

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm: 06 trang)

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 90 phút.

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 101

Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.

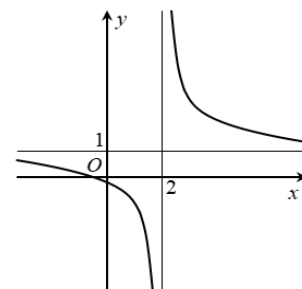
Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ với O là gốc tọa độ, gọi M là điểm biểu diễn của số phức z . Nếu $|z| = 3$ thì độ dài đoạn OM bằng

- A. 3. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2, u_3 = 10$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 12. C. 4. D. 6.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là



- A. $x = 1$. B. $y = 2$.
C. $x = 2$. D. $y = 1$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A. $I(-1; -2; 1)$ và $R = 4$. B. $I(1; 2; -1)$ và $R = 16$.
C. $I(-1; -2; 1)$ và $R = 16$. D. $I(1; 2; -1)$ và $R = 4$.

Câu 6: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho là

- A. $S_{xq} = 12\pi$. B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$.

Câu 7: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, k là hằng số. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$. B. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$.
C. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^2$ là

- A. $D = [1; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = (1; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là

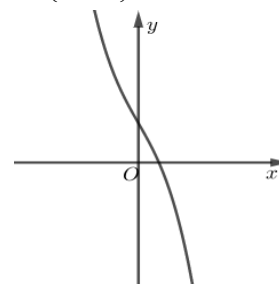
- A. $(-\infty, -1)$. B. $(-\infty, -1]$. C. $[-1, +\infty)$. D. $(-1, +\infty)$.

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + 2x + 1) = 0$ là

- A. $\{2; 1\}$. B. $\{-2; 0\}$. C. $\{2; 0\}$. D. $\{-1; 2\}$.

Câu 11: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

- A. $y = -x^3 - 2x + 1$. B. $y = \frac{x+2}{x+1}$.
C. $y = x^3 - 2x - 1$. D. $y = -x^4 + 1$.



Câu 12: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Phần thực của số phức $(2i - 1)\bar{z}$ là

- A. 8. B. -7. C. 4.

D. 1.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 0; 5)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 5)$ là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-5}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+5}{5}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z-5}{1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-5}{5}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (2; 0; -3)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. B. $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$. C. $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$. D. $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$.

Câu 15: Cho khối chóp có thể tích bằng $6a^3$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A. $9a$. B. $\frac{a}{3}$. C. $3a$. D. a .

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -4. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 17: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

- A. $\frac{1}{2}x^2 + C$. B. $2x + C$. C. $\frac{1}{3}x^3 + C$. D. $3x^3 + C$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) vuông góc với trục Oy có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (1; 0; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 0; 0)$. C. $\vec{n} = (0; 1; 0)$. D. $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Câu 19: Có bao nhiêu cách xếp 8 quyển sách khác nhau thành một hàng ngang trên giá sách?

- A. 8^7 . B. $7!$. C. 8^8 . D. $8!$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.

B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{x}$.

D. $y' = \frac{x}{\ln 2}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3; 4)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(1; 3)$.

Câu 22: Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các số của tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 2 và chữ số 2 đứng ở chính giữa là

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{5}{7}$.

Câu 23: Nếu $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$ và $\int_{-2}^1 g(x) dx = 7$ thì $\int_{-2}^1 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 13.

B. $\frac{6}{7}$.

C. -1.

D. $\frac{7}{6}$.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x}$ là

A. $x^3 - x^2 - 5 \ln x + C$.

B. $6x - 2 - \frac{5}{x^2}$.

C. $x^3 - x^2 + 5 \ln|x| + C$.

D. $x^3 - x^2 - 5 \ln|x| + C$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(3; 4; -2)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 14$.

B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{14}$.

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 14$.

D. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{14}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên.

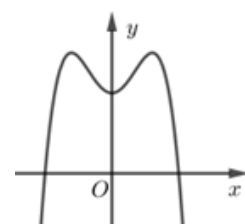
Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a < 0, b < 0$.

B. $a < 0, b > 0$.

C. $a > 0, b < 0$.

D. $a > 0, b > 0$.



Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SD = a\sqrt{5}$ (tham khảo hình vẽ).

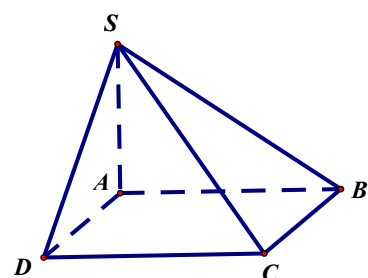
Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .



Câu 28: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

A. -3.

B. -2.

C. 0.

D. -20.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)^2(2-x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x = -2$.

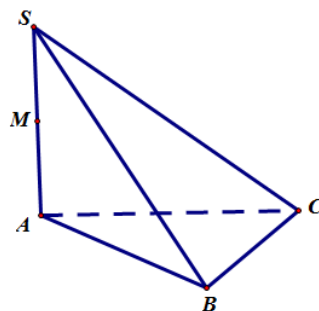
B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Khoảng cách từ trung điểm M của cạnh SA đến mặt phẳng (SBC) là

- A. $3a$.
B. $\frac{3\sqrt{13}}{13}a$.
C. $\frac{3a}{2}$.
D. $\frac{3a}{4}$.



Câu 31: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $2a$ và thể tích bằng $12\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho là

- A. $18\pi a^2$.
B. $12\pi a^2$.
C. $6\pi a^2$.
D. $36\pi a^2$.

