

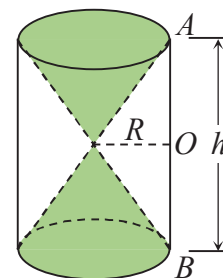
Họ, tên thí sinh:..... Lớp:.....

Câu 1: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$; $y = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ và trục tung là

- A. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\pi^2}{4} - 1$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\pi^2}{4}$.

Câu 2: Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo $OA = OB$. Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón (V_n) và thể tích hình trụ (V_t) bằng:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{2}{5}$.
C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.



Câu 3: Cho x, y là các số thực dương thỏa $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

- A. $\frac{x}{y} = 4$. B. $\frac{x}{y} = 3$. C. $\frac{x}{y} = 5$. D. $\frac{x}{y} = 2$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $A(1;0;0), B(-1;1;-2), C(-2;0;-3), D(0;-1;-1)$. Gọi H là trung điểm CD , $SH \perp (ABCD)$. Biết khối chóp tương ứng có thể tích bằng 4. Kí hiệu tọa độ của điểm S là $S(x_0; y_0; z_0), x_0 > 0$. Tìm x_0

- A. $x_0 = 1$. B. $x_0 = 2$. C. $x_0 = 3$. D. $x_0 = 4$.

Câu 5: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{3}{5}}$ và $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{5}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $0 < \log_a b < 1$. B. $\log_a b > 1$. C. $\log_b a < 0$. D. $0 < \log_b a < 1$.

Câu 6: Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (1+i)| = |z + 2i|$ là đường nào sau đây:

- A. Đường thẳng. B. Đường tròn. C. Elip. D. Parabol.

Câu 7: Cho phương trình $\log_3 \frac{x^2 - 2x + 1}{x} + x^2 + 1 = 3x$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. 5. B. 3. C. $\sqrt{5}$. D. 2.

Câu 8: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. Nếu $f''(x_0) = 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0 .
B. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0 .
C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0 .
D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0 .

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và các tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 2$. C. $I = 3$. D. $I = 1$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 6. Tam giác SAB vuông cân tại S và tam giác SCD đều. Tìm bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

- A. $R = 2\sqrt{3}$. B. $R = \sqrt{21}$. C. $R = 3$. D. $R = 3\sqrt{3}$.

Câu 11: Bán kính đáy hình trụ bằng $4cm$, chiều cao bằng $6cm$. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng

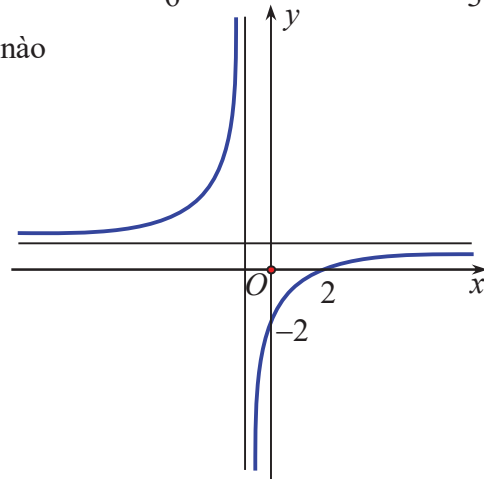
- A. $5cm$. B. $8cm$. C. $6cm$. D. $10cm$.

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $V = abc$. B. $V = \frac{1}{2}abc$. C. $V = \frac{1}{6}abc$. D. $V = \frac{1}{3}abc$.

Câu 13: Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

- A. $y = \frac{x+2}{x-1}$.
B. $y = \frac{2-x}{x+1}$.
C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.
D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.



Câu 14: Xét số phức z và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là M , M' . Số phức $z(4+3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là N , N' . Biết rằng $MM'N'N$ là một hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z+4i-5|$.

- A. $\frac{5}{\sqrt{34}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

Câu 15: Một hình chóp tứ giác đều có tổng độ dài của đường cao và bốn cạnh đáy là 33. Hỏi độ dài cạnh bên ngắn nhất là bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{33}}{17}$. B. $\sqrt{33}$. C. $11\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{33}}{2}$.

Câu 16: Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2$, $\log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

- A. $\frac{6}{5}$. B. $\frac{8}{7}$. C. $\frac{10}{9}$. D. $\frac{7}{6}$.

Câu 17: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau: $y = x \sin 2x$, $y = 2x$, $x = \frac{\pi}{2}$.

- A. $\frac{\pi^2}{4} - 4$. B. $\pi^2 - \pi$. C. $\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi}{4}$.

Câu 18: Cho $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết rằng $f(\log(\log e)) = 2$. Tính giá trị của $f(\log(\ln 10))$

- A. 10. B. 2. C. 4. D. 8.

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ là:

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 x.f'(2x) dx$.

- A. 13. B. 12. C. 20. D. 7.

Câu 21: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Thể tích của tứ diện $OA'BC$ bằng

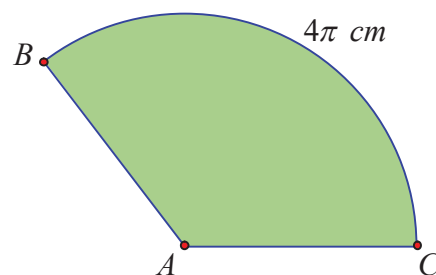
- A. $\frac{a^3}{12}$. B. $\frac{a^3}{24}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$, tam giác ABC vuông tại đỉnh A , $AB = 1(cm)$, $AC = \sqrt{3}(cm)$. Tam giác SAB , SAC lần lượt vuông tại B và C . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}(cm)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{5\pi}{4}(cm^2)$. B. $20\pi(cm^2)$. C. $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}(cm^2)$. D. $5\pi(cm^2)$.

Câu 23: Một mảnh giấy hình quạt như hình vẽ. Người ta dán mép AB và AC lại với nhau để được một hình nón đỉnh A . Tính thể tích V của khối nón thu được (xem phần giấy dán không đáng kể).

- A. $4\sqrt{21}\pi$. B. $\frac{20\pi}{3}$.
C. $\frac{4\sqrt{21}}{3}\pi$. D. 20π .

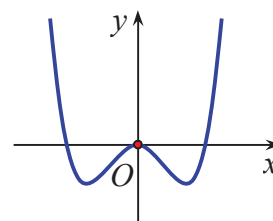


Câu 24: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 8. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA . Thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 25: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 + 2x^2$.
C. $y = -x^4 - 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.



Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z = 0$, $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{2}$. Tọa độ điểm A thuộc Ox sao cho A cách đều d và (P) là

- A. $A(3;0;3)$. B. $A(3;3;0)$. C. $A(3;0;0)$. D. $A(3;0;3)$.

Câu 27: Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6$, $y = -x^2 - 2x + 6$.

- A. 3π . B. $\pi - 1$. C. π . D. 2π .

Câu 28: Một hình tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = \sqrt{5}$, $AC = BD = \sqrt{10}$, $AD = BC = \sqrt{13}$. Hỏi thể tích của khối tứ diện tương ứng là bao nhiêu?

- A. $5\sqrt{26}$. B. $\frac{5}{6}\sqrt{26}$. C. 2. D. 4.

