

SỞ GDĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT BÌNH MINH

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:

Câu1. Từ các chữ số 1,2,3,4 , lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau?

- A. 24 B. 256 C. 4 D. 12

Câu2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = 3$. Số hạng u_3 của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 27. B. 3. C. 9. D. 6.

Câu3. Nghiệm của phương trình $4^{x-1} = 64$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 3$. C. $x = 5$. D. $x = 15$.

Câu4. Thể tích của khối lập phương bằng 64 , cạnh của khối lập phương là

- A. 16. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu5. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-1)$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu6. Cho hàm số $f(x) = 2x - 1$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

- A. $x^2 - x$. B. $2x^2 - x + C$. C. $2x + C$. D. $x^2 - x + C$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 12. C. 36. D. 4.

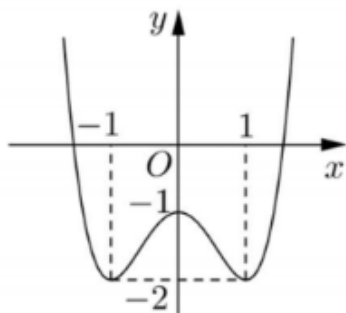
Câu 8. Cho khối trụ có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $r = 6$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. 48π . B. 32π . C. 96π . D. 24π .

Câu9. Cho khối cầu có bán kính $R = 3$. Thể tích khối cầu đã cho bằng

- A. 36π . B. 9π . C. 27π . D. 36π .

Câu10. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào ?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu11. Với a, b là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^2b)$ bằng

- A. $2\log_2 a + \log_2 b$. B. $2(\log_2 a + \log_2 b)$. C. $2 + \log_2 b$. D. $2\log_2(ab)$.

Câu12. Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $2\pi rl$. B. πrl . C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. $4\pi rl$.

Câu13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				-3				$+\infty$
			-4			-4			

Hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 bằng

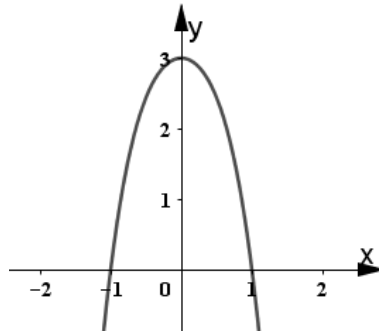
A. -3 .

B. -4 .

C. 0 .

D. 1 .

Câu 14. Đồ thị hàm số nào có dạng như dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y = -x^2 + 3$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. **C.** $y = -x^4 - 2x^2 + 3$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ là

A. $y = 3$.

B. $y = 1$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 4$ là

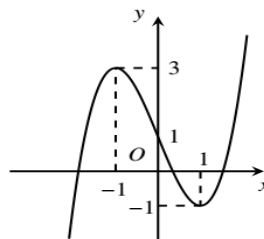
A. $(4; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ . Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là



A. 0 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 1 .

Câu 18. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^2 [f(x) + 2]dx$ bằng

A. 5 .

B. 4 .

C. 2 .

D. 8 .

Câu 19. Môđun của số phức $z = 3 - 2i$ là

A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. 1 .

D. 5 .

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 + i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 1 .

B. 3 .

C. 4 .

D. -2 .

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(-2; 3)$.

B. $N(3; 2)$.

C. $P(3; -2)$.

D. $(-3; -2)$.

Câu22. Trong không gian $(Oxyz)$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A.** $(0;-1;0)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(0;-1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.

Câu23. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$. Bán kính của (S) bằng

- A.** 7. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 4.

Câu24. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) .

- A.** $M(1;0;0)$. **B.** $N(1;0;-4)$. **C.** $P(1;1;0)$. **D.** $Q(2;3;1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của d

- A.** $(1;-2;3)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(-1;2;0)$. **D.** $(1;2;3)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{6}$, $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A.** 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Câu27. Cho hàm số $f(x)$, biết $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

- A.** 4. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 29. Cho $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ và x, y là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.** $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$. **B.** $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.
C. $\log_a (x+y) = \log_a x + \log_a y$. **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x - 1$ và đường thẳng $y = 2x - 2$

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu31. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 \leq 0$ là

- A.** $(1;2)$. **B.** $[1;2]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu32. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ vuông tại A , $AB = a$ và $BC = 2a$. Khi quay $ABCD$ xung quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A.** $5\pi a^2$. **B.** πa^2 . **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu33. Xét $\int_{\sqrt{5}}^{\sqrt{10}} x\sqrt{x^2-1}$, nếu đặt $u = x^2 - 1$ thì $\int_{\sqrt{5}}^{\sqrt{10}} x\sqrt{x^2-1}$ bằng

A. $\frac{1}{2} \int_{\sqrt{5}}^{\sqrt{10}} \sqrt{u} du.$

B. $2 \int_2^3 \sqrt{u} du.$

C. $\frac{1}{2} \int_2^3 \sqrt{u} du.$

D. $\frac{1}{2} \int_4^9 \sqrt{u} du.$

Câu34. Gọi S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$, khi quay S quanh trục Ox ta được khối tròn xoay được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx.$

B. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx.$

C. $S = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx.$

D. $S = \int_0^1 (x^2 + 1) dx.$

Câu35. Tìm số phức liên hợp của số phức z biết : $2z + (2 + 3i)(1 - 2i) = 4 + 5i$

A. $\bar{z} = 1 - \frac{5}{2}i$

B. $\bar{z} = -1 + \frac{5}{2}i$

C. $\bar{z} = -1 - \frac{5}{2}i$

D. $\bar{z} = -2 - 3i$

Câu36. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$P = |z_1|^2 + |z_2|^2$

A. 20.

B. $2\sqrt{10}$.

C. 10.

D. -16.

Câu37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm ba điểm $A(-2;0;0), B(0;1;0), C(0;0;3)$. Mặt phẳng đi qua A, B, C có phương trình là

A. $3x + 6y + 2z - 6 = 0$. **B.** $3x - 6y - 2z + 6 = 0$. **C.** $3x - 6y - 2z - 6 = 0$. **D.** $3x + y - z + 7 = 0$.

Câu38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;-1)$ và $N(1;-1;0)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu39. Một cái hộp có chứa 3 viên bi đỏ, 2 viên bi xanh và n viên bi vàng (các viên bi có kích thước như nhau; n là số nguyên dương). Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Biết xác suất để trong 3 viên bi lấy được có đủ 3 màu là $\frac{9}{28}$. Tính xác suất P để trong 3 viên bi lấy được có ít nhất một viên bi xanh.

A. $P = \frac{9}{14}$.

B. $P = \frac{31}{56}$.

C. $P = \frac{5}{14}$.

D. $P = \frac{25}{56}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) , biết $BC = a\sqrt{3}, AC = 2a$.

A. $d = a\sqrt{3}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (5m+6)x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 6.

B. 7.

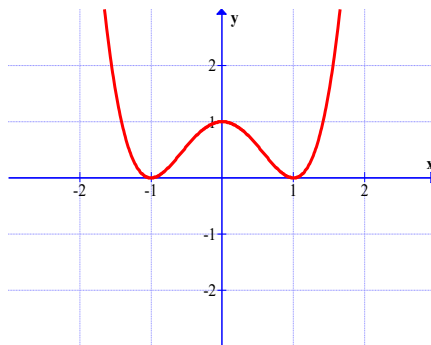
C. 8.

D. 5.

Câu 42. Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức $N = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$) và t là thời gian tăng trưởng. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu có 250 con và sau 12 giờ là 1500 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 216 lần số lượng vi khuẩn ban đầu?

A. 36 giờ**B.** 24 giờ**C.** 60 giờ**D.** 48 giờ

Câu 43. Giả sử hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $a < 0, b > 0, c = 1$.**B.** $a > 0, b < 0, c = 1$.**C.** $a > 0, b > 0, c = 1$.**D.** $a > 0, b > 0, c > 0$.

Câu 44. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 30° . Khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ bằng

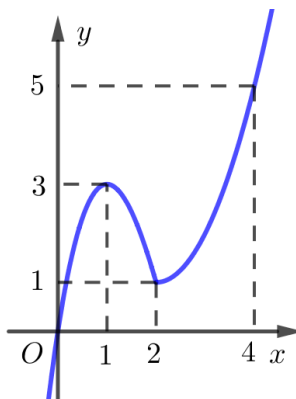
A. $R\sqrt{3}$.**B.** $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.**C.** $\frac{R\sqrt{3}}{4}$.**D.** R .

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 4]$ biết $\int_0^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 f(2x) dx = 4$. Tính

$$I = \int_0^4 f(x) dx.$$

A. $I = 6$.**B.** $I = -6$.**C.** $I = -10$.**D.** $I = 10$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $f(4 - 2\sin^2 2x) = m$ có nghiệm.



A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

A. $P_{\min} = \frac{17}{2}$.

B. $P_{\min} = 9$.

C. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$.

D. $P_{\min} = 8$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - mx^3 + \frac{3}{2}(m^2 - 1)x^2 + (1 - m^2)x + 2019$ với m là tham số thực; Biết rằng hàm số $y = f(|x|)$ có số điểm cực trị lớn hơn 5 khi $a < m^2 < b + 2\sqrt{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Giá trị $T = a + b + c$ bằng

A. 8

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, SC . Mặt phẳng (AMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa B có thể tích là V_1 . Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$, tính tỷ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V} = \frac{13}{24}$.

B. $\frac{V_1}{V} = \frac{11}{24}$.

C. $\frac{V_1}{V} = \frac{17}{24}$.

D. $\frac{V_1}{V} = \frac{7}{12}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (3m^2 + 4m + 5)x + 2019$ và $g(x) = (m^2 + 2m + 5)x^3 - (2m^2 + 4m + 9)x^2 - 3x + 2$ (với m là tham số). Hỏi phương trình $g(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 9.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

*****Hết*****

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.A	4.C	5.B	6.D	7.B	8.C	9.D	10.A
11.A	12.B	13.B	14.C	15.D	16.B	17.B	18.A	19.A	20.B
21.C	22.C	23.D	24.B	25.A	26.C	27.C	28.D	29.A	30.A
31.B	32.D	33.D	34.B	35.D	36.A	37.B	38.B	39.A	40.D
41.A	42.A	43.B	44.B	45.D	46.D	47.B	48.A	49.B	50.C

ĐÁP ÁN CÁC CÂU VẬN DỤNG CAO

Câu 39. Một cái hộp có chứa 3 viên bi đỏ, 2 viên bi xanh và n viên bi vàng (các viên bi có kích thước như nhau; n là số nguyên dương). Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Biết xác suất để trong 3 viên bi lấy được có đủ 3 màu là $\frac{9}{28}$. Tính xác suất P để trong 3 viên bi lấy được có ít nhất một viên bi xanh.

A. $P = \frac{9}{14}$.

B. $P = \frac{31}{56}$.

C. $P = \frac{5}{14}$.

D. $P = \frac{25}{56}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố “lấy được ba viên bi đủ ba màu”, theo giả thiết ta có

$$\frac{n(A)}{n(\Phi)} = \frac{9}{28} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 3 \cdot n}{C_{n+5}^3} = \frac{9}{28} \Rightarrow n = 3$$

Gọi B là biến cố lấy “lấy được ít nhất một viên bi xanh”

$$n(\bar{B}) = C_6^3 = 20 \Rightarrow n(\bar{B}) = \frac{20}{56} = \frac{5}{14} \Rightarrow n(B) = \frac{9}{14}$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) , biết $BC = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$.

A. $d = a\sqrt{3}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn D

Dễ thấy tam giác ABC vuông tại $B \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SAB) \perp (SBC)$, kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$

Vậy AH là khoảng cách từ A đến (SBC) , do AH là đường cao của tam giác đều ABC nên

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (5m+6)x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 5.

Chọn A

Hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (5m+6)x - 1$ có $f'(x) = x^2 - 2mx + 5m + 6$.

Hàm số đồng biến trên

$\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 5m + 6 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 5m - 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 6.$$

Do $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên dương của m .

Câu 42. Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức $N = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$) và t là thời gian tăng trưởng. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu có 250 con và sau 12 giờ là 1500 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 216 lần số lượng vi khuẩn ban đầu?

A. 36 giờ

B. 24 giờ

C. 60 giờ

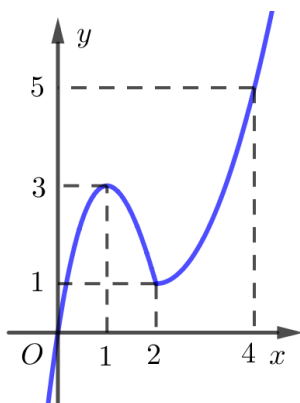
D. 48 giờ

Chọn A

Theo giả thiết $1500 = 250.e^{12r} \Rightarrow r = \frac{1}{12} \ln 6$. Gọi t là thời gian để vi khuẩn tăng gấp 216 lần số

lượng ban đầu, suy ra $216.250 = 250.e^{\frac{1}{12}t \ln 6} \Rightarrow 216 = 6^{\frac{t}{12}} \Rightarrow t = 36$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $f(4 - 2\sin^2 2x) = m$ có nghiệm.



A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 4 - 2\sin^2 2x \Rightarrow t \in [2; 4]$.

Do đó phương trình $f(4 - 2\sin^2 2x) = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $f(t) = m$ có nghiệm trên đoạn $[2; 4]$.

Dựa vào đồ thị đã cho ta thấy: phương trình $f(t) = m$ có nghiệm t với $t \in [2; 4] \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 5$. Vậy $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

- A.** $P_{\min} = \frac{17}{2}$. **B.** $P_{\min} = 9$. **C.** $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$. **D.** $P_{\min} = 8$.

Chọn B

Giả thiết suy ra $xy \geq x + y^2 \Leftrightarrow x(y-1) \geq y^2 \Rightarrow x \geq \frac{y^2}{y-1} \quad (y \geq 1)$

$$P = \frac{y^2}{y-1} + 3y = 4(y-1) + \frac{1}{y-1} + 5 \geq 9$$

Vậy $P_{\min} = 9$ khi $y = \frac{3}{2}, x = \frac{9}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - mx^3 + \frac{3}{2}(m^2 - 1)x^2 + (1 - m^2)x + 2019$ với m là tham số thực; Biết rằng hàm số $y = f(|x|)$ có số điểm cực trị lớn hơn 5 khi $a < m^2 < b + 2\sqrt{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Giá trị $T = a + b + c$ bằng

- A.** 8 **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Chọn A

Từ $f(x)$ là hàm bậc 4 có nhiều nhất 3 cực trị, mà $y = f(|x|)$ có nhiều hơn 5 cực trị, suy ra $y = f(|x|)$ có đúng 6 cực trị, từ đó $f(x)$ có đúng 3 cực trị dương, hay phương trình $f'(x) = g(x) = 0$ có ba nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow g'(x)$ có hai nghiệm dương và

$$g_{cd} \cdot g_{ct} < 0, g(0) < 0$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x_{cd} = m - 1, x_{ct} = m + 1$$

$$\text{Nhận xét } x_{cd} > x_1 > 0 \Rightarrow m > 1, g(0) < 0 \Rightarrow m > 1$$

$$g_{cd} = (m-1)(m^2-3) > 0 \Rightarrow m > \sqrt{3}$$

$$g_{ct} = (m+1)(m^2-2m-1) < 0 \Rightarrow m < 1 + \sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } \sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow 3 < m^2 < 3 + 2\sqrt{2} \Rightarrow a = 3, b = 3, c = 2$$

Câu 50. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (3m^2 + 4m + 5)x + 2019$ và

$g(x) = (m^2 + 2m + 5)x^3 - (2m^2 + 4m + 9)x^2 - 3x + 2$ (với m là tham số). Hỏi phương trình $g(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A.** 9. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Chọn C

Ta có $g(x) = (x-2)[(m^2+2m+5)x^2+x-1] = 0$ luôn có ba nghiệm phân biệt vì phương trình $(m^2+2m+5)x^2+x-1=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 2

$$\text{Vậy } g(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 & (1) \\ f(x) = x_1 & (2) \\ f(x) = x_2 & (3) \end{cases}$$

Lại có $f'(x) = x^2 - 2(m+1)x + 3m^2 + 4m + 5 = 0$ vô nghiệm nên các phương trình (1), (2), (3) có nghiệm duy nhất và các nghiệm này khác nhau, vậy $g(f(x)) = 0$ có ba nghiệm.

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT NINH BÌNH
THPT CHUYÊN LVTĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:.....

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được lập từ các chữ số khác 0?

- A.** C_9^3 . **B.** A_{10}^3 . **C.** 9^3 . **D.** A_9^3 .

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = 250$. Công bội của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 125. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{125}{3}$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$ là

- A.** $x = 8$. **B.** $x = \frac{10}{3}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = \frac{1}{3}$.

Câu 4: Tính thể tích của khối tứ diện ABCD, biết AB, AC, AD đôi một vuông góc và lần lượt có độ dài bằng 2, 4, 3?

- A.** 24. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 2)$ là

- A.** $[2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $[-2; +\infty)$.

Câu 6: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2020ax + 1)$ (Với a là tham số khác 0)

- A.** $\int \sin(2020ax + 1)dx = \frac{1}{2020} \cos 2020x + C$.
B. $\int \sin(2020ax + 1)dx = \cos 2020ax + C$.
C. $\int \sin(2020ax + 1)dx = -\frac{1}{2020a} \cos(2020ax + 1) + C$.
D. $\int \sin(2020ax + 1)dx = \cos 2020x + C$.

Câu 7: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$ cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp S.ABCD là

- A.** $V = \frac{3}{2}a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = 9a^3$.

Câu 8: Cho khối nón có chiều cao $h = 2$ và bán kính đáy $r = 3$. Thể tích của khối nón đã cho là

- A.** 24π . **B.** 6π . **C.** 4π . **D.** 36π .

Câu 9: Cho khối cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho là

- A.** $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 256π . **C.** 64π . **D.** 16π .

Câu 10: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hỏi hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

- A.** $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$
- C.** $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

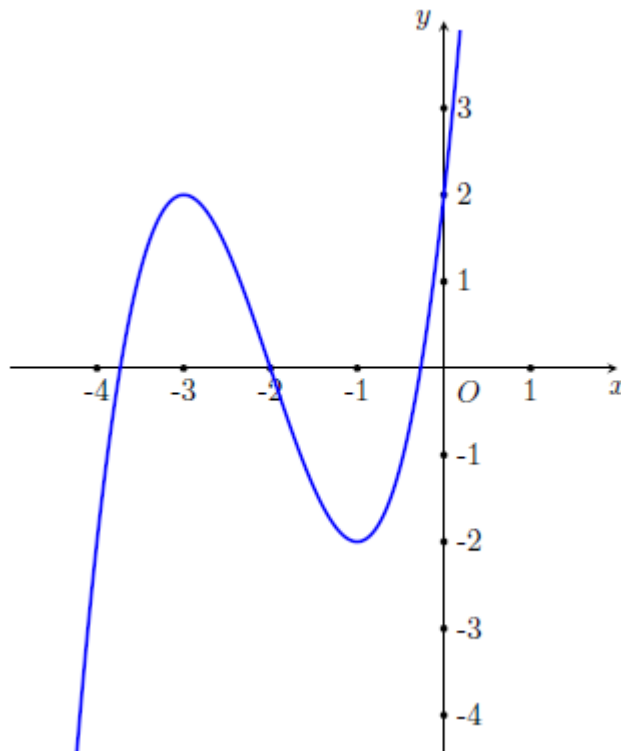
Câu 11: Cho a là số thực dương tùy ý, $\ln \frac{e}{a^2}$ bằng

- A.** $2(1 + \ln a)$. **B.** $1 - \frac{1}{2} \ln a$. **C.** $2(1 - \ln a)$. **D.** $1 - 2 \ln a$.

Câu 12: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

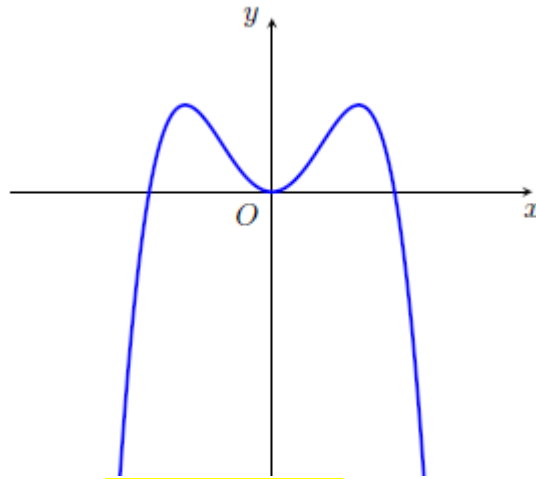
- A.** $S_{xq} = 12\pi$. **B.** $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. **D.** $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-4; 0]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



- A.** $x = -1$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

Câu 14: Đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nào dưới đây có dạng đồ thị hình vẽ bên



- A. $f(x) = x^4 - 2x^2$. B. $f(x) = -x^4 + 2x^2$.
 C. $f(x) = x^4 + 2x^2$. D. $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 15: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 10 + \frac{1}{x-10}$?

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $y = 10$. D. $x = 10$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là:

- A. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$. B. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$. D. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	5	7	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	3	1	5	$-\infty$

Phương trình $f(x) = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 18: Cho $\int_0^1 f(x) dx = -2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 7$, khi đó $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

- A. -12. B. 25. C. -25. D. 17.

Câu 19: Mô đun của số phức $z = 3 + 4i$ là

- A. 4. B. 7. C. 3. D. 5.

Câu 20: Tìm phần ảo của số phức z biết $(1+2i)z = 3-4i$.

A. -2.**B.** 2.**C.** 4.**D.** -4.

Câu 21: Trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 3i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;3)$.**B.** $P(1;-3)$.**C.** $N(-1;3)$.**D.** $M(-1;-3)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;-1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M \in (Oxz)$.**B.** $M \in (Oyz)$.**C.** $M \in Oy$.**D.** $M \in (Oxy)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(3;-1;1)$.**B.** $(-3;-1;1)$.**C.** $(-3;1;-1)$.**D.** $(3;1;-1)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 6 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (2;1;0)$.**B.** $\vec{n}_1 = (2;-1;6)$.**C.** $\vec{n}_2 = (2;-1;0)$.**D.** $\vec{n}_4 = (2;1;6)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

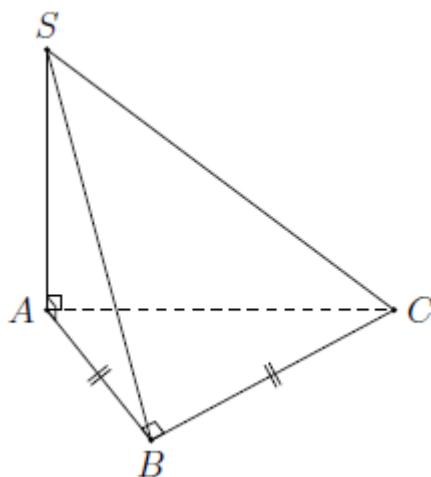
A.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (xem hình bên). Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng

**A.** 30° .**B.** 45° .**C.** 60° .**D.** 90° .

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0

Hàm số $y = f(2-x)$ có bao nhiêu điểm cực trị

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 28: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ lần lượt là

- A.** 40 và 8. **B.** 40 và -8. **C.** 15 và -41. **D.** 40 và -41.

Câu 29: Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_2(2^a \cdot 128^b) = \log_{2\sqrt{2}} 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** $3a + 18b = 2$. **B.** $a + 6b = 1$. **C.** $a + 6b = 7$. **D.** $3a + 18b = 4$.

Câu 30: Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ có đồ thị (C_m) . Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

- A.** $m < -3$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m > -3$.

Câu 31: Gọi a và b là nghiệm nguyên lớn nhất và nhỏ nhất của bất phương trình $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} < 133.\sqrt{10^x}$. Khi đó $A = a - b$ có giá trị bằng

- A.** -4. **B.** 6. **C.** -6. **D.** 4.

Câu 32: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh AC thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích toàn phần của hình nón đó bằng.

- A.** 9π . **B.** 3π . **C.** $3\sqrt{3}\pi$. **D.** $\sqrt{3}\pi$.

Câu 33: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x \, dx$ và $u = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $I = \int_0^1 (u^2 - u^4) \, du$. **B.** $I = 2 \int_0^1 (u^2 - u^4) \, du$. **C.** $I = \int_0^1 (u^4 - u^2) \, du$. **D.** $I = -\int_0^1 u^2 \, du$.

