

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 8$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

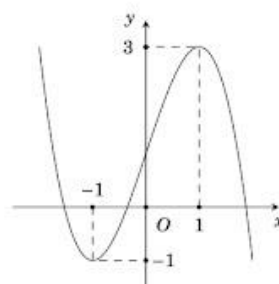
A. 24.

B. 11.

C. $\frac{8}{3}$.

D. 5.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

A. $f(0)$.B. $f(-1)$.C. $f(3)$.D. $f(2)$.

x	-1	0	2	3
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	0	5	1	4

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 5.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		-	0	+
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$

Câu 5. Hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

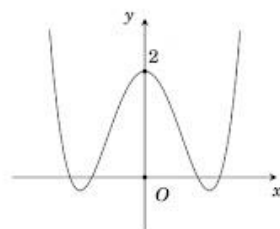
D. 2.

Câu 6. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là

A. $x = -1$.B. $y = -6$.C. $x = 3$.D. $y = 2$.

Câu 7.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ bên?



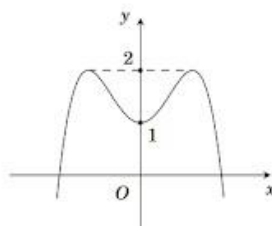
A. $y = x^4 - 3x^2$.

B. $y = -x^4 + 3x^2 + 2$.

C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 8. Cho hàm bậc bốn trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 1$ là



A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 9. Cho các số thực dương a, b, c bất kỳ và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$.

B. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

C. $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$.

D. $\log_a \frac{b}{c} = \log_b a - \log_c a$.

Câu 10. Hàm số $f(x) = 2^{3x+4}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \frac{3 \cdot 2^{3x+4}}{\ln 2}$.

B. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x+4} \ln 2$.

C. $f'(x) = 2^{3x+4} \ln 2$.

D. $f'(x) = \frac{2^{3x+4}}{\ln 2}$.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là

A. $x = 80$.

B. $x = 65$.

C. $x = 82$.

D. $x = 63$.

Câu 12. Bất phương trình $\log_2 x < 3$ có tập nghiệm là

A. $(8; +\infty)$.

B. $(-\infty; 8)$.

C. $(0; 8)$.

D. $(-\infty; 6)$.

Câu 13. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$?

A. $F(x) = \frac{x^2}{2}e^x$.

B. $F(x) = xe^x - e^x$.

C. $F(x) = xe^x + e^x$.

D. $F(x) = xe^{x+1}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b \pi |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b f(x) dx$.

D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(2) = 2$, $f(3) = 5$; hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[2;3]$. Tích phân $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 10. D. 7.

Câu 16. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 10. B. 16. C. -18. D. 24.

Câu 17. Khối hộp chữ nhật có các kích thước lần lượt là a , $2a$, $3a$ có thể tích bằng

- A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{5}$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. $6a^2$.

Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 4$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 24. B. 8. C. 72. D. 12.

Câu 19. Thể tích của khối trụ có chiều cao bằng 10 và bán kính đường tròn đáy bằng 4 là

- A. 160π . B. 164π . C. 64π . D. 144π .

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$, độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 30π . B. 45π . C. 15π . D. 10π .

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Vectơ $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ có tọa độ là

- A. $(6; 0; -6)$. B. $(0; 6; -6)$. C. $(6; -6; 0)$. D. $(-6; 6; 0)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tìm tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oyz) .

- A. $A(1; -2; 3)$. B. $A(1; -2; 0)$. C. $A(1; 0; 3)$. D. $A(0; -2; 3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. 1. B. $\sqrt{7}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 7.

Câu 24. Vectơ $\vec{n} = (-1; -4; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $x + 4y - z + 3 = 0$. B. $x - 4y + z + 1 = 0$. C. $x + 4y + z + 2 = 0$. D. $x + y - 4z + 1 = 0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (α) ?

- A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; -1; -1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

Câu 26. Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

- A. 61. B. $\frac{61}{3}$. C. $\frac{61}{9}$. D. 4.

Câu 27. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC .

- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 3. D. 4.

Câu 28. Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ x_A, x_B . Giá trị biểu thức $x_A + x_B$ bằng

- A. 2. B. 5. C. 1. D. 3.

Câu 29. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$ bằng

- A. $2\log a - \frac{1}{2}\log b$. B. $2\log a + \frac{1}{2}\log b$. C. $\frac{2\ln a}{\ln \sqrt{b}}$. D. $2\ln a - \frac{1}{2}\ln b$.

Câu 30. Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(3-x) + x^\pi$.

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 3]$. D. $(0; 3)$.

Câu 31. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$. D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Câu 32. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

- A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$. D. $S = [1; +\infty)$.

Câu 33. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + e^x$ là

- A. $2x + e^x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + e^{x+1} + C$. C. $\frac{1}{3}x^3 + e^x + C$. D. $x^2 + e^x + C$.

Câu 34. Cho $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (-2; -1; 3)$. Tính $\vec{a} \wedge \vec{b}$.

A. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5; 1; -3)$.

B. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5; 1; 3)$.

C. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5; -1; -3)$.

D. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5; -1; 3)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tọa độ điểm A' là

A. $A'(4; 6; -5)$.

B. $A'(-3; 4; -1)$.

C. $A'(3; 5; -6)$.

D. $A'(3; 5; 6)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(2; 1; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB .

A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0$.

B. $(P): 3x + y - z - 4 = 0$.

C. $(P): 3x + y - z = 0$.

D. $(P): 2x + y - z + 1 = 0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) song song và cách mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ một khoảng bằng 1 và (P) không qua O . Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + 2z + 1 = 0$.

B. $x + 2y + 2z = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

D. $x + 2y + 2z + 3 = 0$.

Câu 38. Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên một chiếc thẻ, tính xác suất để chọn được thẻ ghi số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{10}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , tam giác ABD đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

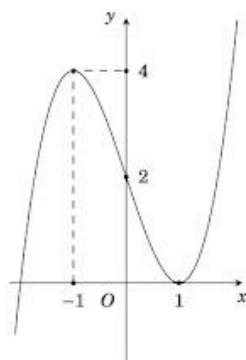
Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 2x$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

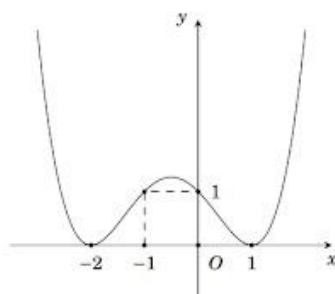


Câu 41. Cho $\int_0^1 \frac{x}{(x+2)^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị biểu thức $3a + b + c$ bằng

- A. -2. B. -1. C. 2. D. 1.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn và có đồ thị như hình vẽ bên. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x), y = f'(x)$ có diện tích bằng

- A. $\frac{127}{40}$. B. $\frac{107}{5}$. C. $\frac{87}{40}$. D. $\frac{127}{10}$.



Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 44. Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a . Thể tích của khối nón này bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. B. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. D. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 45.

Cho hình trụ bán kính đáy r . Gọi O, O' là tâm của hai đường tròn đáy với $OO' = 2r$. Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O' . Gọi V_c và V_t lần lượt là thể tích của khối cầu và khối trụ. Khi đó $\frac{V_c}{V_t}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 46. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AA' = 2$, đáy $ABCD$ là hình thoi với ABC là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $B'C', C'D', DD'$ và Q thuộc BC sao cho $QC = 3QB$. Tính thể tích tứ diện $MNPQ$.

- A. $3\sqrt{3}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 47. Cho $f(x)$ là hàm đa thức và cho hàm đa thức bậc ba $g(x) = f(x+1)$ thỏa mãn $(x-1)g'(x+3) = (x+1)g'(x+2)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(2x^2 - 4x + 5)$ là

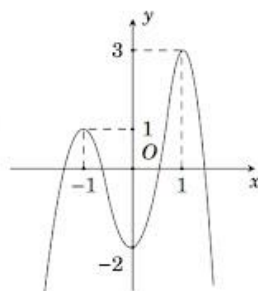
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 5.

Câu 48. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$, $(S_2): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$ và điểm $A\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{14}{3}\right)$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S_1) và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2) . Xét các điểm M thay đổi và thuộc mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng IM tiếp xúc với mặt cầu (S_2) . Khi đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M = (a; b; c)$. Tính giá trị của $T = a + b + c$.

- A. $T = 1$. B. $T = -1$. C. $T = \frac{7}{3}$. D. $T = -\frac{7}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(1-x)$ được cho trong hình vẽ có đúng 3 điểm cực trị là $A(-1;1)$, $B(0;-2)$, $C(1;3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\frac{1-x}{x+2}\right) - \frac{2x+1}{x+2} + m = 0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.



Câu 50. Xét các số nguyên dương x, y thỏa mãn $(y+z)\left(3^x - 81^{\frac{1}{y+z}}\right) = xy + xz - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_{\sqrt{2}} x + \log_2 (2y^2 + z^2)$.

- A. $2 + \log_2 3$. B. $5 - \log_2 3$. C. $\log_2 11$. D. $4 - \log_3 2$.

_____ **HẾT** _____

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 8$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

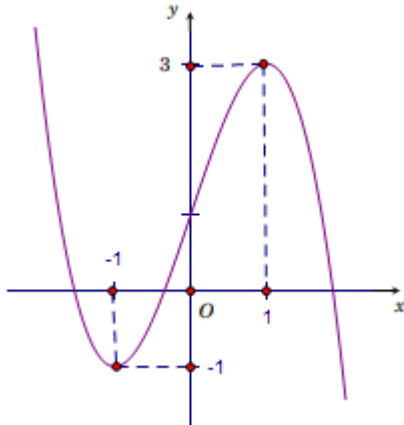
- A.** 24. **B.** 11. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q = 8 \cdot 3 = 24$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

x	-1	0	2	3
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	0	5	1	4

- A.** $f(0)$. **B.** $f(-1)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\max_{[-1; 3]} f(x) = 5$ đạt tại $x = 0$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$	

- A. 5. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và $y_{CT}=1$.

