y=-x$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh là $A(0;0;2)$, $B(3;0;0)$, $C(0;1;0)$, $D(4;1;2)$. Độ dài đường cao hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) của tứ diện $ABCD$ bằng

A. 11. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1\Leftrightarrow 2x+6y+3z-6=0$. Suy ra

$$d(D,(ABC))=\frac{|2.4+6.1+3.2-6|}{\sqrt{2^2+6^2+3^2}}=2.$$

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6. Tính thể tích của tứ diện đã cho.

A. $V=27\sqrt{3}$. **B.** $V=5\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tứ diện đều cạnh x thì có đường cao là $\frac{x\sqrt{6}}{3}$. Ta có $\frac{x\sqrt{6}}{3}=6\Leftrightarrow x=3\sqrt{6}$. Khi đó thể tích là

$V=\frac{1}{3}\frac{x^2\sqrt{3}}{4}.6=27\sqrt{3}$.

Câu 31: Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào sai?

A. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos t\mathrm{d}t$.

C. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin t\mathrm{d}t$. **D.** $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x=\frac{\sin^3 x}{x}\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1-\cos 2x}{2}\mathrm{d}x=\frac{x-\frac{1}{2}\sin 2x}{2}\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\neq\frac{\sin^3 x}{x}\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$.

Cách khác

Dùng máy tính kiểm tra các đáp án A, B, C đều đúng.

Câu 32: Hàm số nào trong bốn hàm số sau đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $y=1-x^2$. **B.** $y=x\ln x$. **C.** $y=e^x-\frac{1}{x}$. **D.** $y=x^{-\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=e^x+\frac{1}{x^2}>0,\ \forall x\neq 0$, suy ra hàm số này đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 33: Kí hiệu m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x+3}{2x-1}$ trên đoạn $[1;4]$. Tính giá trị biểu thức $d=M-m$.

A. $d=3$. **B.** $d=4$. **C.** $d=5$. **D.** $d=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên tập $[1;4]$. Ta có $y'=\dfrac{-7}{(2x-1)^2}<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

Vậy, ta có $M=y(1)=\dfrac{1+3}{2.1-1}=4$; $m=y(4)=\dfrac{4+3}{2.4-1}=1$. Suy ra $d=M-m=4-1=3$.

Câu 34: Phương trình $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong $[-5\pi;2017\pi]$?

A. vô nghiệm. **B.** 2017. **C.** 2022. **D.** 2023.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1. Ta có hàm số $y=2017^{\sin x}-\sin x-\sqrt{2-\cos^2 x}$ tuần hoàn với chu kỳ $T=2\pi$.

Xét hàm số $y=2017^{\sin x}-\sin x-\sqrt{2-\cos^2 x}$ trên $[0;2\pi]$.

Ta có

$$y'=\cos x.2017^{\sin x}.\ln 2017-\cos x-\frac{2\sin x.\cos x}{2\sqrt{2-\cos^2 x}}=\cos x.\left(2017^{\sin x}.\ln 2017-1-\frac{\sin x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}\right)$$

Do vậy trên $[0;2\pi]$, $y'=0\Leftrightarrow\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}\vee x=\dfrac{3\pi}{2}$.

$y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2017-1-\sqrt{2}>0$; $y\left(\dfrac{3\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2017}-1-\sqrt{2}<0$

Bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{\pi}{2}$		$\dfrac{3\pi}{2}$		2π
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	$y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$	↘	$y\left(\dfrac{3\pi}{2}\right)$	↗	0

Vậy trên $[0;2\pi]$ phương trình $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

Ta có $y(\pi)=0$, nên trên $[0;2\pi]$ phương trình $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ có ba nghiệm phân biệt là 0, π, 2π.

Vậy ta kết luận rằng các nghiệm của phương trình đã cho có dạng $k\pi$ trong đó k là số nguyên. Suy ra trên $[-5\pi;2017\pi]$ phương trình có đúng $2017-(-5)+1=2023$ nghiệm.

