

Thời gian làm bài: 90 phút

I. Phần trắc nghiệm (7,0 điểm). Chọn đáp án đúng (*Học sinh ghi đáp án đúng vào giấy làm bài thi*)

Câu 1. Cho $k \in \mathbb{Z}$. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên từng khoảng nào sau đây?

- A. $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$. B. $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$. C. $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$. D. $(k2\pi; \pi + k2\pi)$.

Câu 2. Phương trình $\tan x = \tan \beta$, $\left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$ có nghiệm là:

- A. $x = \beta + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\beta + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = -\beta + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \beta + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Điều kiện để phương trình $a.\sin x + b.\cos x + c = 0$ (a, b, c là tham số, $a^2 + b^2 > 0$) có nghiệm là:

- A. $a + b \geq c$. B. $a + b \leq c$. C. $a^2 + b^2 \geq c^2$. D. $a^2 + b^2 \leq c^2$.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$ là:

- A. 12. B. 11. C. 20. D. 21.

Câu 5. Gọi x_0 là nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 9x + \sqrt{3} \cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3} \cos 9x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right)$. B. $x_0 \in \left(-\frac{\pi}{12}; 0\right)$. C. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{12}\right]$. D. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}\right)$.

Câu 6. Có bao nhiêu cách xếp 4 học sinh ngồi vào một bàn dài?

- A. 24. B. 18. C. 16. D. 12.

Câu 7. Cho các số $n, k \in \mathbb{N}, n \geq k$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là sai?

- A. $P_n = n!$. B. $P_n = A_n^n$. C. $A_n^k = C_n^k k!$. D. $C_n^k = C_n^{n-k+1}$.

Câu 8. Trong mặt phẳng, cho 10 điểm phân biệt. Có bao nhiêu véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập 10 điểm đã cho?

- A. 20. B. 10. C. 45. D. 90.

Câu 9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

- A. 70. B. 1680. C. 40320. D. 65536.

Câu 10. Trong khai triển nhị thức $(a+b)^7$, ($a, b \neq 0$) hệ số của số hạng chứa a^3b^4 là:

- A. 20. B. 21. C. 35. D. 42.

Câu 11. Gọi A là biến cố liên quan đến phép thử chỉ có số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Kí hiệu $n(\Omega)$ và $n(A)$ lần lượt là số kết quả có thể xảy ra của phép thử và số kết quả thuận lợi cho biến cố A . Để tính xác suất biến cố A , công thức nào sau đây đúng?

- A. $P(A) = \frac{n(\Omega)}{n(A)}$. B. $P(A) = n(\Omega) \times n(A)$. C. $P(A) = n(A) + n(\Omega)$. D. $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Câu 12. Một lớp học có 30 học sinh gồm 20 học sinh nam, 10 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó luôn có học sinh là nữ?

- A. 1140. B. 2920. C. 1900. D. 900.

Câu 13. Tính tổng $S = C_{22}^0 + C_{22}^1 + C_{22}^2 + \dots + C_{22}^{22}$.

- A. $S = 2^{22} - 1$. B. $S = 2^{22}$. C. $S = 2^{21}$. D. $S = 0$.

Câu 14. Trong khai triển nhị thức $\left(\frac{1}{x} - x^2\right)^{15}$, ($x \neq 0$) số hạng không chứa x là:

- A. 3006. B. 3033. C. -3003. D. 6435.

Câu 15. Xác suất bắn mỗi viên đạn trúng hồng tâm của một xạ thủ là 0,4. Tính xác suất để trong ba lần bắn độc lập, người đó không bắn trúng hồng tâm lần nào.

- A. 0,064. B. 0,784. C. 0,936. D. 0,216.

Câu 16. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S . Tính xác suất để số đó không chứa hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ.

- A. $\frac{13}{35}$. B. $\frac{19}{35}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{9}{35}$.