Câu 5: Hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	$-\frac{17}{4}$	-2	$-\frac{17}{4}$	$+\infty$	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $y_{CD}=-2$.

hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$ và $y_{CT} = -\frac{17}{4}$.

Câu 6: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$

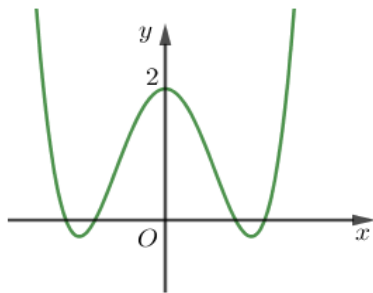
- A. $x = -1$. B. $y = -6$. C. $x = 3$. D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-6}{x+1} = 2$ nên đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ bên?



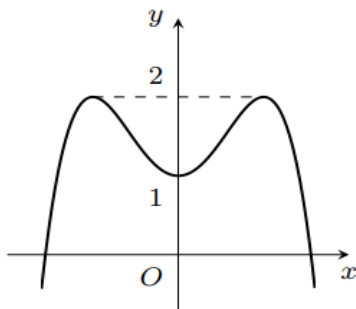
- A. $y = x^4 - 3x^2$. B. $y = -x^4 + 3x^2 + 2$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $y = 1$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm chung nên phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 8: Cho hàm bậc bốn trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $y = 1$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm chung nên phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 9: Cho các số thực dương a, b, c bất kỳ và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$. B. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.
C. $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$. D. $\log_a \frac{b}{c} = \log_b a + \log_c a$.

Lời giải

Chọn B

Công thức $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 10: Hàm số $f(x) = 2^{3x+4}$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = \frac{3 \cdot 2^{3x+4}}{\ln 2}$. B. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x+4} \cdot \ln 2$.

C. $f'(x) = 2^{3x+4} \cdot \ln 2$.

D. $f'(x) = \frac{2^{3x+4}}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

Công thức $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x+4} \cdot \ln 2$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 3$ là:

A. $x = 80$.

B. $x = 65$.

C. $x = 82$.

D. $x = 63$.

Lời giải

Chọn B

$\log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65$

Câu 12: Bất phương trình $\log_2 x < 3$ có tập nghiệm là:

A. $(8; +\infty)$.

B. $(-\infty; 8)$.

C. $(0; 8)$.

D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$

$\log_2 x < 3 \Leftrightarrow x < 2^3 \Leftrightarrow x < 8$

Câu 13: Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} e^x$.

B. $F(x) = xe^x - e^x$.

C. $F(x) = xe^x + e^x$.

D. $F(x) = xe^{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$.

Suy ra: $\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C$.

Vậy $\int xe^x dx = xe^x - e^x$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b \pi |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b f(x) dx$.

D. $S = \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải

Chọn B

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(2) = 2$, $f(3) = 5$; hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[2; 3]$. Tích phân $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 10.

D. 7.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int_2^3 f'(x)dx = f(3) - f(2) = 5 - 2 = 3$

Câu 16: Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^2 g(x)dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + g(x)]dx$ bằng
A. 10. **B. 16.** **C. -18.** **D. 24.**

Lời giải

Chọn A.

$$\int_0^2 [f(x) + g(x)]dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 g(x)dx = 3 + 7 = 10.$$

Câu 17: Khối hộp chữ nhật có các kích thước lần lượt là $a, 2a, 3a$ có thể tích bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{5}$. **B. 6a³.** **C.** $2a^3$. **D.** $6a^2$.

Lời giải

Chọn B

$$V = a.2a.3a = 6a^3.$$

Câu 18: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 4$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B. 8.** **C.** 72. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

$$V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.4.6 = 8.$$

Câu 19: Thể tích của khối trụ có chiều cao bằng 10 và bán kính đường tròn đáy bằng 4 là

A. 160 π . **B.** 164π . **C.** 64π . **D.** 144π .

Lời giải

Chọn A.

$$V = \pi.4^2.10 = 160\pi.$$

Câu 20: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$, độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 30π . **B.** 45π . **C. 15 π .** **D.** 10π .

Lời giải

Chọn C

$$S_{xq} = \pi.3.5 = 15\pi.$$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Vector $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ có tọa độ là

A. $(6; 0; -6)$. **B.** $(0; 6; -6)$. **C. (6; -6; 0).** **D.** $(-6; 6; 0)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x_d = 1 + 3 - (-2) = 6 \\ y_d = -1 + 0 - 5 = -6 \\ z_d = 2 + (-1) - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = (6; -6; 0).$$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tìm tọa độ điểm A là hình vuông góc của M lên mặt phẳng (Oyz) .

