



ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 08 trang)

Mã đề thi 501

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \sin x + x \cdot \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = F(\pi) = 1$, khi đó giá trị của $F(2\pi)$ bằng

- A. $1 + 2\pi$. B. $1 - 4\pi$. C. $1 - 2\pi$. D. 4π .

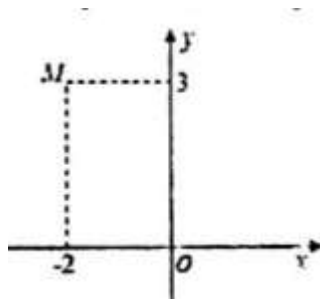
Câu 2. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 4$. hi đó $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) - \cos x] dx$ bằng

- A. 9. B. 1. C. 7. D. 6.

Câu 3. Khối trụ có đường kính đáy bằng a , chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ thì có diện tích xung quanh bằng

- A. $\pi a^2 \sqrt{2}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{3\pi a^2}{4}$.

Câu 4. Điểm M trong hình vẽ biểu thị cho số phức:



- A. $2 - 3i$. B. $-2 + 3i$. C. $3 - 2i$. D. $3 + 2i$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = 2\sqrt{2}a^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. D. $V = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$					

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 7. Hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-2; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			5		1	$+\infty$
	-2					

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng

- A. -2. B. 5. C. 1. D. 2.

Câu 9. Hàm số $f(x) = 2^{x+4}$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = 2^{x+4} \cdot \ln 2$. B. $f'(x) = \frac{4 \cdot 2^{x+4}}{\ln 2}$.
C. $f'(x) = \frac{2^{x+4}}{\ln 2}$. D. $f'(x) = 4 \cdot 2^{x+4} \cdot \ln 2$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm M' đối xứng với $M(2; -5; 4)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

- A. $(-2; -5; 4)$. B. $(2; 5; -4)$. C. $(2; -5; -4)$. D. $(2; 5; 4)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-4; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M , cắt trục Oy và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -4 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -4 + 4t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

$$\text{C. } \begin{cases} x = -4 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}.$$

Câu 12. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1m$. Một ô tô A đang chạy với vận tốc $16m/s$ bỗng gặp ô tô B đang đứng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều bởi vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để hai ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu mét?

A. $12m$.

B. $31m$.

C. $32m$.

D. $33m$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

A. $[1; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-1;1;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - 4y - z - 2 = 0$.

$$\text{A. } \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - 4t \\ z = t \end{cases}.$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -t \end{cases}.$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -t \end{cases}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -4 + t \\ z = -1 \end{cases}.$$

Câu 15. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ là

A. $x = -1$.

B. $y = -1$.

C. $y = 1$.

D. $x = 1$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-4)$. Khoảng cách từ O đến (α) bằng

A. $\frac{\sqrt{61}}{12}$.

B. 4 .

C. $\frac{12\sqrt{61}}{61}$.

D. 3 .

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;0;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;3;-4)$.

A. $x + 3y - 4z + 3 = 0$.

B. $x + 3y - 4z - 13 = 0$.

C. $x - 3y - 4z + 13 = 0$.

D. $x + 3y - 4z + 13 = 0$.

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 19. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

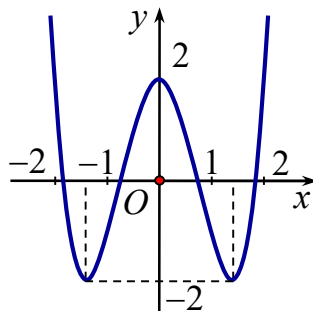
A. C_{10}^2 .

B. 2^{10} .

C. 10^2 .

D. A_{10}^2 .

Câu 20. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên.



Số nghiệm phân biệt của phương trình $|f(x)| = 2$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Câu 21. Trong tập hợp các số phức, cho phương trình $z^2 - 6z + 10m - m^2 = 0$ (m là tham số thực). Tổng tất cả các giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn

$|z_1|z_2 + |z_2|z_1 = 24$ bằng

A. 20.

B. 25.

C. 6.

D. 10.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(1; 3; 2)$.

B. $N(1; -3; 2)$.

C. $M(-1; 3; 2)$.

D. $Q(1; -3; -2)$.

Câu 23. Cho đa giác đều P gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của P . Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{14}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{6}{7}$.

Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng thứ hai $u_2 = -6$. Số hạng thứ tư bằng

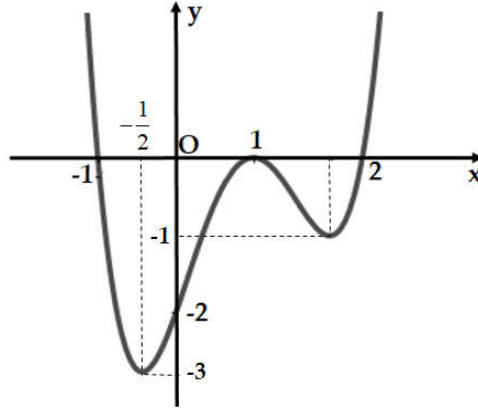
A. 12.

B. -24.

C. -12.

D. 24.

Câu 25. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



Đặt $g(x) = f(f(x) - 1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g(x) = 0$. Số phần tử của tập S là

- A. 7. B. 6. C. 9. D. 8.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm là

- A. $I(-1; 2; 1)$. B. $I(-2; 1; 1)$. C. $I(1; -2; -1)$. D. $I(-1; 1; 2)$.

Câu 27. Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có mấy điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 28. Bất phương trình $8^{x(x+1)} < 4^{x^2-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Tính giá trị $T = a + 3b$.

- A. $T = -7$. B. $T = 7$. C. $T = 5$. D. $T = -5$.

