

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN
Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 22/10/20120

Bài 1. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^9 + 3x^6 + 4x^3 - 16x + 10 = 2\sqrt[3]{2x-1}$.

2. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình sau có hai nghiệm thực trái dấu:

$$\sqrt{x^2 + 2m^2x + m^4 + 81} + \sqrt{x^4 + 2x^2 + 2} = \sqrt{(x^2 + x + m^2 + 1)^2 + 100}$$

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho dãy số (u_n) , biết:
$$\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ \frac{2}{u_{n+2}} = \frac{1}{u_{n+1}} + \frac{1}{u_n} \end{cases} \text{ với } n \geq 1.$$

Tìm $\lim u_n$.

Bài 3. (3,5 điểm)

Tìm tất cả các đa thức với hệ số thực $p(x), q(x), r(x)$ thỏa mãn $p(x) - q(x) = r(x) \cdot (\sqrt{p(x)} + \sqrt{q(x)})$ với mọi số thực x .

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho các số thực x, y, z thỏa mãn:

$$\begin{cases} x \geq 3y > 3 \\ x - 2y + z - y^2 - yz + 1 = 0. \end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P(x, y, z) = x^2 + 9y^2 - 2(3x - 1)y + z$.

Bài 5. (7,0 điểm)

1. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = \sqrt{2}$, $SC = \sqrt{7}$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Mặt phẳng (P) thay đổi, đi qua I , cắt các tia SA, SB, SC lần lượt tại các điểm M, N, P . Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.MNP$.

2. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn $(O; R)$. Giả sử các tia phân giác của góc $\widehat{BAD}$, góc đối đỉnh $\widehat{BCD}$ cắt nhau tại I và đường tròn (I, r) tiếp xúc với các tia đối của các tia BA, DA, CB, CD . Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{(d+R)^2} + \frac{1}{(d-R)^2} = \frac{1}{r^2} \text{ (với } d = OI).$$