

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)**Câu I (2,0 điểm)**

Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$ (1), m là tham số thực.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 1$.
2. Tìm m để đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $\frac{(1 + \sin x + \cos 2x) \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{1 + \tan x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x$.

2. Giải bất phương trình $\frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{2(x^2 - x + 1)}} \geq 1$.

Câu III (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^2 + e^x + 2x^2 e^x}{1 + 2e^x} dx$.

Câu IV (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD ; H là giao điểm của CN với DM . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.CDNM$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC theo a .

Câu V (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} (4x^2 + 1)x + (y - 3)\sqrt{5 - 2y} = 0 \\ 4x^2 + y^2 + 2\sqrt{3 - 4x} = 7 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn**Câu VI.a (2,0 điểm)**

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (T) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A , cắt d_2 tại hai điểm B và C sao cho tam giác ABC vuông tại B . Viết phương trình của (T) , biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z = 0$.

Gọi C là giao điểm của Δ với (P) , M là điểm thuộc Δ . Tính khoảng cách từ M đến (P) , biết $MC = \sqrt{6}$.

Câu VII.a (1,0 điểm) Tìm phần ảo của số phức z , biết $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2(1 - \sqrt{2}i)$.

B. Theo chương trình Nâng cao**Câu VI.b (2,0 điểm)**

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(6; 6)$; đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC có phương trình $x + y - 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C , biết điểm $E(1; -3)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác đã cho.

2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; -2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$. Tính

khoảng cách từ A đến Δ . Viết phương trình mặt cầu tâm A , cắt Δ tại hai điểm B và C sao cho $BC = 8$.

Câu VII.b (1,0 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Tìm môđun của số phức $\bar{z} + iz$.

----- Hết -----

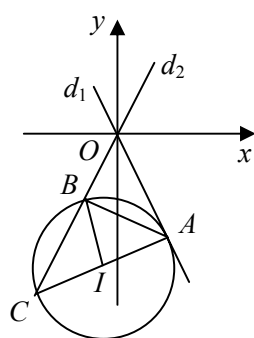
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

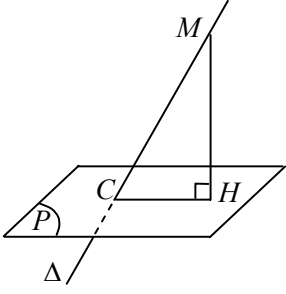
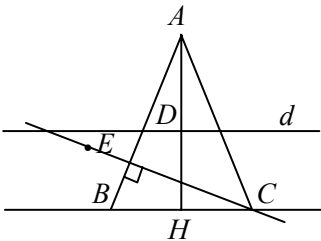
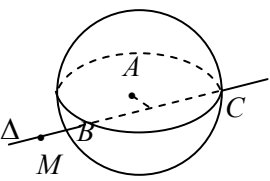
Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm																
I (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)																	
	Khi $m = 1$, ta có hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$. • Tập xác định: $\mathbb{R}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 4x$; $y'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \frac{4}{3}$.	0,25																
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(\frac{4}{3}; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{4}{3})$. - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; $y_{\text{CD}} = 1$, đạt cực tiểu tại $x = \frac{4}{3}$; $y_{\text{CT}} = -\frac{5}{27}$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25																
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$\frac{4}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$-\frac{5}{27}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	$\frac{4}{3}$	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	1	$-\frac{5}{27}$	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	$\frac{4}{3}$	$+\infty$													
	y'	$+$	0	$-$	0	$+$												
	y	$-\infty$	1	$-\frac{5}{27}$	$+\infty$													
	• Đồ thị: 	0,25																
	2. (1,0 điểm)																	
	Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m = 0$ $\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x^2 - x - m = 0$ (*)	0,25																
Đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt, khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt, khác 1.	0,25																	
Ký hiệu $g(x) = x^2 - x - m$; $x_1 = 1$; x_2 và x_3 là các nghiệm của (*). Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi: $\begin{cases} \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \\ x_2^2 + x_3^2 < 3 \end{cases}$	0,25																	
$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m > 0 \\ -m \neq 0 \\ 1 + 2m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < m < 1 \text{ và } m \neq 0.$	0,25																	

