

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm cực đại của (C).

Câu 2. (1,0 điểm)

- Giải phương trình $\frac{\cos x(2 \sin x + 3\sqrt{2}) - 2 \cos^2 x - 1}{1 + \sin 2x} = 1$.
- Cho số phức z thỏa mãn: $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$. Tính môđun của z .

Câu 3. (0,5 điểm) Giải phương trình: $\log_4 x + \log_2(4x) = 5$.

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình: $x^3 + 6x^2 - 171x - 40(x+1)\sqrt{5x-1} + 20 = 0, x \in \mathbb{R}$

Câu 5. (1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_1^e \frac{1+x^3}{x} \ln x dx$.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB = BC = a$, $\widehat{BAD} = 90^\circ$, cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy, tam giác SCD vuông tại C . Gọi H là hình chiếu của A lên SB . Tính thể tích của tứ diện $SBCD$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD).

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AB = 3AM$. Đường tròn tâm $I(1; -1)$ đường kính CM cắt BM tại D . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết đường thẳng BC đi qua $N\left(\frac{4}{3}; 0\right)$, phương trình đường thẳng $CD: x - 3y - 6 = 0$ và điểm C có hoành độ lớn hơn 2.

Câu 8. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d . Tìm trên d hai điểm A, B sao cho tam giác ABM đều.

Câu 9. (0,5 điểm) Lập số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Tính xác suất để lập được số tự nhiên chia hết cho 5.

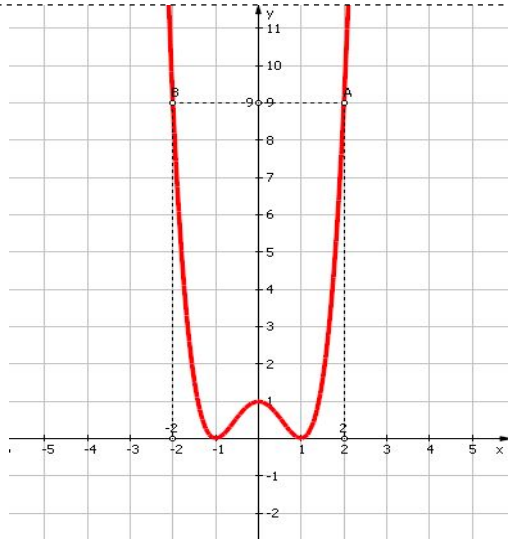
Câu 10. (1,0 điểm) Cho 3 số thực a, b, c không âm, chứng minh rằng:

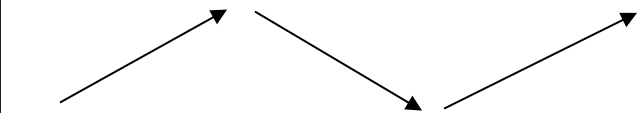
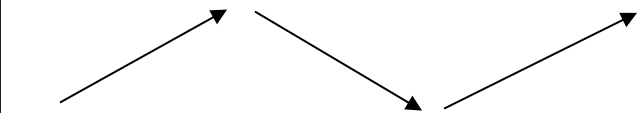
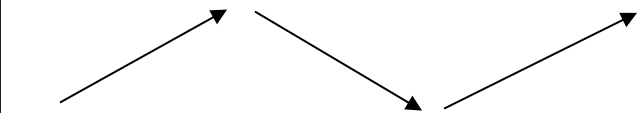
$$\sqrt{\frac{a^3}{a^3 + (b+c)^3}} + \sqrt{\frac{b^3}{b^3 + (c+a)^3}} + \sqrt{\frac{c^3}{c^3 + (a+b)^3}} \geq 1$$

