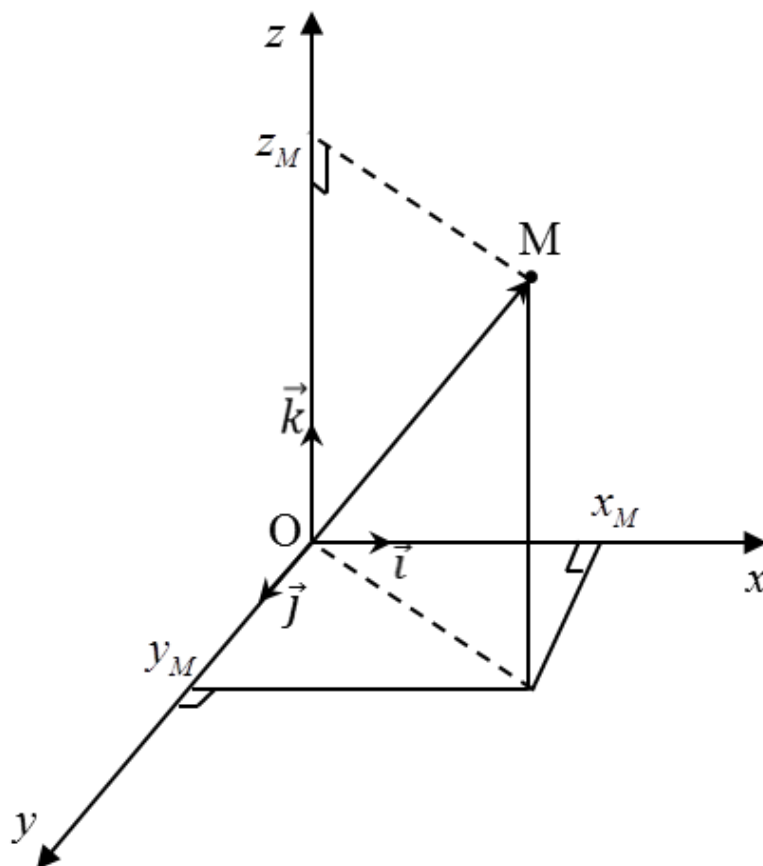


OMEGA
Nguyễn Văn Vinh
Lê Đình Hùng

CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



BÀI 1: HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

1) Tọa độ của điểm và của vectơ

a) Hệ tọa độ:

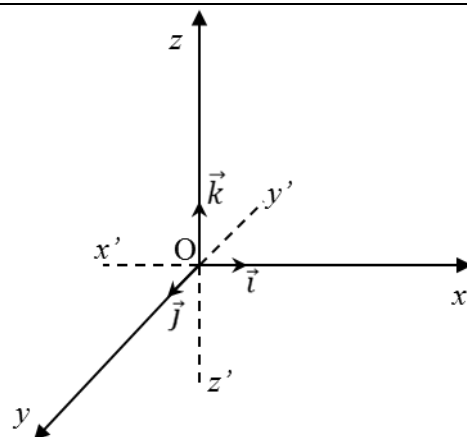
Hệ gồm 3 trục $x'Ox$, $y'Oy$ và $z'Oz$ trong không gian vuông góc với nhau từng đôi một tại O được gọi là hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc Oxyz (gọi tắt là hệ tọa độ Oxyz).

Khi đó O được gọi là gốc tọa độ.

* Lưu ý:

Vecto đơn vị của các trục $x'Ox$, $y'Oy$ và $z'Oz$

lần lượt là $\vec{i}$, $\vec{j}$ và $\vec{k}$.



b) Tọa độ của 1 điểm và 1 vectơ:

+ Tọa độ của 1 điểm:

Với một điểm M tùy ý trong không gian Oxyz, ta luôn có:

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Khi đó bộ ba $(x; y; z)$ là duy nhất và là tọa độ điểm M:

$$M = (x; y; z) \text{ hoặc } M(x; y; z)$$

(x là hoành độ; y là tung độ và z là cao độ)

+ Tọa độ của 1 vectơ:

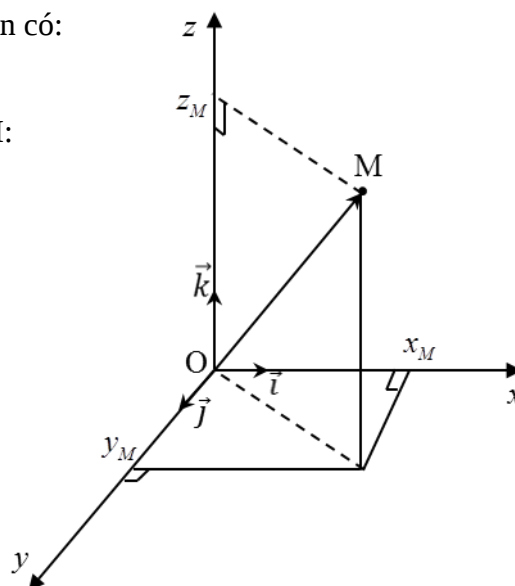
Tương tự, với một $\vec{a}$ bất kì trong không gian Oxyz, ta luôn có:

$$\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$$

Khi đó bộ ba $(a_1; a_2; a_3)$ là duy nhất và là tọa độ $\vec{a}$:

$$\vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \text{ hoặc } \vec{a}(a_1; a_2; a_3)$$

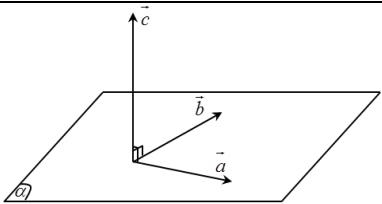
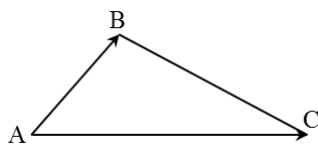
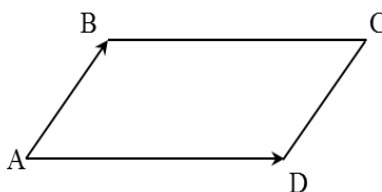
* Lưu ý: Tọa độ điểm M chính là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$

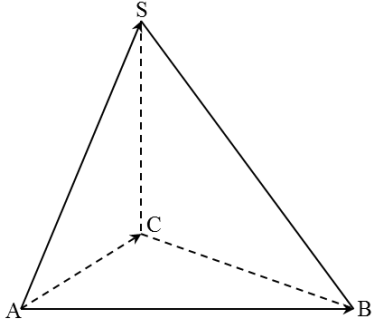
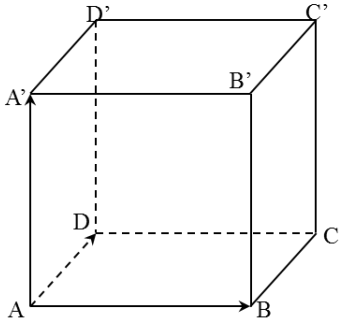


2) Các phép toán và tính chất trong hệ tọa độ Oxyz

Cho điểm $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ và $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$, khi đó ta có:

Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$
Độ dài đoạn AB	$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
Độ dài vectơ $\vec{a}$	$ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$
Tổng hoặc hiệu của 2 vectơ	$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$
Tích của 1 vectơ với 1 số	$k\vec{a} = k(a_1; a_2; a_3) = (ka_1; ka_2; ka_3)$

Hai vecto bằng nhau	$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$
Tích vô hướng của 2 vecto	$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$
Hai vecto cùng phương ($\vec{a} \parallel \vec{b}$)	$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$
Hai vecto vuông góc ($\vec{a} \perp \vec{b}$)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = 0$
Tích có hướng của 2 vecto	$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} a_2 a_3 & & a_3 a_1 & & a_1 a_2 \\ b_2 b_3 & & b_3 b_1 & & b_1 b_2 \end{pmatrix}$ 
Ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng	$[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$
Ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng	$[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$
Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số k ($k \neq 1$)	$M = \left(\frac{x_A - kx_B}{1 - k}, \frac{y_A - ky_B}{1 - k}, \frac{z_A - kz_B}{1 - k} \right)$
Trung điểm M của AB	$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2} \right)$
Trọng tâm M của tam giác ABC	$M = \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right)$
Trong tâm M của tứ diện ABCD	$M = \left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}, \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}, \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \right)$
Góc giữa 2 vecto $\vec{a}, \vec{b}$	$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$
Diện tích ΔABC	$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left [\vec{AB}, \vec{AC}] \right $ 
Diện tích hình bình hành ABCD	$S_{ABCD} = \left [\vec{AB}, \vec{AD}] \right $ 

Thể tích của tứ diện SABC	$V_{ABCD} = \frac{1}{6} \left [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AS} \right $ 
Thể tích của hình hộp ABCD.A'B'C'D'	$V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'} \right $ 

*** Lưu ý:**

- Tọa độ của 3 vectơ đơn vị: $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$
- Tọa độ của điểm nằm trên các trục:
 - + Trục Ox: $M(x; 0; 0)$
 - + Trục Oy: $M(0; y; 0)$
 - + Trục Oz: $M(0; 0; z)$
- Tọa độ của điểm nằm trên các mặt phẳng tọa độ:
 - + Mặt Oxy: $M(x; y; 0)$
 - + Mặt Oxz: $M(x; 0; z)$
 - + Mặt Oyz: $M(0; y; z)$

(**Quy tắc nhớ:** Thiếu trục tọa độ nào thì tọa độ đó bằng 0)

❖ BÀI TẬP

Phương pháp:

Hiểu rõ lý thuyết, nắm vững các công thức trong tọa độ không gian cùng với các trường hợp vận dụng của từng công thức. Ngoài ra ta cần lưu ý các vấn đề thường gặp sau:

VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Cho các vectơ $\vec{a}(2; 3; -5)$, $\vec{b}(0; -3; 4)$ và $\vec{c}(1; -2; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{n} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$.

Hướng dẫn:

- Tọa độ của vectơ $\vec{n}$:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \vec{n} &= 3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = 3(2; 3; -5) + 2(0; -3; 4) - (1; -2; 3) \\ &= (6; 9; -15) + (0; -6; 8) - (1; -2; 3) = (6+0-1; 9+(-6)-(-2)); ((-15)+8-3)) = (5; 5; -10) \end{aligned}$$

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vectơ $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{i}$. Tọa độ của điểm A là:

Hướng dẫn:

- Tọa độ của điểm A:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{i} = 3\vec{i} + 12\vec{j} - 2\vec{k} + 5\vec{i} = 8\vec{i} + 12\vec{j} - 2\vec{k}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OA} = -8\vec{i} - 12\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\Rightarrow A = (-8; -12; 2)$$

Ví dụ 3: Cho vectơ $\vec{a} = (2; -1; 2)$; $\vec{b} = (m; 3; -1)$; $\vec{c} = (1; 2; 1)$, tìm m để ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đồng phẳng.

Hướng dẫn:

- Giá trị m để 3 vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ đồng phẳng:

Ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng khi: $[\vec{a}, \vec{c}] \cdot \vec{b} = 0 (*)$

$$\text{Ta có: } [\vec{a}, \vec{c}] = \begin{pmatrix} -12 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (-5; 0; 5)$$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow (-5; 0; 5) \cdot (m; 3; -1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -5m + 0 \cdot 3 + 5 \cdot (-1) = 0 \Rightarrow m = -1$$

Ví dụ 4: Cho ba điểm A(1; 2; 3), B(2; -2; 1), C(-1; -2; -3).

a) Chứng tỏ 3 điểm A, B, C tạo thành một tam giác và tìm trọng tâm của tam giác này.

b) Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{CM}$.

c) Xác định điểm D sao cho ABCD là hình bình hành và tìm tọa độ tâm I của nó ?. Tính chu vi và diện tích của hình bình hành ?.

d) Tính số đo các góc trong ΔABC ?. Tính diện tích ΔABC ?

Hướng dẫn:

a) - Chứng tỏ A, B, C tạo thành một tam giác:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; -4; -2); \overrightarrow{AC} = (-2; -4; -6)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{-2} \neq \frac{-4}{-4} \neq \frac{-2}{-6}$$

Do đó vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương hay 3 điểm A, B và C tạo thành một tam giác.

- Trọng tâm của tam giác ABC:

Gọi G là trọng tâm của ΔABC , ta có:

$$G \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{2}{3}; \frac{-2}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

b) Tọa độ điểm M:

Gọi $M(a; b; c)$, ta có:

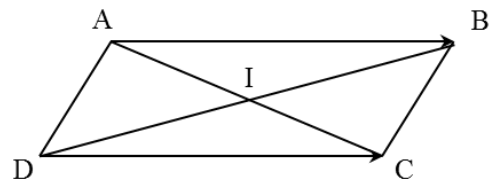
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BA} &= 3\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow (a-1; b-2; c-3) + 2(-1; 4; 2) = 3(a+1; b+2; c+3) \\ &\Leftrightarrow (a-1; b-2; c-3) + (-2; 8; 4) = (3a+3; 3b+6; 3c+9) \\ &\Leftrightarrow (a-1-2; b-2+8; c-3+4) = (3a+3; 3b+6; 3c+9) \\ &\Leftrightarrow (a-3; b+6; c+1) = (3a+3; 3b+6; 3c+9)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-3 = 3a+3 \Rightarrow a = -3 \\ b+6 = 3b+6 \Rightarrow b = 0 \\ c+1 = 3c+9 \Rightarrow c = -4 \end{cases} \Rightarrow M(-3; 0; -4)$$

c) - Xác định D để ABCD là hình bình hành

Gọi $D(a; b; c)$ để ABCD là hình bình hành, ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1; -4; -2) = (-1-a; -2-b; -3-c) \\ &\Rightarrow \begin{cases} -1-a = 1 \Rightarrow a = -2 \\ -2-b = -4 \Rightarrow b = 2 \\ -3-c = -2 \Rightarrow c = -1 \end{cases} \Rightarrow D(-2; 2; -1)\end{aligned}$$



- Tọa độ tâm I của hình bình hành ABCD

Vì I là giao điểm của AC và BD nên I cũng là trung điểm của AC:

$$\Rightarrow I \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 0 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow I(0; 0; 0)$$

- Chu vi của hình bình hành ABCD:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; -4; -2) \Rightarrow AB = \sqrt{1^2 + (-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{21}$$

$$\overrightarrow{BC} = (-3; 0; -2) \Rightarrow BC = \sqrt{(-3)^2 + 0^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow C_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2\sqrt{21} + 2\sqrt{13}$$

- Diện tích của hình bình hành ABCD:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; -4; -2); \overrightarrow{AD} = (-3; 0; -4)$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow S_{ABCD} &= \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \right] \right| = \left| \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -21 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -30 \end{pmatrix} \right| \\ &= |(16; 10; -12)| = \sqrt{16^2 + 10^2 + (-12)^2} = 10\sqrt{5} \text{ (đvdt)}\end{aligned}$$

d) - Số đo các góc trong tam giác ABC:

+ Số đo góc $\widehat{BAC}$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; -4; -2)$; $\overrightarrow{AC} = (-2; -4; -6)$

$$\Rightarrow \cos(\widehat{BAC}) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{|1 \cdot (-2) + (-4) \cdot (-4) + (-2) \cdot (-6)|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 + (-6)^2}} = \frac{13}{7\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} \approx 41^\circ$$

+ Số đo góc $\widehat{ABC}$

Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1; 4; 2)$; $\overrightarrow{BC} = (-3; 0; -4)$

$$\Rightarrow \cos \widehat{ABC} = \frac{|\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{BC}|} = \frac{|(-1) \cdot (-3) + 4 \cdot 0 + 2 \cdot (-4)|}{\sqrt{(-1)^2 + 4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 0^2 + (-4)^2}} = \frac{1}{\sqrt{21}}$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} \approx 77^\circ$$

+ Số đo góc $\widehat{ACB}$

$$\text{Vì } \widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 62^\circ$$

- Diện tích tam giác ABC:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; -4; -2)$; $\overrightarrow{AC} = (-2; -4; -6)$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -21 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} \sqrt{16^2 + 10^2 + (-12)^2} = 5\sqrt{5} \text{ (đvdt)}$$

Ví dụ 5: Trong không gian Oxyz, cho ba vectơ $\vec{a}(-1;1;0)$, $\vec{b}(1;1;0)$ và $\vec{c}(1;1;1)$. Cho hình hộp OABC.O'A'B'C' thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OO'} = \vec{c}$. Thể tích của hình hộp nói trên bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn:

- Thể tích hình hộp OABC.O'A'B'C'

Gọi O là gốc tọa độ, vì $\overrightarrow{OA} = \vec{a} \Rightarrow A(-1;1;0)$; $\overrightarrow{OC} = \vec{b} \Rightarrow C(1;1;0)$; $\overrightarrow{OO'} = \vec{c} \Rightarrow O'(1;1;1)$

$$\Rightarrow V_{OABC.O'A'B'C'} = |[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}] \cdot \overrightarrow{OO'}| = \left| \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -11 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right| (1;1;1) = |(0;0;-2) \cdot (1;1;1)| = 2 \text{ (đvtt)}$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vectơ $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là

A. (3, -2, 5)

B. (-3, -17, 2)

C. (3, 17, -2)

D. (3, 5, -2)

Câu 2: Trong không gian Oxyz cho 3 điểm A, B, C thỏa: $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$; $\overrightarrow{OB} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$; $\overrightarrow{OC} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ với $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$ là các vectơ đơn vị. Xét các mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{AB} = (-1, 1, 4)$ (II) $\overrightarrow{AC} = (1, 1, 2)$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Cả (I) và (II) đều đúng

B. (I) đúng, (II) sai

C. Cả (I) và (II) đều sai

D. (I) sai, (II) đúng

Câu 3: Cho $\vec{m} = (1; 0; -1)$; $\vec{n} = (0; 1; 1)$. Kết luận nào sai:

A. $\vec{m} \cdot \vec{n} = -1$

B. $[\vec{m}, \vec{n}] = (1; -1; 1)$

C. $\vec{m}$ và $\vec{n}$ không cùng phương

D. Góc của $\vec{m}$ và $\vec{n}$ là 60°

Câu 4: Cho 2 vector $\vec{a} = (2; 3; -5)$, $\vec{b} = (0; -3; 4)$, $\vec{c} = (1; -2; 3)$. Tọa độ của vector $\vec{n} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ là:

A. $\vec{n} = (5; 5; -10)$

B. $\vec{n} = (5; 1; -10)$

C. $\vec{n} = (7; 1; -4)$

D. $\vec{n} = (5; -5; -10)$

Câu 5: Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = (5; 7; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; 4)$, $\vec{c} = (-6; 1; -1)$. Tọa độ của vecto $\vec{n} = 5\vec{a} + 6\vec{b} + 4\vec{c} - 3\vec{i}$ là:

A. $\vec{n} = (16; 39; 30)$

B. $\vec{n} = (16; -39; 26)$

C. $\vec{n} = (-16; 39; 26)$

D. $\vec{n} = (16; 39; -26)$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba vector $\vec{a} = (1; 2; 2)$, $\vec{b} = (0; -1; 3)$, $\vec{c} = (4; -3; -1)$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $|\vec{a}| = 3$

(II) $|\vec{c}| = \sqrt{26}$

(III) $\vec{a} \perp \vec{b}$

(IV) $\vec{b} \perp \vec{c}$

(V) $\vec{a} \cdot \vec{c} = 4$

(VI) $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương

(VII) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{10}}{15}$

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1

B. 6

C. 4

D. 3

Câu 7: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc $\frac{2\pi}{3}$. Biết $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ thì $|\vec{a} - \vec{b}|$ bằng:

A. 6

B. 5

C. 4

D. 7

Câu 8: Cho $\vec{a}, \vec{b}$ có độ dài bằng 1 và 2. Biết $(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\pi}{3}$. Thì $|\vec{a} + \vec{b}|$ bằng:

A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. 2

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

Câu 9: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Kết luận nào sau đây sai:

A. $[\vec{a}, \vec{b}] = |\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}, \vec{b})$

B. $[\vec{a}, 3\vec{b}] = 3[\vec{a}, \vec{b}]$

C. $[2\vec{a}, \vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$

D. $[2\vec{a}, 2\vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$

Câu 10: Cho 2 vector $\vec{a} = (1; m; -1)$, $\vec{b} = (2; 1; 3)$. $\vec{a} \perp \vec{b}$ khi:

A. $m = -1$

B. $m = 1$

C. $m = 2$

D. $m = -2$

Câu 11: Cho 2 vector $\vec{a} = (1; \log_5 3; m)$, $\vec{b} = (3; \log_3 25; -3)$. $\vec{a} \perp \vec{b}$ khi:

A. $m = 3$

B. $m = \frac{5}{3}$

C. $m = \frac{3}{5}$

D. $m = -\frac{5}{3}$

Câu 12: Cho 2 vector $\vec{a} = (2; -\sqrt{3}; 1)$, $\vec{b} = (\sin 3x; \sin x; \cos x)$. $\vec{a} \perp \vec{b}$ khi:

A. $x = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4} \vee x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \vee x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \vee x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho 3 điểm

$A = (2; 0; 4)$, $B = (4; \sqrt{3}; 5)$, $C = (\sin 5t; \cos 3t; \sin 3t)$ và O là gốc tọa độ. với giá trị nào của t để $AB \perp OC$.

$$\text{A. } \begin{cases} t = -\frac{2\pi}{3} + k\pi \\ t = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{B. } \begin{cases} t = \frac{2\pi}{3} + k\pi \\ t = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{C. } \begin{cases} t = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ t = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{D. } \begin{cases} t = \frac{2\pi}{3} + k\pi \\ t = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 14: Trong hệ trục tọa độ Oxyz cho $\vec{u} = (4; 3; 4)$, $\vec{v} = (2; -1; 2)$, $\vec{w} = (1; 2; 1)$. khi đó $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w}$ là:

A. 2

B. 3

C. 0

D. 1

Câu 15: Điều kiện cần và đủ để ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ khác $\vec{0}$ đồng phẳng là:

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{0}$

B. $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = \vec{0}$

C. Ba vectơ đôi một vuông góc nhau.

D. Ba vectơ có độ lớn bằng nhau.

Câu 16: Chọn phát biểu đúng: Trong không gian

A. Vectơ có hướng của hai vectơ thì cùng phương với mỗi vectơ đã cho.

B. Tích có hướng của hai vectơ là một vectơ vuông góc với cả hai vectơ đã cho.

C. Tích vô hướng của hai vectơ là một vectơ.

D. Tích của vectơ có hướng và vô hướng của hai vectơ tùy ý bằng 0

Câu 17: Cho hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ khác $\vec{0}$. Phát biểu nào sau đây không đúng ?

A. $[\vec{u}, \vec{v}]$ có độ dài là $|\vec{u}||\vec{v}|\cos(\vec{u}, \vec{v})$

B. $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$ khi hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ cùng

phương.

C. $[\vec{u}, \vec{v}]$ vuông góc với hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$

D. $[\vec{u}, \vec{v}]$ là một vectơ

Câu 18: Ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 1; m)$, $\vec{c} = (2; m; 1)$ đồng phẳng khi:

A. $\begin{cases} m = 9 \\ m = 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = -9 \\ m = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = 9 \\ m = -2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = -9 \\ m = -1 \end{cases}$

Câu 19: Cho ba vectơ $\vec{a}(0; 1; -2)$, $\vec{b}(1; 2; 1)$, $\vec{c}(4; 3; m)$. Để ba vectơ đồng phẳng thì giá trị của m là ?

A. 14

B. 5

C. -7

D. 7

Câu 20: Cho 3 vectơ $\vec{a} = (1; 2; 1)$; $\vec{b} = (-1; 1; 2)$ và $\vec{c} = (x; 3x; x+2)$. Nếu 3 vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng thì x bằng

A. 1

B. -1

C. -2

D. 2

Câu 21: Cho 3 vectơ $\vec{a} = (4; 2; 5)$, $\vec{b} = (3; 1; 3)$, $\vec{c} = (2; 0; 1)$. Chọn mệnh đề đúng:

A. 3 vectơ đồng phẳng

B. 3 vectơ không đồng phẳng

C. 3 vectơ cùng phương

D. $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$

Câu 22: Cho 4 điểm $M(2; -3; 5)$, $N(4; 7; -9)$, $P(3; 2; 1)$, $Q(1; -8; 12)$. Bộ 3 điểm nào sau đây là thẳng hàng:

A. N, P, Q

B. M, N, P

C. M, P, Q

D. M, N, Q

Câu 23: Trong không gian Oxyz, cho 3 vecto $\vec{a} = (-1; 1; 0)$; $\vec{b} = (1; 1; 0)$; $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai

- A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$ C. $\vec{a} \perp \vec{b}$ D. $\vec{b} \perp \vec{c}$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho 3 điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$, $P(1; m-1; 2)$. Với giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?

- A. $m = 3$ B. $m = 2$ C. $m = 1$ D. $m = 0$

Câu 25: Cho vecto $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm m để góc giữa hai vecto $\vec{u}$ và $\vec{v}$ có số đo 45° .

Một học sinh giải như sau :

$$\text{Bước 1: } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1-2m}{\sqrt{6}\sqrt{m^2+1}}$$

Bước 2: Góc giữa hai vecto $\vec{u}$ và $\vec{v}$ có số đo 45° suy ra:

$$\frac{1-2m}{\sqrt{6}\sqrt{m^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 1-2m = \sqrt{3}\sqrt{m^2+1} \quad (*)$$

$$\text{Bước 3: Phương trình } (*) \Leftrightarrow (1-2m)^2 = 2(m^2+1) \Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 - \sqrt{6} \\ m = 2 + \sqrt{6} \end{cases}$$

Bài giải trên đúng hay sai ? Nếu sai thì sai ở bước nào ?

- A. Đúng B. Sai ở bước 1 C. Sai ở bước 2 D. Sai ở bước 3

Câu 26: Trong không gian Oxyz, cho 3 vecto $\vec{a} = (-1; 1; 0)$; $\vec{b} = (1; 1; 0)$; $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng

- A. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$ B. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng C. $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$ D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$

Câu 27: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 3$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Độ dài của vectơ $\vec{a} - 2\vec{b}$ là:

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{13}$

Câu 28: Cho $\vec{a} = (3; 2; 1)$; $\vec{b} = (-2; 0; 1)$. Độ dài của vecto $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

- A. 1 B. 2 C. 3 D. $\sqrt{2}$

Câu 29: Cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; m)$. Góc giữa chúng bằng 45° khi:

- A. $m = 2 + \sqrt{5}$ B. $m = 2 - \sqrt{3}$ C. $m = 2 \pm \sqrt{6}$ D. $m = 2\sqrt{6}$.

Câu 30: Trong hệ trục Oxyz, cho ba điểm $A(-2, 1, 0)$, $B(-3, 0, 4)$, $C(0, 7, 3)$. Khi đó, $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$ bằng:

- A. $\frac{14}{3\sqrt{118}}$ B. $-\frac{7\sqrt{2}}{3\sqrt{59}}$ C. $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{57}}$ D. $-\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{57}}$

Câu 31: Trong không gian Oxyz cho $\vec{a} = (3; -2; 4)$; $\vec{b} = (5; 1; 6)$; $\vec{c} = (-3; 0; 2)$. Tọa độ của $\vec{x}$ sao cho $\vec{x}$ đồng thời vuông góc với $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là:

- A. $(0; 0; 1)$ B. $(0; 0; 0)$ C. $(0; 1; 0)$ D. $(1; 0; 0)$

Câu 32: Trong hệ tọa độ Oxyz cho điểm $M(3; 1; -2)$. Điểm N đối xứng với M qua trục Ox có tọa độ là:

- A. $(-3;1;2)$ B. $(-3;-1;-2)$ C. $(3;1;0)$ D. $(3;-1;2)$

Câu 33: Trong hệ trục Oxyz, M' là hình chiếu vuông góc của $M(3,2,1)$ trên Ox. M' có tọa độ là:

- A. $(0,0,1)$ B. $(3,0,0)$ C. $(-3,0,0)$ D. $(0,2,0)$

Câu 34: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(3;-2;1)$ Tọa độ điểm C đối xứng với A qua B là:

- A. $C(1;2;1)$ B. $D(1;-2;-1)$ C. $D(-1;2;-1)$ D. $C(4;-2;1)$

Câu 35: Cho $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(3;1;1)$. Để ABCD là hình bình hành tọa độ điểm D là:

- A. $D(1;1;2)$ B. $D(4;1;0)$ C. $D(-1;-1;-2)$ D. $D(-3;-1;0)$

Câu 36: Cho ba điểm $(1;2;0)$, $(2;3;-1)$, $(-2;2;3)$. Trong các điểm $A(-1;3;2)$, $B(-3;1;4)$, $C(0;0;1)$ thì điểm nào tạo với ba điểm ban đầu thành hình bình hành là ?