Câu 17. Phép biến hình nào sau đây **không** có tính chất bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm?

- A. Phép tịnh tiến. B. Phép đối xứng trục. C. Phép vị tự với tỉ số $k > 1$. D. Phép quay.

Câu 18. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là điểm O . Biết rằng O là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến theo vector $\frac{\overrightarrow{AB}}{2}$.

Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **đúng**?

- A. M trùng với điểm A . B. M là trung điểm BD . C. M là trung điểm của AD . D. M trùng với điểm C .

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + y^2 = 8$. Viết phương trình ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm $A(3; -2)$, góc 180° .

- A. $(x-4)^2 + (y+4)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$. C. $(x+4)^2 + (y-4)^2 = 8$. D. $x^2 + (y+4)^2 = 8$.

Câu 20. Cho tam giác ABC với trọng tâm là điểm G . Gọi D là trung điểm của cạnh BC . Xét V là phép vị tự tâm G tỉ số k biến điểm A thành điểm D . Tìm k .

- A. $k = \frac{3}{2}$. B. $k = -\frac{3}{2}$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 21. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD và AD . Tìm ảnh của tam giác AMO qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc quay 90° và phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{OP}$.

- A. Tam giác NCP . B. Tam giác QOP .
C. Tam giác BNO . D. Tam giác MOQ .

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC . Trên hai đoạn AJ và CI , lấy hai điểm P và Q như hình vẽ bên. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ADJ) và (BCI) là:

- A. IP . B. PQ . C. PJ . D. IJ .

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh AD , G là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (BCD) là:

- A. Giao điểm của hai đường thẳng MG và BC . B. Giao điểm của hai đường thẳng MG và BD .
C. Giao điểm của hai đường thẳng MG và DN , với N là trung điểm của cạnh BC .
D. Giao điểm của hai đường thẳng MG và DH , với H là hình chiếu của D lên cạnh BC .

Câu 24. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a và b . Trong các giả thiết sau, giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) ?

- A. $a \cap b$ và $b \parallel (P)$. B. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$. C. $a \parallel b$ và $b \subset (P)$. D. $a \cap (P) = \emptyset$.

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. B. MQ và NP là hai đường thẳng chéo nhau.
C. $BD \parallel PQ$ và $BD = 2PQ$. D. $MN \parallel BD$ và $BD = 2MN$.

Câu 26. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, AD và CD . Giao tuyến của mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (SAC) song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau:

- A. Đường thẳng AC . B. Đường thẳng MN . C. Đường thẳng BD . D. Đường thẳng CD .

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD, AB = 4CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC . Cho G là trọng tâm của tam giác SAB . Thiết diện cắt hình chóp bởi mặt phẳng (MNG) là:

- A. tam giác. B. hình chữ nhật. C. hình bình hành. D. hình thang.

II. Phần tự luận (3,0 điểm).

Bài 1 (1,5 điểm). a) Trước diễn biến phức tạp của dịch bệnh sốt xuất huyết, Sở Y tế thành phố Hà Nội lựa chọn kiểm tra ngẫu nhiên công tác chuẩn bị của 4 đội phòng chống dịch cơ động trong số 6 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 15 đội của các Trung tâm y tế cơ sở. Tính xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

b) Giải phương trình sau trên tập số thực: $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$.

Bài 2 (1,5 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M và N lần lượt là hai điểm nằm trên các cạnh SB và SD sao cho: $SB = 4MB, SD = 4ND$. Gọi P là điểm đối xứng với O qua điểm C .

a) Chứng minh rằng: đường thẳng BD song song với mặt phẳng (MNP) .

b) Gọi T là giao điểm của đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) . Tính tỷ số $\frac{TA}{TS}$.

