

VƯỢT VŨ MÔN TOÁN



ĐỀ SỐ 1

A. Phần trắc nghiệm (8 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên trục hoành
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.

Câu 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện SEBD.

- A. $V = \frac{1}{3}$
- B. $V = \frac{1}{6}$
- C. $V = \frac{1}{12}$
- D. $V = \frac{2}{3}$

Câu 3: Cho hàm số $y = x^2(3 - x)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(+\infty; 3)$
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Câu 4: Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

- A. 8
- B. 12
- C. 16
- D. 30

Câu 5: Cho hình lăng trụ tứ giác ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của hình lăng trụ đã cho.

- A. $h = a$
- B. $h = 9a$
- C. $h = 3a$
- D. $h = \frac{a}{3}$

Câu 6: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$

- A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị
- B. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại
- C. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.
- D. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

Câu 7: Cho hàm số $y = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu là 0
- B. Hàm số có hai giá trị cực tiểu là $-\frac{2}{3}$ và $-\frac{5}{48}$
- C. Hàm số chỉ có một giá trị cực tiểu.
- D. Hàm số có giá trị cực tiểu là $-\frac{2}{3}$ và giá trị cực đại là $-\frac{5}{48}$

Câu 8: Xét hàm số $f(x) = 3x + 1 + \frac{3}{x+1}$ trên tập $D = (-2; 1]$. Mệnh đề nào sau đây là **SAI**?

- A. Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên D bằng 5.
- B. Hàm số $f(x)$ có một điểm cực trị trên D .
- C. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên D bằng 1
- D. Không tồn tại giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên D .

Câu 9: Các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 - 3m + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của nó không có tiếp tuyến song song với trục hoành là:

- A. $-1 \leq m \leq 0$
- B. $-1 \leq m < 0$
- C. $-1 < m < 0$
- D. $-1 < m \leq 0$

Câu 10: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, mặt bên (SBC) tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$
- B. $V = a^3\sqrt{2}$
- C. $V = \frac{a^3}{2}$
- D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 11: Cho đồ thị (C) có phương trình $y = \frac{x+2}{x-1}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với (C) qua trục tung. Khi đó $f(x)$ là:

- A. $f(x) = -\frac{x+2}{x-1}$
- B. $f(x) = -\frac{x-2}{x-1}$
- C. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$
- D. $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$

Câu 12: Các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = ax + \sqrt{4x^2 + 1}$ có tiệm cận ngang là:

- A. $a = \pm 2$
- B. $a = -2$ và $a = \frac{1}{2}$
- C. $a = \pm \frac{1}{2}$
- D. $a = \pm 1$

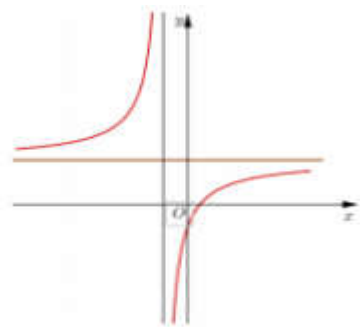
Câu 13: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ Mệnh

đề nào

sau đây là đúng?

A. $ad > 0, ab < 0$ **B.** $bd < 0, ab > 0$

C. $ab < 0, ad < 0$ **D.** $bd > 0, ad > 0$



Câu 14: Cho hàm số $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y = f(x - 2017)$ không có cực trị.

B. Hai phương trình $f(x) = m$ và $f(x - 1) = m + 1$ có cùng số nghiệm với mọi m .

C. Hai phương trình $f(x) = 2017$ và $f(x - 1) = 2017$ có cùng số nghiệm.

D. Hai phương trình $f(x) = m$ và $f(x - 1) = m - 1$ có cùng số nghiệm với mọi m .

Câu 15: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

C. $V = \frac{a^3}{4}$

D. $V = \frac{3a^3}{4}$

Câu 16: Hình vẽ bên là đồ thị của một hàm trùng phương.

Giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm đôi

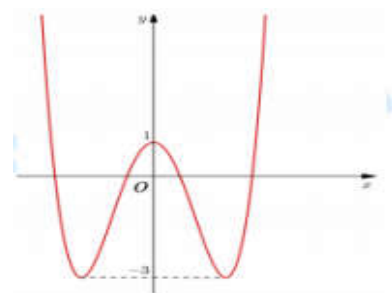
một khác nhau là

A. $-3 < m < 1$

B. $m < 0$

C. $m = 0; m = 3$

D. $1 < m < 3$



B. Phần tự luận (2 điểm)

Bài 1. Cho hàm số $y = x^4 - 6mx^2 - 3m^2 + 1$. Xác định giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên nửa khoảng $[2; +\infty)$.

Bài 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 - 3(m+1)x - 1$. Tìm tham số m để hàm số đạt cực đại và cực tiểu tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 5$.

Bài 3. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm tham số m để đường thẳng $d: y = -2x + m$ cắt đồ thị

(C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác AOB có diện tích bằng $\sqrt{3}$.

Bài 4. Cho x, y là các số thực không âm thỏa mãn điều kiện $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (4x^2 + 3y)(4y^2 + 3x) + 25xy$.

