

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán - Lớp 12 THPT

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày kiểm tra: 08 tháng 11 năm 2020

(Đề thi gồm có 01 trang, 05 câu)

Câu I(4 điểm).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x - 2$
2. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{m-x} + \sqrt{2x-3} - 2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Câu II(4 điểm).

1. Giải phương trình lượng giác: $\cos 2x + \sqrt{3}(1 + \sin x) = \frac{2 \cos x + 2 \sin 2x - 2 \sin x - 1}{2 \cos x - 1}$
2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3xy(1 + \sqrt{9y^2 + 1}) = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} \\ 4^{27x^2y^2 - 2x^2} = 9y^2 + 4x - 4 \end{cases}$$

Câu III(4 điểm).

1. Bốn người khách cùng ra khỏi quán và bỏ quên mũ. Chủ quán không biết rõ chủ của những chiếc mũ đó nên gửi trả cho họ một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất để cả bốn người cùng được trả sai mũ.

2. Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = Ae^{rt}$. Trong đó, A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có được sau thời gian t (phút), $r > 0$ là tỷ lệ tăng trưởng không đổi theo thời gian và t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con ?

Câu IV(6 điểm).

1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông với $AB = BC = 2$ và A' cách đều các đỉnh A, B, C . Gọi L, K lần lượt là trung điểm của BC, AC . Trên các đoạn $A'B, A'A$ lần lượt lấy M, N sao cho $MA' = 2BM, AA' = 3A'N$. Tính thể tích khối tứ diện $MNKL$, biết $A'L = \sqrt{10}$.

2. Bạn An muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC ; P, Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ . Tính thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn An có thể làm được.

3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = CA = a$, $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$, M là điểm bất kì trong không gian. Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến tất cả các đường thẳng AB, BC, CA, SA, SB, SC . Tính giá trị nhỏ nhất của d .

Câu V(2 điểm).

Cho ba số thực a, b, c đều không nhỏ hơn 1 và thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 \leq 12$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} + \frac{8}{c^2 + 4c + 8} - 3\sqrt{(a+2b)(a+2c)}$.

...HẾT...

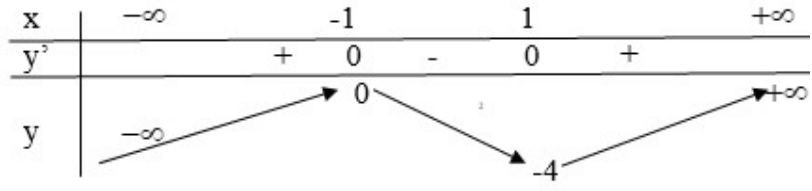
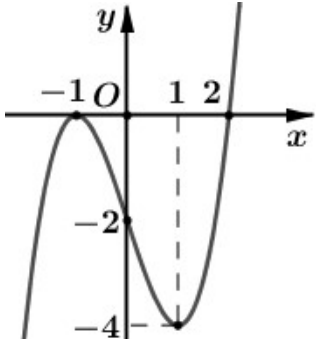
HDC CHÍNH THỨC

Qui định chung

+) Tổng điểm của bài thi được làm tròn đến 0.25 điểm.

+) Học sinh có thể giải theo cách khác. Nếu đúng cho điểm tối đa từng phần theo qui định.

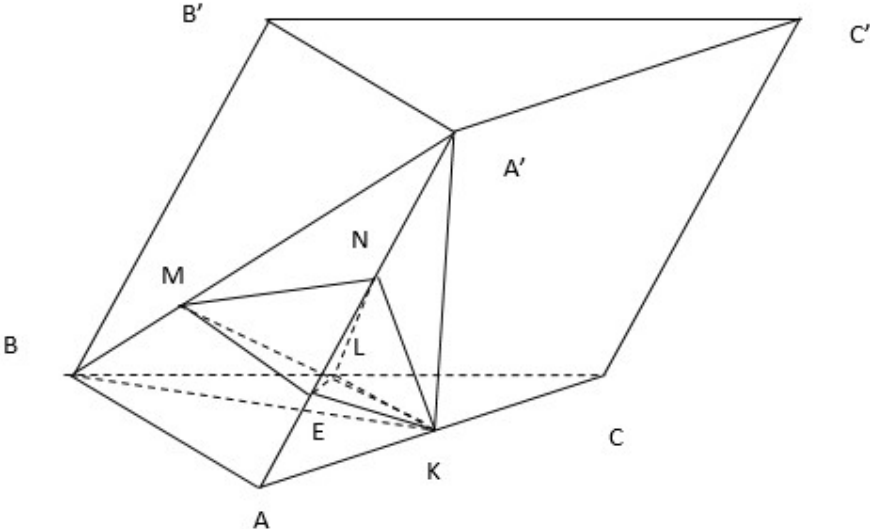
+) Nếu bài hình nào không vẽ hoặc vẽ sai cơ bản thì không được chấm **điểm** bài đó.

