

### Chương III: NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

#### A/ TÓM TẮT LÝ THUYẾT

##### 1. Khái niệm nguyên hàm

- Cho hàm số  $f$  xác định trên  $K$ . Hàm số  $F$  đgl **nguyên hàm** của  $f$  trên  $K$  nếu:  $F'(x) = f(x), \forall x \in K$
- Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$  thì **họ nguyên hàm** của  $f(x)$  trên  $K$  là:  

$$\int f(x)dx = F(x) + C, C \in \mathbb{R}.$$
- Mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $K$  đều có nguyên hàm trên  $K$ .

##### 2. Tính chất

$$\int f'(x)dx = f(x) + C \quad \int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx \quad \int kf(x)dx = k \int f(x)dx \quad (k \neq 0)$$

##### 3. Nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\int 0dx = C</math></li> <li><math>\int dx = x + C</math></li> <li><math>\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1)</math></li> <li><math>\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C</math></li> <li><math>\int e^x dx = e^x + C</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 &lt; a \neq 1)</math></li> <li><math>\int \cos x dx = \sin x + C</math></li> <li><math>\int \sin x dx = -\cos x + C</math></li> <li><math>\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C</math></li> <li><math>\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C</math></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\int \cos(ax+b)dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C \quad (a \neq 0)</math></li> <li><math>\int \sin(ax+b)dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C \quad (a \neq 0)</math></li> </ul>                                                                                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C, \quad (a \neq 0)</math></li> <li><math>\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b  + C</math></li> </ul>                                                                                                                                                        |

##### 4. Phương pháp tính nguyên hàm

###### a) Phương pháp đổi biến số

• **Dạng 1:** Nếu  $f(x)$  có dạng:  $f(x) = g[u(x)] \cdot u'(x)$  thì ta đặt  $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x)dx$ .

Khi đó:  $\int f(x)dx = \int g(t)dt$ , trong đó  $\int g(t)dt$  dễ dàng tìm được.

**Chú ý:** Sau khi tính  $\int g(t)dt$  theo  $t$ , ta phải thay lại  $t = u(x)$ .

• **Dạng 2:** Thường gặp ở các trường hợp sau:

| $f(x)$ có chứa     | Cách đổi biến                                                                                                      |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\sqrt{a^2 - x^2}$ | $x =  a  \sin t, \quad -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$<br>hoặc $x =  a  \cos t, \quad 0 \leq t \leq \pi$ |
| $\sqrt{a^2 + x^2}$ | $x =  a  \tan t, \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$<br>hoặc $x =  a  \cot t, \quad 0 < t < \pi$             |

###### b) Phương pháp tính nguyên hàm từng phần:

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = u(x) \\ dv = v(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = u'(x)dx \\ v = \int v(x)dx \end{cases} \Rightarrow I = u \cdot v - \int v du$$

Thứ tự ưu tiên đặt  $u$ : hm logarit, hm đa thức, hm mũ, hm lượng giác.

##### 2. Tích phân

- a. Định nghĩa:** Cho  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

**b. Tính chất: (SGK)**

**c. Phương pháp đổi biến số:**

• **Đổi biến số dạng 1:** Tính tích phân  $I = \int_a^b f(x)dx$

Đặt  $x = u(t)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[\alpha; \beta]$  sao cho  $u(\alpha) = a$ ,  $u(\beta) = b$  và  $a \leq u(t) \leq b$ . Khi đó

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f[u(t)]u'(t)dt = \int_{\alpha}^{\beta} g(t)dt$$

• **Đổi biến số dạng 2:** Tính tích phân  $I = \int_a^b f(x)dx$

Đặt  $u = u(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $\alpha \leq u(x) \leq \beta$ . Khi đó

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b g[u(x)]u'(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} g(u)du$$

**d. Phương pháp từng phần:** Nếu hàm số  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[a; b]$  thì

$$\int_a^b u.dv = u.v\Big|_a^b - \int_a^b v.du$$

### 3. Ứng dụng của tích phân trong hình học:

**a. Diện tích hình phẳng:** Cho hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$$

**b. Thể tích khối tròn xoay:** Thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  quay quanh trục  $Ox$  là

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

### B. Bài tập

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là:

A.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$

B.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$

C.  $x^3 - 3x^2 + \ln x + C$

D.  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$

**Câu 2:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$  là :

- A.  $\ln x - \ln x^2 + C$       B.  $\ln x - \frac{1}{x} + C$       C.  $\ln|x| + \frac{1}{x} + C$       D. Kết quả khác

**Câu 3:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x} - e^x$  là:

- A.  $\frac{1}{2}e^{2x} - e^x + C$       B.  $2e^{2x} - e^x + C$       C.  $e^x(e^x - x) + C$       D. Kết quả khác

**Câu 4:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 3x$  là:

- A.  $\frac{1}{3}\sin 3x + C$       B.  $-\frac{1}{3}\sin 3x + C$       C.  $-\sin 3x + C$       D.  $-3\sin 3x + C$

**Câu 5:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$  là:

- A.  $2e^x + \tan x + C$       B.  $e^x(2x - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x})$       C.  $e^x + \tan x + C$       D. Kết quả khác

**Câu 6:** Tính  $\int \sin(3x-1)dx$  , kết quả là:

- A.  $-\frac{1}{3}\cos(3x-1) + C$       B.  $\frac{1}{3}\cos(3x-1) + C$       C.  $-\cos(3x-1) + C$       D. Kết quả khác

**Câu 7:** Tìm  $\int (\cos 6x - \cos 4x)dx$  là:

- A.  $-\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$       B.  $6\sin 6x - 5\sin 4x + C$   
C.  $\frac{1}{6}\sin 6x - \frac{1}{4}\sin 4x + C$       D.  $-6\sin 6x + \sin 4x + C$

**Câu 8:** Tính nguyên hàm  $\int \frac{1}{1-2x}dx$  ta được kết quả sau:

- A.  $\ln|1-2x| + C$       B.  $-2\ln|1-2x| + C$       C.  $-\frac{1}{2}\ln|1-2x| + C$       D.  $\frac{2}{(1-2x)^2} + C$

**Câu 9:** Công thức nguyên hàm nào sau đây **không đúng**?

- A.  $\int \frac{1}{x}dx = \ln x + C$       B.  $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$   
C.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$       D.  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

**Câu 10:** Tính  $\int (3\cos x - 3^x)dx$  , kết quả là:

- A.  $3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$       B.  $-3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$       C.  $3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$       D.  $-3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

**Câu 11:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (1-2x)^5$  là:

- A.  $-\frac{1}{12}(1-2x)^6 + C$       B.  $(1-2x)^6 + C$       C.  $5(1-2x)^6 + C$       D.  $5(1-2x)^4 + C$

**Câu 12:** Chọn khẳng định **sai**?

- A.  $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$       B.  $\int 2x dx = x^2 + C$   
C.  $\int \sin x dx = -\cos x + C$       D.  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$

**Câu 13:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + \frac{3}{x^2}$  là :

- A.  $x^2 - \frac{3}{x} + C$       B.  $x^2 + \frac{3}{x^2} + C$       C.  $x^2 + 3\ln x^2 + C$       D. Kết quả khác

**Câu 14:** Hàm số  $F(x) = e^x + \tan x + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào?

- A.  $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$       B.  $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$       C.  $f(x) = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$       D. Kết quả khác

**Câu 15:** Nếu  $\int f(x)dx = e^x + \sin 2x + C$  thì  $f(x)$  bằng

- A.  $e^x + \cos 2x$       B.  $e^x - \cos 2x$       C.  $e^x + 2\cos 2x$       D.  $e^x + \frac{1}{2}\cos 2x$

**Câu 16:** Trong các hàm số sau đây , hàm số nào là nguyên hàm của  $f(x) = \sin 2x$

- A.  $2\cos 2x$       B.  $-2\cos 2x$       C.  $\frac{1}{2}\cos 2x$       D.  $-\frac{1}{2}\cos 2x$

**Câu 17:** Trong các hàm số sau đây , hàm số nào là nguyên hàm của  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

- A.  $3x^2 + 6x - 2$       B.  $\frac{1}{4}x^4 + x^3 - x^2 + x$       C.  $\frac{1}{4}x^4 + x^3 - x^2$       D.  $3x^2 - 6x - 2$

**Câu 18:** Trong các hàm số sau đây , hàm số nào là nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{2x + 2016}$

- A.  $\ln|2x + 2016|$       B.  $\frac{1}{2}\ln|2x + 2016|$       C.  $-\frac{1}{2}\ln|2x + 2016|$       D.  $2\ln|2x + 2016|$

**Câu 19:** Trong các hàm số sau đây , hàm số nào là nguyên hàm của  $f(x) = e^{3x+3}$

- A.  $e^{3x+3}$       B.  $3e^{3x+3}$       C.  $\frac{1}{3}e^{3x+3}$       D.  $-3e^{3x+3}$

**Câu 20:** Nguyên hàm của hàm số:  $J = \int \left( \frac{1}{x} + x \right) dx$  là:

- A.  $F(x) = \ln|x| + x^2 + C$       B.  $F(x) = \ln(x) + \frac{1}{2}x^2 + C$   
C.  $F(x) = \ln|x| + \frac{1}{2}x^2 + C$       D.  $F(x) = \ln(x) + x^2 + C$

**Câu 21:** Một nguyên hàm của hàm số:  $y = \cos 5x$  là:

- A.  $\cos 5x + C$       B.  $\sin 5x + C$       C.  $\frac{1}{6}\sin 6x + C$       D.  $\frac{1}{5}\sin 5x + C$

**Câu 22:** Nguyên hàm của hàm số:  $J = \int (2^x + 3^x) dx$  là:

- A.  $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$       B.  $F(x) = \frac{-2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$   
C.  $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{3^x}{\ln 3} + C$       D.  $F(x) = 2^x + 3^x + C$

**Câu 23:** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$  ( $x \neq 0$ ) là

- A.  $F(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$       B.  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$   
C.  $F(x) = -3x^3 - \frac{3}{x} + C$       D.  $F(x) = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$

**Câu 24:** Trong các hàm số sau đây , hàm số nào là nguyên hàm của  $f(x) = e^x + \cos x$

- A.  $e^x + \sin x$       B.  $e^x - \sin x$       C.  $-e^x + \sin x$       D.  $-e^x - \sin x$

**Câu 25:** Tính:  $P = \int (2x+5)^5 dx$

- A.  $P = \frac{(2x+5)^6}{6} + C$       B.  $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+5)^6}{6} + C$   
C.  $P = \frac{(2x+5)^6}{2} + C$       D.  $P = \frac{(2x+5)^6}{5} + C$

**Câu 26:** Một nguyên hàm của hàm số:  $I = \int \sin^4 x \cos x dx$  là:

- A.  $I = \frac{\sin^5 x}{5} + C$       B.  $I = \frac{\cos^5 x}{5} + C$       C.  $I = -\frac{\sin^5 x}{5} + C$       D.  $I = \sin^5 x + C$

**Câu 27:** Trong các hàm số sau đây , hàm số nào là nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{\cos^2(2x+1)}$

- A.  $\frac{1}{\sin^2(2x+1)}$       B.  $\frac{-1}{\sin^2(2x+1)}$       C.  $\frac{1}{2} \tan(2x+1)$       D.  $\frac{1}{2} \cot(2x+1)$

**Câu 28:** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{(x-1)^3}{x^3}$  ( $x \neq 0$ ) là

- A.  $F(x) = x - 3\ln|x| + \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$       B.  $F(x) = x - 3\ln|x| - \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$   
C.  $F(x) = x - 3\ln|x| + \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$       D.  $F(x) = x - 3\ln|x| - \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$

**Câu 29:**  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{x^2}$  ( $x \neq 0$ ), biết rằng  $F(1) = 1$ .  $F(x)$  là biểu thức nào sau đây

- A.  $F(x) = 2x - \frac{3}{x} + 2$       B.  $F(x) = 2\ln|x| + \frac{3}{x} + 2$   
C.  $F(x) = 2x + \frac{3}{x} - 4$       D.  $F(x) = 2\ln|x| - \frac{3}{x} + 4$

**Câu 30:** Hàm số  $F(x) = e^{x^2}$  là nguyên hàm của hàm số

- A.  $f(x) = 2x \cdot e^{x^2}$       B.  $f(x) = e^{2x}$       C.  $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$       D.  $f(x) = x^2 \cdot e^{x^2} - 1$

**Câu 31:** Một nguyên hàm của hàm số:  $y = \cos 5x \cdot \cos x$  là:

- A.  $\cos 6x$       B.  $\sin 6x$       C.  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 4x \right)$       D.  $-\frac{1}{2} \left( \frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 4x}{4} \right)$

**Câu 32:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2\sin 3x \cos 2x$

- A.  $-\frac{1}{5} \cos 5x - \cos x + C$       B.  $\frac{1}{5} \cos 5x + \cos x + C$   
C.  $5 \cos 5x + \cos x + C$       D. Kết quả khác

**Câu 33:** Tìm hàm số  $f(x)$  biết rằng  $f'(x) = 2x + 1$  và  $f(1) = 5$

- A.  $x^2 + x + 3$       B.  $x^2 + x - 3$       C.  $x^2 + x$       D. Kết quả khác

**Câu 34:** Tìm hàm số  $f(x)$  biết rằng  $f'(x) = 4\sqrt{x} - x$  và  $f(4) = 0$

- A.  $\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$       B.  $\frac{8\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$       C.  $\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3}$       D. Kết quả khác

**Câu 35:** Nguyên hàm của hàm số  $\int xe^{x^2} dx$  là

- A.  $xe^{x^2} + C$       B.  $\frac{e^{x^2}}{2} + C$       C.  $e^{x^2} + C$       D.  $x + e^{x^2}$

**Câu 36:** Tìm hàm số  $y = f(x)$  biết  $f'(x) = (x^2 - x)(x + 1)$  và  $f(0) = 3$

- A.  $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + 3$       B.  $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 3$   
C.  $y = f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 3$       D.  $y = f(x) = 3x^2 - 1$

**Câu 37:** Tìm  $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$  là:

- A.  $\ln \frac{1}{x-2} - \ln \frac{1}{x-1} + C$       B.  $\ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$       C.  $\ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C$       D.  $\ln(x-2)(x-1) + C$

**Câu 38:** Tìm  $\int x \cos 2x dx$  là:

- A.  $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$       B.  $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$   
C.  $\frac{x^2 \sin 2x}{4} + C$       D.  $\sin 2x + C$

**Câu 39:** Tính nguyên hàm  $\int \sin^3 x \cos x dx$  ta được kết quả là:

- A.  $\sin^4 x + C$       B.  $\frac{1}{4} \sin^4 x + C$       C.  $-\sin^4 x + C$       D.  $-\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

**Câu 40:** Tìm nguyên hàm  $\int \left( \sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x} \right) dx$

- A.  $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$       B.  $-\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$       C.  $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} - 4 \ln|x| + C$       D.  $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$

**Câu 41:** Kết quả của  $\int \frac{x}{1-x^2} dx$  là:

- A.  $\sqrt{1-x^2} + C$       B.  $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} + C$       C.  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + C$       D.  $-\sqrt{1-x^2} + C$

**Câu 42:** Tìm nguyên hàm  $\int (1 + \sin x)^2 dx$

- A.  $\frac{2}{3} x + 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$       B.  $\frac{2}{3} x - 2 \cos x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$   
C.  $\frac{2}{3} x - 2 \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$       D.  $\frac{2}{3} x - 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

**Câu 43:** Tính  $\int \tan^2 x dx$ , kết quả là:

- A.  $x - \tan x + C$       B.  $-x + \tan x + C$       C.  $-x - \tan x + C$       D.  $\frac{1}{3} \tan^3 x + C$

**Câu 44:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x}$  là

- A.  $\sqrt{x} + C$       B.  $\frac{1}{2\sqrt{x}} + C$       C.  $\frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$       D.  $\frac{3}{2} x \sqrt{x} + C$

**Câu 45:** Hàm số  $F(x) = e^x + \tan x + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nào?

- A.  $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$       B.  $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$       C.  $f(x) = e^x - \frac{1}{\cos^2 x}$       D.  $f(x) = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$

**Câu 46:** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn điều kiện  $F(-1) = 3$  là

- A.  $x^4 - x^3 + 2x + 3$       B.  $x^4 - x^3 + 2x - 4$       C.  $x^4 - x^3 + 2x + 4$       D.  $x^4 - x^3 + 2x - 3$

**Câu 47:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin 3x \cdot \cos 3x$  là

- A.  $\frac{1}{4} \cos 2x$       B.  $-\frac{1}{6} \cos 6x$       C.  $-\cos 3x \cdot \sin 3x$       D.  $-\frac{1}{4} \sin 2x$

**Câu 48:** Một nguyên hàm của hàm số  $y = x\sqrt{1+x^2}$  là:

- A.  $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$       B.  $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$       C.  $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$       D.  $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$

**Câu 49:** Một nguyên hàm của hàm số  $y = 3x \cdot e^{x^2}$  là:

- A.  $F(x) = 3e^{x^2}$       B.  $F(x) = \frac{3}{2}e^{x^2}$       C.  $F(x) = \frac{3x^2}{2}e^{x^2}$       D.  $F(x) = \frac{x^2}{2}e^{x^3}$

**Câu 50:** Một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{2 \ln x}{x}$  là:

- A.  $F(x) = 2 \ln^2 x$       B.  $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2}$       C.  $F(x) = \ln^2 x$       D.  $F(x) = \ln x^2$

**Câu 51:** Một nguyên hàm của hàm số  $y = 2x(e^x - 1)$  là:

- A.  $F(x) = 2e^x(x-1) - x^2$       B.  $F(x) = 2e^x(x-1) - 4x^2$   
C.  $F(x) = 2e^x(1-x) - 4x^2$       D.  $F(x) = 2e^x(1-x) - x^2$

**Câu 52:** Một nguyên hàm của hàm số  $y = x \sin 2x$  là:

- A.  $F(x) = \frac{x}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x$       B.  $F(x) = -\frac{x}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x$   
C.  $F(x) = -\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x$       D.  $F(x) = -\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x$

**Câu 53:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}$  là:

- A.  $\frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}$       B.  $e^{\tan x}$       C.  $e^{\tan x} + \tan x$       D.  $e^{\tan x} \cdot \tan x$

**Câu 54:** Một nguyên hàm của hàm số:  $y = \frac{\cos x}{5 \sin x - 9}$  là:

- A.  $\ln|5 \sin x - 9|$       B.  $\frac{1}{5} \ln|5 \sin x - 9|$       C.  $-\frac{1}{5} \ln|5 \sin x - 9|$       D.  $5 \ln|5 \sin x - 9|$

**Câu 55:** Tính:  $P = \int x \cdot e^x dx$

- A.  $P = x \cdot e^x + C$       B.  $P = e^x + C$       C.  $P = x \cdot e^x - e^x + C$       D.  $P = x \cdot e^x + e^x + C$

**Câu 56:** Nguyên hàm của hàm số:  $y = \cos^2 \frac{x}{2}$  là:

- A.  $\frac{1}{2}(x + \sin x) + C$       B.  $\frac{1}{2}(1 + \cos x) + C$       C.  $\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$       D.  $\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C$