-----Hết-----

LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Phần trắc nghiệm (mỗi câu đúng 0,5 điểm)

Câu 1: Đáp án C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

Câu 2: Đáp án A

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.EBD}}{V_{S.CBD}} = \frac{SE}{SC} \Rightarrow V_{S.EBD} = \frac{2}{3} V_{S.CBD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}$$

Câu 3: Đáp án C

$$\text{Ta có } y' = 6x - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

Dễ thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		4		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
0 0

Câu 4: Đáp án B

Dễ thấy hình bát diện đều có 12 cạnh

Câu 5: Đáp án C

$$\text{Đường cao của hình lăng trụ là } h = \frac{V}{S_{ABCD}} = \frac{3a^2}{a^2} = 3a$$

Câu 6: Đáp án A

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đổi dấu qua 2 điểm nên đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 7: Đáp án B

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 2x^2 - 2x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 1; x = -\frac{1}{2}.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	1	$+\infty$		
y'	-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$	$-\frac{5}{48}$	0	$-\frac{2}{3}$	$+\infty$		

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$

Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số có giá trị cực tiểu là $-\frac{5}{48}$ và $-\frac{2}{3}$

Câu 8: Đáp án A

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho không tồn tại giá trị lớn nhất trên $(-2; 1]$ nên A sai

Câu 9: Đáp án D

Ta có $y' = 3mx^2 - 6mx - 3$. Để đồ thị hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của nó không tiếp tuyến song song với trục hoành thì $y' < 0 \Leftrightarrow mx^2 - 2mx - 1 < 0$

- Với $m = 0$ thì $-1 < 0$ đúng
- Với $m \neq 0$ thì $y' < 0$ thì $\begin{cases} m < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -1 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0$

Do đó để m thỏa mãn đề bài thì $-1 < m \leq 0$

Câu 10: Đáp án D

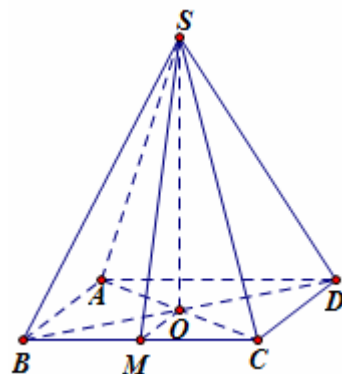
Gọi M là trung điểm của BC , O là giao điểm của AC và BD

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp OM \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOM)$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABCD)}) = (\widehat{(SM, OM)}) = \widehat{SMO} = 45^\circ$$

$$\text{Do } AC = 2a \Rightarrow AB = a\sqrt{2} \Rightarrow OM = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = OM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = 2a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$



Câu 11: Đáp án C

Hàm số $f(x)$ và hàm số $f(-x)$ đối xứng nhau qua trục tung

$$\text{Do đó hàm số cần tìm là } f(x) = y(-x) = \frac{-x+2}{-x-1} = \frac{x-2}{x+1}$$

Câu 12: Đáp án A

$$\text{Ta có } y = ax + \sqrt{4x^2 + 1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4 - a^2)x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 + 1} - ax}$$

Kí hiệu $\deg(u)$ là bậc của hàm số $u(x) = (4 - a^2)x^2 + 1$ và $\deg v(x)$ là bậc của hàm số

$$v(x) = \sqrt{4x^2 + 1} - ax$$

Để thấy $\deg v(x) = 1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi

$$\deg u(x) \leq \deg v(x) \Rightarrow 4 - a^2 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 2$$

Câu 13: Đáp án A

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy

- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0$, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} < 0$
- Hàm số đã cho là hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định nên $y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2} > 0 \Leftrightarrow ad - bc > 0$
- Giả sử $a > 0 \Rightarrow c > 0$ do đó $d > 0$ nên $ad > 0$. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ nhỏ hơn 0 nên $\frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b < 0$. Vậy $ab < 0; ad > 0$

Câu 14: Đáp án C

Ta có $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 3$ suy ra $f'(x) = 3x^2 + 2x - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $f(x - 2017)$ có 2 điểm cực trị.

Đặt $u = x - 1$ ta có : $f(x - 1) = f(u)$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ và $f(u) = m + 1$ chưa thể khẳng định của cùng số nghiệm nên sai, tương tự **D** sai.

Dễ thấy số nghiệm của phương trình $f(x) = 2017$ và $f(u) = 2017$ là giống nhau nên **C** đúng.