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+3i) = 17+i$. Khi đó môđun của số phức $w = z - 3i$ là

- A. 13.
B. $2\sqrt{2}$.
C. $\sqrt{29}$.
D. $\sqrt{10}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = 3+t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = 3 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3+t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -3-t \end{cases}$.

Câu 34: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ biết đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$ và khoảng cách giữa hai mặt đáy bằng $3a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

- A. $V = a^3\sqrt{3}$.
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.
C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.
D. $V = 3a^3\sqrt{3}$.

Câu 35: Nếu $\int_{-2}^3 f(x)dx = 5$ thì $\int_3^{-2} (f(x) + 4x)dx$ bằng

- A. -15.
B. 5.
C. -5.
D. 15

Câu 36: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(81a^5)$ bằng

- A. $4 - 5\log_3 a$.
B. $4 + 5a$.
C. $4 + 5\log_3 a$.
D. $4 - 5a$.

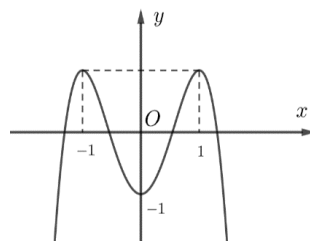
Câu 37: Cho số phức $z = m + (m-3)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Giá trị của tham số m để điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường thẳng có phương trình $y = 2x + 1$ là

- A. $m = 5$.
B. $m = -4$.
C. $m = 4$.
D. $m = -2$.

Câu 38: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$.
B. $(-1; 0)$.
C. $(-1; 1)$.
D. $(0; 1)$.



Câu 39: Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 3$. Hai số phức z_1, z_2 thay đổi thuộc tập S thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$. Môđun của số phức $w = z_1 + z_2 - 4 + 2i$ bằng

- A. $|w| = 2\sqrt{3}$.
B. $|w| = 4\sqrt{3}$.
C. $|w| = 4\sqrt{2}$.
D. $|w| = 4$.

Câu 40: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = |w| = |\bar{z} + 2w|$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{|z|}{1 + |\bar{z} - w|^2}$ thuộc tập nào trong các tập dưới đây?

A. $[0,1]$.B. $(2;3]$.C. $(3;5]$.D. $(1;2]$.

Câu 41: Để dùng cho mục đích đi câu cá, người ta sản xuất một viên chì với quy trình như sau:

Bước 1. Sản xuất viên chì đặc dạng khối nón có chiều cao 40 mm và bán kính đáy 5 mm .

Bước 2. Khoan một lỗ dọc theo trục của viên chì và xuyên viên chì (để luồn dây câu), lỗ có dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 1 mm biết rằng trục của lỗ trùng với trục của viên chì.



Biết khối lượng riêng của chì là $11,3(g/cm^3)$. Khối lượng của viên chì sau sản xuất là (kết quả làm tròn đến hàng phân chục)

A. $10,7(g)$.B. $10,6(g)$.C. $10,4(g)$.D. $10,5(g)$.

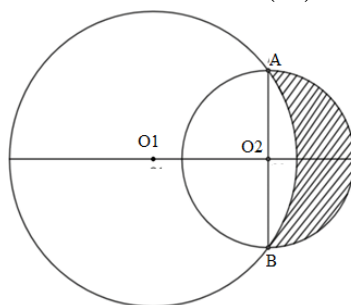
Câu 42: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ tâm đáy tới một mặt bên bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C_1) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4, hàm số bậc hai $y = g(x) = x^2 + 5x - 2$ có đồ thị (C_2) . Biết hai đồ thị (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1) và (C_2) bằng

A. $\frac{127}{6}$.B. $\frac{125}{12}$.C. $\frac{253}{36}$.D. $\frac{253}{12}$.

Câu 44: Cho hai đường tròn $C_1(O_1;10)$ và $C_2(O_2;6)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (C_2) . Gọi (D) là miền mặt phẳng nằm ngoài đường tròn (C_1) và nằm trong đường tròn (C_2) (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay khi quay (D) xung quanh trục O_1O_2 là

A. $V = \frac{320\pi}{3}$.B. $V = \frac{320}{3}$.C. $V = \frac{68\pi}{3}$.D. $V = 36\pi$.

Câu 45: Với hai số thực x, y thay đổi tùy ý thỏa mãn:

$$\log_3(y^2 + 4y + 4) + \log_2[(5-x)(3+x)] = 2\log_9 \frac{15+2x-x^2}{9} + \log_8(2y+4)^6.$$

Số các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |3x + 4y + m|$ không vượt quá 30 là

A. 101.

B. 15.

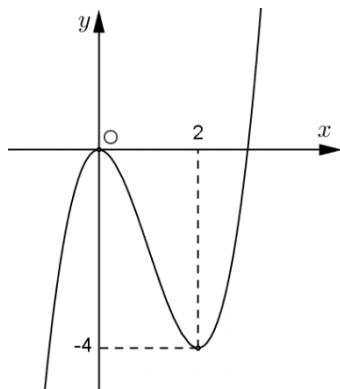
C. 21.

D. 61.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;4)$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P) sao cho AM luôn tiếp xúc với (S) . Giá trị nhỏ nhất của đoạn AM thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(9;11)$.B. $(7;9)$.C. $(5;7)$.D. $(3;5)$.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f[f^2(x)]$ là

- A. 6. B. 7. C. 5. D. 8.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương bé hơn 2024 của tham số m để hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5m}{x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$?

- A. 2021. B. 2018. C. 2019. D. 2020.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3(16 - x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(2x - m + 5) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?