- A. $A(1; -2; 3)$. B. $A(1; -2; 0)$. C. $A(1; 0; 3)$. D. $A(0; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 2 = 0$. Bán kính mặt cầu bằng

- A. 1. B. $\sqrt{7}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -2 \\ d = -2 \end{cases}. \text{ Khi đó}$$

$$\text{Bán kính mặt cầu } (S) \text{ là } R = \sqrt{0^2 + 1^2 + (-2)^2 - (-2)} = \sqrt{7}.$$

Câu 24: Vector $\vec{n} = (-1; -4; 1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $x + 4y - z + 3 = 0$. B. $x - 4y + z + 1 = 0$. C. $x + 4y + z + 2 = 0$. D. $x + y - 4z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $x + 4y - z + 3 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; 4; -1)$ cùng phương với $\vec{n}$.

Do vậy $\vec{n}$ cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $x + 4y - z + 3 = 0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc (α) ?

- A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; -1; -1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 26: Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

- A. 61. B. $\frac{61}{3}$. C. $\frac{61}{9}$. D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_1^2 (x+3)^2 dx = \frac{(x+3)^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{61}{3}.$$

Câu 27: Cho hình lăng trụ đứng $AABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh 4. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC .

A. $\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là trung điểm của BC

$$\text{Ta có } d(AA', BC) = d(AA', (BCC'B')) = AH = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}.$$

Câu 28: Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ x_A, x_B . Giá trị của biểu thức $x_A + x_B$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét phương trình hoành độ } \frac{2x+1}{x-1} = x-2 \Rightarrow x^2 - 5x + 1 = 0$$

Vì $\Delta > 0$, nên pt có 2 nghiệm x_A, x_B . Khi đó $x_A + x_B = 5$

Câu 29: Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right)$ bằng

A. $2\log a - \frac{1}{2}\log b$.

B. $2\log a + \frac{1}{2}\log b$.

C. $\frac{2\ln a}{\ln \sqrt{b}}$.

D. $2\ln a - \frac{1}{2}\ln b$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \ln\left(\frac{a^2}{\sqrt{b}}\right) = \ln a^2 - \ln \sqrt{b} = 2\ln a - \frac{1}{2}\ln b.$$

Câu 30: Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(3-x) + x^\pi$

A. $(-\infty; 3]$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(0; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Hàm số có nghĩa khi } \begin{cases} 3-x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 3$$

Câu 31: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$

D. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ có cơ số $0 < \frac{2}{e} < 1$, và tập xác định $\mathbb{R}$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 32: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

- A.** $S = (-\infty, 1]$. **B.** $S = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$. **C.** $S = \left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$. **D.** $S = [1, +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \Leftrightarrow 1-3x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1, +\infty)$.

Câu 33: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + e^x$ là

- A.** $2x + e^x + C$. **B.** $\frac{1}{3}x^3 + e^{x+1} + C$. **C.** $\frac{1}{3}x^3 + e^x + C$ **D.** $x^2 + e^x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int (x^2 + e^x) dx = \frac{1}{3}x^3 + e^x + C.$$

Câu 34: Cho $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (-2, -1, 3)$. Tính $\vec{a} \wedge \vec{b}$

- A.** $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5, 1, -3)$. **B.** $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5, 1, 3)$.
C. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5, -1, -3)$. **D.** $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5, -1, 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{a} = (1, 2, -1), \vec{b} = (-2, -1, 3).$$

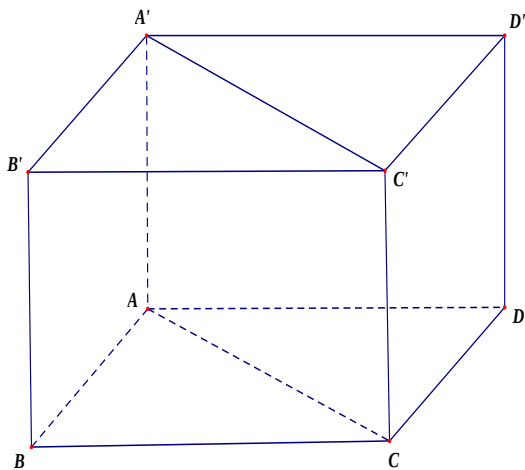
$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (5, -1, 3).$$

Câu 35: Trong không gian Oxyz cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1, 0, 1)$, $B(2, 1, 2)$, $D(1, -1, 1)$, $C'(4, 5, -5)$. Tọa độ A' là

- A.** $A'(4, 6, -5)$. **B.** $A'(-3, 4, -1)$. **C.** $A'(3, 5, -6)$. **D.** $A'(3, 5, 6)$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi $C(x, y, z)$. $\overrightarrow{AD} = (0, -1, 0)$; $\overrightarrow{BC} = (x-2, y-1, z-2)$.

Ta có $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ y-1=-1 \\ z-2=0 \end{cases} \Rightarrow C(2, 0, 2)$. Do đó $\overrightarrow{AC} = (1, 0, 1)$.