**Câu 57:** Nguyên hàm của hàm số:  $y = \cos^2 x \cdot \sin x$  là:

- A.  $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$       B.  $-\cos^3 x + C$       C.  $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$       D.  $-\frac{1}{3} \cos^3 x + C$

**Câu 58:** Một nguyên hàm của hàm số:  $y = \frac{e^x}{e^x + 2}$  là:

- A.  $2 \ln(e^x + 2) + C$       B.  $\ln(e^x + 2) + C$       C.  $e^x \ln(e^x + 2) + C$       D.  $e^{2x} + C$

**Câu 59:** Tính:  $P = \int \sin^3 x dx$

- A.  $P = 3 \sin^2 x \cdot \cos x + C$       B.  $P = -\sin x + \frac{1}{3} \sin^3 x + C$   
C.  $P = -\cos x + \frac{1}{3} \cos^3 x + C$       D.  $P = \cos x + \frac{1}{3} \sin^3 x + C$

**Câu 60:** Một nguyên hàm của hàm số:  $y = \frac{x^3}{\sqrt{2-x^2}}$  là:

- A.  $x\sqrt{2-x^2}$       B.  $-\frac{1}{3}(x^2+4)\sqrt{2-x^2}$       C.  $-\frac{1}{3}x^2\sqrt{2-x^2}$       D.  $-\frac{1}{3}(x^2-4)\sqrt{2-x^2}$

## 2. TÍCH PHÂN

**Câu 61:** Tích phân  $I = \int_0^1 (3x^2 + 2x - 1) dx$  bằng:

- A.  $I = 1$       B.  $I = 2$       C.  $I = 3$       D.  $I = 4$

**Câu 62:** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$  bằng:

- A. -1      B. 1      C. 2      D. 0

**Câu 63:** Tích phân  $I = \int_0^1 (x+1)^2 dx$  bằng:

- A.  $\frac{8}{3}$       B. 2      C.  $\frac{7}{3}$       D. 4

**Câu 64:** Tích phân  $I = \int_0^1 e^{x+1} dx$  bằng:

- A.  $e^2 - e$       B.  $e^2$       C.  $e^2 - 1$       D.  $e + 1$

**Câu 65:** Tích phân  $I = \int_3^4 \frac{x+1}{x-2} dx$  bằng:

- A.  $-1 + 3 \ln 2$       B.  $-2 + 3 \ln 2$       C.  $4 \ln 2$       D.  $1 + 3 \ln 2$

**Câu 66:** Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+5} dx$  bằng:

- A.  $\ln \frac{8}{5}$       B.  $\frac{1}{2} \ln \frac{8}{5}$       C.  $2 \ln \frac{8}{5}$       D.  $-2 \ln \frac{8}{5}$

**Câu 67:** Tích phân  $I = \int_1^e \frac{1}{x} dx$  bằng:

- A. e      B. 1      C. -1      D.  $\frac{1}{e}$

**Câu 68:** Tích phân  $I = \int_0^2 2e^{2x} dx$  bằng :

- A.  $e^4$       B.  $e^4 - 1$       C.  $4e^4$       D.  $3e^4 - 1$



**Câu 69:** Tích phân  $I = \int_1^2 \left( x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$  bằng:

- A.  $\frac{19}{8}$                       B.  $\frac{23}{8}$                       C.  $\frac{21}{8}$                       D.  $\frac{25}{8}$

**Câu 70:** Tích phân  $I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx$  bằng:

- A.  $\ln(e-2)$                       B.  $\ln(e-7)$                       C.  $\ln\left(\frac{3+e}{4}\right)$                       D.  $\ln[4(e+3)]$

**Câu 71:** Tích phân  $I = \int_{-1}^3 (x^3 + 1) dx$  bằng:

- A. 24                      B. 22                      C. 20                      D. 18

**Câu 72:** Tích phân  $I = \int_1^2 \frac{1}{(2x+1)^2} dx$  bằng:

- A. 1                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{15}$                       D.  $\frac{1}{4}$

**Câu 73:** Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$  bằng:

- A.  $I = 1$                       B.  $I = \ln \frac{4}{3}$                       C.  $I = \ln 2$                       D.  $I = -\ln 2$

**Câu 74:** Tích phân:  $J = \int_0^1 \frac{x dx}{(x+1)^3}$  bằng:

- A.  $J = \frac{1}{8}$                       B.  $J = \frac{1}{4}$                       C.  $J = 2$                       D.  $J = 1$

**Câu 75:** Tích phân  $K = \int_2^3 \frac{x}{x^2 - 1} dx$  bằng:

- A.  $K = \ln 2$                       B.  $K = 2\ln 2$                       C.  $K = \ln \frac{8}{3}$                       D.  $K = \frac{1}{2} \ln \frac{8}{3}$

**Câu 76:** Tích phân  $I = \int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx$  bằng:

- A.  $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$                       B.  $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$                       C.  $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$                       D.  $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$

**Câu 77:** Tích phân  $I = \int_0^1 x(1-x)^{19} dx$  bằng:

- A.  $\frac{1}{420}$                       B.  $\frac{1}{380}$                       C.  $\frac{1}{342}$                       D.  $\frac{1}{462}$

**Câu 78:** Tích phân  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{2+\ln x}}{2x} dx$  bằng:

- A.  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$                       D.  $\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{3}$

**Câu 79:** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan x dx$  bằng:

- A.  $\ln \frac{3}{2}$                       B.  $-\ln \frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\ln \frac{2\sqrt{3}}{3}$                       D. Đáp án khác.

**Câu 80:** Tích phân  $\int_0^1 \frac{2dx}{3-2x} = \ln a$ . Giá trị của  $a$  bằng:

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

**Câu 81:** Tích phân  $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$  bằng:

- A.  $-\sqrt{3}$                       B. 1                      C.  $\ln 2$                       D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 82:** Tích phân  $I = \int_0^1 \sqrt{x} dx$  có giá trị là:

- A.  $\frac{3}{2}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D. 2

**Câu 83:** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$  có giá trị là:

- A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C. -2                      D. -1

**Câu 84:** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x \cdot \cos x dx$  có giá trị là:

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{4}$

**Câu 85:** Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x+2} dx$  bằng:

- A.  $\frac{1}{3} + 3\ln \frac{3}{2}$                       B.  $\frac{1}{3} - 3\ln \frac{2}{3}$                       C.  $\frac{1}{3} + 3\ln \frac{2}{3}$                       D.

**Câu 86:**  $I = \int_0^1 (x^2 - 1)(x^2 + 1) dx$

- A.  $\frac{4}{5}$                       B.  $\frac{6}{5}$                       C.  $-\frac{4}{5}$                       D.  $\frac{1}{5}$

**Câu 87:** Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin^2 \frac{x}{2}$  bằng:

- A.  $\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $-\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $-\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Câu 88:** Tích phân  $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{2x+1}}$  bằng:

- A.  $\frac{1}{3}$                       B. 1                      C.  $\ln 2$                       D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 89:** Giá trị của  $\int_0^1 3e^{3x} dx$  bằng :

A.  $e^3 - 1$

B.  $e^3 + 1$

C.  $e^3$

D.  $2e^3$

**Câu 90:** Tích Phân  $\int_0^1 (x-1)^2 dx$  bằng :

A.  $\frac{1}{3}$

B. 1

C. 3

D. 4

**Câu 91:** Tích Phân  $\int_0^1 x\sqrt{3x+1} dx$  bằng

A. 9

B.  $\frac{116}{135}$

C. 3

D. 1

**Câu 92:** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$  bằng:

A.  $I = 2$

B.  $\ln 2$

C.  $I = 1 - \frac{\pi}{4}$

D.  $I = \frac{\pi}{3}$

**Câu 93:** Tích phân  $L = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$  bằng:

A.  $L = -1$

B.  $L = \frac{1}{4}$

C.  $L = 1$

D.  $L = \frac{1}{3}$

**Câu 94:** Tích phân  $K = \int_1^2 (2x-1) \ln x dx$  bằng:

A.  $K = 3 \ln 2 + \frac{1}{2}$

B.  $K = \frac{1}{2}$

C.  $K = 3 \ln 2$

D.  $K = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$

**Câu 95:** Tích phân  $L = \int_0^{\pi} x \sin x dx$  bằng:

A.  $L = \pi$

B.  $L = -\pi$

C.  $L = -2$

D.  $K = 0$

**Câu 96:** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos x dx$  bằng:

A.  $\frac{\pi\sqrt{3}-1}{6}$

B.  $\frac{\pi\sqrt{3}-1}{2}$

C.  $\frac{\pi\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{2}$

D.  $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$

**Câu 97:** Tích phân  $I = \int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx$  bằng:

A.  $\frac{1}{2}(1 - \ln 2)$

B.  $\frac{1}{2}(1 + \ln 2)$

C.  $\frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$

D.  $\frac{1}{4}(1 + \ln 2)$

**Câu 98:** Tích phân  $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$  bằng:

A.  $\frac{1}{2}(1 + \ln 2)$

B.  $\frac{1}{2}(1 - \ln 2)$

C.  $\frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$

D.  $\frac{1}{4}(1 + \ln 2)$

**Câu 99:** Giả sử  $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln K$ . Giá trị của K là:

A. 9

B. 8

C. 81

D. 3

**Câu 100:** Đổi biến  $x = 2\sin t$  tích phân  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$  trở thành:

A.  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$

B.  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$

C.  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$

D.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$

**Câu 101:** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x}$  bằng:

A. 4

B. 3

C. 1

D. 2

**Câu 102:** Cho  $I = \int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$ , ta tính được:

A.  $I = \cos 1$

B.  $I = 1$

C.  $I = \sin 1$

D. Một kết quả khác

**Câu 103:** Tích phân  $I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}} dx$  bằng:

A.  $\frac{\pi}{6}$

B.  $\pi$

C.  $\frac{\pi}{3}$

D.  $\frac{\pi}{2}$

**Câu 104:** Tích phân  $I = \int_0^4 |x-2| dx$  bằng:

A. 0

B. 2

C. 8

D. 4

**Câu 105:** Kết quả của  $\int_1^1 \frac{dx}{x}$  là:

A. 0 B. -1

C.  $\frac{1}{2}$

D. Không tồn tại

**Câu 106:** Tích phân  $I = \int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx$  có giá trị là:

A.  $2\sqrt{2}$

B.  $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

C.  $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$

D.  $\sqrt{3}$

**Câu 107:** Cho tích phân  $I = \int_0^1 x^2(1+x) dx$  bằng:

A.  $\int_0^1 (x^3 + x^4) dx$

B.  $\left( \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1$

C.  $\left( x^2 + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1$

D. 2

**Câu 108:** Tích phân  $I = \int_1^e \frac{1+\ln^2 x}{x} dx$  có giá trị là:

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{2}{3}$

C.  $-\frac{4}{3}$

D.  $\frac{4}{3}$

**Câu 109:** Tích phân  $I = \int_0^1 x.e^{x^2+1} dx$  có giá trị là:

A.  $\frac{e^2+e}{2}$

B.  $\frac{e^2+e}{3}$

C.  $\frac{e^2-e}{2}$

D.  $\frac{e^2-e}{3}$

**Câu 110:** Tích phân  $I = \int_0^1 (1-x)e^x dx$  có giá trị là:

A.  $e+2$

B.  $2-e$

C.  $e-2$

D.  $e$

**Câu 111:** Tích phân  $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$  có giá trị là:

- A.  $\ln 3$  B. 0 C.  $-\ln 2$  D.  $\ln 2$

**Câu 112:** Nếu  $\int_0^1 f(x) dx = 5$  và  $\int_2^1 f(x) dx = 2$  thì  $\int_0^2 f(x) dx$  bằng :

- A. 8 B. 2 C. 3 D. -3

### 3. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

#### a) Tính diện tích:

**Câu 113:** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  liên tục, trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức:

- A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$  B.  $S = \int_a^b f(x) dx$   
C.  $S = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$  D.  $S = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$

**Câu 114:** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f_1(x), y = f_2(x)$  liên tục và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức:

- A.  $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$  B.  $S = \left| \int_a^b f_1(x) - f_2(x) dx \right|$   
C.  $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$  D.  $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$

**Câu 115:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 3$  là :

- A.  $\frac{28}{9} (dvdt)$  B.  $\frac{28}{3} (dvdt)$  C.  $\frac{1}{3} (dvdt)$  D. Tất cả đều sai

**Câu 116:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường  $y = x^2 - x + 3$  và đường thẳng  $y = 2x + 1$  là :

- A.  $\frac{7}{6} (dvdt)$  B.  $-\frac{1}{6} (dvdt)$  C.  $\frac{1}{6} (dvdt)$  D. 5 (dvdt)

**Câu 117:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + x - 1$  và  $y = x^4 + x - 1$  là :

- A.  $\frac{8}{15} (dvdt)$  B.  $\frac{7}{15} (dvdt)$  C.  $-\frac{7}{15} (dvdt)$  D.  $\frac{4}{15} (dvdt)$

**Câu 118:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = 2x - x^2$  và đường thẳng  $x + y = 2$  là :

- A.  $\frac{1}{6} (dvdt)$  B.  $\frac{5}{2} (dvdt)$  C.  $\frac{6}{5} (dvdt)$  D.  $\frac{1}{2} (dvdt)$

**Câu 119:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = \ln x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = \frac{1}{e}, x = e$  là :

- A.  $e + \frac{1}{e} (dvdt)$  B.  $\frac{1}{e} (dvdt)$  C.  $e + \frac{1}{e} (dvdt)$  D.  $e - \frac{1}{e} (dvdt)$

**Câu 120:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^3 + 3x, y = -x$  và đường thẳng  $x = -2$  là :

- A. 12 (dvdt) B.  $\frac{99}{4} (dvdt)$  C.  $\frac{99}{5} (dvdt)$  D.  $\frac{87}{4} (dvdt)$

**Câu 121:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x^3, y = 0, x = -1, x = 2$  có kết quả là:

- A.  $\frac{17}{4}$  B. 4 C.  $\frac{15}{4}$  D.  $\frac{14}{4}$

**Câu 122:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = -1, y = x^4 - 2x^2 - 1$  có kết quả là

- A.  $\frac{6\sqrt{2}}{5}$  B.  $\frac{28}{3}$  C.  $\frac{16\sqrt{2}}{15}$  D.  $\frac{27}{4}$

**Câu 123:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = -x, y = 2x - x^2$  có kết quả là

- A. 4 B.  $\frac{9}{2}$  C. 5 D.  $\frac{7}{2}$

**Câu 124:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x + 3, y = x^2 - 4x + 3$  có kết quả là :

- A.  $\frac{5^2}{6}$  B.  $\frac{5^3}{6}$  C.  $\frac{5^4}{6}$  D.  $\frac{5^3 - 1}{6}$

**Câu 125:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = -x^2 + 5x + 6, y = 0, x = 0, x = 2$  có kết quả là:

- A.  $\frac{58}{3}$  B.  $\frac{56}{3}$  C.  $\frac{55}{3}$  D.  $\frac{52}{3}$

**Câu 126:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi parabol (P):  $y = x^2 - 2x$ , trục Ox và các đường thẳng  $x = 1, x = 3$ . Diện tích của hình phẳng (H) là :

- A.  $\frac{2}{3}$  B.  $\frac{4}{3}$  C. 2 D.  $\frac{8}{3}$

**Câu 127:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong  $y = x^2 - x + 3$  và đường thẳng  $y = 2x + 1$ . Diện tích của hình (H) là:

- A.  $\frac{23}{6}$  B. 4 C.  $\frac{5}{6}$  D.  $\frac{1}{6}$

**Câu 128:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = x^3; y = 0; x = -1; x = 2$  là:

- A.  $\frac{1}{4}$  B.  $\frac{17}{4}$  C.  $\frac{15}{4}$  D.  $\frac{19}{4}$

**Câu 129:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = 3x^4 - 4x^2 + 5; Ox ; x = 1; x = 2$  là:

- A.  $\frac{212}{15}$  B.  $\frac{213}{15}$  C.  $\frac{214}{15}$  D.  $\frac{43}{3}$

**Câu 130:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = -x^2 + 6x - 5; y = 0 ; x = 0; x = 1$  là:

- A.  $\frac{5}{2}$  B.  $\frac{7}{3}$  C.  $-\frac{7}{3}$  D.  $-\frac{5}{2}$

**Câu 131:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = \sin x; Ox ; x = 0; x = \pi$  là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

**Câu 132:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 4; Ox$  bằng ?

- A.  $\frac{32}{3}$  B.  $\frac{16}{3}$  C. 12 D.  $-\frac{32}{3}$

**Câu 133:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 - 4x; Ox ; x = -3 x = 4$  bằng ?

- A.  $\frac{119}{4}$  B. 44 C. 36 D.  $\frac{201}{4}$

**Câu 134:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2$ ;  $y = x + 2$  bằng ?

- A.  $\frac{15}{2}$                       B.  $\frac{-9}{2}$                       C.  $\frac{9}{2}$                       D.  $\frac{-15}{2}$

**Câu 135:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^4 - 4x^2$ ; Ox bằng ?

- A. 128                      B.  $\frac{1792}{15}$                       C.  $\frac{128}{15}$                       D.  $-\frac{128}{15}$

**Câu 136:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 + 4x$ ; Ox;  $x = -1$  bằng ?

- A. 24                      B.  $\frac{9}{4}$                       C. 1                      D.  $-\frac{9}{4}$

**Câu 137:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \cos x$ ; Ox; Oy;  $x = \pi$  bằng ?

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. Kết quả khác

**Câu 138:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 - x$ ; Ox bằng ?

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C. 2                      D.  $-\frac{1}{4}$

**Câu 139:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ;  $y = 1$  và  $x = 1$  là:

- A.  $e - 2$                       B.  $e$                       C.  $e + 1$                       D.  $1 - e$

**Câu 140:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 3\sqrt{x}$ ;  $x = 4$ ; Ox là:

- A.  $\frac{16}{3}$                       B. 24                      C. 72                      D. 16

**Câu 141:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = (e + 1)x$ ,  $y = (1 + e^x)x$  là:

- A.  $\frac{e}{2} - 2$  (dvdt)                      B.  $\frac{e}{2} - 1$  (dvdt)                      C.  $\frac{e}{3} - 1$  (dvdt)                      D.  $\frac{e}{2} + 1$  (dvdt)

**Câu 142:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = \sin 2x$ ,  $y = \cos x$  và hai đường thẳng

$x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  là :

- A.  $\frac{1}{4}$  (dvdt)                      B.  $\frac{1}{6}$  (dvdt)                      C.  $\frac{3}{2}$  (dvdt)                      D.  $\frac{1}{2}$  (dvdt)

**Câu 143:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x$ ,  $y = \sin^2 x + x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) có kết quả là

- A.  $\pi$                       B.  $\frac{\pi}{2}$                       C.  $2\pi$                       D.  $\frac{\pi}{3}$

**Câu 144:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 2x$  và  $y = x$  là :

- A.  $\frac{9}{2}$  (dvdt)                      B.  $\frac{7}{2}$  (dvdt)                      C.  $-\frac{9}{2}$  (dvdt)                      D. 0 (dvdt)

**Câu 145:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C):  $y = x^3$ , trục Ox và đường thẳng  $x = \frac{3}{2}$ . Diện tích của hình phẳng (H) là :