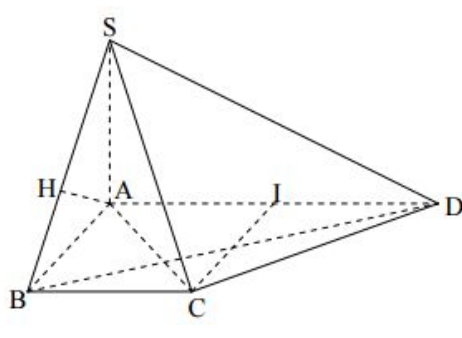
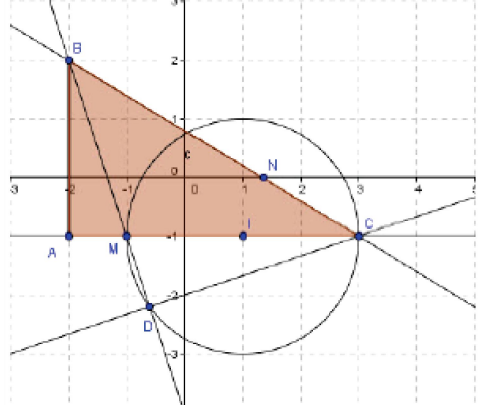
----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	Đáp án	Điểm																				
Câu 1 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) • Tập xác định: $\mathbf{R}$. • Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$. Đồ thị (C) có không tiệm cận.	0,25																				
	• CBT: Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$. Dấu của y' : $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$; $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$ $\Rightarrow$ hàm số ĐB trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. NB trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(0; 1)$	0,25																				
	• Hàm số có hai CT tại $x = \pm 1$; $y_{CT} = y(\pm 1) = 0$ và có một CĐ tại $x = 0$; $y_{CD} = y(0) = 1$. • Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		-	0	-	0	+	y	$+\infty$			1		$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																
	y'		-	0	-	0	+															
y	$+\infty$			1		$+\infty$																
• Đồ thị: Đồ thị cắt Oy tại (0;1). Điểm khác (± 2 ; 9) Đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.		0,25																				
b) (1,0 điểm) • Điểm cực đại (0; 1), hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm CĐ của đồ thị đã cho là $y'(0) = 0$ • Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm CĐ là: $y = 1$.	0,5 0,5																					
Câu 2 (1,0 điểm)	a) (0,5 điểm) • Điều kiện: $1 + \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi$ Khi đó p.trình đã cho tương đương với $2 \sin x \cos x + 3\sqrt{2} \cos x - 2 \cos^2 x - 1 = 1 + \sin 2x$ $\Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 3\sqrt{2} \cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \sqrt{2} & (l) \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$	0,25																				
	• Với $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$. Đối chiếu điều kiện, phương trình đã cho có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.	0,25																				