Cách 2. Phương trình tương đương $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{1+\sin^2 x}$

Đặt $t=\sin x$, $t\in[-1;1]$. Phương trình trở thành:

$2017^t=t+\sqrt{1+t^2}\Leftrightarrow t\ln(2017)-\ln\left(t+\sqrt{1+t^2}\right)=0$ (do $t+\sqrt{1+t^2}>t+|t|\geq 0$ với mọi t)

Xét hàm $f(t)=t\ln(2017)-\ln\left(t+\sqrt{1+t^2}\right)$, với $t\in[-1;1]$. Ta có:

$$f'(t)=\ln(2017)-\frac{1}{\sqrt{t^2+1}}=\frac{\sqrt{t^2+1}.\ln(2017)-1}{\sqrt{t^2+1}}>\frac{1.1-1}{\sqrt{t^2+1}}=0 \text{ với mọi } t\in[-1;1]$$

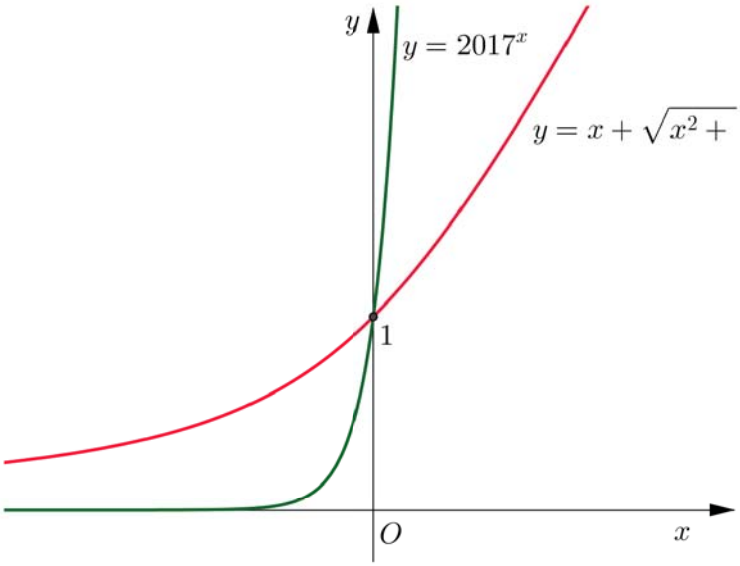
Suy ra: Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[-1;1]$, mà $f(0)=0$ nên phương trình có nghiệm duy nhất $t=0$.

Suy ra: $\sin x=0 \Leftrightarrow x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

Vì $x\in[-5\pi;2017\pi]$ nên $-5\pi\le k\pi\le 2017\pi \Leftrightarrow -5\le k\le 2017,\ k\in\mathbb{Z}$

Suy ra: có $2071-(-5)+1=2023$ giá trị k. Do đó phương trình có 2023 nghiệm.

Chú ý: ta cũng có thể chứng minh phương trình $2017^t=t+\sqrt{1+t^2}$ có nghiệm duy nhất $t=0$ bằng phương pháp đồ thị



Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i)+\frac{2}{1-i}=\sqrt{14}+2i$. Tìm môđun của số phức $w=z+1$.

A. $|w|=3$. **B.** $|w|=\sqrt{8-\sqrt{14}}$. **C.** $|w|=\sqrt{9-2\sqrt{14}}$. **D.** $|w|=3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $z(1+i)+\frac{2}{1-i}=\sqrt{14}+2i \Leftrightarrow z=\frac{\left(\sqrt{14}-1\right)+i}{1+i}=\frac{\sqrt{14}+\left(2-\sqrt{14}\right)i}{2}$, suy ra

$$w=z+1=\frac{\left(\sqrt{14}+2\right)+\left(2-\sqrt{14}\right)i}{2}\Rightarrow|w|=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{14}+2}{2}\right)^2+\left(\frac{2-\sqrt{14}}{2}\right)^2}=3.$$

Câu 36: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy R và diện tích toàn phần $8\pi R^2$. Tính thể tích của khối trụ (T).

A. $6\pi R^3$. **B.** $3\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $8\pi R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

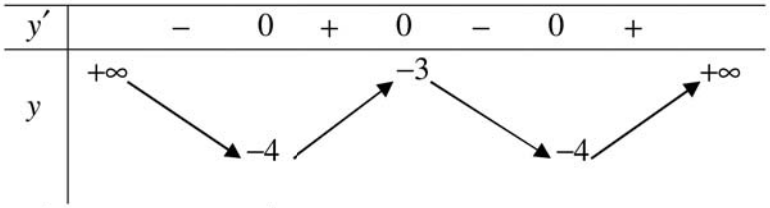
Gọi chiều cao của khối trụ là h. Ta có

$$S_{TP}=8\pi R^2 \Leftrightarrow 2\pi R^2+2\pi Rh=8\pi R^2 \Leftrightarrow h=3R.$$

Vậy thể tích phải tìm là $V=\pi R^2h=3\pi R^3$.