Trang 2/4

Câu	Đáp án	Điểm	
	Ta có: $HC = \frac{CD^2}{CN} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ và $HK = \frac{SH.HC}{\sqrt{SH^2 + HC^2}} = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$, do đó: $d(DM, SC) = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$.	0,25	
V (1,0 điểm)	Điều kiện: $x \leq \frac{3}{4}$; $y \leq \frac{5}{2}$.	0,25	
	Phương trình thứ nhất của hệ tương đương với: $(4x^2 + 1).2x = (5 - 2y + 1)\sqrt{5 - 2y}$ (1)		
	Nhận xét: (1) có dạng $f(2x) = f(\sqrt{5 - 2y})$, với $f(t) = (t^2 + 1)t$. Ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0$, suy ra f đồng biến trên $\mathbb{R}$.	0,25	
	Do đó: $(1) \Leftrightarrow 2x = \sqrt{5 - 2y} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = \frac{5 - 4x^2}{2} \end{cases}$.		
	Thế vào phương trình thứ hai của hệ, ta được: $4x^2 + \left(\frac{5}{2} - 2x^2\right)^2 + 2\sqrt{3 - 4x} - 7 = 0$ (3). Nhận thấy $x = 0$ và $x = \frac{3}{4}$ không phải là nghiệm của (3). Xét hàm $g(x) = 4x^2 + \left(\frac{5}{2} - 2x^2\right)^2 + 2\sqrt{3 - 4x} - 7$, trên khoảng $\left(0; \frac{3}{4}\right)$. $g'(x) = 8x - 8x\left(\frac{5}{2} - 2x^2\right) - \frac{4}{\sqrt{3 - 4x}} = 4x(4x^2 - 3) - \frac{4}{\sqrt{3 - 4x}} < 0$, suy ra hàm $g(x)$ nghịch biến. Mặt khác $g\left(\frac{1}{2}\right) = 0$, do đó (3) có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{2}$; suy ra $y = 2$. Vậy, hệ đã cho có nghiệm: $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.	0,25	
VI.a (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)		
		d_1 và d_2 cắt nhau tại O , $\cos(d_1, d_2) = \frac{ \sqrt{3}.\sqrt{3} - 1.1 }{\sqrt{3+1}.\sqrt{3+1}} = \frac{1}{2}$ và tam giác OAB vuông tại B , do đó $\widehat{AOB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 60^\circ$.	0,25
		Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} (OA.\sin 60^\circ).(OA.\tan 60^\circ)$ $= \frac{3\sqrt{3}}{8} OA^2$.	0,25
		Do đó: $S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, suy ra $OA^2 = \frac{4}{3}$.	
	Tọa độ $A(x; y)$ với $x > 0$, thỏa mãn hệ: $\begin{cases} \sqrt{3}x + y = 0 \\ x^2 + y^2 = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; -1\right)$.	0,25	
Đường thẳng AC đi qua A và vuông góc với d_2 , suy ra AC có phương trình: $\sqrt{3}x - 3y - 4 = 0$. Tọa độ $C(x; y)$ thỏa mãn hệ: $\begin{cases} \sqrt{3}x - y = 0 \\ \sqrt{3}x - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{-2}{\sqrt{3}}; -2\right)$.			
Đường tròn (T) có đường kính AC , suy ra tâm của (T) là $I\left(\frac{-1}{2\sqrt{3}}; -\frac{3}{2}\right)$ và bán kính $IA = 1$. Phương trình (T) : $\left(x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$.	0,25		

Câu	Đáp án	Điểm
2. (1,0 điểm)	 Đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{v} = (2; 1; -1)$ và mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 1)$. Gọi H là hình chiếu của M trên (P), ta có $\cos \widehat{HMC} = \cos(\vec{v}, \vec{n})$. $d(M, (P)) = MH = MC \cdot \cos \widehat{HMC} = MC \cdot \cos(\vec{v}, \vec{n})$ $= \sqrt{6} \cdot \frac{ 2 - 2 - 1 }{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$.	0,25
		0,25
		0,25
		0,25
		0,25
VII.a (1,0 điểm)	Ta có: $\bar{z} = (1 + 2\sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i)$	0,25
	$= 5 + \sqrt{2}i$, suy ra:	0,25
	$z = 5 - \sqrt{2}i$.	0,25
	Phần ảo của số phức z bằng: $-\sqrt{2}$.	0,25
VI.b (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	 Gọi H là trung điểm của BC, D là trung điểm AH, ta có $AH \perp BC$. Do đó tọa độ $D(x; y)$ thỏa mãn hệ: $\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Rightarrow D(2; 2) \Rightarrow H(-2; -2).$ Đường thẳng BC đi qua H và song song d, suy ra BC có phương trình: $x + y + 4 = 0$.	0,25
	Điểm B, C thuộc đường thẳng $BC: x + y + 4 = 0$ và B, C đối xứng nhau qua $H(-2; -2)$, do đó tọa độ B, C có dạng: $B(t; -4 - t), C(-4 - t; t)$.	
	Điểm $E(1; -3)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác ABC , suy ra: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CE} = 0$ $\Leftrightarrow (t - 6)(5 + t) + (-10 - t)(-3 - t) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 2t^2 + 12t = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = -6$.	
	Ta được: $B(0; -4), C(-4; 0)$ hoặc $B(-6; 2), C(2; -6)$.	0,25
	2. (1,0 điểm)	
	 Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2; 2; -3)$, nhận $\vec{v} = (2; 3; 2)$ làm vector chỉ phương. Ta có: $\overrightarrow{MA} = (2; -2; 1)$, $[\vec{v}, \overrightarrow{MA}] = (7; 2; -10)$. Suy ra: $d(A, \Delta) = \frac{ [\vec{v}, \overrightarrow{MA}] }{ \vec{v} } = \frac{\sqrt{49 + 4 + 100}}{\sqrt{4 + 9 + 4}} = 3$.	0,25
	Gọi (S) là mặt cầu tâm A , cắt Δ tại B và C sao cho $BC = 8$. Suy ra bán kính của (S) là: $R = 5$.	0,25
	Phương trình (S) : $x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 25$.	0,25
VII.b (1,0 điểm)	Ta có: $(1 - \sqrt{3}i)^3 = -8$.	0,25
	Do đó $\bar{z} = \frac{-8}{1 - i} = -4 - 4i$, suy ra $z = -4 + 4i$.	0,25
	$\Rightarrow \bar{z} + iz = -4 - 4i + (-4 + 4i)i = -8 - 8i$.	0,25
	Vậy: $ \bar{z} + iz = 8\sqrt{2}$.	0,25

----- Hết -----