- A. 10. B. 9. C. 8. D. 7.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 3)$ và cắt đường thẳng

(d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông. Phương trình mặt cầu (S) là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{10}{9}$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{40}{9}$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{10}{9}$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{40}{9}$.

----- HẾT -----

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

**ĐÁP ÁN BÀI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH
KHỐI 12 THPT LẦN II NĂM HỌC 2023 – 2024 MÔN: TOÁN**

Đề/câu	000	101	102	103	104	105	106	107	108
1	A	C	A	A	A	C	B	D	A
2	A	A	B	D	B	A	A	D	C
3	C	D	D	B	D	A	A	D	D
4	D	D	A	D	A	D	D	B	C
5	A	D	A	B	B	A	A	D	D
6	A	B	D	C	D	C	A	C	B
7	A	C	C	C	B	B	B	A	D
8	D	B	B	B	C	D	C	C	B
9	B	B	A	D	A	C	A	C	D
10	A	B	D	A	C	D	D	B	C
11	A	A	D	C	A	A	B	D	A
12	B	B	D	B	B	D	C	D	C
13	A	A	B	C	B	B	C	B	D
14	A	D	D	D	C	C	C	C	B
15	A	A	D	D	D	D	B	B	B
16	B	A	A	B	D	C	B	B	D
17	B	C	B	D	D	D	C	A	D
18	B	C	D	D	B	B	C	B	D
19	A	D	A	C	C	C	C	C	D
20	B	A	B	C	C	D	D	A	D
21	A	D	D	B	B	C	A	C	B
22	A	B	C	D	A	C	A	C	D
23	A	C	D	A	B	D	D	A	C
24	C	C	D	D	A	D	C	C	A
25	A	C	B	A	D	B	C	D	D
26	A	B	D	C	D	D	C	D	C
27	A	A	B	A	A	A	D	C	A
28	A	D	C	D	C	D	C	B	A
29	A	C	D	D	D	C	C	B	A
30	D	D	D	A	A	A	A	B	B
31	A	B	B	C	B	B	D	B	A
32	D	B	D	A	B	C	C	D	A
33	A	C	A	B	C	B	D	C	B
34	A	D	D	C	A	A	D	D	C
35	A	A	A	B	D	D	C	C	B
36	A	C	D	A	B	B	D	B	D
37	A	B	B	A	C	C	C	D	C
38	A	D	C	D	B	A	C	B	C
39	D	C	C	A	C	C	D	C	C
40	B	A	B	A	B	A	A	C	A
41	D	B	C	A	D	D	B	B	A
42	C	C	B	C	A	D	A	D	A
43	A	D	D	D	A	D	A	D	C
44	A	A	C	D	D	A	C	A	D
45	A	C	D	A	D	D	B	A	C
46	C	A	B	B	D	B	A	D	A
47	C	B	C	D	B	A	A	C	A

48	A	C	B	C	B	C	A	A	A
49	A	C	D	A	D	D	A	D	A
50	A	D	D	B	D	D	C	A	B

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
									0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
C	A	D	D	D	B	C	B	B	B	A	B	A	D	A	A	C	C	D	A	D	B	C	C	C
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
B	A	D	C	D	B	B	C	D	A	C	B	D	C	A	B	C	B	A	C	A	B	C	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số mũ $y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$ có cơ số $\frac{5}{3} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ với O là gốc tọa độ, gọi M là điểm biểu diễn của số phức z . Nếu $|z| = 3$ thì độ dài đoạn OM bằng

- A. 3. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow M(x; y)$.

$$|z| = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 3 \Leftrightarrow OM = 3.$$

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2, u_3 = 10$. Giá trị của u_2 bằng

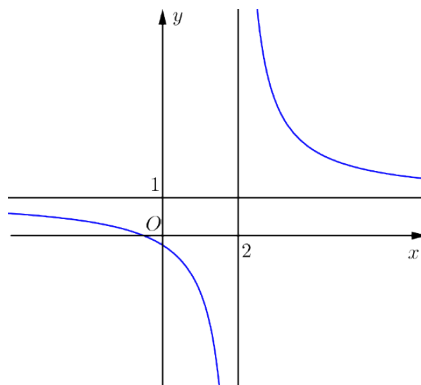
- A. 8. B. 12. C. 4. D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$u_2 = \frac{u_1 + u_3}{2} = \frac{2 + 10}{2} = 6.$$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = 1$.

B. $y = 2$.

C. $x = 2$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-1; -2; 1)$ và $R = 4$. **B.** $I(1; 2; -1)$ và $R = 16$.

C. $I(-1; -2; 1)$ và $R = 16$.

D. $I(1; 2; -1)$ và $R = 4$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho là

A. $S_{xq} = 12\pi$.

B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 7: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$, k là hằng số. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

B. $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

C. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.

D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^2$ là

A. $D = [1; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (1; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; -1]$.

C. $[-1; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{2}} 2 \Leftrightarrow x \leq -1$.

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + 2x + 1) = 0$ là

A. $\{2; 1\}$.

B. $\{-2; 0\}$.

C. $\{2; 0\}$.

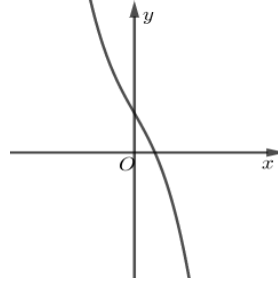
D. $\{-1; 2\}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(x^2 + 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Câu 11: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = -x^3 - 2x + 1$.

B. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

C. $y = x^3 - 2x - 1$.

D. $y = -x^4 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta nhận thấy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Phần thực của số phức $(2i - 1)\bar{z}$ là

A. 8.

B. -7.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(2i - 1)\bar{z} = (1 - 2i)(3 + 2i) = -7 + 4i$

Phần thực số phức $(2i - 1)\bar{z}$ là -7.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 0; 5)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 5)$ là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-5}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+5}{5}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-5}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(1; 0; 5)$ và có vector chỉ phương

$\vec{u} = (1; -2; 5)$ là $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-5}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (2; 0; -3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$.

B. $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$.

C. $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

D. $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}.$$

Câu 15: Cho khối chóp có thể tích bằng $6a^3$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. $9a$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $3a$.

D. a .

Lời giải

Chọn A

Chiều cao của khối chóp là: $h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 6a^3}{2a^2} = 9a$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		-4		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -4 .

B. 3 .

C. 0 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn A

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y_{CT} = -4$.

Câu 17: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

A. $\frac{1}{2}x^2 + C$.

B. $2x + C$.

C. $\frac{1}{3}x^3 + C$.

D. $3x^3 + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x)dx = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C.$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) vuông góc với trục Oy có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (1; 0; 1)$.

B. $\vec{n} = (1; 0; 0)$.

C. $\vec{n} = (0; 1; 0)$.

D. $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) vuông góc với trục Oy có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{j} = (0; 1; 0)$.

Câu 19: Có bao nhiêu cách xếp 8 quyển sách khác nhau thành một hàng ngang trên giá sách?

A. 8^7 .

B. $7!$.

C. 8^8 .

D. $8!$.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp 8 quyển sách khác nhau thành một hàng ngang trên giá sách bằng số hoán vị của 8 phân tử là $8!$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.

B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{x}$.

D. $y' = \frac{x}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = (\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2} \dots$$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3; 4)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 22: Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các số của tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 2 và chữ số 2 đứng ở chính giữa là

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{5}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau lập được từ tập hợp các chữ số đã cho là $A_7^5 = 2520$, vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = n(A) = 2520$.

Chữ số thỏa mãn bài toán có dạng: $\overline{ab2cd}$, có $A_6^4 = 360$ số như vậy.

Gọi E là biến cố “chọn được một số có mặt chữ số 2 và chữ số 2 đứng chính giữa”, có

$$n(E) = 360. \text{ Vậy } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{7}.$$

Câu 23: Nếu $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$ và $\int_{-2}^1 g(x) dx = 7$ thì $\int_{-2}^1 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 13.

B. $\frac{6}{7}$.

C. -1.

D. $\frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \int_{-2}^1 [2f(x) - g(x)] dx = 2 \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_{-2}^1 g(x) dx = 2 \cdot 3 - 7 = -1.$$

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x}$ là

- A.** $x^3 - x^2 - 5 \ln x + C$. **B.** $6x - 2 - \frac{5}{x^2}$.
C. $x^3 - x^2 + 5 \ln|x| + C$. **D.** $x^3 - x^2 - 5 \ln|x| + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \int \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x} dx = \int \left(3x^2 - 2x + \frac{5}{x} \right) dx = x^3 - x^2 + 5 \ln|x| + C.$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(3; 4; -2)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

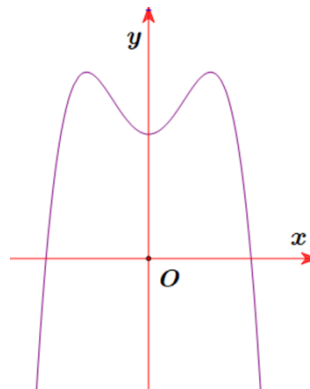
- A.** $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 14$. **B.** $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{14}$.
C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 14$. **D.** $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có tâm $I(1; 3; 1)$ là trung điểm đoạn AB , bán kính $R = IA = \sqrt{14}$ nên có phương trình $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 14$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.** $a < 0, b < 0$. **B.** $a < 0, b > 0$. **C.** $a > 0, b < 0$. **D.** $a > 0, b > 0$.

Lời giải

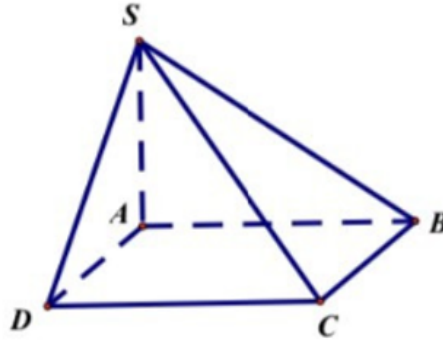
Chọn B

Đồ thị hàm trùng phương có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên $a < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0$ suy ra $b > 0$.

Vậy $a < 0, b > 0$. **Chọn B**

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SD = a\sqrt{5}$. (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng



A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A

Ta có:
$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \quad (SA \perp (ABCD)) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

Khi đó:

$$\left. \begin{array}{l} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ SB \perp BC \\ AB \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}.$$

Xét tam giác SAD vuông tại A có $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Vậy $((SBC), (ABCD)) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Câu 28: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

A. -3 .

B. -2 .

C. 0 .

D. -20 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên đoạn $[0; 3]$.

$$y' = -3x^2 + 3$$

Trên đoạn $[0; 3]$, $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Khi đó: $y(0) = -2$, $y(1) = 0$, $y(3) = -20$.