Câu 29. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy bằng 45° . Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

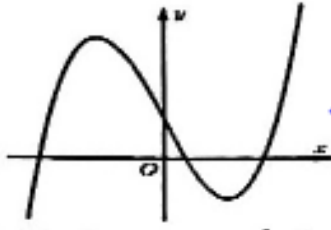
- A. 6. B. $2\sqrt{2}$. C. 3. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 30. Ống thép mạ kẽm (độ dày của ống thép là hiệu số bán kính mặt ngoài và bán kính mặt trong của ống thép). Nhà máy quy định giá bán của mỗi loại ống thép dựa trên cân nặng của các ống thép đó. Biết rằng thép ống có giá là 24700 đồng/kg và khối lượng riêng của thép là 7850 kg/m^3 . Một đại lý mua về 1000 ống thép loại có đường kính ngoài là 60 mm , độ dày là 3 mm , chiều dài là 6 m . Hãy tính số tiền mà đại lý bỏ ra để mua 1000 ống thép nói trên (làm tròn đến ngàn đồng).



- A. 623789000 đồng. B. 624977000 đồng.
C. 624980000 đồng. D. 623867000 đồng.

Câu 31. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 + 3x + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x - 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 32. Trên khoảng $(-\infty; -2)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ là

A. $\frac{1}{x+2} + C$.

B. $\frac{1}{2} \ln|x+2| + C$.

C. $\frac{-1}{(x+2)^2} + C$.

D. $\ln|x+2| + C$.

Câu 33. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2 \log_2 x = 3$.

A. 8.

B. 2.

C. $\frac{17}{2}$.

D. -2.

Câu 34. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3+4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 22$.

B. $r = 4$.

C. $r = 20$.

D. $r = 5$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + 6i$. Tích $z_1 \cdot z_2$ bằng

A. $-10 + 2i$.

B. $14 - 10i$.

C. $2 - 12i$.

D. $14 + 2i$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Gọi $C(a;b;c)$ với $a > 0$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABC đều. Tổng $a + b + c$ bằng

A. -7.

B. -3.

C. 3.

D. 7.

Câu 37. Bất phương trình $\log_2(2x-3) < 1$ có tập nghiệm là khoảng $(a;b)$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z = 2+4i$. Mô đun của số phức $w = z - 1 - 2i$ bằng

A. $|w| = \sqrt{10}$.

B. $|w| = \sqrt{5}$.

C. $|w| = 5$.

D. $|w| = 10$.

Câu 39. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $4 \log_3 a + 7 \log_3 b = 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a^4 b^7 = 9$.

B. $4a + 7b = 2$.

C. $a^4 b^7 = 2$.

D. $4a + 7b = 9$.

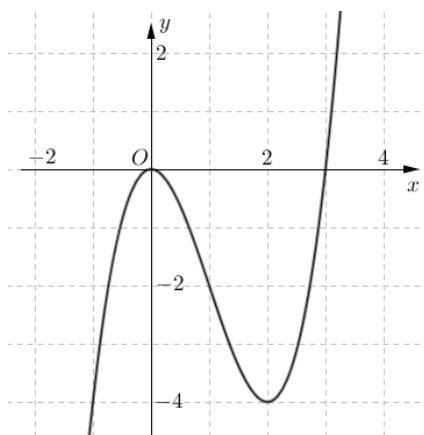
Câu 40. Cho $I = \int_0^2 \frac{2x}{\sqrt{x^2+5}} dx$. Đặt $u = \sqrt{x^2+5}$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $I = \int_{\sqrt{5}}^3 \frac{2du}{u}$. B. $I = \int_{\sqrt{5}}^3 2udu$. C. $I = \int_{\sqrt{5}}^3 2du$. D. $I = \int_0^2 2du$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SC , biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a}{4}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABM$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{11}}{66}$. B. $\frac{4a^3\sqrt{11}}{33}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{11}}{33}$. D. $\frac{a^3\sqrt{11}}{33}$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc ba liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $\frac{f'(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 3$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C) . Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị (P) đi qua gốc tọa độ. Biết hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và (P) lần lượt là $-1; 1; 2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

- A. $\frac{27}{4}$. B. $\frac{37}{8}$. C. $\frac{17}{3}$. D. 6.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 5; -2)$, $B(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC . Giá trị $M^2 + m^2$ bằng

- A. 76. B. 78. C. 72. D. 74.

Câu 45. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $1 \leq x \leq 2023$ và $384.128^{x^2-2x} - 6.8^y + 6 = 3y - 7x^2 + 14x$?

- A. 2022. B. 674. C. 1348. D. 1346.

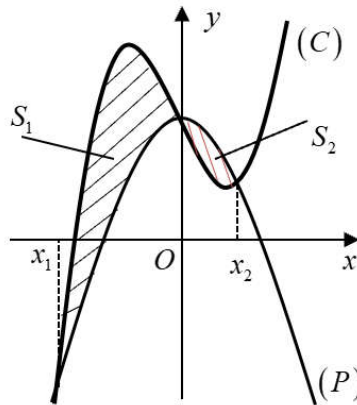
Câu 46. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $A(0;3)$ và $B(2;-1)$. Số nghiệm thực của phương trình $4^{f(f(x))} - 2^{f(x)+f(f(x))} + 3.2^{f(f(x))} = 3.2^{f(x)}$ là

- A. 3. B. 7. C. 6. D. 9.

Câu 47. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2 + 8i| = 2\sqrt{5}$ và $|z_2 + 3 + 5i| = |z_2 - 1 - 3i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2| + |z_2 - 3 + i| + |z_2 + 3 + 4i|$ bằng

- A. $3\sqrt{5}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $5\sqrt{5}$. D. $6\sqrt{5}$.

Câu 48. Cho đường cong $(C): y = x^3 + mx + 2$ (với m là tham số thực) và parabol $(P): y = -x^2 + 2$ tạo thành hai miền phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ sau:



Biết $S_1 = \frac{8}{3}$, giá trị của S_2 bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$, $B(-1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P): z - 1 = 0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác MAB vuông tại M và diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Tính $a^3 + b^3 + c^3$.