Gọi $A'(a, b, c)$; $\overrightarrow{A'C'} = (4-a, 5-b, -5-c)$; mà $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-a=1 \\ 5-b=0 \\ -5-c=1 \end{cases} \Rightarrow A'(3, 5, -6)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(2; 1; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB .

A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0$.

B. $(P): 3x + y - z - 4 = 0$.

C. $(P): 3x + y - z = 0$. **D.** $(P): 2x + y - z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Do mặt phẳng (P) vuông góc AB nên chọn: $\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{AB} = (3; 1; -1)$

Suy ra: $(P): 3(x+1) + y - (z-1) = 0 \Leftrightarrow (P): 3x + y - z + 4 = 0$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) song song và cách mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ một khoảng bằng 1 và (P) không qua O . Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + 2z + 1 = 0$. **B.** $x + 2y + 2z = 0$. **C.** $x + 2y + 2z - 6 = 0$. **D.** $x + 2y + 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Do (P) song song (Q) nên giả sử $(P): x + 2y + 2z + d = 0$ ($d \neq 0$).

Theo giả thiết: $d((P), (Q)) = \frac{|d+3|}{3} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 & (KTM) \\ d=-6 & (TM) \end{cases}$

Vậy: $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$

Câu 38: Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên một chiếc thẻ, tính xác suất để chọn được thẻ ghi số chia hết cho 3.

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Từ 1 đến 30 có: $\frac{30-3}{3}+1=10$ số chia hết cho 3.

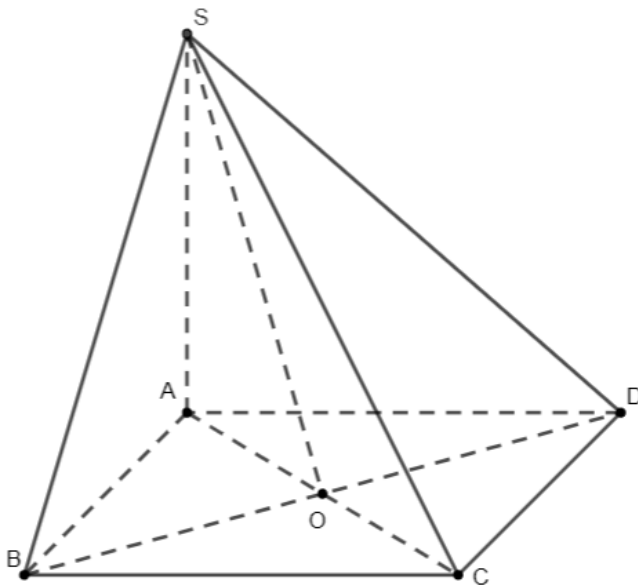
Vậy xác suất để chọn được thẻ ghi số chia hết cho 3 là: $\frac{1}{3}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , tam giác ABD đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A.** 45° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Lời giải

Chọn B



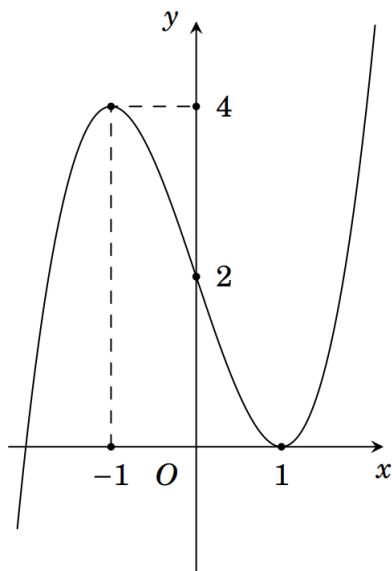
Ta có $(SO, (ABCD)) = (SO, OA) = SOA$.

Xét tam giác SAO vuông tại S có

$$SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}, AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{AB^2 - \left(\frac{BD}{2}\right)^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{6}a}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \tan SOA = \frac{SA}{AO} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SOA = 30^\circ.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 2x$ là



A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = f'(x) - 2$.

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 2x$ là số nghiệm đơn (hoặc bội lẻ) của phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2$.

Số nghiệm của phương trình $y = f(x) - 2x$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = 2$. Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, phương trình $f'(x) = 2$ có 3 nghiệm đơn hay hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 41: Cho $\int_0^1 \frac{x}{(x+2)^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của biểu thức $3a + b + c$