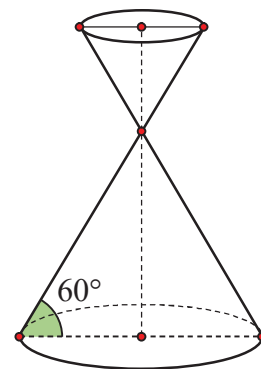
Câu 29: Cho a, b, x là các số thực dương. Biết $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$, tính x theo a và b

- A. $x = \frac{a^4}{b}$. B. $x = 4a - b$. C. $x = \frac{a}{b}$. D. $x = a^4 - b$.

Câu 30: Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6$, $AD = 4$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm bốn cạnh AB, BC, CD, DA . Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh QN , khi đó tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng

- A. $V = 6\pi$. B. $V = 2\pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 8\pi$.

Câu 31: Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° như hình bên. Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30cm và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi \text{ cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, khi đó tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



- A. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{8}$.
C. $\frac{1}{64}$. D. $\frac{1}{27}$.

Câu 32: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. $2x + 5\ln|x-1| + C$. B. $2x^2 - 5\ln x - 1 + C$.
C. $2x^2 + \ln|x-1| + C$. D. $2x + 5\ln(x-1) + C$.

Câu 33: Một hình nón có đường cao $h = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $5\pi\sqrt{41}$. B. $25\pi\sqrt{41}$.
C. $+\infty$. D. $125\pi\sqrt{41}$.

Câu 34: Cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau,

mệnh đề nào đúng?

- A. $d \subset (P)$. B. $d \perp (P)$.
C. d cắt (P) . D. $d \parallel (P)$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

- A. -9 . B. $-\frac{25}{9}$. C. $-\frac{16}{25}$. D. 1 .

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$. Có bao nhiêu điểm M trên trục Oy thỏa mãn M cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q) ?

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Câu 37: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1, |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$. Tính $|z_1 - z_2|$.

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1; 2; 1), B(-4; 2; -2), C(-1; -1; -2), D(-5; -5; 2)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC)

- A. $d = \sqrt{3}$. B. $d = 2\sqrt{3}$.
C. $d = 3\sqrt{3}$. D. $d = 4\sqrt{3}$.

Câu 39: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = m + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Biết có

hai giá trị thực của tham số m cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B và các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B luôn vuông góc với nhau. Tích của hai giá trị đó bằng

- A. 16 . B. 12 . C. 14 . D. 10 .

Câu 40: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; 0), B(0; 2; 0), C(0; -2; 0)$. Khi quay quanh tam giác ABC quanh trục BC thì tạo được hai khối nón chung đáy. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$, biết rằng V_1 là thể tích của khối nón lớn hơn, V_2 là thể tích của khối nón nhỏ hơn

- A. $\frac{V_1}{V_2} = 4$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 3$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$.

Câu 41: Gọi (C) là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2; 24)$.

- A. $m = -4$. B. $m = 4$. C. $m = 3$. D. $m = 6$.

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 5$. Tìm tọa độ điểm A thuộc trục Oy , biết rằng ba mặt phẳng phân biệt qua A có các vector pháp tuyến lần lượt là các vector đơn vị của các trục tọa độ cắt mặt cầu theo thiết diện là ba hình tròn có tổng diện tích là 11π

- A. $\begin{bmatrix} A(0; 2; 0) \\ A(0; 6; 0) \end{bmatrix}$. B. $\begin{bmatrix} A(0; 0; 0) \\ A(0; 8; 0) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} A(0; 6; 0) \\ A(0; 0; 0) \end{bmatrix}$. D. $\begin{bmatrix} A(0; 2; 0) \\ A(0; 8; 0) \end{bmatrix}$.

- Câu 43:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết thể tích khối chóp $A'.BDD'B'$ là $\frac{8}{3}dm^3$. Tính độ dài cạnh DD' .
- A. $0,2m$. B. $20mm$. C. $20dm$. D. $2cm$.
- Câu 44:** Cho số phức $z = m - 2 + (m^2 - 1)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi (C) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và Ox .
- A. 1. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{32}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.
- Câu 45:** Cho số phức z thỏa mãn $(1 - 3i)z + 1 + i = -z$. Môđun của số phức $w = 13z + 2i$ có giá trị là:
- A. -2 . B. $\frac{\sqrt{26}}{13}$. C. $\sqrt{10}$. D. $-\frac{4}{13}$.
- Câu 46:** Cho số phức z thỏa mãn $iz + 2 - i = 0$. Khoảng cách từ điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ Oxy đến điểm $M(3; -4)$ là
- A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{13}$ C. $2\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{2}$
- Câu 47:** Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm số phức $w = z(1 + i)^2 - \bar{z}$
- A. $w = 3 + 5i$. B. $w = 7 - 8i$. C. $w = -3 + 5i$. D. $w = -7 + 8i$.
- Câu 48:** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{x}$ và $y = x - 3$. Tính S .
- A. $S = \frac{1}{6}$. B. $S = -4 + 2\ln 2$. C. $S = \frac{3}{2} - 2\ln 2$. D. $S = -\frac{1}{6}$.
- Câu 49:** Bất phương trình $2^{x^2 - 3x + 4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x - 10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?
- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.
- Câu 50:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là $\triangle ABC$ đều cạnh $a = 4$ và biết $S_{\triangle A'BC} = 8$. Tính thể tích khối lăng trụ.
- A. $2\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{3}$. C. $6\sqrt{3}$. D. $8\sqrt{3}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	D	A	C	A	B	C	A	B	D	B	C	C	B	B	C	A	C	D	A	D	C	C	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	C	A	D	B	A	D	A	B	B	A	D	B	B	D	A	A	B	D	C	D	C	D	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$; $y = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ và trục tung là

- A. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\pi^2}{4} - 1$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\pi^2}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$; $y = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ và trục tung là

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\sin x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 2: Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo $OA = OB$. Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón (V_n) và thể tích hình trụ (V_t) bằng:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

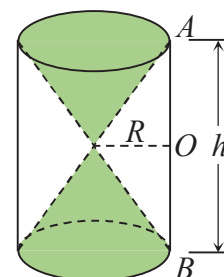
Hướng dẫn giải

Chọn D

Thể tích của mỗi khối nón là $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot \pi R^2 = \frac{\pi R^2 h}{6}$

Tổng thể tích của hai khối nón là $V_n = 2 \cdot \frac{\pi R^2 h}{6} = \frac{\pi R^2 h}{3}$

Thể tích của khối trụ là $V_t = \pi R^2 h$. Vậy $\frac{V_n}{V_t} = \frac{1}{3}$



Câu 3: Cho x, y là các số thực dương thỏa $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

- A. $\frac{x}{y} = 4$. B. $\frac{x}{y} = 3$. C. $\frac{x}{y} = 5$. D. $\frac{x}{y} = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t = \log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} x = 9^t (1) \\ y = 6^t (2) \\ \frac{x+y}{6} = 4^t (3) \\ \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2} \right)^t = k \end{cases}$$

Lấy (1), (2) thay vào (3), ta có: $9^t + 6^t = 6.4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = 2 = k$