- A.  $\frac{65}{64}$                       B.  $\frac{81}{64}$                       C.  $\frac{81}{4}$                       D. 4

**Câu 146:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C):  $y = e^x$ , trục Ox, trục Oy và đường thẳng  $x = 2$ . Diện tích của hình phẳng (H) là :

- A.  $e + 4$                       B.  $e^2 - e + 2$                       C.  $\frac{e^2}{2} + 3$                       D.  $e^2 - 1$

**Câu 147:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C):  $y = \ln x$ , trục Ox và đường thẳng  $x = e$ .

Diện tích của hình phẳng (H) là :

- A. 1                      B.  $\frac{1}{e} - 1$                       C. e                      D. 2

**Câu 148:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn đường cong (C):  $y = x^3 - 2x^2$  và trục Ox. Diện tích của hình phẳng (H) là :

- A.  $\frac{4}{3}$                       B.  $\frac{5}{3}$                       C.  $\frac{11}{12}$                       D.  $\frac{68}{3}$

**Câu 149:** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường  $y = \sqrt{x}$  và  $y = x^2$  là :

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{5}$                       D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 150:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $x = 0$ ;  $x = \pi$  là:

- A. 2                      B. 3                      C.  $3\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}$

**Câu 151:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x + \sin x$ ;  $y = x$  ( $0 \leq x \leq 2\pi$ ) là:

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

**Câu 152:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = \frac{x^3}{1-x^2}$ ;  $y = x$  là:

- A. 1                      B.  $1 - \ln 2$                       C.  $1 + \ln 2$                       D.  $2 - \ln 2$

**Câu 153:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = 4x - x^2$ ; Ox là:

- A.  $\frac{31}{3}$                       B.  $-\frac{31}{3}$                       C.  $\frac{32}{3}$                       D.  $\frac{33}{3}$

**Câu 154:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = x^2 + 2x$ ;  $y = x + 2$  là:

- A.  $\frac{5}{2}$                       B.  $\frac{7}{2}$                       C.  $\frac{9}{2}$                       D.  $\frac{11}{2}$

**Câu 155:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = \frac{1}{x}$ ; d:  $y = -2x + 3$  là:

- A.  $\frac{3}{4} - \ln 2$                       B.  $\frac{1}{25}$                       C.  $\ln 2 - \frac{3}{4}$                       D.  $\frac{1}{24}$

**Câu 156:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = x^2$ ; (d):  $x + y = 2$  là:

- A.  $\frac{7}{2}$                       B.  $\frac{9}{2}$                       C.  $\frac{11}{2}$                       D.  $\frac{13}{2}$

**Câu 157:** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = x^2$ ; (d):  $y = \sqrt{x}$  là:

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{4}{3}$                       C.  $\frac{5}{3}$                       D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 158:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = -3x^2 + 3$  với  $x \geq 0$ ; Ox ; Oy là:

- A. -4                      B. 2                      C. 4                      D. 44

**Câu 159:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  và trục hoành là:

- A.  $-\frac{27}{4}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{27}{4}$                       D. 4

**Câu 160:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -5x^4 + 5$  và trục hoành là:

- A. 4                      B. 8                      C. 3108                      D. 6216



**Câu 161:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^3 + 11x - 6$  và  $y = 6x^2$  là:

- A. 52                                      B. 14                                      C.  $\frac{1}{4}$                                       D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 162:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^3$  và  $y = 4x$  là:

- A. 4                                      B. 8                                      C. 40                                      D.  $\frac{2048}{105}$

**Câu 163:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x$ ;  $y = \frac{8}{x}$ ;  $x = 3$  là:

- A.  $5 - 8\ln 6$                                       B.  $5 + 8\ln \frac{2}{3}$                                       C. 26                                      D.  $\frac{14}{3}$

**Câu 164:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = mx \cos x$ ;  $Ox$ ;  $x = 0$ ;  $x = \pi$  bằng  $3\pi$ . Khi đó giá trị của  $m$  là:

- A.  $m = -3$                                       B.  $m = 3$                                       C.  $m = -4$                                       D.  $m = \pm 3$

**Câu 165:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x - 1$ ;  $y = \frac{6}{x}$ ;  $x = 3$  là:

- A.  $4 - 6\ln 6$                                       B.  $4 + 6\ln \frac{2}{3}$                                       C.  $\frac{443}{24}$                                       D.  $\frac{25}{6}$

**Câu 166:** Cho (C) :  $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 2x - 2m - \frac{1}{3}$ . Giá trị  $m \in \left(0; \frac{5}{6}\right)$  sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C),  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  có diện tích bằng 4 là:

- A.  $m = -\frac{1}{2}$                                       B.  $m = \frac{1}{2}$                                       C.  $m = \frac{3}{2}$                                       D.  $m = -\frac{3}{2}$

**Câu 167:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = \sin^2 x + \sin x + 1$ ;  $y = 0$ ;  $x = 0$ ;  $x = \pi/2$  là:

- A.  $\frac{3\pi}{4}$                                       B.  $\frac{3\pi}{4} + 1$                                       C.  $\frac{3\pi}{4} - 1$                                       D.  $\frac{3}{4}$

**Câu 168:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = e^x - e^{-x}$ ;  $Ox$ ;  $x = 1$  là:

- A. 1                                      B.  $e + \frac{1}{e} - 1$                                       C.  $e + \frac{1}{e}$                                       D.  $e + \frac{1}{e} - 2$

**b) Tính thể tích:**

**Câu 169:** Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  quay quanh trục  $Ox$ , có công thức là:

- A.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$                                       B.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$   
C.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$                                       D.  $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$

**Câu 170:** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 1 - x^2$ ;  $Ox$ . Quay (H) xung quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích bằng ?

- A.  $\frac{16}{15}$                                       B.  $\frac{16\pi}{15}$                                       C.  $\frac{4}{3}$                                       D.  $\frac{4\pi}{3}$

**Câu 171:** Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi  $y = 2x - x^2$ ,  $y = 0$  quay quanh trục  $ox$  có kết quả là:

- A.  $\pi$                                       B.  $\frac{16\pi}{15}$                                       C.  $\frac{14\pi}{15}$                                       D.  $\frac{13\pi}{15}$

**Câu 172:** Cho hình (H) giới hạn bởi các đường  $y = x^2$ ;  $x = 1$ ; trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{\pi}{5}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{2\pi}{3}$                       D.  $\frac{2\pi}{5}$

**Câu 173:** Thể tích khối tròn xoay sinh ra do quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3$ , trục Ox,  $x = -1$ ,  $x = 1$  một vòng quanh trục Ox là :

- A.  $\pi$                       B.  $2\pi$                       C.  $\frac{6\pi}{7}$                       D.  $\frac{2\pi}{7}$

**Câu 174:** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = \sin x$ ; Ox;  $x = 0$ ;  $x = \pi$ . Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{\pi}{2}$                       B.  $\frac{\pi^2}{2}$                       C.  $\pi$                       D.  $\pi^2$

**Câu 175:** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \tan x$ ; Ox;  $x = 0$ ;  $x = \frac{\pi}{4}$ . Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng ?

- A.  $1 - \frac{\pi}{4}$                       B.  $\pi^2$                       C.  $\pi - \frac{\pi^2}{4}$                       D.  $\frac{\pi^2}{4} - \pi$

**Câu 176:** Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi các đường  $y = (2x+1)^{\frac{1}{3}}$ ,  $x = 0$ ,  $y = 3$ , quay quanh trục Oy là:

- A.  $\frac{50\pi}{7}$                       B.  $\frac{480\pi}{9}$                       C.  $\frac{480\pi}{7}$                       D.  $\frac{48\pi}{7}$

**Câu 177:** Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  quay quanh trục ox có kết quả là:

- A.  $2\pi(\ln 2 - 1)^2$                       B.  $2\pi(\ln 2 + 1)^2$                       C.  $\pi(2\ln 2 + 1)^2$                       D.  $\pi(2\ln 2 - 1)^2$

**Câu 178:** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C):  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ , trục Ox và trục Oy. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục Ox là :

- A.  $3\pi$                       B.  $4\pi \ln 2$                       C.  $(3 - 4\ln 2)\pi$                       D.  $(4 - 3\ln 2)\pi$

**Câu 179:** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = 3x - x^2$ ; Ox. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{81}{11}\pi$                       B.  $\frac{83}{11}\pi$                       C.  $\frac{83}{10}\pi$                       D.  $\frac{81}{10}\pi$

**Câu 180:** Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  quay quanh trục ox có kết quả là:

- A.  $\pi e$                       B.  $\pi(e - 1)$                       C.  $\pi(e - 2)$                       D.  $\pi(e + 1)$

**Câu 181:** Cho hình (H) giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ;  $x = 4$ ; trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{15\pi}{2}$                       B.  $\frac{14\pi}{3}$                       C.  $8\pi$                       D.  $\frac{16\pi}{3}$

**Câu 182:** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = \sqrt{x} - 1$ ; Ox;  $x = 4$ . Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{7}{6}\pi$                       B.  $\frac{5}{6}\pi$                       C.  $\frac{7}{6}\pi^2$                       D.  $\frac{5}{6}\pi^2$

**Câu 183:** Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x \cdot \cos x + \sin^2 x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  là:

- A.  $\frac{\pi(3\pi-4)}{4}$       B.  $\frac{\pi(5\pi+4)}{4}$       C.  $\frac{\pi(3\pi+4)}{4}$       D.  $\frac{\pi(3\pi+4)}{5}$

**Câu 184:** Thể tích vật thể quay quanh trục  $ox$  giới hạn bởi  $y = x^3$ ,  $y = 8$ ,  $x = 3$  có kết quả là:

- A.  $\frac{\pi}{7}(3^7 - 9 \cdot 2^5)$       B.  $\frac{\pi}{7}(3^7 - 9 \cdot 2^6)$       C.  $\frac{\pi}{7}(3^7 - 9 \cdot 2^7)$       D.  $\frac{576\pi}{7}$

**Câu 185:** Hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 4$  quay một vòng quanh trục  $Ox$ .  
Thể tích khối tròn xoay được sinh ra bằng :

- A.  $\frac{64\pi}{5}$       B.  $\frac{128\pi}{5}$       C.  $\frac{256\pi}{5}$       D.  $\frac{152\pi}{5}$

**Câu 186:** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = 3x$ ;  $y = x$ ;  $x = 1$ . Quay (H) xung quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{8\pi}{3}$       B.  $\frac{8\pi^2}{3}$       C.  $8\pi^2$       D.  $8\pi$

**Câu 187:** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = -2\sqrt{x}$ ;  $d: y = \frac{1}{2}x$ ;  $x = 4$ . Quay (H) xung quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{80\pi}{3}$       B.  $\frac{112\pi}{3}$       C.  $\frac{16\pi}{3}$       D.  $32\pi$

**Câu 188:** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = \sqrt{x}$ ;  $d: y = \frac{1}{2}x$ . Quay (H) xung quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $8\pi$       B.  $\frac{16\pi}{3}$       C.  $\frac{8\pi}{3}$       D.  $\frac{8\pi}{15}$

**Câu 189:** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C):  $y = x^3$ ;  $d: y = -x + 2$ ;  $Ox$ . Quay (H) xung quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{4\pi}{21}$       B.  $\frac{10\pi}{21}$       C.  $\frac{\pi}{7}$       D.  $\frac{\pi}{3}$

**Câu 190:** Thể tích khối tròn xoay khi cho Elip  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  quay quanh trục  $ox$  :

- A.  $\frac{4}{3}\pi a^2 b$       B.  $\frac{4}{3}\pi ab^2$       C.  $\frac{2}{3}\pi a^2 b$       D.  $-\frac{2}{3}\pi ab^2$

**Câu 191:** Cho hình (H) giới hạn bởi các đường  $y = \frac{4}{x}$  và  $y = -x + 5$ . Quay hình (H) quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{9\pi}{2}$       B.  $\frac{15}{2} - 4\ln 4$       C.  $\frac{33}{2} - 4\ln 4$       D.  $9\pi$

**Câu 192:** Cho hình (H) giới hạn bởi các đường  $y = x + 1$ ;  $y = \frac{6}{x}$ ;  $x = 1$ . Quay hình (H) quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{13\pi}{6}$       B.  $\frac{125\pi}{6}$       C.  $\frac{35\pi}{3}$       D.  $18\pi$

#### Chương IV. SỐ PHỨC

## A. LÝ THUYẾT VỀ SỐ PHỨC:

**1. Qui ước:** Số  $i$  là nghiệm của phương trình :  $x^2 + 1 = 0$ . Như vậy :  $i^2 = -1$

**2. Định nghĩa :** Biểu thức dạng:  $a + bi$  trong đó  $a, b \in \mathbb{R}$  và  $i^2 = -1$ , gọi là số phức.

Đặt  $z = a + bi$ , ta nói  $a$  là phần thực,  $b$  là phần ảo của số phức  $z$ .

Tập hợp các số phức gọi là  $\mathbb{C}$

+. Nếu  $a = 0 \Rightarrow z = bi$ , đây là số phức thuần ảo, và nếu  $b = 1$  thì  $i$  gọi là đơn vị ảo.

+. Nếu  $b = 0 \Rightarrow z = a$ , do đó số thực cũng là số phức  $\Rightarrow \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

**3. Số phức bằng nhau:** Hai số phức bằng nhau nếu phần thực và phần ảo tương ứng của chúng bằng nhau.

Tức là:  $a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$

**4. Môđun của số phức:** Cho số phức  $z = a + bi$ , môđun của số phức  $z$ , kí hiệu là  $|z|$ ,

$$\text{và } |z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

**5. Số phức liên hợp:** Cho số phức  $z = a + bi$ , Ta gọi số phức:  $a - bi$  là số phức liên hợp của số phức  $z$ , kí hiệu là  $\bar{z} \Rightarrow \bar{z} = a - bi$

**6. Biểu diễn số phức lên mặt phẳng tọa độ:**

Điểm  $M(a, b)$  trong mặt phẳng tọa độ Oxy gọi là điểm biểu diễn của số phức  $z = a + bi$

**7. Cộng, trừ và nhân số phức :** Cộng, trừ và nhân số phức được thực hiện theo qui tắc cộng, trừ và nhân đa thức. Chú ý :  $i^2 = -1$ .

Như vậy: 
$$\begin{aligned} + (a + bi) + (c + di) &= (a + c) + (b + d)i \\ + (a + bi) - (c + di) &= (a - c) + (b - d)i \\ + (a + bi) \cdot (c + di) &= (ac - bd) + (ad + bc)i \end{aligned}$$

**8. Chia số phức:**

a. Chú ý: Cho số phức  $z = a + bi$ , thì :  $z + \bar{z} = 2a$ ,  $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$

b. Để thực hiện phép chia:  $\frac{a + bi}{c + di}$  ta nhân cả tử và mẫu với số phức liên hợp của mẫu rồi thực hiện phép

tính ở tử và mẫu

**9. Nghiệm phức của phương trình bậc hai với hệ số thực:**

**a. Căn bậc hai của số thực âm :**

+ Số  $-1$  có 2 căn bậc hai phức là:  $-i$  và  $i$   
+ Số  $a$  âm có 2 căn bậc hai phức là:  $-i\sqrt{|a|}$  và  $i\sqrt{|a|}$

**b. Cho phương trình:**  $ax^2 + bx + c = 0$  với  $a, b, c$  thực và  $a \neq 0$ , có  $\Delta = b^2 - 4ac$

+ Nếu  $\Delta \geq 0$  : Nghiệm phức của phương trình là nghiệm thực (đã học)

+. Nếu  $\Delta < 0$  : Phương trình có 2 nghiệm phức là:  $x_1 = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$  và  $x_2 = \frac{-b + i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$

\* Nếu  $b = 2b'$  thì  $\Delta' = b'^2 - ac$ . Khi  $\Delta' < 0$  thì pt có 2 nghiệm phức là:

$$x_1 = \frac{-b' - i\sqrt{|\Delta'|}}{a} \quad \text{và} \quad x_2 = \frac{-b' + i\sqrt{|\Delta'|}}{a}$$

**c. Chú ý:** Trong tập hợp số phức mọi phương trình bậc  $n$  (một ẩn) đều có  $n$  nghiệm.

## B. BÀI TẬP

### 1. KHÁI NIỆM SỐ PHỨC VÀ PHÉP TOÁN CỘNG, TRỪ VÀ NHÂN SỐ PHỨC

**Câu 1:** Tìm mệnh đề sai?

- A. Số phức  $z = a + bi$  được biểu diễn bằng điểm  $M(a; b)$  trong mặt phẳng phức Oxy  
 B. Số phức  $z = a + bi$  có môđun là  $\sqrt{a^2 + b^2}$   
 C. Số phức  $z = a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$   
 D. Số phức  $z = a + bi$  có số phức đối là  $z' = a - bi$

**Câu 2:** Phần thực và phần ảo của số phức:  $z = 1 + 2i$

- A. 1 và 2 B. 2 và 1 C. 1 và 2i D. 1 và i

**Câu 3:** Phần thực và phần ảo của số phức:  $z = 1 - 3i$

- A. 1 và 3 B. 1 và -3 C. 1 và -3i D. -3 và 1

**Câu 4:** Số phức  $z = -2i$  có phần ảo là:

- A. -2 B. -2i C. 0 D. 2i

**Câu 5:** Tìm mệnh đề đúng:

- A. Đơn vị ảo có phần thực là 1, phần ảo là 0  
 B. Đơn vị ảo có phần thực là 0, phần ảo là 1  
 C. Đơn vị ảo có phần thực là 0, phần ảo là 0  
 D. Đơn vị ảo có phần thực là 1, phần ảo là 1

**Câu 6:** Số phức liên hợp của số phức  $z = a + bi$  là số phức:

- A.  $z' = -a + bi$  B.  $z' = b - ai$  C.  $z' = -a - bi$  D.  $z' = a - bi$

**Câu 7:** Số phức liên hợp của số phức:  $z = 1 - 3i$  là số phức:

- A.  $\bar{z} = 3 - i$  B.  $\bar{z} = -1 + 3i$  C.  $\bar{z} = 1 + 3i$  D.  $\bar{z} = -1 - 3i$

**Câu 8:** Số phức liên hợp của số phức:  $z = -1 + 2i$  là số phức:

- A.  $\bar{z} = 2 - i$  B.  $\bar{z} = -2 + i$  C.  $\bar{z} = 1 - 2i$  D.  $\bar{z} = -1 - 2i$

**Câu 9:** Môđun của số phức:  $z = 2 + 3i$

- A.  $\sqrt{13}$  B.  $\sqrt{5}$  C. 5 D. 2.