- A. Cả A và B B. Chỉ có điểm C. C. Chỉ có điểm A. D. Cả B và C.

Câu 37: Cho $A(4;2;6)$, $B(10;-2;4)$, $C(4;-4;0)$, $D(-2;0;2)$ thì tứ giác ABCD là hình:

- A. Bình hành B. Vuông C. Chữ nhật D. Thoi

Câu 38: Cho hình hộp ABCD. $A'B'C'D'$, biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tìm tọa độ đỉnh A' ?

- A. $A'(-2;1;1)$ B. $A'(3;5;-6)$ C. $A'(5;-1;0)$ D. $A'(2;0;2)$

Câu 39: Trong không gian Oxyz, cho 2 điểm $B(1;2;-3)$ và $C(7;4;-2)$. Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là

- A. $\left(3;\frac{8}{3};-\frac{8}{3}\right)$ B. $\left(\frac{8}{3};3;-\frac{8}{3}\right)$ C. $\left(3;3;-\frac{8}{3}\right)$ D. $\left(1;2;\frac{1}{3}\right)$

Câu 40: Trong các bộ ba điểm:

- (I). $A(1;3;1)$; $B(0;1;2)$; $C(0;0;1)$,
(II). $M(1;1;1)$; $N(-4;3;1)$; $P(-9;5;1)$,
(III). $D(1;2;7)$; $E(-1;3;4)$; $F(5;0;13)$,

Bộ ba nào thẳng hàng ?

- A. Chỉ III, I. B. Chỉ I, II. C. Chỉ II, III. D. Cả I, II, III.

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC biết $A(-1;0;2)$, $B(1;3;-1)$, $C(2;2;2)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai ?

- A. Điểm $G\left(\frac{2}{3};\frac{5}{3};1\right)$ là trọng tâm của tam giác ABC.
B. $AB = \sqrt{2}BC$
C. $AC < BC$
D. Điểm $M\left(0;\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh AB.

Câu 42: Trong không gian Oxyz, cho hình bình hành OADB có $\overrightarrow{OA} = (-1;1;0)$, $\overrightarrow{OB} = (1;1;0)$ (O là gốc tọa độ). Khi đó tọa độ tâm hình bình hành OADB là:

- A. $(0;1;0)$ B. $(1;0;0)$ C. $(1;0;1)$ D. $(1;1;0)$

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(2;1;0)$, $B(3;1;-1)$, $C(1;2;3)$. Tọa độ điểm D để ABCD là hình bình hành là:

- A. $D(2;1;2)$ B. $D(2;-2;-2)$ C. $D(-2;1;2)$ D. $D(0;2;4)$

Câu 44: Cho 3 điểm $A(2;1;4)$, $B(-2;2;-6)$, $C(6;0;-1)$. Tích $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

- A. -67 B. 65 C. 67 D. 33

Câu 45: Cho tam giác ABC với $A(-3; 2; -7); B(2; 2; -3); C(-3; 6; -2)$. Điểm nào sau đây là trọng tâm của tam giác ABC

- A. $G(-4; 10; -12)$ B. $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{10}{3}; 4\right)$ C. $G(4; -10; 12)$ D. $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{10}{3}; -4\right)$

Câu 46: Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm $A(1, 0, 0); B(0, 1, 0); C(0, 0, 1); D(1, 1, 1)$. Xác định tọa độ trọng tâm G của tứ diện ABCD

- A. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ C. $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$

Câu 47: Trong không gian Oxyz cho 3 điểm $A(1; 0; 1), B(-2; 1; 3)$ và $C(1; 4; 0)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là

- A. $\left(\frac{8}{13}; -\frac{7}{13}; \frac{15}{13}\right)$ B. $\left(\frac{8}{13}; \frac{7}{13}; \frac{15}{13}\right)$ C. $\left(-\frac{8}{13}; -\frac{7}{13}; \frac{15}{13}\right)$ D. $\left(\frac{8}{13}; -\frac{7}{13}; -\frac{15}{13}\right)$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 3 điểm $A(1; 2; -1), B(2; 1; 1), C(0; 1; 2)$. Gọi $H(a; b; c)$ là trực tâm của tam giác. Giá trị của $a + b + c$

- A. 4 B. 5 C. 7 D. 6

Câu 49: Cho 3 điểm $A(2; -1; 5); B(5; -5; 7)$ và $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của $x; y$ thì A, B, M thẳng hàng?

- A. $x = 4; y = 7$ B. $x = -4; y = -7$ C. $x = 4; y = -7$ D. $x = -4; y = 7$

Câu 50: Cho $A(0; 2; -2), B(-3; 1; -1), C(4; 3; 0), D(1; 2; m)$. Tìm m để A, B, C, D đồng phẳng:

- A. $m = -5$ B. $m = -1$ C. 1 D. 5

Câu 51: Trong không gian Oxyz cho tứ diện ABCD. Độ dài đường cao vẽ từ D của tứ diện ABCD cho bởi công thức nào sau đây:

- A. $h = \frac{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}$ B. $h = \frac{1}{3} \frac{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}|}$
C. $h = \frac{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}|}$ D. $h = \frac{1}{3} \frac{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}|}$

Câu 52: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho $\vec{u} = (1; 1; 2), \vec{v} = (-1; m; m - 2)$. Khi đó $|\overrightarrow{[u, v]}| = 4$ thì :

- A. $m = 1; m = \frac{11}{5}$ B. $m = -1; m = -\frac{11}{5}$ C. $m = 3$ D. $m = 1; m = -\frac{11}{5}$

Câu 53: Cho ba điểm $A(2; 5; -1), B(2; 2; 3), C(-3; 2; 3)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. ΔABC đều. B. A, B, C không thẳng hàng.
C. ΔABC vuông. D. ΔABC cân tại B.

Câu 54: Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm $A(1; 0; 0); B(0; 1; 0); C(0; 0; 1); D(1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai

- A. Bốn điểm ABCD tạo thành một tứ diện B. Tam giác ABD là tam giác đều
C. $AB \perp CD$ D. Tam giác BCD là tam giác vuông.

Câu 55: Cho bốn điểm $A(-1, 1, 1), B(5, 1, -1), C(2, 5, 2), D(0, -3, 1)$. Nhận xét nào sau đây là đúng

- A. A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện B. Ba điểm A, B, C thẳng hàng
C. Cả A và B đều đúng D. A, B, C, D là hình thang

Câu 56: Cho bốn điểm $A(1, 1, -1)$, $B(2, 0, 0)$, $C(1, 0, 1)$, $D(0, 1, 0)$, $S(1, 1, 1)$

Nhận xét nào sau đây là đúng nhất

A. ABCD là hình chữ nhật

B. ABCD là hình bình hành

C. ABCD là hình thoi

D. ABCD là hình vuông

Câu 57: Cho hình hộp ABCD. $A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$ và $C'(4;5;5)$. Tọa độ của C và A' là:

A. $C(2;0;2)$, $A'(3;5;4)$

B. $C(2;0;2)$, $A'(3;5;-4)$

C. $C(0;0;2)$, $A'(3;5;4)$

D. $C(2;0;2)$, $A'(1;0;4)$

Câu 58: Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ và $D(1;1;1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó tọa độ trung điểm G của đoạn thẳng MN là:

A. $G\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

B. $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

C. $G\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$

D. $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$

Câu 59: Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm $A(1,1,1)$; $B(1,3,5)$; $C(1,1,4)$; $D(2,3,2)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Câu nào sau đây đúng ?

A. $AB \perp IJ$

B. $CD \perp IJ$

C. AB và CD có chung trung điểm

D. $IJ \perp (ABC)$

Câu 60: Cho $A(0;2;-2)$, $B(-3;1;-1)$, $C(4;3;0)$ và $D(1;2;m)$. Tìm m để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: $\overrightarrow{AB} = (-3; -1; 1)$; $\overrightarrow{AC} = (4; 1; 2)$; $\overrightarrow{AD} = (1; 0; m+2)$

Bước 2: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = (-3; 10; 1)$

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 3 + m + 2 = m + 5$

Bước 3: A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow m + 5 = 0$

Đáp số: $m = -5$

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Sai ở bước 2

B. Đúng

C. Sai ở bước 1

D. Sai ở bước 3

Câu 61: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Tính thể tích khối lăng trụ. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Chọn hệ trục như hình vẽ:

$A\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $B\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, $B'\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; h\right)$, $C\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$,

$C'\left(-\frac{a}{2}; 0; h\right)$ (h là chiều cao của lăng trụ), suy ra

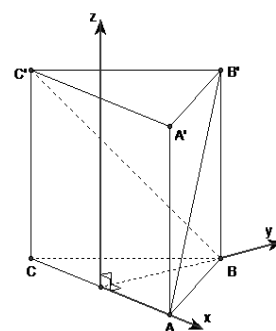
$\overrightarrow{AB'} = \left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; h\right)$; $\overrightarrow{BC'} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{2}; h\right)$

Bước 2: $AB' \perp BC' \Leftrightarrow \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4} + h^2 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Bước 3: $V_{ABC.A'B'C'} = B.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?



A. Lời giải đúng **B.** Sai ở bước 1 **C.** Sai ở bước 3 **D.** Sai ở bước 2

Câu 62: Cho vector $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm m để góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ có số đo bằng 45° . Một học sinh giải như sau:

Bước 1: $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1}}$

Bước 2: Góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° suy ra $\frac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 1-2m = \sqrt{3} \cdot \sqrt{m^2+1} \quad (*)$

Bước 3: phương trình $(*) \Leftrightarrow (1-2m)^2 = 3(m+1) \Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 + \sqrt{6} \\ m = 2 - \sqrt{6} \end{cases}$

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Sai ở bước 2 **B.** Sai ở bước 3 **C.** Bài giải đúng **D.** Sai ở bước 1

Câu 63: Cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Tìm mệnh đề sai:

A. $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 0)$ **B.** $\overrightarrow{AC} = (-2; 0; 4)$ **C.** $\cos A = \frac{2}{\sqrt{65}}$ **D.** $\sin A = \frac{1}{2}$

Câu 64: Trong không gian Oxyz cho 3 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; 4)$. Tìm câu đúng

A. $\cos A = \frac{-2\sqrt{65}}{65}$ **B.** $\sin A = \sqrt{\frac{61}{65}}$ **C.** $dt(\Delta ABC) = \sqrt{61}$ **D.** $dt(\Delta ABC) = \sqrt{65}$

Câu 65: Trong không gian Oxyz cho tứ diện ABCD với $A(0; 0; 1)$; $B(0; 1; 0)$; $C(1; 0; 0)$ và $D(-2; 3; -1)$. Thể tích của ABCD là:

A. $V = \frac{1}{3}$ đvtt **B.** $V = \frac{1}{2}$ đvtt **C.** $V = \frac{1}{6}$ đvtt **D.** $V = \frac{1}{4}$ đvtt

Câu 66: Cho $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$. Thể tích của khối tứ diện ABCD là:

A. $\frac{1}{2}$ (đvtt) **B.** $\frac{3}{2}$ (đvtt) **C.** 1 (đvtt) **D.** 3 (đvtt)

Câu 67: Cho $A(2; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$, $D(1; 2; 1)$. Thể tích của khối tứ diện ABCD là:

A. 30 **B.** 40 **C.** 50 **D.** 60

Câu 68: Cho $A(-1; 0; 3)$, $B(2; -2; 0)$, $C(-3; 2; 1)$. Diện tích tam giác ABC là:

A. $\sqrt{62}$ **B.** $2\sqrt{62}$ **C.** 12 **D.** $\sqrt{6}$

Câu 69: Cho $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$, $C(-10; 5; 3)$. Độ dài phân giác trong của góc B là:

A. $\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{7}$ **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$ **D.** $2\sqrt{5}$

Câu 70: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho tam giác ABC với

$A = (1; 2; -1)$, $B = (2; -1; 3)$, $C = (-4; 7; 5)$. Đường cao của tam giác ABC hạ từ A là:

A. $\sqrt{\frac{110}{57}}$ **B.** $\sqrt{\frac{1110}{52}}$ **C.** $\sqrt{\frac{1110}{57}}$ **D.** $\sqrt{\frac{111}{57}}$

Câu 71: Cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Diện tích tam giác ABC là:

A. $\frac{\sqrt{61}}{65}$ **B.** $\sqrt{20}$ **C.** $\sqrt{13}$ **D.** $\sqrt{61}$

Câu 72: Trong hệ trục tọa độ Oxyz cho hình bình hành ABCD với $A = (1; 0; 1)$, $B = (2; 1; 2)$ và giao điểm của hai đường chéo là $I\left(\frac{3}{2}; 0; \frac{3}{2}\right)$. Diện tích của hình bình hành ABCD là:

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 73: Trong không gian Oxyz cho các điểm $A(1; 1; -6)$, $B(0; 0; -2)$, $C(-5; 1; 2)$ và $D'(2; 1; -1)$. Nếu ABCD.A'B'C'D' là hình hộp thì thể tích của nó là:

- A. 26 (đvtt) B. 40 (đvtt) C. 42 (đvtt) D. 38 (đvtt)

Câu 74: Trong không gian Oxyz, cho ba vector $\vec{a} = (-1, 1, 0)$; $\vec{b} = (1, 1, 0)$; $\vec{c} = (1, 1, 1)$. Cho hình hộp OABC.O'A'B'C' thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$. Thể tích của hình hộp nói trên bằng bao nhiêu ?

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 2 D. 6

Câu 75: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho tọa độ 4 điểm $A(2; -1; 1)$; $B(1; 0; 0)$; $C(3; 1; 0)$ và $D(0; 2; 1)$. Cho các mệnh đề sau :

- (1) Độ dài $AB = \sqrt{2}$.
 (2) Tam giác BCD vuông tại B
 (3) Thể tích của tứ diện ABCD bằng 6

Các mệnh đề đúng là :

- A. (1) ; (2) B. (3) C. (1) ; (3) D. (2)

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1B	2A	3D	4A	5A	6C	7D	8C	9D	10B	11B	12B	13B	14C	15B
16B	17A	18A	19A	20D	21A	22D	23D	24D	25D	26C	27B	28C	29C	30A
31B	32D	33B	34D	35B	36A	37D	38B	39A	40C	41B	42A	43D	44D	45D
46A	47B	48A	49D	50B	51C	52C	53B	54D	55A	56A	57A	58A	59A	60A
61C	62B	63D	64C	65C	66D	67A	68A	69D	70B	71D	72B	73A	74C	75D

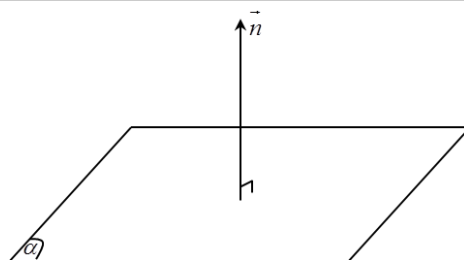
BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

1) Vecto pháp tuyến của mặt phẳng

a) Định nghĩa:

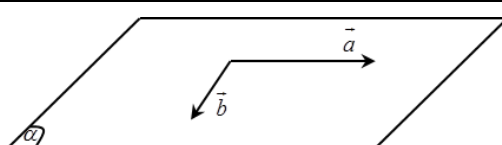
Cho mặt phẳng (α) , nếu vecto $\vec{n}$ khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) thì $\vec{n}$ được gọi là vecto pháp tuyến của (α) .

Các vecto $k\vec{n}$ cũng là vecto pháp tuyến của mặt phẳng (α) .



b) Cặp vecto chỉ phương của mặt phẳng:

Nếu hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương và có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) được gọi là cặp vecto chỉ phương của (α) .



* **Lưu ý:** Tích có hướng của 2 vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là vecto pháp tuyến của mặt phẳng (α)

2) Phương trình tổng quát của mặt phẳng

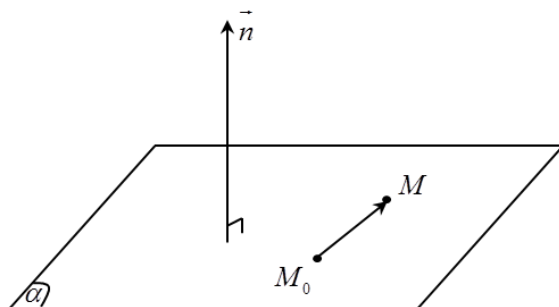
Mặt phẳng (α) qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vecto pháp tuyến $\vec{n}(A; B; C)$ thì có phương trình:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (1)$$

Biến đổi (1) ta đưa về phương trình có dạng:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (2)$$

Khi đó phương trình (2) gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) .

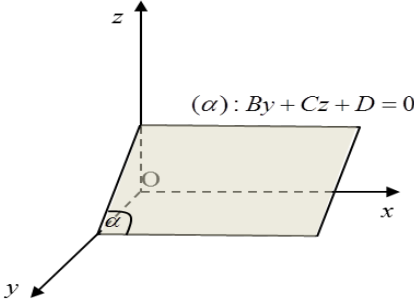
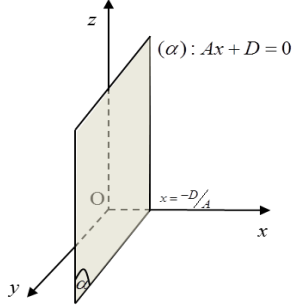
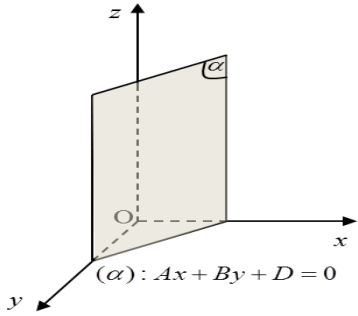
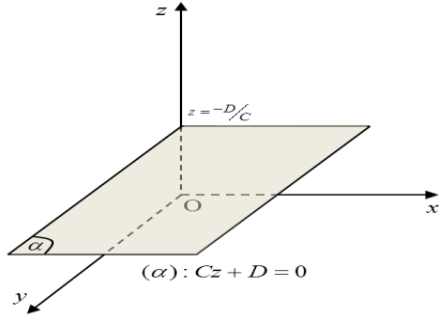
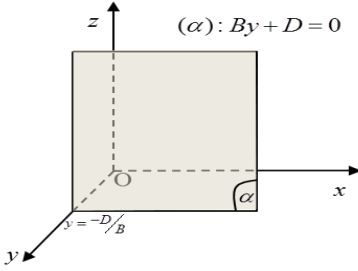
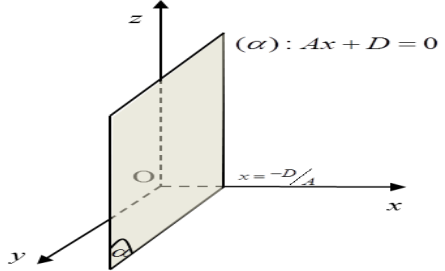


* Lưu ý:

- Để viết được phương trình mặt phẳng ta cần phải xác định được một điểm thuộc mặt phẳng và vecto pháp tuyến của mặt phẳng đó. Trường hợp biết mặt phẳng cách điểm nào đó 1 khoảng xác định và kèm theo vecto pháp tuyến thì ta dùng dạng phương trình tổng quát.
- Bộ ba hệ số A, B, C đứng trước x, y, z trong phương trình tổng quát là tọa độ của vecto pháp tuyến của mặt phẳng đó ($\vec{n}_{(\alpha)} = (A; B; C)$).

➤ Các trường hợp đặc biệt của phương trình mặt phẳng:

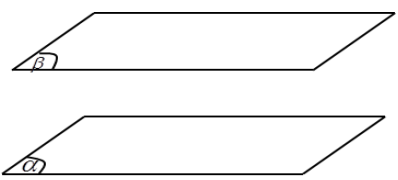
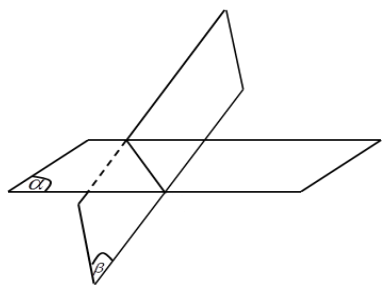
Mặt phẳng qua gốc tọa độ O	Mặt phẳng cắt 3 trục của hệ tọa độ
$(\alpha): Ax + By + Cz = 0$	$(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Mặt phẳng song song với trục Ox	Mặt phẳng song song với trục Oy
	
Mặt phẳng song song với trục Oz	Mặt phẳng song song với mặt (Oxy)
	
Mặt phẳng song song với mặt (Oxz)	Mặt phẳng song song với mặt (Oyz)
	

* **Quy tắc nhớ:** Nếu phương trình (α) không chứa ẩn nào thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục của ẩn đó.

3) Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Cho 2 mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$. Giữa (α) và (β) có các vị trí tương đối sau:

(α) song song với (β)	(α) giao với (β)	(α) và (β) trùng nhau
 $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$	 $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'} \text{ hoặc } \frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$	 $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$

*** Lưu ý:**

- Nếu mặt phẳng $(\alpha) \perp (\beta)$ ta có: $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} = 0 \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$
- Gọi (α) và (β) là góc giữa 2 mặt phẳng (α) và (β) . Khi đó:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)}|}{|\vec{n}_{(\alpha)}| \cdot |\vec{n}_{(\beta)}|} = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$$

- Gọi $d = (\alpha) \cap (\beta)$, phương trình đường thẳng d sẽ có dạng:

$$d: \begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$$

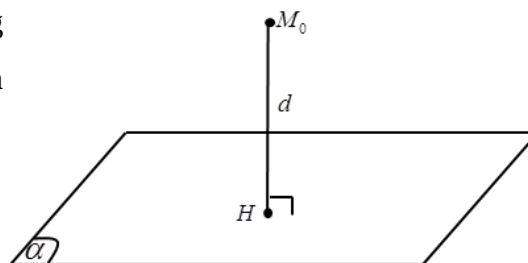
Khi đó ta có phương trình chùm đường thẳng qua d như sau:

$$a(Ax + By + Cz + D) + b(A'x + B'y + C'z + D') = 0 \quad \text{Với } a^2 + b^2 = 0$$

4) Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ không thuộc mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Khoảng cách từ M đến (α) được xác định theo công thức:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



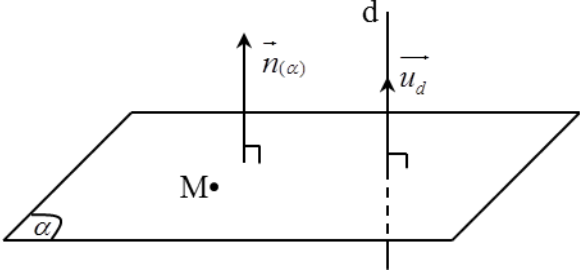
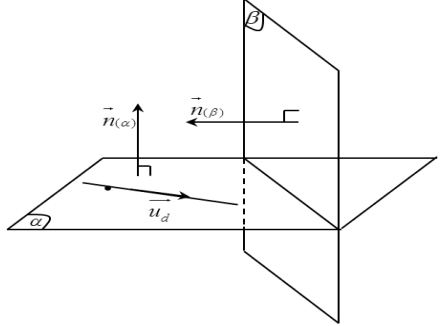
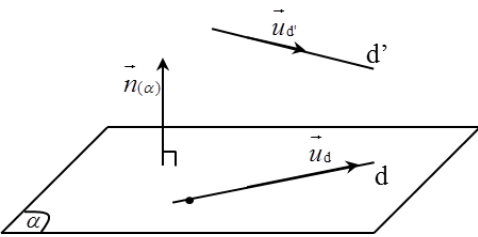
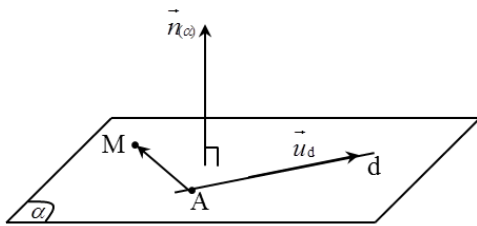
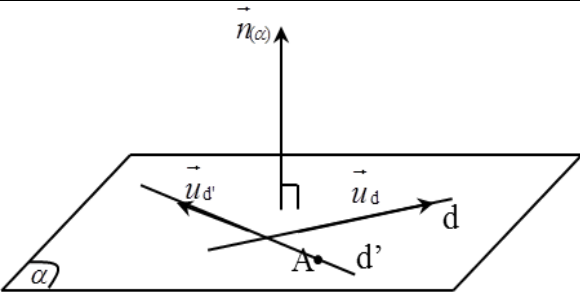
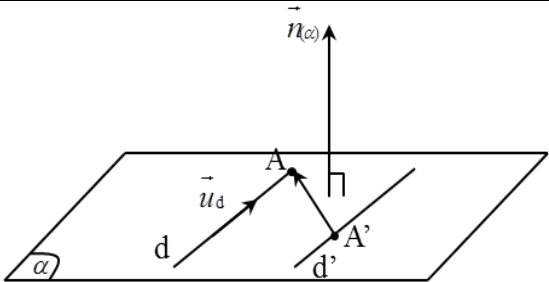
❖ BÀI TẬP

Phương pháp: Các dạng toán trong bài này thường yêu cầu viết phương trình mặt phẳng, do vậy ta cần nắm vững các bài toán viết phương trình mặt phẳng kèm theo các điều kiện sau:

Cần chú ý: Phương trình tham số của đường thẳng d có dạng:
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad (\text{Trong đó:})$$

$M(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc d và $\vec{u} = (a; b; c)$ là vecto chỉ phương của d .

Mặt phẳng (α) qua M và song song với (β)	Mặt phẳng (α) đi qua 3 điểm A, B, C
+ Điểm đi qua: M + Vecto pháp tuyến: Là vecto pháp tuyến của (β): $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(\beta)}$	+ Điểm đi qua: 1 trong 3 điểm A, B hoặc C + Vecto pháp tuyến: Là tích có hướng của 2 vecto tạo ra bởi 3 điểm A, B và C $\vec{n}_{(\alpha)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$

Mặt phẳng (α) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d  + Điểm đi qua: Điểm M + Vecto pháp tuyến: Là vecto chỉ phương của d: $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{u}_d$	Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và vuông góc với (β)  + Điểm đi qua: Điểm bất kì trên d + Vecto pháp tuyến: Là tích có hướng của vecto chỉ phương của d và vecto pháp tuyến của (β): $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(\beta)}]$
Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và song song với đường thẳng d' (d và d' chéo nhau)  + Điểm đi qua: Điểm bất kì nằm trên d + Vecto pháp tuyến: Là tích có hướng của 2 vecto chỉ phương của d và d': $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]$	Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa đường thẳng d  + Điểm đi qua: Điểm M + Vecto pháp tuyến: Là tích có hướng của vecto $\vec{AM}$ ($A \in d$) và vecto chỉ phương của d: $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{AM}, \vec{u}_d]$
Mặt phẳng (α) chứa 2 đường thẳng cắt nhau d và d'  + Điểm đi qua: điểm bất kì trên d hoặc d' + Vecto pháp tuyến: Là tích có hướng của 2	Mặt phẳng (α) chứa 2 đường thẳng song song d và d'.  + Điểm đi qua: điểm bất kì trên d hoặc d' + Vecto pháp tuyến: Là tích có hướng của

vecto chỉ phương của d và d': $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]$	$\overrightarrow{A'A}$ ($A \in d$ và $A' \in d'$) và vecto chỉ phương của d hoặc d': $\vec{n}_{(\alpha)} = [\overrightarrow{A'A}, \vec{u}_d]$
Mặt phẳng (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB	Mặt phẳng (α) vuông góc với 2 mặt phẳng (β) và (P) ((β) và (P) cắt nhau)
+ Điểm đi qua: Trung điểm I của AB + Vecto pháp tuyến: Là vecto $\overrightarrow{BA}$ $\vec{n}_{(\alpha)} = \overrightarrow{BA}$	Lập phương trình đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (β) + Điểm đi qua: là giao điểm của d và (α) + Vecto pháp tuyến: Là tích có hướng của 2 vecto pháp tuyến của (P) và (β): $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(\beta)}]$
Mặt phẳng (α) chứa 2 điểm M,N và tạo với (β) 1 góc là φ	
Thực hiện theo các bước sau: + Bước 1: Viết phương trình tổng quát của (α) + Bước 2: Lần lượt thay M và N vào phương trình (α) ta được hệ 2 phương trình, biến đổi hệ này để thu được phương trình (α) chỉ chứa hệ số A và B. + Bước 3: Dùng công thức góc giữa 2 mặt phẳng: $\cos \varphi = \frac{ \vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} }{ \vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} }$, từ đây ta tìm được A và B.	

VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Trong không gian Oxyz, cho 3 điểm A(0;1;2), B(2;-2;1) và C(-2;1;0). Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A,B,C.