	b) (0,5 điểm) $(1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z \Leftrightarrow \left[(1+i)^2(2-i) - (1+2i) \right] z = 8+i$ $\Leftrightarrow [2i(2-i) - 1 - 2i]z = 8+i$ $\Leftrightarrow z = \frac{8+i}{1+2i} = \frac{(8+i)(1-2i)}{5} = 2-3i \Rightarrow z = \sqrt{13}$ Vậy môđun của z là $\sqrt{13}$.	0,25																		
		0,25																		
Câu 3 (0,5 điểm)	Điều kiện: $x > 0$. Khi đó, phương trình tương đương với $\frac{1}{2}\log_2 x + \log_2 x + \log_2 4 = 5 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\log_2 x = 3$ $\Leftrightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 4$ (t/m) Vậy phương trình có 1 nghiệm là: $x = 4$.	0,25																		
		0,25																		
Câu 4 (1,0 điểm)	Điều kiện: $x \geq \frac{1}{5}$ Khi đó phương trình tương đương với $(x^3 + 6x^2 + 12x + 8) - (3x + 6) = [8(5x-1)\sqrt{5x-1} + 36(5x-1) + 54\sqrt{5x-1} + 27] - (6\sqrt{5x-1} + 9)$ $\Leftrightarrow (x+2)^3 - 3(x+2) = (2\sqrt{5x-1} + 3)^3 - 3(2\sqrt{5x-1} + 3)$ Xét hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ Phương trình (1) có dạng $f(x+2) = f(2\sqrt{5x-1} + 3)$ Ta có: $f'(t) = 3t^2 - 3; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$ <table><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f(t)</td><td colspan="5"></td></tr></table>	t	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(t)$		+	0	-	0	+	f(t)						0,25
t	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																
$f'(t)$		+	0	-	0	+														
f(t)																				
	Suy ra: Hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ Với điều kiện $x \geq \frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} x+2 > 1 \\ 2\sqrt{5x-1} + 3 > 1 \end{cases}$ Từ đó suy ra (1) $\Leftrightarrow x+2 = 2\sqrt{5x-1} + 3$ $\Leftrightarrow x-1 = 2\sqrt{5x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 2x + 1 = 4(5x-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 22x + 5 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 11 \pm \sqrt{116} \end{cases} \Leftrightarrow x = 11 + \sqrt{116}$ (t/m) Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm là: $x = 11 + \sqrt{116}$.	0,25																		
		0,25																		
Câu 5 (1,0 điểm)	Ta có: $I = \int_1^e \frac{1+x^3}{x} \ln x dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx + \int_1^e x^2 \ln x dx = I_1 + I_2$	0,25																		
	Tính I_1 : $I_1 = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x d(\ln x) = \frac{\ln^2 x}{2} \Big _1^e = \frac{1}{2}$	0,25																		
	Tính I_2 : $I_2 = \int_1^e x^2 \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$	0,25																		

	$\Rightarrow I_2 = \frac{x^3}{3} \ln x \Big _1^e - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{9} x^3 \Big _1^e = \frac{2e^3}{9} + \frac{1}{9}$	
	$\text{Vậy } I = \int_1^e \frac{1+x^3}{x} \ln x dx = \frac{1}{2} + \frac{2e^3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{11}{18} + \frac{2e^3}{9}$	0,25
Câu 6 (1,0 điểm)	• Chứng minh: ΔSCD vuông tại $C \Rightarrow ABCD$ là hình thang đáy $AD, BC \Rightarrow \Delta ACD$ vuông cân tại C. $\Rightarrow AC = CD = a\sqrt{2}; AD = 2a = SC; BD = a\sqrt{5}$ 	0,25
	$\bullet V_{SBCD} = V_{S.ABCD} - V_{SABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2} - \frac{a^3\sqrt{2}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \text{ (đvtt)}.$	0,25
	$\bullet S_{SCD} = a^2\sqrt{2}; d(B, (SCD)) = \frac{3V_{S.BCD}}{S_{SCD}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{6}}{a^2\sqrt{2}} = \frac{a}{2}$ (hoặc $\frac{d(B, (SCD))}{d(A, (SCD))} = \frac{BK}{CK} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{a}{2}$) $\bullet \frac{d(H, (SCD))}{d(B, (SCD))} = \frac{SH}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow d(H, (SCD)) = \frac{2}{3} d(B, (SCD)) = \frac{a}{3}$	0,5
	Cách khác: • Chứng minh $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBC)$. Kẻ $AK \perp (SC) \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow (AKH) \perp (SCD)$. Kéo dài AB và CD cắt nhau tại E. Kéo dài AH cắt SE tại M. Có $(AMK) \perp (SCD)$ hay $(AMK) \perp (SED)$. $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HK \Rightarrow$ tam giác AHK vuông tại H. Kẻ $HJ \perp MK$ có $HJ = d(H, (SCD))$. • Tính $AH, AM \Rightarrow HM$; Tính $AK \Rightarrow HK$. Từ đó tính được $HJ = a/3$. Hoặc có thể bằng phương pháp tọa độ.	
Câu 7 (1,0 điểm)		
	$\Delta ABM \sim \Delta DCM \text{ (g-g)} \Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{DC}{DM} = 3$ Xét tam giác CMD ta có: $CM^2 = DM^2 + CD^2 \Leftrightarrow 4CI^2 = 10DM^2$ Mà $DM = 2d_{(I,D)} = \frac{4}{\sqrt{10}}$ nên $CI^2 = 4$ Gọi $I(3y+6; y)$ Ta có $\Rightarrow C\left(-\frac{3}{5}; -\frac{11}{5}\right)$ (loại) hoặc $C(3; -1)$ (thỏa mãn)	0,5