bằng

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

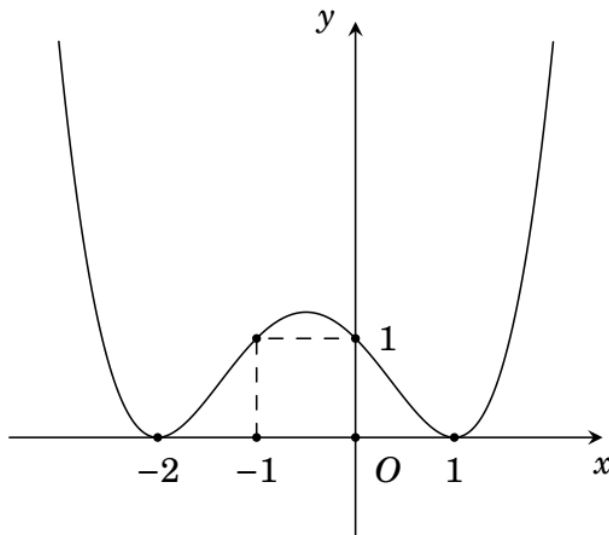
Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{x}{(x+2)^2} dx &= \int_0^1 \frac{x+2-2}{(x+2)^2} dx = \int_0^1 \frac{1}{x+2} dx + \int_0^1 \frac{-2}{(x+2)^2} dx \\ &= \ln|x+2| \Big|_0^1 - \frac{2}{x+2} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - \ln 2 + \ln 3 \end{aligned}$$

Suy ra $a = \frac{1}{3}, b = -1, c = 1 \Rightarrow 3a + b + c = 1$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn và có đồ thị như hình vẽ bên. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ có diện tích bằng



A. $\frac{127}{40}$.

B. $\frac{107}{5}$.

C. $\frac{87}{40}$.

D. $\frac{127}{10}$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm có hoành độ bằng -2 và 1 nên hàm số có dạng $f(x) = a(x+2)^2(x-1)^2$.

Mà đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(0;1) \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2(x-1)^2$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-1)(2x+1)$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = f(x)$ và $y = f'(x)$:

$$\frac{1}{4}(x+2)^2(x-1)^2 = \frac{1}{2}(x+2)(x-1)(2x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ có diện tích là

$$S = \int_{-2}^4 \left| \frac{1}{4}(x+2)^2(x-1)^2 - \frac{1}{2}(x+2)(x-1)(2x+1) \right| dx = \frac{107}{5}.$$

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\sqrt{3}a^3$.

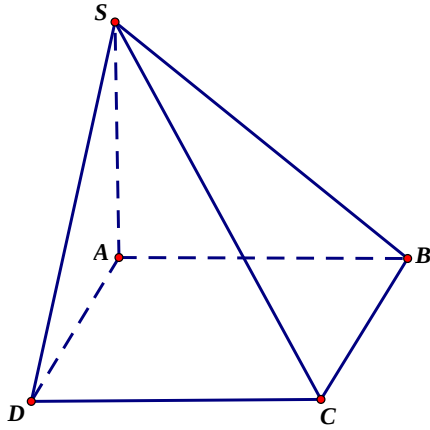
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Vì $SA \perp ABCD \Rightarrow SA \perp BC$ (1)

Vì $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AB \perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BC \perp SAB \Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên SAB .

$$\Rightarrow \angle SC, SAB = \angle SC, SB$$

Vì $BC \perp SAB \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại $B \Rightarrow \angle SC, SB = \angle BSC = 30^\circ$.

$$\text{Ta có } \tan BSC = \frac{BC}{SB} \Rightarrow SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = 3a.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SAB \text{ có } SA^2 = SB^2 - AB^2 = 9a^2 - a^2 = 8a^2 \Rightarrow SA = 2a\sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = AB \cdot BC = \sqrt{3}a^2.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}.$$

Câu 44: Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a . Thể tích của khối nón này bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{5}.$

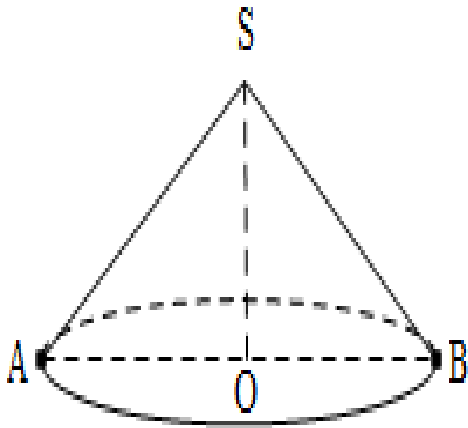
B. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{5}.$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}.$

D. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}.$

Lời giải

Chọn D



Thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng a nên hình nón có độ dài đường sinh $l = a$ và bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$. Chiều cao hình nón là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Câu 45: Cho hình trụ bán kính đáy r . Gọi O, O' là tâm của hai đường tròn đáy với $OO' = 2r$. Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O, O' . Gọi V_c, V_t lần lượt là thể tích của khối cầu và khối trụ. Khi đó $\frac{V_c}{V_t}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O, O' có bán kính bằng $\frac{1}{2}OO' = r$.

Vậy $V_c = \frac{4}{3}\pi r^3$; $V_t = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3$. Suy ra $\frac{V_c}{V_t} = \frac{2}{3}$.

Câu 46: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AA' = 2$, đáy $ABCD$ là hình thoi với ABC là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $B'C', C'D', DD'$ và Q thuộc cạnh BC sao cho $QC = 3QB$. Tính thể tích tứ diện $MNPQ$.