Vậy $\min_{[0; 3]} y = -20$ đạt tại $x = 3$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)^2(2-x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x = -2$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

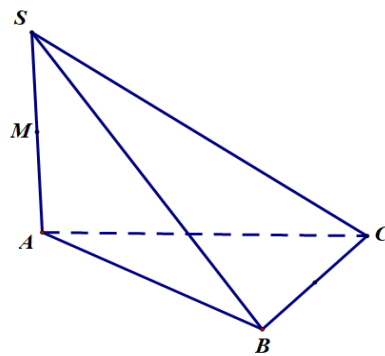
Ta có:
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ 2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$					

Vậy hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Khoảng cách từ trung điểm M của cạnh SA đến mặt phẳng (SBC) là



A. $3a$.

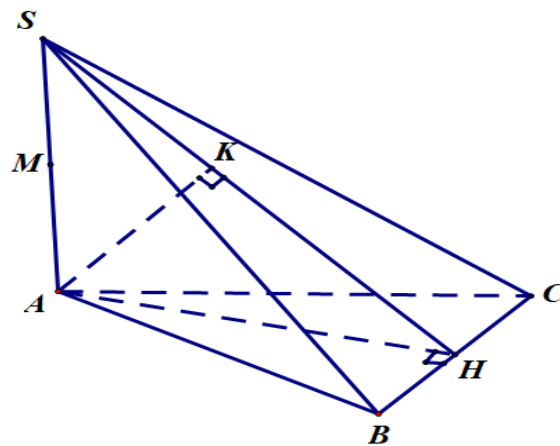
B. $\frac{3\sqrt{13}}{13}a$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của cạnh BC . Từ A kẻ $AK \perp SH$ ($K \in SH$).

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AH \\ BC \perp SA \quad (SA \perp (ABCD)) \\ AH \cap SA = A \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AK.$$

Xét tam giác ABC đều có $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAH vuông tại A có AK là đường cao. Khi đó:

$$AK = \frac{SA \cdot AH}{SH} = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{3a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{(3a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{3a}{4}.$$

Ta có $AM \cap (SBC) = S$ nên $\frac{d(M, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}$

Vậy $d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a}{4}$.

Câu 31: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $2a$ và thể tích bằng $12\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho là

- A.** $18\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $36\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \pi R^2 h = 12\pi a^3 \Leftrightarrow h = \frac{12\pi a^3}{\pi R^2} = \frac{12\pi a^3}{\pi 4a^2} = 3a$.

Vậy diện tích xung quanh của khối trụ đã cho là $S = 2\pi Rh = 12\pi a^2$.

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+3i) = 17+i$. Khi đó mô đun của số phức $w = z - 3i$ là

- A.** 13. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

$\bar{z}(1+3i) = 17+i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{17+i}{1+3i} = 2-5i \Rightarrow z = 2+5i$

$\Rightarrow w = z - 3i = 2+5i - 3i = 2+2i \Rightarrow |w| = 2\sqrt{2}$.

Câu 33: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxy là

- A.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = 3+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = 3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -3-t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}(0; 0; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng qua $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxy . Vậy phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc

với mặt phẳng Oxy là $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3+t \end{cases}$.

Câu 34: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC đều có cạnh bằng $2a$ và khoảng cách giữa hai mặt đáy bằng $3a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $V = a^3\sqrt{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = S_{ABC} \cdot h = \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 35: Nếu $\int_{-2}^3 f(x) dx = 5$ thì $\int_3^{-2} (f(x) + 4x) dx = ?$

A. -15 .

B. 5 .

C. -5 .

D. 15 .

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_3^{-2} (f(x) + 4x) dx &= \int_{-2}^3 (-f(x) - 4x) dx = -\int_{-2}^3 f(x) dx - \int_{-2}^3 4x dx = -5 - 2x^2 \Big|_{-2}^3 \\ &= -5 - 2(9 - 4) = -15. \end{aligned}$$

Câu 36: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(81a^5)$ bằng

A. $4 - 5\log_3 a$.

B. $4 + 5a$.

C. $4 + 5\log_3 a$.

D. $4 - 5a$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_3(81a^5) = \log_3 81 + \log_3 a^5 = 4 + 5\log_3 a.$$

Câu 37: Cho số phức $z = m + (m - 3)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Giá trị của tham số m để điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường thẳng có phương trình $y = 2x + 1$ là

A. $m = 5$.

B. $m = -4$.

C. $m = 4$.

D. $m = -2$.

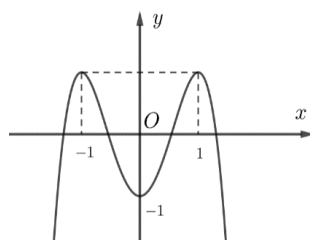
Lời giải

Chọn B

$$\text{Điểm } M(m; m - 3) \in d \Leftrightarrow m - 3 = 2m + 1 \Leftrightarrow m = -4.$$

Câu 38: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 39: Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 3$. Hai số phức z_1, z_2 thay đổi thuộc tập S thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$. Mô đun của số phức $w = z_1 + z_2 - 4 + 2i$ bằng

A. $|w| = 2\sqrt{3}$.

B. $|w| = 4\sqrt{3}$.

C. $|w| = 4\sqrt{2}$.

D. $|w| = 4$.

Lời giải

Chọn C

Số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 3 \Rightarrow M, N$ biểu diễn z_1, z_2 thuộc đường tròn tâm $I(2; -1), R = 3$ và $|z_1 - z_2| = 2 \Rightarrow MN = 2$

$$w = z_1 + z_2 - 4 + 2i \Rightarrow \frac{w}{2} = \frac{z_1 + z_2}{2} - (2 - i).$$

Gọi H là trung điểm của MN suy ra điểm H biểu diễn số phức $\frac{z_1 + z_2}{2}$.

$$\left| \frac{w}{2} \right| = \left| \frac{z_1 + z_2}{2} - (2 - i) \right| = IH = \sqrt{R^2 - HM^2} = \sqrt{9 - 1} = 2\sqrt{2} \Rightarrow |w| = 4\sqrt{2}.$$

Câu 40: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = |w| = |\bar{z} + 2w|$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{|z|}{1 + |\bar{z} - w|^2}$

thuộc tập nào trong các tập dưới đây?