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 - x + 1$, $y = 2$, $x = -1$, $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A.** $S = \int_{-1}^1 (-x^2 - x + 3) \, dx$. **B.** $S = \int_{-1}^1 (-x^2 - x - 1) \, dx$.
C. $S = \int_{-1}^1 (-x^2 - x + 1) \, dx$. **D.** $S = \int_{-1}^1 (x^2 + x + 1) \, dx$.

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 4i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + i\overline{z_2}$ bằng

- A.** 5. **B.** $3i$. **C.** $-5i$. **D.** -3.

Câu 36: Gọi z_1, z_2 nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tìm $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$.

A. $w = 2^{50}i$.

B. $w = -2^{51}$.

C. $w = 2^{51}$.

D. $w = -2^{50}i$.

Câu 37: Viết đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$. Biết Δ đi qua điểm $M(0;1;3)$.

A. $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

D. $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 38: Cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z-3}{4}$.

B. $\frac{x-1}{23} = \frac{y-2}{-19} = \frac{z-3}{13}$.

C. $\frac{x-1}{23} = \frac{y-2}{19} = \frac{z-3}{-13}$.

D. $\frac{x+1}{23} = \frac{y+2}{19} = \frac{z+3}{13}$.

Câu 39: Hai bạn A và B mỗi bạn viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để các chữ số có mặt ở hai số bạn A và B viết giống nhau bằng

A. $\frac{31}{2916}$.

B. $\frac{1}{648}$.

C. $\frac{1}{108}$.

D. $\frac{25}{2916}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên (SBC) là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 9x - 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 2.

Câu 42: Số lượng của một loài vi khuẩn sau t (giờ) được xấp xỉ bằng đẳng thức $Q = Q_0 \cdot e^{0,195t}$, trong đó Q_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu. Nếu số lượng vi khuẩn ban đầu là 5000 con thì sau bao lâu số lượng vi khuẩn là 100000 con.

A. 15,36 giờ.

B. 3,55 giờ.

C. 16,35 giờ.

D. 20 giờ.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \frac{2-ax}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	3

Tổng các số $(a+b+c)^2$ thuộc khoảng nào sau đây

A. $(1;2)$.

B. $(2;3)$.

C. $\left(0;\frac{4}{9}\right)$.

D. $\left(\frac{4}{9};1\right)$.

Câu 44: Cho hình trụ có chiều cao bằng $8a$. Biết hai điểm A, C lần lượt nằm trên hai đáy thỏa $AC = 10a$, khoảng cách giữa AC và trục của hình trụ bằng $4a$. Thể tích của khối trụ đã cho là

A. $128\pi a^3$.

B. $320\pi a^3$.

C. $80\pi a^3$.

D. $200\pi a^3$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = -1$ và $f'(x) = x(6 + 12x + e^{-x})$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

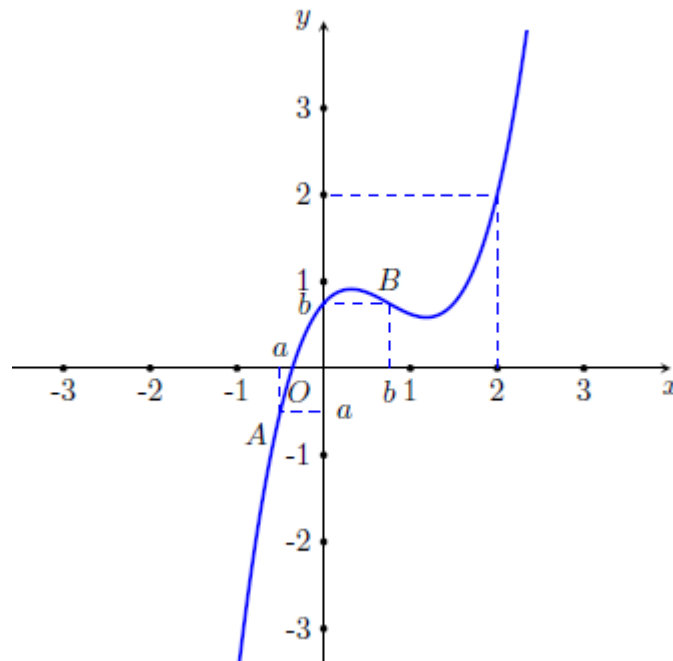
A. $3e$.

B. $3e^{-1}$.

C. $4 - 3e^{-1}$.

D. $-3e^{-1}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm nằm trong $\left(\frac{-\pi}{2}; 3\pi\right)$ của phương trình $f(\cos x + 1) = \cos x + 1$ là

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

- Câu 47:** Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{2x} = b^{3y} = a^6 b^6$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4xy + 2x - y$ có dạng $m + n\sqrt{165}$ (với m, n là các số tự nhiên), tính $S = m + n$.
- A. 58. B. 54. C. 56. D. 60.
- Câu 48:** Cho hàm số $f(x) = |3e^{4x} - 4e^{3x} - 24e^{2x} + 48e^x + m|$. Gọi A, B lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; \ln 2]$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-23; 10)$ thỏa mãn $A \leq 3B$. Tổng các phần tử của tập S bằng
- A. -33. B. 0. C. -111. D. -74.
- Câu 49:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3, chiều cao bằng 8. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc SD sao cho $\overline{SN} = 2\overline{ND}$. Thể tích của tứ diện $ACMN$ bằng
- A. $V = 9$. B. $V = 6$. C. $V = 18$. D. $V = 3$.
- Câu 50:** Có bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_{11}(3x + 4y) = \log_4(x^2 + y^2)$?
- A. 3. B. 2. C. 1. D. vô số.

*****Hết*****

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.C	5.C	6.C	7.C	8.B	9.A	10.A
11.D	12.B	13.A	14.B	15.C	16.B	17.B	18.C	19.D	20.A
21.B	22.A	23.B	24.C	25.D	26.B	27.A	28.D	29.A	30.D
31.D	32.A	33.A	34.D	35.D	36.B	37.B	38.A	39.D	40.A
41.A	42.A	43.C	44.D	45.B	46.C	47.C	48.A	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT.

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được lập từ các chữ số khác 0?

- A. C_9^3 . B. A_{10}^3 . C. 9^3 . D. A_9^3 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi số được viết tương ứng với một chỉnh hợp chập 3 của 9 là A_9^3 .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = 250$. Công bội của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 125. B. 5. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{125}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$q^3 = \frac{u_4}{u_1} = 125 \Leftrightarrow q = 5.$$

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$ là

- A. $x = 8$. B. $x = \frac{10}{3}$. C. $x = 1$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow 3x - 2 = 2^3 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}.$$

Câu 4. Tính thể tích của khối tứ diện ABCD, biết AB, AC, AD đôi một vuông góc và lần lượt có độ dài bằng 2, 4, 3?

- A. 24. B. 8. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} AD \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} AD \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = 4.$$

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 2)$ là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $[-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn CTập xác định của hàm số $y = \log_3(x-2)$ là $(2; +\infty)$.**Câu 6.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2020ax+1)$ (Với a là tham số khác 0)

A. $\int \sin(2020ax+1)dx = \frac{1}{2020} \cos 2020x + C.$

B. $\int \sin(2020ax+1)dx = \cos 2020ax + C.$

C. $\int \sin(2020ax+1)dx = -\frac{1}{2020a} \cos(2020ax+1) + C.$

D. $\int \sin(2020ax+1)dx = \cos 2020x + C.$

Lời giải**Chọn C**

$$\int \sin(2020ax+1)dx = \frac{1}{2020a} \int \sin(2020ax+1)d(2020ax+1) = -\frac{1}{2020a} \cos(2020ax+1) + C.$$

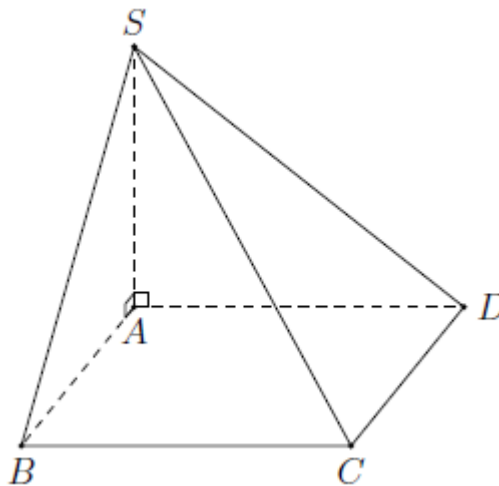
Câu 7. Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB=2a$, $AD=a$ cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=3a$. Thể tích của khối chóp S.ABCD là

A. $V = \frac{3}{2}a^3..$

B. $V = 3a^3..$

C. $V = 2a^3..$

D. $V = 9a^3.$

Lời giải**Chọn C**Ta có thể tích V của khối chóp đã cho là: $V = \frac{1}{3} 3a.a.2a = 2a^3.$ **Câu 8.** Cho khối nón có chiều cao $h=2$ và bán kính đáy $r=3$. Thể tích của khối nón đã cho là

A. $24\pi.$

B. $6\pi.$

C. $4\pi.$

D. $36\pi.$

Lời giải**Chọn B**Ta có: $V = \frac{1}{3} \pi.9.2 = 6\pi.$ **Câu 9.** Cho khối cầu có bán kính $R=2$. Thể tích của khối cầu đã cho là

A. $\frac{32\pi}{3}$.

B. 256π .

C. 64π .

D. 16π .

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu đã cho bằng $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8 = \frac{32}{3}\pi$.

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hỏi hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

A. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$$

Câu 11. Cho a là số thực dương tùy ý, $\ln \frac{e}{a^2}$ bằng

A. $2(1 + \ln a)$.

B. $1 - \frac{1}{2} \ln a$.

C. $2(1 - \ln a)$.

D. $1 - 2 \ln a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\ln \frac{e}{a^2} = \ln e - \ln a^2 = 1 - 2 \ln a$.

Câu 12. Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = 12\pi$.

B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$.

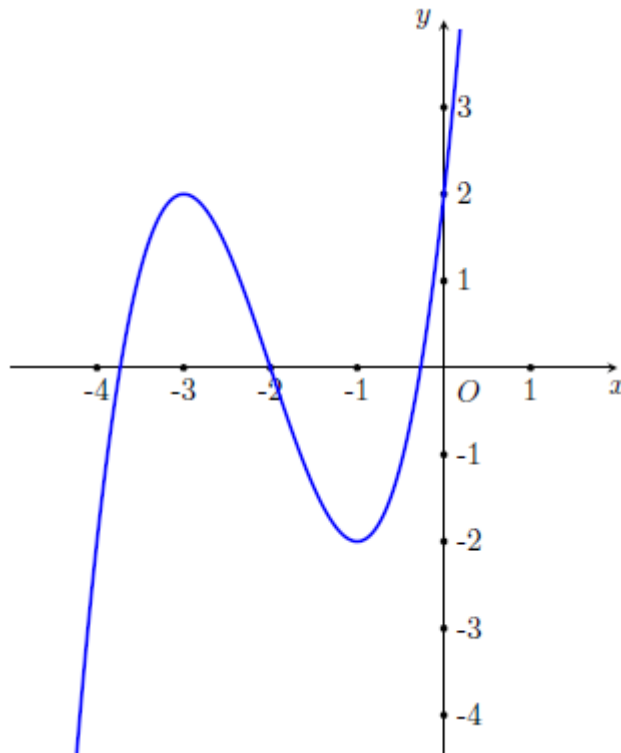
D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq} = \pi Rl$. Nên $S_{xq} = \pi \sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-4; 0]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

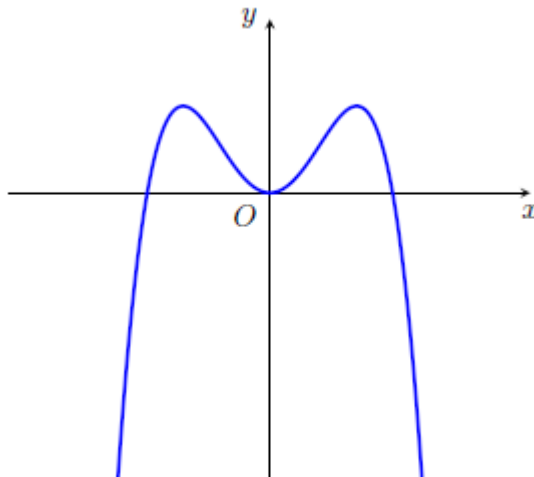
A. $x = -1$.B. $x = -3$.C. $x = 2$.D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Câu 14. Đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nào dưới đây có dạng đồ thị hình vẽ bên

A. $f(x) = x^4 - 2x^2$.B. $f(x) = -x^4 + 2x^2$.C. $f(x) = x^4 + 2x^2$.D. $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số trùng phương $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ (với $a \neq 0$).

Từ đồ thị hàm số ta thấy

- Đồ thị hàm số có hướng đi xuống nên $a < 0$.
- Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab < 0$.
- Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên $c = 0$.

Dựa vào 4 đáp án thì chỉ có hàm số $f(x) = -x^4 + 2x^2$ thỏa mãn.

Câu 15. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 10 + \frac{1}{x-10}$?

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $y = 10$. D. $x = 10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(10 + \frac{1}{x-10} \right) = 10 \Rightarrow y = 10$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là:

- A. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$. B. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$. D. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow -4x \leq 2-x \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	5	7	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	3	1	5	$-\infty$

Phương trình $f(x) = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 4$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = 4$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 4$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt. Vậy phương trình $f(x) = 4$ có 4 nghiệm.

- Câu 18.** Cho $\int_0^1 f(x) dx = -2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 7$, khi đó $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng
- A. -12. B. 25. C. -25. D. 17.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx - 3 \int_0^1 g(x) dx = 2 \cdot (-2) - 3 \cdot 7 = -25.$$

- Câu 19.** Mô đun của số phức $z = 3 + 4i$ là

- A. 4. B. 7. C. 3. D. 5

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } |z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

- Câu 20.** Tìm phần ảo của số phức z biết $(1 + 2i)z = 3 - 4i$.

- A. -2. B. 2. C. 4. D. -4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } (1 + 2i)z = 3 - 4i \Leftrightarrow z = \frac{3 - 4i}{1 + 2i} = \frac{(3 - 4i)(1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)} = \frac{-5 - 10i}{5} = -1 - 2i$$

Vậy phần ảo của số phức z bằng -2.

- Câu 21.** Trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 3i$ là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(1; 3)$. B. $P(1; -3)$. C. $N(-1; 3)$. D. $M(-1; -3)$.

Lời giải.

Chọn B

Trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 3i$ là điểm $P(1; -3)$.

- Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 0; -1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $M \in (Oxz)$. B. $M \in (Oyz)$. C. $M \in Oy$. D. $M \in (Oxy)$

Lời giải.

Chọn A

Điểm $M(2; 0; -1)$ nằm trên mặt phẳng (Oxz) .

- Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x + 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(3; -1; 1)$. B. $(-3; -1; 1)$. C. $(-3; 1; -1)$. D. $(3; 1; -1)$.

Lời giải.

Chọn B

Tâm của (S) có tọa độ là $(-3; -1; 1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 6 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 0)$.

B. $\vec{n}_1 = (2; -1; 6)$.

C. $\vec{n}_2 = (2; -1; 0)$.

D. $\vec{n}_4 = (2; 1; 6)$.

Lời giải.

Chọn C

Trong không gian $Oxyz$, một mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ (với điều kiện $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$) thì có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Từ phương trình mặt phẳng $(P): 2x - y + 6 = 0$ ta suy ra (P) có một vector pháp tuyến là: $\vec{n} = (2; -1; 0)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải.

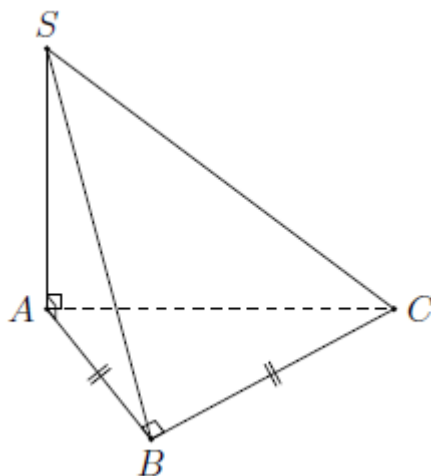
Chọn D

Ta có :

+) Vì $d \perp (P): x + 3y - z + 5 = 0$ nên có VTCP $\vec{u} // \vec{n}_P(1; 3; -1) \Rightarrow$ loại. B.

+) Đường thẳng d đi qua $A(2; 3; 0)$ nên loại A, C. Chọn D.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (xem hình bên). Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng



A. 30° .

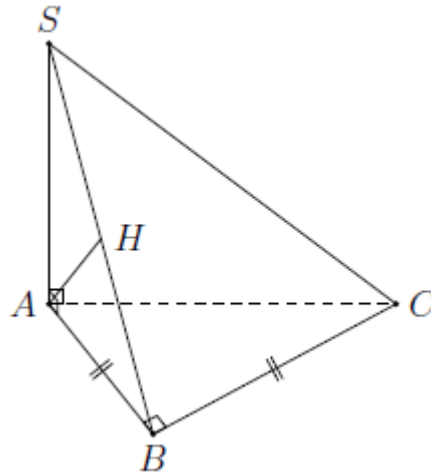
B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Ta có $BC \perp (AB)$ và $BC \perp SA$, nên $BC \perp (SAB)$, suy ra

$$BC \perp AH, \text{ kéo theo } AH \perp (SBC). \text{ Do đó } \tan(\widehat{SA, (SBC)}) = \tan \widehat{ASB} = \frac{AB}{SA} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1.$$

Vậy góc giữa mặt SA và (SBC) bằng 45° .

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(2-x)$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu, $f(x)$ có ba điểm cực trị. Ta thấy đồ thị hàm $f(2-x)$ thu được bằng cách lấy đối xứng đồ thị hàm số $f(x)$ qua gốc tọa độ O , rồi tịnh tiến sang trái 2 đơn vị, do đó hàm số $f(2-x)$ cũng có 3 điểm cực trị.

Câu 28. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ lần lượt là

A. 40 và 8.

B. 40 và -8 .

C. 15 và -41 .

D. 40 và -41 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x - 9 \text{ nên } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[-4; 4]$ như sau:

x	-4	-1	3	4	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	-41	40	8	15	

Vậy $\min_{[-4;4]} y = y(-4) = -41$ và $\max_{[-4;4]} y = y(-1) = 40$.

Cách 2: $y(-4) = -41$; $y(-1) = 40$; $y(3) = 8$; $y(4) = 15$.

Vậy $\min_{[-4;4]} y = y(-4) = -41$ và $\max_{[-4;4]} y = y(-1) = 40$.

Câu 29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_2(2^a \cdot 128^b) = \log_{2\sqrt{2}} 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $3a + 18b = 2$.

B. $a + 6b = 1$.

C. $a + 6b = 7$.

D. $3a + 18b = 4$.

Lời giải

Chọn A

Đẳng thức đã cho tương đương

$$\log_2(2^a \cdot 2^{6b}) = \frac{2}{3} \Rightarrow a + 6b = \frac{2}{3} \Rightarrow 3a + 18b = 2..$$

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ có đồ thị (C_m) . Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

A. $m < -3$.

B. $m \leq 0$.

C. $m \geq 0$.

D. $m > -3$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $x^3 + mx + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -x^2 - \frac{2}{x}$.

Xét $g(x) = -x^2 - \frac{2}{x}$, $g'(x) = \frac{-2x^3 + 2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-3	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m > -3$ là giá trị cần tìm.

Câu 31. Gọi a và b là nghiệm nguyên lớn nhất và nhỏ nhất của bất phương trình $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} < 133.\sqrt{10^x}$. Khi đó $A = a - b$ có giá trị bằng

A. -4 .

B. 6 .

C. -6 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} < 133.\sqrt{10^x} \Leftrightarrow 50.5^x + 20.2^x < 133.\sqrt{10^x} \Leftrightarrow 50.\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^x + 20.\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x - 133 < 0$.

Đặt $t = \left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^x$, $t > 0$, ta được bất phương trình: $50t^2 - 133t + 20 < 0 \Leftrightarrow \frac{4}{25} < t < \frac{5}{2}$.

Với $\Leftrightarrow \frac{4}{25} < t < \frac{5}{2}$, ta có: $\frac{4}{25} < \left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^x < \frac{5}{2} \Leftrightarrow -2 < \frac{x}{2} < 1 \Leftrightarrow -4 < x < 2$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-4; 2) \Rightarrow a = 1, b = -3$.

$$\Rightarrow A = a - b = 1 - (-3) = 4.$$

Câu 32. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh AC thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích toàn phần của hình nón đó bằng.

A. 9π .

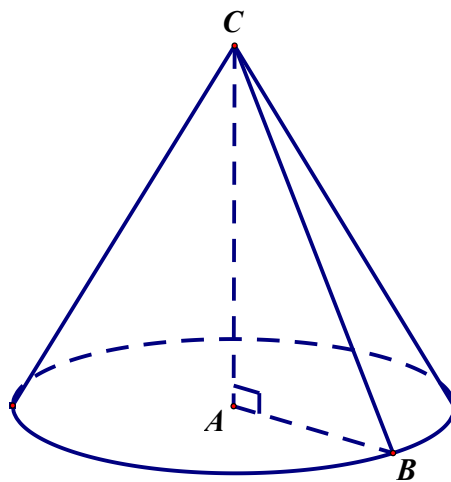
B. 3π .

C. $3\sqrt{3}\pi$.

D. $\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được khối nón có:

+ đường sinh $l = BC = \frac{AB}{\sin 30^\circ} = 2\sqrt{3}$.

+ bán kính đáy $r = AB = \sqrt{3}$.

Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{TP} = S_{Xq} + S_{Day} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r)$

$$= \pi \cdot \sqrt{3} (2\sqrt{3} + \sqrt{3}) = 9\pi..$$

Câu 33. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x \, dx$ và $u = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_0^1 (u^2 - u^4) \, du$.

B. $I = 2 \int_0^1 (u^2 - u^4) \, du$.

C. $I = \int_0^1 (u^4 - u^2) \, du$.

D. $I = -\int_0^1 u^2 \, du$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x \, dx = I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x (1 - \sin^2 x) \cos x \, dx$

Đặt $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 0$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1$.

Vậy $I = \int_0^1 (u^2 - u^4) du$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 - x + 1$, $y = 2$, $x = -1$, $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_{-1}^1 (-x^2 - x + 3) dx$. **B.** $S = \int_{-1}^1 (-x^2 - x - 1) dx$.

C. $S = \int_{-1}^1 (-x^2 - x + 1) dx$. **D.** $S = \int_{-1}^1 (x^2 + x + 1) dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích cần tìm là: $S = \int_{-1}^1 |-x^2 - x + 1 - 2| dx = \int_{-1}^1 (x^2 + x + 1) dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 4i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + i\overline{z_2}$ bằng

A. 5. **B.** $3i$. **C.** $-5i$. **D.** -3 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z_2 = 1 - 3i \Rightarrow \overline{z_2} = 1 + 3i \Rightarrow i\overline{z_2} = i(1 + 3i) = 3i^2 + i = -3 + i$

Suy ra $z_1 + i\overline{z_2} = 2 - 4i + (-3 + i) = -1 - 3i$.

Vậy phần ảo của số phức $z_1 + i\overline{z_2}$ là -3 .

Câu 36. Gọi z_1, z_2 nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tìm $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$.

A. $w = 2^{50}i$. **B.** $w = -2^{51}$. **C.** $w = 2^{51}$. **D.** $w = -2^{50}i$

Lời giải

Chọn B

$$z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$$

$$w = [(-1 + i)^2]^{50} + [(-1 - i)^2]^{50} = [-2i]^{50} + [2i]^{50} = 2 \cdot 2^{50} \cdot (i^2)^{25} = -2^{51}.$$

Câu 37. Viết đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ và vuông góc với đường thẳng

$$d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}. \text{ Biết } \Delta \text{ đi qua điểm } M(0; 1; 3).$$

A. $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. **B.** $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{1}$. D. $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$

Giải.

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1; -1; -1) \\ \vec{u}_d = (1; 2; -3) \end{cases}$.

$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(0; 1; 3). \\ \bullet \vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = 5.(1; 1; 1) \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 38. Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z-3}{4}$. B. $\frac{x-1}{23} = \frac{y-2}{-19} = \frac{z-3}{13}$.

C. $\frac{x-1}{23} = \frac{y-2}{19} = \frac{z-3}{-13}$. D. $\frac{x+1}{23} = \frac{y+2}{19} = \frac{z+3}{13}$

Giải.