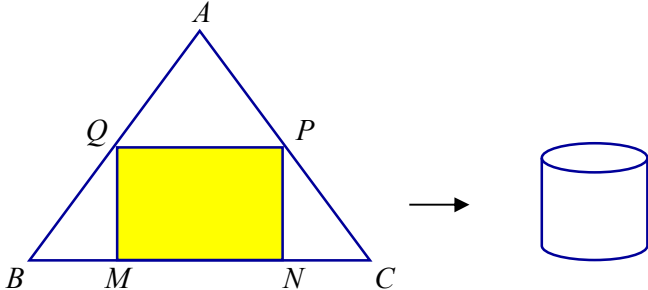
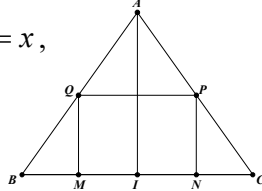
Câu	Nội Dung	Điểm
I (4đ)	1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x - 2$	2đ
	- Tập xác định: $D = R$. - Sự biến thiên: +) Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.	0,5
	+) Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3$. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 1)$	0,5
	ng biến thiên: 	0,5
	Đồ thị: +) Nhận điểm uốn I(0; -2) làm tâm đối xứng. +) Cắt Ox tại điểm $(-1; 0); (2; 0)$, cắt Oy tại điểm $(0; -2)$ Đồ thị như hình vẽ 	0,5
	2. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{m-x} + \sqrt{2x-3} - 2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.	2đ

	Nhận thấy số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là số nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{m-x} + \sqrt{2x-3} = 2$ Điều kiện: $x \geq \frac{3}{2}$. Đặt $u = \sqrt[3]{m-x}$, $v = \sqrt{2x-3} \geq 0$ ta có hệ $\begin{cases} u \geq 0 \\ u + v = 2 \\ 2u^3 + v^2 = 2m - 3 \end{cases}$	0,5																	
	Từ $u + v = 2 \Rightarrow v = 2 - u$, thay vào phương trình còn lại của hệ ta được $2u^3 + (2 - u)^2 = 2m - 3 \Leftrightarrow 2u^3 + u^2 - 4u + 7 = 2m (*)$. Do $v \geq 0$ nên $u \leq 2$. Với cách đặt $u = \sqrt[3]{m-x}$ ta suy ra với mỗi giá trị $u \leq 2$ có một và chỉ một giá trị x tương ứng.	0,5																	
	Xét hàm số $f(u) = 2u^3 + u^2 - 4u + 7$ trên $(-\infty; 2]$, ta có $f'(u) = 6u^2 + 2u - 4; f'(u) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = -1 \\ u = \frac{2}{3} \end{cases}$ Bảng biến thiên $f(u)$: <table><tr><td>u</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>2</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>10</td><td>$\frac{145}{27}$</td><td>19</td></tr></table>	u	$-\infty$	-1	$\frac{2}{3}$	2	y'		$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	10	$\frac{145}{27}$	19	0,5
u	$-\infty$	-1	$\frac{2}{3}$	2															
y'		$+$	0	$-$	0	$+$													
y	$-\infty$	10	$\frac{145}{27}$	19															
	Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình $(*)$ có ba nghiệm u phân biệt khi và chỉ khi $\frac{145}{27} < 2m < 10 \Leftrightarrow \frac{145}{54} < m < 5$.	0,5																	
II (4đ)	1. Giải phương trình: $\cos 2x + \sqrt{3}(1 + \sin x) = \frac{2 \cos x + 2 \sin 2x - 2 \sin x - 1}{2 \cos x - 1}$	2đ																	
	Điều kiện $2 \cos x - 1 \neq 0$	0,25																	
	Phương trình đã cho tương đương với: $\cos 2x + \sqrt{3}(1 + \sin x) = \frac{(2 \cos x - 1)(2 \sin x + 1)}{2 \cos x - 1}$	0,5																	
	$\Leftrightarrow \cos 2x + \sqrt{3}(1 + \sin x) = 2 \sin x + 1$ $\Leftrightarrow (1 + \sin x)(2 \sin x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$	0,5																	
	+) $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in Z$	0,5																	