Câu 15: Đáp án A

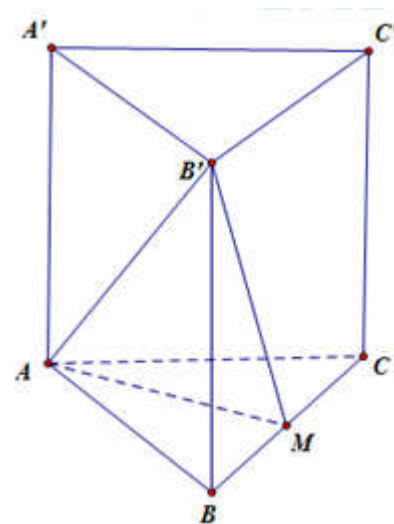
Gọi M là trung điểm của BC

Dựng $AM \perp BC$, mặt khác $AM \perp BB'$ suy ra $AM \perp (BCC'B')$

Khi đó $\widehat{AB'M} = 30^\circ$, lại có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB' \sin B' = AM$

Suy ra $AB' = \frac{AM}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3} \Rightarrow BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

Do đó $V = S_d.BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

**Câu 16: Đáp án C**

Ta có $|f(x)| = m \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = m \\ f(x) = -m \end{cases}$. Để $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt thì 2 đường thẳng $y = m$, $y = -m$

sẽ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt. Do đó $m = 3, m = 0$

B. Phần tự luận (mỗi bài đúng 0,5 điểm)**Bài 1. (0,5 điểm)**

+) Tập xác định: $\mathbb{R}$.

+) Ta có: $y' = 4x^3 - 12mx = 4x(x^2 - 3m)$; $y' = 0$ có tối đa ba nghiệm trên $\mathbb{R}$, nên hàm số đồng biến trên $[2; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in [2; +\infty)$.

Ta có: $4x(x^2 - 3m) \geq 0 \forall x \geq 2 \Leftrightarrow x^2 \geq 3m \forall x \geq 2 \Leftrightarrow 3m \leq \min_{[2; +\infty)} x^2 = 4$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $[2; +\infty)$ khi và chỉ khi $3m \leq 4 \Leftrightarrow m \leq \frac{4}{3}$.

Bài 2. (0,5 điểm)

+) Tập xác định: $\mathbb{R}$.

+) Ta có: $y' = 3x^2 - 6(m+1)x - 3(m+1) = 3[x^2 - 2(m+1)x - (m+1)]$;

$$\Delta' = (m+1)^2 + (m+1) = (m+1)(m+2).$$

Để hàm số đã cho có cực đại, cực tiểu thì y' đổi dấu hai lần, hay phương trình bậc hai: $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Điều này tương đương với $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -1$ hoặc $m < -2$.

Khi đó gọi $x_1; x_2$ ($x_1 \neq 0; x_2 \neq 0$) là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ thì $x_1; x_2$ là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Theo Định lí Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = -(m+1) \end{cases}$$

$$+) \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1^2x_2^2} = \frac{4(m+1)^2 + 2(m+1)}{(m+1)^2} = \frac{4m+6}{m+1};$$

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 5 \Leftrightarrow \frac{4m+6}{m+1} = 5 \Leftrightarrow 4m+6 = 5m+5 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện } \Delta' > 0 \text{)}.$$

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Bài 3. (0,5 điểm)

+) Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

+) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d:

$$\frac{2x+1}{x+1} = -2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x+1 = (x+1)(-2x+m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ -2x^2 + (m-4)x + m-1 = 0 \end{cases} \quad (1).$$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1)

có hai nghiệm phân biệt khác (-1) . Điều này tương đương với $\begin{cases} \Delta = m^2 + 8 > 0 \\ 1 \neq 0 \end{cases}$ (đúng với

mọi m).

+) Khi đó gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1), tọa độ hai giao điểm của d và (C) là: $A(x_1; -2x_1 + m); B(x_2; -2x_2 + m)$.

Độ dài đoạn thẳng AB là:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (-2x_2 + m + 2x_1 - m)^2} = \sqrt{5} \cdot |x_2 - x_1|.$$

$$\text{Khoảng cách từ O đến đường thẳng d là: } d(O; d) = \frac{|m|}{\sqrt{5}}.$$

Suy ra diện tích tam giác AOB là:

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|m|}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5} \cdot |x_2 - x_1| = \frac{|m| \cdot |x_2 - x_1|}{2} = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow m^2(x_2 - x_1)^2 = 12.$$

$$\text{Theo Định lí Vi-ét: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m-4}{2} \\ x_1x_2 = \frac{1-m}{2} \end{cases} \Rightarrow (x_2 - x_1)^2 = \left(\frac{m-4}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1-m}{2} = \frac{m^2+8}{4}.$$

Suy ra

$$S_{AOB} = \sqrt{3} \Leftrightarrow m^2 \cdot \frac{m^2+8}{4} = 12 \Leftrightarrow m^4 + 8m^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy $m = \pm 2$ là các giá trị cần tìm.

Bài 4. (0,5 điểm)

Hướng dẫn giải

+ **Biến đổi đồng nhất:** $P = 16x^2y^2 - 2xy + 12$.

+ **Đặt** $t = xy$ với $t \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$. Cơ sở nào để có $t \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$? ***Giải thích:*** $0 \leq xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} \leq \frac{1}{4}$

+ **Lập bảng biến thiên** của $f(t) = 16t^2 - 2t + 12$ với $t \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$

+ **Kết quả:** Giá trị lớn nhất của biểu thức P là $\frac{25}{2}$ đạt khi $x = y = \frac{1}{2}$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\frac{191}{16}$ đạt khi $x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{4}, y = \frac{2 \mp \sqrt{3}}{4}$. $\square$

-----Hết-----