Chọn A

Gọi $I(-1+t; -2t; 1+3t) \in \Delta \cap d$ nên $I \in d$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AI} = (-2+t; -2-2t; 2+3t) \\ \vec{u}_d = (1; -2; 3) \end{cases}$ và từ hình vẽ, có $\overrightarrow{AI} \perp \vec{u}_d$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AI} \cdot \vec{u}_d = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{7}$

$\Rightarrow AI \left(-\frac{12}{7}; -\frac{18}{7}; \frac{8}{7} \right)$

$\Rightarrow d: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(1; 2; 3) \\ \bullet \vec{u}_{\Delta} = (6; 9; 4) \end{cases} \Rightarrow d: \frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z-3}{4}$.

Câu 39. Hai bạn A và B mỗi bạn viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để các chữ số có mặt ở hai số bạn A và B viết giống nhau bằng

A. $\frac{31}{2916}$.

B. $\frac{1}{648}$.

C. $\frac{1}{108}$.

D. $\frac{25}{2916}$

Lời giải

Chọn D

Mỗi bạn có $9.A_9^2$ cách viết nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = (9.A_9^2)^2$.

Ta tìm cách viết mà các chữ số các chữ số có mặt trong hai số mà bạn A và B viết giống nhau. Bạn A có tất cả $9 \cdot A_9^2$ cách viết, trong đó A_9^3 cách viết mà số không gồm chữ số 0 và có $(9 \cdot A_9^2 - A_9^3)$ cách viết mà số có chữ số 0.

TH1: Nếu A viết số không gồm chữ số 0 có A_9^3 cách, lúc này B có 3! cách viết.

TH2: Nếu A viết số có chữ số 0 có $(9 \cdot A_9^2 - A_9^3)$ cách, lúc này B có 4 cách viết.

Vậy có $A_9^3 \cdot 3! + (9 \cdot A_9^2 - A_9^3) \cdot 4$ cách viết thỏa mãn.

$$\text{Xác suất cần tính bằng } \frac{A_9^3 \cdot 3! + (9 \cdot A_9^2 - A_9^3) \cdot 4}{(A_9^2)^2} = \frac{25}{2916}.$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên (SBC) là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

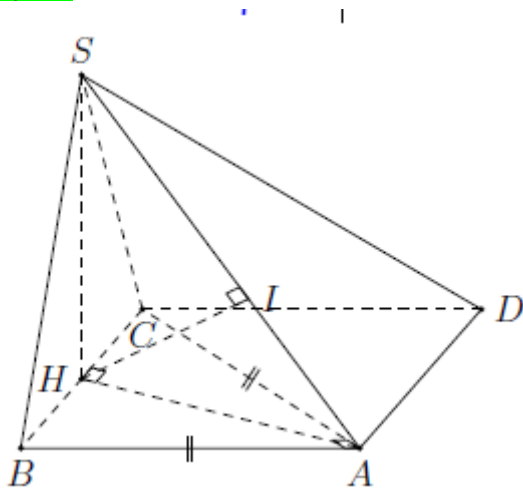
B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của BC. Khi đó $SH \perp (ABCD)$. Do tam giác ABC vuông cân tại A nên

$$AH \perp BC \text{ và } AH = \frac{a}{2}.$$

Dựng điểm D sao cho ABCD là hình bình hành.

$$\text{Khi đó } d(SA, BC) = s(BC, (SAD)) = d(H, (SAD))$$

$$\text{Kẻ } HI \perp SA \Rightarrow d(H, (SAD)) = HI = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 9x - 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn ATa có $f'(x) = -x^2 + 2mx - 9$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 - 9 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-3; 3]$ $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

Câu 42. | Số lượng của một loài vi khuẩn sau t (giờ) được xấp xỉ bằng đẳng thức $Q = Q_0 \cdot e^{0,195t}$, trong đó Q_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu. Nếu số lượng vi khuẩn ban đầu là 5000 con thì sau bao lâu số lượng vi khuẩn là 100000 con.

A. 15,36 giờ.**B.** 3,55 giờ.**C.** 16,35 giờ.**D.** 20 giờ.**Lời giải****Chọn A**Ta có $100000 = 5000 \cdot e^{0,195t} \Leftrightarrow e^{0,195t} = 20 \Leftrightarrow 0,195t = \ln 20 \Leftrightarrow t \approx 15,36$. Ta chọn. **A.**

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \frac{2-ax}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	3

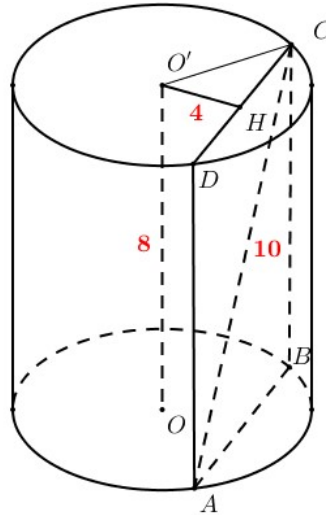
Tổng các số $(a+b+c)^2$ thuộc khoảng nào sau đây**A.** $(1; 2)$.**B.** $(2; 3)$.**C.** $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.**D.** $\left(\frac{4}{9}; 1\right)$.**Lời giải****Chọn C**Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-ax}{bx-c} = \frac{-a}{b}$, theo giả thiết suy ra $\frac{-a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = -3b$ Hàm số không xác định tại $x = 1 \Rightarrow b - c = 0 \Leftrightarrow b = c$ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $f'(x) = \frac{ac-2b}{(bx-c)^2} > 0$ với mọi x khác 1Suy ra $ac - 2b > 0 \Leftrightarrow -3b^2 - 2b > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < b < 0 \Leftrightarrow 0 < -b < \frac{2}{3}$ Lại có $a + b + c = -3b + b + b = -b$. Suy ra $(a + b + c)^2 = b^2 \in \left(0; \frac{4}{9}\right)$ Vậy tổng $a + b + c$ thuộc khoảng $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.

Câu 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $8a$. Biết hai điểm A, C lần lượt nằm trên hai đáy thỏa $AC = 10a$, khoảng cách giữa AC và trục của hình trụ bằng $4a$. Thể tích của khối trụ đã cho là

- A. $128\pi a^3$. B. $320\pi a^3$. C. $80\pi a^3$. D. $200\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $(O), (O')$ lần lượt là hai đường tròn đáy. $A \in (O), C \in (O')$.

Dựng AD, CB lần lượt song song với OO' ($D \in (O'), B \in (O)$). Dễ dàng có $ABCD$ là hình chữ nhật.

Do $AC = 10a, AD = 8a \Rightarrow DC = 6a$.

Gọi H là trung điểm của DC .

$$\begin{cases} O'H \perp DC \\ O'H \perp AD \end{cases} \Rightarrow O'H \perp (ABCD).$$

Ta có $OO' \parallel (ABCD) \Rightarrow d(OO', AC) = d(OO', (ABCD)) = O'H = 4a$.

$O'H = 4a, CH = 3a \Rightarrow R = O'C = 5a$.

Vậy thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi (5a)^2 8a = 200\pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = -1$ và $f'(x) = x(6 + 12x + e^{-x}), \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $3e$. B. $3e^{-1}$. C. $4 - 3e^{-1}$. D. $-3e^{-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = x(6 + 12x + e^{-x}), \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$.

$$\int f'(x) dx = \int x(6 + 12x + e^{-x}) dx = \int (6x + 12x^2) dx + \int xe^{-x} dx$$

$$\text{Mà } \int (6x + 12x^2) dx = 3x^2 + 4x^3 + C$$

$$\text{Xét } \int xe^{-x} dx: \text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{-x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -e^{-x} \end{cases}$$

$$\int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + \int e^{-x} dx = -x e^{-x} - e^{-x} + C = -(x+1) e^{-x} + C$$

$$\text{Suy ra } f(x) = 3x^2 + 4x^3 - (x+1) e^{-x} + C, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Mà } f(0) = -1 \Rightarrow C = 0 \text{ nên } f(x) = 3x^2 + 4x^3 - (x+1) e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Ta có

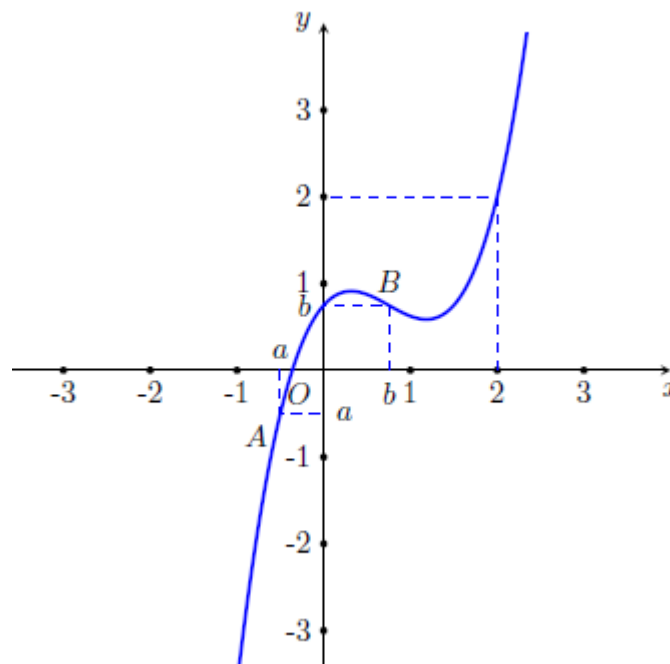
$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (3x^2 + 4x^3 - (x+1) e^{-x}) dx = (x^3 + x^4) \Big|_0^1 - \int_0^1 (x+1) e^{-x} dx = 2 - \int_0^1 (x+1) e^{-x} dx$$

$$\text{Xét } \int_0^1 (x+1) e^{-x} dx : \text{Đặt } \begin{cases} u = x+1 \\ dv = e^{-x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -e^{-x} \end{cases}$$

$$\int_0^1 (x+1) e^{-x} dx = -(x+1) e^{-x} \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{-x} dx = -2e^{-1} + 1 - e^{-x} \Big|_0^1 = -2e^{-1} + 1 - e^{-1} + 1 = 2 - 3e^{-1}$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = 3e^{-1}.$$

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm nằm trong $\left(\frac{-\pi}{2}; 3\pi\right)$ của phương trình $f(\cos x + 1) = \cos x + 1$ là

A. 2.

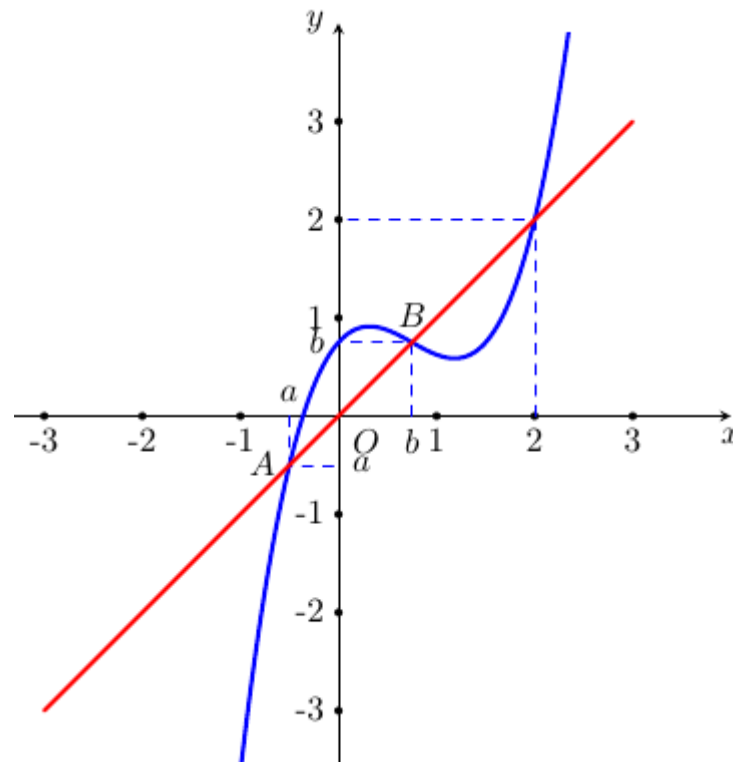
B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn C



Từ đồ thị ta có $f(x) = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \in (-\infty; 0) \\ x = b \in (0; 1) \\ x = 2 \end{cases}$

Do đó $f(\cos x + 1) = \cos x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + 1 = a \in (-\infty; 0) \\ \cos x + 1 = b \in (0; 1) \\ \cos x + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = a - 1 = t_1 \in (-\infty; -1) \text{ (VN)} \\ \cos x = b - 1 = t_2 \in (-1; 0) \\ \cos x = 1 \end{cases} \quad (1)$

(2)

Dựa vào đường tròn lượng giác, phương trình (1) có 3 nghiệm nằm trong $\left(-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$.

Phương trình (2) có 2 nghiệm nằm trong $\left(-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$.

Vậy phương trình ban đầu có tất cả 5 nghiệm nằm trong $\left(-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$.

- Câu 47.** Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{2x} = b^{3y} = a^6 b^6$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4xy + 2x - y$ có dạng $m + n\sqrt{165}$ (với m, n là các số tự nhiên), tính $S = m + n$.
- A. 58. B. 54. C. 56. D. 60

Lời giải

Chọn C

Theo bài ra ta có: $a^{2x} = b^{3y} = a^6 b^6 \Leftrightarrow \begin{cases} a^{2x} = a^6 b^6 \\ b^{3y} = a^6 b^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \log_a(a^6 b^6) \\ 3y = \log_b(a^6 b^6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 6 + 6\log_a b \\ 3y = 6 + 6\log_b a \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(1 + \log_a b) \\ y = 2(1 + \log_b a) \end{cases}$

Vì $a, b > 1$ nên $\log_a b > \log_a 1 = 0$.

Do đó:

$$P = 4xy + 2x - y = 24(1 + \log_a b)(1 + \log_b a) + 6 + 6\log_a b - 2 - 2\log_b a$$

$$= 52 + 30\log_a b + 22\log_b a \geq 52 + 2\sqrt{30\log_a b \cdot 22\log_b a} = 52 + 4\sqrt{165}$$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là $m + n\sqrt{165}$ khi $30\log_a b = 22\log_b a \Leftrightarrow \log_a b = \sqrt{\frac{11}{15}} \Leftrightarrow b = a^{\sqrt{\frac{11}{15}}}$

Ta có: $\begin{cases} m = 52 \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow m + n = 56.$

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = |3e^{4x} - 4e^{3x} - 24e^{2x} + 48e^x + m|$. Gọi A, B lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; \ln 2]$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-23; 10]$ thỏa mãn $A \leq 3B$. Tổng các phần tử của tập S bằng

A. -33.

B. 0.

C. -111.

D. -74.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = e^x, x \in [0; \ln 2] \Rightarrow t \in [1; 2]$

Xét hàm số $h(t) = |3t^4 - 4t^3 - 24t^2 + 48t + m|$ trên $[1; 2]$.

Đặt $g(t) = 3t^4 - 4t^3 - 24t^2 + 48t + m$

$$g'(t) = 12t^3 - 12t^2 - 48t + 48; \quad g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \notin [1; 2] \\ t = 2 \\ t = 1 \end{cases};$$

$g(1) = m + 23, \quad g(2) = m + 16.$

TH1: $-16 \leq m < 10 \Rightarrow m + 23 \geq m + 16 \geq 0 \Rightarrow A = \max_{[1; 2]} h(t) = m + 23; \quad B = \min_{[1; 2]} h(t) = m + 16.$

Suy ra: $\begin{cases} -16 \leq m < 10 \\ m + 23 \leq 3m + 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -16 \leq m < 10 \\ m \geq \frac{-25}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{-25}{2} \leq m < 10.$

Do đó: có 22 giá trị

TH2: $-23 \leq m < -16 \Rightarrow |m + 23| = m + 23, \quad |m + 16| = -m - 16.$

Để thấy $B = 0$. Suy ra $\begin{cases} m + 23 < -m - 16 \\ -m - 16 \leq 0 \\ m + 23 \geq -m - 16 \\ m + 23 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -16 \leq m < -19.5 \\ -19.5 \leq m \leq -23 \end{cases} (VL)$

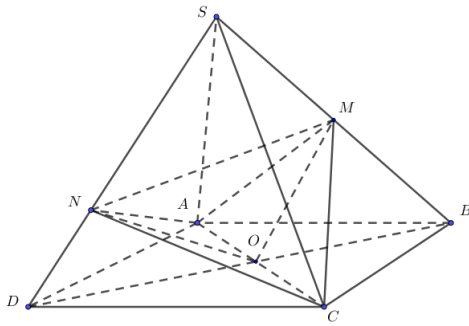
Vậy $S = \{-12; -11; \dots; 0; 1; \dots; 9\}$ và tổng các phần tử của tập S bằng $-12 + (-11) + (-10) = -33$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3, chiều cao bằng 8. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm thuộc SD sao cho $\overline{SN} = 2\overline{ND}$. Thể tích của tứ diện ACMN bằng

A. $V = 9$.B. $V = 6$.C. $V = 18$.D. $V = 3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S_{ABCD} = 9 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 8 = 24$.

$$\Rightarrow V_{S.ABD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = 12; V_{S.ABO} = V_{S.ADO} = 6.$$

Vì M là trung điểm SB, N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $\overline{SN} = 2\overline{ND} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3}$

$$+) \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3} V_{S.ABD} = 4$$

$$+) \frac{V_{M.AOB}}{V_{S.AOB}} = \frac{MB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{M.AOB} = \frac{1}{2} V_{S.AOB} = 3$$

$$+) \frac{V_{N.AOD}}{V_{S.AOD}} = \frac{ND}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{N.AOD} = \frac{1}{3} V_{S.AOD} = 2$$

$$\text{Ta có } V_{C.AMN} = 2V_{O.AMN} = 2(V_{S.ABD} - V_{S.AMN} - V_{M.AOB} - V_{N.AOD})$$

$$\text{Vậy } V_{C.AMN} = 2V_{O.AMN} = 2(12 - 4 - 3 - 2) = 6.$$

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_{11}(3x + 4y) = \log_4(x^2 + y^2)$?

A. 3

B. 2

C. 1

D. vô số.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \log_{11}(3x + 4y) = \log_4(x^2 + y^2) = t \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 11^t \\ x^2 + y^2 = 4^t \end{cases} (*).$$

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow$ đường thẳng $\Delta: 3x + 4y = 11^t$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 4^t$ có điểm chung

$$\Leftrightarrow d(O, \Delta) \leq R \Leftrightarrow \frac{11^t}{5} \leq 2^t \Leftrightarrow \left(\frac{11}{2}\right)^t \leq 5 \Leftrightarrow t \leq \log_{\frac{11}{2}} 5.$$

Do $x^2 + y^2 = 4^t$ nên $|y| \leq 2^t \leq 2^{\log_{\frac{11}{2}} 5} \approx 1.9239767$.

Vì $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{-1; 0; 1\}$.

Thử lại:

$$\text{- Với } y = -1, \text{ hệ } (*) \text{ trở thành } \begin{cases} 3x - 4 = 11^t \\ x^2 + 1 = 4^t \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{11^t + 4}{3}\right)^2 + 1 = 4^t \Leftrightarrow 12 \cdot 11^t + 8 \cdot 11^t + 25 = 9 \cdot 4^t (**)$$

Nếu $t < 0$ thì $4^t < 1 \Rightarrow 4^t < \left(\frac{11^t + 4}{3}\right)^2 + 1$.

Nếu $t \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 121^t \geq 4^t \\ 8 \cdot 11^t \geq 8 \cdot 4^t \end{cases} \Rightarrow 121^t - 4^t + 8(11^t - 4^t) + 25 > 0$.

Vậy (**) vô nghiệm.

- Với $y = 0$ thì hệ (*) trở thành $\begin{cases} 3x = 11^t \\ x^2 = 4^t \end{cases} \Rightarrow \frac{121^t}{9} = 4^t \Leftrightarrow t = \log_{\frac{11}{2}} 3 \Rightarrow x = \frac{11^{\frac{\log_{11} 3}{2}}}{3}$.

- Với $y = 1$ thì hệ (*) trở thành $\begin{cases} 3x + 4 = 11^t \\ x^2 + 1 = 4^t \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{11^t - 4}{3}\right)^2 + 1 = 4^t \Leftrightarrow 121^t - 8 \cdot 11^t + 25 = 9 \cdot 4^t$.

Xét hàm số $f(t) = 121^t - 8 \cdot 11^t + 25 - 9 \cdot 4^t$, liên tục trên $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ có $f\left(\frac{1}{2}\right)f(1) < 0$ nên phương trình

$f(t) = 0$ luôn có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. Khi đó hiển nhiên sẽ tồn tại x thỏa mãn.

Vậy có 2 giá trị nguyên của y thỏa mãn là $y = 0, y = 1$.

----- **HẾT** -----

SỞ GDĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT DTNTĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020

MÔN: TOÁN

Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- A. 2^{34} . B. A_{34}^2 . C. 34^2 . D. C_{34}^2 .

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) xác định bởi $u_1 = -1$, công sai $d = 2$. Giá trị u_5 bằng:

- A. 7 B. -5 C. 9 D. -3

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

- A. $x = 3$ B. $x = \frac{17}{2}$ C. $x = \frac{5}{2}$ D. $x = 2$

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh 3 bằng

- A. 6. B. 8. C. 9. D. 27.

Câu 5. Hàm số $y = \log_2(x+3)$ xác định khi:

- A. $x < -3$ B. $x \leq -3$ C. $x > -3$ D. $x \geq -3$

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

- A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$ B. $2^x \cdot \ln 2 + C$ C. $\frac{\ln 2}{2^x} + C$ D. $x \cdot 2^x \cdot \ln 2 + C$

Câu 7. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $6cm, 4cm, 5cm$

- A. $15cm^3$. B. $40cm^3$. C. $50cm^3$. D. $120cm^3$.

Câu 8. Cho hình nón có đường sinh bằng 3, diện tích xung quanh bằng 12π . Bán kính đáy của hình nón là:

- A. 4 B. 2 C. 6 D. 3

Câu 9. Cho mặt cầu có diện tích bằng 16π . Bán kính mặt cầu đã cho bằng

- A. 4. B. 8. C. 2. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$						$+\infty$	

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 0 3 0

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$ B. $(1;+\infty)$ C. $(-1;0)$ D. $(0;+\infty)$

Câu 11. Với a là số thực dương tùy, $\log_5 a^2$ bằng

- A. $2\log_5 a$. B. $2 + \log_5 a$. C. $\frac{1}{2} + \log_5 a$. D. $\frac{1}{2}\log_5 a$.

Câu 12. Thể tích của khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $2\pi r^2 h$ B. $\pi r^2 h$ C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ D. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$

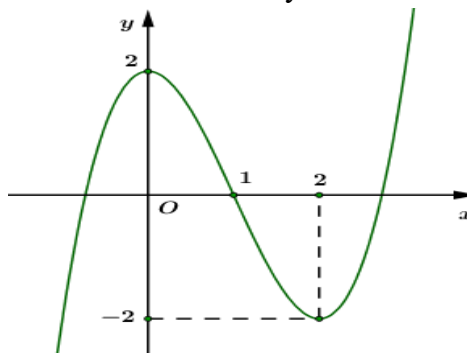
Câu 13.. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$ $\searrow$ 1 $\nearrow$ 5 $\searrow$ $-\infty$				

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 5.

Câu 14. : Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$ C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	0	$+\infty$	-3	3

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \leq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 10]$. D. $(-\infty; 10)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{-3}{2}$ là

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 18. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 6 B. -6 C. -2 D. 2

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 2i$ là

- A. $\bar{z} = -3 + 2i$ B. $\bar{z} = 3 + 2i$ C. $\bar{z} = -3 - 2i$ D. $\bar{z} = -2 + 3i$

Câu 20. Số phức $z = \frac{1}{2-i}$ có modul là:

- A. 3 B. $\frac{\sqrt{7}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. 4

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = i + 1$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. (5;-1) B. (-1;5) C. (5;0) D. (0;5)

Câu 22. Trong không gian $(Oxyz)$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. (0;1;0) B. (3;0;0) C. (0;0;-1) D. (3;0;-1)

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. 9 B. 3 C. $\sqrt{15}$ D. $\sqrt{7}$

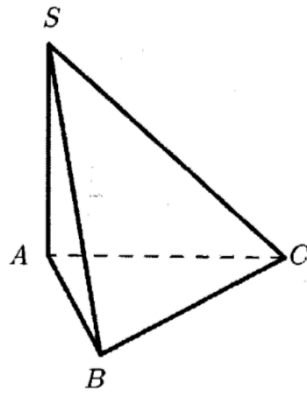
Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y + z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (3;1;-1)$ B. $\vec{n}_3 = (4;3;1)$ C. $\vec{n}_2 = (4;1;-1)$ D. $\vec{n}_1 = (4;3;-1)$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d

- A. $P(3; -1; 5)$. B. $M(-3; 1; -5)$. C. $N(1; -2; 3)$. D. $M(-3; -1; -5)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



- A. 90° B. 30° C. 60° D. 45°

Câu 27. : Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. 18 B. -18 C. -2 D. 2

Câu 29. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

- A. 8 B. 6 C. 2 D. 3

Câu 30. Cho hàm số $y = -x^4 + 1 (C)$ và Parabol $(P): y = x^2 - 1$. Số giao điểm của (C) và (P) là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x + 2.3^x - 3 < 0$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Câu 32.

Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AC thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $5\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2\sqrt{5}\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.

Câu 33. . Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_2^8 f(x)dx = 10$. Tính $I = \frac{3}{2} \int_1^3 f(3x-1)dx$

- A. 30 B. 10 C. 20 D. 5

Câu 34 Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^{\frac{1}{2}}.e^{\frac{x}{2}}, x = 1, x = 2, y = 0$ quanh trục Ox được tính bởi biểu thức nào sau đây?

- A. $\int_1^2 (x.e^x)dx$. B. $\pi \int_1^2 (x.e^x)dx$. C. $\int_1^2 \left(\pi x^{\frac{1}{2}}.e^{\frac{x}{2}} \right)^2 dx$. D. $\pi \int_1^2 \left(x^{\frac{1}{2}}.e^{\frac{x}{2}} \right) dx$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 4-3i$. Phần thực của số phức $w = iz + 2\bar{z}$ là:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 10 B. 8 C. 16 D. 2

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $A(-1;1;2)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - 1 = 0$ có phương trình là

- A. $2x - 2y + z + 2 = 0$. B. $2x - 2y + z = 0$.
C. $2x - 2y + z - 6 = 0$. D. $2x - 2y + z - 2 = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 39. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{11}{23}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{265}{529}$ D. $\frac{12}{23}$

Câu 40.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân có $AB = BC = a$. Cạnh bên SA

vuông góc với đáy, $\angle SBA = 60^\circ$. Gọi M là điểm nằm trên AC sao cho $\overline{AC} = 2\overline{CM}$. Tính khoảng cách giữa SM và AB .

- A. $\frac{6a\sqrt{7}}{7}$ B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$ C. $\frac{a\sqrt{7}}{21}$ D. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 9x + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 42. Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỷ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$ (%). Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỷ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 80%?

- A. 356. B. 348. C. 352. D. 344.

Câu 43. Hình dưới đây là đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx + c$.

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $a < 0, b < 0, c > 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0$.
 C. $a > 0, b < 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

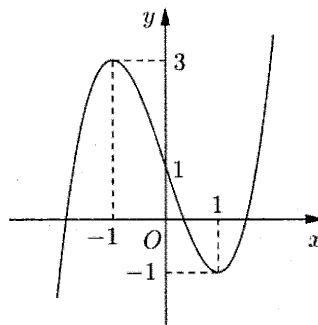
Câu 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $24\sqrt{2}\pi$ B. $8\sqrt{2}\pi$ C. $12\sqrt{2}\pi$ D. $16\sqrt{2}\pi$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{\pi^2 - 2}{8}$. B. $\frac{\pi^2 + 8\pi - 8}{8}$. C. $\frac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}$. D. $\frac{3\pi^2 + 2\pi - 3}{8}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là



- A. $(-1; 3)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 47. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ với a, b là hai số nguyên dương. Tổng $a + b$ bằng

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 11.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \leq 2m$?

- A. 3. B. 7. C. 6. D. 5.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thể tích là V . Tính thể tích của tứ diện $ACB'D'$ theo V .

- A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{5}$. D. $\frac{V}{3}$.

Câu 50. Phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$m \in (a; b)$, đặt $T = b^2 - a^2$ thì:

- A. $T = 36$. B. $T = 48$. C. $T = 64$. D. $T = 72$.

*****Hết*****

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.A	4.D	5.C	6.A	7.C	8.A	9.C	10.A
11.A	12.B	13.A	14.D	15.C	16.C	17.A	18.C	19.B	20.C
21.A	22.A	23.B	24.B	25.A	26.D	27.B	28.B	29.D	30.B
31.B	32.C	33.D	34.B	35.C	36.D	37.A	38.A	39.A	40.D
41.C	42.C	43.D	44.D	45.C	46.D	47.B	48.D	49.D	50.B

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- A. 2^{34} . B. A_{34}^2 . C. 34^2 . D. C_{34}^2 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 34 phần tử trên số cách chọn là C_{34}^2 .

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) xác định bởi $u_1 = -1$, công sai $d = 2$. Giá trị u_5 bằng:

- A. 7 B. -5 C. 9 D. -3

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = -1 + 4.2 = 7$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

- A. $x = 3$ B. $x = \frac{17}{2}$ C. $x = \frac{5}{2}$ D. $x = 2$

Lời giải

Chọn A

$$2^{2x-1} = 32 \Leftrightarrow 2x-1=5 \Leftrightarrow x=3.$$

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh 3 bằng

- A. 6. B. 8. C. 9. D. 27.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lập phương cạnh 3 bằng $3^3 = 27$.

Câu 5. Hàm số $y = \log_2(x+3)$ xác định khi:

- A. $x < -3$ B. $x \leq -3$ C. $x > -3$ D. $x \geq -3$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_2(x+3)$ xác định $\Leftrightarrow x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3$.

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$

B. $2^x \cdot \ln 2 + C$

C. $\frac{\ln 2}{2^x} + C$

D. $x \cdot 2^x \cdot \ln 2 + C$

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \Rightarrow \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 7. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $6cm, 4cm, 5cm$

A. $15cm^3$.

B. $40cm^3$.

C. $50cm^3$.

D. $120cm^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích: $V = 6 \cdot 4 \cdot 5 = 120 cm^3$

Câu 8. Cho hình nón có đường sinh bằng 3, diện tích xung quanh bằng 12π . Bán kính đáy của hình nón là:

A. 4

B. 2

C. 6

D. 3

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l \Rightarrow r = \frac{12\pi}{3 \cdot \pi} = 4$.

Câu 9. Cho mặt cầu có diện tích bằng 16π . Bán kính mặt cầu đã cho bằng

A. 4.

B. 8.

C. 2.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích mặt cầu đã cho: $S = 4\pi R^2 = 16\pi \Rightarrow R^2 = 4 \Rightarrow R = 2$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 0 3 0

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$

B. $(1;+\infty)$

C. $(-1;0)$

D. $(0;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0;1)$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy, $\log_5 a^2$ bằng

- A. $2\log_5 a$. B. $2 + \log_5 a$. C. $\frac{1}{2} + \log_5 a$. D. $\frac{1}{2}\log_5 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_5 a^2 = 2\log_5 a$.

Câu 12. Thể tích của khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $2\pi r^2 h$ B. $\pi r^2 h$ C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ D. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h$.

Câu 13.. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	-		
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

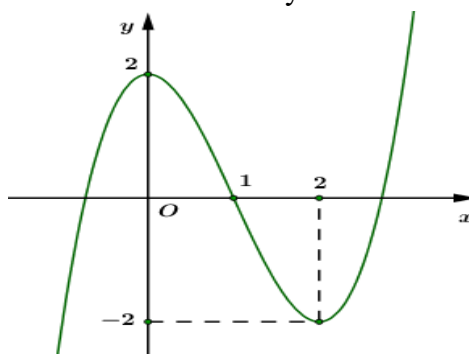
- A. 1. B. 2. C. 0. D. 5.

Lời giải

Chọn A

Giá trị cực tiểu bằng $y(0) = 1$.

Câu 14. : Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ B. $y = x^3 - 3x + 2$ C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị hàm số có nét cuối đi lên nên $a > 0 \Rightarrow$ loại đáp án A và C.

Hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$.

+) Xét đáp án B: $y = x^3 - 3x + 2$ có $y' = 3x^2 - 3$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

$\Rightarrow$ loại đáp án B.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	0	$+\infty$	-3	3

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 0$, tiệm cận ngang là $y = 0$ và $y = 3$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \leq 1$ là

A. $(10; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 10]$.

D. $(-\infty; 10)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > 0$.

Bất phương trình $\log x \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 10$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty; 10]$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{-3}{2}$ là

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT suy ra phương trình $f(x) = \frac{-3}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 18. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. 6 B. -6 C. -2 D. 2

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^1 [f(x) + g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 g(x)dx = 2 - 4 = -2.$$

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 2i$ là

- A. $\bar{z} = -3 + 2i$ B. $\bar{z} = 3 + 2i$ C. $\bar{z} = -3 - 2i$ D. $\bar{z} = -2 + 3i$

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 2i$ là $\bar{z} = 3 + 2i$.

Câu 20. Số phức $z = \frac{1}{2-i}$ có modul là:

- A. 3 B. $\frac{\sqrt{7}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. 4

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = \frac{1}{2-i} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}i \Rightarrow |z| = \sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = i + 1$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. (5;-1) B. (-1;5) C. (5;0) D. (0;5)

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 2z_1 + z_2 = 2(2-i) + (1+i) = 5-i \Rightarrow \text{tọa độ là } (5;-1).$$

Câu 22. Trong không gian $(Oxyz)$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. (0;1;0)

B. (3;0;0)

C. (0;0;-1)

D. (3;0;-1)

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy là $(0;1;0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9

B. 3

C. $\sqrt{15}$ D. $\sqrt{7}$

Lời giải

Chọn B

$$(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9 \Rightarrow R = 3.$$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y + z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (3;1;-1)$ B. $\vec{n}_3 = (4;3;1)$ C. $\vec{n}_2 = (4;1;-1)$ D. $\vec{n}_1 = (4;3;-1)$

Lời giải

Chọn B

Vector pháp tuyến của mặt phẳng là $(4;3;1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d

A. $P(3; -1; 5)$.B. $M(-3; 1; -5)$.C. $N(1; -2; 3)$.D. $M(-3; -1; -5)$.

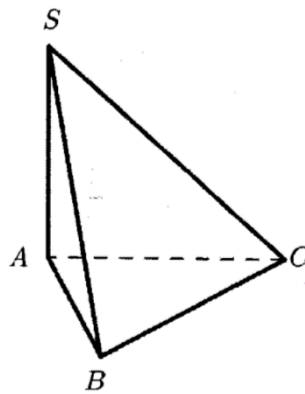
Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ $P(3; -1; 5)$ vào phương trình đường thẳng ta được: $\frac{0}{1} = \frac{0}{-2} = \frac{0}{3}$. Vậy điểm

$P(3; -1; 5)$ thuộc đường thẳng d .

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



- A. 90° B. 30° C. 60° D. 45°

Lời giải

Chọn D

Ta có $SC \cap (ABC) = \{C\}$ và $SA \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Câu 27. : Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Chọn B

$f'(x) = x(x+1)^2$ đổi dấu khi qua một điểm duy nhất $x = 0$ nên hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. 18 B. -18 C. -2 D. 2

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Ta có $f(1) = -2; f(-1) = 2; f(3) = 18; f(-3) = -18$. Do đó giá trị nhỏ nhất là -18.

Câu 29. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

- A. 8 B. 6 C. 2 D. 3

Lời giải

Chọn D

$\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2 (ab^3) = \log_2 8 = 3$.

Câu 30. Cho hàm số $y = -x^4 + 1 (C)$ và Parabol $(P): y = x^2 - 1$. Số giao điểm của (C) và (P) là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^4 + 1 = x^2 - 1 \Leftrightarrow -x^4 - x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1.$

$\Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ Đồ thị (C) và (P) cắt nhau tại hai điểm.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x + 2.3^x - 3 < 0$ là

A. $[0; +\infty).$

B. $(-\infty; 0).$

C. $(1; +\infty).$

D. $[1; +\infty).$

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $9^x + 2.3^x - 3 < 0 \Leftrightarrow -3 < 3^x < 1 \Leftrightarrow 3^x < 1 \Leftrightarrow x < 0.$

Câu 32.

Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AC thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $5\pi a^2.$

B. $\sqrt{5}\pi a^2.$

C. $2\sqrt{5}\pi a^2.$

D. $10\pi a^2.$

Lời giải**Chọn C**

Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón có đường cao $h = AC = 2a$, bán kính đáy $r = AB = a$ nên đường sinh

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}.$$

Suy ra diện tích xung quanh của hình nón đó bằng: $S_{xq} = \pi r l = 2\sqrt{5}\pi a^2.$

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_2^8 f(x)dx = 10$. Tính $I = \frac{3}{2} \int_1^3 f(3x-1)dx$

A. 30

B. 10

C. 20

D. 5

Lời giải**Chọn D**

Đặt $t = 3x - 1 \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = 2, x = 3 \Rightarrow t = 8.$

Khi đó $I = \frac{3}{2} \int_1^3 f(3x-1)dx = \frac{3}{2} \int_2^8 \frac{f(t)}{3} dt = \frac{1}{2} \int_2^8 f(t)dt = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5.$

Câu 34 Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^{\frac{1}{2}}.e^{\frac{x}{2}}$, $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ quanh trục Ox được tính bởi biểu thức nào sau đây?

A. $\int_1^2 (x.e^x)dx.$

B. $\pi \int_1^2 (x.e^x)dx.$

C. $\int_1^2 \left(\pi x^{\frac{1}{2}}.e^{\frac{x}{2}} \right)^2 dx.$

D. $\pi \int_1^2 \left(x^{\frac{1}{2}}.e^{\frac{x}{2}} \right) dx.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } V = \pi \int_1^2 \left(x^{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{x}{2}} \right)^2 dx = \pi \int_1^2 (x \cdot e^x) dx.$$

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 4-3i$. Phần thực của số phức $w = iz + 2\bar{z}$ là:**A. 2****B. 3****C. 4****D. 5****Lời giải****Chọn C**

$$\text{Ta có: } z = \frac{4-3i}{2+i} = 1-2i \Rightarrow \bar{z} = 1+2i$$

$$w = iz + 2\bar{z} = i(1-2i) + 2(1+2i) = 4+5i$$

Vậy phần thực của số phức w là 4.**Câu 36.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng**A. 10****B. 8****C. 16****D. 2****Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } z_1 + z_2 = 4, z_1 z_2 = 7 \Rightarrow z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 2.$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $A(-1;1;2)$ và song song với mặt phẳng

$$(\alpha): 2x - 2y + z - 1 = 0 \text{ có phương trình là}$$

A. $2x - 2y + z + 2 = 0.$

B. $2x - 2y + z = 0.$

C. $2x - 2y + z - 6 = 0.$

D. $2x - 2y + z - 2 = 0.$

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Mặt phẳng cần tìm là } 2(x+1) - 2(y-1) + 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 2 = 0.$$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là

$$\text{A. } \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}. \quad \text{B. } \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}. \quad \text{C. } \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}. \quad \text{D. } \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}.$$

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Ta có vector chỉ phương của đường thẳng } MN \text{ là } \vec{u} = \overrightarrow{MN} = (2;2;-2).$$

$$\text{Hay một vector chỉ phương khác có dạng } \vec{u}_1 = (1;1;-1).$$

Phương trình chính tắc của đường thẳng MN qua $M(1;0;1)$ và có vector chỉ phương

$$\vec{u}_1 = (1;1;-1) \text{ có dạng:}$$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} - \frac{z-1}{-1}.$$

Câu 39. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{11}{23}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{265}{529}$

D. $\frac{12}{23}$

Lời giải

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên 2 số từ 23 số nguyên dương có $|\Omega| = C_{23}^2$ cách chọn

Gọi A là biến cố: Chọn được 2 số có tổng là một số chẵn

Tổng của 2 số là số chẵn khi 2 số đó đều chẵn hoặc đều lẻ

Trong 23 số nguyên dương đầu tiên có 11 số chẵn và 12 số lẻ

TH1: Chọn được 2 số chẵn có C_{11}^2 cách chọn

TH2: Chọn được 2 số lẻ có C_{12}^2 cách chọn

Suy ra $|\Omega_A| = C_{11}^2 + C_{12}^2 = 121$. Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{121}{C_{23}^2} = \frac{11}{23}$.

Câu 40.

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân có $AB = BC = a$. Cạnh bên SA

vuông góc với đáy, $\angle SBA = 60^\circ$. Gọi M là điểm nằm trên AC sao cho $\overline{AC} = 2\overline{CM}$. Tính khoảng cách giữa SM và AB.

A. $\frac{6a\sqrt{7}}{7}$

B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$

C. $\frac{a\sqrt{7}}{21}$

D. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$

Lời giải

Chọn D

Trong (ABC), qua M kẻ đường thẳng song song với AB, qua B kẻ đường thẳng song song với AM. Hai đường thẳng này cắt nhau tại E ta được tứ giác ABEM là hình bình hành.

Vì $ME \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (SME)$

$\Rightarrow d(AB; SM) = d(AB; (SME)) = d(A; (SME))$

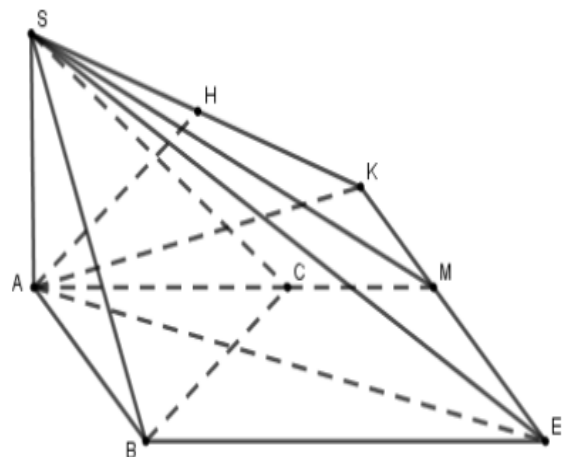
Từ A trong mặt phẳng (ABEM) kẻ $AK \perp ME$, lại có

$ME \perp SA$ (do $SA \perp (ABEM)$) $\Rightarrow EK \perp (SAK)$

Trong (SAK) kẻ $AH \perp SK$ tại H

Ta có $AH \perp SK$; $EK \perp AH$ (do $EK \perp (SAK)$) $\Rightarrow AH \perp (SKE)$ tại H.

Từ đó $d(AB; SM) = d(A; (SME)) = AH$



+ Xét tam giác SBA vuông tại A có $SA = AB$. $\tan SBA = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

+ Lại có $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow CM = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Do đó $AM = AC + CM = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$

+ $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $\angle ACB = 45^\circ \Rightarrow \angle CBE = \angle ACB = 45^\circ$ (hai góc so le trong)

Từ đó $\angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$, suy ra $\angle AME = 135^\circ$ (hai góc đối đỉnh bằng nhau)

Nên tam giác AME là tam giác tù nên K nằm ngoài đoạn ME.

Ta có $\angle KMA = 180^\circ - \angle AME = 45^\circ$ mà tam giác AMK vuông tại K nên tam giác AMK vuông cân tại K

$$\Rightarrow AK = \frac{AM}{\sqrt{2}} = \frac{3a}{2}$$

+ Xét tam giác SAK vuông tại A có đường cao AH, ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{\frac{9a^2}{4}} \Rightarrow AH = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$$

$$\text{Vậy } d(AB; SM) = \frac{3a\sqrt{7}}{7}.$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 9x + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 9x + 5$ có $f'(x) = -x^2 + 2mx - 9$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow f'(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -x^2 + 2mx - 9 \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 - 9 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. Vậy có 7 giá trị nguyên của m .

Câu 42. Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỷ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$ (%). Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỷ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 80%?

A. 356.

B. 348.

C. 352.

D. 344.

Lời giải

Chọn C

Để tỷ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 80% thì điều kiện là $P(t) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015t}} > \frac{4}{5}$

$$\Leftrightarrow 1 + 49e^{-0,015t} < \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow t > 351,87.$$

Do n là số nguyên nên $n \geq 352$.

Câu 43. Hình dưới đây là đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx + c$.

Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $a < 0, b < 0, c > 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3ax^2 + b$

Hình dáng đồ thị suy ra $a > 0$.

Hàm số có cực đại và cực tiểu suy ra $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow x^2 = -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$

Giao điểm của đồ thị với trục tung là $(0; c)$ nằm phía trên trục hoành, suy ra $c > 0$.

Câu 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{2}\pi$

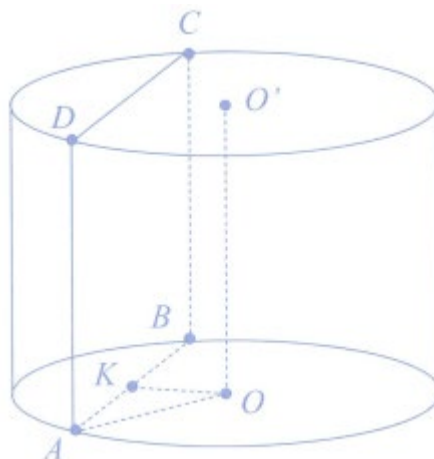
B. $8\sqrt{2}\pi$

C. $12\sqrt{2}\pi$

D. $16\sqrt{2}\pi$

Lời giải

Chọn D



Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục, ta được thiết diện là hình chữ nhật ABCD (cối AB là dây cung của hình tròn đáy tâm O). Do hình trụ có chiều cao là $h = OO' = 4\sqrt{2} \Rightarrow$ hình trụ có độ dài đường sinh $l = AD = 4\sqrt{2}$.

Diện tích hình chữ nhật ABCD bằng $AB \cdot CD = 16 \Rightarrow AB = \frac{16}{AD} = \frac{16}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm đoạn

AB thì $OK \perp AB$, lại có mặt phẳng (ABCD) vuông góc với mặt phẳng đáy của hình trụ $\Rightarrow OK \perp mp(ABCD) \Rightarrow$ khoảng cách giữa OO' và mặt phẳng (ABCD) là $OK = \sqrt{2}$. Xét tam giác vuông AOK

$$R = OA = \sqrt{OK^2 + AK^2} = \sqrt{OK^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$$

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi R.l = 2\pi \cdot 2 \cdot 4\sqrt{2} = 16\pi\sqrt{2}$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 - 2}{8}$. B. $\frac{\pi^2 + 8\pi - 8}{8}$. C. $\frac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}$. D. $\frac{3\pi^2 + 2\pi - 3}{8}$.

Lời giải

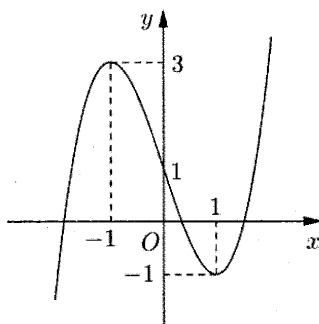
Chọn C

$$\text{Ta có } \int f'(x)dx = \int (2\sin^2 x + 3)dx = \int (1 - \cos 2x + 3)dx \Leftrightarrow f(x) = 4x - \frac{\sin 2x}{2} + C.$$

$$\text{Từ } f(0) = 4 \text{ suy ra } C = 4, \text{ do đó } f(x) = 4x - \frac{\sin 2x}{2} + 4.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(4x - \frac{\sin 2x}{2} + 4\right)dx = \left(2x^2 + \frac{1}{4}\cos 2x + 4x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là



A. $(-1; 3)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Khi $x \in (0; \pi)$ thì $\sin x \in (0; 1)$.

Phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ khi phương trình $f(x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$. Khi đó $m \in (-1; 1)$.

Câu 47. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ với a, b là

hai số nguyên dương. Tổng $a + b$ bằng

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 11.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y) = t \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ x + y = 4^t \end{cases} \Rightarrow 9^t + 6^t = 4^t$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\frac{x}{y} = \frac{9^t}{6^t} = \left(\frac{3}{2}\right)^t} \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b = 6.$$

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \leq 2m$?

- A. 3. B. 7. C. 6. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a$.

$$g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	1	2
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$			

Do $2m \geq M > 0$ nên $m > 0$ suy ra $g(x) \neq 0 \quad \forall x \in [0; 2]$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a+1 < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -1 \\ a > 0 \end{cases}.$$

Nếu $a < -1$ thì $M = -a$, $m = -a - 1 \Rightarrow 2(-a - 1) \geq -a \Leftrightarrow a \leq -2$.