	$+) \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	
	Đối chiếu điều kiện, ta có các nghiệm của phương trình đã cho là: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ (với $k \in \mathbb{Z}$)	0,25
	2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3xy(1 + \sqrt{9y^2 + 1}) = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} & (1) \\ 4^{27x^2y^2 - 2x^2} = 9y^2 + 4x - 4 & (2) \end{cases}$	2d
	ĐK: $x \geq 0$ NX: $x = 0$ không TM hệ PT Xét $x > 0$ $\text{PT (1)} \Leftrightarrow 3y + 3y\sqrt{9y^2 + 1} = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{x}$ $\Leftrightarrow 3y + 3y\sqrt{(3y)^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 + 1} \quad (3)$	0.5
	Từ (1) và $x > 0$ ta có: $y > 0$. Xét hàm số $f(t) = t + t \cdot \sqrt{t^2 + 1}$, $t > 0$. Ta có: $f'(t) = 1 + \sqrt{t^2 + 1} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 1}} > 0$. Suy ra $f(t)$ luôn đồng biến trên $(0, +\infty)$ $\text{PT (3)} \Leftrightarrow f(3y) = f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \Leftrightarrow 3y = \frac{1}{\sqrt{x}}$	0.25
	Với $3y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ thay vào (2) ta được: $4^{-2x^2+3x} = \frac{4x^2 - 4x + 1}{x} \quad (4)$ Điều kiện có nghiệm $\frac{4x^2 - 4x + 1}{x} > 0 \Leftrightarrow \frac{(2x-1)^2}{x} > 0 \Rightarrow x \in (0; +\infty) \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. $(4) \Leftrightarrow 2^{-4x^2+6x} = \frac{(2x-1)^2}{x} \Rightarrow 6x - 4x^2 = \log_2 (2x-1)^2 - \log_2 x.$ $\Leftrightarrow \log_2 (2x-1)^2 + 4x^2 = \log_2 x + 6x.$ $\Leftrightarrow \log_2 (2x-1)^2 + 4x^2 - 4x + 1 = \log_2 x + 2x + 1$ $\Leftrightarrow \log_2 (2x-1)^2 + (2x-1)^2 = \log_2 2x + 2x$	0.5
	$\Rightarrow g((2x-1)^2) = g(2x) \text{ trên miền } (0; +\infty)$ Xét $g(t) = \log_2 t + t \Rightarrow g'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0 \quad \forall t > 0$. $\Rightarrow f(t) \text{ đồng biến.}$ $\Rightarrow (2x-1)^2 = 2x \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 2x$	0.5

III (4đ)	$\Leftrightarrow 4x^2 - 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{5}}{4} \\ x = \frac{3-\sqrt{5}}{4} \end{cases} \text{ (nhận).}$	
	Với $x = \frac{3+\sqrt{5}}{4} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{3}$ Với $x = \frac{3-\sqrt{5}}{4} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{3}$ Vậy $S = \left\{ \left(\frac{3-\sqrt{5}}{4}; \frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{3} \right); \left(\frac{3+\sqrt{5}}{4}; \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{3} \right) \right\}.$	0.25
IV (6đ)	1. Bốn người khách cùng ra khỏi quán và bỏ quên mũ. Chủ quán không biết rõ chủ của những chiếc mũ đó nên gửi trả cho họ một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất để cả bốn người cùng được trả sai mũ.	2đ
	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4! = 24$. Gọi biến cố A : "Cả bốn người cùng được trả sai mũ." $\bar{A}$: "Có ít nhất 1 người trong bốn người được trả đúng mũ."	0.5
	+) TH1: Cả bốn người cùng được trả đúng mũ có: 1 cách.	0.25
	+) TH2: Chỉ có một người được trả đúng mũ có: Chọn 1 người trong 4 người để trả đúng mũ có: $C_4^1 = 4$ cách. Ba người còn lại trả sai mũ có: $3! - 1 - C_3^1 \cdot 1 = 2$ Theo quy tắc nhân có: $4 \times 2 = 8$ cách.	0.5
	+) TH3: Chỉ có đúng 2 người được trả đúng mũ có: $C_4^2 \cdot 1 = 6$ cách.	0.25
	Theo quy tắc cộng: $n(\bar{A}) = 1 + 8 + 6 = 15 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}.$	0.25
	Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{3}{8}$	0.25
	2. Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = A.e^{rt}$. Trong đó, A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có được sau thời gian t (phút), $r > 0$ là tỷ lệ tăng trưởng không đổi theo thời gian và t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con ?	2 đ
	Ta có $\begin{cases} A = 500 \\ S_1(t) = 1500 \\ t_1 = 5h = 300 \text{ phút} \end{cases} \Rightarrow 1500 = 500.e^{300r} \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{300}.$	0.5