**Câu 10:** Môđun của số phức:  $z = -1 + 2i$  bằng ?

- A.  $\sqrt{3}$  B.  $\sqrt{5}$  C. 2 D. 1

**Câu 11:** Cho số phức  $z = 3 - 4i$ , tìm khẳng định đúng ?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. -1

**Câu 12:** Số phức  $z = 4 - 3i$  có môđun là:

- A. 1 B. 5 C. 7 D. 0

**Câu 13:** Số phức  $z = -(1 + 3i)$  có môđun là:

- A. 10 B. -10 C.  $\sqrt{10}$  D.  $-\sqrt{10}$

**Câu 14:** Cho số phức  $z = m + (m + 1)i$ . Xác định m để  $|z| = \sqrt{13}$

- A.  $m = 1, m = 3$  B.  $m = 3, m = 2$  C.  $m = 2, m = 4$  D.  $m = 2, m = -3$

**Câu 15:** Tìm 2 số thực a, b biết  $a - b = -1$  và số phức  $z = a + bi$  có  $|z| = 5$

- A.  $\begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$  và  $\begin{cases} a = -4 \\ b = -3 \end{cases}$  B.  $\begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$  và  $\begin{cases} a = 5 \\ b = 6 \end{cases}$   
 C.  $\begin{cases} a = -3 \\ b = 4 \end{cases}$  và  $\begin{cases} a = -4 \\ b = -3 \end{cases}$  D.  $\begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$  và  $\begin{cases} a = 4 \\ b = -3 \end{cases}$

**Câu 16:** Tìm số phức z biết  $|z| = 5$  và phần thực lớn hơn phần ảo một đơn vị.

- A.  $z_1 = 4 + 3i, z_2 = 3 + 4i$  B.  $z_1 = -4 - 3i, z_2 = -3 - 4i$   
 C.  $z_1 = 4 + 3i, z_2 = -3 - 4i$  D.  $z_1 = -4 - 3i, z_2 = 3 + 4i$

**Câu 17:** Tìm số phức z biết  $|z| = \sqrt{20}$  và phần thực gấp đôi phần ảo.

- A.  $z_1 = 2 + i, z_2 = -2 - i$  B.  $z_1 = 2 - i, z_2 = -2 + i$   
 C.  $z_1 = -2 + i, z_2 = -2 - i$  D.  $z_1 = 4 + 2i, z_2 = -4 - 2i$

**Câu 18:** Cho  $x$  số thực. Số phức:  $z = x(2 - i)$  có mô đun bằng  $\sqrt{5}$  khi:

- A.  $x = 0$                       B.  $x = 2$                       C.  $x = -1$                       D.  $x = -\frac{1}{2}$

**Câu 19:** Cho  $x, y$  là các số thực. Hai số phức  $z = 3 + i$  và  $z' = (x + 2y) - yi$  bằng nhau khi:

- A.  $x = 5, y = -1$               B.  $x = 1, y = 1$               C.  $x = 3, y = 0$               D.  $x = 2, y = -1$

**Câu 20:** Với giá trị nào của  $x, y$  để 2 số phức sau bằng nhau:  $x + 2i = 3 - yi$

- A.  $x = 2; y = 3$               B.  $x = -2; y = 3$               C.  $x = 3; y = 2$               D.  $x = 3; y = -2$

**Câu 21:** Với giá trị nào của  $x, y$  thì  $(x + y) + (2x - y)i = 3 - 6i$

- A.  $x = -1; y = 4$               B.  $x = -1; y = -4$               C.  $x = 4; y = -1$               D.  $x = 4; y = 1$

**Câu 22:** Cho  $x, y$  là các số thực. Số phức:  $z = 1 + xi + y + 2i$  bằng 0 khi:

- A.  $x = 2, y = 1$               B.  $x = -2, y = -1$               C.  $x = 0, y = 0$               D.  $x = -1, y = -2$

**Câu 23:** Điểm biểu diễn số phức  $z = 1 - 2i$  trên mặt phẳng Oxy có tọa độ là:

- A.  $(1; -2)$                       B.  $(-1; -2)$                       C.  $(2; -1)$                       D.  $(2; 1)$

**Câu 24:** Số phức  $z = 3 + 4i$  có điểm biểu diễn là:

- A.  $(3; -4)$                       B.  $(3; 4)$                       C.  $(-3; -4)$                       D.  $(-3; 4)$

**Câu 25:** Cho số phức  $z = 6 + 7i$ . Số phức liên hợp của  $z$  có điểm biểu diễn là:

- A.  $(6; 7)$                       B.  $(6; -7)$                       C.  $(-6; 7)$                       D.  $(-6; -7)$

**Câu 26:** Cho số phức  $z = 2014 + 2015i$ . Số phức liên hợp của  $z$  có điểm biểu diễn là:

- A.  $(2014; 2015)$               B.  $(2014; -2015)$               C.  $(-2014; 2015)$               D.  $(-2014; -2015)$

**Câu 27:** Tìm mệnh đề **sai** ?

- A. Điểm biểu diễn của số phức  $z = 2$  là  $(2, 0)$   
 B. Điểm biểu diễn của số phức  $z = -3i$  là  $(0, -3)$   
 C. Điểm biểu diễn của số phức  $z = 0$  là gốc tọa độ.  
 D. Điểm biểu diễn của đơn vị ảo là  $(1, 0)$

**Câu 28:** Gọi A là điểm biểu diễn của số phức  $z = 2 + 5i$  và B là điểm biểu diễn của số phức  $z' = -2 + 5i$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành  
 B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung  
 C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O  
 D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng  $y = x$

**Câu 29:** Gọi A là điểm biểu diễn của số phức  $z = 3 + 2i$  và B là điểm biểu diễn của số phức  $z' = 2 + 3i$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành  
 B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung  
 C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O  
 D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng  $y = x$

**Câu 30:** Điểm biểu diễn của các số phức  $z = 7 + bi$  với  $b \in \mathbb{R}$ , nằm trên đường thẳng có phương trình là:

- A.  $x = 7$                       B.  $y = 7$                       C.  $y = x$                       D.  $y = x + 7$

**Câu 31:** Điểm biểu diễn hình học của số phức  $z = a + ai$  nằm trên đường thẳng:

- A.  $y = x$                       B.  $y = 2x$                       C.  $y = -x$                       D.  $y = -2x$

**Câu 32:** Điểm biểu diễn của các số phức  $z = n - ni$  với  $n \in \mathbb{R}$ , nằm trên đường thẳng có phương trình là:

- A.  $y = 2x$                       B.  $y = -2x$                       C.  $y = x$                       D.  $y = -x$

**Câu 33:** Cho số phức  $z = a + a^2i$  với  $a \in \mathbb{R}$ . Khi đó điểm biểu diễn của số phức liên hợp của  $z$  nằm trên:

- A. Đường thẳng  $y = 2x$                       B. Đường thẳng  $y = -x + 1$   
 C. Parabol  $y = x^2$                       D. Parabol  $y = -x^2$

## 2. CÁC PHÉP TOÁN VỀ SỐ PHỨC

**Câu 34:** Thu gọn  $z = (2 + 3i)(2 - 3i)$  ta được:

- A.  $z = 4$                       B.  $z = 13$                       C.  $z = -9i$                       D.  $z = 4 - 9i$

**Câu 35:** Thu gọn số phức  $i(2-i)(3+i)$ , ta được:

- A.  $2+5i$                       B.  $1+7i$                       C. 6                      D.  $7i$

**Câu 36:** Số phức  $z = \frac{3-4i}{4-i}$  bằng:

- A.  $\frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$                       B.  $\frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$                       C.  $\frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$                       D.  $\frac{9}{25} - \frac{13}{25}i$

**Câu 37:** Thực hiện phép chia sau  $z = \frac{2+i}{3-2i}$  được kết quả?

- A.  $z = \frac{4}{13} + \frac{7}{13}i$                       B.  $z = \frac{7}{13} + \frac{4}{13}i$                       C.  $z = \frac{4}{13} - \frac{7}{13}i$                       D.  $z = \frac{7}{13} - \frac{4}{13}i$

**Câu 38:** Thu gọn số phức  $z = \frac{3+2i}{1-i} + \frac{1-i}{3+2i}$  ta được:

- A.  $z = \frac{21}{26} + \frac{61}{26}i$                       B.  $z = \frac{23}{26} + \frac{63}{26}i$                       C.  $z = \frac{15}{26} + \frac{55}{26}i$                       D.  $z = \frac{2}{13} + \frac{6}{13}i$

**Câu 39:** Cho số phức  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . Số phức  $1+z+z^2$  bằng:

- A.  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$                       B.  $2 - \sqrt{3}i$                       C. 1                      D. 0

**Câu 40:** Thu gọn số phức  $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$ , ta được số phức:

- A.  $-7 - 6\sqrt{2}i$                       B.  $-7 + 6\sqrt{2}i$                       C.  $7 + 6\sqrt{2}i$                       D.  $11 + 6\sqrt{2}i$

**Câu 41:** Cho số phức  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . Khi đó số phức  $(\bar{z})^2$  bằng:

- A.  $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$                       B.  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$                       C.  $1 + \sqrt{3}i$                       D.  $\sqrt{3} - i$

**Câu 42:** Số phức  $z = 2 - 3i$  thì  $z^3$  bằng:

- A.  $-46 - 9i$                       B.  $46 + 9i$                       C.  $54 - 27i$                       D.  $27 + 24i$

**Câu 43:** Tính số phức sau :  $z = (1+i)^{15}$

- A.  $z = 128 - 128i$                       B.  $z = 128 + 128i$                       C.  $z = -128 + 128i$                       D.  $z = -128 - 128i$

**Câu 44:** Số phức nghịch đảo của số phức  $z = 1 - \sqrt{3}i$  là:

- A.  $\frac{1}{z} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$                       B.  $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$                       C.  $\frac{1}{z} = 1 + \sqrt{3}i$                       D.  $\frac{1}{z} = -1 + \sqrt{3}i$

**Câu 45:** Tìm hai số phức biết rằng tổng của chúng bằng  $4-i$  và tích của chúng bằng  $5(1-i)$ . Đáp số của bài toán là:

- A.  $z_1 = 3+i, z_2 = 1-2i$                       B.  $z_1 = 3+2i, z_2 = 5-2i$   
C.  $z_1 = 3+i, z_2 = 1-2i$                       D.  $z = 1+i, z = 2-3i$

**Câu 46:** Trong C, phương trình  $iz + 2 - i = 0$  có nghiệm là:

- A.  $z = 1 - 2i$                       B.  $z = 2 + i$                       C.  $z = 1 + 2i$                       D.  $z = 4 - 3i$

**Câu 47:** Tìm số phức  $z$  thỏa :  $(3-2i)z + (4+5i) = 7+3i$

- A.  $z = 1$                       B.  $z = -1$                       C.  $z = i$                       D.  $z = -i$

**Câu 48:** Trong C, phương trình  $\frac{4}{z+1} = 1-i$  có nghiệm là:

- A.  $z = 2 - i$                       B.  $z = 3 + 2i$                       C.  $z = 5 - 3i$                       D.  $z = 1 + 2i$

**Câu 49:** Giải phương trình sau tìm  $z$  :  $\frac{z}{4-3i} + 2 - 3i = 5 - 2i$

- A.  $z = 27 + 11i$                       B.  $z = 27 - 11i$                       C.  $z = -27 + 11i$                       D.  $z = -27 - 11i$

**Câu 50:** Nghiệm của phương trình  $(4+7i)z - (5-2i) = 6iz$  là:

- A.  $\frac{18}{7} - \frac{13}{7}i$       B.  $\frac{18}{17} - \frac{13}{17}i$       C.  $\frac{-18}{7} + \frac{13}{17}i$       D.  $\frac{18}{17} + \frac{13}{17}i$

**Câu 51:** Trong  $\mathbb{C}$ , Phương trình  $(2+3i)z = z-1$  có nghiệm là:

- A.  $z = \frac{7}{10} + \frac{9}{10}i$       B.  $z = -\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i$       C.  $z = \frac{2}{5} + \frac{3}{5}i$       D.  $z = \frac{6}{5} - \frac{2}{5}i$

**Câu 52:** Nghiệm của phương trình  $(4+7i)z - (5-2i) = 6iz$  là:

- A.  $\frac{18}{7} - \frac{13}{7}i$       B.  $\frac{18}{17} - \frac{13}{17}i$       C.  $\frac{-18}{7} + \frac{13}{17}i$       D.  $\frac{18}{17} + \frac{13}{17}i$

**Câu 53:** Tìm số phức liên hợp của số phức  $z$  thỏa :  $(1+3i)z - (2+5i) = (2+i)z$

- A.  $\bar{z} = \frac{8}{5} + \frac{9}{5}i$       B.  $\bar{z} = \frac{8}{5} - \frac{9}{5}i$       C.  $\bar{z} = -\frac{8}{5} + \frac{9}{5}i$       D.  $\bar{z} = -\frac{8}{5} - \frac{9}{5}i$

**Câu 54:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$ . Hiệu phần thực và phần ảo của số phức  $z$  là:

- A. 1      B. 0      C. 4      D. 6

**Câu 55:** Phương trình  $(2-i)\bar{z} - 4 = 0$  có nghiệm là:

- A.  $z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$       B.  $z = \frac{4}{5} - \frac{8}{5}i$       C.  $z = \frac{2}{5} + \frac{3}{5}i$       D.  $z = \frac{7}{5} - \frac{3}{5}i$

**Câu 56:** Tập nghiệm của phương trình  $(3-i)\bar{z} - 5 = 0$  là :

- A.  $z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$       B.  $z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$       C.  $z = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$       D.  $z = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$

**Câu 57:** Tìm số phức  $z$  biết rằng  $\frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{1-2i} - \frac{1}{(1+2i)^2}$

- A.  $z = \frac{10}{13} + \frac{35}{26}i$       B.  $z = \frac{8}{25} + \frac{14}{25}i$       C.  $z = \frac{8}{25} + \frac{14}{25}i$       D.  $z = \frac{10}{13} - \frac{14}{25}i$

**Câu 58:** Trong  $\mathbb{C}$ , phương trình  $(iz)(\bar{z} - 2 + 3i) = 0$  có nghiệm là:

- A.  $\begin{cases} z = i \\ z = 2 - 3i \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = 2i \\ z = 5 + 3i \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = -i \\ z = 2 + 3i \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = 3i \\ z = 2 - 5i \end{cases}$

**Câu 59:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $2z - i\bar{z} = 2 + 5i$ . Số phức  $z$  cần tìm là:

- A.  $z = 3 + 4i$       B.  $z = 3 - 4i$       C.  $z = 4 - 3i$       D.  $z = 4 + 3i$

**Câu 60:** Tìm số phức  $z$ , biết:  $(3-i)z - (2+5i)\bar{z} = -10 + 3i$ .

- A.  $z = 2 - 3i$       B.  $z = 2 + 3i$       C.  $z = -2 + 3i$       D.  $z = -2 - 3i$

**Câu 61:** Tìm số phức  $z$ , biết:  $(2-i)z - (5+3i)\bar{z} = -17 + 16i$ .

- A.  $z = 3 + 4i$       B.  $z = 3 - 4i$       C.  $z = -3 + 4i$       D.  $z = -3 - 4i$

**Câu 62:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $z + (2+i)\bar{z} = 3 + 5i$ . Phần thực và phần ảo của  $z$  là:

- A. 2 và -3      B. 2 và 3      C. -2 và 3      D. -3 và 2.

**Câu 63:** Giá trị của:  $i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34}$  là:

- A. 2      B. -2      C. 2i      D. -2i

**Câu 64:** Tính  $z = \frac{1+i^{2017}}{2+i}$ .

- A.  $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$       B.  $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$       C.  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$       D.  $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$

**Câu 65:** Trên tập số phức, tính  $\frac{1}{i^{2017}}$

- A. i      B. -i      C. 1      D. -1



**Câu 66:** Số phức  $z = \frac{i^{2016}}{(1+2i)^2}$  là số phức nào sau đây?

- A.  $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$       B.  $\frac{-3}{25} + \frac{4}{25}i$       C.  $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$       D.  $\frac{-3}{25} - \frac{4}{25}i$

**Số phức liên hợp**

**Câu 67:** Cho số phức  $z = a + bi$ . Số  $z + \bar{z}$  luôn là:

- A. Số thực      B. Số thuần ảo      C. 0      D. 2

**Câu 68:** Cho số phức  $z = a + bi$  với  $b \neq 0$ . Số  $z - \bar{z}$  luôn là:

- A. Số thực      B. Số thuần ảo      C. 0      D. i

**Câu 69:** Cho số phức  $z = a + bi$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.  $z + \bar{z} = 2bi$       B.  $z - \bar{z} = 2a$       C.  $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$       D.  $|z^2| = |z|^2$

**Câu 70:** Cho số phức  $z = a + bi$ . Khi đó số  $\frac{1}{2}(z + \bar{z})$  là:

- A. a      B. 2a      C. Một số thuần ảo      D. i

**Câu 71:** Số phức  $z = (1+3i)(2-i)$  có số phức liên hợp là:

- A.  $\bar{z} = 5 + 5i$       B.  $\bar{z} = 5 - 5i$       C.  $\bar{z} = -5 + 5i$       D.  $\bar{z} = -5 - 5i$

**Câu 72:** Số phức  $z = (2+3i)^3$  có số phức liên hợp là:

- A.  $\bar{z} = 6 + 9i$       B.  $\bar{z} = 6 - 9i$       C.  $\bar{z} = -46 - 9i$       D.  $\bar{z} = -46 + 9i$

**Câu 73:** Số phức  $z = i - (5-i)(2+4i)$  có số phức liên hợp là:

- A.  $\bar{z} = -14 + 17i$       B.  $\bar{z} = -14 - 17i$       C.  $\bar{z} = 14 + 17i$       D.  $\bar{z} = -17i$

**Câu 74:** Số phức  $z = \frac{4-3i}{1-i}$  có số phức liên hợp là:

- A.  $\bar{z} = 3 - 2i$       B.  $\bar{z} = \frac{7}{2} + \frac{1}{2}i$       C.  $\bar{z} = -\frac{7}{2} - \frac{1}{2}i$       D.  $\bar{z} = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}i$

**Câu 75:** Số phức  $z = \frac{1-i}{1+i} - 3 + 4i$  có số phức liên hợp là:

- A.  $\bar{z} = -3$       B.  $\bar{z} = -3i$       C.  $\bar{z} = -3 + 3i$       D.  $\bar{z} = -3 - 3i$

**Phần thực và phần ảo của số phức**

**Câu 76:** Cho số phức  $z = i(2-i)(3+i)$ . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

- A. 1 và 7      B. 1 và 7i      C. -1 và 7      D. -1 và 7i

**Câu 77:** Phần thực và phần ảo số phức:  $z = (1+2i)i$  lần lượt là :

- A. -2 và i      B. -2 và 1      C. 1 và -2i      D. 2 và 1

**Câu 78:** Số phức  $z = 4 - 3i + \frac{5+4i}{3+6i}$  có phần thực và phần ảo lần lượt là :

- A.  $\frac{73}{15}, -\frac{17}{15}$       B.  $-\frac{17}{15}, \frac{73}{15}$       C.  $-\frac{73}{15}, \frac{17}{15}$       D.  $\frac{17}{15}, -\frac{17}{15}$

**Câu 79:** Cho số phức  $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$ . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

- A. -7 và  $6\sqrt{2}i$       B. 7 và  $6\sqrt{2}$       C. -7 và  $6\sqrt{2}$       D. 7 và  $6\sqrt{2}i$