Vậy $\frac{x}{y} = 2$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $A(1;0;0), B(-1;1;-2), C(-2;0;-3), D(0;-1;-1)$. Gọi H là trung điểm CD , $SH \perp (ABCD)$. Biết khối chóp có thể tích bằng 4. Kí hiệu tọa độ của điểm S là $S(x_0; y_0; z_0), x_0 > 0$. Tìm x_0

A. $x_0 = 1$.

B. $x_0 = 2$.

C. $x_0 = 3$.

D. $x_0 = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; -2), \overrightarrow{AC} = (-3; 0; -3), \overrightarrow{AD} = (-1; -1; -1)$

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; 0; 3), [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] = (-3; 0; 3)$

$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{1}{2}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] + \frac{1}{2}[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] = \frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 3^2} + \frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$

$H\left(-1; -\frac{1}{2}; -2\right)$

Đường cao SH đi qua H và nhận $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ làm VTCP nên có phương trình $\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = -\frac{1}{2} \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

$S \in SH \Rightarrow S(-1 - 3t; -\frac{1}{2}; -2 + 3t)$

ĐK: $-1 - 3t > 0 \Leftrightarrow t < -\frac{1}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{(-3t)^2 + (-3t)^2} = 3|t|\sqrt{2}$

$V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} \Rightarrow SH = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{3.4}{3\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

$3|t|\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow t = -\frac{2}{3} \Rightarrow S\left(1; -\frac{1}{2}; 0\right)$

Câu 5: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{3}{5}}$ và $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{5}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $0 < \log_a b < 1$.

B. $\log_a b > 1$.

C. $\log_b a < 0$.

D. $0 < \log_b a < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{3}{5}} \Rightarrow a > 1, \log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{5} \Rightarrow 0 < b < 1$ nên $\log_b a < 0$.

Câu 6: Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (1 + i)| = |z + 2i|$ là đường nào sau đây?

A. Đường thẳng.

B. Đường tròn.

C. Elip.

D. Parabol.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng (oxy)

Ta có: $|z - (1 + i)| = |z + 2i| \Leftrightarrow |x + yi - 1 - i| = |x + yi + 2i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(1-x)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 + (y+2)^2} \Leftrightarrow (1-x)^2 + (y-1)^2 = x^2 + (y+2)^2 \Leftrightarrow x + 3y + 1 = 0$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x + 3y + 1 = 0$

Câu 7: Cho phương trình $\log_3 \frac{x^2 - 2x + 1}{x} + x^2 + 1 = 3x$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. 5. B. 3. C. $\sqrt{5}$. D. 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện $x > 0$ và $x \neq 1$

$$\log_3 \frac{x^2 - 2x + 1}{x} + x^2 + 1 = 3x \Leftrightarrow \log_3 (x^2 - 2x + 1) - \log_3 x + x^2 - 2x + 1 - x = 0$$

$$\log_3 (x^2 - 2x + 1) + (x^2 - 2x + 1) = \log_3 x + x (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$ và $t \neq 1$

Nên $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0$ với $t > 0$ và $t \neq 1$ nên $f(t)$ đồng biến với $t > 0$ và $t \neq 1$

$$\text{Do đó: } f(x^2 - 2x + 1) = f(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} : \text{thỏa mãn}$$

Khi đó tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.

Câu 8: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$. Khẳng định nào sau đây luôn **đúng** ?

- A. Nếu $f''(x_0) = 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0 .
 B. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0 .
 C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0 .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Áp dụng lý thuyết.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và các tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính

$$\text{tích phân } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

- A. $I = 6$. B. $I = 2$. C. $I = 3$. D. $I = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Đặt } t = \tan x \Rightarrow dt = (1 + \tan^2 x) dx \Rightarrow \frac{dt}{1 + t^2} = dx. \text{ Đổi cận : } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$$

$$\text{Do đó: } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4 \Rightarrow \int_0^1 \frac{f(t) dt}{1 + t^2} = 4 \Rightarrow \int_0^1 \frac{f(x) dx}{1 + x^2} = 4$$

Vậy: $\int_0^1 \frac{f(x)dx}{1+x^2} + \int_0^1 \frac{x^2 f(x)dx}{1+x^2} = 4 + 2 \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = 6$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 6. Tam giác SAB vuông cân tại S và tam giác SCD đều. Tìm bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó

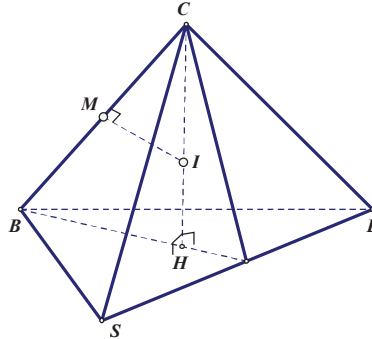
A. $R = 2\sqrt{3}$.

B. $R = \sqrt{21}$.

C. $R = 3$.

D. $R = 3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải



Chọn B.

Nhận xét: Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$ chính là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SBCD$

Xét hình chóp $SBCD$ có: $CB = SC = CD = 6$, $BS = 3\sqrt{2}$, $SD = 6$ và $BD = 6\sqrt{2}$

Gọi H là hình chiếu của C lên $(SBD) \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBD$

Kẻ đường trung trực của BC cắt CH tại I suy ra $IC = IB = IS = ID = IA$

Dùng công thức Hê-rông ta tính được: $S_{\triangle SBD} = \frac{9\sqrt{7}}{2}$.

Mặt khác ta có BH là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBD$, suy ra: $BH = \frac{BS \cdot SD \cdot BD}{4S_{\triangle SBD}} = \frac{12}{\sqrt{7}}$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là: $R = IC = \frac{CB^2}{2CH} = \frac{CB^2}{2\sqrt{BC^2 - BH^2}} = \sqrt{21}$

Câu 11: Bán kính đáy hình trụ bằng 4cm, chiều cao bằng 6cm. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng:

A. 5cm.

B. 8cm.

C. 6cm.

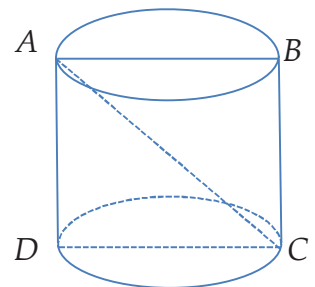
D. 10cm.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Theo đề bài ta có bán kính hình trụ là $R = 4\text{cm}$, chiều cao bằng $h = 6\text{cm}$. Giả sử thiết diện qua trục là $ABCD$ khi đó $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2R = 8\text{cm}$, $AD = h = 6\text{cm}$.

Ta có: $AC^2 = AB^2 + AD^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AC = 10$.



Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = abc$.

B. $V = \frac{1}{2}abc$.

C. $V = \frac{1}{6}abc$.

D. $V = \frac{1}{3}abc$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{2}abc$

- A. $V = abc$. B. $V = \frac{1}{2}abc$. C. $V = \frac{1}{6}abc$. D. $V = \frac{1}{3}abc$.