- A. 0. B. -1. C. 10. D. 1.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x+1)^2(x^2 - 2x), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x^3 - 3x| + m)$ có đúng 7 điểm cực trị?

- A. 1. B. Vô số. C. 3. D. 2.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.A	4.B	5.C	6.A	7.A	8.C	9.A	10.A
11.A	12.D	13.B	14.B	15.A	16.C	17.D	18.B	19.A	20.C
21.D	22.B	23.C	24.B	25.A	26.A	27.C	28.D	29.C	30.B
31.C	32.D	33.C	34.C	35.D	36.B	37.D	38.B	39.A	40.C
41.D	42.B	43.B	44.A	45.C	46.B	47.B	48.B	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \sin x + x \cdot \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = F(\pi) = 1$, khi đó giá trị của $F(2\pi)$ bằng.

A. $1 + 2\pi$.

B. $1 - 4\pi$.

C. $1 - 2\pi$.

D. 4π .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = \sin x + x \cdot \cos x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) = \int (\sin x + x \cdot \cos x) dx = -\cos x + \int x \cdot \cos x dx$

$$f(x) = -\cos x + x \cdot \sin x - \int \sin x dx = -\cos x + x \sin x + \cos x + C_1 = x \sin x + C_1.$$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x \sin x + C_1) dx = -x \cos x + \int \cos x dx + C_1 x = -x \cos x + \sin x + C_1 x + C_2.$$

$$\text{Vì } F(0) = F(\pi) = 1 \text{ nên } \begin{cases} C_2 = 1 \\ \pi + C_1 \pi + C_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_2 = 1 \\ C_1 = -1 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } F(x) = -x \cos x + \sin x - x + 1.$$

$$\text{Vậy } F(2\pi) = -2\pi - 2\pi + 1 = 1 - 4\pi.$$

Câu 2: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 4$. Khi đó $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) - \cos x] dx$ bằng.

A. 9.

B. 1.

C. 7.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) - \cos x] dx \Leftrightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2f(x) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \Leftrightarrow I = 8 - 1 = 7.$$

Câu 3: Khối trụ có đường kính đáy bằng a , chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ thì có diện tích xung quanh bằng.

A. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{3\pi a^2}{4}$.

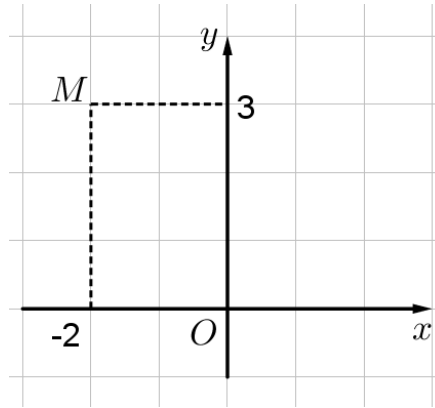
Lời giải

Chọn A

Đường kính đáy của hình trụ bằng $a \Rightarrow$ Bán kính đáy là $\frac{a}{2}$.

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ: } S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a\sqrt{2} = \pi a^2 \sqrt{2}.$$

Câu 4: Điểm M trong hình vẽ bên biểu thị cho số phức:



A. $2 - 3i$.

B. $-2 + 3i$.

C. $3 - 2i$.

D. $3 + 2i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

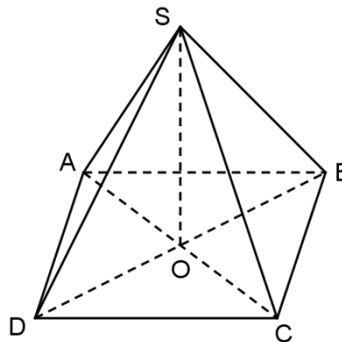
B. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$.

D. $V = \frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\triangle SAB$ có $SA = SB$ và $\widehat{SAB} = 60^\circ \Rightarrow \triangle SAB$ đều.

$\Rightarrow SA = SB = AB = 2a$.

Ta có: $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow BO = \frac{BD}{2} = \frac{BC \cdot \sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{4a^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{2}$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	5	1	5	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2} (*)$

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 giao điểm. Do đó số nghiệm phương trình (*) là 4 nghiệm.

Câu 7: Hàm số $y = \ln(4 - x^2)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-2; 0)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = \ln(4 - x^2)$. TXĐ: $D = (-2; 2)$

Ta có: $y' = \frac{-2x}{4 - x^2} \forall x \in D$.

Hàm số đồng biến khi $y' \geq 0 \forall x \in D \Leftrightarrow \frac{-2x}{4 - x^2} \geq 0 \forall x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x \leq 0 \\ x > 2 \end{cases}$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			5		1	$+\infty$
	-2					

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng

A. -2 .

B. 5 .

C. 1 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Hàm số $f(x) = 2^{x+4}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = 2^{x+4} \ln 2$.

B. $f'(x) = \frac{4 \cdot 2^{x+4}}{\ln 2}$.

C. $f'(x) = \frac{2^{x+4}}{\ln 2}$.

D. $f'(x) = 4 \cdot 2^{x+4} \ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm M' đối xứng với $M(2; -5; 4)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(-2; -5; 4)$.

B. $(2; 5; -4)$.

C. $(2; -5; -4)$.

D. $(2; 5; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-4; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M , cắt trục Oy và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -4 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -4 + 4t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -4 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $N = \Delta \cap Oy \Rightarrow N(0; b; 0)$

$$\Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = \vec{MN} = (4; b+2; -3)$$

$$\text{Vì } \Delta \perp d \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 4 + b + 2 - 3 = 0 \Leftrightarrow b = -3$$

Đường thẳng Δ đi qua điểm M có VTCP $\vec{u}_{\Delta} = (4; -1; -3) = -(-4; 1; 3)$

$$\Delta: \begin{cases} x = -4 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

Câu 12: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1m$. Một ô tô A đang chạy với vận tốc $16m/s$ bỗng gặp ô tô B đang đứng chờ đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều bởi vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để hai ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu mét?