**Câu 80:** Cho số phức  $z = 2 - 3i$ . Tìm phần thực và phần ảo của số phức  $z^3$  là ?

- A. 46 và -9i      B. -46 và -9i      C. 46 và -9i      D. -46 và -9

**Câu 81:** Số phức nào sau đây là số thực:

- A.  $z = \frac{1-2i}{3-4i} + \frac{1+2i}{3-4i}$       B.  $z = \frac{1+2i}{3-4i} + \frac{1-2i}{3+4i}$   
C.  $z = \frac{1-2i}{5-4i} - \frac{1+2i}{3+4i}$       D.  $z = \frac{1+2i}{3-4i} - \frac{1-2i}{3+4i}$

**Câu 82:** Cho số phức  $u = a + bi$  và  $v = a' + b'i$ . Số phức  $u.v$  có phần thực là:

- A.  $a + a'$  B.  $aa'$  C.  $aa' - b.b'$  D.  $2b.b'$

**Câu 83:** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Số phức  $\frac{z}{z'}$  có phần thực là:

- A.  $\frac{aa' + bb'}{a^2 + b^2}$  B.  $\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2}$  C.  $\frac{a + a'}{a^2 + b^2}$  D.  $\frac{2bb'}{a'^2 + b'^2}$

**Câu 84:** Cho số phức  $z = a + bi$ . Số phức  $z^2$  có phần thực là :

- A.  $a^2 + b^2$  B.  $a^2 - b^2$  C.  $a + b$  D.  $a - b$

**Câu 85:** Cho số phức  $z = a + bi$ . Số phức  $z^2$  có phần ảo là :

- A.  $ab$  B.  $2a^2b^2$  C.  $a^2b^2$  D.  $2ab$

**Câu 86:** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Số phức  $zz'$  có phần thực là:

- A.  $a + a'$  B.  $aa'$  C.  $aa' - bb'$  D.  $2bb'$

**Câu 87:** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Số phức  $zz'$  có phần ảo là:

- A.  $aa' + bb'$  B.  $ab' + a'b$  C.  $ab + a'b'$  D.  $2(aa' + bb')$

**Câu 88:** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Điều kiện để  $zz'$  là một số thực là:

- A.  $aa' + bb' = 0$  B.  $aa' - bb' = 0$  C.  $ab' + a'b = 0$  D.  $ab' - a'b = 0$

**Câu 89:** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Điều kiện giữa  $a, b, a', b'$  để  $z.z'$  là một số thuần ảo là:

- A.  $aa' = bb'$  B.  $aa' = -bb'$  C.  $a' + a' = b + b'$  D.  $a' + a' = 0$

**Câu 90:** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Điều kiện giữa  $a, b, a', b'$  để  $z + z'$  là một số thực là:

- A.  $\begin{cases} a, a' \in \mathbb{R} \\ b + b' = 0 \end{cases}$  B.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b, b' \in \mathbb{R} \end{cases}$  C.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b = b' \end{cases}$  D.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' = 0 \end{cases}$

**Câu 91:** Cho hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$ . Điều kiện giữa  $a, b, a', b'$  để  $z + z'$  là một số thuần ảo là:

- A.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' = 0 \end{cases}$  B.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b, b' \in \mathbb{R} \end{cases}$  C.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b = b' \end{cases}$  D.  $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' \neq 0 \end{cases}$

**Câu 92:** Cho số phức  $z = a + bi \neq 0$ . Số phức  $\frac{1}{z}$  có phần thực là:

- A.  $a + b$  B.  $a - b$  C.  $\frac{a}{a^2 + b^2}$  D.  $\frac{-b}{a^2 + b^2}$

**Câu 93:** Cho số phức  $z = a + bi \neq 0$ . Số phức  $\frac{1}{z}$  có phần ảo là :

- A.  $a^2 + b^2$  B.  $a^2 - b^2$  C.  $\frac{a}{a^2 + b^2}$  D.  $\frac{-b}{a^2 + b^2}$

**Câu 94:** Cho số phức  $z = a + bi$ . Để  $z^3$  là một số thuần ảo, điều kiện của  $a$  và  $b$  là:

- A.  $ab = 0$  B.  $b^2 = 3a^2$  C.  $\begin{cases} a = 0 \vee b \neq 0 \\ a \neq 0 \vee a^2 = 3b^2 \end{cases}$  D.  $\begin{cases} a \neq 0 \vee b = 0 \\ b \neq 0 \vee a^2 = b^2 \end{cases}$

**Câu 95:** Cho số phức  $z = x + yi \neq 1$ . ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Phần ảo của số  $\frac{z+1}{z-1}$  là:

- A.  $\frac{-2x}{(x-1)^2 + y^2}$  B.  $\frac{-2y}{(x-1)^2 + y^2}$  C.  $\frac{xy}{(x-1)^2 + y^2}$  D.  $\frac{x+y}{(x-1)^2 + y^2}$

**Câu 96:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$ . Phần thực và phần ảo của  $z$  là:

- A. 2; 3 B. 2; -3 C. -2; 3 D. -2; -3

**Câu 97:** Cho số phức  $z = x + yi$  ( $z \neq 1$ ;  $x, y \in \mathbb{R}$ ). Phần ảo của số phức  $\frac{z+1}{z-1}$  là:

- A.  $\frac{-2x}{(x-1)^2 + y^2}$  B.  $\frac{-2y}{(x-1)^2 + y^2}$  C.  $\frac{xy}{(x-1)^2 + y^2}$  D.  $\frac{x+y}{(x-1)^2 + y^2}$

**Câu 98:** Cho  $(x + 2i)^2 = yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Giá trị của  $x$  và  $y$  là:

- A.  $x = 2, y = 8$  hoặc  $x = -2, y = -8$       B.  $x = 3, y = 12$  hoặc  $x = -3, y = -12$   
 C.  $x = 1, y = 4$  hoặc  $x = -1, y = -4$       D.  $x = 4, y = 16$  hoặc  $x = -4, y = -16$

**Câu 99:** Cho  $(x + 2i)^2 = 3x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Giá trị của  $x$  và  $y$  là:

- A.  $x = 1, y = 2$  hoặc  $x = -1, y = -2$       B.  $x = -1, y = -4$  hoặc  $x = 4, y = 16$   
 C.  $x = 2, y = 5$  hoặc  $x = 3, y = -4$       D.  $x = 6, y = 1$  hoặc  $x = 0, y = 4$

### Mô đun

**Câu 100:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $z + 5 = 0$ . Khi đó  $z$  có mô đun là:

- A. 0      B.  $\sqrt{26}$       C.  $\sqrt{5}$       D. 5

**Câu 101:** Số phức  $z = 4 + i - (2 + 3i)(1 - i)$  có mô đun là:

- A. 2      B. 0      C. 1      D. -2

**Câu 102:** Số phức  $z = (1 - i)^2$  có mô đun là:

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 4

**Câu 103:** Số phức  $z = (1 + i)^3$  có mô đun bằng:

- A.  $|z| = 2\sqrt{2}$       B.  $|z| = \sqrt{2}$       C.  $z = 0$       D.  $z = -2\sqrt{2}$

**Câu 104:** Cho số phức  $z = 3 + 4i$ . Khi đó mô đun của  $\frac{1}{z}$  là:

- A.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 105:** Cho hai số phức  $z = 2 + 3i$  và  $z' = 1 - 2i$ . Tính mô đun của số phức  $z + z'$ .

- A.  $|z + z'| = \sqrt{10}$       B.  $|z + z'| = 2\sqrt{2}$       C.  $|z + z'| = 2$       D.  $|z + z'| = 2\sqrt{10}$

**Câu 106:** Cho hai số phức  $z = 3 - 4i$  và  $z' = 4 - 2i$ . Tính mô đun của số phức  $z - z'$ .

- A.  $|z - z'| = \sqrt{3}$       B.  $|z - z'| = \sqrt{5}$       C.  $|z - z'| = 1$       D. Kết quả khác

**Câu 107:** Cho số phức:  $z = \sqrt{2} + i\sqrt{3}$ . Khi đó giá trị  $|z \cdot \bar{z}|$  là:

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 5

**Câu 108:** Cho hai số phức:  $z_1 = 1 + 2i, z_2 = -2 - i$  Khi đó giá trị  $|z_1 \cdot z_2|$  là:

- A. 5      B.  $2\sqrt{5}$       C. 25      D. 0

**Câu 109:** Cho hai số phức:  $z_1 = 6 + 8i, z_2 = 4 + 3i$  Khi đó giá trị  $|z_1 - z_2|$  là:

- A. 5      B.  $\sqrt{29}$       C. 10      D. 2

**Câu 110:** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - i$ , kết luận nào sau đây là sai:

- A.  $\frac{z_1}{z_2} = i$       B.  $z_1 + z_2 = 2$       C.  $|z_1 \cdot z_2| = 2$       D.  $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$

**Câu 111:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $\bar{z}(1 + 2i) = 7 + 4i$ . Tìm mô đun số phức  $\omega = z + 2i$ .

- A. 4      B.  $\sqrt{17}$       C.  $\sqrt{24}$       D. 5

**Câu 112:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $2z + 3(1 - i)\bar{z} = 1 - 9i$ . Mô đun của  $z$  bằng:

- A.  $\sqrt{13}$       B.  $\sqrt{82}$       C.  $\sqrt{5}$       D. 13.

**Câu 113:** Cho số phức  $z$  có phần ảo gấp hai phần thực và  $|z + 1| = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ . Khi đó mô đun của  $z$  là:

- A. 4      B. 6      C.  $2\sqrt{5}$       D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

**Câu 114:** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn:  $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$  và  $z \cdot \bar{z} = 25$ .

- A.  $z = 3 + 4i$  hoặc  $z = 5$  B.  $z = -3 + 4i$  hoặc  $z = -5$   
C.  $z = 3 - 4i$  hoặc  $z = 5$  D.  $z = 4 + 5i$  hoặc  $z = 3$

**Câu 115:** Cho số phức  $z = a + bi$ . Tìm mệnh đề đúng:

- A.  $z + \bar{z} = 2bi$  B.  $z - \bar{z} = 2a$  C.  $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$  D.  $|z^2| = |z|^2$

**Câu 116:** Cho số phức  $z = \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$ . Trong các kết luận sau kết luận nào đúng?

- A.  $z \in \mathbb{R}$ . B.  $z$  là số thuần ảo.  
C. Mô đun của  $z$  bằng 1 D.  $z$  có phần thực và phần ảo đều bằng 0.

**Câu 117:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $\bar{z} = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$ . Tìm môđun của  $\bar{z} + iz$ .

- A.  $8\sqrt{2}$  B.  $4\sqrt{2}$  C. 8 D. 4

**Câu 118:** Tìm số phức  $z$ , biết:  $|z| + z = 3 + 4i$

- A.  $z = -\frac{7}{6} + 4i$  B.  $z = -\frac{7}{6} - 4i$  C.  $z = \frac{7}{6} - 4i$  D.  $z = -7 + 4i$

**Câu 119:** Cho số phức  $z$  có phần thực là số nguyên và  $z$  thỏa mãn:  $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$ . Tính môđun của số phức:  $w = 1 - z + z^2$ .

- A.  $|w| = \sqrt{37}$  B.  $|w| = \sqrt{457}$  C.  $|w| = \sqrt{425}$  D.  $|w| = \sqrt{445}$

### Điểm biểu diễn, tập hợp điểm biểu diễn số phức

**Câu 120:** Điểm biểu diễn số phức  $z = \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$  có tọa độ là

- A. (1;-4) B. (-1;-4) C. (1;4) D. (-1;4)

**Câu 121:** Điểm biểu diễn của số phức  $z = \frac{1}{2-3i}$  là:

- A. (2; -3) B.  $(\frac{2}{13}; \frac{3}{13})$  C. (3; -2) D. (4; -1)

**Câu 122:** Điểm M biểu diễn số phức  $z = \frac{3+4i}{i^{2019}}$  có tọa độ là :

- A. M(4;-3) B. (3;-4) C. (3;4) D. (4;3)

**Câu 123:** Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức

$z_1 = -1 + 3i; z_2 = 1 + 5i; z_3 = 4 + i$ . Số phức biểu diễn điểm D sao cho tứ giác ABCD là một hình bình hành là:

- A.  $2 + 3i$  B.  $2 - i$  C.  $2 + 3i$  D.  $3 + 5i$

**Câu 124:** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z - i| = 1$  là:

- A. Một đường thẳng B. Một đường tròn C. Một đoạn thẳng D. Một hình vuông

**Câu 125:** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z - 1 + 2i| = 4$  là:

- A. Một đường thẳng B. Một đường tròn C. Một đoạn thẳng D. Một hình vuông

**Câu 126:** Giả sử  $M(z)$  là điểm trên mặt phẳng phức biểu diễn số phức  $z$ . Tập hợp các điểm  $M(z)$  thỏa mãn điều kiện sau đây:  $|z - 1 + i| = 2$  là một đường tròn:

- A. Có tâm  $(-1; -1)$  và bán kính là 2 B. Có tâm  $(1; -1)$  và bán kính là  $\sqrt{2}$   
C. Có tâm  $(-1; 1)$  và bán kính là 2 D. Có tâm  $(1; -1)$  và bán kính là 2

**Câu 127:** Giả sử  $M(z)$  là điểm trên mặt phẳng phức biểu diễn số phức  $z$ . Tập hợp các điểm  $M(z)$  thỏa mãn điều kiện sau đây:  $|2 + z| = |1 - i|$  là một đường thẳng có phương trình là:

- A.  $-4x + 2y + 3 = 0$  B.  $4x + 2y + 3 = 0$  C.  $4x - 2y - 3 = 0$  D.  $2x + y + 2 = 0$

**Câu 128:** Tập hợp các điểm nằm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện sau đây:  $|z + \bar{z} + 3| = 4$  là hai đường thẳng:

- A.  $x = \frac{1}{2}$  và  $x = \frac{7}{2}$       B.  $x = -\frac{1}{2}$  và  $x = -\frac{7}{2}$       C.  $x = \frac{1}{2}$  và  $x = -\frac{7}{2}$       D.  $x = -\frac{1}{2}$  và  $x = \frac{7}{2}$

**Câu 129:** Tập hợp các điểm nằm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện sau đây:  $|z + \bar{z} + 1 - i| = 2$  là hai đường thẳng:

- A.  $y = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$  và  $y = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$       B.  $y = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$  và  $y = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$   
C.  $y = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$  và  $y = -\frac{1+\sqrt{3}}{2}$       D. Kết quả khác

**Câu 130:** Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $z^2$  là một số thực âm là:

- A. Trục hoành (trừ gốc tọa độ O)      B. Đường thẳng  $y = x$  (trừ gốc tọa độ O)  
C. Trục tung (trừ gốc tọa độ O)      D. Đường thẳng  $y = -x$  (trừ gốc tọa độ O)

### 3: PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VỚI HỆ SỐ THỰC

**Câu 131:** Căn bậc hai của  $-1$  là:

- A.  $-1$       B.  $i$       C.  $-i$       D.  $\pm i$

**Câu 132:** Số phức  $-\sqrt{3}i$  là căn bậc hai của số phức nào sau đây:

- A.  $-1-2i$       B.  $2i+1$       C.  $-3$       D.  $-\sqrt{3}$

**Câu 133:** Trong  $\mathbb{C}$ , cho phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  (\*) ( $a \neq 0$ ).

Gọi  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Ta xét các mệnh đề:

Nếu  $\Delta$  là số thực âm thì phương trình (\*) vô nghiệm

Nếu  $\Delta \neq 0$  thì phương trình có hai nghiệm số phân biệt

Nếu  $\Delta = 0$  thì phương trình có một nghiệm kép

Trong các mệnh đề trên:

- A. Không có mệnh đề nào đúng      B. Có một mệnh đề đúng  
C. Có hai mệnh đề đúng      D. Cả ba mệnh đề đều đúng

**Câu 134:** Phương trình  $z^2 + 2z + 3 = 0$  có 2 nghiệm phức là :

- A.  $z_1 = -1 - \sqrt{2}i$ ,  $z_2 = -1 + \sqrt{2}i$       B.  $z_1 = -1 - \sqrt{2}i$ ,  $z_2 = -1 + \sqrt{2}i$   
C.  $z_1 = -1 + \sqrt{2}i$ ,  $z_2 = 1 + \sqrt{2}i$       D.  $z_1 = 1 - \sqrt{2}i$ ,  $z_2 = 1 + \sqrt{2}i$

**Câu 135:** Phương trình  $2z^2 + z + 5 = 0$  có 2 nghiệm phức là :

- A.  $-\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{39}}{4}i$ ;  $-\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{39}}{4}i$       B.  $-\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{39}}{4}i$ ;  $-\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{39}}{4}i$   
C.  $-\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{39}}{4}i$ ;  $-\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{39}}{4}i$       D.  $-\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{39}}{4}i$ ;  $\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{39}}{4}i$

**Câu 136:** Nghiệm của phương trình  $2z^2 + 3z + 4 = 0$  trên tập số phức

- A.  $z_1 = \frac{-3+\sqrt{23}i}{4}$ ;  $z_2 = \frac{-3-\sqrt{23}i}{4}$       B.  $z_1 = \frac{3+\sqrt{23}i}{4}$ ;  $z_2 = \frac{-3-\sqrt{23}i}{4}$   
C.  $z_1 = \frac{-3+\sqrt{23}i}{4}$ ;  $z_2 = \frac{3-\sqrt{23}i}{4}$       D.  $z_1 = \frac{3+\sqrt{23}i}{4}$ ;  $z_2 = \frac{3-\sqrt{23}i}{4}$

**Câu 137:** Phương trình bậc hai với các nghiệm:  $z_1 = \frac{-1-5i\sqrt{5}}{3}$ ,  $z_2 = \frac{-1+5i\sqrt{5}}{3}$  là:

- A.  $z^2 - 2z + 9 = 0$       B.  $3z^2 + 2z + 42 = 0$       C.  $2z^2 + 3z + 4 = 0$       D.  $z^2 + 2z + 27 = 0$

**Câu 138:** Phương trình  $z^2 + 4 = 0$  có nghiệm là:

- A.  $\begin{cases} z = 2i \\ z = -2i \end{cases}$       B.  $\begin{cases} z = 1+2i \\ z = 1-2i \end{cases}$       C.  $\begin{cases} z = 1+i \\ z = 3-2i \end{cases}$       D.  $\begin{cases} z = 5+2i \\ z = 3-5i \end{cases}$

**Câu 139:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  lần lượt là nghiệm của phương trình:  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $|z_1| + |z_2|$

- A.  $2\sqrt{5}$                       B. 10                      C. 3                      D. 6

**Câu 140:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  lần lượt là nghiệm của phương trình:  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Tính  $|z_1|^2 + |z_2|^2$

- A. 15                      B. 20                      C. 100                      D. 50

**Câu 141:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $P = z_1^4 + z_2^4$

- A. -14                      B. 14                      C. -14i                      D. 14i

**Câu 142:** Cho số phức  $z$  có phần ảo âm và thỏa mãn  $z^2 - 3z + 5 = 0$ . Tìm mô đun của số phức:  $\omega = 2z - 3 + \sqrt{14}$

- A. 4                      B.  $\sqrt{17}$                       C.  $\sqrt{24}$                       D. 5

**Câu 143:** Tìm hai số phức có tổng và tích lần lượt là -6 và 10.

- A.  $-3-i$  và  $-3+i$                       B.  $-3+2i$  và  $-3+8i$   
C.  $-5+2i$  và  $-1-5i$                       D.  $4+4i$  và  $4-4i$