Hướng dẫn:

- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -1)$; $\overrightarrow{AC} = (-2; 0; -2)$

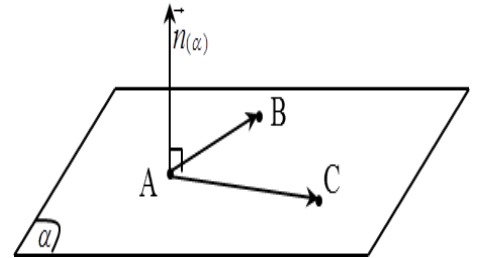
$$\Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (6; 6; -6)$$

- Phương trình mặt phẳng (α):

$$(\alpha) \begin{cases} \text{Qua } A(0;1;2) \\ \vec{n}_{(\alpha)} = (6; 6; -6) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): 6(x-0) + 6(y-1) - 6(z-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0$$



Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, điểm M(1;2;-3) và mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z + 3 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P).

Hướng dẫn:

- Khoảng cách từ M đến (P)

$$d(M, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 2$$

Ví dụ 3: Viết phương trình mặt phẳng chứa hai điểm A(2;1;3), B(1;-2;1) và song song với đường

$$\text{thẳng } d \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Hướng dẫn:

- Vectơ pháp tuyến của (α)

Là tích có hướng của vectơ chỉ phương của d và $\overrightarrow{AB}$

Ta có: $\vec{u}_d = (1; 2; -2)$; $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -2)$

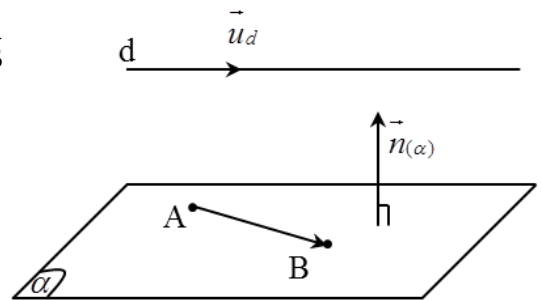
$$\Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d, \overrightarrow{AB}] = (-10; 4; -1)$$

- Phương trình mặt phẳng (α)

$$(\alpha) \begin{cases} \text{Qua } A(2;1;3) \\ \vec{n}_{(\alpha)} = (-10; 4; -1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): -10(x-2) + 4(y-1) - (z-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow -10x + 4y - z + 19 = 0$$



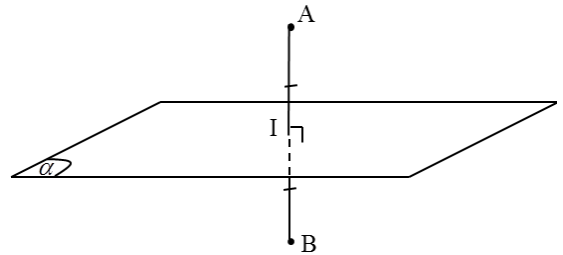
Ví dụ 4: Viết PT mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với A(2;1;4); B(-1;-3;5).

Hướng dẫn:

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB, I là trung điểm AB

- Tọa độ điểm I

$$I \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; -1; \frac{9}{2}\right)$$



- Vecto pháp tuyến của (α)

Vì $\overrightarrow{AB}$ vuông góc với (α) nên $\overrightarrow{AB}$ là vecto pháp tuyến của (α)

$$\overrightarrow{AB} = (-3; -4; 1)$$

- Phương trình mặt phẳng (α)

$$(\alpha) \begin{cases} \text{qua I} \\ \vec{n}_{(\alpha)} = \overrightarrow{AB} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): -3\left(x - \frac{1}{2}\right) - 4(y + 1) + \left(z - \frac{9}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x - 4y + z - 7 = 0$$

Ví dụ 5: Viết phương trình mặt phẳng:

a) Đi qua điểm A(1;0;2) và song song với mp(Oxy).

b) Đi qua điểm M(2;-4;3) và vuông góc với trục Ox.

c) Đi qua điểm I(-1;2;4) và song song với mp: $2x - 3y + 5z - 1 = 0$

Hướng dẫn:

Gọi (α) là mặt phẳng cần viết

a) - Phương trình mặt phẳng (Oxy)

$$(Oxy): z = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1)$$

- Vecto pháp tuyến của (α)

Vì $(\alpha) \parallel (Oxy)$ nên vecto pháp tuyến của (Oxy) cũng là vecto pháp tuyến của (α)

- Phương trình mặt phẳng (α)

$$(\alpha) \begin{cases} \text{qua A} \\ \vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(Oxy)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): z - 2 = 0$$

b) - Vecto pháp tuyến của (α)

Vì $(\alpha) \perp Ox \Rightarrow$ Chọn vecto pháp tuyến của (α) là vecto đơn vị trục Ox: $\vec{i} = (1; 0; 0)$

- Phương trình mặt phẳng (α)

$$(\alpha) \begin{cases} \text{qua M} \\ \vec{n}_{(\alpha)} = \vec{i} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): x - 2 = 0$$

c) - Vectơ pháp tuyến của (α)

Vì (α) song song với mp: $2x - 3y + 5z - 1 = 0$ nên vectơ pháp tuyến của (α) chính là vectơ pháp tuyến của mp: $2x - 3y + 5z - 1 = 0$: $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; -3; 5)$

- Phương trình mặt phẳng (α) :

$$(\alpha) \begin{cases} \text{qua I} \\ \vec{n}_{(\alpha)} = (2; -3; 5) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): 2(x+1) - 3(y-2) + 5(z-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3y + 5z - 12 = 0$$

Ví dụ 6: Trong không gian Oxyz cho 2 điểm $A(1;0;-2)$; $B(-1;-1;3)$ và mp(P): $2x - y + 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mp(Q) đi qua 2 điểm A, B và vuông góc với mp(P).

Hướng dẫn:

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm

- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

$$\text{Ta có: } \vec{AB} = (-2; -1; 5)$$

Vì $(\alpha) \perp (P)$ nên vectơ pháp tuyến của (α) là tích có hướng của $\vec{AB}$ và $\vec{n}_{(P)}$:

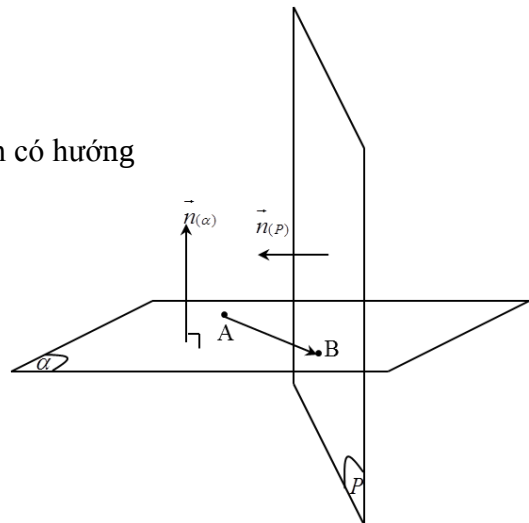
$$\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (3; 14; 4)$$

- Phương trình mặt phẳng (α)

$$(\alpha) \begin{cases} \text{qua A} \\ \vec{n}_{(\alpha)} = (3; 14; 4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): 3(x-1) + 14y + 4(z+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 14y + 4z + 13 = 0$$



Ví dụ 7: Trong hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$. Viết phương trình mặt phẳng (α)

Hướng dẫn:

- Phương trình mặt phẳng (α) :

Vì (α) cắt 3 trục tọa độ nên ta có phương trình đoạn chắn của (α) là:

$$(\alpha): \frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1$$

$$\Leftrightarrow -4x + 3y - 6z - 12 = 0$$

Ví dụ 8: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2;-3;1)$ và chứa đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Hướng dẫn:

- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Xét $M'(4;2;3) \in d$, ta có: $\overrightarrow{M'M} = (-2; -5; -2)$

Vì (α) chứa d nên vectơ pháp tuyến của (α)

là tích có hướng của $\overrightarrow{M'M}$ và $\vec{u}_d(2;-3;1)$:

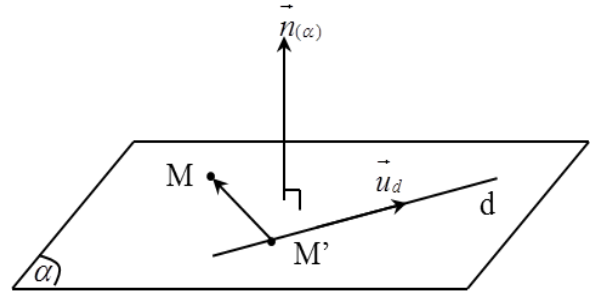
$$\vec{n}_{(\alpha)} = [\overrightarrow{M'M}, \vec{u}_d] = (-11; -2; 16)$$

- Phương trình mặt phẳng (α)

$$(\alpha) \begin{cases} \text{qua } M \\ \vec{n}_{(\alpha)} = (-11; -2; 16) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): -11(x-2) - 2(y+3) + 16(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -11x - 2y + 16z = 0$$



Ví dụ 9: Mặt phẳng (α) đi qua $M(0;0;-1)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a}(1;-2;3)$ và $\vec{b}(3;0;5)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) .

Hướng dẫn:

- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Vì (α) song song với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ nên vectơ pháp tuyến của

(α) là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$:

$$\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-10; 4; 6)$$

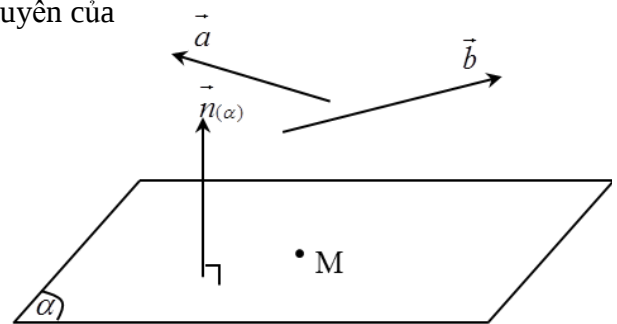
- Phương trình mặt phẳng (α)

$$(\alpha) \begin{cases} \text{Qua } M \\ \vec{n}_{(\alpha)} = (-10; 4; 6) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): -10x + 4y + 6(z+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -10x + 4y + 6z + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -5x + 2y + 3z + 3 = 0$$



Ví dụ 10: Cho hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2 . Hãy viết phương trình (α) chứa d_1 và song song với d_2 :

$$d_1 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$d_2 : \begin{cases} x = 2t' \\ y = 1 + t' \\ z = 3 - 2t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

Hướng dẫn:

Gọi $M(1;3;-2)$ là điểm thuộc d_1

- Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Vì (α) chứa d_1 và song song d_2 nên vecto pháp tuyến của (α) là tích có hướng của $\vec{u}_{d_1}(-2;1;-3)$ và

$\vec{u}_{d_2}(2;1;-2)$:

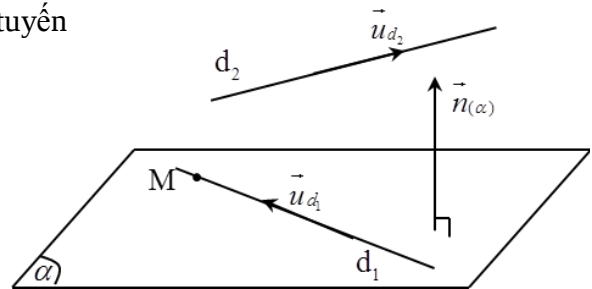
$$\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (1; -10; -4)$$

- Phương trình mặt phẳng (α)

$$(\alpha) \begin{cases} \text{Qua } M \\ \vec{n}_{(\alpha)} = (1; -10; -4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): (x-1) - 10(y-3) - 4(z+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 10y - 4z + 21 = 0$$



Ví dụ 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$ và $(\beta): x-y+z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) sao cho (α) vuông góc với (P) và (Q), và khoảng cách từ O tới (α) là 2.

Hướng dẫn:

- Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Vì (α) vuông góc với (P) và (β) nên vecto pháp tuyến của

(α) là tích có hướng của $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{n}_{(\beta)}$:

$$\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(\beta)}] = (2; 0; -2)$$

- Phương trình mặt phẳng của (α) :

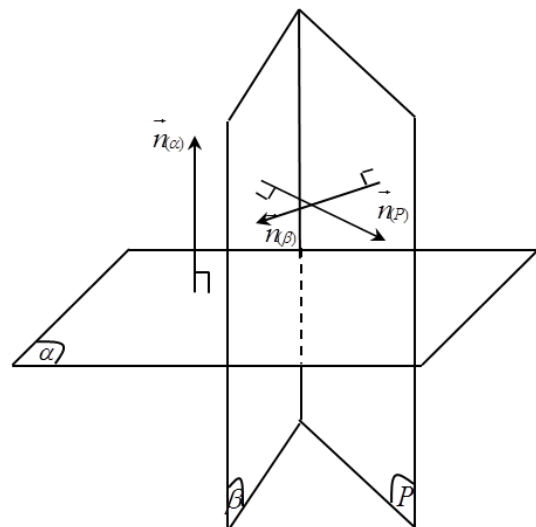
$$2x - 2z + D = 0$$

$$\text{Ta có: } d(O; (\alpha)) = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + D|}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D = 4\sqrt{2} \\ D = -4\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha): \begin{cases} 2x - 2z + 4\sqrt{2} = 0 \\ 2x - 2z - 4\sqrt{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - z + 2\sqrt{2} = 0 \\ x - z - 2\sqrt{2} = 0 \end{cases}$$



Ví dụ 12: Trong không gian cho mặt phẳng và đường thẳng có phương trình (P): $x+2y-z+5=0$ và

$$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}. \text{Viết phương trình mặt phẳng } (\alpha) \text{ chứa } d \text{ và tạo với (P) một góc } 30^\circ.$$

Hướng dẫn:

Vecto chỉ phương của d : $\vec{u}_d = (2; 1; 1)$, vecto pháp tuyến của (P): $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$

Cho $t=0$ và $t=1$, ta được 2 điểm thuộc d :

$M(-1; -1; 3), N(1; 0; 4)$

- Phương trình tổng quát của (α)

$$Ax + By + Cz + D = 0 (*)$$

Vì (α) qua M, N nên ta có:

$$\begin{cases} -A - B + 3C + D = 0 \\ A + 4C + D = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = -2A - B \\ D = 7A + 4B \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow Ax + By - (2A + B)z + 7A + 4B = 0$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = (A; B; -2A - B)$$

Vì (α) tạo với (P) một góc 30° nên ta có:

$$\cos 30^\circ = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(\alpha)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(\alpha)}|} = \frac{|A + 2B + 2A + B|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + (-2A - B)^2}}$$

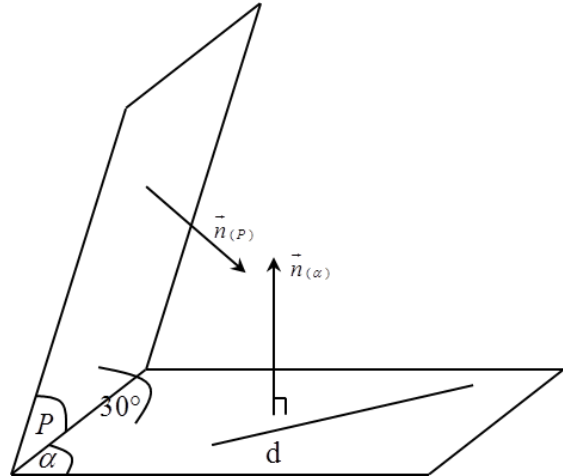
$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|3A + 3B|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5A^2 + 2B^2 + 4AB}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{2} (5A^2 + 2B^2 + 4AB) = 9A^2 + 18AB + 9B^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} A^2 = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha): By - Bz + 4B = 0$$

$$\Leftrightarrow y - z + 4 = 0$$



Ví dụ 13: Vị trí tương đối của 2 mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 3 = 0$ và $(\beta): 2x + y - z - 5 = 0$

Hướng dẫn:

Vecto pháp tuyến của (α) và (β) : $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; -1; 1); \vec{n}_{(\beta)} = (2; 1; -1)$

- Vị trí tương đối giữa (α) và (β)

$$\text{Ta có: } \frac{2}{2} \neq \frac{-1}{1} = \frac{1}{-1} \Rightarrow (\alpha) \text{ và } (\beta) \text{ cắt nhau}$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian Oxyz véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mp(P): $4x - 3y + 1 = 0$

A. (4; - 3; 0)

B. (4; - 3; 1)

C. (4; - 3; - 1)

D. (- 3; 4; 0)

Câu 2: Trong không gian Oxyz mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; 2; 0)$ và có VTPT $\vec{n} = (4; 0; -5)$ có phương trình là:

- A. $4x - 5y - 4 = 0$ B. $4x - 5z - 4 = 0$ C. $4x - 5y + 4 = 0$ D. $4x - 5z + 4 = 0$

Câu 3: Mặt phẳng (P) đi qua $A(0; -1; 4)$ và có cặp vtcp $\vec{u} = (3; 2; 1), \vec{v} = (-3; 0; 1)$ là:

- A. $x - 2y + 3z - 14 = 0$ B. $x - y - z + 3 = 0$
C. $x - 3y + 3z - 15 = 0$ D. $x + 3y + 3z - 9 = 0$

Câu 4: Trong không gian Oxyz mặt phẳng song song với hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4};$

$\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ có một vec tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$ B. $\vec{n} = (5; -6; 7)$ C. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$ D. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$

Câu 5: Cho $A(0; 1; 2)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}, d': \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Viết phương

trình mặt phẳng (P) đi qua A đồng thời song song với d và d'.

- A. $x + 3y + 5z - 13 = 0$ B. $2x + 6y + 10z - 11 = 0$
C. $2x + 3y + 5z - 13 = 0$ D. $x + 3y + 5z + 13 = 0$

Câu 6: Mặt phẳng (α) đi qua M (0; 0; -1) và song song với giá của hai vector $\vec{a}(1; -2; 3)$ và $\vec{b}(3; 0; 5)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là:

- A. $5x - 2y - 3z - 21 = 0$ B. $-5x + 2y + 3z + 3 = 0$
C. $10x - 4y - 6z + 21 = 0$ D. $5x - 2y - 3z + 21 = 0$

Câu 7: Trong không gian Oxyz cho mp(P): $3x - y + z - 1 = 0$. Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc (P)

- A. A(1; -2; -4) B. B(1; -2; 4) C. C(1; 2; -4) D. D(-1; -2; -4)

Câu 8: Cho hai điểm M(1; -2; -4) và M'(5; -4; 2). Biết M' là hình chiếu vuông góc của M lên mp(α). Khi đó, mp(α) có phương trình là

- A. $2x - y + 3z + 20 = 0$ B. $2x + y - 3z - 20 = 0$
C. $2x - y + 3z - 20 = 0$ D. $2x + y - 3z + 20 = 0$

Câu 9: Trong không gian Oxyz mp(P) đi qua ba điểm A(4; 0; 0), B(0; -1; 0), C(0; 0; -2) có phương trình là:

- A. $x - 4y - 2z - 4 = 0$ B. $x - 4y + 2z - 4 = 0$
C. $x - 4y - 2z - 2 = 0$ D. $x + 4y - 2z - 4 = 0$

Câu 10: Trong không gian Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm A(8, 0, 0); B(0, -2, 0); C(0, 0, 4). Phương trình của mặt phẳng (P) là:

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ B. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$
C. $x - 4y + 2z - 8 = 0$ D. $x - 4y + 2z = 0$

Câu 11: Trong hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (α) đi qua điểm M(2; -1; 4) và chắn trên nửa trục dương Oz gấp đôi đoạn chắn trên nửa trục Ox, Oy có phương trình là:

- A. $x + y + 2z + 6 = 0$ B. $x + y + 2z - 6 = 0$
C. $2x + 2y + z + 6 = 0$ D. $2x + 2y + z - 6 = 0$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(2,0,0), B(1,1,1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua A, B cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại $C(0; b; 0), D(0; 0; c)$ ($b > 0, c > 0$). Hệ thức nào dưới đây là đúng.

- A. $bc = 2(b+c)$ B. $bc = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ C. $b+c = bc$ D. $bc = b-c$

Câu 13: Trong không gian Oxyz mp(P) đi qua ba điểm $A(-2;1;1), B(1;-1;0), C(0;2;-1)$ có phương trình là

- A. $5x + 4y + 7z - 1 = 0$ B. $5x + 4y + 7z - 1 = 0$
C. $5x - 4y + 7z - 9 = 0$ D. $5x + 4y - 7z - 1 = 0$

Câu 14: Cho điểm $A(0, 0, 3), B(-1, -2, 1), C(-1, 0, 2)$

Có bao nhiêu nhận xét đúng trong số các nhận xét sau

1. Ba điểm A, B, C thẳng hàng
2. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm ABC
3. Tồn tại vô số mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C
4. A, B, C tạo thành ba đỉnh một tam giác

5. Độ dài chân đường cao kẻ từ A là $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

6. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $2x + y - 2z + 6 = 0$

7. Mặt phẳng (ABC) có vectơ pháp tuyến là $(2, 1, -2)$

- A. 5 B. 2 C. 4 D. 3

Câu 15: Trong không gian Oxyz, cho 3 điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1); C(-2;1;0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là: $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d

- A. $a = 1; d = 1$ B. $a = -1; d = 6$ C. $a = -1; d = -6$ D. $a = 1; d = -6$

Câu 16: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(-2;0;1), B(4;2;5)$. phương trình mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB là:

- A. $3x + y + 2z - 10 = 0$ B. $3x + y + 2z + 10 = 0$
C. $3x + y - 2z - 10 = 0$ D. $3x - y + 2z - 10 = 0$

Câu 17: Trong không gian Oxyz cho mp(Q): $3x - y - 2z + 1 = 0$. mp(P) song song với (Q) và đi qua điểm $A(0;0;1)$ có phương trình là:

- A. $3x - y - 2z + 2 = 0$ B. $3x - y - 2z - 2 = 0$
C. $3x - y - 2z + 3 = 0$ D. $3x - y - 2z + 5 = 0$

Câu 18: Trong không gian Oxyz, mp(P) song song với (Oxy) và đi qua điểm $A(1; -2;1)$ có phương trình là:

- A. $z - 1 = 0$ B. $x - 2y + z = 0$ C. $x - 1 = 0$ D. $y + 2 = 0$

Câu 19: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc cả (α) và (β) là:

- A. $2x - y + 2z = 0$ B. $2x + y - 2z = 0$
C. $2x + y - 2z + 1 = 0$ D. $2x - y - 2z = 0$

Câu 20: Trong không gian Oxyz, phương trình mp(Oxy) là:

- A. $z = 0$ B. $x + y = 0$ C. $x = 0$ D. $y = 0$

Câu 21: Trong không gian Oxyz mp(P) đi qua $A(1; -2;3)$ và vuông góc với đường thẳng (d):

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$$

có phương trình là:

- A. $2x - y + 3z - 13 = 0$ B. $2x - y + 3z + 13 = 0$
C. $2x - y - 3z - 13 = 0$ D. $2x + y + 3z - 13 = 0$

Câu 22: Mặt phẳng đi qua $D(2;0;0)$ vuông góc với trục Oy có phương trình là:

- A. $z = 0$ B. $y = 2$ C. $y = 0$ D. $z = 2$

Câu 23: Cho ba điểm $A(2;1; - 1)$; $B(- 1;0;4)$; $C(0; - 2 - 1)$. Phương trình mặt phẳng nào đi qua A và vuông góc BC

A. $x - 2y - 5z - 5 = 0$

B. $2x - y + 5z - 5 = 0$

C. $x - 3y + 5z + 1 = 0$

D. $2x + y + z + 7 = 0$

Câu 24: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(- 1;0;0)$, $B(0;0;1)$. mp(P) chứa đường thẳng AB và song song với trục Oy có phương trình là:

A. $x - z + 1 = 0$

B. $x - z - 1 = 0$

C. $x + y - z + 1 = 0$

D. $y - z + 1 = 0$

Câu 25: Trong không gian Oxyz cho 2 mp(Q): $x - y + 3 = 0$ và (R): $2y - z + 1 = 0$ và điểm $A(1;0;0)$. mp(P) vuông góc với (Q) và (R) đồng thời đi qua A có phương trình là:

A. $x + y + 2z - 1 = 0$

B. $x + 2y - z - 1 = 0$

C. $x - 2y + z - 1 = 0$

D. $x + y - 2z - 1 = 0$

Câu 26: Trong không gian Oxyz cho điểm $A(4; - 1;3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là K, H, Q. khi đó phương trình mp(KHQ) là:

A. $3x - 12y + 4z - 12 = 0$

B. $3x - 12y + 4z + 12 = 0$

C. $3x - 12y - 4z - 12 = 0$

D. $3x + 12y + 4z - 12 = 0$

Câu 27: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(8, - 2, 4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B và C là:

A. $x + 4y + 2z - 8 = 0$

B. $x - 4y + 2z - 8 = 0$

C. $-x - 4y + 2z - 8 = 0$

D. $x + 4y - 2z - 8 = 0$

Câu 28: Trong không gian Oxyz. mp(P) chứa trục Oz và đi qua điểm $A(1;2;3)$ có phương trình là:

A. $2x - y = 0$

B. $x + y - z = 0$

C. $x - y + 1 = 0$

D. $x - 2y + z = 0$

Câu 29: Trong không gian Oxyz viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại A, B, C sao cho $M(1;2;3)$ làm trọng tâm tam giác ABC:

A. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$

B. $x + 2y + 3z = 0$

C. $6x - 3y + 2z - 18 = 0$

D. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$ hoặc $x + 2y + 3z = 0$

0

Câu 30: Mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;2)$ và cắt các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC. Phương trình của (P) là:

A. $2x + y + z - 4 = 0$

B. $2x + y + z - 2 = 0$

C. $2x + 4y + 4z - 9 = 0$

D. $x + 2y + 2z - 9 = 0$

Câu 31: Trong không gian Oxyz cho mp(Q): $3x + 4y - 1 = 0$ mp(P) song song với (Q) và cách gốc tọa độ một khoảng bằng 1 có phương trình là:

A. $3x + 4y + 5 = 0$ hoặc $3x + 4y - 5 = 0$

B. $3x + 4y + 5 = 0$

C. $3x + 4y - 5 = 0$

D. $4x + 3y + 5 = 0$ hoặc $3x + 4y + 5 = 0$

Câu 32: Trong không gian Oxyz cho mp(Q): $5x - 12z + 3 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$ mp(P) song song với (Q) và tiếp xúc với (S) có phương trình là:

A. $5x - 12z + 8 = 0$ hoặc $5x - 12z - 18 = 0$

B. $5x - 12z + 8 = 0$

C. $5x - 12z - 18 = 0$

D. $5x - 12z - 8 = 0$ Or $5x - 12z + 18 = 0$

Câu 33: Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là:

A. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$

B. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z - 26 = 0$

C. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z + 26 = 0$

D. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$

Câu 34: Cho (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 2 = 0$ và mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z + 2 = 0$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) đồng thời tiếp xúc với (S) có phương trình là:

- A. $x + 2y - 2x - 10 = 0$ B. $x + 2y + 2x - 10 = 0; x + 2y + 2z + 2 = 0$
C. $x + 2y + 2x - 10 = 0; x - 2y + 2z + 2 = 0$ D. $x + 2y + 2x - 10 = 0$

Câu 35: Cho mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 14$. Mặt cầu (S) cắt trục Oz tại A và B ($z_A < 0$). Phương trình nào sau đây là phương trình tiếp diện của (S) tại B?

- A. $2x - y - 3z - 9 = 0$ B. $x - 2y + z + 3 = 0$
C. $2x - y - 3z + 9 = 0$ D. $x - 2y - z - 3 = 0$

Câu 36: Trong không gian Oxyz cho mp(Q): $2x + y - 2z + 1 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$. mp(P) song song với (Q) và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.