A. $12m$. **B.** $31m$. **C.** $32m$. **D.** $33m$.

Lời giải

Chọn D

Khi ô tô dừng lại $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$

Quãng đường đi được từ lúc ô tô A đạp phanh đến khi dừng hẳn là:

$$\int_0^4 (16 - 4t) dt = 32(m)$$

Vậy để đảm bảo an toàn thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng $33m$

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

A. $[1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐKXĐ: } x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-1; 1; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - 4y - z - 2 = 0$.

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - 4t \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -4 + t \\ z = -1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Vì $\Delta \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{n}_Q = (1; -4; -1)$

Δ đi qua $M(-1; 1; 0)$ và có VTCP $\vec{u}_\Delta = (1; -4; -1)$

$\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -t \end{cases}$

Câu 15: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ là

A. $x = -1$.

B. $y = -1$.

C. $y = 1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty \Rightarrow x = -1$ là TCD của đồ thị hàm số

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại 3 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -4)$. Khoảng cách từ O đến (α) bằng

A. $\frac{\sqrt{61}}{12}$.

B. 4.

C. $\frac{12\sqrt{61}}{61}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1 \Leftrightarrow 6x + 4y - 3z - 12 = 0$

Khoảng cách từ O đến (α) bằng $d(O, (\alpha)) = \frac{|6 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 12|}{\sqrt{6^2 + 4^2 + (-3)^2}} = \frac{12\sqrt{61}}{61}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; 0; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 3; -4)$.

A. $x + 3y - 4z + 3 = 0$. **B.** $x + 3y - 4z - 13 = 0$.

C. $x - 3y - 4z + 13 = 0$. **D.** $x + 3y - 4z + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; 0; 3)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 3; -4)$

là: $1 \cdot (x + 1) + 3(y - 0) - 4(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 4z + 13 = 0$

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

- B.** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$.

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 19: Có bao nhiêu cách 2 chọn học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

A. C_{10}^2 .

B. 2^{10} .

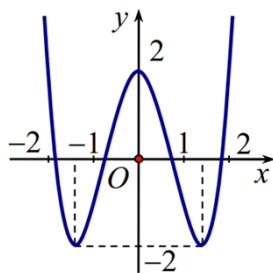
C. 10^2 .

D. A_{10}^2 .

Lời giải

Chọn A

Câu 20: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên



Số nghiệm phân biệt của phương trình $|f(x)| = 2$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|f(x)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases}$

Phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = -2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 21: Trong tập hợp các số phức, cho phương trình $z^2 - 6z + 10m - m^2 = 0$ (m là tham số thực). Tổng tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn.

$|z_1|z_2 + |z_2|z_1 = 24$ bằng

A. 20

B. 25

C. 6

D. 10

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta' = m^2 - 10m + 9$

TH1: $\Delta' = m^2 - 10m + 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 9 \end{cases}$

Khi đó z_1, z_2 là hai số thực phân biệt.

$$|z_1|z_2 + |z_2|z_1 = 24 \Leftrightarrow (z_1z_2)^2 + 2|z_1z_2| \cdot z_2z_1 + (z_1z_2)^2 = 576 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot (10m - m^2)^2 + 2|10m - m^2| \cdot (10m - m^2) = 576 \Leftrightarrow 4 \cdot (10m - m^2)^2 = 576 \text{ khi } 10m - m^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow 10m - m^2 = 12 \Leftrightarrow m = 5 \pm \sqrt{13} \text{ (không thỏa mãn)}$$

$$(1) \Leftrightarrow 2 \cdot (10m - m^2)^2 + 2|10m - m^2| \cdot (10m - m^2) = 576 \Leftrightarrow 0 = 576 \text{ (vn) khi } 10m - m^2 < 0$$

$$\text{TH2: } \Delta' = m^2 - 10m + 9 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 9$$

Khi đó z_1, z_2 là hai số phức liên hợp và $|z_1| = |z_2|$.

$$|z_1|z_2 + |z_2|z_1 = 24 \Leftrightarrow |z_1|(z_2 + z_1) = 24 \Leftrightarrow \sqrt{-m^2 + 10m} \cdot 6 = 24 \Leftrightarrow \sqrt{-m^2 + 10m} = 4$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 10m - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 8 \end{cases} \text{ (t/m).}$$

Vậy tổng các giá trị của m bằng 10.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(1; 3; 2)$

B. $N(1; -3; 2)$

C. $M(-1; 3; 2)$

D. $Q(1; -3; -2)$

Lời giải

Chọn B

Câu 23: Cho đa giác đều P gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của P . Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{14}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{6}{7}$

Lời giải

Chọn C

+ Số phần tử không gian mẫu là C_{16}^3

+ Đa giác đều 16 đỉnh có 8 đường chéo qua tâm. Cứ một đường chéo qua tâm cùng với 1 đỉnh tạo thành một tam giác vuông. Do đó với mỗi đường chéo qua tâm tạo thành 14 tam giác vuông.