**Câu 144:** Cho số phức  $z = 2 + 3i$  và  $\bar{z}$  là số phức liên hợp của  $z$ . Phương trình bậc hai nhận  $z$  và  $\bar{z}$  làm nghiệm là:

- A.  $z^2 - 4z + 13 = 0$                       B.  $z^2 + 4z + 13 = 0$                       C.  $z^2 - 4z - 13 = 0$                       D.  $z^2 + 4z - 13 = 0$

**Câu 145:** Cho số phức  $z = 3 + 4i$  và  $\bar{z}$  là số phức liên hợp của  $z$ . Phương trình bậc hai nhận  $z$  và  $\bar{z}$  làm nghiệm là:

- A.  $z^2 - 6z + 25 = 0$                       B.  $z^2 + 6z - 25 = 0$                       C.  $z^2 - 6z + \frac{3}{2}i = 0$                       D.  $z^2 - 6z + \frac{1}{2} = 0$

**Câu 146:** Cho phương trình  $z^2 + bz + c = 0$ . Nếu phương trình nhận  $z = 1 + i$  làm một nghiệm thì  $b$  và  $c$  bằng ( $b, c$  là số thực):

- A.  $b = 3, c = 5$                       B.  $b = 1, c = 3$                       C.  $b = 4, c = 3$                       D.  $b = -2, c = 2$

**Câu 147:** Cho phương trình  $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ . Nếu  $z = 1 + i$  và  $z = 2$  là hai nghiệm của phương trình thì  $a, b, c$  bằng ( $a, b, c$  là số thực):

- A.  $\begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 4 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \\ c = 1 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases}$

**Câu 148:** Số phức  $-2$  là nghiệm của phương trình nào sau đây:

- A.  $z^2 + 2z + 9 = 0$                       B.  $z^4 + 7z^2 + 10 = 0$                       C.  $z + i = -2 - i(z + 1)$                       D.  $2\bar{z} - 3i = 5 - i$

**Câu 149:** Trong  $\mathbb{C}$ , phương trình  $z^3 + 1 = 0$  có nghiệm là:

- A. -1                      B.  $-1; \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$                       C.  $-1; \frac{5 \pm i\sqrt{3}}{4}$                       D.  $-1; \frac{2 \pm i\sqrt{3}}{2}$

**Câu 150:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z + \frac{1}{z} = -1$ . Giá trị của  $P = z_1^3 + z_2^3$  là:

- A.  $P = 0$                       B.  $P = 1$                       C.  $P = 2$                       D.  $P = 3$

**Câu 151:** Biết số phức  $z$  thỏa phương trình  $z + \frac{1}{z} = 1$ . Giá trị của  $P = z^{2016} + \frac{1}{z^{2016}}$  là:

- A.  $P = 0$                       B.  $P = 1$                       C.  $P = 2$                       D.  $P = 3$

**Câu 152:** Tập nghiệm của phương trình  $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$  là:

- A.  $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}; -2i; 2i\}$                       B.  $\{-\sqrt{2}i; \sqrt{2}i; -2; 2\}$   
C.  $\{-2; 2; -4i; 4i\}$                       D.  $\{-2; 2; -4i; 4i\}$

**Câu 153:** Tập nghiệm của phương trình:  $(z^2 + 9)(z^2 - z + 1) = 0$  là:

- A.  $\left\{ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right\}$                       B.  $\left\{ \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right\}$   
C.  $\left\{ -3; \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2} \right\}$                       D.  $\left\{ -3i; 3i; \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right\}$

**Câu 154:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 10 = 0$ . Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  và số phức  $k = x + yi$  trên mặt phẳng phức. Để tam giác MNP đều thì số phức k là:

- A.  $k = 1 + \sqrt{27}$  hay  $k = 1 - \sqrt{27}$       B.  $k = 1 + \sqrt{27}i$  hay  $k = 1 - \sqrt{27}i$   
 C.  $k = \sqrt{27} - i$  hay  $k = \sqrt{27} + i$       D. Một đáp số khác.

**Câu 155:** Hãy chọn một đáp án là nghiệm của phương trình sau trên tập số phức  $2z^4 + 3z^2 - 5 = 0$

- A.  $z_1 = 1; z_2 = -1; z_3 = \sqrt{\frac{5}{2}}i; z_4 = -\sqrt{\frac{5}{2}}i$       B.  $z_1 = i; z_2 = -1; z_3 = \sqrt{\frac{5}{2}}i; z_4 = -\sqrt{\frac{5}{2}}i$   
 C.  $z_1 = 1; z_2 = -i; z_3 = \sqrt{\frac{5}{2}}i; z_4 = -\sqrt{\frac{5}{2}}i$       D.  $z_1 = 1; z_2 = -1; z_3 = \sqrt{5}i; z_4 = -\sqrt{\frac{5}{2}}i$

**Câu 156:** Phương trình  $z^2 + |z| = 0$  có mấy nghiệm trong tập số phức:

- A. Có 1 nghiệm      B. Có 2 nghiệm      C. Có 3 nghiệm      D. Có 4 nghiệm

**Câu 157:** Gọi  $z_1$  là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình  $z^2 + 2z + 3 = 0$ . Tọa độ điểm M biểu diễn số phức  $z_1$  là:

- A.  $M(-1; 2)$       B.  $M(-1; -2)$       C.  $M(-1; -\sqrt{2})$       D.  $M(-1; -\sqrt{2}i)$

**Câu 158:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 4z + 9 = 0$ . Gọi M, N là các điểm biểu diễn của  $z_1$  và  $z_2$  trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của MN là:

- A.  $MN = 4$       B.  $MN = 5$       C.  $MN = -2\sqrt{5}$       D.  $MN = 2\sqrt{5}$

**Câu 159:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là các nghiệm của phương trình  $z^2 - 4z + 9 = 0$ . Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  và số phức  $k = x + iy$  trên mặt phẳng phức. Khi đó tập hợp điểm P trên mặt phẳng phức để tam giác MNP vuông tại P là:

- A. Đường thẳng có phương trình  $y = x - \sqrt{5}$   
 B. Là đường tròn có phương trình  $x^2 - 2x + y^2 - 8 = 0$   
 C. Là đường tròn có phương trình  $x^2 - 2x + y^2 - 8 = 0$ , nhưng không chứa M, N.  
 D. Là đường tròn có phương trình  $x^2 - 2x + y^2 - 1 = 0$ , nhưng không chứa M, N.





## PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

### I. KIẾN THỨC CẦN BẢN

#### 1. Tọa độ của véc tơ và tọa độ của điểm

- Véc tơ  $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
- Điểm  $M = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
- Véc tơ  $\vec{0} = (0; 0; 0)$
- Điểm  $A = (x_A; y_A; z_A); B = (x_B; y_B; z_B); C = (x_C; y_C; z_C)$  thì  
 $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$  và  $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$
- Tọa độ trung điểm I của AB:  $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}; z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$
- Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC:  
 $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$

#### 2. Các phép toán

Cho  $\vec{u} = (x; y; z); \vec{v} = (x'; y'; z')$  thì

- $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y'; z \pm z'); k\vec{u} = (kx; ky; kz); \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$
- $\vec{u}$  cùng phương với  $\vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = kx' \\ y = ky' \\ z = kz' \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'} \quad (x'.y'.z' \neq 0)$

#### 3. Tích vô hướng và tích có hướng của hai véc tơ

Trong không gian Oxyz cho  $\vec{u} = (x; y; z); \vec{v} = (x'; y'; z')$

##### 3.1. Tích vô hướng của hai véc tơ

- Định nghĩa: Tích vô hướng của hai véc tơ là một số:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$
- Biểu thức tọa độ:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = x.x' + y.y' + z.z'; \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow x.x' + y.y' + z.z' = 0$
- Độ dài véc tơ:  $|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- Góc giữa hai véc tơ:  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{x.x' + y.y' + z.z'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}$

##### 3.2. Tích có hướng của hai véc tơ

- Định nghĩa: Tích có hướng của hai véc tơ là một véc tơ và được tính như sau

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \begin{pmatrix} y & z \\ y' & z' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z & x \\ z' & x' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix} = (yz' - y'z; zx' - z'x; xy' - x'y)$$

- Tính chất:

- o  $[\vec{u}, \vec{v}] \perp \vec{u}; [\vec{u}, \vec{v}] \perp \vec{v}$
- o  $\vec{u}$  cùng phương với  $\vec{v} \Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$

- Ứng dụng của tích có hướng:

- o  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  đồng phẳng  $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0$  (\*) (ba véc tơ có giá song song hoặc nằm trên một mặt phẳng).

- o  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  không đồng phẳng  $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} \neq 0$  (\*).
- o Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng  $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0$  (\*) (bốn điểm nằm trên một mặt phẳng).
- o Bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng  $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$  (\*) (bốn đỉnh của một tứ diện).
- o Diện tích hình bình hành:  $S_{ABCD} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]|$  (\*)
- o Diện tích tam giác:  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|$  (\*);  $S_{\triangle ABC} = \sqrt{\overrightarrow{AB}^2 \cdot \overrightarrow{AC}^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$
- o Thể tích khối hộp:  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'}|$  (\*)
- o Thể tích tứ diện:  $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|$  (\*)

#### 4. Phương trình mặt cầu

Dạng 1:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$  (1), mặt cầu tâm I(a; b; c) và bán kính R.

Dạng 2:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2Ax - 2By - 2Cz + D = 0$  (2), với điều kiện  $A^2 + B^2 + C^2 - D > 0$  là

phương trình mặt cầu có tâm I(A; B; C) và bán kính  $R = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - D}$ .

#### 5. Phương trình mặt phẳng

- Véc tơ  $\vec{n} \neq \vec{0}$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  được gọi là VTPT của mặt phẳng  $(\alpha)$ .
- Nếu  $\vec{u}, \vec{v}$  là hai véc tơ không cùng phương có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng  $(\alpha)$  thì  $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{n}$  là một VTPT của mặt phẳng  $(\alpha)$ .
- Nếu ba điểm A, B, C không thẳng hàng thì  $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \vec{n}$  là một VTPT của mặt phẳng (ABC).
- Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M_o(x_0; y_0; z_0)$  và có VTPT  $\vec{n} = (A; B; C)$  có phương trình 
$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (**).$$

- Phương trình dạng  $Ax + By + Cz + D = 0$  được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng với VTPT  $\vec{n} = (A; B; C)$ .

#### 6. Phương trình đường thẳng

- Véc tơ  $\vec{u} \neq \vec{0}$  có giá song song hoặc trùng với đường thẳng  $\Delta$  được gọi là VTCP của đường thẳng  $\Delta$ .
- Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M_o(x_0; y_0; z_0)$  và có VTCP  $\vec{u} = (a; b; c)$ , khi đó

+ Phương trình tham số là: 
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}; (t \in \mathbb{R}), t \text{ gọi là tham số.}$$

+ Phương trình chính tắc là: 
$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \quad (abc \neq 0).$$

- Nếu hai mặt phẳng  $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$  và  $(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$  giao nhau thì

hệ phương trình: 
$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$$
 được gọi là phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  trong

không gian.

#### 7. Khoảng cách

##### 7.1. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng

Cho điểm  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  và mp( $\alpha$ ):  $Ax + By + Cz + D = 0$  thì:

$$d(M_0; (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

## 7.2. Khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng song song

Cho đường thẳng  $\Delta \parallel (\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ ,  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  là một điểm thuộc  $\Delta$

$$d(\Delta, (\alpha)) = d(M_0; (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

## 7.3. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

Cho hai mặt phẳng song song  $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$  và  $(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ , khi đó

$$d((\alpha), (\beta)) = d(M_0; (\beta)) = \frac{|A'x_0 + B'y_0 + C'z_0 + D'|}{\sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$$

trong đó  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  là một điểm  $\in (\alpha)$

## 7.4. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ điểm  $M(x_M; y_M; z_M)$  đến đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad M_0(x_0; y_0; z_0) \in \Delta, VTCP \vec{u} = (a; b; c); \text{ được tính bởi CT:}$$

$$d(M, \Delta) = \frac{|\vec{u}, \overrightarrow{M_0M}|}{|\vec{u}|}$$

## 7.5. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Nếu đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  và có VTCP  $\vec{u} = (a; b; c)$

Đường thẳng  $\Delta'$  đi qua điểm  $M'_0(x'_0; y'_0; z'_0)$  và có VTCP  $\vec{u}' = (a'; b'; c')$  thì

$$d(\Delta, \Delta') = \frac{|\vec{u}, \vec{u}'| \cdot |\overrightarrow{M_0M'_0}|}{|\vec{u}, \vec{u}'|}$$

Lưu ý: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm nằm trên đường thẳng này đến đường thẳng còn lại, nghĩa là

$$d(\Delta, \Delta') = d(M_0, \Delta') = \frac{|\vec{u}, \overrightarrow{M_0M'_0}|}{|\vec{u}|}, \quad M_0 \in \Delta.$$

## 8. Vị trí tương đối

### 8.1. Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Cho  $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$  và  $(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$  khi đó

$$(\alpha) \parallel (\beta) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = k\vec{n}' \\ D \neq kD' \end{cases} \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'} \quad (A', B', C', D' \text{ đều khác } 0)$$

$$+ (\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = k\vec{n'} \\ D = kD' \end{cases} \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'} \quad (A', B', C', D' \text{ đều khác } 0)$$

$$+ (\alpha) \text{ và } (\beta) \text{ cắt nhau} \Leftrightarrow \vec{n} \neq k\vec{n'} \Leftrightarrow (A:B:C) \neq (A':B':C')$$

$$+ (\alpha) \text{ và } (\beta) \text{ vuông góc với nhau} \quad \vec{n} \cdot \vec{n'} = 0 \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$$

## 8.2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

$$\text{Cho hai đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}; M_0(x_0; y_0; z_0) \in \Delta, VTCP \vec{u} = (a; b; c)$$

$$\Delta': \begin{cases} x = x'_0 + a't' \\ y = y'_0 + b't' \\ z = z'_0 + c't' \end{cases}; M'_0(x'_0; y'_0; z'_0) \in \Delta', VTCP \vec{u'} = (a'; b'; c')$$

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} x_0 + at = x'_0 + a't' \\ y_0 + bt = y'_0 + b't' \\ z_0 + ct = z'_0 + c't' \end{cases} \quad (I), \text{ khi đó}$$

$$+ \Delta \equiv \Delta' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} = k\vec{u'} \\ M_0 \in \Delta' \quad (M'_0 \in \Delta) \end{cases}, \text{ hay hệ phương trình (I) có vô số nghiệm.}$$

$$+ \Delta \parallel \Delta' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} = k\vec{u'} \\ M_0 \notin \Delta' \quad (M'_0 \notin \Delta) \end{cases}, \text{ hay } \vec{u} = k\vec{u'} \text{ và hệ (I) vô nghiệm.}$$

$$+ \Delta \text{ và } \Delta' \text{ cắt nhau} \Leftrightarrow \vec{u} \neq k\vec{u'} \text{ và hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất (hay } [\vec{u}, \vec{u'}] \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} = 0).$$

$$+ \Delta \text{ và } \Delta' \text{ chéo nhau} \Leftrightarrow \vec{u} \neq k\vec{u'} \text{ và hệ phương trình (I) vô nghiệm (hay } [\vec{u}, \vec{u'}] \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} \neq 0)$$

## 8.3. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

$$\text{Cho đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}; M_0(x_0; y_0; z_0) \in \Delta, VTCP \vec{u} = (a; b; c) \text{ và mặt phẳng}$$

$$(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0 \text{ có VTPT } \vec{n} = (A; B; C).$$

$$\text{Xét phương trình } A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D = 0 (*) \text{ ẩn là } t, \text{ khi đó}$$

$$+ \Delta \parallel (\alpha) \Leftrightarrow \text{phương trình } (*) \text{ vô nghiệm } (\vec{u} \cdot \vec{n} = 0, M_0 \notin (\alpha))$$

$$+ \Delta \subset (\alpha) \Leftrightarrow \text{phương trình } (*) \text{ có vô số nghiệm } (\vec{u} \cdot \vec{n} = 0, M_0 \in (\alpha))$$

$$+ \Delta \text{ và } (\alpha) \text{ cắt nhau tại một điểm} \Leftrightarrow \text{phương trình } (*) \text{ có nghiệm duy nhất } (\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0)$$

$$\text{Lưu ý: } \Delta \perp (\alpha) \Leftrightarrow \vec{u} = k\vec{n}$$

## 8.4. Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu

$$\text{Cho mặt phẳng } (\alpha): Ax + By + Cz + D = 0 \text{ và mặt cầu } (S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

$$(S) \text{ có tâm } I(a; b; c), \text{ bán kính } R. \text{ Gọi } d = d(I; (\alpha)) = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

+ Nếu  $d > R \Rightarrow (\alpha)$  và (S) không giao nhau.

+ Nếu  $d = R \Rightarrow (\alpha)$  và (S) tiếp xúc nhau tại một điểm H. ( $(\alpha)$  gọi là tiếp diện của mặt cầu (S)).

+ Nếu  $d < R \Rightarrow (\alpha)$  và (S) cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn (C) có bán kính

$r = \sqrt{R^2 - d^2}$  và có tâm H là hình chiếu vuông góc của I trên  $(\alpha)$ .

Lưu ý: Để tìm tọa độ tâm H của đường tròn (C) ta làm như sau

- Lập phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua I và vuông góc với  $(\alpha)$ .

- Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ gồm phương trình của  $\Delta$  và phương trình  $(\alpha)$ .