A. $3\sqrt{3}$.

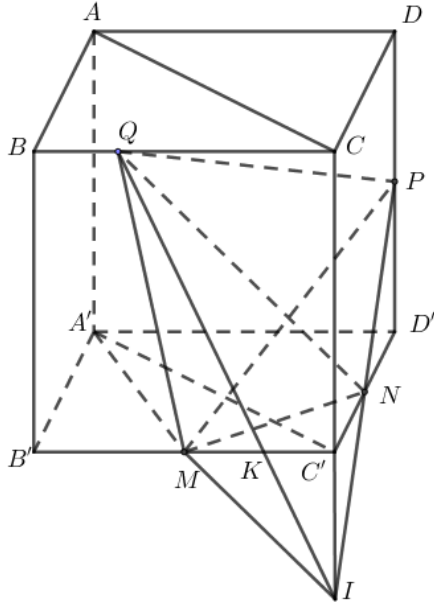
B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $I = NP \cap CC'$; $K = IQ \cap B'C'$. Do N, P lần lượt là trung điểm của $C'D', DD'$ nên N là trung điểm của IP và $IC' = D'P = \frac{1}{2}CC'$. Suy ra: $V_{MNPQ} = V_{MNIQ} = \frac{1}{3}S_{\Delta IMQ} \cdot d(N, (IMQ))$ (1).

Theo giả thiết $\Delta A'B'C'$ đều nên $A'M \perp B'C'$, mà $A'M \perp B'B$ (do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp đứng). Suy ra: $A'M \perp (BB'C'C)$.

$$\text{Do đó: } d(N, (IMQ)) = \frac{1}{2}d(D', (IMQ)) = \frac{1}{2}d(A', (BCC'B')) = \frac{1}{2}A'M = \sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có: } \frac{IK}{IQ} = \frac{IC'}{IC} = \frac{KC'}{QC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{IQ}{KQ} = \frac{3}{2}; KC' = \frac{1}{3}QC = \frac{1}{4}BC = 1.$$

$$\text{Suy ra: } S_{\Delta IMQ} = \frac{IQ}{KQ} S_{\Delta KMQ} = \frac{3}{2} S_{\Delta KMQ} = \frac{3}{4} MK \cdot BB' = \frac{3}{4} \cdot (MC' - KC') BB' = \frac{3}{4} \cdot (2 - 1) \cdot 2 = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy từ (1) ta có: } V_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 47: Cho $f(x)$ là hàm đa thức và cho hàm đa thức bậc ba $g(x) = f(x+1)$ thỏa mãn $(x-1)g'(x+3) = (x+1)g'(x+2)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(2x^2 - 4x + 5)$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$g(x) = f(x+1) \Rightarrow g'(x) = f'(x+1).$$

$$(x-1)g'(x+3) = (x+1)g'(x+2) \text{ hay } (x-1)f'(x+4) = (x+1)f'(x+3).$$

$$\text{Cho } \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(4)=0 \\ f'(3)=0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = a(x-3)(x-4).$$

$$y = f(2x^2 - 4x + 5) \Rightarrow y' = (4x - 4) \cdot f'(2x^2 - 4x + 5)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 4 = 0 \\ f'(2x^2 - 4x + 5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 - 4x + 5 = 4 \\ 2x^2 - 4x + 5 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 - 4x + 1 = 0 \\ 2x^2 - 4x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hàm số có 3 cực trị

Câu 48: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$, $(S_2): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$ và điểm $A\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{14}{3}\right)$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S_1) và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2) . Xét các điểm M thay đổi và thuộc mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng IM tiếp xúc với mặt cầu (S_2) . Khi đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M = (a; b; c)$. Tính giá trị của $T = a + b + c$.

A. $T = 1$.

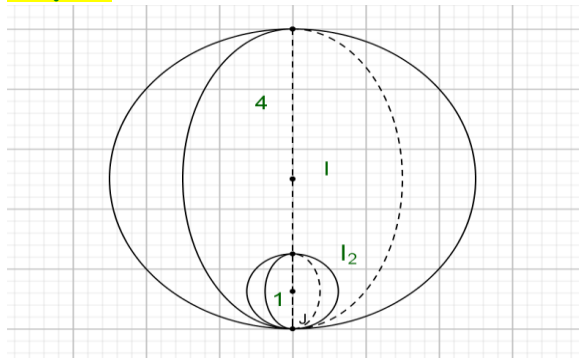
B. $T = -1$.

C. $T = \frac{7}{3}$.

D. $T = -\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B

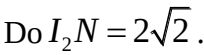


Tọa độ điểm $I(0; 1; 2)$. Gọi I_2 là tâm mặt cầu $(S_2): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$ thì $I_2(1; -1; 0)$, bán kính $R_2 = 1$. (S_1) có bán kính $R = 4$. $\overrightarrow{II_2} = (1; -2; -2) \Rightarrow \Pi_2 = 3 = R - R_2$.