Số tam giác vuông là $8 \cdot 14 = 112$

Xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông là $P = \frac{112}{C_{16}^3} = \frac{1}{5}$

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng thứ hai $u_2 = -6$. Số hạng thứ tư bằng

A. 12

B. -24

C. -12

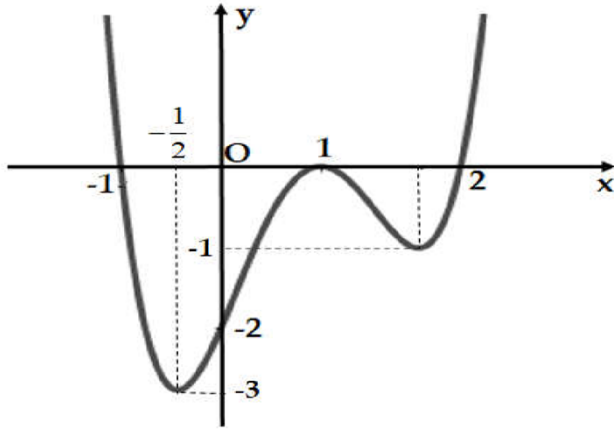
D. 24

Lời giải

Chọn B

$$q = -2 \Rightarrow u_4 = 3 \cdot (-2)^3 = -24.$$

Câu 25: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong cho trong hình dưới đây.



Đặt $g(x) = f(f(x) - 1)$. Gọi S là tập các nghiệm của phương trình $g(x) = 0$. Số phần tử của tập S là

A. 7

B. 6

C. 9

D. 8

Lời giải

Chọn A

$$g(x) = f(f(x) - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 1 = -1 \\ f(x) - 1 = 1 \\ f(x) - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \\ f(x) = 3 \end{cases}$$

+) $f(x) = 0$ có 3 nghiệm

+) $f(x) = 2$ có 2 nghiệm

+) $f(x) = 3$ có 2 nghiệm

Vậy phương trình có 7 nghiệm phân biệt.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm là

A. $I(-1; 2; 1)$.

B. $I(-2; 1; 1)$.

C. $I(1; -2; 1)$.

D. $I(-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm là $I(-1; 2; 1)$.

Câu 27: Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có mấy điểm cực trị?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 4x^3 - 2x$

$$\text{Giải } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có 3 điểm cực trị.

Câu 28: Bất phương trình $8^{x(x+1)} < 4^{x^2-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Tính giá trị $T = a + 3b$.

A. $T = -7$.

B. $T = 7$.

C. $T = 5$.

D. $T = -5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $8^{x(x+1)} < 4^{x^2-1} \Leftrightarrow 2^{3x^2+3x} < 2^{2x^2-2} \Leftrightarrow 3x^2+3x < 2x^2-2 \Leftrightarrow x^2+3x+2 < 0 \Leftrightarrow x \in (-2; -1)$.

Vậy $T = a + 3b = -2 + 3 \cdot (-1) = -5$.

Câu 29: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Mặt phẳng $AB'C'$ tạo với mặt đáy bằng 45° . Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. 6.

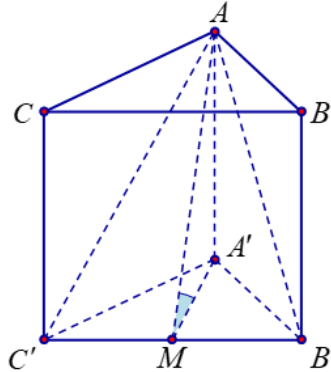
B. $2\sqrt{2}$.

C. 3.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm $B'C'$. Ta có $\begin{cases} A'M \perp B'C' \\ AA' \perp B'C' \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp AM$ nên góc giữa mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy là góc $\widehat{AMA'} = 45^\circ$.

Tam giác $AA'M$ vuông tại A' nên $AA' = A'M \cdot \tan 45^\circ = \sqrt{3}$

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AA' \cdot S_{A'B'C'} = \sqrt{3} \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = 3$.

Câu 30: Ống thép mạ kẽm (độ dày của ống thép là hiệu số bán kính mặt ngoài và bán kính mặt trong của ống thép). Nhà máy quy định giá bán của mỗi loại ống thép dựa trên cân nặng của các ống thép đó. Biết rằng thép ống có giá là 24700 đồng/kg và khối lượng riêng của thép là 7850 kg/m^3 . Một đại lý mua về 1000 ống thép loại có đường kính ngoài là 60 mm , độ dày là 3 mm , chiều dài là 6 m . Hãy tính số tiền mà đại lý bỏ ra để mua 1000 ống thép nói trên (làm tròn đến ngàn đồng).



A. 623789000 đồng.

B. 624977000 đồng.

C. 624980000 đồng.

D. 623867000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Bán kính mặt ngoài của ống thép: $R = 30 \text{ mm} = 0,03 \text{ m}$.

Bán kính mặt trong của ống thép: $r = 30 \text{ mm} - 3 \text{ mm} = 27 \text{ mm} = 0,027 \text{ m}$.

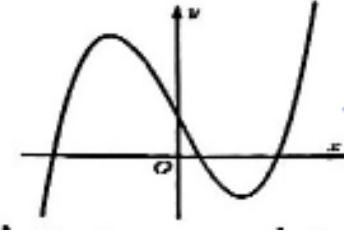
Thể tích của 1000 ống thép là:

$$V = 1000.\pi(R^2 - r^2).h = 1000.\pi(0.03^2 - 0.027^2).6 \approx 3,223274 \text{ m}^3.$$

Khối lượng của 1000 ống thép là $3,223274.7850 = 25302,70139 \text{ kg}$.

Số tiền mà đại lý bỏ ra để mua 1000 ống thép là $25302,70139.24.700 = 624977000$ (đồng).

Câu 31: Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 + 3x + 1.$

B. $y = -x^3 + 3x - 1.$

C. $y = x^3 - 3x + 1.$

D. $y = -x^4 - 4x^2 + 1.$

Lời giải

Chọn C

Hàm số cần tìm có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \neq 0$ nên ta loại D

Từ hình dạng đồ thị ta suy ra $a > 0$ nên ta loại B

Xét hàm số $y = x^3 + 3x + 1$.

Ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại **A**.

Câu 32: Trên khoảng $(-\infty; -2)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ là

A. $\frac{1}{x+2} + C.$

B. $\frac{1}{2} \ln|x+2| + C.$

C. $\frac{-1}{(x+2)^2} + C.$

D. $\ln|x+2| + C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{1}{x+2} dx = \ln|x+2| + C.$

Câu 33: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2 \log_2 x = 3$.