### 8.5. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu

Cho đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$  và mặt cầu (S):  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Gọi  $d = d(I, \Delta) = \frac{|\vec{u}, \overrightarrow{M_0I}|}{|\vec{u}|}$ , trong đó  $M_0(x_0; y_0; z_0) \in \Delta$ ,  $\vec{u} = (a; b; c)$  là VTCP của  $\Delta$

+ Nếu  $d > R \Rightarrow \Delta$  và (S) không có điểm chung

+ Nếu  $d = R \Rightarrow \Delta$  tiếp xúc với (S) ( $\Delta$  là tiếp tuyến của mặt cầu (S))

+ Nếu  $d < R \Rightarrow \Delta$  cắt (S) tại hai điểm A, B ( $\Delta$  gọi là cát tuyến của mặt cầu (S))

### 8.6. Vị trí tương đối giữa một điểm và mặt cầu

Cho điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  và mặt cầu (S):  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ , tâm  $I(a; b; c)$ , bán kính R thì

$$MI = \sqrt{(a-x_0)^2 + (b-y_0)^2 + (c-z_0)^2}$$

+ Nếu  $MI > R$  thì điểm M nằm ngoài mặt cầu (S)

+ Nếu  $MI = R$  thì điểm M nằm trên mặt cầu (S)

+ Nếu  $MI < R$  thì điểm M nằm trong mặt cầu (S)

## 9. Góc

### 9.1. Góc giữa hai đường thẳng

Nếu đường thẳng  $\Delta$  có VTCP  $\vec{u} = (a; b; c)$  và đường thẳng  $\Delta'$  có VTCP  $\vec{u}' = (a'; b'; c')$  thì

$$\cos(\Delta, \Delta') = \frac{|\vec{u}, \vec{u}'|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}'|} = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}; (0^\circ \leq (\Delta, \Delta') \leq 90^\circ)$$

### 9.2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Đường thẳng  $\Delta$  có VTCP  $\vec{u} = (a; b; c)$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  có VTPT  $\vec{n} = (A; B; C)$  thì

$$\sin(\Delta, (\alpha)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{u}, \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|Aa + Bb + Cc|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}; (0^\circ \leq (\Delta, \alpha) \leq 90^\circ)$$

### 9.3. Góc giữa hai mặt phẳng

Nếu mặt phẳng  $(\alpha)$  có VTPT  $\vec{n} = (A; B; C)$  và mặt phẳng  $(\beta)$  có VTPT  $\vec{n}' = (A'; B'; C')$  thì

$$\cos((\alpha), (\beta)) = \left| \cos(\vec{n}, \vec{n}') \right| = \frac{|\vec{n}, \vec{n}'|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}'|} = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}; (0^\circ \leq (\alpha, \beta) \leq 90^\circ)$$

## II. MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

- Câu 1. Cho  $\vec{a} = (2; -3; 3)$ ,  $\vec{b} = (0; 2; -1)$ ,  $\vec{c} = (1; 3; 2)$ . Tìm tọa độ của vector  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$   
 A.  $(0; -3; 4)$       B.  $(3; 3; -1)$       C.  $(3; -3; 1)$       D.  $(0; -3; 1)$
- Câu 2. Cho  $\vec{a} = (2; -1; 2)$ . Tìm  $y, z$  sao cho  $\vec{c} = (-2; y; z)$  cùng phương với  $\vec{a}$   
 A.  $y = -1; z = 2$       B.  $y = 2; z = -1$       C.  $y = 1; z = -2$       D.  $y = -2; z = 1$
- Câu 3. Cho  $\vec{a} = (1; -1; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; 0; -1)$ ,  $\vec{c} = (3; 2; -1)$ . Tìm tọa độ của vector  $\vec{u} = (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$   
 A.  $(2; 2; -1)$       B.  $(6; 0; 1)$       C.  $(5; 2; -2)$       D.  $(6; 4; -2)$
- Câu 4. Tính góc giữa hai vector  $\vec{a} = (-2; -1; 2)$  và  $\vec{b} = (0; 1; -1)$   
 A.  $135^\circ$       B.  $90^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $45^\circ$
- Câu 5. Cho  $\vec{a} = (1; -3; 2)$ ,  $\vec{b} = (m + 1; m - 2; 1 - m)$ ,  $\vec{c} = (0; m - 2; 2)$ . Tìm  $m$  để ba vector đó đồng phẳng.  
 A.  $m = 0 \vee m = -2$       B.  $m = -1 \vee m = 2$       C.  $m = 0 \vee m = -1$       D.  $m = 2 \vee m = 0$
- Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình hành ABDC với  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(1; 1; 0)$ ,  $C(1; 0; 2)$ .  
 Tọa độ đỉnh D là  
 A.  $(1; -1; 1)$       B.  $(1; 1; 3)$       C.  $(1; -1; 3)$       D.  $(-1; 1; 1)$
- Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình hành ABCD với  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(1; 1; 2)$ ,  $D(1; 0; 2)$ .  
 Diện tích của hình bình hành ABCD là  
 A. 1      B. 2      C. 3      D. 4
- Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm  $A(1; 1; 2)$ ,  $B(1; 0; 3)$ ,  $C(2; 0; 1)$ . Tìm tọa độ đỉnh D sao cho các điểm A, B, C, D là các đỉnh của hình chữ nhật.  
 A.  $(2; 1; -2)$       B.  $(2; -1; 2)$       C.  $(-1; 1; 2)$       D.  $(2; 2; 1)$
- Câu 9. Trong không gian Oxyz. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' biết  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(2; 1; 2)$ ,  $D(1; -1; 4)$ ,  $C'(4; 5; -5)$ . Tọa độ điểm A' là:  
 A.  $(3; 5; -6)$       B.  $(-2; 1; 1)$       C.  $(5; -1; 0)$       D.  $(2; 0; 2)$
- Câu 10. Trong không gian Oxyz. Cho  $M(2; -5; 7)$  Tìm tọa độ điểm đối xứng của M qua mặt phẳng Oxy.  
 A.  $(-22; 15; -7)$       B.  $(-4; -7; -3)$       C.  $(2; -5; -7)$       D.  $(1; 0; 2)$
- Câu 11. Trong không gian Oxyz. Cho hai điểm  $A(2; 5; 1)$ ,  $B(-1; 7; -3)$ . Điểm nào sau đây thẳng hàng với AB  
 A.  $(-4; 9; -7)$       B.  $(11; -1; 12)$       C.  $(14; -3; 16)$       D.  $(0; 2; 0)$
- Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm  $A(-1; 2; 3)$ ,  $B(1; 0; -5)$  và mặt phẳng (P):  $2x + y - 3z - 4 = 0$ . Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho 3 điểm A, B, M thẳng hàng.  
 A.  $(0; 1; 2)$       B.  $(-2; 1; -3)$       C.  $(0; 1; -1)$       D.  $(3; 1; 1)$

### 2. MẶT CẦU

- Câu 13. Xác định tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$ .  
 A.  $I(4; -1; 0)$ ,  $R = 4$       B.  $I(-4; 1; 0)$ ,  $R = 4$       C.  $I(4; -1; 0)$ ,  $R = 2$       D.  $I(-4; 1; 0)$ ,  $R = 2$
- Câu 14. Viết phương trình mặt cầu có tâm  $I(0; 3; -2)$  và đi qua điểm  $A(2; 1; -3)$   
 A. (S):  $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 3$       B. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 4z + 4 = 0$   
 C. (S):  $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 6$       D. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 4z + 10 = 0$
- Câu 15. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD với  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(0; 2; 1)$ ,  $C(1; 0; 2)$ ,  $D(1; 1; 1)$   
 A. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + y - z + 6 = 0$       B. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + y - z - 6 = 0$   
 C. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 2y - 2z + 24 = 0$       D. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 2y - 2z - 24 = 0$
- Câu 16. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng Oxz và đi qua các điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(-1; 1; 3)$ ,  $C(2; 0; -1)$ .  
 A. (S):  $(x + 3)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 17$       B. (S):  $(x - 3)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 11$

C. (S):  $(x + 3)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 11$  D. (S):  $(x - 3)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 17$

Câu 17. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(1; 5; 2) và tiếp xúc với mặt phẳng (P):  $2x + y + 3z + 1 = 0$

A. (S):  $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 16$  B. (S):  $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 12$

C. (S):  $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 14$  D. (S):  $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 10$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(2;1;1) và mặt phẳng (P):  $2x - y + 2z + 1 = 0$ .

Phương trình mặt cầu (S) tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. (S):  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$  B. (S):  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$

C. (S):  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 3$  D. (S):  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$

Câu 19. Cho hai điểm A(2; 4; 1), B(-2; 2; -3). Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A.  $x^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$  B.  $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 36$

C.  $x^2 + (y + 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$  D.  $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 36$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm I(2; 1; 1) và mặt phẳng (P):  $2x + y + 2z + 2 = 0$ . Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. (S):  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 8$  B. (S):  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 10$

C. (S):  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 8$  D. (S):  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 10$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(1; -2; 3) và đường thẳng d:  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ .

Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với d.

A. (S):  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 49$  B. (S):  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 7$

C. (S):  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 50$  D. (S):  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P):  $2x - 2y - z - 4 = 0$  và mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ . Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Xác định tọa độ tâm và bán kính của đường tròn (C).

A. (3; 0; 2) và r = 2 B. (2; 3; 0) và r = 2 C. (2; 3; 0) và r = 4 D. (3; 0; 2) và r = 4

Câu 23. Cho đường thẳng  $\Delta$ :  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$  và điểm A(0; 0; -2). Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A, cắt đường thẳng  $\Delta$  tại hai điểm B và C sao cho BC = 8.

A. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 4z - 21 = 0$  B. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 4z - 25 = 0$

C. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 4z - 21 = 0$  D. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 4z - 25 = 0$

Câu 24. Cho đường thẳng  $\Delta$ :  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$  và mặt phẳng (P):  $2x - y + 2z = 0$ . Viết phương trình mặt cầu

(S) có tâm thuộc  $\Delta$ , có bán kính bằng 1 và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 2 = 0$  hoặc (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 22y - 4z + 149 = 0$

B. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 2z + 2 = 0$  hoặc (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 22y - 4z + 149 = 0$

C. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 2 = 0$  hoặc (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 10x + 22y + 4z + 149 = 0$

D. (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 2z + 2 = 0$  hoặc (S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 10x + 22y + 4z + 149 = 0$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{2}$  và điểm I(3; -1; 3).

Viết phương trình mặt cầu tâm I và cắt d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I.

A.  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$

B.  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 8$

C.  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 10$

D.  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 12$

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d:  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-2}$  và hai điểm A(2; 1; 0),

B(-2; 5; 2). Tính bán kính mặt cầu (S) đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d.

A.  $5\sqrt{2}$

B. 6

C.  $5\sqrt{5}$

D.  $3\sqrt{2}$

Câu 27. Mặt cầu tâm I(3; 2; -4) và tiếp xúc với trục Oy có bán kính là



A. 3

B. 4

C. 5

D. 2

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm  $A(3;3;0)$ ,  $B(3;0;3)$ ,  $C(0;3;3)$ . Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. (3; 3; 3)

B. (1; 1; 1)

C. (1; 2; 3)

D. (2; 2; 2)

### 3. MẶT PHẪNG

Câu 29. Mặt phẳng nào sau đây có vector pháp tuyến  $(3; 1; -7)$

A.  $3x + y - 7 = 0$

B.  $3x + z - 7 = 0$

C.  $-6x - 2y + 14z - 1 = 0$

D.  $3x - y - 7z + 1 = 0$

Câu 30. Trong không gian Oxyz. Cho hai điểm  $P(4; -7; -4)$ ,  $Q(-2; 3; 6)$  Mặt phẳng trung trực của đoạn PQ là :

A.  $3x - 5y - 5z - 8 = 0$

B.  $3x + 5y + 5z - 7 = 0$

C.  $6x - 10y - 10z - 7 = 0$

D.  $3x - 5y - 5z - 18 = 0$

Câu 31. Trong không gian Oxyz. Cho tứ diện ABCD với  $A(5; 0; 4)$ ,  $B(-1; -1; 2)$ ,  $C(5; 1; 3)$ ,

$D(0; 0; 6)$ . Phương trình mặt phẳng qua A, B và song song CD là :

A.  $x - 28y - 11z - 9 = 0$

B.  $-x - 28y + 11z - 49 = 0$

C.  $x + 28y + 11z - 49 = 0$

D.  $x + 28y - 11z + 19 = 0$

Câu 32. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và vuông góc với giá của 2 vector

$\vec{a} = (2; 1; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; 2; -1)$ .

A.  $-5x + 8y + z - 8 = 0$

B.  $-5x - 8y + z - 16 = 0$

C.  $5x - 8y + z - 14 = 0$

D.  $5x + 8y - z - 24 = 0$

Câu 33. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua  $M(-1; 1; 0)$ , song song với  $(\alpha): x - 2y + z - 10 = 0$ .

A.  $x - 2y + z - 3 = 0$

B.  $x - 2y + z + 3 = 0$

C.  $x - 2y + z - 1 = 0$

D.  $x - 2y + z + 1 = 0$

Câu 34. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm  $A(3; 1; -1)$ ,  $B(1; 3; -2)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha): 2x - y + 3z - 1 = 0$

A.  $5x + 4y - 2z - 21 = 0$

B.  $5x + 4y - 2z + 21 = 0$

C.  $5x - 4y - 2z - 13 = 0$

D.  $5x - 4y - 2z + 13 = 0$

Câu 35. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; -1; 0)$ ,  $C(0; 0; -3)$ .

A.  $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$

B.  $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$

C.  $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$

D.  $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$

Câu 36. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua  $M(1; 0; -2)$  đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(\alpha):$

$2x + y - z - 2 = 0$  và  $(\beta): x - y - z - 3 = 0$ .

A.  $-2x + y - 3z + 4 = 0$

B.  $-2x + y - 3z - 4 = 0$

C.  $-2x + y + 3z - 4 = 0$

D.  $-2x - y + 3z + 4 = 0$

Câu 37. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với  $(Q): x + 2y - 2z + 5 = 0$  và cách  $A(2; -1; 4)$  một đoạn bằng 4.

A.  $x + 2y - 2z + 20 = 0$  hoặc  $x + 2y - 2z - 4 = 0$

B.  $x + 2y - 2z + 12 = 0$  hoặc  $x + 2y - 2z - 4 = 0$

C.  $x + 2y - 2z + 20 = 0$  hoặc  $x + 2y - 2z - 8 = 0$

D.  $x + 2y - 2z + 12 = 0$  hoặc  $x + 2y - 2z + 4 = 0$

Câu 38. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$  tại điểm  $M(4; -3; 1)$

A.  $3x - 4y - 20 = 0$

B.  $3x - 4y - 24 = 0$

C.  $4x - 3y - 25 = 0$

D.  $4x - 3y - 16 = 0$

Câu 39. Cho 4 điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 4; 0)$ ,  $C(0; 0; 6)$ ,  $D(2; 4; 6)$ . Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (BCD).

A.  $6x - 3y - 2z - 12 = 0$

B.  $6x - 3y - 2z + 12 = 0$

C.  $3x + 2y - 6z + 6 = 0$

D.  $3x - 2y + 6z - 6 = 0$



Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với A(1; 0; 0), B(0; -1; 3), C(1; 1; 1). Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm C và vuông góc với AB.

- A.  $x + y - 3z + 1 = 0$  B.  $x + y - 3z - 1 = 0$  C.  $x + y + 3z - 5 = 0$  D.  $x - y + 3z - 1 = 0$

Câu 41. Cho điểm A(-2; 2; -1) và đường thẳng d:  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa đường thẳng d.

- A.  $y + z - 6 = 0$  B.  $x + y + 6 = 0$  C.  $y + z - 1 = 0$  D.  $y + z - 2 = 0$

Câu 42. Cho hai điểm A(1; -1; 5) và B(0; 0; 1). Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và song song với trục Oy.

- A.  $4x + y - z + 1 = 0$  B.  $2x + z - 5 = 0$  C.  $4x - z + 1 = 0$  D.  $y + 4z - 1 = 0$

Câu 43. Cho mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$  và mặt phẳng (P):  $4x + 3y - 12z + 10 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng (Q) // (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S).

- A.  $4x + 3y - 12z + 78 = 0$  hoặc  $4x + 3y - 12z - 26 = 0$  B.  $4x + 3y - 12z - 78 = 0$  hoặc  $4x + 3y - 12z + 26 = 0$   
C.  $4x + 3y - 12z + 62 = 0$  hoặc  $4x + 3y - 12z - 20 = 0$  D.  $4x + 3y - 12z - 62 = 0$  hoặc  $4x + 3y - 12z + 20 = 0$

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm A(1; -2; 0), B(0; -1; 1), C(2; 1; -1) và D(3; 1; 4). Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

- A. 1 B. 4 C. 7 D. Có vô số

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A(1; 4; 2), B(1; 0; -1), C(3; 2; 1). Cho các phát biểu sau:

- (1) Trung điểm BC thuộc mặt phẳng Oxy.  
(2) Các điểm A, B, C tạo thành ba đỉnh của một tam giác cân.  
(3) Các điểm A, B, C tạo thành ba đỉnh của một tam giác có chu vi là  $10 + 2\sqrt{3}$   
(4) Các điểm A, B, C tạo thành ba đỉnh của một tam giác có diện tích là  $\sqrt{26}$

Số câu phát biểu đúng là

- A. 4 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A(1; 1; 2), B(3; 1; 4), C(0; 2; 3), D(2; 2; 5). Cho các phát biểu:

- (1) Diện tích tam giác ABC bằng diện tích tam giác BCD.  
(2) Các điểm A, B, C, D cùng nằm trên một đường tròn.  
(3) Hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng đi qua hai điểm A, C có tọa độ là (1; 2; 1).  
(4) Trung điểm của đoạn thẳng AD trùng với trung điểm của đoạn thẳng BC.

Số các phát biểu đúng là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 47. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oy và vuông góc mặt phẳng(Q):  $2x - z - 9 = 0$ .

- A.  $x + y - 2z = 0$  B.  $x + 2z = 0$  C.  $x - 2z = 0$  D.  $x + 2z - 3 = 0$

Câu 48. Cho điểm  $A(-3; 1; 2)$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ ;  $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-4}{1}$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, đồng thời song song với hai đường thẳng  $d_1, d_2$ .

- A.  $x + 3y + 5z - 13 = 0$       B.  $x - 3y - 5z + 13 = 0$       C.  $x + 3y + 5z - 10 = 0$       D.  $x - 3y - 5z + 10 = 0$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng  $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$  và  $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$ . Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng  $(Q_1)$  và  $(Q_2)$  là

- A.  $3x - y + 4z + 10 = 0$       B.  $3x - y + 4z + 5 = 0$       C.  $3x - y + 4z - 10 = 0$       D.  $3x - y + 4z - 5 = 0$

Câu 50. Cho hai đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$  và  $d_2: \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = 2 + s \\ z = 1 + 3s \end{cases}$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) song song và

cách đều hai đường thẳng  $d_1, d_2$ .

- A.  $4x - 5y - z + 17 = 0$       B.  $4x + 5y + z - 17 = 0$       C.  $4x - 5y - z + 8 = 0$       D.  $4x + 5y + z - 8 = 0$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $A(2; -2; -1)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$ .

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

- A. (P):  $x + y = 0$       B. (P):  $x - y + 2 = 0$       C. (P):  $x - y = 0$       D. (P):  $x + y - 2 = 0$

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng đi qua  $G(1; 2; -1)$  và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC. Viết phương trình mặt phẳng (P).

- A. (P):  $x + 2y - z - 4 = 0$       B. (P):  $2x + y - 2z - 2 = 0$       C. (P):  $x + 2y - z - 2 = 0$       D. (P):  $2x + y - 2z - 6 = 0$

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng đi qua  $H(2; 1; 1)$  và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Viết phương trình mặt phẳng (P).

- A. (P):  $2x + y + z - 6 = 0$       B. (P):  $x + 2y + 2z - 6 = 0$       C. (P):  $2x - y - z - 2 = 0$       D. (P):  $x - 2y - 2z + 2 = 0$

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho (P) là mặt phẳng đi qua  $M(2; 1; 2)$  và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại  $A(a; 0; 0)$ ,  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$  sao cho thể tích của khối tứ diện OABC là nhỏ nhất với a, b, c là số dương. Viết phương trình mặt phẳng (P).

- A. (P):  $2x + y + 2z - 9 = 0$       B. (P):  $x + 2y + z - 6 = 0$       C. (P):  $2x - y + 2z - 7 = 0$       D. (P):  $x - 2y + z - 4 = 0$

Câu 55. Cho tứ diện ABCD có các đỉnh  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(-2; 1; 3)$ ,  $C(2; -1; 1)$  và  $D(0; 3; 1)$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho (P) cách đều hai điểm C, D.