A. $[0; 1]$.

B. $[2; 3]$.

C. $[3; 5]$.

D. $[1; 2]$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } \begin{cases} z = a_1 + b_1 i \\ w = a_2 + b_2 i \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } |z| = |w| \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2.$$

$$|z| = |\bar{z} + 2w| \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = (a_1 + 2a_2)^2 + (-b_1 + 2b_2)^2$$

$$\Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = a_1^2 + 4a_1a_2 + 4a_2^2 + 4b_2^2 - 4b_1b_2 + b_1^2$$

$$\Leftrightarrow 4(a_2^2 + b_2^2) + 4(a_1a_2 - b_1b_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a_2^2 + b_2^2) + (a_1a_2 - b_1b_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2) + \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2) + (a_1a_2 - b_1b_2) = 0$$

$$\text{Mà } a_2^2 + b_2^2 = a_1^2 + b_1^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2) + \frac{1}{2}(a_1^2 + b_1^2) + (a_1a_2 - b_1b_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a_1^2 + 2a_1a_2 + a_2^2) + \frac{1}{2}(b_1^2 - 2b_1b_2 + b_2^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a_1 + a_2)^2 + \frac{1}{2}(b_1 - b_2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } T = \frac{|z|}{1 + |\bar{z} - w|^2} = \frac{|z|}{1 + [(a_1 - a_2)^2 + (-b_1 - b_2)^2]} = \frac{|z|}{1 + [(a_1 - (-a_1))^2 + (b_1 + b_1)^2]}$$

$$\Rightarrow T = \frac{|z|}{1 + (4a_1^2 + 4b_1^2)} = \frac{|z|}{1 + 4|z|^2}$$

$$\text{Đặt } |z| = x \geq 0 \Rightarrow T = \frac{x}{1 + 4x^2}$$

$$T' = \frac{1 - 4x^2}{(1 + 4x^2)^2}$$

$$T' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
T'		+	0	-
T	0	$\frac{1}{4}$	0	

$$\text{Vậy } T_{\max} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow |z| = x = \frac{1}{2}.$$

Câu 41: Để dùng cho mục đích đi câu cá, người ta sản xuất một viên chì với quy trình như sau:
 Bước 1. Sản xuất viên chì đặc dạng khối nón có chiều cao $40mm$ và bán kính đáy $5mm$.

Bước 2. Khoan một lỗ dọc theo trục của viên chì và xuyên viên chì (để luồn dây câu), lỗ có dạng hình trụ với bán kính đáy bằng $1mm$ biết rằng trục của lỗ trùng với trục của viên chì.



Biết khối lượng riêng của chì là $11,3g/cm^3$. Khối lượng của viên chì sau sản xuất là (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

A. $10,7g$.

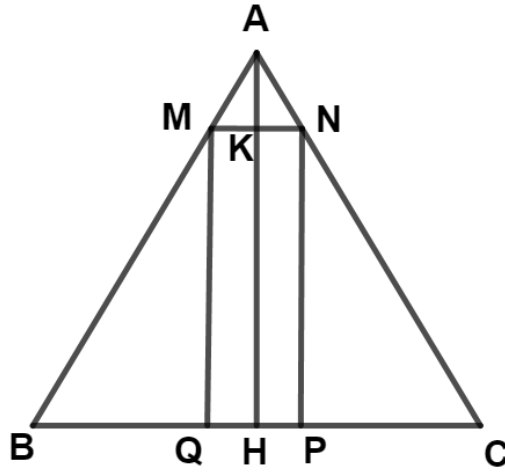
B. $10,6g$.

C. $10,4g$.

D. $10,5g$.

Lời giải

Chọn B



Ta minh họa viên chì đặc và lỗ khoan xuyên viên chì như hình vẽ.

$$\text{Khi đó ta có } MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AK}{AH} = \frac{KN}{HC} = \frac{1}{5} \Rightarrow KH = \frac{4}{5} AH = \frac{4}{5} \cdot 40 = 32 \text{ mm} = 3,2 \text{ cm} = h.$$

$$V_{\text{chì}} = V_{\text{nón cut}} - V_{\text{tru}} = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + r'^2 + r \cdot r') - \pi r'^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3,2 \cdot (0,5^2 + 0,1^2 + 0,5 \cdot 0,1) - \pi \cdot 0,1^2 \cdot 3,2 \\ \approx 0,938289 (\text{cm}^3)$$

$$\Rightarrow \text{Khối lượng viên chì: } V_{\text{chì}} \cdot 11,3 \approx 10,6 (\text{cm}^3).$$

Câu 42: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ tâm đáy tới một mặt bên bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$

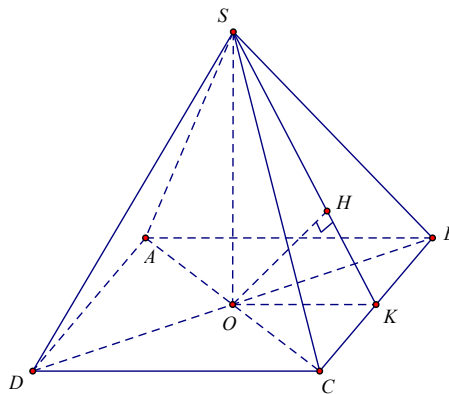
B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}.$