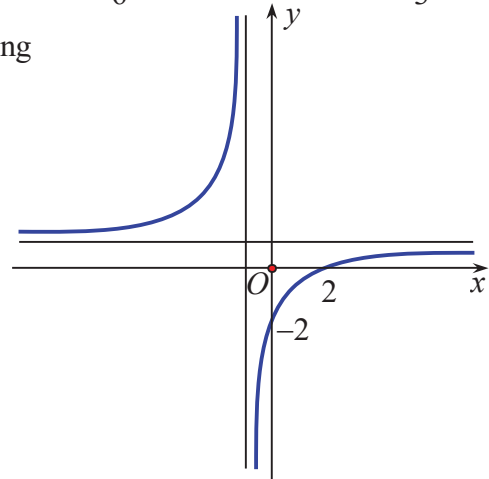
Câu 13: Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

A. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{2-x}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.



Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định và đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận: $y = 1, x = -1$

Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y = 1$ nên loại **B**

Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng $x = -1$ nên loại **D**

Đồ thị hàm số cắt Ox tại điểm $A(2;0)$ nên loại **A**

Vậy chọn **C**

Câu 14: Xét số phức z và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là M, M' . Số phức $z(4+3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là N, N' . Biết rằng $MM'N'N$ là một hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z+4i-5|$.

- A. $\frac{5}{\sqrt{34}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử $Z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$

Số phức $\bar{z} = a - bi$ được biểu diễn bởi điểm $M'(a; -b)$

$$z(4+3i) = (a+bi)(4+3i) = (4a-3b) + (3a+4b)i \Rightarrow N(4a-3b; 3a+4b)$$

$$\overline{z(4+3i)} = (4a-3b) - (3a+4b)i \Rightarrow N'(4a-3b; -3a-4b)$$

$$\overrightarrow{MM'} = (0; -2b), \overrightarrow{NN'} = (0; -6a-8b), \overrightarrow{MN} = (3a-4b; 3a+3b)$$

$$\text{Vì } MM'N'N \text{ là hình chữ nhật nên ta có } \begin{cases} \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{MM'} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2b = -6a - 8b \\ -2b(3a + 3b) = 0 \Leftrightarrow a = -b \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$$

$$|z + 4i - 5| = \sqrt{(-b-5)^2 + (b+4)^2} = \sqrt{2\left(b + \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Vậy } |z + 4i - 5|_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Câu 15: Một hình chóp tứ giác đều có tổng độ dài của đường cao và bốn cạnh đáy là 33. Hỏi độ dài cạnh bên ngắn nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{\sqrt{33}}{17}$. B. $\sqrt{33}$. C. $11\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{33}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi độ dài cạnh đáy là x , đường cao là h , cạnh bên là y

$$\text{Ta có } 4x + h = 33 \Rightarrow h = 33 - 4x (0 < x < \frac{33}{4}).$$

$$\text{Độ dài cạnh bên là } y = \sqrt{\frac{x^2}{2} + h^2} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{x^2}{2} + (33 - 4x)^2}$$

Độ dài cạnh bên nhỏ nhất khi hàm số:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + (33 - 4x)^2 (0 < x < \frac{33}{4}) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Khảo sát hàm số $f(x)$ ta có: Giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt tại $x = 8$

Vậy cạnh bên nhỏ nhất bằng $\sqrt{33}$ khi cạnh đáy $x = 8$.

Câu 16: Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2$, $\log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

A. $\frac{6}{5}$. B. $\frac{8}{7}$. C. $\frac{10}{9}$. D. $\frac{7}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\log_a(bc) = 2 \Leftrightarrow bc = a^2$$

$$\log_b(ca) = 4 \Leftrightarrow ac = b^4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{bc}{ac} = \frac{a^2}{b^4} \\ abc^2 = a^2b^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^3 = b^5 \\ c^2 = ab^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a^{\frac{3}{5}} \\ c = a^{\frac{7}{5}} \end{cases} \text{ (do } a, b, c > 0)$$

$$\text{Khi đó : } \log_c(ab) = \log_{a^{\frac{7}{5}}} \left(a \cdot a^{\frac{3}{5}} \right) = \log_{a^{\frac{7}{5}}} \left(a^{\frac{8}{5}} \right) = \frac{8}{7}$$

Câu 17: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau: $y = x \sin 2x$, $y = 2x$, $x = \frac{\pi}{2}$.

A. $\frac{\pi^2}{4} - 4$. B. $\pi^2 - \pi$. C. $\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x \sin 2x = 2x \Leftrightarrow x(\sin 2x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sin 2x = 2(VN) \end{cases}$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |x \sin 2x - 2x| dx = \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x \sin 2x - 2x) dx \right| = \left| \left(\frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{2} x \cos 2x - x^2 \right) \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4}$$

Câu 18: Cho $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết rằng $f(\log(\log e)) = 2$. Tính giá trị của $f(\log(\ln 10))$

A. 10.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t = \log(\log(e)) = \log\left(\frac{1}{\ln 10}\right) = -\log(\ln 10) \Leftrightarrow \log(\ln(10)) = -t$

Theo giả thiết ta có:

$$f(t) = a \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) + b \sin t + 6 = 2 \Leftrightarrow a \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) + b \sin t = -4$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } f(\log(\ln 10)) &= f(-t) = a \ln(-t + \sqrt{t^2 + 1}) + b \sin(-t) + 6 = a \ln \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1} + t} - b \sin t + 6 \\ &= -\left(a \ln \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1} + t} + b \sin t\right) + 6 = 10 \end{aligned}$$

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ là:

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D = [-2; 2] \setminus \{-1\}$

Hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4} = -\infty$.

Do TXĐ D nên không xét $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$.

A. 13.

B. 12.

C. 20.

D. 7.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = 2$

$$I = \frac{1}{4} \int_0^2 t f'(t) dt$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = t \\ dv = f'(t) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = f(t) \end{cases}$$

$$I = \frac{1}{4} \left(tf(t) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(t) dt \right) = \frac{1}{4} (2f(2) - 0f(0) - 4) = 7$$

Câu 21: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Thể tích của tứ diện $OA'BC$ bằng

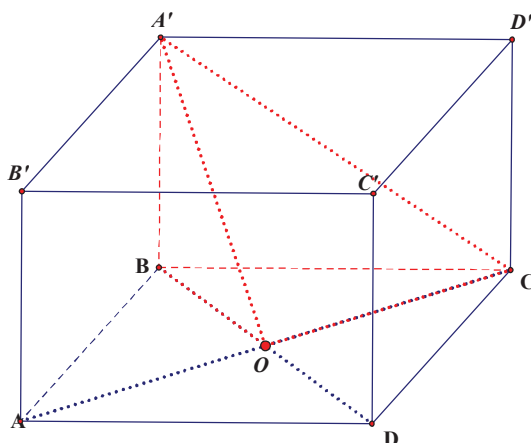
A. $\frac{a^3}{12}$.

B. $\frac{a^3}{24}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải



Chọn A.

$$V_{O.A'BC} = V_{A'.OBC} = \frac{1}{6} AA'.OB.OC = \frac{1}{6} .a. \frac{a\sqrt{2}}{2} . \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3}{12}$$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$, tam giác ABC vuông tại đỉnh A , $AB = 1(cm)$, $AC = \sqrt{3}(cm)$. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}(cm)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{5\pi}{4}(cm^2)$.