A. 8.

B. 2.

C. $\frac{17}{2}.$

D. -2.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$

Ta có $\log_2^2 x - 2 \log_2 x = 3 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}.$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là $8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}.$

Câu 34: Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 22$.

B. $r = 4$.

C. $r = 20$.

D. $r = 5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = (3 + 4i)z + i \Rightarrow z = \frac{w-i}{3+4i}$.

Khi đó $|z| = 4 \Leftrightarrow \left| \frac{w-i}{3+4i} \right| = 4 \Leftrightarrow |w-i| = 4|3+4i| \Leftrightarrow |w-i| = 20$.

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|w-i| = 20 \Leftrightarrow |x + (y-1)i| = 20 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 400$.

Vậy rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w đã cho là một đường tròn có bán kính $r = 20$.

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 2 + 6i$. Tích $z_1 \cdot z_2$ bằng

A. $-10 + 2i$.

B. $14 - 10i$.

C. $2 - 12i$.

D. $14 + 2i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (1 - 2i)(2 + 6i) = 14 + 2i$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; -3), B(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0$. Gọi $C(a; b; c)$ với $a > 0$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABC đều. Tổng $a + b + c$ bằng

A. -7 .

B. -3 .

C. 3 .

D. 7 .

Lời giải

Chọn B

☐ $CA^2 = CB^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + (c+3)^2 = (a-2)^2 + b^2 + (c+1)^2 \Leftrightarrow 4a + 4c = -4 \Leftrightarrow c = -1 - a$.

☐ $C \in (P) \Leftrightarrow 3a - 8b + 7c - 1 = 0 \Leftrightarrow 3a - 8b + 7(-1 - a) - 1 = 0 \Leftrightarrow -4a - 8b = 8 \Leftrightarrow a = -2b - 2$
 $\Rightarrow c = -1 - (-2b - 2) = 2b + 1$.

☐ $CA^2 = AB^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + (c+3)^2 = 8 \Leftrightarrow (-2b-2)^2 + b^2 + (2b+4)^2 = 8 \Leftrightarrow 9b^2 + 24b + 12 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow C(2; -2; -3) \\ b = -\frac{2}{3} \Rightarrow C\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right) (L) \end{cases}$

Vậy $a + b + c = -3$.

Câu 37: Bất phương trình $\log_2(2x-3) < 1$ có tập nghiệm là khoảng $(a; b)$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 2 .

B. 3 .

C. 5 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2(2x-3) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 2x-3 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right) \Rightarrow a + b = 4$.

- Câu 38:** Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z = 2+4i$. Môđun của số phức $w = z-1-2i$ bằng
- A. $|w| = \sqrt{10}$. B. $|w| = \sqrt{5}$. C. $|w| = 5$. D. $|w| = 10$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (1-i)z = 2+4i \Leftrightarrow z = \frac{2+4i}{1-i} = -1+3i.$$

$$w = z-1-2i = -1+3i-1-2i = -2+i \Rightarrow |w| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

- Câu 39:** Cho a, b là các số dương thỏa mãn $4\log_3 a + 7\log_3 b = 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $a^4 b^7 = 9$. B. $4a + 7b = 2$. C. $a^4 b^7 = 2$. D. $4a + 7b = 9$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 4\log_3 a + 7\log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a^4 + \log_3 b^7 = 2 \Leftrightarrow \log_3 (a^4 b^7) = 2 \Leftrightarrow a^4 b^7 = 9.$$

- Câu 40:** Cho $I = \int_0^2 \frac{2x}{\sqrt{x^2+5}} dx$. Đặt $u = \sqrt{x^2+5}$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $I = \int_{\sqrt{5}}^3 \frac{2du}{u}$. B. $I = \int_{\sqrt{5}}^3 2udu$. C. $I = \int_{\sqrt{5}}^3 2du$. D. $I = \int_0^2 2du$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } u = \sqrt{x^2+5} \Rightarrow u^2 = x^2+5 \Rightarrow udu = xdx, \text{ đổi cận: } \begin{cases} x=0 \Rightarrow u=\sqrt{5} \\ x=2 \Rightarrow u=3 \end{cases}$$

$$\text{Nên: } I = \int_0^2 \frac{2x}{\sqrt{x^2+5}} dx = \int_{\sqrt{5}}^3 \frac{2udu}{u} = \int_{\sqrt{5}}^3 2du.$$

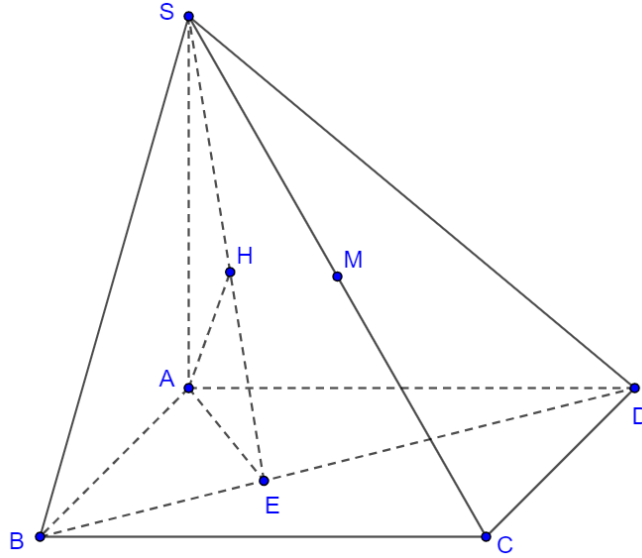
- Câu 41:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SC , biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a}{4}$.

Tính thể tích khối chóp $S.ABM$

A. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{66}$. B. $\frac{4a^3 \sqrt{11}}{33}$. C. $\frac{2a^3 \sqrt{11}}{33}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{11}}{33}$.