	I là trung điểm của CM $\Rightarrow M(-1; -1) \Rightarrow$ phương trình đường tròn tâm I là (C): $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$ D là giao điểm của CD và (C) $\Rightarrow D\left(-\frac{3}{5}; -\frac{11}{5}\right)$. Phương trình đường thẳng BM: $3x + y + 4 = 0$ Phương trình đường thẳng BC: $3x + 5y - 4 = 0$. B là giao điểm của BM và BC $\Rightarrow B(-2; 2)$ Phương trình đường thẳng AB đi qua B và vuông góc với AC $\Rightarrow AB: x + 2 = 0$. A là giao điểm của AB và AC $\Rightarrow A(-2; -1)$ Vậy tọa độ các đỉnh tam giác ABC là: $A(-2; -1), B(-2; 2), C(3; -1)$	0,5
Câu 8 (1,0 điểm)	Mp(P) qua M(2;1;2) và $\perp$ (d) nhận vtcp $\vec{u_d} = (1;1;1)$ làm vtpt. Suy ra phương trình mp(P): $1.(x-2) + 1.(y-1) + 1.(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 5 = 0$	0,5
	Gọi H là hình chiếu của M trên d. Ta có: $MH = d(M, d) = \sqrt{\frac{8}{3}}, H\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{10}{3}\right)$. Tam giác ABM đều, nhận MH làm đường cao nên: $MA = MB = AB = MH \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$	0,25
	Do đó, tọa độ của A, B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1} \\ (x-\frac{4}{3})^2 + (y-\frac{1}{3})^2 + (z-\frac{10}{3})^2 = \frac{8}{9} \end{cases}$ Giải hệ này ta tìm được A, B là: $\left(\frac{4}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{9}; \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{9}; \frac{10}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{9}\right), \left(\frac{4}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{9}; \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{9}; \frac{10}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{9}\right)$.	0,25
Câu 9 (0,5 điểm)	• Gọi Ω (không gian mẫu) là số các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau: $n(\Omega) = A_8^5 - A_7^4 = 5880$.	0,25
	• Gọi A là biến cố lập được số tự nhiên chia hết cho 5, có 5 chữ số khác nhau. Số các số tự nhiên chia hết cho 5 có 5 chữ số khác nhau: $n(A) = A_7^4 + 6.A_6^3 = 1560$ $\Rightarrow$ Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{1560}{5880} = \frac{13}{49}$	0,25
Câu 10 (1,0 điểm)	Xét BĐT: $\sqrt{1+x^3} \leq 1 + \frac{x^2}{2}, \forall x \geq 0$	0,25
	Thật vậy, theo BĐT AM-GM, ta có: $\sqrt{1+x^3} = \sqrt{(1+x)(1-x+x^2)} \leq \frac{1+x+1-x+x^2}{2} = 1 + \frac{x^2}{2}$	
	Áp dụng vào bài toán ta có: $\sqrt{\frac{a^3}{a^3 + (b+c)^3}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{b+c}{a}\right)^3}} \geq \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{b+c}{a}\right)^2} \geq \frac{a^2}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (1)$	0,25
	Tương tự, ta có: $\sqrt{\frac{b^3}{b^3 + (c+a)^3}} \geq \frac{b^2}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (2); \quad \sqrt{\frac{c^3}{c^3 + (a+b)^3}} \geq \frac{c^2}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (3)$ Cộng vế với vế (1), (2), và (3) suy ra đpcm. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$	0,25

-----Hết-----

Ghi chú: Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án quy định.