Câu 37: Bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$



A. $y=-x^4+2x^2-3$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+x^2-3$. **D.** $y=x^4+2x^2-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số phải tìm có dạng $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 2 cực tiểu và 1 cực đại nên $a>0$, $b<0$.

Câu 38: Biết $\int\limits_1^e \frac{1}{x^3+x}\mathrm{d}x=a\ln\left(e^2+1\right)+b\ln 2+c$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=0$. **D.** $S=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\int\limits_1^e \frac{1}{x^3+x}\mathrm{d}x=\int\limits_1^e\left(\frac{1}{x}-\frac{x}{x^2+1}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_1^e\frac{1}{x}\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int\limits_1^e\frac{\mathrm{d}\left(x^2+1\right)}{x^2+1}$$

$$=\left(\ln x-\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)\right)\Big|_1^e=-\frac{1}{2}\ln\left(e^2+1\right)+\frac{1}{2}\ln 2+1.$$

Vậy $a=\frac{-1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$, $c=1\Rightarrow a+b+c=1$.

Câu 39: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+m-1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là :

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ : $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x+3m=3\left(x^2-2x+m\right)$.

Yêu cầu bài toán suy ra đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'}>0\Leftrightarrow 1-m>0\Leftrightarrow m<1$.

Khi đó đồ thị hàm số đối xứng qua tâm $I\left(1;-3+4m\right)$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $I\in Ox\Leftrightarrow -3+4m=0\Leftrightarrow m=\frac{3}{4}\left(\mathrm{t/m}\right)$.

Câu 40: Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $v(t)=10t+500\left(\mathrm{m^3/s}\right)$. Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là bao nhiêu?

A. $5.10^4\left(\mathrm{m^3}\right)$. **B.** $4.10^6\left(\mathrm{m^3}\right)$. **C.** $3.10^7\left(\mathrm{m^3}\right)$. **D.** $6.10^6\left(\mathrm{m^3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Lượng nước thoát ra là :

$$\int_0^{2400}(10t+500)\,\mathrm{d}t=\left(5t^2+500t\right)\Big|_0^{2400}=3.10^7\ \left(\mathrm{m}^3\right).$$

Câu 41: Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=3+2i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w=2z_1+3z_2$.

A. $\overline{w}=13+4i.$ **B.** $\overline{w}=13+8i.$ **C.** $\overline{w}=13-8i.$ **D.** $\overline{w}=13-4i.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

$w=2z_1+3z_2=2(2-i)+3(3+2i)=13+4i$

$\overline{w}=13-4i.$

Câu 42: Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^{\frac{1}{2}}.e^{\frac{x}{2}}$, $x=1$, $x=2$, $y=0$ quanh trục Ox là:

A. $\pi(e^2+e)$. **B.** $\pi(e^2-e)$. **C.** πe. **D.** πe^2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V=\pi\int_1^2\left(x^{1/2}e^{x/2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_1^2 xe^x\mathrm{d}x$

Đặt : $\begin{cases}u=x\Rightarrow \mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\Rightarrow v=e^x\end{cases}$

$V=\pi\left(xe^x\Big|_1^2-\int_1^2 e^x\mathrm{d}x\right)=\pi\left[xe^x\Big|_1^2-e^x\Big|_1^2\right]=\pi\left[2e^2-e-(e^2-e)\right]=\pi e^2.$

Câu 43: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đều nên đáy ABC là tam giác đều cạnh a.

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin 60°=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

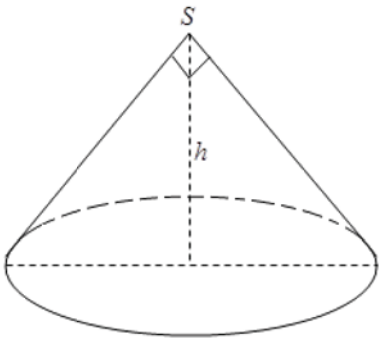
$V=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\frac{3a^3}{4}.$

Câu 44: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón theo a là

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đường kính đáy $d = a\sqrt{2}$ nên diện tích đáy của hình nón là $S_{đáy} = \pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \pi\frac{a^2}{2}$.