Lời giải

Chọn D



Hạ $AE \perp BD$ mà $BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAE)$.

Hạ $AH \perp SE$ thì $BD \perp AH$ (Do $BD \perp (SAE)$), suy ra $AH \perp (SBD)$ hay $d(A, (SBD)) = AH$.

Ta có: $CM \cap (SBD) = \{S\} \Rightarrow \frac{d(M, (SBD))}{d(C, (SBD))} = \frac{MS}{CS} = \frac{1}{2}$, mà $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$

Nên: $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$ nên $AH = d(A, (SBD)) = 2d(M, (SBD)) = \frac{a}{2}$

Xét tam giác ABD : $\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AE = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$

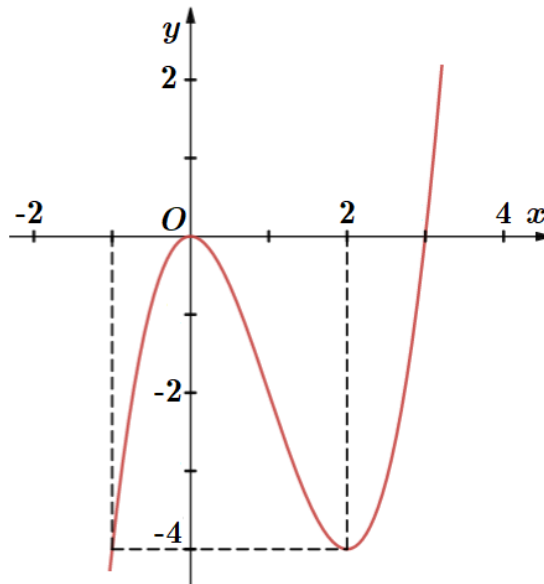
Xét tam giác SAE : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow SA = \frac{2\sqrt{11}}{11}a \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.AB.AD = \frac{4a^3\sqrt{11}}{33}$.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \frac{4a^3\sqrt{11}}{33} = \frac{2a^3\sqrt{11}}{33}$

Mặt khác, ta có:

$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA.SB.SM}{SA.SB.SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{2}V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \frac{2a^3\sqrt{11}}{33} = \frac{a^3\sqrt{11}}{33}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc ba liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $\frac{f'(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} f(x) \neq 0 \\ f(x) \neq -1 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (l) \\ f(x) = 2 & (n) \end{cases}.$$

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy phương trình $f(x) = 2$ có một nghiệm nên phương trình $\frac{f'(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0$ có một nghiệm.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 3$, $(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị (P) đi qua gốc tọa độ. Biết hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và (P) lần lượt là $-1; 1; 2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

A. $\frac{27}{4}$.

B. $\frac{37}{8}$.

C. $\frac{17}{3}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f(x) - g(x) = a(x+1)(x-1)(x-2).$$

$$\text{Mặt khác ta có } f(0) - g(0) = 3 \Rightarrow f(x) - g(x) = \frac{3}{2}(x+1)(x-1)(x-2).$$

$$\text{Khi đó } S = \int_{-1}^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-1}^2 \left| \frac{3}{2}(x+1)(x-1)(x-2) \right| dx = \frac{37}{8}.$$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 5; -2)$, $B(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC . Giá trị $M^2 + m^2$ bằng

A. 76.

B. 78.

C. 72.

D. 74.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 5 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$. Gọi $M(3 - 2t; 5 - t; -2 + 2t)$ là giao điểm của AB và mặt phẳng (P) .

$$M \in (P) \text{ nên } 2(3 - 2t) + (5 - t) - 2(-2 + 2t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{8}{3} \Rightarrow M\left(\frac{-7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}\right) \Rightarrow OM = \sqrt{22}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = \left(\frac{-16}{3}; \frac{-8}{3}; \frac{16}{3}\right) \\ \overrightarrow{BM} = \left(\frac{-4}{3}; \frac{-2}{3}; \frac{4}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM = 8 \\ BM = 2 \end{cases} \Rightarrow MC^2 = MA \cdot MB = 16 \Leftrightarrow MC = 4 \text{ do } MC \text{ là tiếp}$$

tuyến của mặt cầu (S) .

Khi đó tập hợp điểm C là đường tròn giao tuyến (C) nằm trên (P) có tâm là $M\left(\frac{-7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}\right)$ và bán kính là 4.

Gọi C' và C'' lần lượt là hai điểm trên đường tròn (C) sao cho OC' và OC'' lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC , khi đó C' , M và C'' theo thứ tự thẳng hàng.

$$\text{Do đó } M^2 + m^2 = OC'^2 + OC''^2 = 2OM^2 + \frac{C'C''^2}{2} = 2\sqrt{22}^2 + \frac{8^2}{2} = 76.$$

Câu 45: Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $1 \leq x \leq 2023$ và

$$384.128^{x^2-2x} - 6.8^y + 6 = 3y - 7x^2 + 14x?$$

A. 2022.

B. 674.

C. 1348.

D. 1346.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình } 384.128^{x^2-2x} - 6.8^y + 6 = 3y - 7x^2 + 14x$$

$$\Leftrightarrow 3.128^{x^2-2x+1} + 7x^2 - 14x + 7 = 6.8^y + 3y + 1$$

$$\Leftrightarrow 3.2^{7.(x^2-2x+1)} + 7(x^2 - 2x + 1) = 3.2^{3y+1} + 3y + 1 \quad (1)$$

$$\text{Xét hàm đặt trung: } f(t) = 3.2^t + t \quad \forall t \in \mathbb{R}.$$

$$\Rightarrow f'(t) = 3.2^t \ln 2 + 1 > 0 \quad \forall t \Rightarrow \text{hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

$$\Rightarrow \text{phương trình (1) có nghiệm} \Leftrightarrow 7(x^2 - 2x + 1) = 3y + 1 \Leftrightarrow 7(x-1)^2 = 3y + 1$$

$$\text{Vì } 1 \leq x \leq 2023$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \text{ loại.}$$

$$\text{Với } x = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ nhận.}$$

Với $x = 3 \Rightarrow y = 9$ nhận.