- A. $2x + y - 2z + 9 = 0$ Or $2x + y - 2z - 9 = 0$ B. $2x + y - 2z + 8 = 0$ Or $2x + y - 2z - 8 = 0$
C. $2x + y - 2z - 11 = 0$ Or $2x + y - 2z + 11 = 0$ D. $2x + y - 2z - 1 = 0$

Câu 37: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$ và mặt cầu (S):

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 166 = 0$ mp(P) vuông góc với (d) và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 12 có phương trình là:

- A. $x - 2y + 2z + 10 = 0$ Or $x - 2y + 2z - 20 = 0$ B. $x - 2y - 2z + 10 = 0$ Or $x - 2y - 2z - 20 = 0$
C. $x - 2y + 2z + 10 = 0$ D. $x - 2y + 2z - 20 = 0$

Câu 38: Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-1}$. Mặt phẳng (α) vuông góc với Δ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính lớn nhất. Phương trình (α) là

- A. $3x - 2y - z + 5 = 0$ B. $3x - 2y - z - 5 = 0$
C. $3x - 2y - z - 15 = 0$ D. $3x - 2y - z + 15 = 0$

Câu 39: Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng song song (Q): $2x - y + z - 2 = 0$ và (P): $2x - y + z - 6 = 0$. mp(R) song song và cách đều (Q), (P) có phương trình là:

- A. $2x - y + z - 4 = 0$ B. $2x - y + z + 4 = 0$
C. $2x - y + z = 0$ D. $2x - y + z + 12 = 0$

Câu 40: Mặt phẳng qua A(1; -2; -5) và song song với mặt phẳng (P): $x - y + 1 = 0$ cách (P) một khoảng có độ dài là:

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 4 D. $2\sqrt{2}$

Câu 41: Trong mặt phẳng Oxyz, cho A(1; 2; 3) và B(3; 2; 1). Mặt phẳng đi qua A và cách B một khoảng lớn nhất là:

- A. $x - z - 2 = 0$ B. $x - z + 2 = 0$
C. $x + 2y + 3z - 10 = 0$ D. $3x + 2y + z - 10 = 0$

Câu 42: Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm B(1; 2; -1) và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất.

- A. $x + 2y - z - 6 = 0$ B. $x + 2y - 2z - 7 = 0$
C. $2x + y - z - 5 = 0$ D. $x + y - 2z - 5 = 0$

Câu 43: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$ và điểm A(-1; 1; 0), mp(P)

chứa (d) và A có phương trình là:

- A. $x - z + 1 = 0$ B. $x + y = 0$ C. $x + y - z = 0$ D. $y - z + 2 = 0$

- B. $G(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; \frac{14}{3})$, $I(-1; 1; 4)$, $(\alpha): 5x + 5y + 5z - 21 = 0$
 C. $G(2; 7; 14)$, $I(-1; 1; 4)$, $(\alpha): 2x + 2y + 2z - 21 = 0$
 D. $G(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; \frac{14}{3})$, $I(1; 1; 4)$, $(\alpha): 2x + 2y + 2z + 21 = 0$

Câu 54: Biết tam giác ABC có ba đỉnh A, B, C thuộc các trục tọa độ và trọng tâm tam giác là $G(-1; -3; 2)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

- A. $2x - 3y - z - 1 = 0$ B. $x + y - z - 5 = 0$
 C. $6x - 2y - 3z + 18 = 0$ D. $6x + 2y - 3z + 18 = 0$

Câu 55: Cho mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm $A(1; 2; -1), B(1; 0; 2)$ và vuông góc với $(\alpha): x + y - z + 4 = 0$ và 4 điểm $M(1; 1; 1), N(2; 1; 1), E(3; 1; 1), F(-3; 1; -\frac{3}{2})$. Chọn đáp án đúng:

- A. (P) đi qua M và N B. (P) đi qua M và E
 C. (P) đi qua N và F D. (P) đi qua E và F

Câu 56: Cho mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm $A(1; 0; 1), B(2; 1; 1)$ và vuông góc với $(\alpha): x - y + z - 10 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm $C(3; -2; 0)$ đến (P):

- A. 6 B. $\sqrt{6}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$

Câu 57: Mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm $A(1; 2; -1), B(0; -3; 2)$ và vuông góc với $(\alpha): 2x - y - z + 1 = 0$ có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$. Tìm giá trị của D biết $C = 11$:

- A. $D = 14$ B. $D = -7$ C. $D = 7$ D. $D = 31$

Câu 58: Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; -1; 2)$ và song song với $(\alpha): x - 2y + 3z - 4 = 0$. Khoảng cách giữa (P) và (α) bằng:

- A. $\sqrt{14}$ B. $\frac{\sqrt{14}}{14}$ C. $\frac{5}{\sqrt{14}}$ D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$

Câu 59: Mặt phẳng (P) đi qua $M(0; 1; 1)$ và chứa $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ có phương trình tổng quát (P): $Ax + By + Cz + D = 0$. Tính giá trị của $B + C + D$ khi $A = 5$

- A. $B + C + D = -3$ B. $B + C + D = -2$ C. $B + C + D = -1$ D. $B + C + D = 0$

Câu 60: Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; -1; 2)$ và vuông góc với trục Oy. Tìm giao điểm của (P) và Oy.

- A. $M(0; -1; 0)$ B. $M(0; 2; 0)$ C. $M(0; 1; 0)$ D. $M(0; -2; 0)$

Câu 61: Trong không gian Oxyz mp(P) đi qua $B(0; -2; 3)$, song song với đường thẳng d: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = z$ và vuông góc với mặt phẳng (Q): $x + y - z = 0$ có phương trình ?

- A. $2x - 3y + 5z - 9 = 0$ B. $2x - 3y + 5z - 9 = 0$
 C. $2x + 3y - 5z - 9 = 0$ D. $2x + 3y + 5z - 9 = 0$

Câu 62: Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1; -4; 2), B(2; -2; 1), C(0; -4; 3)$ có một vector pháp tuyến $\vec{n}$ là:

- A. $\vec{n} = (1; 0; 1)$ B. $\vec{n} = (1; 1; 0)$ C. $\vec{n} = (0; 1; 1)$ D. $\vec{n} = (-1; 0; 1)$

Câu 63: Mặt phẳng (P) chứa (d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và vuông góc với (Q): $x - y + z - 4 = 0$ có phương trình tổng quát (P): $Ax + By + Cz + D = 0$. Tìm giá trị của D khi biết $A = 1$.

- A. $D = 1$ B. $D = -1$ C. $D = 2$ D. $D = -2$

Câu 64: Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(4; -1; 0), B(2; 3; -4)$ là:

- A. $x + 6y + 4z + 25 = 0$ B. $x - 6y - 4z - 25 = 0$ C. $x + 6y - 4z + 25 = 0$ D. $x - 2y + 2z + 3 = 0$

Câu 65: Mặt phẳng (Q) song song với mp(P): $x + 2y + z - 4 = 0$ và cách $D(1; 0; 3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$ có phương trình là

- A. $x + 2y + z + 2 = 0$ B. $x + 2y - z - 10 = 0$
C. $x + 2y + z - 10 = 0$ D. $x + 2y + z + 2 = 0$ và $x + 2y + z - 10 = 0$

Câu 66: Phương trình mặt phẳng qua $A(1; 1; 0)$ và vuông góc với cả hai mặt phẳng (P): $x + 2y - 3 = 0$ và (Q): $4x - 5z + 6 = 0$ có phương trình tổng quát $Ax + By + Cz + D = 0$. Tìm giá trị của $A + B + C$ khi $D = 5$.

- A. 10 B. 11 C. -13 D. 15

Câu 67: Phương trình mp (P) đi qua $I(-1; 2; 3)$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 9 = 0$ và $(\beta): x - 2y + 3z + 1 = 0$

- A. $2x - y - 4z - 8 = 0$ B. $2x - y + 4z - 8 = 0$
C. $2x - y - 4z + 8 = 0$ D. $x - 2y + 4z - 8 = 0$

Câu 68: Phương trình mặt phẳng qua giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $x - 3y + 2z - 1 = 0$ và (Q): $2x + y - 3z + 1 = 0$ và song song với trục Ox là

- A. $7x + y + 1 = 0$ B. $7y - 7z + 1 = 0$ C. $7x + 7y - 1 = 0$ D. $x - 3 = 0$

Câu 69: Cho mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 2; 3), B(3; -1; 1)$ và song song với

d: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến (P) bằng:

- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{5\sqrt{77}}{77}$ D. $\frac{5}{12}$

Câu 70: Phương trình mp (P) qua $A(1; 2; 3)$ và chứa d: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình tổng quát $Ax + By + Cz + D = 0$. Giá trị của D biết $A = 4$:

- A. 4 B. -7 C. 11 D. 15

Câu 71: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng (d): $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(2; 3; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A và (d). Cosin của góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng tọa độ (Oxy) là:

- A. $\frac{2}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{5}{\sqrt{107}}$ C. $\frac{2\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{13}$

Câu 72: Phương trình mp(P) chứa cả $d_1: \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 5 - t \end{cases}$ & $d_2: \begin{cases} x = 9 - 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$ là:

- A. $3x - 5y + z - 25 = 0$ B. $3x + 5y + z + 25 = 0$
C. $3x - 5y - z + 25 = 0$ D. $3x + y + z - 25 = 0$

Câu 73: Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$ và mp(P): $x-2y+2z-1=0$. Mặt phẳng chứa d và vuông góc với mp(P) có phương trình

A. $2x-2y+z+8=0$

B. $2x+2y+z-8=0$

C. $2x-2y+z-8=0$

D. $2x+2y-z-8=0$

Câu 74: Trong không gian Oxyz cho mp(Q): $3x+y+z+1=0$. Viết PT mặt phẳng (P) song song với (Q) và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện OABC bằng $\frac{3}{2}$

A. $3x+y+z+3=0$ hoặc $3x+y+z-3=0$

C. $3x+y+z-\frac{3}{2}=0$

B. $3x+y+z+5=0$ hoặc $3x+y+z-5=0$

D. $3x+y+z+\frac{3}{2}=0$

Câu 75: Trong không gian Oxyz viết PT mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz theo thứ tự A, B, C sao cho: OA. OB = 2OC.

A. $x+y+2z+1=0$ hoặc $x+y+2z-1=0$

B. $x+y+2z+1=0$

C. $x+y+2z-1=0$

D. $x+y+2z+2=0$ hoặc $x+y+2z-2=0$

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho tam giác ABC có A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1). Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) là $\frac{2}{\sqrt{3}}$

A. $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$

B. $x+y+2z-1=0$ hoặc $-2x+3y+7z+23=0$

C. $x+2y+z-1=0$ hoặc $-2x+3y+6z+13=0$

D. $2x+3y+z-1=0$ hoặc $3x+y+7z+6=0$

Câu 77: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M(4;3;4), song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S)

A. $2x+y+2z-19=0$

B. $x-2y+2z-1=0$

C. $2x+y-2z-12=0$

D. $2x+y-2z-10=0$

Câu 78: Cho (S): $x^2+y^2+z^2-4x-5=0$. Điểm A thuộc mặt cầu (S) và có tọa độ thứ nhất bằng -1. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại A có phương trình là:

A. $x+y+1=0$

B. $x+1=0$

C. $y+1=0$

D. $x-1=0$

Câu 79: Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=2-2t \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$. Mặt phẳng cách đều d_1 và d_2 có

phương trình là

A. $x+5y-2z+12=0$

B. $x+5y+2z-12=0$

C. $x-5y+2z-12=0$

D. $x+5y+2z+12=0$

Câu 80: Cho A(2;0;0), M(1;1;1). Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và M sao cho (P) cắt trục Oy, Oz lần lượt tại hai điểm B, C thỏa mãn diện tích của tam giác ABC bằng $4\sqrt{6}$.

A. Cả ba đáp còn lại

C. $(P_3): -6x+(3+\sqrt{21})y+(3-\sqrt{21})z+12=0$

B. $(P_1): 2x + y + z - 4 = 0$

D. $(P_2): -6x + (3 - \sqrt{21})y + (3 + \sqrt{21})z + 12 = 0$

Câu 81: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(2; 2; 2)$. Khi đó mặt phẳng đi qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz tại các điểm A, B, C sao cho thể tích tứ diện OABC nhỏ nhất có phương trình là:

A. $x + y + z - 1 = 0$

B. $x + y + z + 6 = 0$

C. $x + y + z = 0$

D. $x + y + z - 6 = 0$

Câu 82: Cho $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết mặt phẳng (ABC) qua điểm $I(1; 3; 3)$ và thể tích tứ diện OABC đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó phương trình (ABC) là:

A. $x + 3y + 3z - 21 = 0$

B. $3x + y + z + 9 = 0$

C. $3x + 3y + z - 15 = 0$

D. $3x + y + z - 9 = 0$

Câu 83: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình (P) chứa trục Ox và cắt (S) theo đường tròn có bán kính bằng 3.

A. $(P): y - 3z = 0$

B. $(P): y + 2z = 0$

C. $(P): y - z = 0$

D. $(P): y - 2z = 0$

Câu 84: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2; -1; 1)$. phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất là

A. $2x - y + z - 6 = 0$

B. $2x + y + z - 6 = 0$

C. $2x - y + z + 6 = 0$

D. $2x + y - z + 6 = 0$

Câu 85: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1, -1, 1)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$, mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và khoảng cách từ A đến (Q) lớn nhất

A. $2x + y + 3z + 1 = 0$

B. $2x - y + 3z + 1 = 0$

C. $2x + y - 3z + 2 = 0$

D. $2x - y - 3z - 3 = 0$

Câu 86: Trong không gian Oxyz, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$, mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) góc nhỏ nhất

A. $10x - 7y - 13z - 2 = 0$

B. $10x - 7y + 13z + 3 = 0$

C. $10 + 7y + 13z + 1 = 0$

D. $10x + 7y - 13z + 3 = 0$

Câu 87: Khoảng cách từ $M(1; 4; -7)$ đến mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 9 = 0$ là:

A. $\frac{25}{3}$

B. 5

C. 7

D. 12

Câu 88: Khoảng cách từ $M(-2; -4; 3)$ đến mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 3 = 0$ là:

A. 3

B. 2

C. 1

D. 11

Câu 89: Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$, và mặt phẳng (P): $3x - 2y + 6z + 14 = 0$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) là

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

Câu 90: Cho $A(5; 1; 3), B(1; 6; 2), C(5; 0; 4)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $3\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. A, B, C đều sai

Câu 91: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P): $x + y - z + 5 = 0$ & (Q): $2x + 2y - 2z + 3 = 0$ là:

A. $\frac{11}{6}$ B. $\frac{7\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{7}$ D. $\frac{\sqrt{17}}{6}$

Câu 92: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P): $2x - y + 3z + 5 = 0$ và (Q): $2x - y + 3z + 1 = 0$ bằng:

A. $\frac{6}{\sqrt{14}}$ B. 6 C. 4 D. $\frac{4}{\sqrt{14}}$

Câu 93: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $5x + 5y - 5z - 1 = 0$ và (Q): $x + y - z + 1 = 0$. Khi đó khoảng cách giữa (P) và (Q) là:

A. $\frac{2\sqrt{3}}{15}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

Câu 94: Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 5 = 0$ và đường thẳng d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa d và song song với (α) . Khoảng cách giữa (α) và (β) là:

A. $\frac{9}{14}$ B. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$ C. $\frac{9}{\sqrt{14}}$ D. $\frac{3}{\sqrt{14}}$

Câu 95: Cho $A(5;1;3), B(1;6;2), C(5;0;4)$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là:

A. $3\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 96: Cho $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

Câu 97: Cho bốn điểm không đồng phẳng $A(0;0;2), B(3;0;5), C(1;1;0)$ và $D(4;1;2)$. Độ dài đường cao của tứ diện ABCD hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) là:

A. 11 B. 1 C. $\sqrt{11}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{11}$

Câu 98: Trong mặt phẳng Oxyz Cho tứ diện ABCD có $A(2;3;1), B(4;1;-2), C(6;3;7), D(-5;-4;-8)$. Độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện là

A. $\frac{45}{7}$ B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Câu 99: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho tam giác MNP biết $\overrightarrow{MN} = (-3;0;4)$ và $\overrightarrow{NP} = (-1;0;-2)$. Độ dài đường trung tuyến MI của tam giác MNP bằng:

A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{\sqrt{95}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{85}}{2}$ D. $\frac{15}{2}$

Câu 100: Trong không gian Oxyz, cho $A(1;0;-3), B(-1;-3;-2), C(1;5;7)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Khi đó độ dài của OG là

A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. 1 D. 5

Câu 101: Cho $A(5;1;3), B(1;6;2), C(5;0;4)$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) là:

A. $3\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 102: Cho $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\sqrt{3}$

B. 3

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{3}{2}$

Câu 103: Gọi H là hình chiếu vuông góc của A(2; -1; -1) đến mặt phẳng (P) có phương trình $16x - 12y - 15z - 4 = 0$. Độ dài của đoạn thẳng AH là:

A. $\frac{11}{25}$

B. $\frac{11}{5}$

C. $\frac{22}{25}$

D. $\frac{22}{5}$

Câu 104: Cho A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm S(4;1;-5) trên các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Ozx). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. A, B, C đều sai

B. $\frac{40}{21}$

C. $\frac{20}{21}$

D. $2\sqrt{21}$

Câu 105: Gọi H là hình chiếu vuông góc của A(2; -1; -1) đến mặt phẳng (P) có phương trình $16x - 12y - 15z - 4 = 0$. Độ dài của đoạn thẳng AH là:

A. $\frac{11}{25}$

B. $\frac{11}{5}$

C. $\frac{22}{25}$

D. $\frac{22}{5}$

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

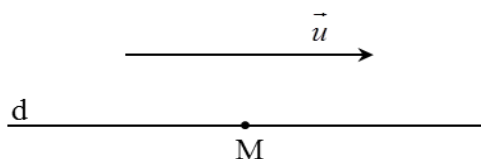
1A	2D	3C	4D	5A	6B	7A	8C	9A	10C	11D	12A	13B	14C	15A
16A	17A	18A	19B	20D	21A	22C	23A	24A	25A	26D	27B	28A	29A	30D
31A	32A	33B	34B	35C	36A	37A	38C	39A	40D	41B	42A	43A	44B	45B
46B	47A	48B	49A	50A	51C	52C	53A	54D	55C	56B	57B	58C	59D	60A
61D	62A	63C	64D	65D	66C	67D	68B	69C	70D	71B	72A	73B	74A	75A
76A	77A	78B	79B	80B	81D	82D	83B	84A	85B	86B	87A	88C	89C	90A
91B	92D	93D	94B	95A	96B	97D	98A	99C	100C	101A	102B	103B	104C	105B

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

1) Các dạng phương trình đường thẳng trong không gian:

a) Vecto chỉ phương của đường thẳng:

Vecto $\vec{u}(a;b;c)$ được gọi là vecto chỉ phương của đường thẳng d khi $\vec{u}$ cùng phương với d .



b) Các dạng phương trình đường thẳng:

Phương trình tham số	Phương trình chính tắc	Phương trình tổng quát
$d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ Trong đó: - $M(x_0; y_0; z_0) \in d$ - Vecto chỉ phương của d là $\vec{u}(a;b;c)$ * Lưu ý: Đây là dạng chính ta cần đưa về trong hầu hết các bài tập về phương trình đường thẳng.	$d: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ Trong đó: - $M(x_0; y_0; z_0) \in d$ - Vecto chỉ phương của d là $\vec{u}(a;b;c)$ * Lưu ý: + a, b, c đồng thời khác 0. + Khi gặp dạng này, ta cần chuyển về dạng phương trình tham số để giải quyết yêu cầu bài toán.	Xét 2 mặt phẳng (α) và (β) có phương trình: $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ $(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ Khi đó giao tuyến d của (α) và (β) là nghiệm của hệ: $\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases} (*)$ $(*)$ được gọi là phương trình tổng quát của d. Trong đó: - Điểm đi qua: Cho x bằng 1 giá trị bất kì thế vào $(*)$ và giải hệ phương trình tìm được y, z. Giá trị x, y, z lúc này là tọa độ của điểm thuộc d. - Vecto chỉ phương: Là tích có hướng của $\vec{n}_{(\alpha)}$ và $\vec{n}_{(\beta)}$

*** Lưu ý:**

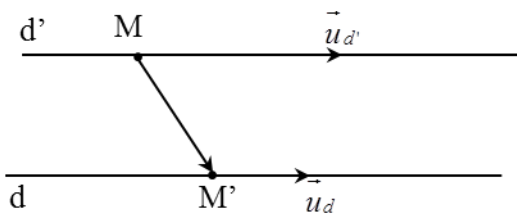
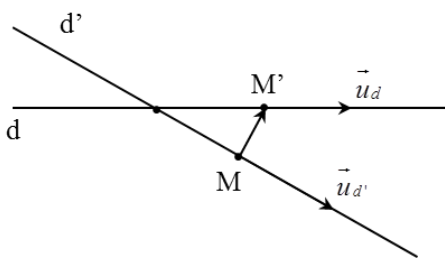
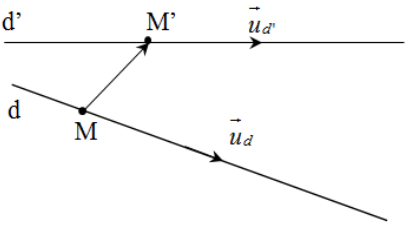
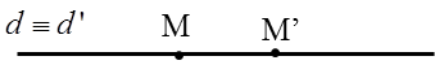
- Phương trình đường thẳng của các trục có dạng:

$$\text{Trục Ox: } \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}; \text{ Trục Oy: } \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}; \text{ Trục Oz: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$$

- Bằng cách đặt tỉ số của phương trình chính tắc là t , ta dễ dàng đưa về dạng phương trình tham số:

$$\text{số: } \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} = t \Rightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

2) Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Hai đường thẳng song song	Hai đường thẳng cắt nhau
 Điều kiện: $\begin{cases} [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = \vec{0} \\ [\vec{u}_d, \overrightarrow{MM'}] \neq \vec{0} \end{cases}$	 Điều kiện: $\begin{cases} [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0 \end{cases}$
Hai đường thẳng chéo nhau	Hai đường thẳng trùng nhau
 Điều kiện: $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MM'} \neq 0$	 Điều kiện: $\begin{cases} [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = \vec{0} \\ [\vec{u}_d, \overrightarrow{MM'}] = \vec{0} \end{cases}$

* Lưu ý:

Ngoài cách ứng dụng tích có hướng của 2 vecto để xét tính tương đối giữa 2 đường thẳng như trên, ta còn có thể sử dụng pháp tìm nghiệm và xét phương của 2 đường thẳng để khảo sát tính tương đối của 2 đường thẳng. Cụ thể:

Xét 2 đường thẳng d qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và d' qua $M'(x'_0; y'_0; z'_0)$ lần lượt có phương trình:

$$d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = x'_0 + a't \\ y = y'_0 + b't \\ z = z'_0 + c't \end{cases}$$

+ Hai đường thẳng song song: $\begin{cases} \vec{u}_d = k\vec{u}_{d'} \\ M \notin d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \\ M \notin d' \end{cases}$

+ Hai đường thẳng trùng nhau: $\begin{cases} \vec{u}_d = k\vec{u}_{d'} \\ M \in d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \\ M \in d' \end{cases}$

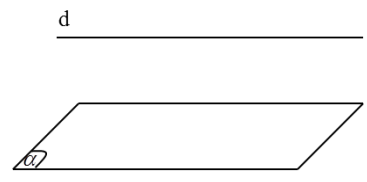
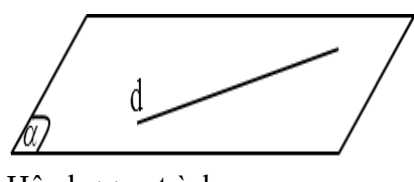
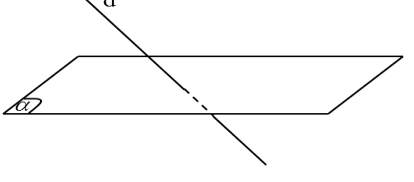
+ Hai đường thẳng cắt nhau: Hệ $\begin{cases} x_0 + at = x'_0 + a't \\ y_0 + bt = y'_0 + b't \\ z_0 + ct = z'_0 + c't \end{cases}$ có 1 nghiệm duy nhất

+ Hai đường thẳng chéo nhau: $\vec{u}_d \neq k\vec{u}_{d'} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \\ \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \end{cases}$ và hệ $\begin{cases} x_0 + at = x'_0 + a't \\ y_0 + bt = y'_0 + b't \\ z_0 + ct = z'_0 + c't \end{cases}$ vô nghiệm.

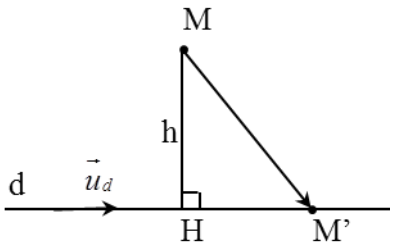
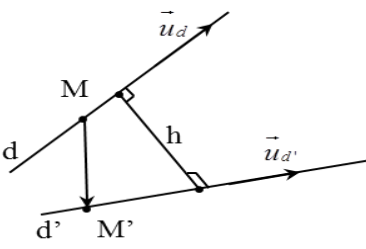
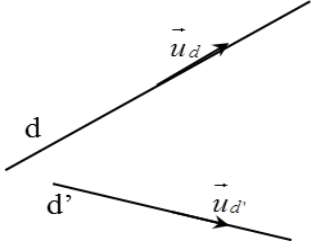
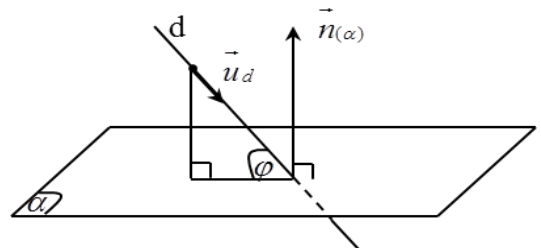
3) Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Xét đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ và mặt phẳng (α) có phương trình:

$Ax + By + Cz + D = 0$, khi đó giữa d và (α) có các vị trí tương đối sau:

Đường thẳng song song với mặt phẳng	Đường thẳng trùng với mặt phẳng	Đường thẳng cắt mặt phẳng
 Hệ phương trình: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$ Vô nghiệm	 Hệ phương trình: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$ Vô số nghiệm	 Hệ phương trình: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$ Có 1 nghiệm duy nhất

4) Các tính chất về khoảng cách và góc

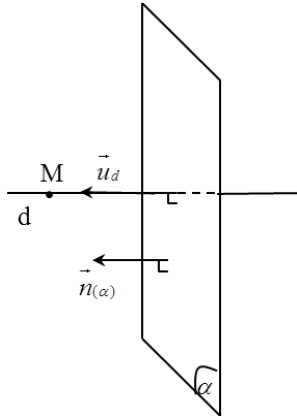
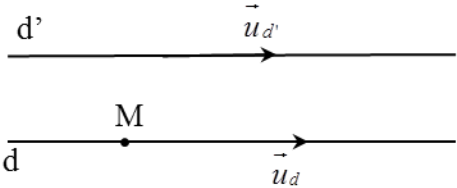
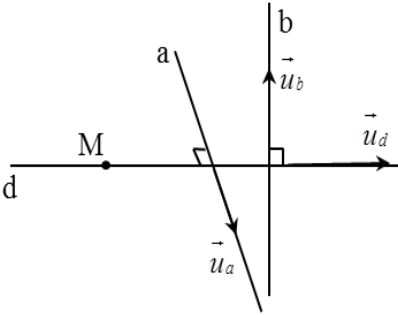
Khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng	Khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau
 $d(M, d) = \frac{ \vec{u}_d \cdot \overrightarrow{MM'} }{ \vec{u}_d }$	 $d(d, d') = \frac{ \vec{u}_d \cdot \overrightarrow{MM'} }{ \vec{u}_d }$
Góc giữa 2 đường thẳng	Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng
	

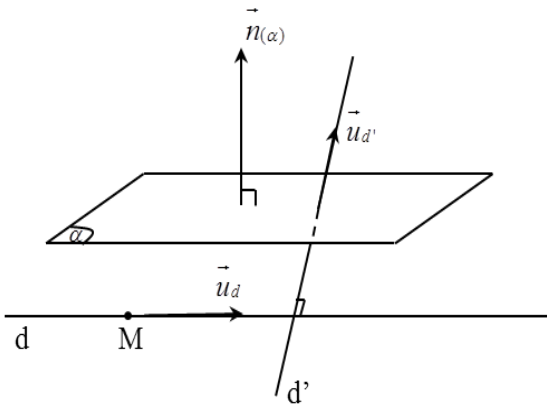
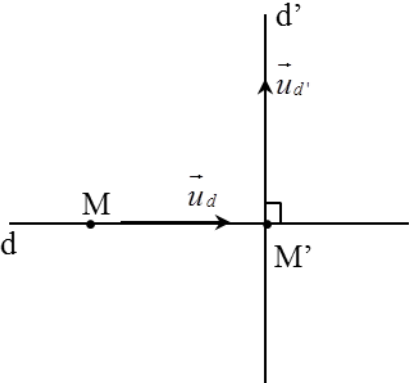
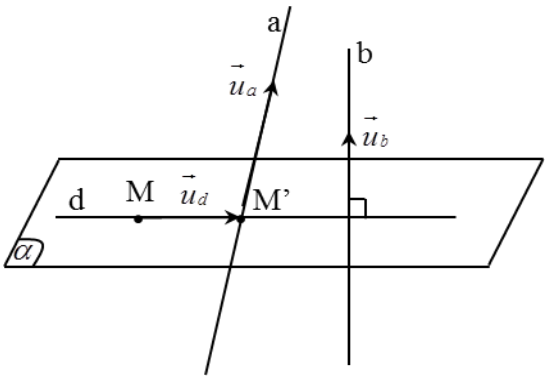
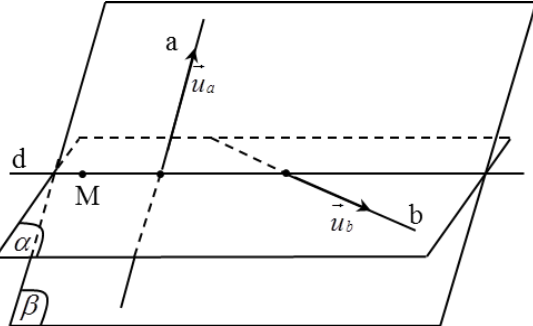
$\cos \varphi = \frac{ \vec{u}_d \cdot \vec{u}_{d'} }{ \vec{u}_d \cdot \vec{u}_{d'} } = \frac{ aa' + bb' + cc' }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$ Trong đó: $\vec{u}_d = (a; b; c); \vec{u}_{d'} = (a'; b'; c')$	$\sin \varphi = \frac{ \vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(\alpha)} }{ \vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(\alpha)} } = \frac{ aA + bB + cC }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ Trong đó: $\vec{u}_d = (a; b; c); \vec{n}_{(\alpha)} = (A; B; C)$
--	---