Vì chiều cao của hình nón là $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên khối nón có thể tích

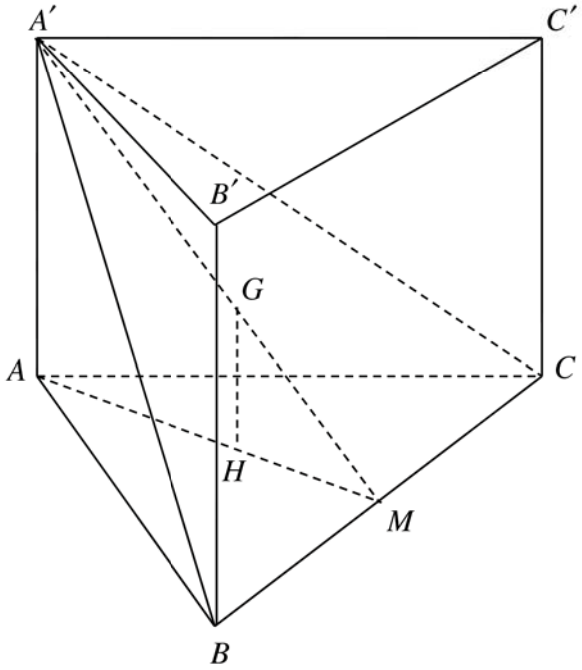
$$V = \frac{1}{3}S_{đáy}.h = \frac{1}{3}.\frac{\pi a^2}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Câu 45: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = \frac{3a}{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích tứ diện $GABC$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Theo Định lý Ta-lét, ta có $\frac{d[G;(ABC)]}{d[A';(ABC)]} = \frac{MG}{MA'} = \frac{1}{3}$, suy ra

$$V_{G.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.d[G;(ABC)] = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.\frac{1}{3}.d[A';(ABC)] = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.\frac{1}{3}AA' = \frac{1}{9}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$; mặt phẳng $(Q): x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=3 \\ y=3+t \\ z=5-t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là

A. $x+3y+z-3=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$.

C. $x+y+z-1=0$. **D.** $3x+y+z-1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(1;1;-4)$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}=(0;1;-1)$.

Vì mặt phẳng (P) song song với d và vuông góc với (Q) nên có một vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{n_{(Q)}},\vec{u}\right]=(3;1;1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $3x+(y-1)+z=0 \Leftrightarrow 3x+y+z-1=0$.

Câu 47: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x\left(2+\dfrac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)$?

A. $F(x)=2e^x+\cot x+C$. **B.** $F(x)=2e^x-\tan x+C$.

C. $F(x)=2e^x+\tan x+C$. **D.** $F(x)=2e^x-\tan x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int e^x\left(2+\frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x=\int\left(2e^x+\frac{1}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x=2e^x+\tan x+C.$$

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z-4=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. Tam giác ABC có $A(-1;2;1)$, các điểm B, C nằm trên (α) và trọng tâm G nằm trên đường thẳng d. Tọa độ trung điểm M của BC là

A. $M(0;1;-2)$. **B.** $M(2;1;2)$. **C.** $M(2;-1;-2)$. **D.** $M(1;-1;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $G\in d \Rightarrow G(2+t;2+2t;-2-t)$.

Giả sử $B(x_1;y_1;z_1)$, $C(x_2;y_2;z_2)$.

Vì G là trọng tâm ABC nên ta có: $\begin{cases} \dfrac{x_1+x_2-1}{3}=2+t \\ \dfrac{y_1+y_2+2}{3}=2+2t \\ \dfrac{z_1+z_2+1}{3}=-2-t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=3t+7 \\ y_1+y_2=6t+4 \\ z_1+z_2=-3t-7 \end{cases}$.

Vậy trung điểm của đoạn BC là $M\left(\dfrac{3t+7}{2};\dfrac{6t+4}{2};\dfrac{-3t-7}{2}\right)$.

Do B, C nằm trên (α) nên $M\in(\alpha)\Rightarrow t=-1\Rightarrow M(2;-1;-2)$.

Câu 49: Cho a, b là các số thực dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

B. $\ln(a+b)=\ln a+\ln b$.

C. $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$.

D. $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 50: Cho số phức $z=-7+5i$. Phần ảo của số phức z là

A. $5i$.

B. -2.

C. 7.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D