----- HẾT -----

I. Trắc nghiệm (8 điểm)

- | | | | |
|------|-------|-------|-------|
| 1. B | 8. D | 15. D | 22. D |
| 2. D | 9. B | 16. A | 23. C |
| 3. C | 10. C | 17. C | 24. D |
| 4. A | 11. D | 18. C | 25. B |
| 5. B | 12. B | 19. A | 26. B |
| 6. A | 13. B | 20. D | 27. A |
| 7. D | 14. C | 21. A | 28. D |

Câu 5. $\sin 9x + \sqrt{3} \cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3} \cos 9x \Leftrightarrow \sin 9x - \sqrt{3} \cos 9x = \sin 7x - \sqrt{3} \cos 7x$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 9x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 9x = \frac{1}{2} \sin 7x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 7x \Leftrightarrow \sin \left(9x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \left(7x - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x - \frac{\pi}{3} = 7x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 9x - \frac{\pi}{3} = \pi - \left(7x - \frac{\pi}{3} \right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{8}, (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$$

Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là: $x_0 = -\frac{\pi}{48} \in \left[-\frac{\pi}{12}; 0 \right]$

Câu 15.

Gọi A_i là biến cố xạ thủ bắn trúng hồng tâm lần thứ i ($i = 1, 2, 3$), ta có $p(A_i) = 0,4$

Gọi K là biến cố “Trong ba lần bắn độc lập, người đó không bắn trúng hồng tâm lần nào”

Ta có $K = \overline{A_1 A_2 A_3}$

Theo quy tắc nhân xác suất, ta có: $p(K) = p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) = (0,6)^3 = 0,216$

Câu 16. Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = A_7^4 = 840$.

A là biến cố chọn được số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Cách 1.

Xét hai trường hợp

TH1. Số có đúng 1 chữ số lẻ, 3 chữ số chẵn

Số cách chọn 1 số lẻ từ 4 số lẻ, lấy 3 số chẵn: có $C_4^1 \cdot C_3^3 = 4$ cách.

Xếp các c/s lấy được, có: $4!$ cách.

Do đó có: $4 \times 4! = 96$ cách

TH2. Số có đúng 2 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn

Số cách chọn 2 số lẻ từ 4 số lẻ, 2 số chẵn từ 3 số chẵn: có $C_4^2 \cdot C_3^2 = 18$ cách.

Xếp hai chữ số chẵn có $2!$ cách, tiếp theo xếp 2 chữ số lẻ vào 3 vị trí ngăn cách bởi các số lẻ có: A_3^2 cách

Do đó có: $18 \times 2 \times A_3^2 = 216$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = 96 + 216 = 312. \text{ Vậy } \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{312}{840} = \frac{13}{35}.$$

Cách 2. $\overline{A}$ là biến cố chọn được số luôn chứa ít nhất 2 chữ số lẻ liên tiếp.

TH1. Số có 4 chữ số lẻ liên tiếp: $4! = 24$

TH2. Số có 3 chữ số lẻ liên tiếp, 1 chữ số chẵn:

Số cách chọn 3 số lẻ từ 4 số lẻ, 1 số chẵn từ 3 số chẵn: $C_4^3 C_3^1 = 12$

Số cách sắp xếp 3 chữ số lẻ liên tiếp: $3!$.

Số cách sắp xếp nhóm số lẻ và 1 chữ số chẵn: $2!$

Do đó có: $12 \times 3! \times 2! = 144$

TH3. Số có 2 chữ số lẻ liên tiếp, 2 chữ số chẵn

Số cách chọn 2 số lẻ từ 4 số lẻ, 2 số chẵn từ 3 số chẵn: có $C_4^2 \cdot C_3^2 = 18$ cách.