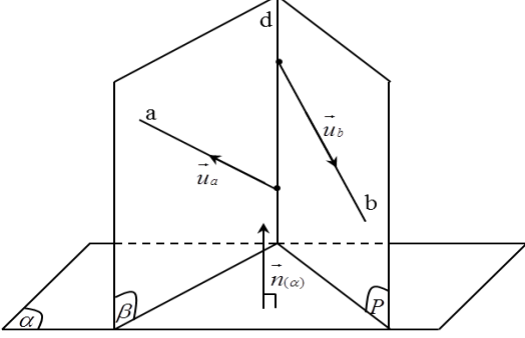
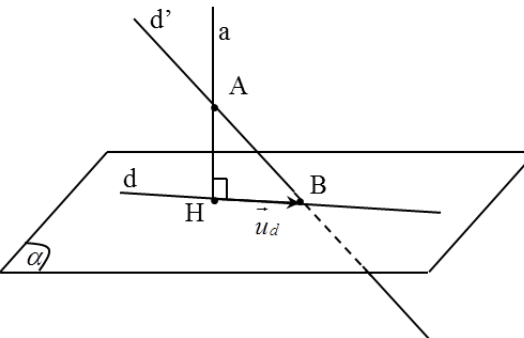
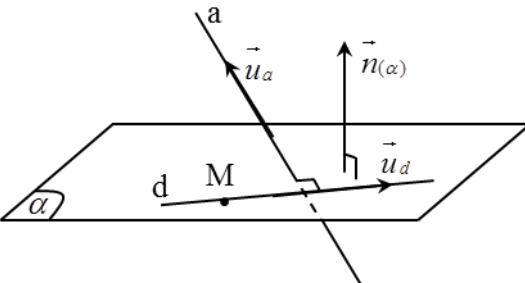
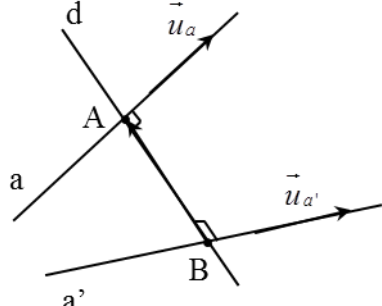
❖ BÀI TẬP

Phương pháp:

- Nắm vững lý thuyết về tính tương đối giữa đường với đường và đường với mặt kèm theo các phương pháp xác định.
- Thuộc các công thức tính khoảng cách và góc
- Các bài tập trong bài này thường yêu cầu viết phương trình đường thẳng, tìm giao điểm hoặc hình chiếu...ta cần nắm vững các dạng toán viết phương trình đường thẳng sau:

Đường thẳng đi qua 2 điểm	Đường thẳng đi qua 1 điểm và vuông góc với mặt phẳng cho trước
 + Điểm đi qua: A hoặc B + Vecto chỉ phương: $\vec{u}_d = \overrightarrow{AB}$	 + Điểm đi qua: M + Vecto chỉ phương: Là vecto pháp tuyến của (α): $\vec{u}_d = \vec{n}_{(\alpha)}$
Đường thẳng đi qua 1 điểm và song song với 1 đường thẳng cho trước	Đường thẳng đi qua 1 điểm và vuông góc với 2 đường thẳng cho trước
 + Điểm đi qua: M + Vecto chỉ phương: Là vecto chỉ phương của d': $\vec{u}_d = \vec{u}_{d'}$	 + Điểm đi qua: M + Vecto chỉ phương: Là tích có hướng của vecto chỉ phương của đường thẳng a và b: $\vec{u}_d = [\vec{u}_a, \vec{u}_b]$

Đường thẳng vuông góc và cắt đường thẳng d' và song song với 1 mặt phẳng cho trước	Đường thẳng đi qua 1 điểm và vuông góc với 1 đường thẳng cho trước
 + Điểm đi qua: M + Vecto chỉ phương: Là tích có hướng của vecto chỉ phương của d' và vecto pháp tuyến của (α): $\vec{u}_d = [\vec{u}_{d'}, \vec{n}_{(\alpha)}]$	 + Điểm đi qua: M + Vecto chỉ phương: - Bước 1: Viết phương trình mặt phẳng (α) qua M và vuông góc với d'. - Bước 2: Tìm giao điểm M' của (α) với d' - Bước 3: Suy ra vecto chỉ phương của d là $\overrightarrow{MM'}$ $\vec{u}_d = \overrightarrow{MM'}$
Đường thẳng đi qua 1 điểm, cắt đường thẳng a và vuông góc với đường thẳng b	Đường thẳng đi qua 1 điểm và cắt 2 đường thẳng cho trước
 + Điểm đi qua: M + Vecto chỉ phương: - Bước 1: Viết phương trình mặt phẳng (α) qua M và vuông góc với b. - Bước 2: Tìm giao điểm M' của (α) và a. - Bước 3: Suy ra vecto chỉ phương của d là $\overrightarrow{MM'}$: $\vec{u}_d = \overrightarrow{MM'}$	 + Điểm đi qua: M + Vecto chỉ phương: - Bước 1: Viết phương trình mặt phẳng (α) qua M và chứa b; và phương trình mặt phẳng (β) qua M và chứa a. - Bước 2: Suy ra vecto chỉ phương của d là tích có hướng của vecto pháp tuyến của (α) và (β): $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}]$

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (α) và cắt 2 đường thẳng a và b	Đường thẳng là hình chiếu của d' lên mặt phẳng (α)
 - Bước 1: Viết phương trình mặt phẳng (P) qua b và vuông góc với (α). - Bước 2: Viết phương trình mặt phẳng (β) qua a và vuông góc với (α). - Bước 3: Suy ra phương trình đường thẳng d là phương trình giao tuyến của (P) và (β): $d: \begin{cases} (P) \\ (\beta) \end{cases} \text{ (từ đây suy ra phương trình tham số)}$	 - Bước 1: Tìm giao điểm B của d' và (α) - Bước 2: Lấy điểm A trên d', sau đó viết phương trình đường thẳng a qua A và vuông góc với (α). - Bước 3: Tìm giao điểm H của a và (α) - Bước 4: Suy ra d đi qua H và B, từ đây ta viết được phương trình của d.
Đường thẳng d qua M (d và M cùng nằm trong (α)) và vuông góc với đường thẳng a ($a \not\subset (\alpha)$)	Đường thẳng là đường vuông góc chung của 2 đường a và a' cho trước
 + Điểm đi qua: M + Vecto chỉ phương: Là tích có hướng của vecto chỉ phương của a với vecto pháp tuyến của (α): $\vec{u}_d = [\vec{u}_a, \vec{n}_{(\alpha)}]$	 - Bước 1: Gọi A thuộc $a \Rightarrow$ tọa độ điểm A theo t; gọi B thuộc $a' \Rightarrow$ tọa độ điểm B theo t' (Lưu ý: AB là đường vuông góc chung của a và a') - Bước 2: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \overrightarrow{BA} \cdot \vec{u}_a = 0 \\ \overrightarrow{BA} \cdot \vec{u}_{a'} = 0 \end{cases} \Rightarrow t \text{ và } t' \Rightarrow \text{tọa độ } A \text{ và } B$ - Bước 3: Suy ra phương trình đường thẳng d qua 2 điểm A và B.

*** Lưu ý:**

- Đối với bài toán tìm tọa độ hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng (α) , ta viết phương trình đường thẳng d qua M và vuông góc với (α) . Khi đó, giao điểm của d và (α) là H.
- Ngược lại, để tìm tọa độ hình chiếu H của M lên đường thẳng d, ta viết phương trình mặt phẳng (α) qua M và vuông góc với d. Khi đó, giao điểm của d và (α) là H.

VÍ DỤ

Ví dụ 1: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm A(2;3;-1) và B(1;2;4)

Hướng dẫn:

- Vectơ chỉ phương của d:

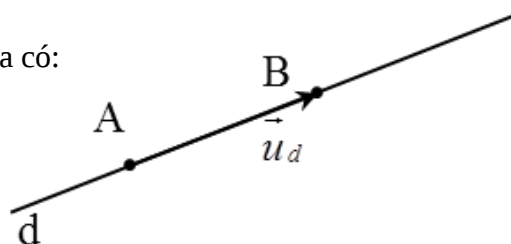
Vì d qua A và B nên vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{AB}$ ta có:

$$\vec{u}_d = \overrightarrow{AB} = (-1; -1; 5)$$

- Phương trình tham số của d

$$\text{Ta có: } d \begin{cases} \text{Qua A} \\ \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$$



Ví dụ 2: Viết phương trình tham số của d đi qua M(2;-5;3) và song song với đường thẳng d'

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + 4t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - 2t \end{cases}$$

Hướng dẫn:

Vecto chỉ phương của d': $\vec{u}_{d'} = (-3; 4; -2)$

- Vectơ chỉ phương của đường thẳng d:

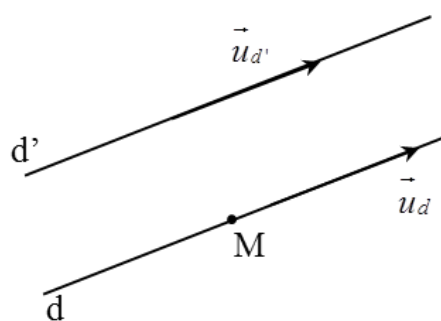
Vì d song song với d' nên vectơ chỉ phương của d cũng là vectơ chỉ phương của d':

$$\vec{u}_d = \vec{u}_{d'} = (-3; 4; -2)$$

- Phương trình tham số đường thẳng d:

$$\text{Ta có: } d \begin{cases} \text{Qua M} \\ \vec{u}_d = \vec{u}_{d'} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d \begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = -5 + 4t' \\ z = 3 - 2t' \end{cases}$$



Ví dụ 3: Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $d_1 \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ và $d_2 \begin{cases} x = 3 + 4t' \\ y = 5 + 6t' \\ z = 7 + 8t' \end{cases}$.

Hướng dẫn:

Vecto chỉ phương của d_1 và d_2 : $\vec{u}_{d_1} = (2; 3; 4)$; $\vec{u}_{d_2} = (4; 6; 8)$

- Vị trí tương đối của d_1 và d_2 :

Xét $M(1; 2; 3)$ thuộc d_1 và $N(3; 5; 7)$ thuộc $d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2; 3; 4)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = \vec{0} \\ [\vec{u}_{d_1}, \overrightarrow{MN}] = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow d_1 \text{ và } d_2 \text{ trùng nhau}$$

Ví dụ 4: Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng (P): $2x + y - z - 3 = 0$ và (Q): $x + y + z - 1 = 0$. Viết phương trình tham số đường thẳng giao tuyến của (P) và (Q)

Hướng dẫn:

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Vecto pháp tuyến của (P) và (Q) là: $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; -1)$; $\vec{n}_{(Q)} = (1; 1; 1)$

- Vecto chỉ phương của đường thẳng d :

Vì d là giao của 2 mặt phẳng (P) và (Q) nên vecto chỉ phương của d là tích có hướng của $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{n}_{(Q)}$: $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; -3; 1)$

- Tọa độ 1 điểm thuộc d

Gọi M là điểm bất kì thuộc d , vì d là giao của 2 mặt phẳng (P) và (Q) $\Rightarrow M$ là 1 nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x + y - z - 3 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}, \text{ cho } x=1 \Rightarrow \begin{cases} y - z = 1 \\ y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M(1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$$

- Phương trình tham số của d :

$$\text{Ta có: } d: \begin{cases} \text{Qua } M \\ \vec{u}_d = (2; -3; 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = \frac{1}{2} - 3t \\ z = -\frac{1}{2} + t \end{cases}$$

Ví dụ 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng d' : $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d' .

Hướng dẫn:

Vecto chỉ phương của d' : $\vec{u}_{d'} = (2; 1; 3)$

Vecto pháp tuyến của (P): $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 1)$

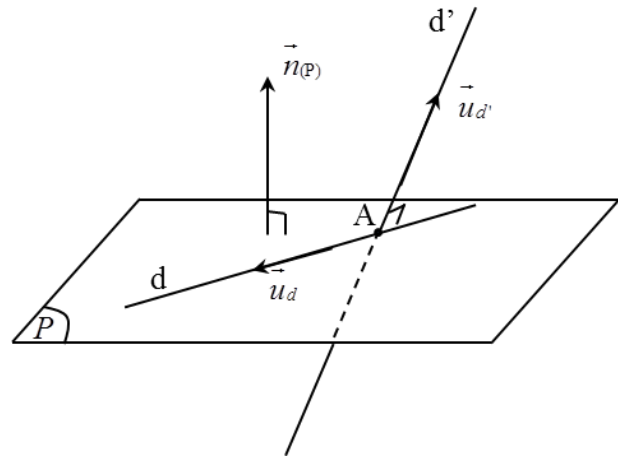
- Phương trình tham số của d' :

$$d' \begin{cases} x = -1 + 2t' \\ y = t' \\ z = -2 + 3t' \end{cases}$$

- Giao điểm A của (P) và d'

A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x_A = -1 + 2t'(1) \\ y_A = t'(2) \\ z_A = -2 + 3t'(3) \\ x_A + 2y_A + z_A - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow t' = 1 \Rightarrow A(1; 1; 1)$$



- Vecto chỉ phương của đường thẳng d:

Vì d nằm trong (P) và vuông góc với d' nên vecto chỉ phương của d là tích có hướng của $\vec{n}_{(P)}$ và $\vec{u}_{d'}$:

$$\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_{d'}] = (-5; 1; 3)$$

- Phương trình tham số của d:

Ta có: $d: \begin{cases} \text{Qua A} \\ \vec{u}_d = (-5; 1; 3) \end{cases}$

$$\Rightarrow d \begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

Ví dụ 6: Cho đường thẳng $d': \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng (P): $x+y-z+3=0$ và điểm $A(1; 2; -1)$.

Viết phương trình đường thẳng d qua A cắt d' và song song với (P).

Hướng dẫn:

- Phương trình tham số của d' :

$$\begin{cases} x = 3 + t' \\ y = 3 + 3t' \\ z = 2t' \end{cases}$$

-Tọa độ giao điểm B của d và d' :

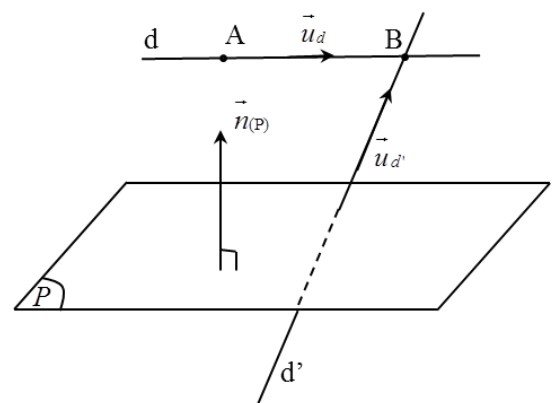
Vì B thuộc d' nên ta có tọa độ tổng quát của B:

$$B(3+t'; 3+3t'; 2t')$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (2+t'; 1+3t'; 1+2t')$$

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_{(P)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$$



$$\Leftrightarrow 2 + t' + 1 + 3t' - 1 - 2t' = 0$$

$$\Rightarrow t' = -1$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$$

- Phương trình tham số của d:

$$\text{Ta có: } d: \begin{cases} \text{Qua A} \\ \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$$

Ví dụ 7: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2 \end{cases}$. Viết phương trình đường

thẳng đi qua A(0;1;1), vuông góc với d_1 và d_2 .

Hướng dẫn:

Gọi a là đường thẳng cần tìm

Vecto chỉ phương của d_1 và d_2 : $\vec{u}_{d_1} = (-2; 2; 1)$; $\vec{u}_{d_2} = (1; -1; 0)$

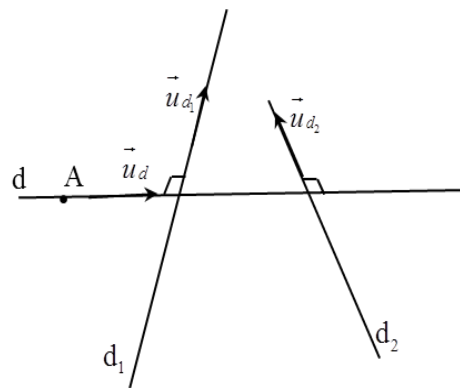
- Vecto chỉ phương của d:

Vì d vuông góc với d_1 và d_2 nên vecto chỉ phương của d là tích có hướng của d_1 và d_2 :

$$\vec{u}_d = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (1; 1; 0)$$

- Phương trình tham số của d:

$$\text{Ta có: } d: \begin{cases} \text{Qua A} \\ \vec{u}_d = (1; 1; 0) \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} x = t' \\ y = 1 + t' \\ z = 1 \end{cases}$$



Ví dụ 8: Cho hai đường thẳng chéo nhau: $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Tìm khoảng cách giữa d và d'.

Hướng dẫn:

Chọn M(1;7;3) thuộc d và M'(-1;2;2) thuộc d'

Vecto chỉ phương của d và d': $\vec{u}_d = (2; 1; 4)$, $\vec{u}_{d'} = (1; 2; -1)$

- Khoảng cách giữa d và d':

Ta có: $\overrightarrow{MM'} = (-2; -5; -1)$

$$\Rightarrow d(d, d') = \frac{|[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MM'}|}{\|[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]\|} = \frac{5\sqrt{14}}{14}$$

Ví dụ 9: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $d': \frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-2}$ và $(\alpha): x-3y+z-4=0$.

Viết phương trình hình chiếu của d' trên (α) .

Hướng dẫn:

Vecto chỉ phương của d' : $\vec{u}_{d'} = (-3; 2; -2)$

Vecto pháp tuyến của (α) : $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; -3; 1)$

Gọi d là đường thẳng cần tìm

- Phương trình tham số của d' :

$$\begin{cases} x = 1 - 3t' \\ y = 3 + 2t' \\ z = 1 - 2t' \end{cases}$$

- Tọa độ giao điểm B của d' và (α) :

$$B \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} x_B = 1 - 3t' \\ y_B = 3 + 2t' \\ z_B = 1 - 2t' \\ x_B - 3y_B + z_B - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow t' = -1 \Rightarrow B(4; 1; 3)$$

- Phương trình đường thẳng a của $A(1; 3; 1)$ thuộc d' và vuông góc với (α) :

$$\text{Ta có: } a: \begin{cases} \text{Qua } A \\ \vec{u}_a = \vec{n}_{(\alpha)} \end{cases} \Rightarrow a: \begin{cases} x = 1 + t'' \\ y = 3 - 3t'' \\ z = 1 + t'' \end{cases}$$

- Tọa độ hình chiếu H của A trên (α)

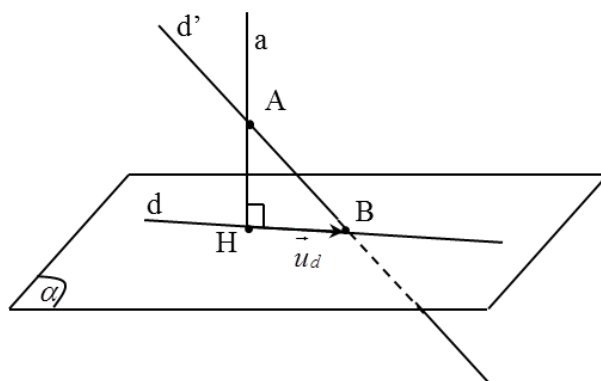
H là giao điểm của a và (α) nên ta có:

$$\begin{cases} x_H = 1 + t'' \\ y_H = 3 - 3t'' \\ z_H = 1 + t'' \\ x_H - 3y_H + z_H - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow t'' = 1 \Rightarrow H(2; 0; 2)$$

- Phương trình tham số của d :

Ta có: $\vec{HB} = (2; 1; 1)$

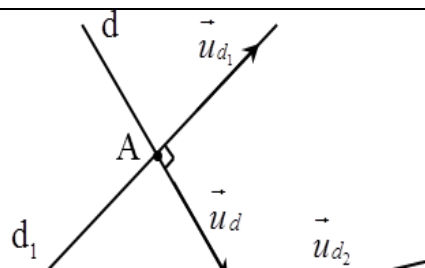
$$d: \begin{cases} \text{Qua } H \\ \vec{u}_d = \vec{HB} \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} x = 2 + 2t'' \\ y = t'' \\ z = 2 + t'' \end{cases}$$



Ví dụ 10: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Viết phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 .

Hướng dẫn:

Vecto chỉ phương của d_1 và d_2 : $\vec{u}_{d_1} = (1; 2; -1)$, $\vec{u}_{d_2} = (-7; 2; 3)$



Gọi d là đường thẳng cần tìm, A và B lần lượt là giao điểm của d với d_1 và d_2 .

- Phương trình tham số của d_1 và d_2 :

$$d_1 \begin{cases} x = 7 + t_1 \\ y = 3 + 2t_1 \\ z = 9 - t_1 \end{cases}, d_2 \begin{cases} x = 3 - 7t_2 \\ y = 1 + 2t_2 \\ z = 1 + 3t_2 \end{cases}$$

- Tọa độ điểm A và B:

+ Tọa độ tổng quát của A: $A(7 + t_1; 3 + 2t_1; 9 - t_1)$

+ Tọa độ tổng quát của B: $B(3 - 7t_2; 1 + 2t_2; 1 + 3t_2)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-4 - 7t_2 - t_1; -2 + 2t_2 - 2t_1; -8 + 3t_2 + t_1)$$

Vì d vuông góc với d_1 và d_2 nên ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - 7t_2 - t_1 + 2(-2 + 2t_2 - 2t_1) - (-8 + 3t_2 + t_1) = 0 \\ -7(-4 - 7t_2 - t_1) + 2(-2 + 2t_2 - 2t_1) + 3(-8 + 3t_2 + t_1) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(7; 3; 9), B(3; 1; 1)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-4; -2; -8)$$

- Phương trình tham số của đường thẳng d:

$$\text{Ta có: } d \begin{cases} \text{Qua A} \\ \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases} \Rightarrow d \begin{cases} x = 7 - 4t \\ y = 3 - 2t \\ z = 9 - 8t \end{cases}$$

Ví dụ 11: Cho hai đường thẳng $d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$, $d': \begin{cases} x = t' \\ y = -t' \\ z = 2 \end{cases}$. Viết phương trình đường

thẳng đi a qua $A(0; 1; 1)$ cắt d' và vuông góc với d.

Hướng dẫn:

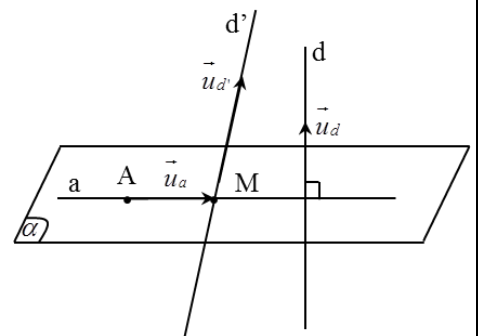
Vecto chỉ phương của d và d' : $\vec{u}_d = (-2; 2; 1)$, $\vec{u}_{d'} = (1; -1; 0)$

- Phương trình tham số của d:

$$d \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 6 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

- Phương trình mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với d:

Vì (α) vuông góc với d nên vecto pháp tuyến của (α) là vecto



chỉ phương của d: $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{u}_d = (-2; 2; 1)$

Ta có: $(\alpha) \begin{cases} \text{Qua A} \\ \vec{n}_{(\alpha)} = \vec{u}_d \end{cases} \Rightarrow (\alpha): -2x + 2(y-1) + (z-1) = 0$

$$\Rightarrow (\alpha): -2x + 2y + z - 3 = 0$$

- Tọa độ giao điểm M của (α) và d':

$$\text{M là nghiệm của hệ: } \begin{cases} x_M = t' \\ y_M = -t' \\ z_M = 2 \\ -2x_M + 2y_M + z_M - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow t' = -\frac{1}{4} \Rightarrow M(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 2)$$

- Phương trình đường thẳng a:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = \left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}; 1\right)$$

Vì a qua A, M nên vectơ chỉ phương của a là $\overrightarrow{AM}$

$$a \begin{cases} \text{Qua A} \\ \vec{u}_a = \overrightarrow{AM} \end{cases} \Rightarrow a \begin{cases} x = -\frac{1}{4}t'' \\ y = 1 - \frac{3}{4}t'' \\ z = 1 + t'' \end{cases}$$

* **Lưu ý:** Ta nên chọn $\vec{u}_a = 4\overrightarrow{AM}$

Ví dụ 12: Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M(1;0;5) và cắt cả hai đường thẳng d₁, d₂

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{2}, \quad d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-3}$$

Hướng dẫn:

Vecto chỉ phương của d₁ và d₂: $\vec{u}_{d_1} = (2; -2; 2), \vec{u}_{d_2} = (-1; 1; -3)$

- Phương trình mặt phẳng (β) qua M và chứa d₁:

Gọi N(1;3;1) là điểm thuộc d₁ $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0; 3; -4)$

+ Vectơ pháp tuyến của (β) :

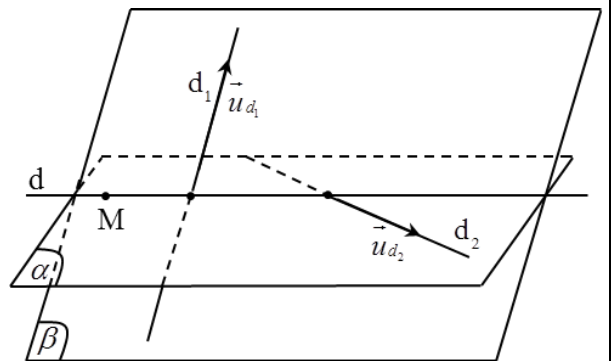
Vì (β) chứa d₁ và qua M nên vectơ pháp tuyến của (β) là tích có hướng của $\vec{u}_{d_1}$ và $\overrightarrow{MN}$:

$$\vec{n}_{(\beta)} = [\vec{u}_{d_1}, \overrightarrow{MN}] = (2; 8; 6)$$

$$\text{Ta có: } (\beta) \begin{cases} \text{Qua M} \\ \vec{n}_{(\beta)} = (2; 8; 6) \end{cases} \Rightarrow (\beta): 2(x-1) + 8y + 6(z-5) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 3z - 16 = 0$$

- Phương trình mặt phẳng (α) qua M và chứa d₂:

Gọi K(1;2;1) là điểm thuộc d₂ $\Rightarrow \overrightarrow{MK} = (0; 2; -4)$



+ Vecto pháp tuyến của (α) :

Vì (α) chứa d_2 và qua M nên vecto pháp tuyến của (α) là tích có hướng của $\vec{u}_{d_2}$ và $\overrightarrow{MK}$:

$$\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_{d_2}, \overrightarrow{MK}] = (2; -4; -2)$$

Ta có: $(\alpha) \begin{cases} \text{Qua M} \\ \vec{n}_{(\alpha)} = (2; -4; -2) \end{cases} \Rightarrow (\alpha): 2(x-1) - 4y - 2(z-5) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - z + 4 = 0$

- Phương trình đường thẳng d

Ta có d là giao tuyến của (α) và (β) nên d có dạng phương trình tổng quát:

$$\begin{cases} x + 4y + 3z - 16 = 0 \\ x - 2y - z + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 5 - 3t \end{cases}$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm M(2;0;-1) có vecto chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$ là

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{1}$

B. $\frac{x+2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{2}$

C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$

D. $\frac{x-4}{2} = \frac{y+6}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Câu 2: Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vec tơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; 3)$ có phương trình:

A. $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = t \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = -t \\ y = -2t \\ z = -3t \end{cases}$

Câu 3: Cho đường thẳng d đi qua M(2; 0; -1) và có vectơ chỉ phương $\vec{a}(4; -6; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Câu 4: Phương trình đường thẳng AB với A(1; 1; 2) và B(2; -1; 0) là:

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}$

B. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-2}$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{-2}$

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1; -1; 3), B(-3; 0; -4). Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm A và B?