	Ta lại có: $\begin{cases} A = 500 \\ S(t) = 121500 \Rightarrow 121500 = 500 \cdot e^{\frac{\ln 3}{300}t} \\ r = \frac{\ln 3}{300} \end{cases}$	0.5
	$\Leftrightarrow \frac{\ln 3}{300}t = \ln 243 \Leftrightarrow t = 1500 \text{ (phút)} = 25 \text{ (giờ)}.$	0.5
	Để số lượng vi khuẩn đạt 121500 con thì cần 25 giờ để 500 con vi khuẩn ban đầu tăng trưởng.	0.5
	1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông với $AB = BC = 2$ và A' cách đều các đỉnh A, B, C. Gọi L, K lần lượt là trung điểm của BC, AC. Trên các đoạn $A'B, A'A$ lần lượt lấy M, N sao cho $MA' = 2BM, AA' = 3A'N$. Tính thể tích khối tứ diện $MNKL$, biết $A'L = \sqrt{10}$.	2đ
	 Gọi E là trung điểm AN, ta có $ME \parallel AB \parallel LK \Rightarrow S_{MLK} = S_{ELK} \Rightarrow V_{MNKL} = V_{NELK}$ ta cũng có $S_{EKN} = \frac{1}{3}S_{A'KA}$	0.5
	+) Do $A'A = A'B = A'C$ và K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $A'K \perp (ABC) \Rightarrow (A'AC) \perp (ABC)$ mà $BK \perp AC \Rightarrow BK \perp (A'AC)$	0.5
	+) Ta có $d(L, (NKE)) = \frac{1}{2}d(B, (NKE)) = \frac{BK}{2}$, do L là trung điểm BC.	0.5

$V_{NELK} = \frac{1}{3} d(L, (NKE)) \cdot S_{NKE} = \frac{1}{18} KB \cdot S_{A'KA} \quad KB = \frac{AC}{2} = \sqrt{2}$	
+) Vì $A'K \perp (ABC) \Rightarrow A'K \perp KL \Rightarrow A'K = \sqrt{A'L^2 - LK^2} = 3$ $\Rightarrow S_{A'AK} = \frac{1}{2} A'K \cdot KA = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. Vậy $V_{NELK} = \frac{1}{18} KB \cdot S_{A'KC} = \frac{1}{18} \sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{MNLK} = \frac{1}{6}$.	0.5
2. Bạn An muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P, Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Tính thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn An có thể làm được.	2đ
 Gọi I là trung điểm BC. Suy ra I là trung điểm MN. Đặt $MN = x$, ($0 < x < 90$). Ta có: $\frac{MQ}{AI} = \frac{BM}{BI} \Leftrightarrow MQ = \frac{\sqrt{3}}{2}(90 - x)$; gọi R là bán kính của trụ $\Rightarrow R = \frac{x}{2\pi}$ 	0.5
Thể tích của khối trụ là: $V_T = \pi \left(\frac{x}{2\pi} \right)^2 \frac{\sqrt{3}}{2} (90 - x) = \frac{\sqrt{3}}{8\pi} (-x^3 + 90x^2)$	0.5
Xét $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{8\pi} (-x^3 + 90x^2)$ với $0 < x < 90$. $f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{8\pi} (-3x^2 + 180x)$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 60 \end{cases}$.	0.5
Khi đó suy ra $\max_{x \in (0;90)} f(x) = f(60) = \frac{13500 \cdot \sqrt{3}}{\pi}$ Khi đó suy ra $\max_{x \in (0;90)} f(x) = f(60) = \frac{13500 \cdot \sqrt{3}}{\pi}$	0.5