Số cách sắp xếp 2 số lẻ liên tiếp: $2!$

Số cách sắp xếp nhóm số lẻ và 2 số chẵn: $3!$

Do đó có: $18 \times 2 \times 3! = 216$

TH4. Số có 2 chữ số lẻ liên tiếp, 1 chữ số chẵn, 1 chữ số lẻ

Số cách chọn 2 số lẻ từ 4 số lẻ, 1 số chẵn từ 3 số chẵn, 1 số lẻ từ 2 số lẻ còn lại: có

$$C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 = 36 \text{ cách.}$$

Số cách sắp xếp 2 số lẻ liên tiếp: $2!$

Số cách xếp vị trí nhóm số lẻ và 1 số lẻ: $2!$ Cách

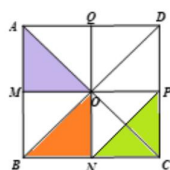
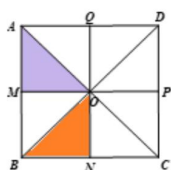
Số chẵn được xếp vào chính giữa: 1 cách

Do đó có: $36 \times 2 \times 2 \times 1 = 144$ cách

$$\Rightarrow n(\overline{A}) = 24 + 144 + 216 + 144 = 528. \text{ Vậy } p(A) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{528}{840} = \frac{13}{35}.$$

Câu 21. $Q_{(0;90^\circ)}(\Delta AMO) = \Delta BNO$

$T_{\overline{OP}}(\Delta BNO) = \Delta NCP$



Câu 24. Đáp án A không đúng

Đáp án B và C không đúng vì a có thể nằm trên mặt phẳng (P) .

Đáp án **D đúng**.

Câu 28. Trong (SAB) , qua G kẻ $PQ \parallel AB$.

Hình thang ABCD có $MN \parallel AB$. Do đó $MN \parallel PQ$.

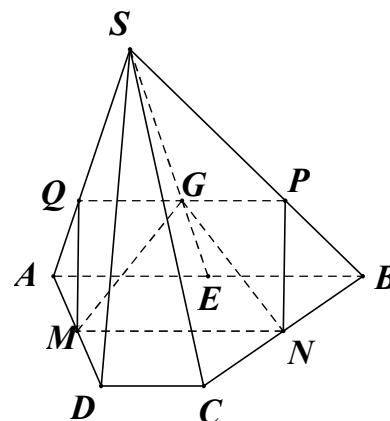
Thiết diện MNPQ có $PQ = \frac{2}{3} AB$,

$$MN = \frac{1}{2}(AB + CD) = \frac{1}{2}\left(AB + \frac{1}{4}AB\right) = \frac{5}{8}AB$$

$MN \neq PQ$ nên MNPQ không thể là hình bình hành.

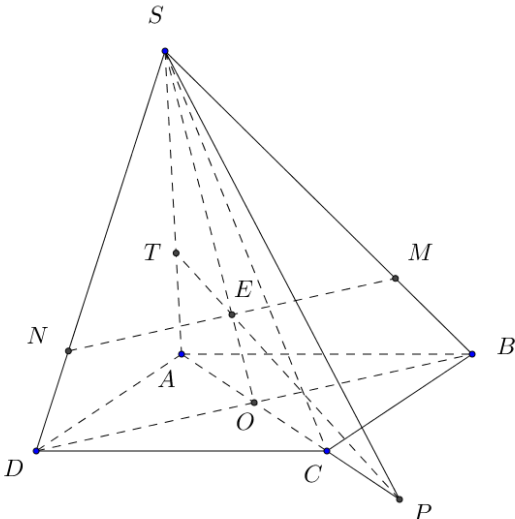
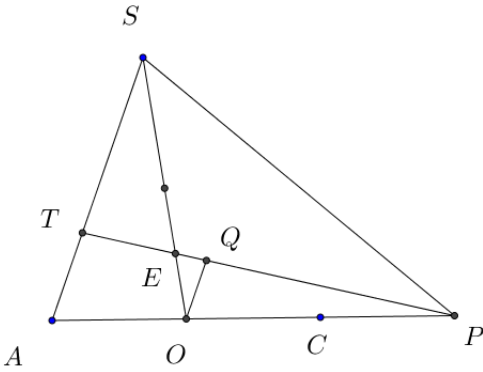
Vậy MNPQ là hình thang.