A. $\frac{x+3}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{7}$

B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{3}$

C. $\frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+4}{7}$

D. $\frac{x+3}{-4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{y+3}{7}$

Câu 6: Cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của d là:

A. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-1+8t \\ y=-2+6t \\ z=-3-14t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t \\ z=3-7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2+3t \\ z=-3-7t \end{cases}$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình đường thẳng (d) đi qua $N(5;3;7)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) là :

A. $\begin{cases} x=5 \\ y=3+t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z=7 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z=7+2t \end{cases}$
C. $\begin{cases} x=5+t \\ y=3 \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z=7 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z=7+t \end{cases}$

Câu 8: Cho $A(0;0;1)$, $B(-1;-2;0)$, $C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với $mp(ABC)$ có phương trình:

A. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}+5t \\ y=-\frac{1}{3}+4t \\ z=3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}+5t \\ y=-\frac{1}{3}-4t \\ z=3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}-5t \\ y=-\frac{1}{3}-4t \\ z=-3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}-5t \\ y=-\frac{1}{3}-4t \\ z=3t \end{cases}$

Câu 9: Cho điểm $M(2;-3;5)$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z=4+t \end{cases}$. Đường thẳng (Δ) đi qua

M và song song với (d) có phương trình chính tắc là :

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-5}{4}$ B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+5}{4}$
C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{1}$ D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$

Câu 10: Đường thẳng có phương trình: $\begin{cases} 2x-y+z=0 \\ x-z=0 \end{cases}$ có một vector chỉ phương là:

A. $\vec{u}(2;-1;1)$ B. $\vec{u}(1;-1;0)$ C. $\vec{u}(1;3;1)$ D. $\vec{u}(1;0;-1)$

Câu 11: Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng $(P): 2x+y-z-3=0$ và $(Q): x+y+z-1=0$. Phương trình chính tắc đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

A. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$ B. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1}$
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}$ D. $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{-1}$

Câu 12: Cho đường thẳng (d) có phương trình tổng quát là $\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-y+z+1=0 \end{cases}$. Phương trình tham số của (d) là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=1+3t \\ z=2+5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-\frac{1}{3}+t \\ y=2t \\ z=-\frac{1}{3}+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=1+3t \\ z=-5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=t \\ y=-1-3t \\ z=-2-5t \end{cases}$

Câu 13: Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng d đi qua điểm M, cắt và vuông góc với Δ có vec tơ chỉ phương

A. $(2; -1; -1)$ B. $(2; 1; -1)$ C. $(1; -4; 2)$ D. $(1; -4; -2)$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc Oxyz, cho mặt phẳng

(P): $x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là:

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$ B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$

Câu 15: Cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mp(α): $x+y-z+3=0$ và điểm $A(1; 2; -1)$.

Đường thẳng Δ qua A cắt d và song song với mp(α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$

Câu 16: Cho mặt phẳng (P): $3x-2y-3z-7=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(-1; 0; 1)$ song song với mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d.

A. $\frac{x+1}{-15} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-17}$ B. $\frac{x+1}{-15} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-17}$
C. $\frac{x+1}{15} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{17}$ D. $\frac{x-1}{-15} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-17}$

Câu 17: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=2 \end{cases}$. Đường thẳng đi qua

điểm $A(0; 1; 1)$, vuông góc với d_1 và d_2 có pt là:

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$ B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$
C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$ D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$

Câu 18: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$; $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$.

Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$

Câu 19: Cho hai đường thẳng $d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$; $d': \begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=2 \end{cases}$. Đường thẳng đi qua $A(0;1;1)$ cắt d' và vuông góc d có phương trình là?

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$

B. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{4}$

D. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$

Câu 20: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$; $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ và điểm $A(1; 2; 3)$.

Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 3y + 2z + 2 = 0$. Lập phương trình đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) , đi qua $M(2; 2; 4)$ và cắt đường thẳng (d) .

A. $\Delta: \frac{x-2}{9} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-4}{6}$

B. $\Delta: \frac{x-2}{9} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z-4}{6}$

C. $\Delta: \frac{x+2}{9} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+4}{6}$

D. $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-4}{2}$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $(d): \frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-2}$ và

$(\alpha): x - 3y + z - 4 = 0$. Phương trình hình chiếu của (d) trên (α) là:

A. $\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$

B. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$

C. $\frac{x+5}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$

D. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$

Câu 23: Cho $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (Oxy) có dạng?

$$\text{A. } \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

Câu 24: Cho hai điểm $A(0;0;3)$ và $B(1;-2;-3)$. Gọi $A'B'$ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB lên mặt phẳng (Oxy). Khi đó phương trình tham số của đường thẳng $A'B'$ là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -t \\ y = -2t \\ z = 0 \end{cases}$$

Câu 25: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 là

$$\text{A. } \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-4}$$

$$\text{B. } \frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-9}{4}$$

$$\text{C. } \frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{4}$$

$$\text{D. } \frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{-4}$$

Câu 26: Cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và $mp(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trên $mp(P)$ sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

Câu 27: Cho $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-3}$; $d_3: \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$

Viết phương trình đường thẳng Δ , biết Δ cắt d_1, d_2, d_3 lần lượt tại A, B, C sao cho $AB = BC$.

$$\text{A. } \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$$

$$\text{B. } \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$$

$$\text{C. } \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$$

$$\text{D. } \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$$

Câu 28: Trong hệ Oxyz cho các điểm $A(3;3;1)$; $B(0;2;1)$ và $(P): x+y+z-7=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (P) sao cho $d(A;d) = d(B;d)$. Khi đó phương trình đường thẳng d là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

Câu 29: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$, $\Delta_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$. Phương trình đường

thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(P): 7x + y - 4z = 0$ và cắt hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là:

$$\text{A. } \Delta: \begin{cases} x = -5 - 7t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$$

$$\text{B. } \frac{x+5}{7} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-4}$$

$$\text{C. } \Delta: \begin{cases} x = -5 + 7t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$$

$$\text{D. } \Delta: \frac{x+5}{6} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{4}.$$

Câu 30: Cho mặt phẳng (P): $y + 2z = 0$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + t \\ z = 1 \end{cases}$.

Đường thẳng Δ ở trong (P) cắt cả hai đường thẳng d và d' là?

$$\text{A. } \frac{x-1}{-4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{-4} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$$

Câu 31: Trong không gian Oxyz, cho 2 đường thẳng $d_1; d_2$ và mặt phẳng (P)

$d_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}, d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ (P): $2x + 3y - 2z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) và cắt d_1, d_2

$$\text{A. } \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{2}$$

$$\text{B. } \frac{x-3}{-6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{-3}$$

$$\text{C. } \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{3}$$

$$\text{D. } \frac{x+3}{6} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{3}$$

Câu 32: Khoảng cách từ $M(2;0;1)$ đến đường thẳng: $(\Delta): \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ là:

$$\text{A. } \sqrt{2}$$

$$\text{B. } \sqrt{3}$$

$$\text{C. } \sqrt{12}$$

$$\text{D. } \frac{5}{\sqrt{17}}$$

Câu 33: Cho điểm $A(0;-1;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}$. Khoảng cách từ A đến d là:

$$\text{A. } \sqrt{14}$$

$$\text{B. } \sqrt{8}$$

$$\text{C. } \sqrt{6}$$

$$\text{D. } \sqrt{3}$$

Câu 34: Khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}, d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{4}$ là:

$$\text{A. } \frac{23\sqrt{38}}{38}$$

$$\text{B. } \frac{19}{\sqrt{22}}$$

$$\text{C. } \frac{\sqrt{22}}{22}$$

$$\text{D. } \frac{\sqrt{19}}{22}$$

Câu 35: Khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}, d_2: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + u \\ z = 3 - u \end{cases}$ là:

$$\text{A. } 9$$

$$\text{B. } 3$$

$$\text{C. } \frac{1}{3}$$

$$\text{D. } 1$$

Câu 36: Khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1-2t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}, d_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$ là:

- A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{5}$ C. $3\sqrt{31}$ D. A, B, C đều sai

Câu 37: Khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=-t \end{cases}, d_2: \begin{cases} x=2u \\ y=-5+3u \\ z=4 \end{cases}$ là:

- A. $3\sqrt{19}$ B. $\frac{3\sqrt{19}}{13}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 38: Góc giữa hai đường thẳng $(d): \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3-t \end{cases}$ & $(d'): \begin{cases} x=1+2t' \\ y=-1+2t' \\ z=2-2t' \end{cases}$.

- A. 0° B. 30° C. 45° D. 60°

Câu 39: Cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-2}, d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$ là:

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B. $-\frac{2}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $-\frac{4}{9}$

Câu 40: Cho tam giác ABC biết: $A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$. Khi đó $\cos B$ bằng:

- A. 0 B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{3}{\sqrt{10}}$

Câu 41: Cho hình lập phương ABCD. $A'B'C'D'$ biết A trùng với gốc tọa độ $B(a;0;0), D(0;a;0), A'(0;0;a), (a > 0)$. M, N, P lần lượt là trung điểm của BB', CD và $A'D'$. Góc giữa hai đường thẳng MP và $C'N$ là:

- A. 0° B. 30° C. 60° D. 90°

Câu 42: Cho 4 điểm $A(1;1;0), B(0;2;1), C(1;0;2), D(1;1;1)$. Góc giữa 2 đường thẳng AB và CD bằng:

- A. 0 B. 45° C. 90° D. 60°

Câu 43: Cho mặt phẳng (P): $3x+4y+5z+8=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=-2+t \end{cases}$. Góc giữa (P) và d bằng:

- A. 90° B. 45° C. 60° D. 30°

Câu 44: Cho mặt phẳng (P) qua gốc tọa độ và chứa $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{1}$. Tính cosin của góc tạo bởi (P) và (Oxy):

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{3}{\sqrt{10}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{10}$ D. $\frac{3\sqrt{19}}{19}$

Câu 45: Cho mặt phẳng (P): $3x+4y+5z+8=0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+1=0$ và $(\beta): x-2z-3=0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mp(P). Khi đó

- A. $\varphi = 45^\circ$ B. $\varphi = 60^\circ$ C. $\varphi = 30^\circ$ D. $\varphi = 90^\circ$

Câu 46: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2t \\ z = 2t - 2 \end{cases}$. Gọi φ là góc

giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) . Khi đó, giá trị của $\cos \varphi$ là:

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{\sqrt{65}}{9}$ C. $\frac{\sqrt{65}}{4}$ D. $\frac{4}{\sqrt{65}}$

Câu 47: Góc giữa đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 3z = 0$

- A. 90° B. 45° C. 0° D. 180°

Câu 48: Trong không gian Oxyz, cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' với $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng A'C và MN. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Xác định $\overrightarrow{A'C} = (1;1;-1)$; $\overrightarrow{MN} = (0;1;0)$ Suy ra $[\overrightarrow{A'C}, \overrightarrow{MN}] = (1;0;1)$

Bước 2: Mặt phẳng (α) chứa A'C và song song với MN là mặt phẳng qua $A'(0;0;1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1;0;1) \Rightarrow (\alpha): x + z - 1 = 0$

Bước 3: $d(A'C, MN) = d(M, (\alpha)) = \frac{\left| \frac{1}{2} + 0 - 1 \right|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

- A. Sai ở bước 3 B. Lời giải đúng C. Sai ở bước 1 D. Sai ở bước 2

Câu 49: Cho mặt phẳng $(P): x - y - 1 = 0$ và mặt phẳng (Q) . Biết hình chiếu của gốc O lên (Q) là điểm $H(2; -1; -2)$. Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) có giá trị là:

- A. $\varphi = 30^\circ$ B. $\varphi = 60^\circ$ C. $\varphi = 90^\circ$ D. $\varphi = 45^\circ$

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1A	2D	3B	4C	5C	6A	7D	8B	9D	10C	11A	12D	13D	14A	15B
16A	17C	18B	19C	20D	21B	22D	23C	24C	25C	26C	27A	28D	29B	30A
31B	32A	33A	34A	35B	36D	37B	38A	39C	40C	41D	42C	43C	44D	45C
46A	47C	48B	49D											

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

a) Phương trình mặt cầu:

Trong không gian, mặt cầu (S) được cấu tạo bởi điểm M quay xung quanh điểm $I(a;b;c)$ cố định và luôn cách I một đoạn không đổi bằng R có phương trình:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 (*)$$

Khai triển (*), phương trình mặt cầu (S) có dạng:

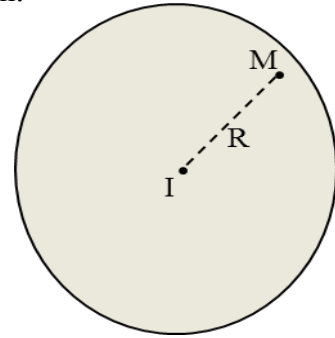
$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 (**)$$

Trong đó:

+ Tâm $I(a;b;c)$

+ Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

Do đó phương trình mặt cầu (S) dạng (**) sẽ có điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$



* Lưu ý:

Phương trình (*) được gọi là phương trình chính tắc và phương trình (**) được gọi là phương trình tổng quát.

b) Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng

Mặt phẳng không cắt mặt cầu	Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu (Mặt phẳng gọi là tiếp diện)	Mặt phẳng cắt mặt cầu
Điều kiện: $d(I, (\alpha)) > R$	Điều kiện: $d(I, (\alpha)) = R$	Điều kiện: $d(I, (\alpha)) < R$

* Lưu ý:

- Mặt phẳng cắt mặt cầu theo giao tuyến là 1 đường tròn có:

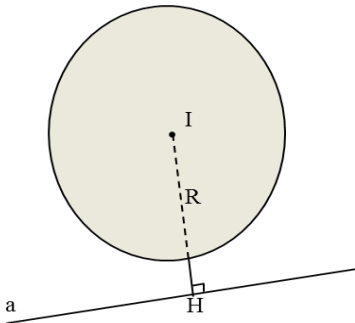
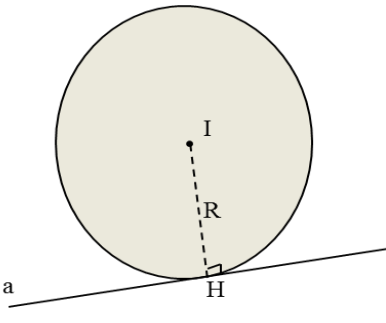
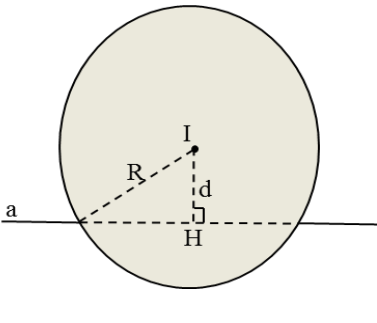
+ Tâm H là hình chiếu của tâm mặt cầu I lên đường tròn (muốn tìm tọa độ tâm H, ta viết phương trình đường thẳng a qua I và vuông góc với (α) , khi đó H là giao điểm của a và (α)).

+ Bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$.

- Khi mặt phẳng qua tâm I của mặt cầu thì đường tròn giao tuyến được gọi là đường tròn lớn.

- Khi (α) tiếp xúc với mặt cầu tại H thì H được gọi là tiếp điểm.

c) Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng

Đường thẳng không cắt mặt cầu	Đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu	Đường thẳng cắt mặt cầu
		
Điều kiện: $d(I, a) > R$	Điều kiện: $d(I, a) = R$	Điều kiện: $d(I, a) < R$

*** Lưu ý:**

- Khi a tiếp xúc với mặt cầu (S) tại H, thì H được gọi là tiếp điểm.
- Đường thẳng a cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm, để tìm tọa độ 2 điểm này ta giải hệ phương trình:

$$a: \begin{cases} x = x_0 + at(1) \\ y = y_0 + bt(2) \\ z = z_0 + ct(3) \end{cases}$$

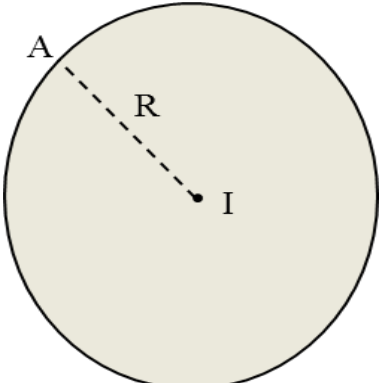
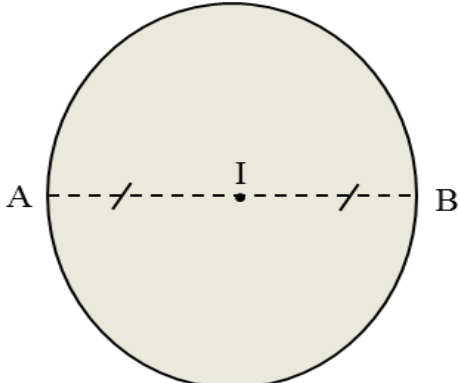
Thay x,y,z vào (4) ta tìm được t $\Rightarrow$ tọa độ giao điểm

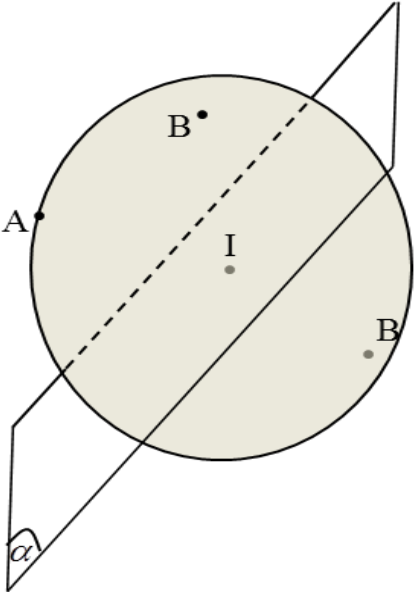
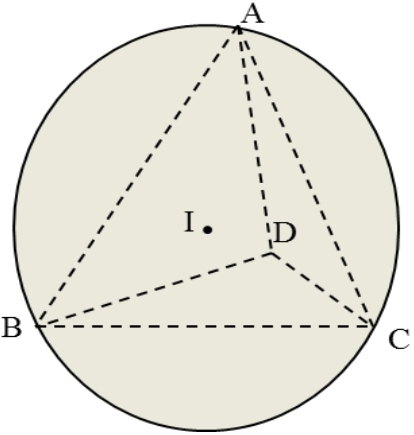
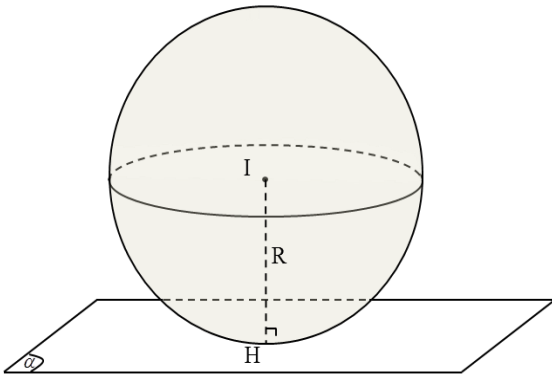
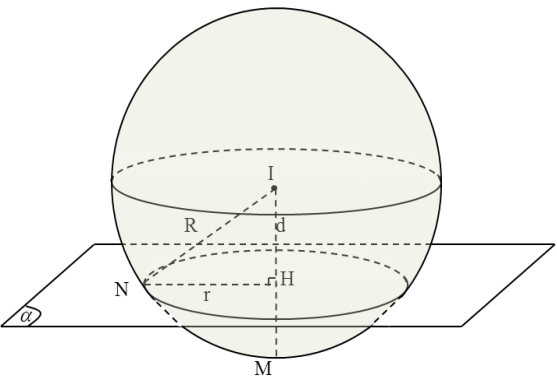
$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0(4)$$

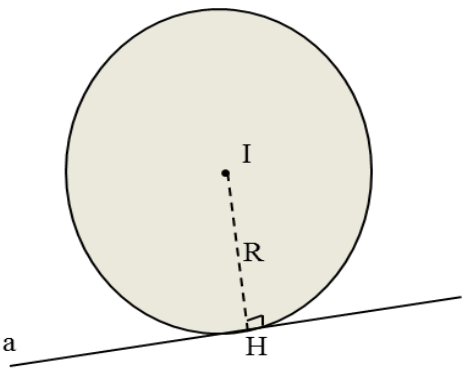
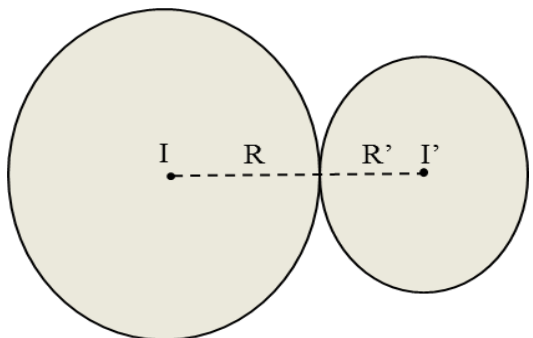
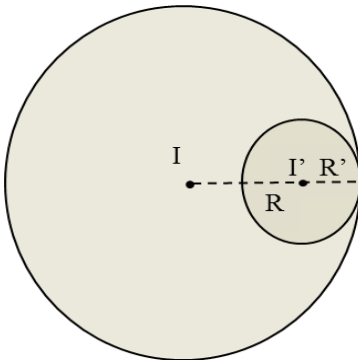
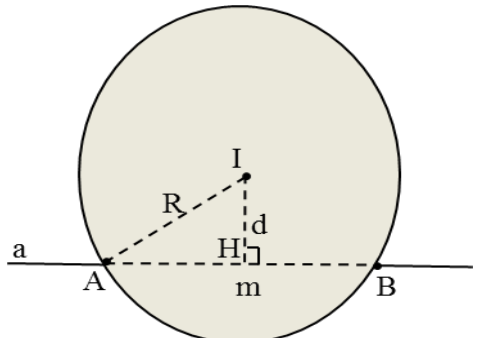
❖ BÀI TẬP

Phương pháp:

Nắm rõ vị trí tương đối giữa mặt cầu với mặt phẳng và mặt cầu với đường thẳng kèm theo các điều kiện xác định. Các bài tập trong bài này đa số yêu cầu viết phương trình mặt cầu, ta cần nắm vững các bài toán viết phương trình mặt cầu sau:

Mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A	Mặt cầu nhận AB làm đường kính
	
+ Tâm: I + Bán kính: $R = IA$	+ Tâm: Trung điểm I của AB + Bán kính: $R = \frac{AB}{2}$

Mặt cầu đi qua 3 điểm A,B,C và có tâm I (a;b;c) thuộc mặt phẳng (α)	Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD
 + Bước 1: Gọi phương trình mặt cầu (S) theo dạng tổng quát. + Bước 2: Lần lượt thế các điểm A,B,C vào phương trình (S), sau đó thế I(a;b;c) vào phương trình mặt phẳng (α). Ta được hệ 4 phương trình chứa 4 ẩn: a,b,c và d. + Bước 3: Bấm máy tính giải hệ 4 phương trình trên rồi suy ra phương trình mặt cầu (S).	 + Bước 1: Gọi phương trình mặt cầu (S) theo dạng tổng quát. + Bước 2: Lần lượt thế các điểm A,B,C và D vào phương trình (S). Ta được hệ 4 phương trình chứa 4 ẩn: a,b,c và d. + Bước 3: Bấm máy tính giải hệ 4 phương trình trên rồi suy ra phương trình mặt cầu (S).
Mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (α)	Mặt cầu có tâm I và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r
 + Tâm: I + Bán kính: $R = d(I, (\alpha))$	 + Tâm: I + Bán kính: $R = \sqrt{r^2 + d^2}$ ($d = IH = d(I, (\alpha))$)

Mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng a	Mặt cầu có tâm I và tiếp xúc ngoài mặt cầu có tâm I', bán kính R'
 + Tâm: I + Bán kính: $R = d(I, a)$	 + Tâm: I + Bán kính: $R = R' - R'$
Mặt cầu có tâm I tiếp xúc trong với mặt cầu có tâm I', bán kính R'	Mặt cầu có tâm I cắt đường thẳng a tại A và B, sao cho AB=m
 + Tâm: I + Bán kính: $R = R' + R'$	 + Tâm: I + Bán kính: $R = \sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 + d^2} \quad (d = IH = d(I, a))$

VÍ DỤ

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ có tâm I, bán kính là.

Hướng dẫn:

- Tâm I của mặt cầu:

$$I \begin{cases} x_I = \frac{-2}{-2} = 1 \\ y_I = \frac{4}{-2} = -2 \\ z_I = \frac{-6}{-2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I(1; -2; 3)$$

- Bán kính mặt cầu:

$$R = \sqrt{x_I^2 + y_I^2 + z_I^2 - d} = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 + 2} = 4$$

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng $(\alpha): x-y+4z-4=0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 10z + 4 = 0$. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu.

Hướng dẫn:

- Tâm I của mặt cầu (S):

$$I\left(\frac{-4}{-2}; 0; \frac{-10}{-2}\right) \Leftrightarrow I(2; 0; 5)$$

- Bán kính của mặt cầu:

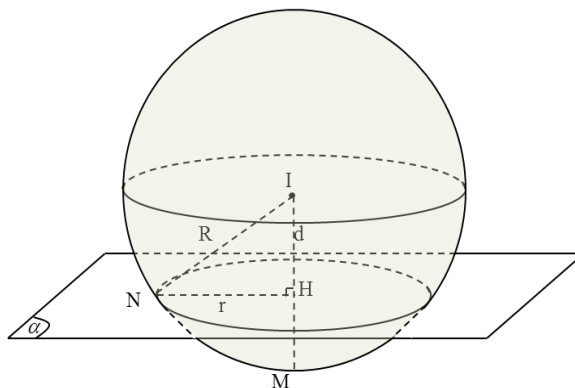
$$R = \sqrt{x_I^2 + y_I^2 + z_I^2 - d} = \sqrt{2^2 + 0^2 + 5^2 - 4} = 5$$

- Khoảng cách từ tâm I tới mặt phẳng (α) :

$$d(I, (\alpha)) = \frac{|2 + 4 \cdot 5 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 4^2}} = 1$$

- Bán kính của đường tròn giao tuyến:

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5^2 - 1} = 2\sqrt{6}$$



Ví dụ 3: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(1;2;-3) và đi qua A(1;0;4).

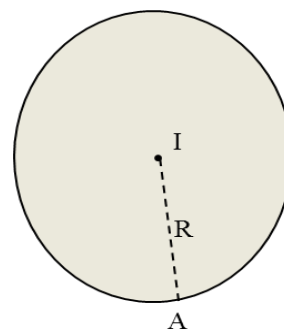
Hướng dẫn:

- Bán kính mặt cầu:

$$R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (0-2)^2 + (4-(-3))^2} = \sqrt{53}$$

- Phương trình mặt cầu:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$$



Ví dụ 4: Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện ABCD, biết rằng: A(1;1;0), B(0;2;1), C(1;0;2), D(1;1;1).

Hướng dẫn:

Phương trình (S) tổng quát:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

Vì (S) qua A, B, C và D nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2 - 2a - 2b + d = 0 \\ 5 - 4b - 2c + d = 0 \\ 5 - 2a - 4c + d = 0 \\ 3 - 2a - 2b - 2c + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3/2 \\ b = -1/2 \\ c = 1/2 \\ d = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 3x + y - z - 6 = 0$$

Ví dụ 5: Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua ba điểm A,B,C và có tâm nằm trên mặt phẳng (P), trong đó: A(3;1;1), B(0;1;4), C(-1;-3;1) và (P): $x+y-2z+4=0$.

Hướng dẫn:

- Phương trình mặt cầu (S):

Phương trình (S) tổng quát:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

Vì (S) qua A,B,C và tâm I(a;b;c) thuộc (P) nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 11 - 6a - 2b - 2c + d = 0 \\ 17 - 2b - 8c + d = 0 \\ 11 + 2a + 6b - 2c + d = 0 \\ a + b - 2c + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 2 \\ d = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$$

Ví dụ 6: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(2;1;-1) và tiếp xúc với mặt phẳng (α): $2x - 2y - z + 3 = 0$.