B. $20\pi(cm^2)$.

C. $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}(cm^2)$.

D. $5\pi(cm^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi I là trung điểm của $SA \Rightarrow IA = IB = IC = IS$

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi E, H lần lượt là trung điểm của BC, AB

Ta có : $AB \perp AC \Rightarrow EI \perp AB, AB \perp SB \Rightarrow IH \perp AB$

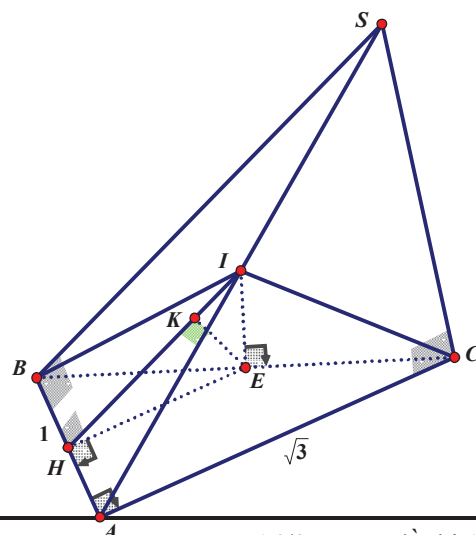
$\Rightarrow AB \perp (IHE) \Rightarrow (SAB) \perp (IHE)$

Kẻ $EK \perp IH \Rightarrow EK \perp (SAB)$

$$\Rightarrow EK = d(E, (SAB)) = \frac{d(C, (SAB))}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Do $\triangle IBC$ cân tại $I \Rightarrow IE \perp BC$

Mà $IE \perp AB \Rightarrow IE \perp (ABC) \Rightarrow IE \perp EH$



$$\text{Xét } \triangle HIE \text{ vuông tại } E \Rightarrow \frac{1}{EK^2} = \frac{1}{EH^2} + \frac{1}{IE^2} \Rightarrow \frac{1}{IE^2} = \frac{1}{EK^2} - \frac{1}{EH^2} = \frac{16}{3} - \frac{4}{3} = 4$$

$$\Rightarrow IE^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow IC^2 = IE^2 + EC^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 5\pi$$

Câu 23: Một mảnh giấy hình quạt như hình vẽ. Người ta dán mép AB và AC lại với nhau để được một hình nón đỉnh A . Tính thể tích V của khối nón thu được (xem phần giấy dán không đáng kể).

A. $4\sqrt{21}\pi$.

B. $\frac{20\pi}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{21}}{3}\pi$.

D. 20π .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi R, h lần lượt là bán kính và chiều cao của hình nón

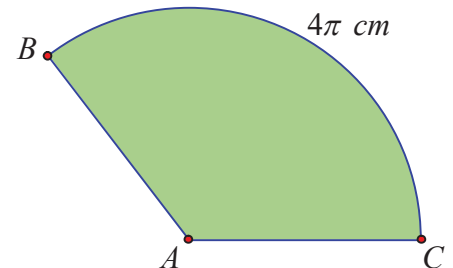
Đường sinh $l = 5$

Ta có :

$$2\pi R = 4\pi \Rightarrow R = 2$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{21}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{4\pi\sqrt{21}}{3}$$



Câu 24: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 8. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA . Thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng:

A. 6.

B. 3.

C. 2.

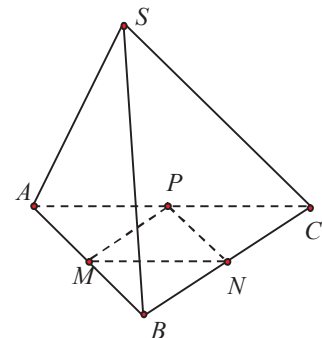
D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}} = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle MNP}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot d(A, BC)}{\frac{1}{2}MP \cdot d(N, MP)} = \frac{2MP \cdot 2d(N, MP)}{MP \cdot d(N, MP)} = 4$$

$$\Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{V_{S.ABC}}{4} = 2$$



Câu 25: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?.

A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = x^4 + 2x^2$.

C. $y = -x^4 - 2x^2$.

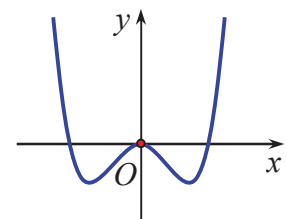
D. $y = x^4 - 2x^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta có $a > 0 \Rightarrow$ loại A, C

Hàm số có 3 cực trị nên loại B



Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z = 0$,

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{2}$. Tọa độ điểm A thuộc Ox sao cho A cách đều d và (P) là

- A. $A(3;0;3)$. B. $A(3;3;0)$. C. $A(3;0;0)$. D. $A(3;0;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì $A \in Ox \Rightarrow A(a;0;0)$

Đường thẳng d qua $M(1;0;-2)$ và có VTCP $\vec{u} = (1;2;2)$; $\overrightarrow{AM} = (1-a;0;-2)$

$$d(A,d) = \frac{\left| \overrightarrow{AM}, \vec{u} \right|}{\left| \vec{u} \right|} = \frac{\sqrt{8a^2 - 24a + 36}}{3}$$

$$d(A,(P)) = \frac{|2a|}{3}$$

Ta có:

$$d(A,d) = d(A,(P)) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{8a^2 - 24a + 36}}{3} = \frac{|2a|}{3} \Leftrightarrow \sqrt{8a^2 - 24a + 36} = |2a|$$

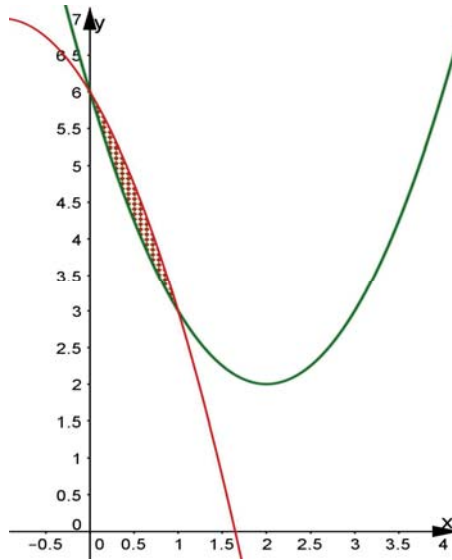
$$\Leftrightarrow 8a^2 - 24a + 36 = 4a \Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 = 0 \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow A(3;0;0)$$

Câu 27: Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6, y = -x^2 - 2x + 6$

- A. 3π . B. $\pi - 1$. C. π . D. 2π .

Hướng dẫn giải

Chọn A



Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4x + 6 = -x^2 - 2x + 6 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6, y = -x^2 - 2x + 6$ là

$$V = \pi \int_0^1 \left| (x^2 - 4x + 6)^2 - (-x^2 - 2x + 6)^2 \right| dx = \pi \left| \int_0^1 (36x^2 - 12x^3 - 24x) dx \right| = 3\pi$$

Câu 28: Một hình tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = \sqrt{5}$, $AC = BD = \sqrt{10}$, $AD = BC = \sqrt{13}$. Hỏi thể tích của khối tứ diện tương ứng là bao nhiêu?

A. $5\sqrt{26}$.

B. $\frac{5}{6}\sqrt{26}$.

C. 2.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hai tam giác ABC và BAD bằng nhau theo trường hợp (C-C-C) nên có các đường trung tuyến

Tương ứng bằng nhau $CN = DN$.