Nếu $a > 0$ thì $M = a + 1$, $m = a \Rightarrow 2a \geq a + 1 \Leftrightarrow a \geq 1$.

Do đó $a \leq -2$ hoặc $a \geq 1$, do a nguyên và thuộc đoạn $[-3; 3]$ nên $a \in \{-3; -2; 1; 2; 3\}$.

Vậy có 5 giá trị của a thỏa mãn đề bài.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thể tích là V . Tính thể tích của tứ diện $ACB'D'$ theo V .

A. $\frac{V}{6}$.

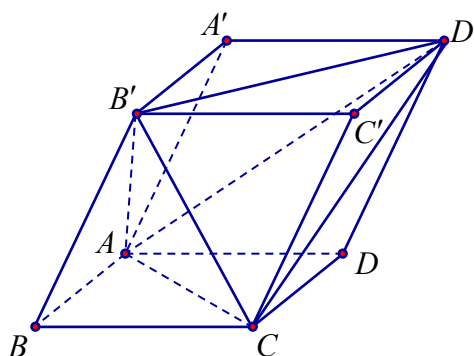
B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{5}$.

D. $\frac{V}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có ngay kết quả sau $V_{ACB'D'} = V - (V_{B'.ABC} + V_{C.B'C'D'} + V_{D'.ACD} + V_{A.A'B'D'})$.

Lưu ý $V_{B'.ABC} = V_{C.B'C'D'} = V_{D'.ACD} = V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{V}{2} \Rightarrow V_{ACB'D'} = V - 4 \cdot \frac{V}{6} = \frac{V}{3}$.

Câu 50. Phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$m \in (a; b)$, đặt $T = b^2 - a^2$ thì:

A. $T = 36$.

B. $T = 48$.

C. $T = 64$.

D. $T = 72$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1 \Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{m-3x}} + (x-2)^3 + 8 + m - 3x = 2^3 + 2^{2-x}$
 $\Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{m-3x}} + m - 3x = 2^{2-x} + (2-x)^3$.

Xét hàm $f(t) = 2^t + t^3$ trên $\mathbb{R}$.

có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 + 3t^2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số liên tục và đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó từ (1) suy ra $m - 3x = (2 - x)^3 \Leftrightarrow m = 8 - 9x + 6x^2 - x^3$.

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 8$ trên $\mathbb{R}$.

có $f'(x) = -3x^2 + 12x - 9; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

*****Hết*****

SỞ GD&ĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT ĐINH TIÊN HOÀNG

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 07 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên:.....SBD:.....

Câu 1. Cho 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 10 điểm trên ?

- A. C_{10}^3 . B. A_{10}^3 . C. $C_{10}^3 - 10$. D. 10^3 .

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

- A. 15. B. 20. C. 35. D. 36.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là

- A. $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$. B. $\{-4; 4\}$. C. $\{4\}$. D. $\{-4\}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có diện tích bằng $2a^2$, chiều cao của hình chóp bằng $3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. a^3 . D. $2a^3$.

Câu 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = e^{x^2+2x}$ là:

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = [-2; 0]$. C. $D = (-\infty - 2] \cup [0; +\infty)$. D. $D = \emptyset$.

Câu 6. Cho $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = 12$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. -2. B. 12. C. 22. D. 2.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Cho hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}\pi$. Góc ở đỉnh của hình nón đã cho bằng

- A. 60° . B. 150° . C. 90° . D. 120° .

Câu 9. Trong hệ trục $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 1 = 0$. Xác định tâm và bán kính của mặt cầu.

- A. $I(1; -2; -3), R = \sqrt{15}$. B. $I(1; 2; 3), R = \sqrt{15}$.
C. $I(-1; 2; 3), R = \sqrt{15}$. D. $I(1; -2; -3), R = 4$.

Câu 10. Với a và b là hai số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}(a^2b)$ bằng

- A. $4 + 2\log_a b$. B. $1 + 2\log_a b$. C. $1 + \frac{1}{2}\log_a b$. D. $4 + \frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		5		3		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-3; 5)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 12. Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy và thể tích của khối trụ bằng 16π . Diện tích toàn phần của khối trụ đã cho bằng

- A. 16π . B. 12π . C. 8π . D. 24π .

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
y'		$+$	$-$	0	$+$	
y			4		-5	
	$-\infty$					$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng về hàm số $y = f(x)$

- A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 4. B. Hàm số có 2 điểm cực trị.
C. Hàm số không có điểm cực đại. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-5; +\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^3 + 2$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		$+$	$-$	
y		$-\infty$	$+\infty$	0

Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 16. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(1-x) < 0$ ta được :

- A. $x = 0$. B. $x < 0$. C. $x > 0$. D. $0 < x < 1$.

Câu 17. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		+		+
$f(x)$	-2	$+\infty$	$+\infty$	2

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 18. Cho $f(x)$; $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$ và

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6. \text{ Tính } \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx.$$

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Tính môđun của số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = 4$. D. $|z| = 5\sqrt{2}$.

Câu 20. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là:

- A. $(6; 7)$. B. $(6; -7)$. C. $(-6; 7)$. D. $(-6; -7)$.

Câu 21. Cho hai số phức: $z_1 = 2 + 5i$; $z_2 = 3 - 4i$. Tìm số phức $z = z_1 \cdot z_2$

- A. $z = 6 + 20i$. B. $z = 26 + 7i$. C. $z = 6 - 20i$. D. $z = 26 - 7i$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, tìm giao điểm của $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và $(P): 2x - y - z - 7 = 0$

- A. $M(3; -1; 0)$. B. $M(0; 2; -4)$. C. $M(6; -4; 3)$. D. $M(1; 4; -2)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và đi qua $A(1; 0; 4)$ có phương trình:

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 53$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 1; -2)$ và $B(5; 9; 3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

- A. $2x + 6y - 5z + 40 = 0$. B. $x + 8y - 5z - 41 = 0$.
C. $x - 8y - 5z - 35 = 0$. D. $x + 8y + 5z - 47 = 0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}(1; 3; 3)$. B. $\vec{u}(2; 1; 3)$. C. $\vec{u}(1; 3; 0)$. D. $\vec{u}(2; -1; 3)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC \perp (ABCD)$, $SC = \frac{3a}{2}$, đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng

$a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.

A. 30° .B. 45° .C. 60° .D. 90° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			2					$+\infty$
			1		-1				

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.B. $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.C. $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số.D. $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 28. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3; 5]$. Khi đó $M - m$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.B. $\frac{7}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{3}{8}$.

Câu 29. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x + y)$ và

$$\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}, \text{ với } a, b \text{ là hai số nguyên dương. Tính } P = ab.$$

A. $P = 6$ B. $P = 4$ C. $P = 8$ D. $P = 5$

Câu 30. Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_A, x_B . Khi đó giá trị của $x_A + x_B$ bằng:

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 1.

Câu 31. Nghiệm nguyên dương lớn nhất của bất phương trình: $4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -1)$.B. $[-1; 2)$.C. $[2; 4)$.D. $[4; +\infty)$.

Câu 32. Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , gọi H là trung điểm cạnh BC . Hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AH có diện tích đáy bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.B. πa^2 .C. $2\pi a^2$.D. $\frac{\pi a^2}{4}$.

Câu 33. Biết tích phân $\int_0^1 \ln(2x+1).dx = a.\ln 3 + b$, với a, b, c là số hữu tỷ. Khi đó giá trị của biểu thức

$A = 2a - b$ bằng :

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

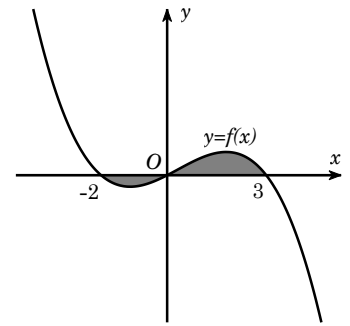
Câu 34. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng [phần tô đậm trong hình dưới] là:

A. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx$.



Câu 35. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i|$ là đường thẳng có phương trình:

A. $4x - 2y + 1 = 0$.

B. $4x - 6y - 1 = 0$.

C. $4x + 2y - 1 = 0$.

D. $4x - 2y - 1 = 0$.

Câu 36. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $\frac{7-4i}{z_1}$ trên mặt phẳng phức?

A. $P(3; 2)$.

B. $N(1; -2)$.

C. $Q(3; -2)$.

D. $M(1; 2)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 3; 2)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $x + 2y + z - 9 = 0$.

B. $x + 2y + z - 3 = 0$.

C. $x + 4y + 3z - 7 = 0$.

D. $y + z - 2 = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = -7 + 4t \end{cases}$

Câu 39. Một nhóm học sinh gồm 6 nam trong đó có Bình và 4 nữ trong đó có An được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ tổng kết năm học. Xác suất để xếp được giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là

A. $\frac{1}{5040}$.

B. $\frac{109}{60480}$.

C. $\frac{109}{30240}$.

D. $\frac{1}{280}$.

Câu 40. Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O , $OB = a$, $OC = a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC) , $OA = a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC . Tính theo a khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM .

A. $h = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Câu 42. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

A. 2026.

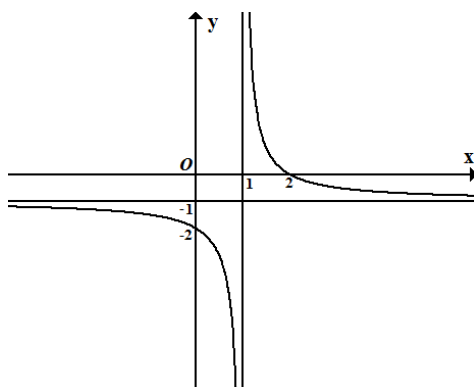
B. 2022.

C. 2020.

D. 2025.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = a - 3b + 2c?$$

A. $T = 12$.B. $T = 10$.C. $T = -9$.D. $T = -7$.

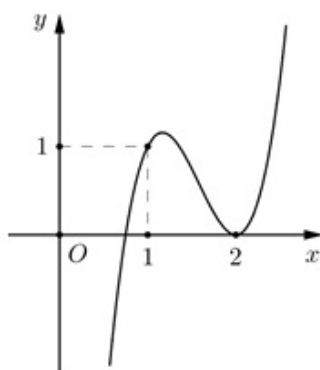
Câu 44. Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ bằng

A. $80\pi a^2, 200\pi a^3$.B. $60\pi a^2, 200\pi a^3$.C. $80\pi a^2, 180\pi a^3$.D. $60\pi a^2, 180\pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$.

A. $f(2) = 4e^2 + 1$.B. $f(2) = 2e^2 + 1$.C. $f(2) = 3e^2 + 1$.D. $f(2) = e^2 + 1$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình sau:



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Câu 47. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3(x+y+2) = 1 + \log_3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right)$ Giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $(a, b) = 1$. Hỏi $a + b$ bằng bao nhiêu.

A. 2.

B. 9.

C. 12.

D. 13.

Câu 48. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^4 - 38x^2 + 120x + 4m|$ trên đoạn $[0; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của tham số m bằng

A. -12.

B. -13.

C. -14.

D. -11.

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = 2MA', NB' = 2NB, PC = PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Câu 50. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $5^{x-2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + y$.

A. $T_{\min} = 1 + \sqrt{5}$.B. $T_{\min} = 5 + 3\sqrt{2}$.C. $T_{\min} = 3 + 2\sqrt{3}$.D. $T_{\min} = 2 + 3\sqrt{2}$.

*****Hết*****

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.C	5.A	6.C	7.C	8.D	9.A	10.A
11.A	12.D	13.B	14.B	15.A	16.B	17.B	18.A	19.B	20.B
21.B	22.A	23.D	24.D	25.D	26.B	27.A	28.B	29.D	30.C
31.C	32.D	33.D	34.C	35.D	36.A	37.B	38.D	39.D	40.B
41.D	42.A	43.C	44.A	45.B	46.B	47.D	48.B	49.C	50.C

HƯỚNG DẪN CÁC CÂU VẬN DỤNG, VẬN DỤNG CAO

Câu 39. Một nhóm học sinh gồm 6 nam trong đó có Bình và 4 nữ trong đó có An được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ tổng kết năm học. Xác suất để xếp được giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là

A. $\frac{1}{5040}$.

B. $\frac{109}{60480}$.

C. $\frac{109}{30240}$.

D. $\frac{1}{280}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|\Omega| = 10!$.

Cách xếp hàng: Ta xếp 4 bạn nữ trước, tạo ra 3 vị trí trống giữa các bạn nữ. Sau đó ta xếp các bạn nam vào 3 vị trí trống đó, sao cho mỗi vị trí trống có đúng hai bạn nam.

Sơ đồ: Nữ1 Nam1 Nam2 Nữ2 Nam3 Nam4 Nữ3 Nam5 Nam6 Nữ4.

TH1: Xếp bạn An đứng đầu, hoặc đứng cuối hàng, có 2 cách.

Xếp 3 bạn nữ còn lại, có $3!$ cách. Xếp chỗ cho Bình, có 5 cách (vì Bình không cạnh An).

Xếp các bạn nam vào 5 vị trí còn lại, có $5!$ cách.

Do đó, số cách xếp hàng trong trường hợp này là: $2 \cdot 3! \cdot 5 \cdot 5! = 7200$ cách.

TH2: Xếp bạn An ở vị trí nữ 2 hoặc nữ 3, có 2 cách. Xếp 3 bạn nữ còn lại, có $3!$ cách.

Xếp chỗ cho Bình, có 4 cách (vì Bình không cạnh An).

Xếp các bạn nam vào 5 vị trí còn lại, có $5!$ cách.

Do đó, số cách xếp hàng trong trường hợp này là: $2 \cdot 3! \cdot 4 \cdot 5! = 5760$ cách.

Suy ra: Số cách xếp hàng thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $7200 + 5760 = 12960$.

Vậy xác suất là: $P = \frac{12960}{10!} = \frac{1}{280}$.

Câu 40. Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O , $OB = a$, $OC = a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC) , $OA = a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC . Tính theo a khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM .

A. $h = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

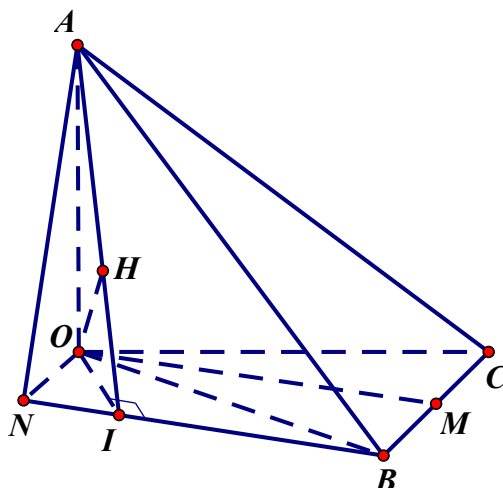
C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Trong mặt phẳng (OBC) dựng hình bình hành $OMBN$, kẻ $OI \perp BN$.



Kẻ $OH \perp AI$. Nhận xét $OM \parallel (ABN)$ nên khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM bằng khoảng cách giữa đường thẳng OM và mặt phẳng (ABN) , bằng khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABN) . Suy ra $h = d(O, (ABN)) = OH$.

Tam giác OBI có $OB = a$, $\widehat{BOM} = 60^\circ$ nên $OI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác AOI vuông tại O nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 0 \\ \Delta' = (-m)^2 - (-3)(4m+9) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-9; -3].$$

Suy ra số giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ là 7.

Câu 42. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A : là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

A. 2026.

B. 2022.

C. 2020.

D. 2025.

Lời giải

Chọn A

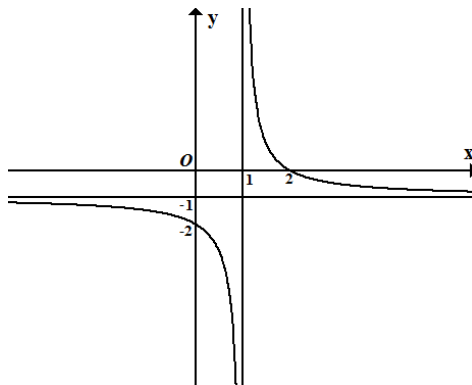
Theo bài ta có $r = 0,017, A = 78.685.800$

Và yêu cầu bài toán là $S_N \geq 120.000.000 \Leftrightarrow 78.685.800e^{0,017N} \geq 120.000.000$

$$\Rightarrow N \geq 24,85 \Rightarrow \min N = 25.$$

Do đó đến năm $2001 + 25 = 2026$ thì thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 43 Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$?



A. $T = 12$.

B. $T = 10$.

C. $T = -9$.

D. $T = -7$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng nên $c = -1$.

Đồ thị hàm số có $y = -1$ là tiệm cận ngang nên $a = -1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $\frac{b}{c} = -2$ do đó $b = 2$.

$$\text{Vậy } T = a - 3b + 2c = -1 - 3 \cdot 2 + 2(-1) = -9.$$

Câu 44. Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ bằng

A. $80\pi a^2, 200\pi a^3$.

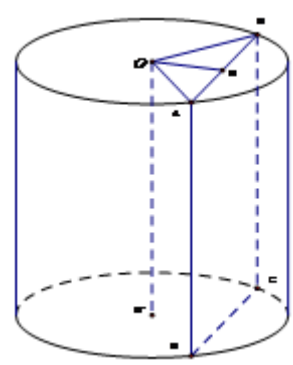
B. $60\pi a^2, 200\pi a^3$.

C. $80\pi a^2, 180\pi a^3$.

D. $60\pi a^2, 180\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Thiết diện $ABCD$ là hình vuông có cạnh là $8a$ ($h = 8a$).

Khoảng cách từ trục đến mặt phẳng ($ABCD$) là $d = 3a$

$$\text{Suy ra bán kính đường tròn đáy } r = \sqrt{d^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2} = 5$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = 2\pi rh = 80\pi a^2, V_{tr} = \pi r^2 h = 200\pi a^3.$$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 4e^2 + 1$. **B. $f(2) = 2e^2 + 1$.** C. $f(2) = 3e^2 + 1$. D. $f(2) = e^2 + 1$.

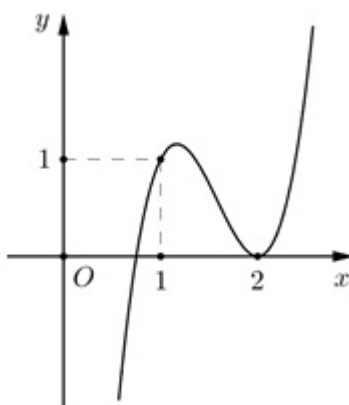
Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f(2) - f(0) = \int_0^2 f'(x) dx = \int_0^2 (x+1)e^x dx = xe^x \Big|_0^2 = 2e^2.$$

$$\text{Suy ra } f(2) = 2e^2 + f(0) = 2e^2 + 1.$$

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình sau:



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 5. **B. 3.** C. 6. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Để thấy $x=0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số vì $x \geq 1$.

$$\text{Ta xét phương trình } f^2(x) - f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 (1) \\ f(x) = 1 (2) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy rằng

+) Phương trình (1), có hai nghiệm phân biệt là $x_1 < 1; x_2 = 2$ (nghiệm kép).

+) Phương trình (2), có ba nghiệm phân biệt là $x_3 = 1; x_4 \in (1; 2); x_5 > 2$.

Do đó $f^2(x) - f(x) = (x-1)(x-2)h(x)$ suy ra $g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x.h(x)}$.

Mà $h(x) = 0$ có 3 nghiệm lớn hơn 1 ($2; x_4; x_5$) $\Rightarrow$ ĐTHS $y = g(x)$ có 3 đường TCD.

Câu 47. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3(x+y+2) = 1 + \log_3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right)$ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $(a, b) = 1$. Hỏi $a+b$ bằng bao nhiêu.

A. 2.

B. 9.

C. 12.

D. 13.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3(x+y+2) &= 1 + \log_3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right) \Leftrightarrow 3\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) = (x+y) + 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 2 \geq 2\sqrt{(x+y) \cdot 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)} + 2 \\ &\Leftrightarrow 3\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \geq 2\sqrt{3\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + 6} + 2 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq \frac{10}{3} \end{aligned}$$

Do đó $a+b=13$.

Câu 48. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^4 - 38x^2 + 120x + 4m|$ trên đoạn $[0; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của tham số m bằng

A. -12.

B. -13.

C. -14.

D. -11.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 38x^2 + 120x + 4m, x \in [0; 2]$

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 76x + 120$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5(\text{loại}) \\ x = 3(\text{loại}) \\ x = 2 \end{cases}$

$$f(0) = 4m; f(2) = 104 + 4m \Rightarrow \max_{x \in [0; 2]} |f(x)| = \max\{|f(0)|; |f(2)|\} = M$$

TH1: $\max_{x \in [0; 2]} |f(x)| = f(0) \Leftrightarrow |4m| \geq |104 + 4m| \Leftrightarrow m \leq -13$. Khi đó $M \geq 52$.

GTNN của M bằng 52 khi $m = -13$.

TH2: $\max_{x \in [0; 2]} |f(x)| = f(2) \Leftrightarrow |4m| \leq |104 + 4m| \Leftrightarrow m \geq -13$. Khi đó $M \geq 52$.

GTNN của M bằng 52 khi $m = -13$.

Vậy $m = -13$, chọn đáp án **B**

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = 2MA', NB' = 2NB, PC = PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

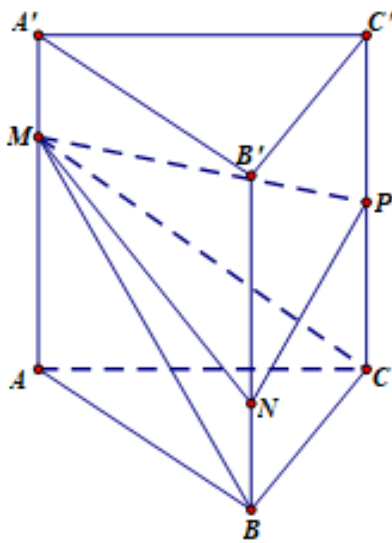
C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



Ta có $V_1 = V_{M.ABC} + V_{M.BCPN}$

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3}d(M; (ABC)).S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}d(A'; (ABC)).S_{ABC} = \frac{2}{9}V$$

$$\frac{V_{M.BCPN}}{V_{M.BCC'B'}} = \frac{S_{BCPN}}{S_{BCC'B'}} = \frac{\frac{1}{2}d(C; BB').(BN + CP)}{\frac{1}{2}d(C; BB').(BB' + CC')} = \frac{BN + CP}{BB' + CC'} = \frac{\frac{1}{3}BB' + \frac{1}{2}CC'}{BB' + CC'} = \frac{5}{12}(BB' = CC')$$

$$\Rightarrow V_{M.BCPN} = \frac{5}{12}V_{M.BCC'B'} = \frac{5}{12} \cdot 2V_{ABCB'} = \frac{5}{12} \cdot 2 \cdot \frac{1}{3}V = \frac{5}{18}V$$

$$\Rightarrow V_1 = V_{M.ABC} + V_{M.BCPN} = \frac{2}{9}V + \frac{5}{18}V = \frac{1}{2}V \Rightarrow V_2 = V - \frac{1}{2}V = \frac{1}{2}V \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 1$$

Câu 50. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $5^{x-2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + y$.

A. $T_{\min} = 1 + \sqrt{5}$.

B. $T_{\min} = 5 + 3\sqrt{2}$.

C. $T_{\min} = 3 + 2\sqrt{3}$.

D. $T_{\min} = 2 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2) \Leftrightarrow 5^{x+2y} - 3^{-(x+2y)} + x + 2y = 5^{xy-1} - 3^{-(xy-1)} + xy - 1 \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = 5^t - 3^{-t} + t$ với $t > 0$.Ta có $f'(t) = 5^t \ln 5 + 3^{-t} \ln 3 + 1 > 0$ với mọi $t > 0$. Vậy hàm số luôn đồng biến.Khi đó, phương trình (1) tương đương với $f(x+2y) = f(xy-1) \Leftrightarrow x+2y = xy-1 \quad (2)$.Từ $x+2y = xy-1 \Leftrightarrow x(y-1) = 2y+1$, ta suy ra $y > 1$ và $x = \frac{2y+1}{y-1}$.Khi đó, ta có $x+y = \frac{2y+1}{y-1} + y = \frac{y^2+y+1}{y-1} = g(y)$ với $y > 1$.

$$g'(y) = \frac{y^2-2y-2}{(y-1)^2} \Rightarrow g'(y) = 0 \Leftrightarrow y^2-2y-2=0 \Rightarrow \begin{cases} y=1+\sqrt{3} \\ y=1-\sqrt{3} \end{cases}.$$

Do $y > 1$ nên lấy giá trị $y = 1 + \sqrt{3}$.