Hướng dẫn:

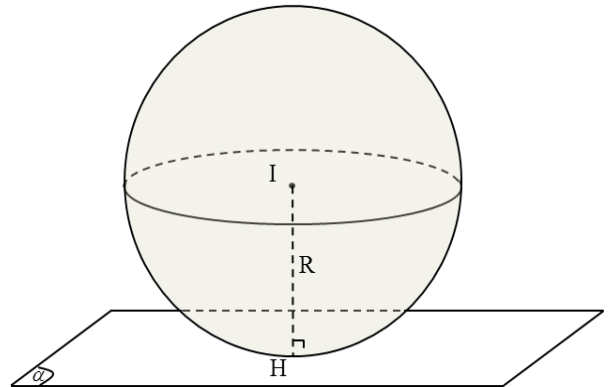
- Bán kính mặt cầu (S):

Vì (S) tiếp xúc với (α) nên ta có:

$$R = d(I, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 1 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2$$

- Phương trình mặt cầu:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$$



Ví dụ 7: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu (S) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi là bao nhiêu.

Hướng dẫn:

- Tâm của mặt cầu (S):

$$I\left(\frac{-2}{-2}; \frac{-4}{-2}; \frac{-6}{-2}\right) \Leftrightarrow I(1; 2; 3)$$

- Bán kính mặt cầu (S):

$$R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 11} = 5$$

- Khoảng cách từ tâm I tới mặt phẳng (P):

$$d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - 3 - 4|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 3$$

- Bán kính đường tròn giao tuyến:

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} = 4$$

- Chu vi của đường tròn giao tuyến:

$$C = 2\pi r = 8\pi$$

Ví dụ 8: Cho hai mặt phẳng (P): $x-2y+2z-3=0$, (Q): $2x+y-2z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-4}{3}$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I \in d$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q).

Hướng dẫn:

- Phương trình tham số của d:

$$\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Tọa độ tổng quát của $I(-2-t; -2t; 4+3t)$ (vì $I \in d$)

- Bán kính mặt cầu (S):

Vì (S) tiếp xúc với (P) và (Q) nên ta có:

$$R = d(I, (P)) = d(I, (Q))$$

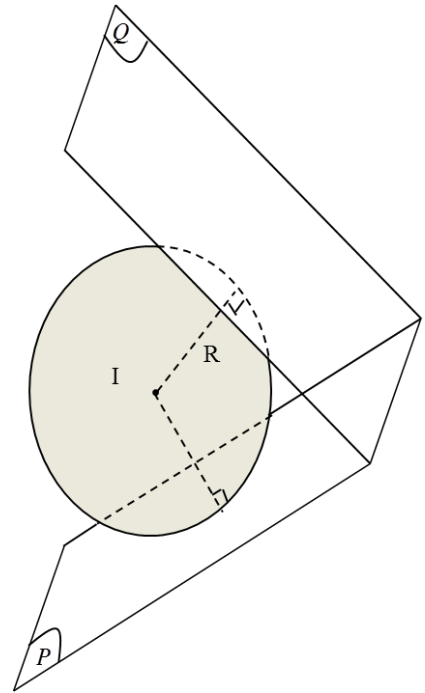
$$\Leftrightarrow \frac{|-2-t-2(-2t)+2(4+3t)-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = \frac{|2(-2-t)+(-2t)-2(4+3t)-4|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3+9t|}{3} = \frac{|-16-10t|}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3+9t = -16-10t \\ 3+9t = 16+10t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(-1; 2; 1) \\ I(11; 26; -35) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 2 \\ R = 38 \end{cases}$$

Vậy tồn tại 2 mặt cầu có phương trình:
$$\begin{cases} (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4 \\ (x-11)^2 + (y-26)^2 + (z+35)^2 = 1444 \end{cases}$$



Ví dụ 9: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-5;1;1)$ và tiếp xúc với mặt cầu (T): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$.

Hướng dẫn:

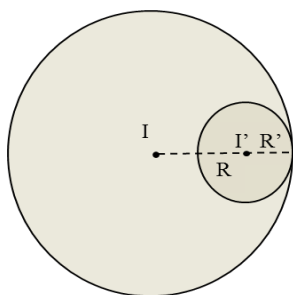
- Tâm I' của mặt cầu (T):

$$I' = \left(\frac{-2}{-2}; \frac{4}{-2}; \frac{-6}{-2} \right) = (1; -2; 3)$$

- Bán kính R' của mặt cầu (T):

$$R' = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - 5} = 3$$

+ Trường hợp mặt cầu tiếp xúc trong



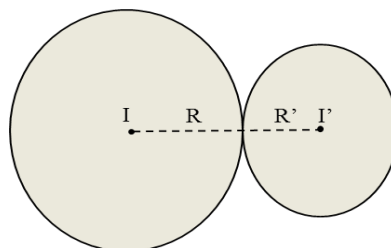
- Bán kính mặt cầu tâm I:

$$R = II' + R' = \sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2} + 3 = 10$$

- Phương trình mặt cầu:

$$(x+5)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 100$$

+ Trường hợp 2 mặt cầu tiếp xúc ngoài



- Bán kính mặt cầu tâm I:

$$R = II' - R' = \sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2} - 3 = 4$$

- Phương trình mặt cầu:

$$(x+5)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ là:

A. $I(-1; 2; 0), R = 2$

B. $I(1; -2; 0), R = 2$

C. $I(1; -2; 0), R = 4$

D. $I(-1; 2; 0), R = 4$

Câu 2: Tâm và bán kính của mặt cầu: (S): $x^2 + y^2 - 2x + y - 3z - 1 = 0$

A. $I\left(1; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right), R = \frac{9}{2}$

B. $I\left(-1; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), R = \frac{9}{2}$

C. $I\left(1; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right), R = \frac{3}{\sqrt{2}}$

D. $I(2; -1; 3), R = \frac{3}{\sqrt{2}}$

Câu 3: Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R và có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y + 1 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng

A. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{4}$

B. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$

C. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$

D. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(3; 2; -1), B(1; -4; 1)$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{11}$.

B. Mặt cầu (S) đi qua điểm $M(-1; 0; -1)$.

C. Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - z + 11 = 0$.

D. Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 0)$.

Câu 5: Tâm và bán kính của mặt cầu: (S): $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 8 + 15z - 3 = 0$

A. $I\left(3; -4; -\frac{15}{2}\right), R = \frac{19}{6}$

B. $I\left(1; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right), R = \frac{361}{36}$

C. $I\left(-3; 4; \frac{15}{2}\right), R = \frac{19}{6}$

D. $I\left(1; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{2}\right), R = \frac{19}{6}$

Câu 6: Trong mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:

A. S có tâm $I(-1;2;3)$

B. S có bán kính $R = 2\sqrt{3}$

C. S đi qua điểm $M(1;0;1)$

D. S đi qua điểm $N(-3;4;2)$

Câu 7: Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + 2mz + m^2 + 5m = 0$ là phương trình mặt cầu khi:

A. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 4 \end{cases}$

C. $m > 1$

D. $m < 4$

Câu 8: Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$. Tìm m để (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

A. $m = 2$

B. $m = -2$

C. $m = 3$

D. $m = -3$

Câu 9: Tâm I và bán kính R của mặt cầu đường kính AB với $A(-1;3;2), B(5;2;-1)$

A. $I\left(2; \frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right), R = \frac{\sqrt{46}}{2}$

B. $I(6; -1; -3), R = \frac{\sqrt{46}}{2}$

C. $I\left(3; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), R = \frac{23}{2}$

D. $I\left(2; \frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right), R = \sqrt{46}$

Câu 10: Tâm I và bán kính R của mặt cầu đi qua 4 điểm $A(1;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;4)$ và gốc tọa độ:

A. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; -2\right), R = \frac{\sqrt{21}}{2}$

B. $I(1; -2; 4), R = \frac{\sqrt{21}}{2}$

C. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 2\right), R = \frac{21}{2}$

D. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 2\right), R = \frac{\sqrt{21}}{2}$

Câu 11: Phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(4;-3;7), B(2;1;-3)$

A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 30$

B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$

C. $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 25$

D. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$

Câu 12: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và có thể tích $V = 972\pi$. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$

B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 9$

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81$

Câu 13: Phương trình mặt cầu tâm $I(2;-3;4)$ và đi qua $A(4;-2;2)$ là:

A. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 3$

B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 9$

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 3$

D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 9$

Câu 14: Lập phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(6;2;5)$ và $B(-4;0;7)$

A. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 3$

B. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 3$

C. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 3$

Câu 15: Phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;-2)$ đi qua $(3;2;-1)$ là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 6 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 4z - 6 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 6 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z + 6 = 0$

Câu 16: Lập phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(3;-2;5)$ và $B(-1;6;-3)$

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z - 39 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 1 = 0$

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$

Câu 17: Bán kính mặt cầu đi qua bốn điểm $A(1;0;-1)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;-1)$ và $D(1;2;\sqrt{2})$ là:

A. $\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{3}$

C. $\sqrt{17}$

D. 2

Câu 18: Bán kính mặt cầu đi qua bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(4;0;0)$, $B(0;4;0)$ và $C(0;0;4)$ là:

A. $\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{2}$

C. $3\sqrt{2}$

D. 12

Câu 19: Phương trình mặt cầu tâm $I(3;-2;4)$ và tiếp xúc với $(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$ là:

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{400}{9}$

B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = \frac{400}{9}$

C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = \frac{20}{3}$

D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = \frac{20}{3}$

Câu 20: Trong không gian Oxyz, cho tứ diện ABCD với $A(1; 6; 2)$, $B(5; 1; 3)$, $C(4; 0; 6)$, $D(5; 0; 4)$. phương trình mặt cầu (S) có tâm D và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC).

A. (S): $(x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{8}{223}$

B. (S): $(x-5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{8}{223}$

C. (S): $(x+5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$

D. (S): $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$

Câu 21: Cho bốn điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;1)$, $C(1;1;2)$ và $D(2;2;1)$. Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có tọa độ :

A. $(3;3;-3)$

B. $\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$

C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$

D. $(3;3;3)$

Câu 22: Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC với $(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;1)$ là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - z = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 2z = 0$

Câu 23: Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD với $A(1;2;2)$, $B(-1;2;-1)$, $C(1;6;-1)$, $D(-1;6;2)$ là:

A. $x^2 + (y+4)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$

B. $x^2 + (y-4)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{29}}{2}$

C. $x^2 + (y+4)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{29}}{2}$

D. $x^2 + (y-4)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$

Câu 24: Phương trình mặt cầu tâm $I(-1;-2;3)$ bán kính $R = 2$ là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 10 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2^2$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2^2$

Câu 25: Phương trình mặt cầu đi qua $A(3;-1;2)$, $B(1;1;-2)$ và có tâm thuộc Oz là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0$

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 11$

C. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 11$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$

Câu 26: Phương trình mặt cầu đi qua $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$ và có tâm thuộc (Oxy) là:

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26$

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \sqrt{26}$

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 26$

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{26}$

Câu 27: Phương trình mặt cầu có tâm thuộc $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$ và tiếp xúc với

(P): $3x+2y+z-6=0$, (Q): $2x+3y+z=0$ là:

- A. $(x-11)^2 + (y+17)^2 + (z+17)^2 = 225$ B. $(x+11)^2 + (y+17)^2 + (z-17)^2 = 224$
 C. $(x+11)^2 + (y+17)^2 + (z-17)^2 = 229$ D. $(x-11)^2 + (y-17)^2 + (z+17)^2 = \frac{65}{14}$

Câu 28: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$ và 2 mp (P): $x+2y+2z+3=0$ và (Q):

$x+2y+2z+7=0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng (d) và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình

- A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$ B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$
 C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$ D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho hai mặt phẳng (P): $2x-y+z-3=0$; (Q): $x+y-z=0$. (S) là mặt cầu có tâm thuộc (P) và tiếp xúc với (Q) tại điểm $H(1; -1; 0)$. Phương trình của (S) là:

- A. (S): $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 1$ B. (S): $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$
 C. (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 1$ D. (S): $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$

Câu 30: Cho hai mặt phẳng (P): $x-2y+2z-3=0$, (Q): $2x+y-2x-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-4}{3}$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I \in d$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q).

- A. $(x-11)^2 + (y-26)^2 + (z+35)^2 = 38^2 \vee (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$
 B. $(x+11)^2 + (y+26)^2 + (z-35)^2 = 38^2 \vee (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$
 C. $(x-11)^2 + (y-26)^2 + (z+35)^2 = 38^2 \vee (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$
 D. $(x+11)^2 + (y+26)^2 + (z-35)^2 = 38^2 \vee (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Viết phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d .

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$ B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$
 C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$ D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{50}$

Câu 32: Bán kính của mặt cầu tâm $I(3;3;-4)$, tiếp xúc với trục Oy bằng

- A. $\sqrt{5}$ B. 4 C. 5 D. $\frac{5}{2}$

Câu 33: Trong không gian Oxyz cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-3; 4; 2)$. Tìm tọa độ điểm I trên trục Ox cách đều hai điểm B, C và viết phương trình mặt cầu tâm I, đi qua hai điểm A, B.

- A. $(x+3)^2 + y^2 + z^2 = 20$ B. $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 20$
 C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 11/4$ D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 20$

Câu 34: Cho điểm $A(0;0;-2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$. phương trình mặt cầu tâm A, cắt (Δ) tại hai điểm A, B sao cho $AB=8$ là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4z - 21 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4z - 12 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 21 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 21 = 0$

Câu 35: Phương trình mặt cầu tâm $I(1;3;5)$, cắt $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$ tại 2 điểm A, B sao cho $AB=12$ là:

- A. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+5)^2 = 50$ B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 25$
C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 5$ D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 50$

Câu 36: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 0$, các đường thẳng $d: \frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$, $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) và song song với d, d'

- A. $2x + y - 8z - 12 = 0$ B. $2x + y - 8z - 69 = 0$
C. $2x + y - 8z + 12 = 0$ D. $2x + y - 8z + 69 = 0$
C. $2x - y + 8z - 6 = 0$ D. $2x + y + 8z - 13 = 0$
D. $2x - y + 8z + 6 = 0$ D. $2x + y + 8z + 13 = 0$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, giả sử mặt cầu $(S_m): x^2 + y^2 + z^2 - 4mx + 4y + 2mz + m^2 + 4m = 0$ có bán kính nhỏ nhất. Khi đó giá trị của m là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 0

Câu 38: Cho mặt cầu: $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$. Tìm m để (S) cắt mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng 4π .

- A. $m=9$ B. $m=10$ C. $m=3$ D. $m=-3$

Câu 39: Cho mặt cầu: $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$. Tìm m để (S) cắt đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-2}$ tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông (Với I là tâm mặt cầu)

- A. $m=-1$ B. $m=10$ C. $m=-20$ D. $m=-\frac{4}{9}$

Câu 40: Cho điểm $I(1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là I, sao cho (P) cắt (S) theo đường tròn giao tuyến có chu vi bằng 8π .

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$ B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 5$ D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 16$

Câu 41: Cho đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+6}{2}$ mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 2z - 1 = 0$.

Phương trình mặt phẳng chứa (d) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=1$:

- A. $x + y + z - 4 = 0 \vee 7x - 17y - 5z - 4 = 0$ B. $x + y - z - 4 = 0 \vee 7x - 17y + 5z - 4 = 0$
C. $x + y - z - 4 = 0 \vee 7x + 17y + 5z - 4 = 0$ D. $x + y - z + 4 = 0 \vee 7x - 17y + 5z + 4 = 0$

Câu 42: Cho mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (P) và (S). Tâm H và bán kính r của (C) là:

A. $H(1; 0; 2), r = 2$

B. $H(2; 0; 3), r = 4$

C. $H(1; 3; 2), r = 4$

D. $H(3; 0; 2), r = 4$

Câu 43: Cho 2 đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{2}, (d_2): \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{1}$ và mặt phẳng (P): $2x + y + 2z - 1 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm thuộc (d_2) và tiếp xúc với (d_1) & (P) là:

A. $(x+13)^2 + (y-10)^2 + (z+15)^2 = 225$

B. $(x+13)^2 + (y-10)^2 + (z-15)^2 = 25$

C. $(x-13)^2 + (y+10)^2 + (z-15)^2 = 225$

D. $(x-13)^2 + (y+10)^2 + (z-15)^2 = 25$

Câu 44: Cho điểm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng (P): $2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 1$. Viết phương trình của mặt cầu (S):

A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$

B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

Câu 45: Mặt cầu có tâm $I(1; 3; 5)$ và tiếp xúc d: $\begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$ có phương trình là?

A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 49$

B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 14$

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 256$

D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 7$

Câu 46: Cho điểm $I(1; 2; -2)$, đường thẳng d: $\begin{cases} x = t \\ y = -5 + 2t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng (P): $2x + 2y + z + 5 = 0$

. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là I, sao cho (P) cắt (S) theo đường tròn giao tuyến có chu vi bằng 8π .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 5$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 16$

Câu 47: Cho điểm $I(3, 4, 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-4}$ Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12

A. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25$

B. $(x+3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 5$

C. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 5$

D. $(x+3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 25$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với giá của véc tơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$, vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$ và tiếp xúc với (S).

A. (P): $2x - y + 2z - 3 = 0$ hoặc (P): $2x - y + 2z = 0$.

B. (P): $2x - y + 2z + 3 = 0$ hoặc (P): $2x - y + 2z - 21 = 0$.

C. (P): $2x - y + 2z - 21 = 0$.

D. (P): $2x - y + 2z + 3 = 0$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và điểm $M(4;1;6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S), có tâm M, tại hai điểm A, B sao cho $AB=6$. Viết phương trình của mặt cầu (S).

A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 12$

B. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 9$

C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$

D. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 16$

Câu 50: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho (P): $2x-y+2z-4=0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với (P).

A. $x-4y+z-2=0$

B. $x+4y-z-5=0$

C. $-x+4y+z-2=0$

D. $x+4y+z-1=0$

Câu 51: Cho điểm $I(-2;6;3)$ và ba mặt phẳng $(\alpha): x-2=0, (\beta): y-6=0, (\gamma): z+3=0$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. (α) đi qua I.

B. $(\beta) // (Oxz)$

C. $(\gamma) // Oz$

D. $(\alpha) \perp (\beta)$

Câu 52: Cho hai mặt phẳng (P): $x+y-z+5=0$ và (Q): $2x-z=0$. Nhận xét nào sau đây là đúng

A. Mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) có giao tuyến là $\frac{x}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z}{2}$

B. Mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) có giao tuyến là $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z}{2}$

C. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

D. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q)

Câu 53: Cho hai điểm $A(2; 0; 3)$, $B(2; -2; -3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Nhận xét nào sau đây là đúng

A. A, B và Δ cùng nằm trong một mặt phẳng

B. A và B cùng thuộc đường thẳng Δ

C. Tam giác MAB cân tại M với $M(2; 1; 0)$

D. Δ và đường thẳng AB là hai đường thẳng chéo nhau

Câu 54: Đường thẳng $\frac{x+1}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. $6x-4y-2z+1=0$

B. $6x+4y-2z+1=0$

C. $6x-4y+2z+1=0$

D. $6x+4y+2z+1=0$

Câu 55: Cho 3 mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+1=0, (\beta): x+y-z+2=0, (\gamma): x-y+5=0$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. $(\alpha) \perp (\beta)$

B. $(\alpha) \perp (\gamma)$

C. $(\beta) \perp (\gamma)$

D. $(\alpha) // (\gamma)$

Câu 56: Hai mặt phẳng (P): $2x+my+3z-5=0, (Q): nx-8y-6z+2=0$ song song với nhau khi:

A. $m=4, n=-4$

B. $m=4, n=4$

C. $m=2, n=-4$

D. $m=0, n=-4$

Câu 57: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): m^2x-y+(m^2-2)z+2=0$ và $(\beta): 2x+m^2y-2z+1=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với (β) khi

A. $|m|=\sqrt{2}$

B. $|m|=4$

C. $|m|=1$

D. $|m|=\sqrt{3}$

Câu 58: Cho đường thẳng Δ_1 qua điểm M có VTCP $\vec{u}_1$, và Δ_2 qua điểm N có VTCP $\vec{u}_2$. Điều kiện để Δ_1 và Δ_2 chéo nhau là:

A. $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ cùng phương.

B. $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} \neq 0$

C. $[\vec{u}_1, \vec{u}_2]$ và $\vec{MN}$ cùng phương.

D. $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} \neq 0$

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1, -1, 1)$ và hai đường thẳng

$(d_1): \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-3}$ và $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{5}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. (d_1) , (d_2) và M đồng phẳng

B. $M \in (d_1)$ nhưng $M \notin (d_2)$

C. $M \in (d_2)$ nhưng $M \notin (d_1)$

D. (d_1) và (d_2) vuông góc nhau

Câu 60: Cho hai đường thẳng $a: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + 6t \end{cases}$ và $b: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. a, b cắt nhau.

B. a, b chéo nhau.

C. a, b trùng nhau.

D. a, b song song.

Câu 61: Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 + 4t' \\ y = 5 + 6t' \\ z = 7 + 8t' \end{cases}$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d_1 \perp d_2$

B. $d_1 \equiv d_2$

C. $d_1 \parallel d_2$

D. d_1 và d_2 chéo nhau

Câu 62: Vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}; d_2: \begin{cases} x = 7 + 3ts \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ là:

A. Chéo nhau

B. Trùng nhau

C. Song song

D. Cắt nhau

Câu 63: Vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$, $\Delta_2: \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{5}$ là:

A. Song song với nhau.

B. Cắt nhau tại điểm $M(3; 2; 6)$

C. Cắt nhau tại điểm $M(3; 2; -6)$

D. Chéo nhau.

Câu 64: Đường thẳng nào sau đây song song với (d): $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+4}{-3}$

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+4}{1}$

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$

Câu 65: Cho hai đường thẳng có phương trình sau:

$d_1: \begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 5x - 2y + 4z - 1 = 0 \end{cases}$ $d_2: \begin{cases} x - y + z - 5 = 0 \\ 3y - z - 6 = 0 \end{cases}$

Mệnh đề sau đây đúng:

A. d_1 hợp với d_2 góc 60°

B. d_1 cắt d_2

C. $d_1 \perp d_2$

D. $d_1 \parallel d_2$

Câu 66: Giao điểm của 2 đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}, (d'): \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases}$ có tọa độ là:

- A. $(-1; -2; 0)$ B. $(3; 2; 10)$ C. $(2; 5; 4)$ D. Đáp án khác

Câu 67: Cho 2 đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, (d'): \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - t' \end{cases}$. Giá trị của m để (d) cắt (d') là:

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 0$ D. $m = -2$

Câu 68: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+m}{1}, \Delta_2: \begin{cases} x = 1 + (m+1)t \\ y = 1 + (2-m)t \\ z = 1 + (2m+1)t \end{cases}$. Tìm m để hai đường

thẳng trùng nhau.

- A. $m = 3, m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = 0, m = -1$ D. $m = 0, m = 2$

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 2 đường thẳng

$$d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}; d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+m}{3}.$$

Để d_1 cắt d_2 thì m bằng

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{5}{4}$

Câu 70: Khi véc tơ chỉ phương của (d) vuông góc với véc tơ pháp tuyến của (P) thì:

- A. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) . B. đường thẳng d song song với (P) .
C. đường thẳng d song song hoặc nằm trong (P) . D. Đường thẳng d nằm trong (P) .

Câu 71: Cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$. Chọn câu trả lời

đúng:

- A. $d \perp (P)$ B. $d // (P)$ C. d cắt (P) D. $d \subset (P)$

Câu 72: Cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$

Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $(d) // (P)$ B. (d) cắt (P) tại điểm $M(1; 2; 3)$
C. $(d) \subset (P)$ D. (d) cắt (P) tại điểm $M(-1; -2; 2)$

Câu 73: Cho đường thẳng $d: \frac{x-8}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-8}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 5z + 1 = 0$. Nhận xét

nào sau đây là đúng

- A. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P)
B. Đường thẳng d thuộc mặt phẳng (P)
C. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại $A(8, 5, 8)$
D. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P)

Câu 74: Mặt phẳng (P): $3x + 5y - z - 2 = 0$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ tại điểm có tọa độ:

- A. (1;3;1) B. (2;2;1) C. (0;0;-2) D. (4;0;1)

Câu 75: Hai mặt phẳng $3x - 5y + mz - 3 = 0$ và $2x + ly - 3z + 1 = 0$ song song khi:

- A. $ml = 15$ B. $ml = 1$ C. $ml = 5$ D. $ml = -3$

Câu 76: Trong không gian Oxyz, xác định các cặp giá trị (l, m) để các cặp mặt phẳng sau đây song song với nhau: $2x + ly + 3z - 5 = 0$; $mx - 6y - 6z - 2 = 0$

- A. (3,4) B. (4;-3) C. (-4,3) D. (4,3)

Câu 77: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $x + my + 3z + 4 = 0$ và (Q): $2x + y - nz - 9 = 0$. Khi hai mặt phẳng (P), (Q) song song với nhau thì giá trị của $m + n$ bằng

- A. $\frac{13}{2}$ B. -4 C. $-\frac{11}{2}$ D. -1

Câu 78: Cho hai mặt phẳng song song (P): $nx + 7y - 6z + 4 = 0$ và (Q): $3x + my - 2z - 7 = 0$. Khi đó giá trị của m và n là:

- A. $m = \frac{7}{3}$; $n = 1$ B. $n = \frac{7}{3}$; $m = 9$ C. $m = \frac{3}{7}$; $n = 9$ D. $m = \frac{7}{3}$; $n = 9$

Câu 79: Trong không gian tọa độ Oxyz, cho điểm $A(-1, 2, 1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - 6z - 5 = 0$, $(\beta): x + 2y - 3z = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (β) không đi qua A và không song song với (α)
 B. (β) đi qua A và song song với (α)
 C. (β) đi qua A và không song song với (α)
 D. (β) không đi qua A và song song với (α)

Câu 80: Hai mặt phẳng $7x - (2m + 5)y + 9 = 0$ và $mx + y - 3z + 1 = 0$ vuông góc khi:

- A. $m = 1$ B. $m = 7$ C. $m = -1$ D. $m = -5$

Câu 81: Cho ba mặt phẳng (P): $3x + y + z - 4 = 0$; (Q): $3x + y + z + 5 = 0$ và (R): $2x - 3y - 3z + 1 = 0$. Xét các mệnh đề sau:

- (I): (P) song song (Q) (II): (P) vuông góc (Q)

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (I) sai; (II) đúng B. (I) đúng; (II) sai C. (I); (II) đều sai D. (I); (II) đều đúng

Câu 82: Cho mặt phẳng $\begin{cases} (\alpha): x + y + 2z + 1 = 0 \\ (\beta): x + y + z + 2 = 0 \\ (\gamma): x - y + 5 = 0 \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $(\alpha) \perp (\gamma)$ B. $(\gamma) \perp (\beta)$ C. $(\alpha) \perp (\gamma)$ D. $(\alpha) \perp (\beta)$

Câu 83: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2t \\ z = -2 - mt \end{cases}$ và mp(P): $2x - y - 2z - 6 = 0$. Giá trị của m để

$d \subset (P)$ là:

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = 4$ D. $m = -4$

Câu 84 Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{m} = \frac{y+2}{2m-1} = \frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng (P): $x+3y-2z-5=0$. Để đường thẳng d vuông góc với (P) thì:

- A. $m=0$ B. $m=1$ C. $m=-2$ D. $m=-1$

Câu 85: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-2z=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y+m=0$. Xét các mệnh đề sau:

- I. (α) cắt (S) theo một đường tròn khi và chỉ khi $-4-5\sqrt{2} < m < -4+5\sqrt{2}$.
 II. (α) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi $m = -4 \pm 5\sqrt{2}$.
 III. $(\alpha) \cap (S) = \emptyset$ khi và chỉ khi $m < -4-5\sqrt{2}$ hoặc $m > -4+5\sqrt{2}$.

Trong ba mệnh đề trên, những mệnh đề nào đúng ?

- A. II và III B. I và II C. I D. Đáp án khác

Câu 86: Gọi (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng $x+2y-3z+1=0$ và $2x-3y+z+1=0$. Xác định m để có mặt phẳng (Q) qua (d) và vuông góc với $\vec{a} = (m; 2; -3)$

- A. 6 B. $\frac{85}{3}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

Câu 87: Cho mặt phẳng $(\alpha): 4x-2y+3z+1=0$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z=0$. Khi đó, mệnh đề nào sau đây là một mệnh đề sai:

- A. (α) cắt (S) theo một đường tròn B. (α) tiếp xúc với (S)
 C. (α) có điểm chung với (S) D. (α) đi qua tâm của (S)

Câu 88: Cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. (α) đi qua tâm của (S)
 B. (α) tiếp xúc với (S)
 C. (α) cắt (S) theo 1 đường tròn và không đi qua tâm của mặt cầu (S)
 D. (α) và (S) không có điểm chung

Câu 89: Trong không gian (Oxyz). Cho mặt cầu

(S): $x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-3=0$ và mặt phẳng

(P): $x+2y-2z-m-1=0$ (m là tham số). Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) ứng với giá trị m là:

- A. $\begin{cases} m=-3 \\ m=-15 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m=3 \\ m=-15 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m=3 \\ m=-5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m=3 \\ m=15 \end{cases}$

Câu 90: Cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và mặt phẳng $\alpha: 2x+y-2z+m=0$. Tìm m để α và (S) không có điểm chung

- A. $-9 \leq m \leq 21$ B. $-9 < m < 21$
 C. $m \leq -9$ hoặc $m \geq 21$ D. $m < -9$ hoặc $m > 21$

Câu 91: Gọi (S) là mặt cầu tâm I(2 ; 1 ; -1) và tiếp xúc với mặt phẳng (α) có phương trình: $2x-2y-z+3=0$. Bán kính của (S) bằng bao nhiêu ?