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{9}.$

Lời giải

Chọn C



$$\text{Hạ } OK \perp BC, OH \perp SK \Rightarrow d(O; (SBC)) = OH = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OK^2} \Rightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow SO = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích } V \text{ của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C_1) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4, hàm số bậc hai $y = g(x) = x^2 + 5x - 2$ có đồ thị (C_2) . Biết hai đồ thị (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1) và (C_2) bằng

- A. $\frac{127}{6}$. B. $\frac{125}{12}$. C. $\frac{253}{36}$. D. $\frac{253}{12}$.

Lời giải

Chọn B

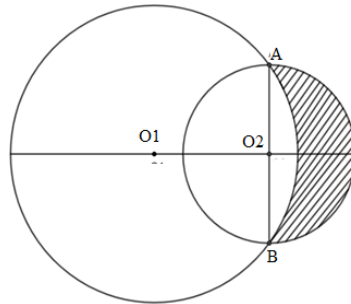
Xét phương trình hoành độ giao điểm $f(x) - g(x) = a(x+2)(x-1)(x-3)$.

Cho $x = 0 \Rightarrow f(0) - g(0) = 6a \Leftrightarrow 4 - (-2) = 6a \Leftrightarrow a = 1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1) và (C_2) bằng

$$S = \int_{-2}^3 |(x+2)(x-1)(x-3)| dx = \frac{125}{12}.$$

Câu 44: Cho hai đường tròn $C_1(O_1; 10)$ và $C_2(O_2; 6)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (C_2) . Gọi (D) là miền mặt phẳng nằm ngoài đường tròn (C_1) và nằm trong đường tròn (C_2) (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay khi quay (D) xung quanh trục O_1O_2 là



- A. $V = \frac{320\pi}{3}$. B. $V = \frac{320}{3}$. C. $V = \frac{68\pi}{3}$. D. $V = 36\pi$.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ tọa độ Oxy với $O_2 \equiv O$, $O_2C \equiv Ox$, $O_2A \equiv Oy$.

Cạnh $O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \Rightarrow (O_1): (x+8)^2 + y^2 = 100$.

Phương trình đường tròn $(O_2): x^2 + y^2 = 36$.

Kí hiệu (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{100 - (x+8)^2}$, trục Ox , $x = 0$, $x = 2$.

Kí hiệu (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{36 - x^2}$, trục Ox , $x = 0$, $x = 6$.

Khi đó thể tích V cần tính chính bằng thể tích V_2 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_2) xung quanh trục Ox trừ đi thể tích V_1 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_1) xung quanh trục Ox .

Ta có $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 6^3 = 144\pi$.

Lại có $V_1 = \pi \int_0^2 y^2 dx = \pi \int_0^2 [100 - (x+8)^2] dx = \frac{112\pi}{3}$.

Do đó $V = V_2 - V_1 = 144\pi - \frac{112\pi}{3} = \frac{320\pi}{3}$.

Câu 45: Với hai số thực x, y thay đổi tùy ý thỏa mãn:

$$\log_3(y^2 + 4y + 4) + \log_2[(5-x)(3+x)] = 2 \log_9 \frac{15+2x-x^2}{9} + \log_8(2y+4)^6.$$

Số các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |3x + 4y + m|$ không vượt quá 30 là

A. 101.

B. 15.

C. 21.

D. 61.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3(y^2 + 4y + 4) + \log_2[(5-x)(3+x)] &= 2 \log_9 \frac{15+2x-x^2}{9} + \log_8(2y+4)^6 \\ \Leftrightarrow \log_3(y+2)^2 + \log_2(15+2x-x^2) &= 2 \log_{3^2} \frac{15+2x-x^2}{9} + \log_{2^3}(2y+4)^6 \\ \Leftrightarrow \log_3(y+2)^2 - \log_3(15+2x-x^2) &= \log_2(y+2)^2 - \log_2(15+2x-x^2) \\ \Leftrightarrow \log_3 2 \cdot \log_2 \frac{(y+2)^2}{15+2x-x^2} &= \log_2 \frac{(y+2)^2}{15+2x-x^2} \\ \Leftrightarrow \log_2 \frac{(y+2)^2}{(5-x)(3+x)} = 0 &\Leftrightarrow \frac{(y+2)^2}{(5-x)(3+x)} = 1 \\ \Leftrightarrow y^2 + 4y + 4 = 15 + 2x - x^2 &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 16. \end{aligned}$$

Khi đó $[3(x-1) + 4(y+2)]^2 \leq (3^2 + 4^2)[(x-1)^2 + (y+2)^2] = 20^2$.

Suy ra $-20 \leq 3(x-1) + 4(y+2) \leq 20 \Leftrightarrow -25 + m \leq 3x + 4y + m \leq 15 + m$.

Suy ra $P_{\max} = \frac{|(15+m) + (-25+m)| + |(15+m) - (-25+m)|}{2} = |m-5| + 20$.

Ta có $P_{\max} \leq 30 \Leftrightarrow |m-5| + 20 \leq 30 \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 15$.

Vậy có 21 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;4)$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-9=0$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P) sao cho AM luôn tiếp xúc với (S) . Giá trị nhỏ nhất của đoạn AM thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. (9;11).