II. Tự luận (2 điểm)



Bài	Câu	Đáp án	Điểm
1	a	Trước tình hình dịch sốt xuất huyết có diễn biến phức tạp, Sở Y tế thành phố Hà Nội lựa chọn kiểm tra ngẫu nhiên công tác chuẩn bị của 4 đội phòng chống dịch cơ động trong số 6 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 15 đội của các trung tâm y tế cơ sở. Tính xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn. Số cách chọn 4 đội bất kỳ là: $C_{21}^4 = 5985 \Rightarrow n(\Omega) = 5985$ Gọi A là biến cố để chọn ra 4 đội để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế (TTYT) cơ sở được chọn	0,25
		Cách 1. TH1: 2 đội của TTYT cơ sở, 2 đội của TTYT dự phòng Số cách chọn là: $C_{15}^2 \cdot C_6^2 = 1575$ TH2: 3 đội của TTYT cơ sở, 1 đội của TTYT dự phòng Số cách chọn là: $C_{15}^3 \cdot C_6^1 = 2730$ TH3: 4 đội của TTYT cơ sở Số cách chọn là: $C_{15}^4 = 1365$	0,25

Bài	Câu	Đáp án	Điểm
		Từ đó $n(A) = 1575 + 2730 + 1365 = 5670 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{18}{19}$.	0,25
		Cách 2. $\bar{A}$ là biến cố để chọn ra 4 đội để có nhiều nhất 1 đội của các Trung tâm y tế (TTYT) cơ sở được chọn TH1: 1 đội của TTYT cơ sở, 3 đội của TTYT dự phòng Số cách chọn là: $C_{15}^1 \cdot C_6^3 = 300$ TH2: 4 đội của TTYT dự phòng Số cách chọn là: $C_6^4 = 15$ Từ đó $n(\bar{A}) = 300 + 15 = 315$ $\Rightarrow P(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{315}{5985} = \frac{18}{19}$	0,25
	b	a) Giải phương trình sau trên tập số thực: $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3 \quad (1)$ $(1) \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x = 3$ TH1. $\cos x = 0$ $(1) \Leftrightarrow 2\sin^2 x = 3$ (Loại vì không thỏa mãn $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$). TH2. $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ $(1) \Leftrightarrow 2\tan^2 x + 2\sqrt{3}\tan x = 3(1 + \tan^2 x)$ $\Leftrightarrow \tan^2 x - 2\sqrt{3}\tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \tan x = \sqrt{3}$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ (thỏa mãn $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$) Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
2		Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M và N lần lượt là hai điểm thuộc cạnh SB và SD sao cho $\frac{MB}{SB} = \frac{ND}{SD} = \frac{1}{4}$. P là điểm đối xứng với O qua C. a) Chứng minh rằng: đường thẳng BD song song với mặt phẳng (MNP). b) Gọi T là giao điểm của SA và mặt phẳng (MNP). Tính tỷ số $\frac{TA}{TS}$.	

Bài	Câu	Đáp án	Điểm
	a	 a) Ta có: $\frac{SN}{SD} = \frac{SM}{SB} = \frac{3}{4}$ nên $MN \parallel ND$ (Talet đảo). Vì vậy $BD \parallel (MNP)$.	0,25 0,75
	b	Trong mặt phẳng (SBD), gọi E là giao điểm của SO và MN. Trong mặt phẳng (SAC), gọi T là giao điểm của PE và SA. Khi đó T là giao điểm của SA và mặt phẳng (MNP).  Trong $\triangle SAP$, đường thẳng qua O song song với SA cắt PT tại Q. Khi đó: $\frac{TA}{TS} = \frac{TA}{OQ} \cdot \frac{OQ}{TS} = \frac{PA}{PO} \cdot \frac{OE}{SE} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$.	0,25 0,25