- A. (P):  $2x + 3z - 5 = 0$  hoặc (P):  $4x + 2y + 7z - 15 = 0$       B. (P):  $2x - 3z + 1 = 0$  hoặc (P):  $4x + 2y + 7z - 15 = 0$   
C. (P):  $2x + 3y - 10 = 0$  hoặc (P):  $4x - 2y - 7z + 7 = 0$       D. (P):  $2x - 3y + 4 = 0$  hoặc (P):  $4x - 2y - 7z + 7 = 0$

Câu 56. Cho hai mặt phẳng (P):  $x + y + z - 3 = 0$  và (Q):  $x - y + z - 1 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (R) bằng  $\sqrt{2}$ .

- A.  $x - z + 2 = 0$  hoặc  $x - z - 2 = 0$       B.  $x - z + 4 = 0$  hoặc  $x - z - 4 = 0$   
C.  $x - y + 2 = 0$  hoặc  $x - y - 2 = 0$       D.  $x - y + 4 = 0$  hoặc  $x - y - 4 = 0$

#### 4. ĐƯỜNG THẲNG

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \\ z = 5 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Vector chỉ phương của đường thẳng d là

- A.  $\vec{a} = (1; 2; 3)$       B.  $\vec{a} = (1; -2; -3)$       C.  $\vec{a} = (1; 2; -3)$       D.  $\vec{a} = (-1; 2; -3)$

Câu 58. Viết phương trình đường thẳng d đi qua 2 điểm A(2; 1; 0), B(0; 1; 2)

- A. (d):  $\begin{cases} x = -t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$       B. (d):  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$       C. (d):  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}$       D. (d):  $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 2 - t \end{cases}$

Câu 59. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A(4; -2; 2), song song với  $\Delta: \frac{x+2}{4} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{3}$ .

- A. (d):  $\frac{x+4}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{3}$       B. (d):  $\frac{x+4}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{3}$   
C. (d):  $\frac{x-4}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$       D. (d):  $\frac{x-4}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{3}$

Câu 60. Viết phương trình đường thẳng(d) đi qua điểm A(-1; 0; 2), vuông góc với (P):  $2x - 3y + 6z + 4 = 0$ .

- A. (d):  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-6}$       B. (d):  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-6}$   
C. (d):  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-6}$       D. (d):  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{6}$

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P):  $2x + y - z - 3 = 0$  và (Q):  $x + y + z - 1 = 0$ . Phương trình đường giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

- A. (d):  $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$       B. (d):  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-1}$   
C. (d):  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+1}{1}$       D. (d):  $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{-1}$

Câu 62. Cho đường thẳng (d):  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$  và mặt phẳng (P):  $x + 2y + z - 4 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng ( $\Delta$ ) nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với (d).

- A.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$       B.  $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$       C.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-3}$       D.  $\frac{x-1}{-5} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{3}$

Câu 63. Cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x+6}{-2} = \frac{y+6}{2} = \frac{z+2}{1}$ ,  $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$ . Viết phương trình đường thẳng đồng thời cắt và vuông góc với cả hai đường thẳng  $d_1, d_2$ .

- A. d:  $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = -8 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$       B. d:  $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = -8 - t \\ z = -1 + 10t \end{cases}$       C. d:  $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = 8 - t \\ z = 1 + 10t \end{cases}$       D. d:  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 8 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(1; 0; 2) và đường thẳng d:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ . Viết phương trình đường thẳng ( $\Delta$ ) đi qua A, đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d.

- A. ( $\Delta$ ):  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$       B. ( $\Delta$ ):  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$   
C. ( $\Delta$ ):  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$       D. ( $\Delta$ ):  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-2}$  và mặt phẳng (P):  $x - 3y + z - 4 = 0$ . Phương trình hình chiếu vuông góc của  $d$  trên mặt phẳng (P) là

- A.  $\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$       B.  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$   
 C.  $\frac{x+5}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$       D.  $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$

Câu 66. Viết phương trình đường thẳng(d) đi qua điểm  $A(1; 0; 5)$ , đồng thời vuông góc với hai đường thẳng  $(d_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1}$  và  $(d_2): \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-3}$

- A. (d):  $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 5t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$       B. (d):  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 5 \end{cases}$       C. (d):  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = -5 \end{cases}$       D. (d):  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 5 \end{cases}$

Câu 67. Viết phương trình đường thẳng(d) đi qua điểm  $A(1; 2; -2)$ , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$

- A.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$       B.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{-1}$   
 C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$       D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{-1}$

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P):  $x + 3y + 2z - 1 = 0$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$  và  $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  thuộc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ .

- A.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$       B.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$       C.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$       D.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{3}$

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P):  $x - 2y + 2z - 5 = 0$  và hai điểm  $A(-3;0;1)$ ,  $B(0; -1;3)$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua A và song song với (P), sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất.

- A. d:  $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$       B. d:  $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}$       C. d:  $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$       D. d:  $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$

## 5. KHOẢNG CÁCH

Câu 70. Cho mặt phẳng (P):  $2x - y - 2z - 8 = 0$  và điểm  $M(-2; -4; 5)$ . Tính khoảng cách từ M đến (P).

- A. 18      B. 6      C. 9      D. 3

Câu 71. Cho hai mặt phẳng (P):  $2x - 3y + 6z + 2 = 0$  và (Q):  $2x - 3y + 6z + 9 = 0$ . Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

- A. 8      B. 4      C. 2      D. 1

Câu 72. Trong mặt phẳng Oxyz, cho tứ diện ABCD có  $A(2;3;1)$ ,  $B(4;1; -2)$ ,  $C(1;3;2)$ ,  $D(-2;3;-1)$ . Độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện là

- A. 1      B. 4      C. 3      D. 2

Câu 73. Cho điểm  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(0; 2; 3)$  và  $C(0; 0; 2)$ . Độ dài đường cao hạ từ C của tam giác ABC là

- A. 2      B. 3      C. 1/2      D. 1

Câu 74. Cho  $A(-2; 2; 3)$  và đường thẳng  $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{1}$ . Tính khoảng cách từ A đến  $(\Delta)$ .

- A.  $3\sqrt{5}$       B.  $5\sqrt{3}$       C.  $2\sqrt{5}$       D.  $5\sqrt{2}$

Câu 75. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ ,  $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .

- A.  $\frac{3}{\sqrt{14}}$       B.  $\frac{2}{\sqrt{14}}$       C.  $\frac{1}{\sqrt{14}}$       D.  $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Câu 76. Cho bốn điểm  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(0; 2; 1)$ ,  $C(1; 0; 2)$ ,  $D(1; 1; 1)$ . Tính thể tích khối tứ diện ABCD.

- A.  $1/6$       B.  $1/3$       C.  $1/2$       D. 1

Câu 77. Cho các điểm  $S(3; 1; -2)$ ,  $A(5; 3; -1)$ ,  $B(2; 3; -4)$ ,  $C(1; 2; 0)$ . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng (ABC).

- A.  $H(8/3; 8/3; -5/3)$       B.  $H(9/4; 5/2; -5/4)$       C.  $H(5/2; 11/4; -9/4)$       D.  $H(5/3; 7/3; -1)$

Câu 78. Cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$  và mặt phẳng (P):  $x - 2y + 2z - 3 = 0$ . Gọi C là giao điểm của  $\Delta$

với (P), M là điểm thuộc  $\Delta$ . Tính khoảng cách từ M đến (P), biết  $MC = \sqrt{6}$ .

- A. 2      B. 3      C.  $2/3$       D.  $4/3$

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $M(1; 1; 2)$ . Tìm điểm N thuộc mặt phẳng Oxy sao cho độ dài đoạn thẳng MN là ngắn nhất.

- A.  $(1; 1; 0)$       B.  $(1; 2; 2)$       C.  $(2; 1; 0)$       D.  $(2; 2; 0)$

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(3; 2; 1)$ . Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng Oxy. Tìm tọa độ của M để  $P = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.  $(1; 2; 1)$       B.  $(1; 1; 0)$       C.  $(2; 1; 0)$       D.  $(2; 2; 0)$

Câu 81. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(3; 0; 5)$ ,  $C(2; 2; 1)$ . Gọi M là một điểm chạy trên mặt phẳng Oyz. Giá trị của  $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất khi M có tọa độ là

- A.  $(0; 2; 1)$       B.  $(0; 1; 3)$       C.  $(0; 2; 3)$       D.  $(0; 1; 2)$

Câu 82. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(0; 1; 5)$ ,  $C(2; 0; 1)$ . Gọi M là một điểm chạy trên mặt phẳng Oyz. Giá trị nhỏ nhất của  $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$  là

- A. 23      B. 25      C. 27      D. 21

## 6. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

Câu 83. Xác định m để hai mặt phẳng sau vuông góc (P):  $(2m - 1)x - 3my + 2z - 3 = 0$  và (Q):  $mx + (m - 1)y + 4z - 5 = 0$ .

- A.  $m = -2$  V  $m = 2$       B.  $m = -2$  V  $m = 4$       C.  $m = 2$  V  $m = 4$       D.  $m = -4$  V  $m = 2$

Câu 84. Xác định m, n, p để cặp mặt phẳng sau song song

(P):  $2x - 3y - 5z + p = 0$ , (Q):  $(m+2)x + (n-1)y + 10z - 2 = 0$

- A.  $m = 2$ ,  $n = -3$ ,  $p \neq 5$       B.  $m = -2$ ,  $n = 3$ ,  $p \neq 1$

- C.  $m = -6$ ,  $n = 7$ ,  $p \neq 1$       D.  $m = 6$ ,  $n = -4$ ,  $p \neq 2$

Câu 85. Điều kiện nào sau đây không đủ để cặp mặt phẳng

(P):  $2x - y - 5z + p = 0$ , (Q):  $(m+2)x + (n-1)y + 10z - 2 = 0$  không cắt nhau:

- A.  $m \neq -6$       B.  $n \neq 3$       C.  $m \neq -6, n \neq 3$       D.  $p \neq 1$

Câu 86. Trong không gian Oxyz. Cho đường thẳng d:  $\begin{cases} 2x + 3y + 6z - 10 = 0 \\ x + y + z + 5 = 0 \end{cases}$  và mặt phẳng

(P):  $mx + y + z + 5 = 0$ . Với giá trị nào của m để đường thẳng d và mặt phẳng (P) song song.

- A.  $m = 0$       B.  $m = 1$       C.  $m \neq 0$       D.  $m \neq 1$

- Câu 87. Cho hai điểm  $A(1; -1; 2)$ ,  $B(2; 0; 1)$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z - 5 = 0$ . Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(P)$ .
- A.  $(-2; -6; 8)$       B.  $(-1; -3; 4)$       C.  $(3; 1; 0)$       D.  $(0; 2; -1)$
- Câu 88. Cho mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + z + 6 = 0$  và điểm  $A(2; -1; 0)$ . Tìm tọa độ hình chiếu của  $A$  lên mặt phẳng  $(P)$ .
- A.  $(1; -1; 1)$       B.  $(-1; 1; -1)$       C.  $(3; -2; 1)$       D.  $(5; -3; 1)$
- Câu 89. Cho điểm  $A(1; 1; 1)$  và đường thẳng  $(d): \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của  $A$  lên đường thẳng  $(d)$ .
- A.  $(2; -3; -1)$       B.  $(2; 3; 1)$       C.  $(2; -3; 1)$       D.  $(-2; 3; 1)$
- Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(3; -4; 0)$ ,  $B(0; 2; 4)$ ,  $C(4; 2; 1)$ . Tọa độ điểm  $D$  trên trục  $Ox$ , sao cho  $AD = BC$ .
- A.  $D(0; 0; 0)$ ,  $D(6; 0; 0)$       B.  $D(-2; -4; 0)$ ,  $D(8; -4; 0)$   
C.  $D(3; 0; 0)$ ,  $D(0; 0; 3)$       D.  $D(-2; 0; 0)$ ,  $D(8; 0; 0)$
- Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -1; 1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $B$  đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(P)$ .
- A.  $B(-2; 0; -4)$       B.  $B(-1; 3; -2)$       C.  $B(-2; 1; -3)$       D.  $B(-1; -2; 3)$
- Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$  và điểm  $A(-1; 0; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $B$  đối xứng với  $A$  qua đường thẳng  $d$ .
- A.  $(1; 2; 3)$       B.  $(1; 2; 1)$       C.  $(1; -2; 3)$       D.  $(0; 1; 1)$
- Câu 93. Cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{3}$  và mặt phẳng  $(P): 3x + 5y - 2z - 4 = 0$ . Tìm tọa độ giao điểm của  $d$  và  $(P)$ .
- A.  $(4; 0; 4)$       B.  $(0; 0; -2)$       C.  $(2; 0; 1)$       D.  $(-2; 2; 0)$
- Câu 94. Cho mặt phẳng  $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z + 1 = 0$ . Vị trí tương đối giữa  $(P)$  và  $(S)$  là
- A. cắt nhau theo đường tròn có bán kính 2      B. cắt nhau theo đường tròn có bán kính 3  
C. cắt nhau theo đường tròn có bán kính 4      D. chúng không cắt nhau
- Câu 95. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $(\Delta): \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$ ,  $m$  là tham số thực. Tìm giá trị của  $m$  để  $(P)$  vuông góc với  $(\Delta)$ .
- A.  $m = -2$       B.  $m = 2$       C.  $m = -52$       D.  $m = 52$
- Câu 96. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có các điểm  $A(0; 1; 0)$ ,  $B(0; 1; 1)$ ,  $C(2; 1; 1)$ ,  $D(1; 2; 1)$ . Thể tích của tứ diện  $ABCD$  bằng
- A.  $1/6$       B.  $1/3$       C.  $2/3$       D.  $4/3$
- Câu 97. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$  và đường thẳng  $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ . Tìm tọa độ các giao điểm của  $d$  và  $(S)$ .
- A.  $(0, -1; 1)$  và  $(2; 2; 0)$       B.  $(0, 1; 1)$  và  $(2; -2; 0)$   
C.  $(0, -1; 1)$  và  $(2; -2; 0)$       D.  $(0, 1; -1)$  và  $(-2; 2; 0)$
- Câu 98. Tìm tọa độ điểm  $A$  trên đường thẳng  $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$  bằng 3. Biết rằng  $A$  có hoành độ dương.
- A.  $(2; -1; 0)$       B.  $(4; -2; 1)$       C.  $(-2; 1; -2)$       D.  $(6; -3; 2)$

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm  $A(0;1;2)$ ,  $B(2;-2;1)$ ,  $C(-2;0;1)$ . Tìm tọa độ của điểm M thuộc mặt phẳng ( $\alpha$ ):  $2x + 2y + z - 3 = 0$  sao cho  $MA = MB = MC$ .

- A. (2; 1; 3)      B. (-2; 5; 7)      C. (2; 3; -7)      D. (1; 2; 5)

Câu 100. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S):  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 36$  và mặt phẳng (P):  $x + 2y + 2z + 18 = 0$ . Đường thẳng d đi qua tâm mặt cầu và vuông góc với mặt phẳng (P), cắt mặt cầu tại các giao điểm là

- A. (-1; -2; -2) và (2; 4; 4)      B. (3; 6; 6) và (-2; -4; -4)  
C. (4; 8; 8) và (-3; -6; -6)      D. (3; 6; 6) và (-1; -2; -2)

Câu 101. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P):  $x - 2y + 2z - 1 = 0$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+9}{6}$ ,  $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$ . Xác định tọa độ điểm M thuộc  $d_1$  sao cho khoảng cách từ M đến  $d_2$  bằng khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P). Biết rằng M có hoành độ nguyên.

- A. (-1; 0; -9)      B. (0; 1; -3)      C. (1; 2; 3)      D. (2; 3; 9)

Câu 102. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm  $A(2; 1; 0)$ ,  $B(1;2;2)$ ,  $C(1;1;0)$  và mặt phẳng (P):  $x + y + z - 6 = 0$ . Xác định tọa độ điểm D thuộc đường thẳng AB sao cho đường thẳng CD song song với mặt phẳng (P).

- A.  $D(5/2; 1/2; -1)$       B.  $D(3/2; -1/2; 0)$       C.  $D(0; -1/2; 3/2)$       D.  $(-1; 1/2; 5/2)$

Câu 103. Cho các điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$ , trong đó  $b > 0$ ,  $c > 0$  và mặt phẳng (P):  $y - z + 1 = 0$ . Xác định b và c, biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với (P) và khoảng cách từ điểm O đến (ABC) bằng  $1/3$ .

- A.  $b = 2$  và  $c = 2$       B.  $b = 1/2$  và  $c = 1/2$       C.  $b = 2$  và  $c = 1$       D.  $b = 1$  và  $c = 2$

Câu 104. Cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ . Xác định tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến  $\Delta$  bằng OM với O là gốc tọa độ.

- A. (-1; 0; 0) hoặc (1; 0; 0)      B. (2; 0; 0) hoặc (-2; 0; 0)  
C. (1; 0; 0) hoặc (-2; 0; 0)      D. (2; 0; 0) hoặc (-1; 0; 0)

Câu 105. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$  và  $\Delta_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ .

Tìm tọa độ điểm M thuộc  $\Delta_1$  sao cho khoảng cách từ M đến  $\Delta_2$  bằng 1.

- A. (6; 3; 3), (3; 0; 0)      B. (4; 1; 1), (7; 4; 4)      C. (3; 0; 0), (7; 4; 4)      D. (5; 2; 2), (4; 1; 1)

Câu 106. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm  $A(2; 0; 1)$ ,  $B(0; -2; 3)$  và mặt phẳng (P):  $2x - y - z + 4 = 0$ . Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho  $MA = MB = 3$ . Biết M có hoành độ nguyên.

- A. (3; -2; 3)      B. (2; 0; 4)      C. (-1; 0; 2)      D. (0; 1; 3)

Câu 107. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 0$  và điểm  $A(4; 4; 0)$ . Tìm tọa độ điểm B thuộc (S) sao cho tam giác OAB đều.

- A. (4; 0; 4) hoặc (0; 4; 4)      B. (2; 2; 4) hoặc (2; 4; 2)  
C. (4; 0; 4) hoặc (8; 4; 4)      D. (0; 4; 4) hoặc (8; 0; 0)

Câu 108. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$  và mặt phẳng (P):

$x + y + z - 3 = 0$ . Gọi I là giao điểm của  $\Delta$  và (P). Xác định tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với  $\Delta$  và  $MI = 4\sqrt{14}$ .

- A.  $M(-3; -7; 13)$  hoặc  $M(5; 9; -11)$       B.  $M(-3; -7; 13)$  hoặc  $M(9; 5; -11)$   
C.  $M(-7; 13; -3)$  hoặc  $M(-11; 9; 5)$       D.  $M(13; -3; -7)$  hoặc  $M(9; -11; 5)$

Câu 109. Cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+5}{-2}$  và hai điểm  $A(-2; 1; 1)$ ,  $B(-3; -1; 2)$ . Tìm tọa độ điểm M trên  $\Delta$  sao cho tam giác MAB có diện tích bằng  $3\sqrt{5}$ .



A.  $(-14; -35; 19)$  hoặc  $(-2; 1; -5)$

B.  $(-2; 1; -5)$  hoặc  $(-8; -17; 11)$

C.  $(-14; -35; 19)$  hoặc  $(-1; -2; -3)$

D.  $(-1; -2; -3)$  hoặc  $(-8; -17; 11)$