Tam giác NCD cân tại N nên $NM \perp CD$ vì M là trung điểm của CD . Chứng minh tương tự như trên ta có $NM \perp AB$

$$\text{Ta có } BM^2 = \frac{BC^2 + BD^2}{2} - \frac{CD^2}{4} = \frac{13+10}{2} - \frac{5}{4} = \frac{41}{4};$$

$$BN = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}; MN = \sqrt{BM^2 - BN^2} = 3$$

$$\text{Dùng công thức Hê – rông ta tính được } S_{\triangle BCD} = \frac{7}{2}.$$

Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$, ta có G nằm trên các đường trung trực của AB và CD .

Chứng minh như trên ta cũng có G nằm trên các đường trung trực của AD và BC . Suy ra

$$GB = GC = GD; BG = \sqrt{BN^2 + GN^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

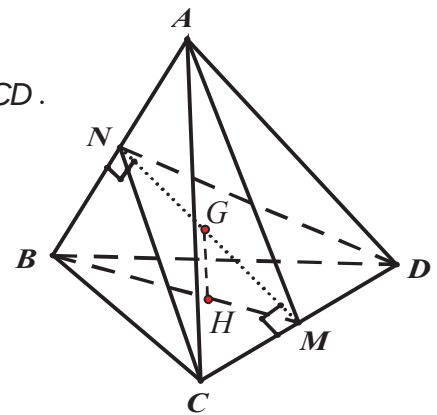
Kẻ $GH \perp (BCD)$. Ta có H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$.

$$S_{\triangle BCD} = \frac{BC \cdot CD \cdot BD}{4 \cdot BH} \Rightarrow BH = \frac{5\sqrt{26}}{14}$$

$$GH = \sqrt{BG^2 - BH^2} = \frac{3}{7}$$

$$d(A, (BCD)) = 2d(N, (BCD)) = 4d(G, (BCD)) = \frac{12}{7}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCD} \cdot d(A, (BCD)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{12}{7} = 2$$



Câu 29: Cho a, b, x là các số thực dương. Biết $\log_3 x = 2 \log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$, tính x theo a và b

A. $x = \frac{a^4}{b}$.

B. $x = 4a - b$.

C. $x = \frac{a}{b}$.

D. $x = a^4 - b$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\log_3 x = 2 \log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow \log_3 x = 4 \log_3 a - \log_3 b \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 \frac{a^4}{b} \Leftrightarrow x = \frac{a^4}{b}$$

Câu 30: Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6$, $AD = 4$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm bốn cạnh AB, BC, CD, DA . Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh QN , khi đó tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng:

A. $V = 6\pi$.

B. $V = 2\pi$.

C. $V = 4\pi$.

D. $V = 8\pi$.

Hướng dẫn giải

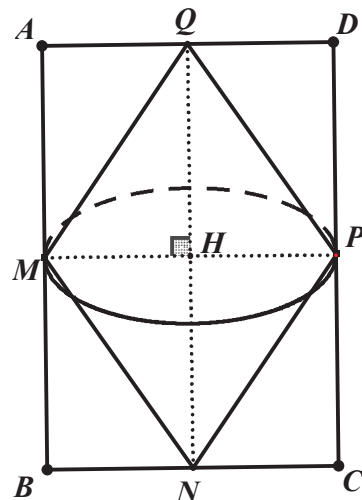
Chọn D

Khi đó tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay gồm hai khối nón có chung đáy (hình vẽ)

Gọi V_1 là thể tích khối nón có bán kính đáy là

$$R_1 = MH = \frac{AD}{2} = 2, h_1 = QH = \frac{AB}{2} = 3$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi R_1^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi 4 \cdot 3 = 4\pi \Rightarrow V = 2V_1 = 8\pi$$



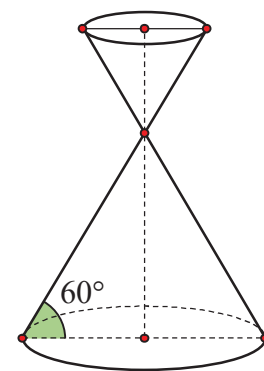
Câu 31: Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° như hình bên. Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30cm và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi\text{ cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, khi đó tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu ?

A. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{64}$.

D. $\frac{1}{27}$.



Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi h, h', r, r' ($h \geq \frac{30}{2} = 15$) lần lượt là chiều cao, bán kính của hình nón phía dưới và phía

trên của đồng hồ. Ta có: $r = \frac{h}{\tan 60^\circ} = \frac{h}{\sqrt{3}}$; $h' = 30 - h$; $r' = \frac{h'}{\sqrt{3}} = \frac{30 - h}{\sqrt{3}}$. Khi đó: thể tích của đồng hồ:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r'^2 h' = \frac{1}{3} \pi \left(\left(\frac{h}{\sqrt{3}} \right)^2 h + \left(\frac{30 - h}{\sqrt{3}} \right)^2 (30 - h) \right)$$

$$= \frac{1}{3} \pi \left(\frac{h^3 + 27000 - 2700h + 90h^2 - h^3}{3} \right) = \frac{1}{9} \pi (90h^2 - 2700h + 27000) = 1000\pi$$

$$\Rightarrow h^2 - 30h + 200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h = 20 \\ h = 10 (< 15) \end{cases} \Leftrightarrow h = 20 \Rightarrow h' = 10$$

$$\text{Do 2 hình nón đồng dạng nên } \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h'}{h} \right)^3 = \frac{1}{8}.$$

Câu 32: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ là:

A. $2x + 5 \ln|x-1| + C$.

B. $2x^2 - 5 \ln x - 1 + C$.

C. $2x^2 + \ln|x-1| + C$.

D. $2x + 5 \ln(x-1) + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1} = 2 + \frac{5}{x-1} \text{ nên } \int f(x)dx = \int \frac{2x+3}{x-1}dx = \int \left(2 + \frac{5}{x-1}\right)dx = 2x + 5\ln|x-1| + C$$

Câu 33: Một hình nón có đường cao $h = 20cm$, bán kính đáy $r = 25cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $5\pi\sqrt{41}$.

B. $25\pi\sqrt{41}$.

C. $+\infty$.

D. $125\pi\sqrt{41}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $l = \sqrt{h^2 + r^2} = 5\sqrt{41}$

Diện tích xung quanh:

$$S_{xq} = \pi rl = 125\pi\sqrt{41}.$$

Câu 34: Cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d \subset (P)$.

B. $d \perp (P)$.

C. d cắt (P) .

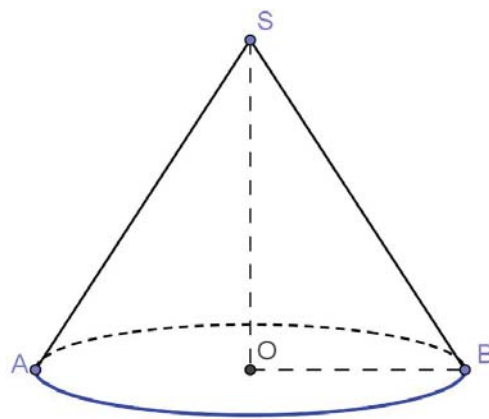
D. $d \parallel (P)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mp (P) có VTPT $\vec{n} = (2; 1; 3)$, đường thẳng d đi qua điểm $M(-3; 2; 1)$ và có VTCP $\vec{a} = (1; -2; 0)$

Ta xét: $\vec{n} \cdot \vec{a} = 0$ và điểm $M \in (P)$ nên $d \subset (P)$.