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{9}$ C. 2 D. $\frac{4}{3}$

Câu 92: Cho (S): $x^2+y^2+z^2-4x-2y+10z+14=0$. Mặt phẳng (P): $x+y+z-4=0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi là:

- A. 8π B. 4π C. $4\pi\sqrt{3}$ D. 2π

Câu 93: Cho (P): $x + 2y + 2z - 1 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn giao tuyến có bán kính $r = 1/3$, biết tâm của (S) là $I(1; 2; 2)$. Khi đó, bán kính mặt cầu (S) là:

- A. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ B. $\sqrt{\frac{1+2\sqrt{2}}{3}}$ C. $\frac{\sqrt{1+2\sqrt{2}}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{65}}{3}$

Câu 94: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - y + 4z - 4 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 10z + 4 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng:

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{7}$ C. 2 D. 4

Câu 95: Cho mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Giả sử (P) cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C). Xác định tọa độ tâm và tính bán kính đường tròn (C).

- A. Tâm $I(3; 0; -2)$, $r = 3$ B. Tâm $I(3; 0; 2)$, $r = 4$
C. Tâm $I(3; 0; 2)$, $r = 5$ D. Tất cả 3 đáp án trên đều sai.

Câu 96: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho tọa độ cho mặt cầu (S): $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 9$ và mặt phẳng (P): $x + y - z + m = 0$, m là tham số. Biết (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r = \sqrt{6}$. Giá trị của tham số m là:

- A. $m = 3; m = 4$ B. $m = 3; m = -5$ C. $m = 1; m = -4$ D. $m = 1; m = -5$

Câu 97: Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 2z - 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua $O(0; 0; 0)$ cắt (S) theo một dây cung có độ dài bằng 2. Chọn khẳng định đúng:

- A. d nằm trên một mặt nón. B. $d: \frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$
C. d nằm trên một mặt trụ. D. Không tồn tại đường thẳng d .

Câu 98: Tồn tại bao nhiêu mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (α): $x + y + z + 1 = 0$, (β): $2x - y + 3z - 4 = 0$ sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{26}$

- A. 2 B. 0 C. 1 D. Vô số

Câu 99: Cho mặt phẳng (P): $k(x + y - z) + (x - y + z) = 0$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Chọn khẳng định đúng:

- A. Hình chiếu của A trên (P) luôn thuộc một đường tròn cố định khi k thay đổi.
B. (P) luôn chứa trục Oy khi k thay đổi.
C. Hình chiếu của A trên (P) luôn thuộc một mặt phẳng cố định khi k thay đổi.
D. (P) không đi qua một điểm cố định nào khi k thay đổi

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1B	2C	3B	4C	5D	6D	7A	8B	9A	10D	11A	12A	13D	14A	15C
16D	17B	18B	19A	20D	21C	22B	23D	24C	25D	26A	27B	28D	29D	30A
31B	32C	33A	34A	35D	36B	37A	38A	39D	40A	41B	42D	43C	44D	45B
46A	47A	48B	49C	50D	51A	52A	53A	54C	55C	56A	57C	58B	59A	60C
61D	62A	63B	64A	65D	66D	67C	68B	69D	70C	71B	72D	73A	74C	75A
76A	77C	78D	79B	80A	81B	82D	83C	84B	85D	86D	87B	88D	89B	90D
91C	92B	93D	94B	95B	96D	97A	98A	99B						

BÀI 5: CÁC BÀI TOÁN CỰC TRỊ TRONG TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN

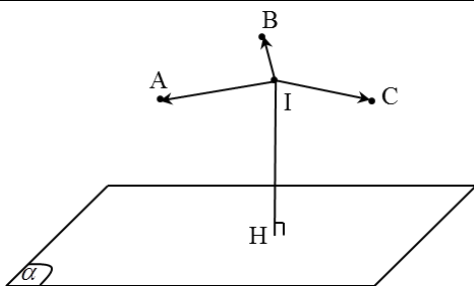
Ngoài các bài toán thường gặp như viết phương trình mặt phẳng, đường thẳng, mặt cầu, xác định giao điểm, hình chiếu, vị trí tương đối..., chuyên đề này còn xuất hiện các bài toán khó liên quan đến chủ đề cực trị. Kể từ khi chuyển hình thức thi toán sang trắc nghiệm, bài toán cực trị xuất hiện ngày càng nhiều và thường có mặt trong các đề thi tuyển sinh nhằm tăng thêm tính phân loại, chọn lọc học sinh khá giỏi cho các trường, các ngành ở cấp cao. Do vậy, đây là dạng toán quan trọng mà các bạn học sinh muốn vào các ngành có điểm cao cần phải nắm được.

Các bài toán cực trị trong chuyên đề này thường xoay quanh các vấn đề sau:

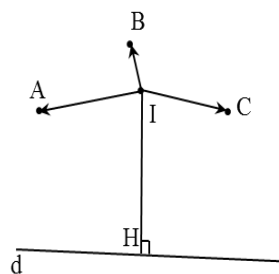
Bài toán 1: Cho các điểm $A, B, C, \dots$ Tìm điểm H thuộc mặt phẳng (α) hoặc đường thẳng d sao cho nó thỏa mãn điều kiện để các biểu thức sau có giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất:

$$A = |a_1 \overrightarrow{HA} + a_2 \overrightarrow{HB} + a_3 \overrightarrow{HC} + \dots| \quad (1)$$

$$A = a_1 HA^2 + a_2 HB^2 + a_3 HC^2 + \dots \quad (2)$$



H thuộc mặt phẳng (α)



H thuộc đường thẳng d

+ **Bước 1:** Gọi I là điểm thỏa mãn biểu thức vectơ: $a_1 \overrightarrow{IA} + a_2 \overrightarrow{IB} + a_3 \overrightarrow{IC} + \dots \Rightarrow$ tọa độ I

+ **Bước 2:** Suy ra tọa độ H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (α) hoặc đường thẳng d .

* **Lưu ý:**

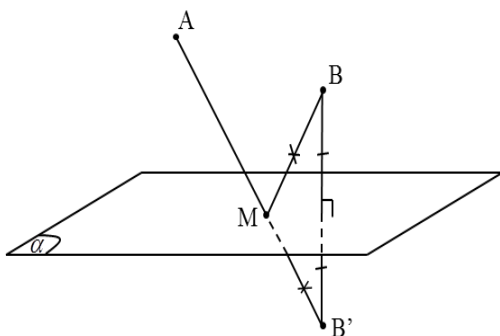
Đối với dạng (2):

- $A_{\max}$ khi $a_1 + a_2 + \dots + a_n < 0$

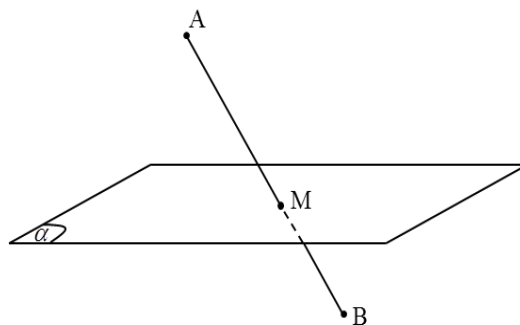
- $A_{\min}$ khi $a_1 + a_2 + \dots + a_n > 0$

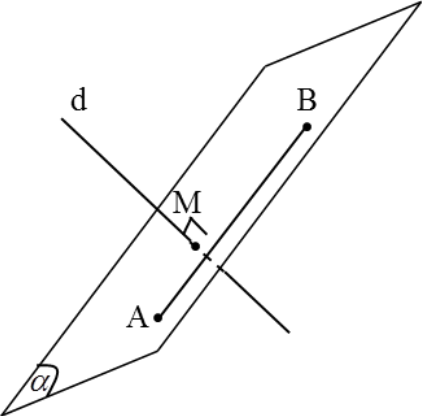
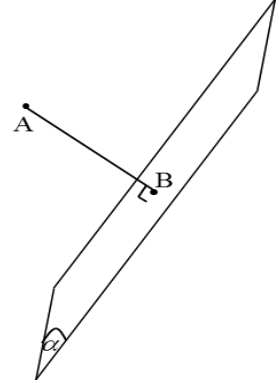
Bài toán 2: Cho 2 điểm A và B không thuộc d , tìm điểm M thuộc mặt phẳng (α) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Khi A và B nằm khác phía đối với (α)



Khi A và B nằm cùng phía đối với (α)



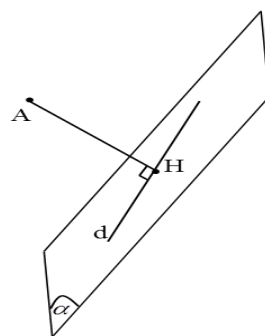
+ Bước 1: Gọi B' là điểm đối xứng của B qua (α), tính tọa độ B'. + Bước 2: Viết phương trình đường thẳng d qua A và B'. + Bước 3: Suy ra M là giao điểm của d và (α).	+ Bước 1: Viết phương trình đường thẳng d qua A và B. + Bước 2: Suy ra M là giao điểm của d và (α).
* Lưu ý: Để kiểm tra $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$ nằm cùng phía hay khác phía đối với (α) ta làm như sau: Giả sử phương trình (α) có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$, lần lượt thay A, B vào (α) và gọi $C_1 = Ax_A + By_A + Cz_A + D; C_2 = Ax_B + By_B + Cz_B + D$: + Nếu $C_1.C_2 < 0$ thì A, B nằm khác phía đối với (α) + Nếu $C_1.C_2 > 0$ thì A, B nằm cùng phía đối với (α)	
Bài toán 3: Cho 2 điểm A và B không thuộc d, tìm điểm M thuộc d sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.	
➤ Khi AB vuông góc với d + Bước 1: Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A, B và vuông góc với d. + Bước 2: Suy ra tọa độ M là giao điểm của (α) và d ➤ Khi AB không vuông góc với d + Bước 1: Gọi tọa độ M theo t ($M \in d$) + Bước 2: Tính tổng $A = MA + MB$ theo t + Bước 3: Dùng đạo hàm khảo sát A theo t ⇒ Giá trị t làm cho $A_{\min}$. ⇒ Tọa độ M	 Trường hợp AB vuông góc với d
Bài toán 4: Cho 2 điểm A và B, viết phương trình mặt phẳng (α) qua B sao cho (α) cách A một khoảng lớn nhất	
 Mặt phẳng (α) là mặt phẳng qua B và vuông góc với AB.	

Bài toán 5: Cho điểm A và đường thẳng d không đi qua A, viết phương trình mặt phẳng (α) qua d sao cho (α) cách A một khoảng lớn nhất

+ **Bước 1:** Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (α)

Tìm tọa độ H.

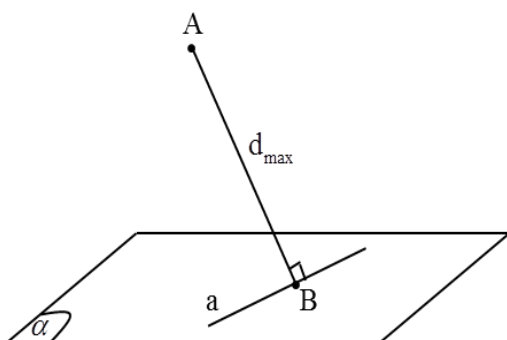
+ **Bước 2:** Suy ra (α) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với AH.



Bài toán 6: Cho mặt phẳng (α) và điểm B thuộc (α) , viết phương trình đường thẳng a chứa trong (α) , đi qua B và cách điểm A không thuộc (α) một khoảng lớn nhất và nhỏ nhất.

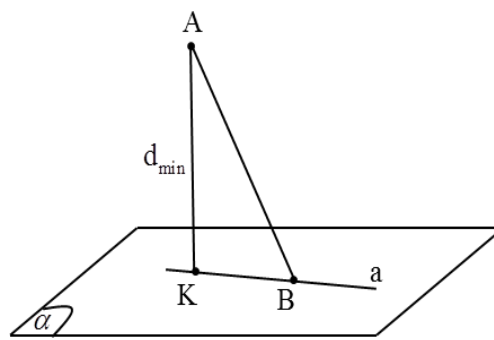
a cách A một khoảng lớn nhất

a cách A một khoảng nhỏ nhất



Đường thẳng a được xác định là đường thẳng đi qua B và vuông góc với AB. Khi đó vectơ chỉ phương của a là tích có hướng của $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}_{(\alpha)}$:

$$\vec{u}_a = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(\alpha)}]$$



Gọi K là hình chiếu của A lên (α) , đường thẳng a khi đó được xác định là đường thẳng qua B và K.

Bài toán 7: Cho điểm A thuộc mặt phẳng (α) và đường thẳng d không song song hoặc nằm trên (α) , viết phương trình đường thẳng a chứa trong (α) đi qua A và cách d một khoảng lớn nhất.

+ **Bước 1:** Tìm tọa độ M là giao điểm của d và (α) , qua A kẻ đường thẳng d' song song với d.

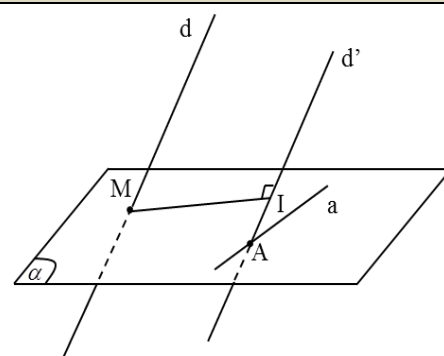
+ **Bước 2:** Gọi I là hình chiếu của M lên d', tìm tọa độ I.

+ **Bước 3:** Khi đó a là đường thẳng qua A và vuông góc với MI (hay a nằm trong mặt phẳng vuông góc với MI)

* **Lưu ý:**

Vecto chỉ phương của a là tích có hướng của $\overrightarrow{MI}$ và $\vec{n}_{(\alpha)}$

$$\vec{u}_a = [\overrightarrow{MI}, \vec{n}_{(\alpha)}]$$

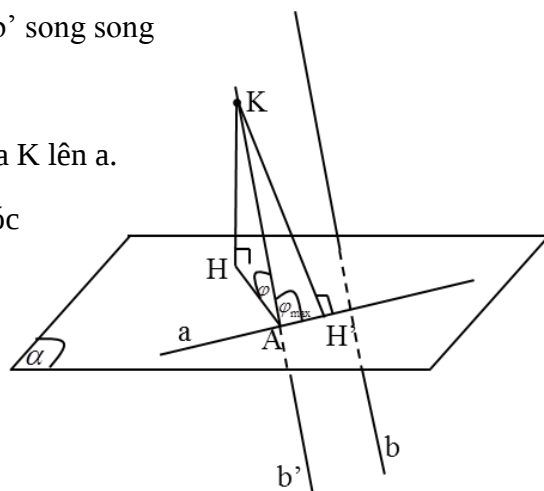


Bài toán 8: Cho hai đường thẳng a và b không song song nhau, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa a và tạo với b một góc lớn nhất.

+ **Bước 1:** Lấy điểm A trên a , qua A kẻ đường thẳng b' song song với b . Viết phương trình d'

+ **Bước 2:** Lấy điểm K trên b' và tìm hình chiếu H của K lên a .

+ **Bước 3:** Khi đó (α) là mặt phẳng qua a và vuông góc với KH ($\overrightarrow{KH}$ là vectơ pháp tuyến của (α)).



Bài toán 9: Cho điểm A thuộc mặt phẳng (α) và đường thẳng a không song song hoặc nằm trong (α) , viết phương trình đường thẳng b chứa trong (α) và qua A sao cho tạo với a một góc lớn nhất và nhỏ nhất.

➤ **Trường hợp b tạo với a một góc lớn nhất**

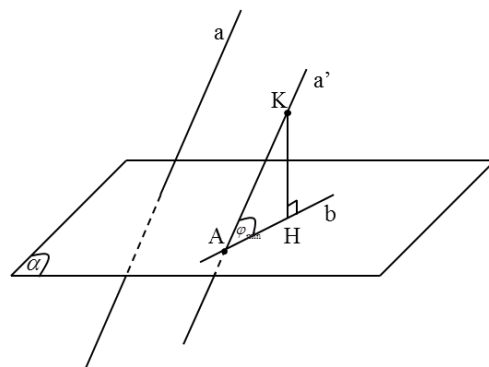
Đường thẳng b tạo với a một góc lớn nhất là 90° , khi đó vectơ chỉ phương của b là tích có hướng của $\vec{u}_a$ và $\vec{n}_{(\alpha)}$: $\vec{u}_b = [\vec{u}_a, \vec{n}_{(\alpha)}]$

➤ **Trường hợp b tạo với a một góc nhỏ nhất**

+ **Bước 1:** Qua A kẻ đường thẳng a' song song với a , viết phương trình a' .

+ **Bước 2:** Chọn điểm K bất kì thuộc a' , tìm hình chiếu H của K lên (α) .

+ **Bước 3:** Khi đó b đi qua A và H



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và cách điểm $M(2;1;1)$ một khoảng lớn nhất.

A. $x + y + 3z + 5 = 0$

B. $3x + y + z + 1 = 0$

C. $x + 2y + z - 3 = 0$

D. $x - y - z + 3 = 0$

Câu 2: Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;1)$, song song với $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất.

A. $12x - 9y + 5z + 3 = 0$

B. $x - 16y + 5z - 43 = 0$

C. $4x + 16y + z - 23 = 0$

D. $11x - 16y + 10z - 53 = 0$

Câu 3: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua O và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$ và tạo với trục Oy một góc lớn nhất.

A. $2x - y - z = 0$

B. $x - y + z - 1 = 0$

C. $2x - 5y - z = 0$

D. $2x - y + z - 3 = 0$

Câu 4: Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và tạo với đường thẳng $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ một góc lớn nhất.

A. $x - 4y + z - 7 = 0$

B. $x - 4y + z - 2 = 0$

C. $3x + y + z - 1 = 0$

D. $x - 3y - 2z + 9 = 0$

Câu 5: Viết phương trình mặt phẳng đi qua O, song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$ và tạo với mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$ một góc nhỏ nhất.

A. $11x - 22y + 7z = 0$

B. $12x + 27y - 17z = 0$

C. $11x + 7y - 22z = 0$

D. $17x + 22y - 27z = 0$

Câu 6: Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 3)$, và tạo với trục Ox một góc lớn nhất.

A. $-x - 17y + 4z + 15 = 0$

B. $-x + 17y + 4z + 15 = 0$

C. $-17x - y + 4z + 15 = 0$

D. $-17x + y + 4z - 15 = 0$

Câu 7: Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O, nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y + z = 0$ và cách điểm $M(1; 2; 1)$ một khoảng nhỏ nhất.

A. $\frac{x}{14} = \frac{y}{5} = \frac{z}{13}$

B. $\frac{x}{13} = \frac{y}{5} = \frac{z}{14}$

C. $\frac{x}{13} = \frac{y}{14} = \frac{z}{5}$

D. $\frac{x}{14} = \frac{y}{13} = \frac{z}{5}$

Câu 8. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ cho trước, nằm mặt phẳng $(P): 2x - y - z = 0$ và cách điểm $M(0; 2; 1)$ một khoảng lớn nhất.

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-1}$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{2}$

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$

Câu 9. Tìm cặp số nguyên dương $(a; b)$ nhỏ nhất để khoảng cách từ O đến đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + a + at \\ y = 2 + b + bt \\ z = 1 + 2a - b + (2a - b)t \end{cases} \quad (a \neq 0) \text{ nhỏ nhất.}$$

A. $a = 8; b = 12$

B. $a = 11; b = 8$

C. $a = 8; b = 11$

D. $a = 12; b = 8$

Câu 10. Tìm cặp số nguyên dương $(a; b)$ nhỏ nhất để khoảng cách từ O đến đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 - 2a + at \\ y = -2 + 2a + (1 - a)t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (a \text{ là tham số}) \text{ cách điểm } M\left(\frac{1}{2}; 1; 4\right) \text{ một khoảng lớn nhất.}$$

A. $a = \frac{3}{2}$

B. $a = \frac{2}{3}$

C. $a = \frac{1}{3}$

D. $a = \frac{4}{3}$

Câu 11. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O , nằm mặt phẳng $(P): 2x + y - z = 0$ và tạo với đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ một góc nhỏ nhất.

A. $\frac{x}{-10} = \frac{y}{7} = \frac{z}{-13}$

B. $\frac{x}{10} = \frac{y}{-7} = \frac{z-2}{-13}$

C. $\frac{x}{10} = \frac{y}{7} = \frac{z}{13}$

C. $\frac{x}{10} = \frac{y}{-7} = \frac{z}{13}$

Câu 12. Cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$, $A(0; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đi qua A , nằm trong (P) và khoảng cách giữa d và d' lớn nhất một góc nhỏ nhất.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-7} = \frac{z+1}{3}$

B. $\frac{x}{12} = \frac{y}{7} = \frac{z+1}{-9}$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z-1}{-9}$

C. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-7} = \frac{z-1}{3}$

Câu 13. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 0; -2)$ và cách điểm $M(2; 1; 1)$ một khoảng lớn nhất.

A. $2x - y + 3z = 0$

B. $x + y - 3z - 7 = 0$

C. $x - y - 3z - 5 = 0$

C. $x + y + 3z - 2 = 0$

Câu 14. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$, Viết phương trình đường thẳng d' song song với d , cách d một khoảng bằng 3 và cách điểm $K(-3; 4; 3)$ một khoảng lớn nhất, nhỏ nhất.

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$

B. $\frac{x}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-3}$

C. $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$

C. $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$

Câu 15. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$, Viết phương trình đường thẳng (P) song song và cách

d một khoảng $R = 2\sqrt{2}$ và cách $M(0; 1; 2)$ một khoảng nhỏ nhất (lớn nhất).

A. $-x - 3y + z - 3 = 0$

B. $x - 3y + z + 3 = 0$

C. $-x + 3y + z - 3 = 0$

C. $x + 3y + z + 3 = 0$

Câu 16. Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$ và điểm $A(3; 0; 0)$, $A(4; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 2MB$

A. $4\sqrt{3}$

B. $3\sqrt{2}$

C. $4\sqrt{5}$

C. $4\sqrt{2}$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $M_1(1; 2; 0)$

B. $M_2(1; -2; 0)$

C. $M_3(-1; 2; 0)$

D. $M_4(-1; -2; 0)$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2; -1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M_1(1; -2; 2)$ B. $M_2(1; -2; -2)$ C. $M_3(1; -2; 2)$ D. $M_4(1; 2; 2)$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2; 1; -2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, song song với d và khoảng cách từ d tới (P) là lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $x + y - z + 3 = 0$ B. $-x + y - z + 3 = 0$
C. $x + y + z + 3 = 0$ C. $x + y - 2z + 3 = 0$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng qua điểm $A(4; 0; -1)$ song song với d. Gọi (P): $Ax + By + Cz + D = 0, (A, B, C \in \mathbb{Z})$ là mặt phẳng chứa Δ và có khoảng cách đến d là lớn nhất. Khi đó, $M = A^2 + B^2 + C^2$ có thể là giá trị nào sau đây?

- A. 9 B. 6 C. 5 D. 4

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ và điểm $A(2; 5; 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+1}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{1}$
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (Q): $x + 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Q) một góc nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M_1(0; -2; 6)$ B. $M_2(0; 2; 6)$ C. $M_3(0; 2; -6)$ D. $M_4(0; -2; -6)$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(9; 1; 1)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C. Thể tích tứ diện OABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng:

- A. 41 B. $\frac{83}{2}$ C. 40 D. $\frac{81}{2}$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M_1(4; 0; 2)$ B. $M_2(2; 0; 4)$ C. $M_3(1; 0; 2)$ D. $M_4(2; 0; 1)$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 4; 9)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho biểu thức $OA + OB + OC$ có giá trị nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M_1(12; 0; 0)$ B. $M_2(0; 6; 0)$ C. $M_3(0; 0; 12)$ D. $M_4(6; 0; 0)$

Câu 26: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$ và hai điểm $A(3;2;1)$, $B(2;0;4)$. Gọi Δ là đường thẳng qua A, vuông góc với d sao cho khoảng cách từ B tới Δ là nhỏ nhất. Gọi $\vec{u} = (a;b;c)$ là vec-tơ chỉ phương của Δ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Giá trị của $P = a^2 + b^2 + c^2$ có thể là giá trị nào dưới đây?

- A. 11 B. 6 C. 3 D. 5

Câu 27: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;-1;-5)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng d là lớn nhất. Khi đó, gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của d và Δ . Giá trị $P = a + b + c$ bằng bao nhiêu?

- A. -2 B. 2 C. 6 D. 4

Câu 28: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hai điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm B và cắt đường thẳng Δ tại điểm C sao cho diện tích tam giác ABC có giá trị nhỏ nhất. Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -2t \\ z = 1-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -2t \\ z = 1+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2t \\ z = 1-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = -2t \\ z = 1-t \end{cases}$

Câu 29: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho mặt phẳng $(P): x+3y-z-1=0$ và các điểm $A(1;0;0)$; $B(0;-2;3)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (P) đi qua A và cách B một khoảng **lớn nhất**. Gọi $\vec{u}$ là vec-tơ chỉ phương của d. $\vec{u}$ vuông góc với vec-tơ nào sau đây?

- A. $\vec{n} = (1;-4;1)$ B. $\vec{n} = (-1;4;1)$ C. $\vec{n} = (1;4;1)$ D. $\vec{n} = (-1;-4;1)$

Câu 30: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x+3y-z-1=0$ và các điểm $A(1;0;0)$; $B(0;-2;3)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (P) đi qua A và cách B một khoảng **nhỏ nhất**. Gọi $\vec{u}$ là vec-tơ chỉ phương của d. $\vec{u}$ vuông góc với vec-tơ nào sau đây?

- A. $\vec{n} = (-1;-3;1)$ B. $\vec{n} = (-1;3;1)$ C. $\vec{n} = (1;3;1)$ D. $\vec{n} = (-1;3;-1)$

Câu 31: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz gọi d là đường thẳng đi qua $A(0;-1;2)$, cắt đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ sao cho khoảng cách giữa d và đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-5}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$ là lớn nhất. Đường thẳng d song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(P_1): 2x+y+17z+1=0$ B. $(P_2): -2x+y-17z+1=0$
C. $(P_3): 2x-y-17z+1=0$ D. $(P_4): 2x+y-17z+1=0$

Câu 32: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz gọi d là đường thẳng đi qua $A(1;-1;2)$, song song với mặt phẳng $(P): 2x-y-z+3=0$. Gọi α, β lần lượt là góc lớn nhất và nhỏ nhất giữa d và đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định đúng là

- A. $\begin{cases} \cos \alpha = 0 \\ \cos \beta = \frac{5}{9} \end{cases}$ B. $\begin{cases} \cos \alpha = 0 \\ \cos \beta = \frac{5\sqrt{3}}{9} \end{cases}$ C. $\begin{cases} \cos \alpha = \frac{5}{9} \\ \cos \beta = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} \cos \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{9} \\ \cos \beta = 0 \end{cases}$

Câu 33: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz gọi d là đường thẳng đi qua A(-1;0;-1), cắt đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$ Gọi α, β lần lượt là góc lớn nhất và nhỏ nhất giữa d và đường thẳng $\Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{2}$ Trong các khẳng định sau, khẳng định đúng là:

- A. $\begin{cases} \cos \alpha = 0 \\ \cos \beta = \frac{2}{5} \end{cases}$ B. $\begin{cases} \cos \alpha = 0 \\ \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$ C. $\begin{cases} \cos \alpha = 0 \\ \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$ D. $\begin{cases} \cos \alpha = 0 \\ \cos \beta = \frac{1}{5} \end{cases}$

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1A	2D	3C	4A	5B	6C	7D	8A	9C	10D	11A	12C	13B	14A	15B
16C	17A	18C	19B	20C	21A	22B	22B	24B	25D	26D	27C	28B	29C	30A
31D	32B	33C												