	3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = CA = a$, $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$, M là điểm bất kì trong không gian. Gọi d là tổng khoảng cách từ M đến tất cả các đường thẳng AB, BC, CA, SA, SB, SC. Tìm giá trị nhỏ nhất của d.	2đ
	Ta có khối chóp $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó SG là chiều cao của khối chóp $S.ABC$. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, AB, CA và I, J, K lần lượt là hình chiếu của D, E, F trên SA, SC, SB. Khi đó DI, EJ, FK tương ứng là các đường vuông góc chung của các cặp cạnh SA và BC, SC và AB, SB và CA. Ta có $DI = EJ = FK$. Do đó $\triangle SID = \triangle SJE$ nên $SI = SJ$. Suy ra $ED \parallel IJ$ (cùng song song với AC). Do đó bốn điểm D, E, I, J đồng phẳng. Tương tự ta có bộ bốn điểm D, F, I, K và E, F, J, K đồng phẳng.	0.5
	Ba mặt phẳng $(DEIJ), (DFIK), (EFJK)$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến DI, EJ, FK. Suy ra DI, EJ, FK đồng quy tại điểm O thuộc SG. Xét điểm M bất kì trong không gian. $\begin{cases} d(M, SA) + d(M, BC) \geq DI \\ d(M, SC) + d(M, AB) \geq EJ \\ d(M, SB) + d(M, AC) \geq FK \end{cases} \Rightarrow d \geq DI + EJ + FK.$	0.5
	Do đó d nhỏ nhất bằng $DI + EJ + FK = 3DI$ khi $M \equiv O$. Ta có $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AG = \frac{2}{3}AD = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$, $\sin \widehat{SAG} = \frac{SG}{SA} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.	0.5
	Suy ra $DI = AD \cdot \sin \widehat{SAD} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $3DI = 3 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = a\sqrt{6}$.	0.5

V.	Cho ba số thực a, b, c đều không nhỏ hơn 1 và thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 \leq 12$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} + \frac{8}{c^2 + 4c + 8} - 3\sqrt{(a+2b)(a+2c)}.$	2đ
	Ta có $(a+b+c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2) \leq 36 \Rightarrow a+b+c \leq 6$. Mặt khác $a, b, c \geq 1$ nên $5 \leq a+b+c+2 \leq 8$. Ta CM: $\frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} \geq \frac{2}{ab+1}$ (1). (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{a^2 + 1} - \frac{1}{ab+1} + \frac{1}{b^2 + 1} - \frac{1}{ab+1} \geq 0$ $\Leftrightarrow \frac{ab-a^2}{(a^2+1)(ab+1)} + \frac{ab-b^2}{(b^2+1)(ab+1)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(b-a)^2(ab-1)}{(a^2+1)(b^2+1)(ab+1)} \geq 0$ (2) Vì $a \geq 1, b \geq 1$ nên (2) đúng. Do đó (1) đúng. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b$.	0.25
	Áp dụng (1), ta có: $\frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} \geq \frac{2}{ab+1} \geq \frac{2}{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + 1}$ $\Rightarrow \frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} + \frac{8}{c^2 + 4c + 8} \geq \frac{2}{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + 1} + \frac{2}{\left(\frac{c+2}{2}\right)^2 + 1} \geq \frac{4}{\left(\frac{a+b+c+2}{4}\right)^2 + 1}$ $\Rightarrow \frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} + \frac{8}{c^2 + 4c + 8} \geq \frac{64}{(a+b+c+2)^2 + 16}.$	0.5
	Lại có: $\sqrt{(a+2b)(a+2c)} \leq a+b+c$ $\Rightarrow P \geq \frac{64}{(a+b+c+2)^2 + 16} - 3(a+b+c+2) + 6.$ Đặt $t = a+b+c+2, 5 \leq t \leq 8$, ta có: $P \geq \frac{64}{t^2 + 16} - 3t + 6$	0.5
	Xét hàm số $f(t) = \frac{64}{t^2 + 16} - 3t + 6$, với $t \in [5; 8]$ $f'(t) = \frac{-128t}{(t^2 + 16)^2} - 3 < 0, \forall t \in [5; 8] \Rightarrow f(t) \text{ nghịch biến trên đoạn } [5; 8].$ $\Rightarrow f(t) \geq f(8) = -\frac{86}{5}, \forall t \in [5; 8] \Rightarrow P \geq -\frac{86}{5}$	0.25
	$P = -\frac{86}{5} \Leftrightarrow a = b = c = 2.$ Vậy GTNN của P là $-\frac{86}{5}$, khi $a = b = c = 2$.	0.5

Giáo viên chấm định

Giáo viên ra đề

Trịnh Đình Hiếu

Phạm Thị Nga