Câu 35: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

A. -9 .

B. $-\frac{25}{9}$.

C. $-\frac{16}{25}$.

D. 1 .

Hướng dẫn giải

Chọn B

• $y = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b$

$$\Rightarrow y = \left(3x^2 + 2ax + b\right) \cdot \left(\frac{1}{3}x + \frac{a}{9}\right) + \left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9}\right)x + \left(c - \frac{ab}{9}\right)$$

Vậy đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$AB: y = \left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9}\right)x + \left(c - \frac{ab}{9}\right)$$

Vì AB cũng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ nên:

$$\left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9}\right) \cdot 0 + \left(c - \frac{ab}{9}\right) = 0 \Leftrightarrow ab = 9c \quad (*)$$

Ta có $P = abc + ab + c = 9c^2 + 9c + c = 9c^2 + 10c$.

Đặt $f(t) = 9t^2 + 10t \Rightarrow f'(t) = 18t + 10, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{9}$.

Lập bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$-\frac{5}{9}$	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{25}{9}$	$+\infty$

Vậy $\min P = -\frac{25}{9}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$. Có bao nhiêu điểm M trên trục Oy thỏa mãn M cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q) ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vì $M \in Oy \Rightarrow M(0; y; 0)$. Khi đó

$$d[M; (P)] = d[M; (Q)] \Leftrightarrow \frac{|y+1|}{\sqrt{3}} = \frac{|y+5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow |y+1| = |y+5| \Leftrightarrow y = -3.$$

Vậy có một điểm M .

Câu 37: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1, |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$. Tính $|z_1 - z_2|$:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1:

Đặt $z_1 = a_1 + b_1i; z_2 = a_2 + b_2i$. Theo giả thiết $|z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = 1$.

Ta có $|z_1 + z_2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 = 3$

$$\Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + 2(a_1a_2 + b_1b_2) = 3$$

$$\Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = \frac{1}{2}$$

Khi đó $|z_1 - z_2| = |(a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i| = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}$

$$= \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 - 2(a_1a_2 + b_1b_2)} = \sqrt{2 - 2 \cdot \frac{1}{2}} = 1$$

Cách 2:

Giả sử z_1 được biểu diễn bởi điểm M_1

z_2 được biểu diễn bởi điểm M_2

Gọi I là trung điểm của M_1M_2

Khi đó:

$$|z_1| = OM_1; |z_2| = OM_2$$

$$|z_1 - z_2| = M_1M_2$$

$$|z_1 + z_2| = |\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}| = |2\overrightarrow{OI}|$$

$$\text{Giả thiết có: } \begin{cases} OM_1 = OM_2 = 1 \\ OI = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta OM_1M_2 \text{ đều}$$

$$\text{Vậy } M_1M_2 = 1 \Rightarrow |z_1 - z_2| = 1$$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;2;1)$, $B(-4;2;-2)$, $C(-1;-1;-2)$, $D(-5;-5;2)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC)

A. $d = \sqrt{3}$.

B. $d = 2\sqrt{3}$.

C. $d = 3\sqrt{3}$.

D. $d = 4\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-3;0;-3), \overrightarrow{AC} = (0;-3;-3) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-9;-9;9)$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình mặt phẳng } (ABC) \text{ là: } x + y - z = 0$$

$$\Rightarrow d[D; (ABC)] = \frac{|-5-5-2|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}} = 4\sqrt{3}.$$

Câu 39: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = m + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Biết có

hai giá trị thực của tham số để m cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B và các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B luôn vuông góc với nhau. Tích của hai giá trị đó bằng

A. 16.

B. 12.

C. 14.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Vì } d \cap (S) = \{A; B\} \Rightarrow \text{Tọa độ } A, B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = m + 2t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (-1+2t)^2 + (m+2t)^2 - 2(-1+2t) + 4(m+2t) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8t^2 + 4mt + m^2 + 4m + 4 = 0 (*)$$

Theo giả thiết: Có hai giá trị thực của tham số để m cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B nên PT $(*)$ phải có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 .

$$\text{Điều kiện: } \Delta' = m^2 + 8m + 8 < 0 (**)$$

$$\text{Theo Viet, ta có } \begin{cases} t_1 + t_2 = -\frac{m}{2} \\ t_1 t_2 = \frac{m^2 + 4m + 4}{8} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Giả sử } A(-1+2t_1; 0; m+2t_1), B(-1+2t_2; 0; m+2t_2). \text{ Mặt cầu } (S) \text{ có: tâm } I(1;0;-2).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IA} = (2t_1 - 2; 0; 2t_1 + m + 2); \overrightarrow{IB} = (2t_2 - 2; 0; 2t_2 + m + 2)$$

Theo giả thiết: Mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B luôn vuông góc với nhau

$$\begin{aligned} \Rightarrow \overrightarrow{IA} \perp \overrightarrow{IB} &\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow (2t_1 - 2)(2t_2 - 2) + (2t_1 + m + 2)(2t_2 + m + 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 8t_1t_2 + 2m(t_1 + t_2) + (m + 2)^2 + 4 = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow m^2 + 4m + 4 - m^2 + (m + 2)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 8m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = -2 \\ m_2 = -6 \end{cases} : \text{TM} (**)$$

Vậy $m_1.m_2 = 12$.

Câu 40: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;-2;0)$. Khi quay quanh tam giác ABC quanh trục BC thì tạo được hai khối nón chung đáy. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$, biết rằng V_1 là thể tích của khối nón lớn hơn, V_2 là thể tích của khối nón nhỏ hơn

- A. $\frac{V_1}{V_2} = 4$. B. $\frac{V_1}{V_2} = 3$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

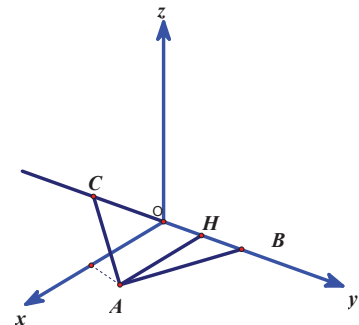
Chọn B.

V_1 là thể tích khối nón lớn có đường sinh AC , V_2 là thể tích khối nón nhỏ có đường sinh AB .

$$\text{Ta có } V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot HC = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 4\pi$$

$$\text{Và } V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot HB = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 1 = \frac{4\pi}{3}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = 3.$$



Câu 41: Gọi (C) là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2;24)$.