Bảng biến thiên

y	1	$1+\sqrt{3}$	$+\infty$
g'	-	0	+
g	$+\infty$	$3+2\sqrt{3}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $g_{\min} = 3 + 2\sqrt{3}$.

----- HẾT -----

SỞ GDĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT GIA VIỄN A

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020

MÔN: TOÁN

Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:

Câu 1. Có bao nhiêu cách cho ba học sinh từ một nhóm gồm 12 học sinh?

- A. 66. B. 220. C. 1. D. 792.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_5 = 162$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. 4. B. 2. C. 8. D. 6.

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh 3 bằng

- A. 6. B. 2. C. 9. D. 27.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_5(x-2)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 6. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^5 f(x) dx = 5$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 2. C. -2. D. -8.

Câu 7. Cho hình trụ có diện tích đáy $B = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. 6. B. 10. C. 2. D. 8.

Câu 8. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 2$ và bán kính đáy $r = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. 50π . B. 15π . C. 20π . D. 10π .

Câu 9. Cho mặt cầu có bán kính $R = 6$. Thể tích của khối cầu bằng

- A. 288π . B. 144π . C. 100π . D. 280π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		2			
	$-\infty$			-1			$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 11. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = -\frac{1}{2}$. C. $I = -2$. D. $I = 2$.

Câu 12. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn đáy R . Diện tích toàn phần của hình nón bằng

- A. $2\pi R(l+R)$. B. $\pi R(l+R)$. C. $\pi R(2l+R)$. D. $\pi R(l+2R)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -3

Hàm số có giá trị cực đại bằng

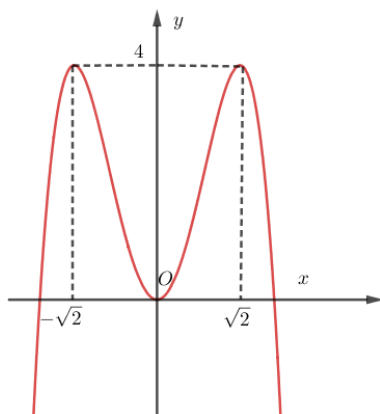
A. 4.

B. 5.

C. -3.

D. 0.

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây



A. $y = -x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^4 + 4x^2$.

C. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$.

D. $y = x^4 + 3x^2$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+		+	0	-	
y	1		3	$-\infty$	2		-1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm $f(x)$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 4^{x+6}$ là

A. $(-\infty; -6)$.

B. $(-\infty; -12)$.

C. $(6; +\infty)$.

D. $(12; +\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Số nghiệm phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Câu 18. Cho tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx$.

A. $J = 6$.**B. $J = 2$.**C. $J = 8$.D. $J = 4$.

Câu 19. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Giá trị của $z \cdot \bar{z}$ bằng

A. 5.

B. 9.

C. 13.D. $\sqrt{13}$.

Câu 20. Tìm phần thực của số phức z thỏa mãn $(5 - i)z = 7 - 17i$

A. 3.

B. -3.

C. 2.

D. -2.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 5i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(3; 5)$.B. $P(-3; 5)$.**C. $N(3; -5)$.**D. $M(-3; -5)$.

Câu 22. Trong không gian $(Oxyz)$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -2)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(3; 2; 0)$.B. $(0; 2; -2)$.C. $(3; 0; -2)$.D. $(0; 0; -2)$.

Câu 23. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1; 2; 3)$.**B. $(-1; 2; -3)$.**C. $(-1; -2; -3)$.D. $(1; -2; 3)$.

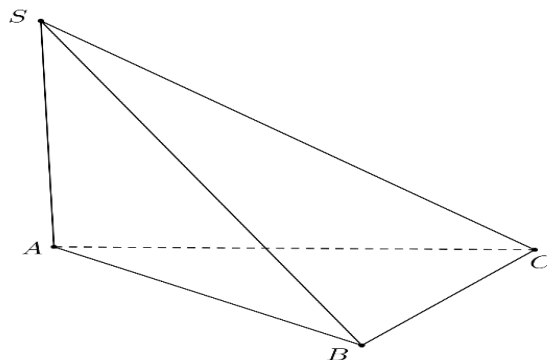
Câu 24. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 5z + 4 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) .

A. $\vec{n}_1 = (3; 0; -5)$.**B. $\vec{n}_2 = (3; 1; -5)$.**C. $\vec{n}_3 = (3; 1; 5)$.D. $\vec{n}_4 = (3; -5; 4)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d

A. $P(4; 3; -2)$.B. $M(-2; -3; 4)$.C. $N(2; -3; 4)$.**D. $M(-2; 3; -4)$.**

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \sqrt{6}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30° .B. 45° .**C. 60° .**D. 90° .

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 5x^2 + 2$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 0.

D. -2.

Câu 29. Xét các số thực $a; b$ thỏa mãn $\log_2(4^a \cdot 8^b) = \log_2 16$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a + 3b = 4$.

B. $4a + 8b = 16$.

C. $4ab = 1$.

D. $2a + 4b = 3$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ và trục hoành là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 < 0$ là

A. $(-\infty; 0)$.

B. $x = 0$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-\infty; 1]$.

Câu 32: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông cân tại A . Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón có diện tích xung quanh là $25\sqrt{2}\pi$. Tính diện tích tam giác ABC .

A. 25.

B. 5.

C. $\frac{25}{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 33: Xét $\int_0^2 x 4^{x^2+3} dx$, nếu đặt $u = x^2 + 3$ thì $\int_0^2 x 4^{x^2+3} dx$ bằng

A. $\int_0^2 8^u du$.

B. $\int_3^7 8^u du$.

C. $\int_3^7 2^u du$.

D. $\frac{1}{2} \int_3^7 4^u du$.

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = -2$, $x = -1$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_{-1}^1 (e^x + 2)^2 dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 (e^x + 2) dx$.

C. $S = \pi \int_{-1}^1 (e^x - 2)^2 dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 (e^x - 2) dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = -1 + 2i$. Phần ảo của số phức $\overline{z_1} + z_2$ bằng

A. 5.

B. $5i$.

C. -1.

D. $-i$.

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Môđun của số phức $w = z_1 + z_2 + i$ bằng

A. 5.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{29}$.

D. 29.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-2}$.

C. $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$.

D. $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{-2}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1; 0; 2)$ và $F(2; 1; -5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$.

B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 39: Có 7 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau và cũng không ngồi cạnh học sinh lớp A bằng

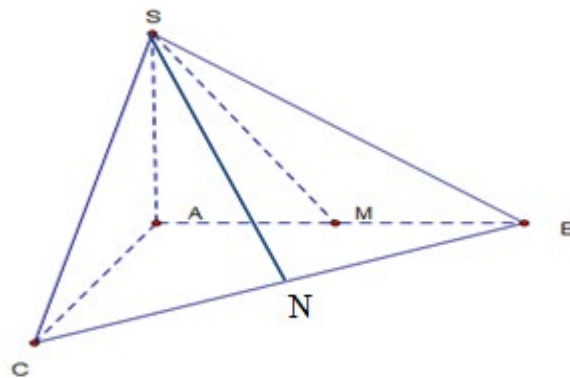
A. $\frac{(2.2.3)!}{7!}$.

B. $\frac{2!2!}{7!}$.

C. $\frac{1}{70}$.

D. $\frac{1}{105}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Biết $SA = a, SN = \frac{a\sqrt{7}}{2}, \widehat{SCA} = 45^\circ$. Tính khoảng cách từ điểm S tới đường thẳng BC (minh hoạ như hình bên).



A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 41: Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{x^2 - (m+1)x + 2m-1}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó là

A. 12.

B. 11.

C. 10.

D. 9.

Câu 42: Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau $Q(t) = Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}})$, với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn hết pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

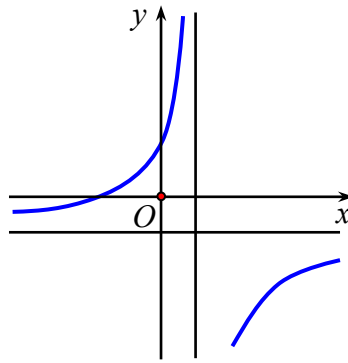
A. $t \approx 1,65$ giờ.

B. $t \approx 1,61$ giờ.

C. $t \approx 1,63$ giờ.

D. $t \approx 1,50$ giờ.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.C. $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Câu 44: Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình chữ nhật có diện tích $48a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$.B. $180\pi a^3$.C. $54\pi a^3$.D. $150\pi a^3$.

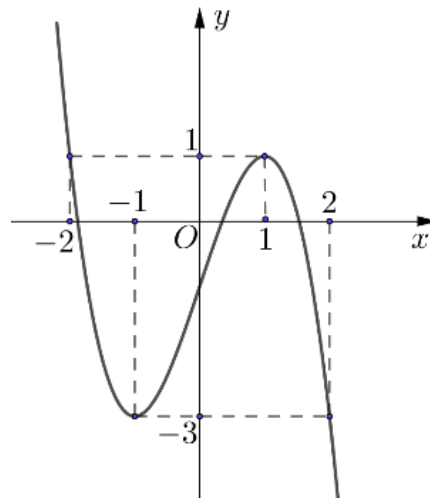
Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = 4$ và $2f(x) + xf'(x) = 5x^3 - 8x^2 + 9x - 6, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\int_1^2 f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{37}{12}$.B. $\frac{7}{12}$.C. $\frac{91}{12}$.

D. 13.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(1 - f(x)) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 47: Xét các số thực a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{x-y} = b^{x+y} = \sqrt[3]{ab}$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 2y - 1$ bằng $\frac{\sqrt{m}}{n}$ với $m, n \in \mathbb{Z}_+^*$. Giá trị của $S = m - n$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 0.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+m}{x-2}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $2 \max_{[-1;0]} |f(x)| + \min_{[-1;0]} |f(x)| = 6$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S là

A. 1.**B.** 5.**C.** $\frac{79}{7}$.**D.** $\frac{16}{7}$.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V , khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{27V}{4}$.**B.** $\left(\frac{9}{2}\right)^2 V$.**C.** $\frac{9V}{4}$.**D.** $\frac{81V}{8}$.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_6(x^4+y^4)$?

A. 0.**B.** 2.**C.** 4.**D.** 8.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.D	5.A	6.B	7.A	8.D	9.D	10.C
11.D	12.B	13.B	14.B	15.D	16.B	17.D	18.B	19.C	20.C
21.C	22.A	23.B	24.B	25.D	26.C	27.C	28.A	29.A	30.D
31.A	32.C	33.D	34.B	35.A	36.B	37.C	38.B	39.D	40.A
41.A	42.C	43.D	44.D	45.A	46.D	47.A	48.A	49.A	50.B

Câu 39. Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{3}{20}$.

C. $\frac{2}{15}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Xếp tất cả 6 học sinh vào 6 ghế theo một hàng ngang, ta có số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 6!$ (cách).

Gọi D là biến cố học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B

Trường hợp 1: Xếp học sinh lớp C ở đầu hàng hoặc cuối hàng

Số cách chọn học sinh lớp C ngồi vào 2 vị trí đầu hoặc cuối là: 2 (cách).

Số cách chọn 1 học sinh lớp B trong 2 học sinh lớp B ngồi cạnh C là: 2 (cách).

Số cách xếp 4 học sinh còn lại (1 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp A) là: 4! (cách).

Số cách xếp ở trường hợp 1 là: $2 \cdot 2 \cdot 4!$ (cách).

Trường hợp 2: học sinh lớp C ngồi giữa hai học sinh lớp B (buộc lại xem như một đơn vị cần xếp có dạng **BCB**)

Số cách xếp học sinh lớp B là: 2 (cách).

Số cách xếp ở trường hợp 2 là: $2 \cdot 4!$ (cách). (gồm 3 bạn lớp A và phần được buộc lại)

Khi đó số phần tử biến cố D là: $n(D) = 2 \cdot 2 \cdot 4! + 2 \cdot 4! = 6 \cdot 4!$ (cách).

$$\text{Xác suất biến cố } D \text{ là: } P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{6 \cdot 4!}{6!} = \frac{1}{5}.$$

Phân tích:

Câu 39 là một bài toán tổ hợp tính xác suất của một biến cố, ở bài toán này dụng ý của tác giả muốn phát huy khả năng phân tích của học sinh nhằm đưa ra lời giải. Để giải quyết được bài toán này yêu cầu học sinh phải hiểu yêu cầu của bài toán, do đây là một bài toán thực tế nên để phân tích và làm được bài toán này học sinh phải hình dung được cách sắp xếp bằng cách lập sơ đồ sắp xếp qua đó học sinh đưa ra được các phương án thực hiện thông qua cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán

Hướng phát triển bài toán:

Đây là một bài toán hướng đến học sinh phân tích và nêu các phương án do đó ta có thể thay đổi yêu cầu bài toán như số lượng số học sinh ở các lớp, cách thức sắp xếp để đưa ra một bài toán mới.

Câu 39.1: Có 7 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau và cũng không ngồi cạnh học sinh lớp A bằng

A. $\frac{(2.2.3)!}{7!}$.

B. $\frac{2!2!}{7!}$.

C. $\frac{1}{70}$.

D. $\frac{1}{105}$.

Lời giải

Chọn D

Xếp tất cả 7 học sinh vào 7 ghế theo một hàng ngang, ta có số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 7!$ (cách).

Gọi D là biến cố để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau và cũng không ngồi cạnh học sinh lớp A như thế ta có các phương án sau:

Trường hợp 1: Xếp học 1 sinh lớp C ở ghế thứ nhất như thế ghế thứ hai là học sinh lớp B ghế thứ 3 là học sinh lớp C ghế thứ 4 là học sinh lớp B các ghế còn lại là học sinh lớp A vậy có: $2.1.2.1.3! = 12$ (cách).

Trường hợp 2: Xếp học 1 sinh lớp C ở ghế thứ 7 như thế ghế thứ 6 là học sinh lớp B ghế thứ 5 là học sinh lớp C ghế thứ 4 là học sinh lớp B các ghế còn lại là học sinh lớp A vậy cũng có: $2.1.2.1.3! = 12$ (cách).

Trường hợp 3: Xếp học sinh lớp C lần lượt tại vị trí 1 và 7, học sinh lớp B lần lượt tại vị trí 2 và 6 khi đó 3 học sinh lớp A xếp vào các vị trí còn lại vậy có: $2!2!3!$ (cách).

Vậy số phần tử biến cố D là: $n(D) = 48$ (cách).

Xác suất biến cố D là: $P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{48}{7!} = \frac{1}{105}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (minh hoạ như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

A. $\frac{2a}{3}$.

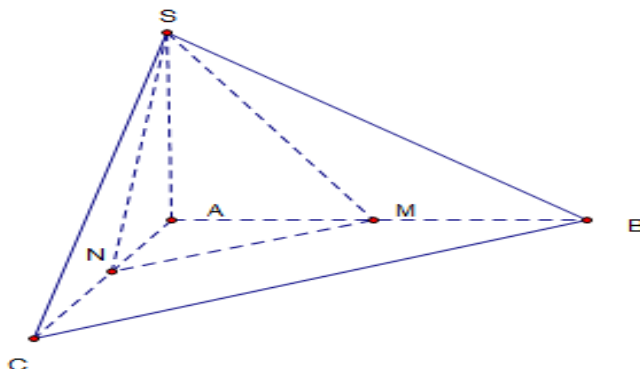
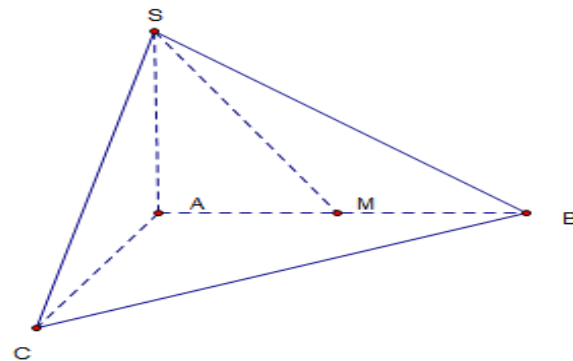
B. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm của AC và M là trung điểm của $AB \Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow BC \parallel (SMN)$.

Suy ra $d(BC, SM) = d(BC, (SMN)) = d(B, (SMN)) = d(A, (SMN)) = h$.

Do AS, AM, AN đôi một vuông góc nên tứ diện $SAMN$ là tứ diện vuông tại A .

Áp dụng công thức tính đường cao của tứ diện vuông ta có :

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow h = \frac{2a}{3}.$$

Phân tích:

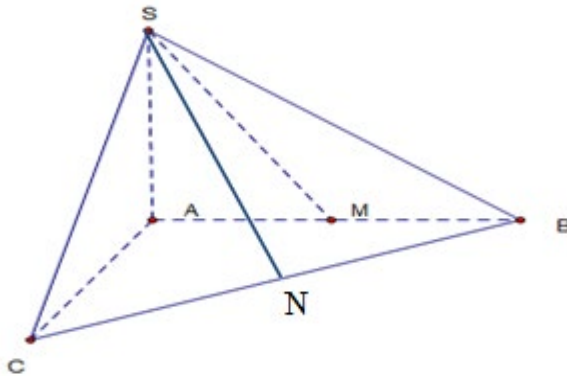
- Trước tiên ta thấy dễ dàng dựng được mặt phẳng chứa đường thẳng SM và song song với đường thẳng BC
- Nhận thấy A là hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC) do đó để tính khoảng cách giữa hai đường chéo nhau ta khéo léo đưa về tính khoảng cách từ một điểm tới một mặt phẳng và tìm mối liên hệ đó với khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng chứa điểm S .

Hướng phát triển bài toán:

- Học sinh phải nhìn nhận để chỉ ra được $SA \perp (ABC)$.
- Thay giả thiết đây là tam giác vuông bằng một tam giác xác định khác, chẳng hạn tam giác đều.

Câu 40.1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung

điểm của các cạnh AB, BC . Biết $SA = a, SN = \frac{a\sqrt{7}}{2}$, $\widehat{SCA} = 45^\circ$. Tính khoảng cách từ điểm SM tới đường thẳng BC (minh hoạ như hình bên).



A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

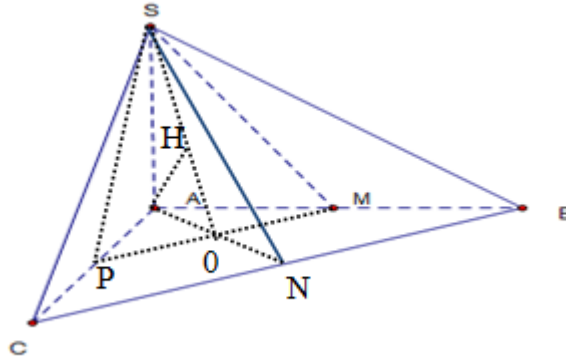
Phân tích:

- Để tính được khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau ta nghĩ đến việc phải xác định được đường vuông góc chung của hai đường thẳng hoặc tính đưa về tính khoảng cách từ một điểm tới một mặt phẳng như thế công việc đầu tiên là xây dựng các quan hệ vuông góc giữa các đối tượng hình học.
- Giả thiết chưa cho quan hệ vuông góc mà các yếu tố về độ dài và góc nên để giải quyết được bài toán trên ta sẽ đi theo hướng sử dụng các đại lượng trên để tìm ra quan hệ vuông góc thông thường ta sử dụng các dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng vuông góc trong mặt phẳng hoặc phương pháp véc tơ.

- Với giả thiết trên ta dễ dàng thấy ΔSAC vuông tại A, kiểm tra ta cũng có ΔSAN vuông tại N vậy ta thấy A là hình chiếu của S trên (ABC) .
- Dễ dàng dựng được mặt phẳng chứa SM và song song với BC nên ta việc tính khoảng cách giữa Hai đường SM và BC đưa về tính khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song.

Lời giải

Chọn A



Dễ dàng chứng minh ΔSAC và ΔSAN vuông tại A suy ra $SA \perp (ABC)$

Gọi P là trung điểm của AC suy ra $BC \parallel (SMP)$.

Do đó: $d(BC, SM) = d(BC, (SMN)) = d(B, (SMP)) = d(A, (SMP))$.

Ta có: $AN \perp MP$ lại có $SA \perp (ABC)$ và $MP \subset (ABC)$ nên suy ra $MP \perp (SAO)$.

Dẫn đến $(SMP) \perp (SAO)$. Gọi H là hình chiếu của A trên SO ta suy ra $AH \perp (SMP)$

Vậy $d(A, (SMP)) = AH$.

Xét ΔSAO vuông tại A nên ta có $AH = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + SO^2}} = \frac{a\sqrt{57}}{19}$

Như vậy $d(BC, SM) = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ có $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 4 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m.

Phân tích:

Câu 41 là bài toán tìm tham số thỏa mãn về tính đơn điệu của hàm số. Do đặc điểm của đạo hàm và từ yêu cầu đề, ta đưa về bài toán tìm điều kiện để tam thức bậc hai thỏa mãn dấu trên

tập cho trước. Tùy thuộc vào biểu thức thu được sau khi đạo hàm và khoảng đơn điệu mà đề đưa ra, ta có hướng giải như sau:

Khả năng 1: Đơn điệu trên tập xác định: Ta sử dụng định lý dấu tam thức bậc hai.

Khả năng 2: Đơn điệu trên khoảng con của TXĐ:

TH1: Có lập được tham số m trong biểu thức đạo hàm đưa về dạng $f(x) \geq g(m)$, sau đó lập ta xét sự biến thiên của hàm số $f(x)$.

TH2: Không có lập được tham số m , ta sử dụng định lý về dấu tam thức bậc hai.

Câu 41.1 Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{x^2 - (m+1)x + 2m-1}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó là

A. 12.

B. 11.

C. 10.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có: $y' = \frac{x^2 - 2mx + m^2 - m + 1}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 \geq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \geq 0 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Câu 42. Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỷ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$. Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỷ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

A. 202.

B. 203.

C. 206.

D. 207.

Lời giải

Chọn B

Để tỷ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30% thì điều kiện là $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}} > \frac{3}{10}$

$$\Leftrightarrow 1 + 49e^{-0,015n} < \frac{10}{3} \Leftrightarrow e^{-0,015n} < \frac{1}{21} \Leftrightarrow -0,015n < \ln\left(\frac{1}{21}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{-1}{0,015} \cdot \ln\left(\frac{1}{21}\right) \approx 202,97.$$

Do n là số nguyên nên $n \geq 203$.

Phân tích:

Câu 42 là bài toán thực tế trong phần hàm số mũ, hàm số logarit đồng thời liên quan đến việc giải phương trình và bất phương trình mũ và logarit. Với dạng bài này, yêu cầu học sinh phải đọc kỹ nội dung câu hỏi và nắm bắt được trọng tâm, từ đó lập được phương trình hoặc bất phương trình và giải.

Câu 42.1. Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau

$Q(t) = Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}})$, với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa

(pin đầy). Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn hết pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $t \approx 1,65$ giờ.

B. $t \approx 1,61$ giờ.

C. $t \approx 1,63$ giờ.

D. $t \approx 1,50$ giờ.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}}) = 0.9Q_0 \Leftrightarrow 1 - e^{-t\sqrt{2}} = 0,9$

Suy ra: $e^{-t\sqrt{2}} = 0,1 \Leftrightarrow t = -\frac{\ln 0,1}{\sqrt{2}} \simeq 1,63$ giờ.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	$-\infty$

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta suy ra:

+ Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x = 2 \Leftrightarrow \frac{-c}{b} = 2 \Leftrightarrow c = -2b$.

+ Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b$.

+ $f'(x) > 0, \forall x \neq 2 \Leftrightarrow ac - b > 0 \Leftrightarrow ac > b$.

Từ ba điều kiện trên suy ra $-2b^2 > b \Leftrightarrow 2b^2 + b < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < b < 0$.

Mà $a = b$, suy ra $a < 0$; $c = -2b$, suy ra $c > 0$.

Vậy trong các số a, b, c có đúng một số dương là c .

Phân tích:

Câu 43 là bài toán xác định hệ số của hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ khi đó ta dựa vào các đặc tính của đồ thị để suy ra mối quan hệ về dấu của các hệ số a, b, c, d .