Với $x = 4 \Rightarrow y = \frac{62}{3}$ loại.

.....

.....

Với $x = 2023 \Rightarrow y = 9539795,667$ loại.

$\Rightarrow$ các giá trị bị loại là $x_1 = 1, x_2 = 4, \dots, x_n = 2023$ là cấp số cộng với $u_1 = 1, d = 3$

và $u_n = 2023 \Rightarrow u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow n = 675$ số.

Vậy có $2023 - 675 = 1348$ giá trị nguyên của $y \Rightarrow$ có 1348 cặp số $(x; y)$.

Câu 46: Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $A(0;3)$ và $B(2;-1)$. Số nghiệm thực của phương trình $4^{f(f(x))} - 2^{f(x)+f(f(x))} + 3 \cdot 2^{f(f(x))} = 3 \cdot 2^{f(x)}$ là.

A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$\text{Đồ thị hàm số } f(x) \text{ có điểm cực trị } A(0;3) \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 3 \end{cases}$$

$$\text{Đồ thị hàm số } f(x) \text{ có điểm cực trị } B(2;-1) \Rightarrow \begin{cases} 12a + 4b + c = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + 3.$$

$$\text{Xét phương trình: } 4^{f(f(x))} - 2^{f(x)+f(f(x))} + 3 \cdot 2^{f(f(x))} = 3 \cdot 2^{f(x)}.$$

$$\Leftrightarrow 2^{2f(f(x))} - 2^{f(x)} \cdot 2^{f(f(x))} + 3 \cdot 2^{f(f(x))} - 3 \cdot 2^{f(x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{f(f(x))} (2^{f(f(x))} + 3) - 2^{f(x)} (2^{f(f(x))} + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2^{f(f(x))} + 3) (2^{f(f(x))} - 2^{f(x)}) = 0 \Leftrightarrow 2^{f(f(x))} = 2^{f(x)} \Leftrightarrow f(f(x)) = f(x).$$

$$\Leftrightarrow f^3(x) - 3f^2(x) + 3 = f(x) \Leftrightarrow f^3(x) - 3f^2(x) - f(x) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 3 \\ f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 3 = 3 \\ x^3 - 3x^2 + 3 = 1 \\ x^3 - 3x^2 + 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 = 0 & (2ng) \\ x^3 - 3x^2 = -2 & (3ng) \\ x^3 - 3x^2 = -4 & (2ng) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm.

Câu 47: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2 + 8i| = 2\sqrt{5}$ và $|z_2 + 3 + 5i| = |z_2 - 1 - 3i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2| + |z_2 - 3 + i| + |z_2 + 3 + 4i|$ bằng

Biết $S_1 = \frac{8}{3}$, giá trị của S_2 bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là

$$x^3 + mx + 2 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 + mx = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + x + m = 0. (*) \end{cases}$$

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm trái dấu $x_1, x_2 \Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Vì x_1 là nghiệm của phương trình $(*)$ nên $x_1^2 + x_1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -x_1^2 - x_1$.

Khi đó

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_{x_1}^0 (x^3 + x^2 + mx) dx = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + m \cdot \frac{x^2}{2} \right) \Bigg|_{x_1}^0 \\ &= -x_1^2 \left[\frac{1}{4}x_1^2 + \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{2}(-x_1^2 - x_1) \right] \\ &= x_1^2 \left(\frac{1}{4}x_1^2 + \frac{1}{6}x_1 \right). \end{aligned}$$

Theo giả thiết $S_1 = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{4}x_1^4 + \frac{1}{6}x_1^3 - \frac{8}{3} = 0 \Leftrightarrow x_1 = -2$ vì $x_1 < 0$.

Suy ra $m = -2$ và $x_2 = 1$.

$$\text{Vậy } S_2 = -\int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx = \frac{5}{12}.$$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4), B(-1; -2; 2)$ và mặt phẳng $(P): z - 1 = 0$. Điểm $M(a; b; c) \in (P)$ sao cho tam giác MAB vuông tại M và diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Tính $a^3 + b^3 + c^3$.

A. 0

B. -1

C. 10.

D. 1.

Lời giải

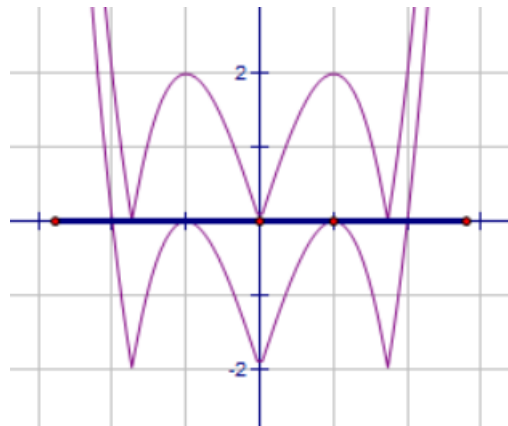
Chọn B

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ |x^3 - 3x| + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ |x^3 - 3x| = -m \end{cases} \quad (1) .$$

$$\begin{cases} |x^3 - 3x| + m = 2 \\ |x^3 - 3x| - 2 = -m \end{cases} \quad (2)$$

Hàm số $y = f(|x^3 - 3x| + m)$ đã có 5 điểm cực trị $x = \pm 1, x = 0, x = \pm\sqrt{3}$.

Hàm số đã cho có đúng 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow (1), (2)$ có tất cả 2 nghiệm phân biệt khác 5 điểm cực trị trên.



Từ đồ thị, ta được $-m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.