- A. $m = -4$. B. $m = 4$. C. $m = 3$. D. $m = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện hàm số có ba cực trị là: $m > 0$

$$\begin{aligned} \text{Tọa độ ba điểm cực trị là nghiệm của hệ: } \begin{cases} y' = 0 \\ y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 2mx = 0 \\ y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 2mx \\ y = 2mx \cdot \frac{1}{4}x - mx^2 + m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 2mx \\ y = -\frac{1}{2}mx^2 + m^2 \end{cases} \end{aligned}$$

Đường parabol (C) qua ba điểm cực trị là: $y = -\frac{1}{2}mx^2 + m^2$

$$A(2;24) \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -4 \end{cases}$$

Kết luận: $m = 6$

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 5$. Tìm tọa độ điểm A thuộc trục Oy , biết rằng ba mặt phẳng phân biệt qua A có các vectơ pháp tuyến lần lượt là các vectơ đơn vị của các trục tọa độ cắt mặt cầu theo thiết diện là ba hình tròn có tổng diện tích là 11π

A. $\begin{bmatrix} A(0;2;0) \\ A(0;6;0) \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} A(0;0;0) \\ A(0;8;0) \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} A(0;6;0) \\ A(0;0;0) \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} A(0;2;0) \\ A(0;8;0) \end{bmatrix}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;4;0)$ bán kính $R = \sqrt{5}$

Gọi $A(0;a;0)$. Ba mặt phẳng theo giả thiết đi qua A có pt lần lượt là

$(\alpha_1): x = 0$

$(\alpha_2): z = 0$

$(\alpha_3): y - a = 0$

Vì $d(I; \alpha_1) = d(I; \alpha_2) = 0$ nên mặt cầu (S) cắt $(\alpha_1); (\alpha_2)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn có bán kính $R = \sqrt{5}$. Diện tích hai hình tròn đó là $S_1 + S_2 = 2\pi R^2 = 10\pi$

Suy ra mặt cầu (S) cắt (α_3) theo giao tuyến là 1 đường tròn có diện tích tương ứng $S_3 = \pi$

Bán kính đường tròn đó là: $r_3 = \frac{S_3}{\pi} = 1$

$d(I, \alpha_3) = |4 - a| = IH$

Ta có :

$IH^2 + r_3^2 = R^2$

$\Rightarrow IH = |4 - a| = 2$

$\begin{bmatrix} a = 2 \\ a = 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} A(0;2;0) \\ A(0;6;0) \end{bmatrix}$

Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết thể tích khối chóp $A'.BDD'B'$ là $\frac{8}{3}dm^3$. Tính độ dài cạnh DD' .

A. $0,2m$.

B. $20mm$.

C. $20dm$.

D. $2cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$V_{A'.BDD'B'} = \frac{1}{3}D'D.B'D'.\frac{1}{2}A'C'$

$\Leftrightarrow \frac{8}{3} = \frac{1}{3}D'D^3 \Leftrightarrow D'D = 2dm = 0,2m$

Câu 44: Cho số phức $z = m - 2 + (m^2 - 1)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi (C) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và Ox .

A. 1.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{32}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $M(x; y), (x; y \in \mathbb{R})$ là điểm biểu diễn số phức z .

Ta có: $\begin{cases} x = m - 2 \\ y = m^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = x + 2 \\ y = (x + 2)^2 - 1 \end{cases}$

$(C) \cap Ox \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow$ Diện tích cần tìm: $S = \int_{-3}^{-1} |x^2 + 4x + 3| dx$

Kết luận: $S = \frac{3}{4}$

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z + 1 + i = -z$. Môđun của số phức $w = 13z + 2i$ có giá trị là

- A. -2 . B. $\frac{\sqrt{26}}{13}$. C. $\sqrt{10}$. D. $-\frac{4}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$(1-3i)z + 1 + i = -z \Leftrightarrow z = \frac{1}{13} - \frac{5}{13}i$

$w = 13z + 2i \Leftrightarrow w = 1 - 3i \Leftrightarrow |w| = \sqrt{10}$

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn $iz + 2 - i = 0$. Khoảng cách từ điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ Oxy đến điểm $M(3; -4)$ là:

- A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{13}$ C. $2\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $iz + 2 - i = 0 \Leftrightarrow iz = i - 2 \Leftrightarrow \frac{i-2}{i} = \frac{(i-2)(-i)}{1} = 1 + 2i$

Điểm biểu diễn của số phức z là $A(1; 2)$

$AM = \sqrt{(3-1)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

Câu 47: Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm số phức $w = z(1+i)^2 - \bar{z}$

- A. $w = 3 + 5i$. B. $w = 7 - 8i$. C. $w = -3 + 5i$. D. $w = -7 + 8i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $w = (3 + 2i)(1+i)^2 - (3-2i) = -7 + 8i$

Câu 48: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{x}$ và $y = x - 3$. Tính S

- A. $S = \frac{1}{6}$. B. $S = -4 + 2 \ln 2$. C. $S = \frac{3}{2} - 2 \ln 2$. D. $S = -\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $-\frac{2}{x} = x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi đó, $S = \left| \int_1^2 \left(x - 3 + \frac{2}{x} \right) dx \right| = \left| \left(\frac{x^2}{2} - 3x + 2 \ln|x| \right) \right|_1^2 = \frac{3}{2} - 2 \ln 2$.

Câu 49: Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2} \right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương ?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chon D

$$\text{Ta có } 2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10} \Leftrightarrow x^2-3x+4 \leq 10-2x \Leftrightarrow x^2-x-6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$$

Do đó, nghiệm nguyên dương của bất phương trình là $\{1; 2; 3\}$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là $\triangle ABC$ đều cạnh $a = 4$ và biết $S_{\triangle A'BC} = 8$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $2\sqrt{3}$.

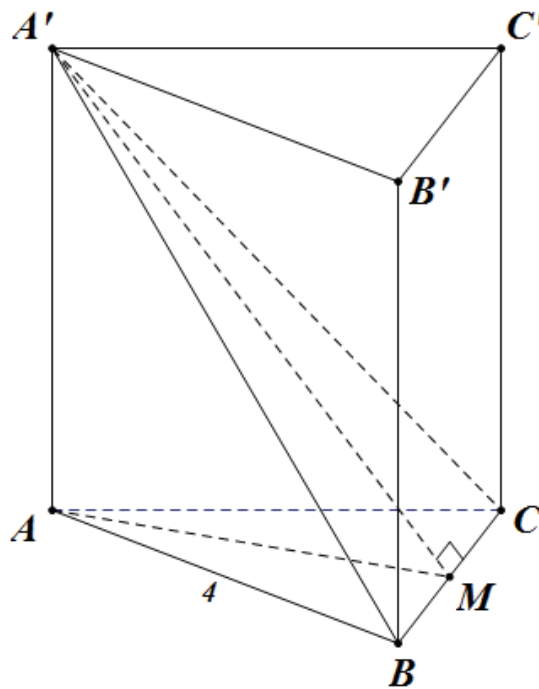
B. $4\sqrt{3}$.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $8\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chon D



Gọi M là trung điểm BC . Ta có $S_{A'BC} = \frac{1}{2} A'M \cdot BC \Rightarrow A'M = \frac{2S_{A'BC}}{BC} = \frac{2.8}{4} = 4$

Vì AM là đường trung tuyến của tam giác đều cạnh bằng 4 nên $AM = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông $A'AM$ ta có $AA' = \sqrt{A'M^2 - AM^2} = \sqrt{16 - 12} = 2$.

Thể tích khối lăng trụ $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2 = 8\sqrt{3}$.

-----Hết-----