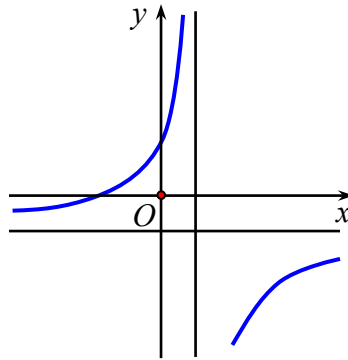
☐ Đường tiệm cận đứng: $x = \frac{-d}{c}$ suy ra quan hệ về dấu của c, d .

☐ Đường tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c}$ suy ra quan hệ về dấu của c, a .

☐ Giao điểm của đồ thị với trục Oy : $A\left(0; \frac{b}{d}\right)$ suy ra quan hệ về dấu của b, d .

Trong một số bài toán dựa vào đồ thị chúng ta có thể xác định được giá trị của hệ số thông qua ba yếu tố nói trên.

Câu 43.1: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} < 0$ nên a và c trái dấu $\rightarrow$ loại đáp án A

Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} > 0$ nên d và c trái dấu (vậy nên a, d cùng dấu) $\rightarrow$ loại đáp án C

$f(0) = \frac{b}{d} > 0$ nên b và d cùng dấu $\rightarrow$ loại đáp án B.

Câu 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$.

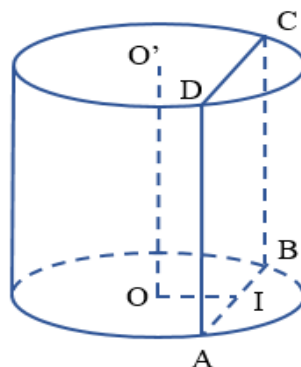
B. $150\pi a^3$.

C. $54\pi a^3$.

D. $108\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O và O' là tâm hai đáy của hình trụ.

Giả sử thiết diện thu được khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục là hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết ta có $AB = BC = OO' = 6a$.

Gọi I là trung điểm AB . Suy ra $OI \perp AB$ và $AI = \frac{1}{2}AB = 3a$.

Mà $OI \perp BC$ nên $OI \perp (ABCD)$.

Vì $OO' \parallel (ABCD)$ nên $d(OO'; (ABCD)) = d(O; (ABCD)) = OI = 3a$.

Xét tam giác AOI vuông tại I và có $OI = AI = 3a \Rightarrow OA = 3a\sqrt{2}$.

Thể tích khối trụ là:

$$V = \pi.R^2.h = \pi.OA^2.OO' = \pi.(3a\sqrt{2})^2.(6a) = 108\pi a^3.$$

Phân tích:

Câu 44 là bài toán tìm thể tích của khối trụ khi biết một số yếu tố như chiều cao, biết hình dáng của thiết diện khi cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và biết khoảng cách từ trục đến mặt phẳng thiết diện. Trong bài toán trên ta cần lưu ý một số yếu tố sau:

- Phải dựa vào tính chất và đặc điểm của thiết diện để suy ra tính chất $AB = BC = OO' = 6a$, sau đó phải huy động đến kiến thức, kĩ năng để xác định được khoảng cách từ trục đến mặt phẳng thiết diện, đây là ý tưởng suy luận logic mà Câu 44 hướng đến. Nếu học sinh quên kĩ năng xác định khoảng cách từ một đường thẳng đến một mặt phẳng song song, kĩ năng xác định khoảng cách từ 1 điểm đến một mặt phẳng thì bài toán sẽ trở nên khó và là một trở ngại đối với học sinh có lực học trung bình khá trở xuống, vì vậy ta sẽ thấy được mục đích của câu 44 trong đề thi của bộ là để phân loại học sinh

- Sau khi làm rõ khoảng cách từ trục đến mặt phẳng thiết diện là

$$d(OO'; (ABCD)) = d(O; (ABCD)) = OI = 3a.$$

Học sinh sẽ phải tư duy để tìm được bán kính đường tròn đáy của hình trụ, từ đó sẽ tính được thể tích của khối trụ

Hướng mở rộng:

- Giữ nguyên hình trụ cho biết chiều cao, biết thiết diện song song với trục là hình chữ nhật biết diện tích của thiết diện và biết khoảng cách từ trục đến thiết diện. Và cũng yêu cầu tính thể tích của khối trụ

- Giữ nguyên hình trụ cho biết chiều cao và thể tích của khối trụ, biết thiết diện cũng song song với trục và biết khoảng cách từ trục đến thiết diện. Yêu cầu tính diện tích của thiết diện

- Ta có thể thay thế hình trụ bởi hình nón với các kiểu câu hỏi như trên, nhưng thay đổi tính chất của thiết diện là một mặt phẳng đi qua trục, hoặc thiết diện là mặt phẳng đi đỉnh nón và có 1 cạnh nằm trên đường tròn đáy của hình nón

Câu 44.1: Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình chữ nhật có diện tích $48a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$.

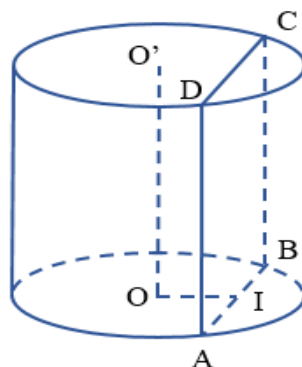
B. $180\pi a^3$.

C. $54\pi a^3$.

D. $150\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O và O' là tâm hai đáy của hình trụ.

Giả sử thiết diện thu được khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = BC = OO' = 6a$, $S_{ABCD} = 48a^2 \Rightarrow AB = 8a$

Gọi I là trung điểm AB . Suy ra $OI \perp AB$ và $AI = \frac{1}{2}AB = 4a$.

Mà $OI \perp BC$ nên $OI \perp (ABCD)$.

Vì $OO' \parallel (ABCD)$ nên $d(OO'; (ABCD)) = d(O; (ABCD)) = OI = 3a$.

Xét tam giác AOI vuông tại I và có $OI = 3a$, $AI = 4a \Rightarrow OA = 5a$.

Thể tích khối trụ là:

$$V = \pi.R^2.h = \pi.OA^2.OO' = \pi.(5a)^2.(6a) = 150a^3.$$

- Câu 45.** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cdot \cos^2 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^\pi f(x) dx$ bằng
- A. $\frac{1042}{225}$. B. $\frac{208}{225}$. **C. $\frac{242}{225}$.** D. $\frac{149}{225}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int f'(x) dx = \int \cos x \cdot \cos^2 2x dx = \int \cos x (1 - 2\sin^2 x)^2 dx.$$

Đặt $u = \sin x$ thì $du = \cos x dx$.

$$\text{Khi đó } \int f'(x) dx = \int (1 - 2u^2)^2 du = \int (1 - 4u^2 + 4u^4) du = u - \frac{4}{3}u^3 + \frac{4}{5}u^5 + C$$

$$= \sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x + C \text{ với } C \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Suy ra } f(x) = \sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x + C.$$

$$\text{Từ } f(0) = 0 \text{ suy ra } C = 0, \text{ do đó } f(x) = \sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x.$$

$$\int_0^\pi f(x) dx = \int_0^\pi \left(\sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x \right) dx = \int_0^\pi \left(1 - \frac{4}{3}(1 - \cos^2 x) + \frac{4}{5}(1 - \cos^2 x)^2 \right) \sin x dx$$

Đặt $t = \cos x$ thì $dt = -\sin x dx$.

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x = \pi \Rightarrow t = -1 \\ x = 0 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \int_0^\pi f(x) dx = -\int_1^{-1} \left(1 - \frac{4}{3}(1 - t^2) + \frac{4}{5}(1 - t^2)^2 \right) dt = \int_{-1}^1 \left(\frac{4}{5}t^4 - \frac{4}{15}t^2 + \frac{7}{15} \right) dt$$

$$= \left(\frac{4}{25}t^5 - \frac{4}{45}t^3 + \frac{7}{15}t \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{242}{225}.$$

Phân tích:

Câu 45 là bài toán tính tích phân của một hàm số. Giả thiết cho hàm số đạo hàm. Trong bài toán trên ta cần lưu ý một số yếu tố sau:

- Từ đạo hàm của hàm số, ta tính nguyên hàm để xác định hàm số ban đầu. Trong bài toán ta sử dụng đổi biến số tính nguyên hàm. Từ giá trị ban đầu, ta tìm giá trị hằng số.
- Tính tích phân cũng sử dụng phương pháp đổi biến số. Ngoài ra ta có thể sử dụng nguyên hàm mở rộng và công thức biến đổi lượng giác để tính nguyên hàm, tích phân.

Hướng mở rộng:

- Giữ nguyên dạng toán, thay đổi biểu thức đạo hàm để sử dụng các phương pháp tính nguyên hàm, tích phân khác nhau. Có thể thay đổi biểu thức tích phân cần tính.
- Thay đổi giả thiết, cho phương trình vi phân phức tạp hơn và sử dụng biến đổi để tìm hàm số ban đầu.

Câu 45.1: Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = 4$ và $2f(x) + xf'(x) = 5x^3 - 8x^2 + 9x - 6, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\int_1^2 f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{91}{12}$.

D. 13.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 2f(x) + xf'(x) = 5x^3 - 8x^2 + 9x - 6 \Rightarrow 2xf'(x) + x^2 f''(x) = 5x^4 - 8x^3 + 9x^2 - 6x$$

$$\Rightarrow [x^2 f(x)]' = 5x^4 - 8x^3 + 9x^2 - 6x.$$

$$\text{Do đó } \int [x^2 f(x)]' dx = \int (5x^4 - 8x^3 + 9x^2 - 6x) dx = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + C, \text{ với } C \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Suy ra } x^2 f(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + C.$$

$$\text{Từ } f(1) = 4 \text{ suy ra } C = 5, \text{ do đó}$$

$$x^2 f(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 5 \Rightarrow f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 3 + \frac{5}{x^2}.$$

$$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \left(x^3 - 2x^2 + 3x - 3 + \frac{5}{x^2} \right) dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 3x - \frac{5}{x} \right) \Big|_1^2 = \frac{37}{12}.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			2		0		2		$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x) = 1$ là:

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \sin x = u, x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow u \in [-1; 1].$$

$$\text{Phương trình trở thành: } f(u) = 1.$$

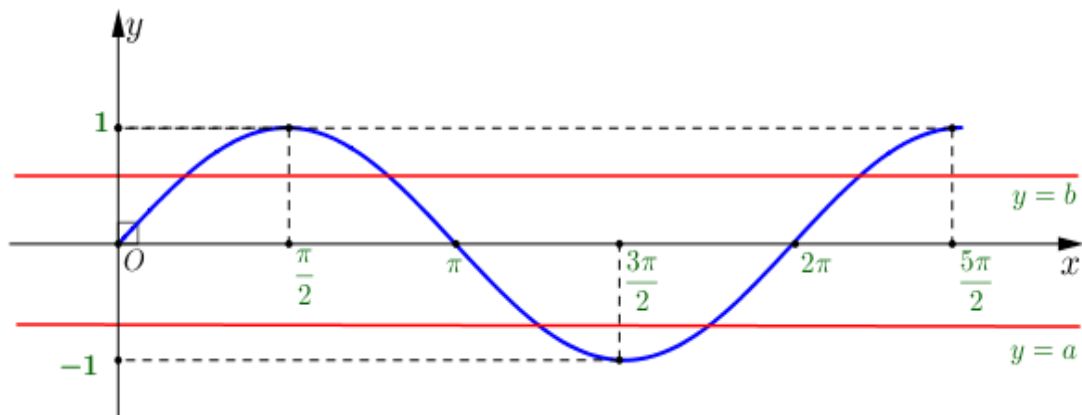
Từ bảng biến thiên ta có:

x	$-\infty$	-1	a	0	b	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$		2		0		2	$-\infty$

The graph shows a function y plotted against x . The horizontal axis is marked with $-\infty, -1, a, 0, b, 1, +\infty$. The vertical axis is marked with $-\infty, 0, 2, +\infty$. A horizontal red line represents the asymptote $y = 1$. The function curve is shown in black, with arrows indicating its behavior as $x \rightarrow \pm\infty$. The curve has two local maxima at $x = a$ and $x = b$, both with $y = 2$. The curve approaches $-\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $x \rightarrow +\infty$. The derivative y' is indicated by signs above the curve: $+$ for $x < a$, 0 at $x = a$, $-$ for $a < x < b$, 0 at $x = b$, $+$ for $b < x < 1$, 0 at $x = 1$, and $-$ for $x > 1$.

$$f(u) = 1 \Rightarrow \begin{cases} u = a \\ u = b \end{cases} \quad \text{Với } -1 < a < 0 \text{ và } 0 < b < 1$$

Dựa vào đồ thị $y = \sin x$ ta có :



+) $\sin x = a$ có 2 nghiệm.

+) $\sin x = b$ có 3 nghiệm

Vậy phương trình $f(\sin x) = 1$ có 5 nghiệm.

Phân tích:

Câu 46 là bài toán liên quan đến sự tương giao của hai đồ thị hàm số có sử dụng hàm hợp. Trong bài toán trên ta cần lưu ý một số yếu tố sau:

- Phải biết đặt ẩn phụ u phù hợp, tìm điều kiện cho ẩn u và chuyển phương trình ẩn x đã cho sang phương trình mới ẩn u mới và miền chạy của ẩn u mới. Phần này nếu học sinh yếu sẽ dễ ngộ nhận cho điều kiện của ẩn $u \in [0; 1]$ và từ đó tìm ra số nghiệm của phương trình sẽ bị sai
- Phải có kỹ năng quan sát bảng biến thiên để chỉ ra được số nghiệm u và khoảng nghiệm u nhận giá trị. Đây là mục đích chính của ý tưởng câu 46 hướng đến. Nếu học sinh quên không không chỉ rõ cụ thể khoảng nghiệm u nhận giá trị thì sẽ dẫn đến chọn số nghiệm sai. Đó là phần tương đối trừu tượng và là một trở ngại đối với đa số học sinh có lực học trung bình khá trở xuống, vì vậy ta sẽ thấy được mục đích của câu 46 trong đề thi của bộ là để phân loại học sinh

- Sau khi chỉ ra được số nghiệm $f(u) = 1 \Rightarrow \begin{cases} u = a \\ u = b \end{cases} \quad \text{Với } -1 < a < 0 \text{ và } 0 < b < 1$

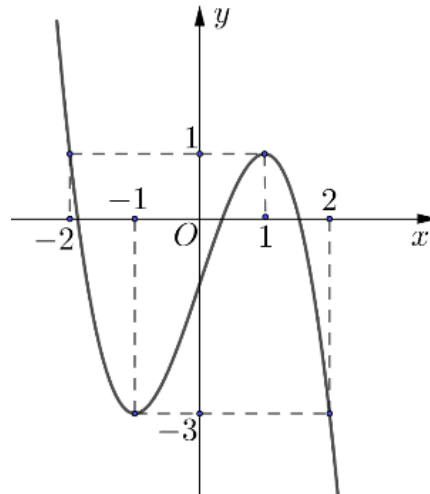
- Nếu học sinh dùng đường tròn lượng giác để suy ra số nghiệm x mà không hiểu rõ bản chất nghiệm trên đường tròn lượng giác thì rất dễ đến tìm số nghiệm bị sai và do đó chọn đáp án sai

Hướng mở rộng:

- Giữ nguyên bảng biến thiên, thay đổi hàm hợp hoặc thay đổi đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ bởi một đoạn tùy ý

- Ta có thể đề nghị dạng câu hỏi và thay việc cho bảng biến thiên $y = f(x)$ bằng việc cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$
- Ta có thể thay dạng câu hỏi về sự tương giao của 2 đồ thị hàm số bằng việc tìm khoảng đồng biến hoặc nghịch biến, tìm cực trị, tìm giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất (bao gồm cả việc sử dụng tích phân và không sử dụng tích phân) của hàm hợp trên một miền nào đó

Câu 46.1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(1 - f(x)) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Đặt $1 - f(x) = u$,

Phương trình trở thành: $f(u) = 0$. Quan sát vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy:

$$f(u) = 0 \Rightarrow \begin{cases} u = a \\ u = b \\ u = c \end{cases} \quad \text{Với } -2 < a < -1; \quad 0 < b < 1; \quad 1 < c < 2$$

Khi đó ta có

$$+, 1 - f(x) = a \Leftrightarrow f(x) = 1 - a, (1)$$

$$-2 < a < -1 \Rightarrow 2 < 1 - a < 3$$

Do đó (1) có 1 nghiệm

$$+, 1 - f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = 1 - b, (2)$$

$$0 < b < 1 \Rightarrow 0 < 1 - b < 1$$

Do đó (2) có 3 nghiệm không trùng với nghiệm của (1)

$$+, 1 - f(x) = c \Leftrightarrow f(x) = 1 - c, (3)$$

$$1 < c < 2 \Rightarrow -1 < 1 - c < 0$$

Do đó (3) có 3 nghiệm phân biệt không trùng với các nghiệm của (1) và (2)

Vì vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm phân biệt

Câu 47. Xét các số dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^x = b^y = \sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$. C. $[3; 4)$. **D. $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Từ } a^x = \sqrt{ab} \Rightarrow x = \log_a \sqrt{ab} = \frac{1}{2} + \frac{\log_a b}{2}$$

$$\text{Từ } b^y = \sqrt{ab} \Rightarrow \log_a b^y = \log_a \sqrt{ab} \Rightarrow y \log_a b = \frac{1}{2} + \frac{\log_a b}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } a > 1, b > 1 \text{ suy ra } \log_a b > 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2 \log_a b} + \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có } P = x + 2y = \frac{1}{2} + \frac{\log_a b}{2} + 2 \left(\frac{1}{2 \log_a b} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2} + \left(\frac{\log_a b}{2} + \frac{1}{\log_a b} \right)$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm: } \frac{\log_a b}{2} + \frac{1}{\log_a b} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{\log_a b}{2} \cdot \frac{1}{\log_a b}} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Dấu “=” khi } \frac{\log_a b}{2} = \frac{1}{\log_a b} \Rightarrow \log_a b = \sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất } P = \frac{3}{2} + \sqrt{2} \approx 2,91 \text{ khi } x = \frac{1+\sqrt{2}}{2}; y = \frac{2+\sqrt{2}}{4}.$$

Phân tích:

Câu 47 là kết hợp giữa tìm GTLN – GTNN của một biểu thức 2 biến và đẳng thức chứa logarit. Trong bài toán trên ta cần lưu ý một số yếu tố sau:

- Từ giả thiết, ta cần tìm mối liên hệ giữa 2 ẩn theo các số trung gian đã cho.
- Từ đó đưa biểu thức cần tìm GTLN – GTNN theo các số trung gian và áp dụng các bất đẳng thức cơ bản.

Hướng mở rộng:

- Giữ nguyên dạng phương trình, tuy nhiên thay đổi một số biểu thức trên mũ và biểu thức tìm GTLN – GTNN.
- Thay đổi dạng phương trình và áp dụng các phương pháp khác để xử lý phương trình như phương pháp hàm số...
- Thay đổi điều kiện và biểu thức để tìm GTLN – GTNN để áp dụng các phương pháp khác nhau như hàm số, BDT cơ bản ...

Câu 47.1. Xét các số thực a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{x-y} = b^{x+y} = \sqrt[3]{ab}$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 2y - 1$ bằng $\frac{\sqrt{m}}{n}$ với $m, n \in \mathbb{Z}_+^*$. Giá trị của $S = m - n$ bằng

- A. 2.** B. 4. C. 6. D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Từ } a^{x-y} = \sqrt[3]{ab} \Rightarrow x - y = \log_a \sqrt[3]{ab} = \frac{1}{3} + \frac{\log_a b}{3}$$

$$\text{và } b^{x+y} = \sqrt[3]{ab} \Rightarrow \log_a b^{x+y} = \log_a \sqrt[3]{ab} \Rightarrow (x+y) \log_a b = \frac{1}{3} + \frac{\log_a b}{3}.$$

Mặt khác $a > 1, b > 1$ suy ra $\log_a b > 0 \Rightarrow x + y = \frac{1}{3\log_a b} + \frac{1}{3}$.

$$\text{Nên có hệ } \begin{cases} x - y = \frac{1}{3} + \frac{\log_a b}{3} \\ x + y = \frac{1}{3\log_a b} + \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} + \frac{\log_a b}{6} + \frac{1}{6\log_a b} \\ y = \frac{1}{6\log_a b} - \frac{1}{6}\log_a b \end{cases}$$

$$\text{Ta có } P = 3x + 2y - 1 = 3\left(\frac{1}{3} + \frac{\log_a b}{6} + \frac{1}{6\log_a b}\right) + 2\left(\frac{1}{6\log_a b} - \frac{1}{6}\log_a b\right) - 1 = \frac{\log_a b}{6} + \frac{5}{6\log_a b}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm $\frac{\log_a b}{6}, \frac{5}{6\log_a b}$ ta có:

$$P = \frac{\log_a b}{6} + \frac{5}{6\log_a b} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{\log_a b}{6} \cdot \frac{5}{6\log_a b}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Dấu “=” khi $\frac{\log_a b}{6} = \frac{5}{6\log_a b} \Leftrightarrow \log_a b = 5$.

Vậy giá trị nhỏ nhất $P = \frac{\sqrt{5}}{3}$ khi $x = \frac{6}{5}; y = -\frac{4}{5}$. Suy ra $\begin{cases} m = 5 \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow S = m - n = 2$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao

cho $\max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2$. Số phần tử của S là

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+1}$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f'(x) = \frac{1-m}{(x+1)^2}$ với $x \in [0;1]$.

a) Xét $m = 1$, ta có $f(x) = 1, \forall x \in [-1;1]$. Do đó:

$$\max_{[0;1]} |f(x)| = 1, \min_{[0;1]} |f(x)| = 1 \text{ suy ra } \max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2.$$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Xét $m \neq 1$.

Phương trình $f'(x) = 0$ vô nghiệm trên đoạn $[0;1]$. Lại có $f(0) = m, f(1) = \frac{m+1}{2}$.

Trường hợp 1: Khi $f(0) \cdot f(1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1. \end{cases}$

Từ giả thiết $\max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2$, ta có $|m| + \left| \frac{m+1}{2} \right| = 2$.

Với $m \geq 0$, suy ra $m + \frac{m+1}{2} = 2 \Leftrightarrow m = 1$ (Loại do $m \neq 1$).

Với $m \leq -1$, suy ra $-m - \frac{m+1}{2} = 2 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{3}$ (Nhận).

Trường hợp 2: Khi $f(0) \cdot f(1) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 0$.

Tức là $m = -4$ thỏa mãn yêu cầu.

b/ Xét $m \neq -4$ ta có $f'(x) = \frac{-m-4}{(x-2)^2}$ không đổi dấu $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Suy ra $f(x)$ đơn điệu trên đoạn $[-1; 0]$

Ta có $f(-1) = \frac{2-m}{3}$; $f(0) = -\frac{m}{2}$

Trường hợp 1: $\frac{2-m}{3} \cdot \frac{-m}{2} \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} \min_{[-1;0]} |f(x)| = 0 \\ \max_{[-1;0]} |f(x)| = \max \left\{ \left| \frac{2-m}{3} \right|, \left| \frac{-m}{2} \right| \right\} \end{cases}$

Do $0 \leq m \leq 2 \Rightarrow \left| \frac{2-m}{3} \right| \leq 1, \left| \frac{-m}{2} \right| \leq 1$.

Suy ra không thỏa mãn điều kiện $2 \max_{[-1;0]} |f(x)| + \min_{[-1;0]} |f(x)| = 6$

Trường hợp 2: $\frac{2-m}{3} \cdot \frac{-m}{2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$. Khi đó $\begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \\ m \neq -4 \end{cases}$.

Khả năng 1. Ta có $2 \max_{[-1;0]} |f(x)| + \min_{[-1;0]} |f(x)| = 2 \left| \frac{2-m}{3} \right| + \left| \frac{-m}{2} \right| = \left| \frac{8-7m}{6} \right| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 (KTM) \\ m = \frac{44}{7} \end{cases}$.

Thử lại $m = \frac{44}{7}$ ta thấy $\max_{[-1;0]} |f(x)| < \min_{[-1;0]} |f(x)|$ nên không thỏa mãn.

Khả năng 2. Ta có $2 \max_{[-1;0]} |f(x)| + \min_{[-1;0]} |f(x)| = 2 \left| \frac{-m}{2} \right| + \left| \frac{2-m}{3} \right| = \left| \frac{2-4m}{3} \right| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 (KTM) \\ m = 5 \end{cases}$

.