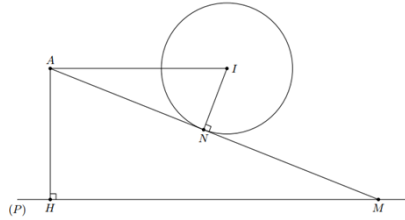
B. (7;9).

C. (5;7).

D. (3;5).

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = 2$, suy ra $AI = \sqrt{29} > R$.

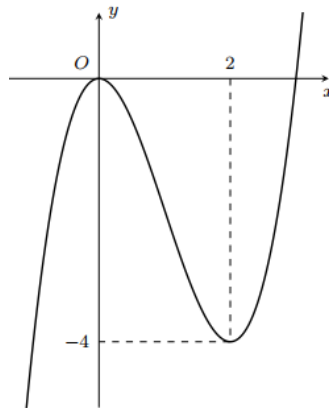
Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) , ta có $AH = d(A, (P)) = d(I, (P)) = 4$.

Gọi N là điểm tiếp xúc của AM và mặt cầu (S) .

AM có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $AI \parallel HM \Rightarrow \widehat{IAN} = \widehat{AMH}$.

Khi đó $\frac{AH}{AM} = \sin \widehat{AMH} = \sin \widehat{IAN} = \frac{IN}{IA} \Rightarrow AM = \frac{AH \cdot AI}{IN} = \frac{4\sqrt{29}}{2} = 2\sqrt{29} \approx 10,77$.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f[f^2(x)]$ là

A. 6.

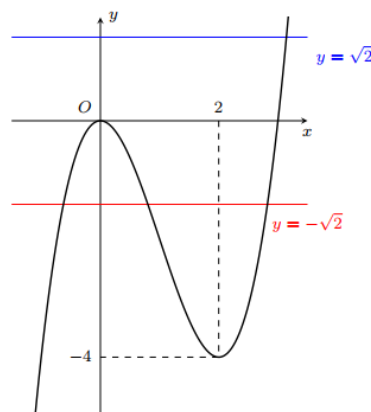
B. 7.

C. 5.

D. 8.

Lời giải

Chọn B



Ta có $g'(x) = 2f'(x) \cdot f(x) \cdot f'[f^2(x)]$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \\ f'(f^2(x)) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \vee x = 2 \\ x = a(a > 2) \\ f(x) = \sqrt{2} \\ f(x) = -\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \vee x = 2 \\ x = a(a > 2) \\ x = b(b > a) \\ x = c(c < 0) \\ x = d(0 < d < 2) \\ x = e(0 < e < a). \end{cases}$$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f[f^2(x)]$ là 7.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương bé hơn 2024 của tham số m để hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5m}{x - m}$

nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$?

A. 2021.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải

Chọn C

Hàm số có nghĩa khi $x - m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m$.

$$y' = \frac{2x^2 - 4mx + 3m + 1}{(x - m)^2}.$$

Để hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5m}{x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$ điều kiện là

$$y' \leq 0, \forall x \in (1; 5) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4mx + 3m + 1 \leq 0, \forall x \in (1; 5) \\ m \notin (1; 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4x - 3)m \geq 2x^2 + 1, \forall x \in (1; 5) \\ m \geq 5 \\ m \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{2x^2 + 1}{4x - 3}, \forall x \in (1; 5) \\ m \geq 5 \\ m \leq 1 \end{cases} \quad \cdot \text{Đặt } h(x) = \frac{2x^2 + 1}{4x - 3}, x \in (1; 5) \Rightarrow h'(x) = \frac{8x^2 - 12x - 4}{(4x - 3)^2}.$$

$$h'(x) = 0 \Rightarrow 8x^2 - 12x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3 - \sqrt{17}}{4} \notin (1; 5) \\ x = \frac{3 + \sqrt{17}}{4} \in (1; 5) \end{cases}.$$

x	1	$\frac{3 + \sqrt{17}}{4}$	5
$h'(x)$	-	0	+
$h(x)$	3	$\frac{3 + \sqrt{17}}{4}$	3

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \geq 5 \Leftrightarrow m \geq 5. \\ m \leq 1 \end{cases}$

$$\text{Do } \begin{cases} m \geq 5 \\ m < 2024 \Rightarrow \text{số giá trị nguyên của } m \text{ là } 2024 - 5 = 2019. \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3(16 - x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(2x - m + 5) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. 10.

B. 9.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện của phương trình } \begin{cases} 16 - x^2 > 0 \\ 2x - m + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < 4 \\ 2x - m + 5 > 0 \end{cases}$$

$$\log_3(16 - x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(2x - m + 5) = 0 \Leftrightarrow \log_3(16 - x^2) = \log_3(2x - m + 5)$$

$$\begin{cases} 16 - x^2 = 2x - m + 5 \\ -4 < x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 11 = m \\ -4 < x < 4 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } h(x) = x^2 + 2x - 11, x \in (-4; 4) \Rightarrow h'(x) = 2x + 2.$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1. \text{ Ta có bảng biến thiên của hàm số } h(x) = x^2 + 2x - 11, x \in (-4; 4).$$

x	-4	-1	4
$h'(x)$	-	0	+
$h(x)$	-3	-12	13

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt điều kiện là:

$$\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ -12 < m < -3 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4\}.$$

Vậy có 8 giá trị của m .

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 3)$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ tại hai điểm A và B sao cho tam giác IAB vuông. Phương trình mặt cầu (S) là:

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{10}{9}.$

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{40}{9}.$

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{10}{9}.$

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{40}{9}.$

Lời giải

Chọn D

----- HẾT -----