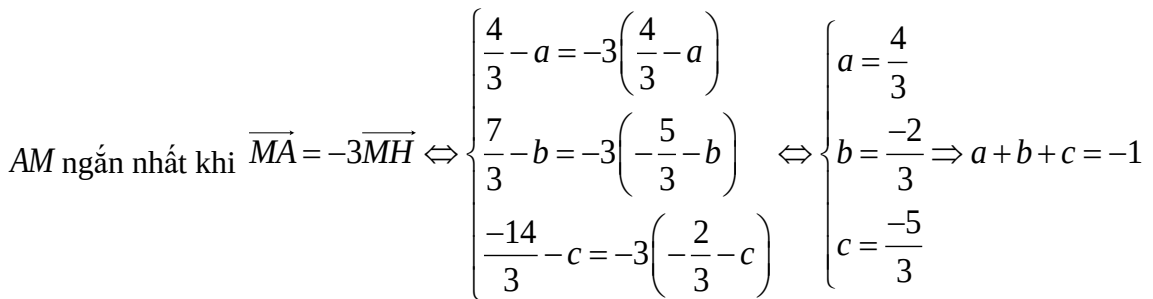
Do đó (S_2) tiếp xúc trong với (S_1) tại H . Giả sử $H(x; y; z)$ ta có

$$\overrightarrow{I_2H} = \frac{1}{3} \overrightarrow{\Pi_2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{1}{3} \\ y+1 = \frac{-2}{3} \\ z = \frac{-2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{-5}{3} \\ z = \frac{-2}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{-2}{3}\right)$$

$$\overrightarrow{AH} = (0; -4; -4) \Rightarrow AH = 4\sqrt{2}.$$



M nằm trên đường tròn tâm H , bán kính $r = \sqrt{2}$



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\frac{1-x}{x+2}\right) - \frac{2x+1}{x+2} + m = 0$ có đúng 4 nghiệm?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

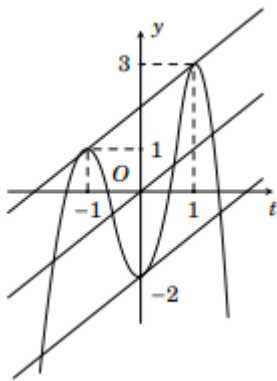
Lời giải

Chọn D

Đặt $1-t = \frac{1-x}{x+2} \Leftrightarrow x = \frac{2t-1}{2-t}, \forall t \neq 2$, khi đó phương trình $f\left(\frac{1-x}{x+2}\right) - \frac{2x+1}{x+2} + m = 0$ trở thành $f(1-t) = t - m$ (*).

Nhận thấy với mỗi nghiệm $t \neq 2$ của phương trình (*) ta có được một nghiệm x . Do đó để phương trình $f\left(\frac{1-x}{x+2}\right) - \frac{2x+1}{x+2} + m = 0$ có đúng 4 nghiệm thì phương trình (*) có đúng 4 nghiệm $t \neq 2$.

Ta thấy đồ thị hàm số $y = t - m$ là một đường thẳng song song với đường thẳng $y = t$ cắt trục tung tại điểm $(0; -m)$.



Từ đồ thị ta có phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt khi $-2 \leq m \leq 2$. Mặt khác $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\} \Rightarrow$ có 5 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 50: Xét các số nguyên dương x, y thỏa mãn $(y+z)\left(3^x - 81^{\frac{1}{y+z}}\right) = xy + xz - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_{\sqrt{2}} x + \log_2 (2y^2 + z^2)$.

A. $2 + \log_2 3$.

B. $5 - \log_2 3$.

C. $\log_2 11$.

D. $4 - \log_3 2$

Lời giải

Chọn B

Ta có $(y+z)\left(3^x - 81^{\frac{1}{y+z}}\right) = xy + xz - 4 \Leftrightarrow 3^x - 3^{\frac{4}{y+z}} = x - \frac{4}{y+z} \Leftrightarrow 3^x - x = 3^{\frac{4}{y+z}} - \frac{4}{y+z}$.

Xét hàm số $f(t) = 3^t - t$ với $t > 0$ ta có $f'(t) = 3^t \ln 3 - 1 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow$ hàm số $f(t) = 3^t - t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Do đó $3^x - x = 3^{\frac{4}{y+z}} - \frac{4}{y+z} \Leftrightarrow x = \frac{4}{y+z}$.

Mặt khác ta lại có $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}y + z\right)^2 \leq \frac{3}{2}(2y^2 + z^2) \Rightarrow 2y^2 + z^2 \geq \frac{2}{3}(y+z)^2$.

Khi đó

$$\log_{\sqrt{2}} x + \log_2 (2y^2 + z^2) = 2 \log_2 \frac{4}{x+y} + \log_2 (2y^2 + z^2) \geq 4 - 2 \log_2 (y+z) + \log_2 \frac{2}{3} (y+z)^2 = 5 - \log_2 3$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_{\sqrt{2}} x + \log_2 (2y^2 + z^2)$ bằng $5 - \log_2 3$.

_____ **HẾT** _____