Thử lại $m = 5$ ta thấy $\max_{[-1;0]} |f(x)| > \min_{[-1;0]} |f(x)|$ nên thỏa mãn.

Vậy $S = \{-4; 5\}$. Do đó tổng tất cả các phần tử của S là 1.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P và Q lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ và $DAA'D'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, M, N, P và Q bằng

A. 27.

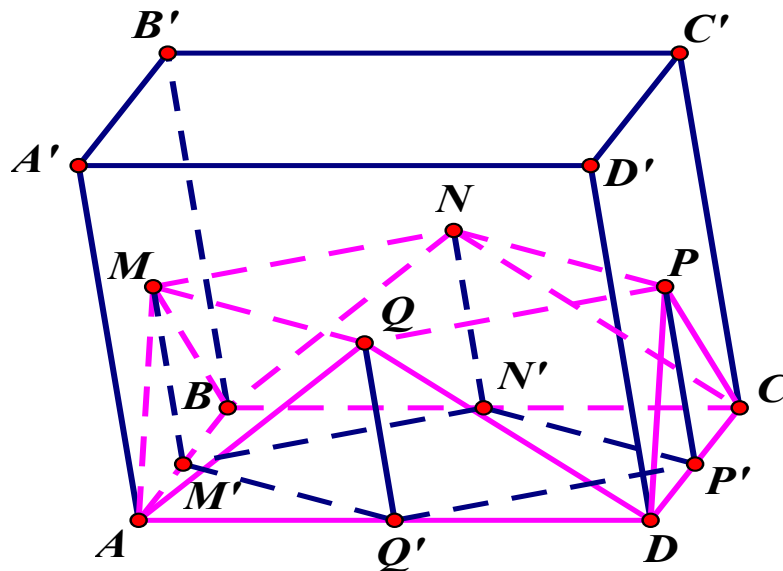
B. 30.

C. 18.

D. 36.

Lời giải

Chọn B



Gọi M' , N' , P' và Q' lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , BC , CD và DA .

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên ta suy ra thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, M, N, P và Q bằng tổng thể tích của bốn khối chóp $B.MNN'M'$, $C.NPP'N'$, $D.PQQ'P'$, $A.QMM'Q'$ và khối hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$.

Ta có thể tích khối $V_{A.QMM'Q'} = 2V_{M.AM'Q'} = 2 \cdot \frac{1}{3} d(M, (AM'Q')) \cdot S_{AM'Q'}$

Vì M là tâm của mặt bên $ABB'A'$ nên $d(M, (AM'Q')) = \frac{1}{2} d(A', (ABCD)) = 4$

Mặt khác M' , Q' lần lượt là trung điểm của AB và AD nên $S_{AM'Q'} = \frac{1}{4} S_{ABD} = \frac{1}{8} S_{ABCD} = \frac{9}{8}$

Từ đó, ta có $V_{A.QMM'Q'} = 3$.

Tương tự, ta có $V_{B.MNN'M'} = V_{C.NPP'N'} = V_{D.PQQ'P'} = 3$.

Ta có $V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = d(M, (ABCD)) \cdot S_{M'N'P'Q'} = \frac{1}{2} d(A', (ABCD)) \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{8 \cdot 9}{4} = 18$.

Vậy thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, M, N, P và Q bằng $4 \cdot 3 + 18 = 30$.

Phân tích:

Câu 49 là bài toán tính thể tích khối đa diện được tạo ra từ khối đa diện biết thể tích ban đầu.

Trong bài toán trên ta cần lưu ý một số yếu tố sau:

- Bài toán dựa vào tỷ số thể tích để tính thể tích khối đa diện theo khối đa diện đã biết.
- Khối đa diện cần tính cần phân chia thành các khối đa diện nhỏ thường gặp mà có thể tính được thể tích.
- Việc tính thể tích các khối đa diện nhỏ thường gặp dựa và quan hệ về khoảng cách, diện tích với các yếu tố đã cho của đề bài.

Hướng mở rộng:

- Giữ nguyên khối đa diện ban đầu, tính thể tích khối đa diện tạo bởi các điểm khác phức tạp hơn.
- Sử dụng công thức tỷ số thể tích của hai khối chóp tam giác hoặc tính tỷ số thể tích theo phần bù.

Câu 49.1. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V , khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{27V}{4}$.

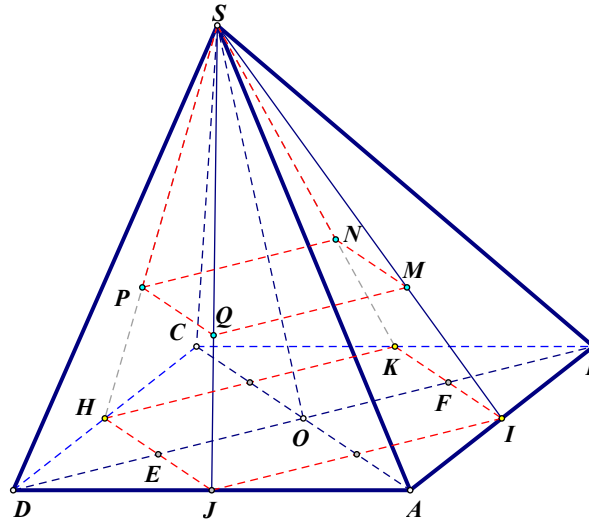
B. $\left(\frac{9}{2}\right)^2 V$.

C. $\frac{9V}{4}$.

D. $\frac{81V}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\frac{d(S, (MNPQ))}{d(S, (ABCD))} = \frac{SM}{SI} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác gọi $S = S_{ABCD}$ ta có $\frac{S_{\Delta DEJ}}{S_{\Delta BDA}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow S_{\Delta DEJ} = \frac{1}{16} S$.

Tương tự ta có $\frac{S_{\Delta JAI}}{S_{\Delta DAB}} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\Delta JAI} = \frac{1}{8}$.

Suy ra $S_{HKIJ} = \left[1 - \left(4 \cdot \frac{1}{16} + 2 \cdot \frac{1}{8}\right)\right] S = \frac{1}{2} S$.

Mà $\frac{S_{MNPQ}}{S_{HKIJ}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{2}{9} S_{ABCD}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) \cdot S = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} d(S, (MNPQ)) \cdot \frac{9}{2} S = \frac{27}{4} V$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2)$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

Ta đặt $\log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2) = t$, khi đó ta có $\begin{cases} x+y=3^t \\ x^2+y^2=4^t \end{cases}$. Để hệ phương trình có nghiệm thì phải có $(x+y)^2 \leq 2(x^2+y^2)$ (hoặc rút x theo y rồi cho delta dương).
 Có $(x+y)^2 \leq 2(x^2+y^2)$ nên $9^t \leq 2 \cdot 4^t \Leftrightarrow t \leq \log_9 2$.

Từ đó ta có $x^2+y^2=4^t \leq 4^{\log_9 2} < 4 \Rightarrow x^2 < 4 \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1\}$ vì x là số nguyên.

Ta có: $x=0$ thì dễ thấy $y=1$ thỏa mãn; $x=1$ thì dễ thấy $y=0$ thỏa mãn.

Với $x=-1$ ta có hệ $\begin{cases} y-1=3^t \\ y^2+1=4^t \end{cases} \Rightarrow (3^t+1)^2+1=4^t \Leftrightarrow 9^t+2 \cdot 3^t+2=4^t$.

Phương trình trên rõ ràng vô nghiệm vì $t \geq 0$ thì $9^t \geq 4^t$ nên $VT > VP$; $t < 0$ thì $3^t > 4^t$ nên $VT > VP$.

Kết luận: $x=0; x=1$.

Phân tích:

Câu 50 là bài toán liên quan đến đẳng thức chứa logarit. Bài toán hỏi về tìm bao nhiêu số nguyên của một ẩn đề tồn tại ẩn còn lại, tuy nhiên ý tưởng xuất phát từ việc giải một phương trình logarit. Trong bài toán trên ta cần lưu ý một số yếu tố sau:

- Cơ sở trong phương trình là khác nhau (không biểu diễn thành lũy thừa của nhau mà mũ không chứa logarit). Ở dạng phương trình này, ta đặt các vế bằng t và chuyển bài toán qua điều kiện ẩn t .
- Trong bài toán 2 ẩn thì ẩn x là số nguyên, do đó ta sẽ tìm cách hạn chế miền của x để tìm các giá trị của x .
- Khi tìm giá trị của x thì mới chỉ là điều kiện cần, phải kiểm tra điều kiện tồn tại của y . Đây là sai lầm thường gặp trong giải bài toán.

Hướng mở rộng:

- Giữ nguyên dạng phương trình lệch cơ số, chỉ thay đổi biểu thức trong logarit. Khi đó việc biến đổi và đánh giá sẽ thay đổi.
- Thay đổi dạng phương trình và áp dụng các phương pháp khác để xử lý phương trình như phương pháp hàm số...
- Thay đổi điều kiện của các ẩn ban đầu, có thể hạn chế miền, có thể thay đổi điều kiện của tồn tại của các ẩn.

Câu 50.1: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_6(x^4+y^4)$?

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+y > 0 \\ x^4+y^4 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } t = \log_3(x+y) = \log_6(x^4+y^4) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3^t \\ x^4+y^4=6^t \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \left(\frac{x+y}{2}\right)^4 \leq \frac{x^4+y^4}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{3^t}{2}\right)^4 \leq \frac{6^t}{2} \Leftrightarrow \frac{81^t}{16} \leq \frac{6^t}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{81}{6}\right)^t \leq \frac{16}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{27}{2}\right)^t \leq 8 \Leftrightarrow t \leq \log_{\frac{27}{2}} 8$$

$$\text{Mặt khác } 6^t = x^4+y^4 \geq x^4 \Rightarrow |x| \leq 6^{\frac{t}{4}} \Rightarrow |x| \leq 6^{\frac{3}{4} \log_{\frac{27}{2}} 8} \approx 1,43$$

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1\}$.

+ Với $x = -1$ ta có hệ

$$\begin{cases} y = 3^t + 1 \\ y^4 = 6^t - 1 \end{cases} \Rightarrow (3^t + 1)^4 = 6^t - 1 \Leftrightarrow 3^{4t} + 4 \cdot 3^{3t} + 6 \cdot 3^{2t} + 4 \cdot 3^t - 6^t + 2 = 0 (*)$$

Đặt $f(t) = 3^{4t} + 4 \cdot 3^{3t} + 6 \cdot 3^{2t} + 4 \cdot 3^t - 6^t + 2$

Với $t \geq 0$ suy ra $3^{4t} > 6^t \Rightarrow f(t) > 0$

Với $t < 0 \Rightarrow 2 - 6^t > 0 \Rightarrow f(t) > 0$.

$\Rightarrow (*)$ vô nghiệm.

+ Với $x = 0$ ta có hệ $\begin{cases} y = 3^t \\ y^4 = 6^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3^t)^4 = 6^t \\ y = 3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{81}{6}\right)^t = 1 \\ y = 3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ y = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$.

+ Với $x = 1$ ta có hệ $\begin{cases} y = 3^t - 1 \\ y^4 = 6^t - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3^t - 1)^4 = 6^t - 1 \\ y = 3^t - 1 \end{cases}$

Xét hàm số $f(t) = (3^t - 1)^4 - 6^t + 1$ là hàm số liên tục và có $f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f(1) < 0 \Rightarrow f(t) = 0$ có ít

nhất một nghiệm $\frac{1}{2} < t < 1 \Rightarrow \exists y \in (0; 2)$ (thỏa mãn ĐKXD)

Vậy $x \in \{0; 1\}$.

----- HẾT -----

SỞ GDĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT GIA VIỄN B

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 07 trang, 50 câu)

NĂM HỌC 2019 - 2020

MÔN: TOÁN

Thời gian: 90 phút

Họ và tên.....SBD:.....

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp năm bạn An, Bình, Chung, Đạt, Giang ngồi vào một bàn học có năm chỗ?

- A. 3125. B. 5. C. 120. D. 25.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+2020}{n+4}$. Giới hạn của dãy số (u_n) bằng

- A. 1. B. 2020. C. $\frac{1}{4}$. D. 505.

Câu 3. Cho biểu thức $P = \frac{a^{10}b^{12}}{a^2b^8}$, với $a > 0$, $b > 0$. Mệnh đề nào sau đúng?

- A. $P = a^5b^4$. B. $P = a^5b^6$. C. $P = a^{12}b^{20}$. D. $P = a^8b^4$.

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 3cm bằng

- A. 27 cm^3 . B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$

- A. $D = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$. B. $D = (1; 3)$.
C. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 6. Họ tất cả các số nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

- A. $2x^2 + 4x + C$. B. $x^2 + 4x + C$. C. $x^2 + C$. D. $2x^2 + C$.

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7$ và chiều cao $h = 15$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 35. C. 36. D. 12.

Câu 8. Cho khối nón có chiều cao $h = 15$ và bán kính đáy $r = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. 20π . B. 48π . C. 36π . D. 4π .

Câu 9. Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{32}{3}\pi$. B. 36π . C. 16π . D. 4π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$, liên tục xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

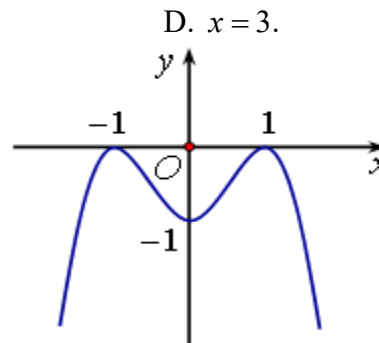
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		3		-2			$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; +\infty)$.**B. $(1; +\infty)$.**C. $(-1; 1)$.D. $(-\infty; 1)$.**Câu 11.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng**A. $2\log_5 a$.**B. $2 + \log_5 a$.C. $\frac{1}{2} + \log_5 a$.D. $\frac{1}{2} \log_5 a$.**Câu 12.** Diện tích toàn phần của hình trụ có đường sinh l và bán kính đáy r bằngA. $4\pi rl$.B. $6\pi rl$.C. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.**D. $2\pi rl + 2\pi r^2$.****Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		1		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 1$.**B. $x = -1$.**C. $x = 2$.D. $x = 3$.**Câu 14.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?A. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$.**B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.**C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.D. $y = x^4 + 2x^2 - 1$.**Câu 15.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			0				$+\infty$	
		-1		-1					

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 16. Nghiệm của phương trình: $3^{2x-1} = 27$ làA. $x = 5$.B. $x = 1$.**C. $x = 2$.**D. $x = 4$.**Câu 17.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-3x+2}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 18. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. 6. B. -6. C. -2. D. 2.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $3 - 2i$ là

- A. $-3 + 2i$. B. $3 + 2i$. C. $-3 - 2i$. D. $-2 + 3i$.

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn: $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = i + 1$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(5; -1)$. B. $(-1; 5)$. C. $(5; 0)$. D. $(0; 5)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; -1; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (2; -1; -3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(1; 2; 1)$. B. $N(1; 2; -1)$. C. $P(2; 1; 2)$. D. $Q(2; 1; -2)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 3 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình chính tắc là

- A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+7}{-5}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{-2}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+7}{-2}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -5)$; $B(2; 3; -7)$. Đường thẳng AB có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-7}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+7}{-5}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{-2}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+7}{-2}$.

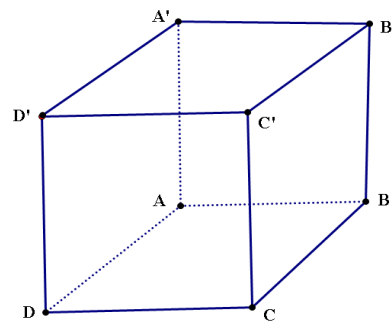
Câu 26. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = 3a$, $BC = 4a$, $AA' = 5a$ (minh họa như hình vẽ bên).
Cosin góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.



Câu 27. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x$ trên đoạn $[0; 4]$.

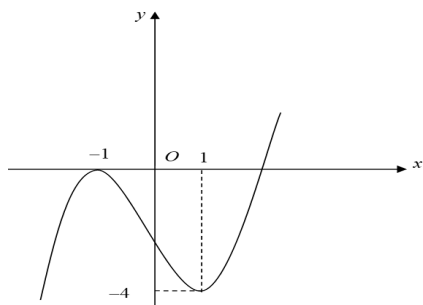
A. $m = -259$.

B. $m = 68$.

C. $m = 0$.

D. $m = -4$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đúng?



A. Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm.

B. $f'\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot f'(3) > 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

D. $\min_{[-2;4]} f(x) = -4$.

Câu 29. Cho các số thực dương a, b, c và $a, b \neq 1$, thỏa mãn $\log_a b = 9$, $\log_a c = 10$. Tính giá trị của biểu thức $M = \log_b(a\sqrt{c})$

A. $M = \frac{2}{3}$.

B. $M = \frac{5}{2}$.

C. $M = \frac{7}{3}$.

D. $M = \frac{3}{2}$.

Câu 30. Gọi A là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Tìm giá trị của tham số m sao cho điểm A nằm trên đường thẳng $d: y = 2018x + m$.

A. $m = 2021$.

B. $m = -2019$.

C. $m = 2017$.

D. $m = -2015$.

Câu 31. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$

A. $(-2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Câu 32. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

C. $V = 3\pi a^3$.

D. $V = \pi a^3$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^6 f(x) dx = 10$, thì $\int_0^3 f(2x) dx$

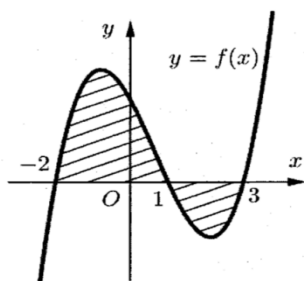
A. 30.

B. 20.

C. 10.

D. 5.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

B. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

Câu 35. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$

A. 3.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 10.

B. 8.

C. 16.

D. 2.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1; 2; 0)$, $R = 2$.

B. $I(1; -2; 0)$, $R = 2$.

C. $I(-1; 2; 0)$, $R = 4$.

D. $I(1; -2; 0)$, $R = 4$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 5; 2)$, $B(3; 7; -4)$, $C(2; 0; -1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0; 4; -1)$.

B. $(2; 0; 0)$.

C. $(0; 4; 1)$.

D. $(0; 4; 4)$.

Câu 39. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A , tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 45.

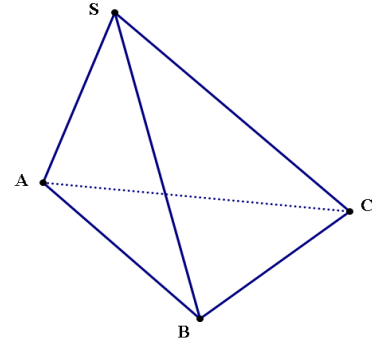
A. $\frac{2}{81}$

B. $\frac{53}{2268}$

C. $\frac{1}{36}$

D. $\frac{5}{162}$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 4a$, $\angle ACB = 30^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng



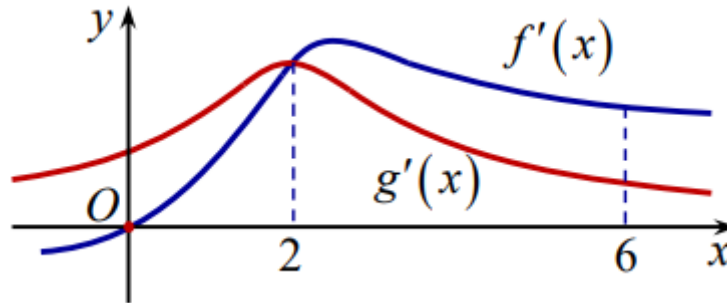
A. $\frac{4a\sqrt{39}}{13}$.

B. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

C. $\frac{a\sqrt{11}}{11}$.

D. $\frac{2a\sqrt{11}}{11}$.

Câu 41. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$, $y = g'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây



Đặt $h(x) = f(x) - g(x)$, biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Mệnh đề nào sau đúng?

A. $h(0) < h(2) < h(6)$.

B. $h(2) < h(0) < h(6)$.

C. $h(6) < h(2) < h(0)$.

D. $h(0) < h(6) < h(2)$.

Câu 42. Chị X gửi ngân hàng 20 000 000 đồng với lãi suất 0,5%/ tháng (sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào tiền gốc để tính lãi tháng sau). Hỏi sau 1 năm chị X nhận được bao nhiêu tiền, biết trong một năm đó chị X không rút tiền lần nào vào lãi suất không thay đổi (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 21 233 000 đồng.

B. 21 235 000 đồng.

C. 21 234 000 đồng.

D. 21 200 000 đồng.

Câu 43. Cho hàm số $y = |x^3 - mx + 1|$. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên $[1; +\infty)$. Tìm số phần tử của S .

A. 3

B. 10

C. 1

D. 9

Câu 44. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó là

A. $S = 9\pi$.

B. $S = 6\pi$.

C. $S = 5\pi$.

D. $S = 27\pi$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = -2\ln 2$ và

$x(x+1).f'(x)+f(x)=x^2+x$. Giá trị $f(2)=a+b\ln 3$, với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính a^2+b^2 .

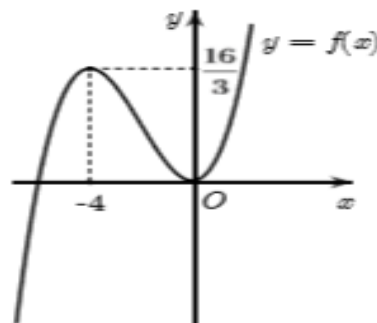
- A. $\frac{25}{4}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right|\right) = f(m^2 + 4m + 4)$$

nghiệm?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.



Câu 47. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^x + 2^y = 4$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy$.

- A. $P_{\max} = \frac{27}{2}$. B. $P_{\max} = 18$. C. $P_{\max} = 27$. D. $P_{\max} = 12$.

Câu 48. Cho x, y là hai số thực thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x$. Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3(x^3 - y^3) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $M \in (79; 86)$. B. $M \in (95; 104)$. C. $M \in (105; 114)$. D. $M \in (115; 124)$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Điểm I thuộc đoạn SA . Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp

$S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số

$$k = \frac{IA}{IS}.$$

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 50. Trong tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5) \geq 1$, có bao nhiêu giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp số thực $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$.

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

.....HẾT.....

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2A	3D	4A	5C	6B	7B	8A	9B	10B
11A	12D	13B	14B	15C	16C	17B	18C	19B	20D
21A	22A	23B	24A	25D	26C	27B	28B	29A	30A
31D	32C	33D	34A	35B	36D	37B	38A	39B	40A
41B	42C	43A	44A	45B	46B	47B	48B	49D	50A

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp năm bạn An, Bình, Chung, Đạt, Giang ngồi vào một bàn học có năm chỗ?

- A. 3125. B. 5. C. 120. D. 25.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách sắp xếp năm bạn ngồi vào chiếc bàn là một hoán vị của 5 phần tử. Do đó số cách sắp xếp năm bạn trên ngồi vào một bàn học gồm năm chỗ ngồi là $P_5 = 5! = 120$ (cách).

Câu 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+2020}{n+4}$. Giới hạn của dãy số (u_n) bằng

- A. 1. B. 2020. C. $\frac{1}{4}$. D. 505.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \lim u_n = \lim \frac{n+2020}{2n+4} = \lim \frac{1+\frac{2020}{n}}{2+\frac{4}{n}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 3. Cho biểu thức $P = \frac{a^{10}b^{12}}{a^2b^8}$, với $a > 0$, $b > 0$. Mệnh đề nào sau đúng?

- A. $P = a^5b^4$. B. $P = a^5b^6$. C. $P = a^{12}b^{20}$. D. $P = a^8b^4$.

Lời giải

Chọn D

$$P = \frac{a^{10}b^{12}}{a^2b^8} = a^{12-2}b^{12-8} = a^{10}b^4.$$

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 3cm bằng

- A. 27 cm^3 . B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lập phương cạnh 3 bằng $3^3 = 27$.

Câu 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$

A. $D = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$.

B. $D = (1; 3)$.

C. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Đkxđ $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$

Câu 6. Họ tất cả các số nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

A. $2x^2 + 4x + C$.

B. $x^2 + 4x + C$.

C. $x^2 + C$.

D. $2x^2 + C$.

Chọn B

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7$ và chiều cao $h = 15$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 6.

B. 35.

C. 36.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot 15 = 35$ (đvtt).

Câu 8. Cho khối nón có chiều cao $h = 15$ và bán kính đáy $r = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 20π .

B. 48π .

C. 36π .

D. 4π .

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối nón đã cho: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3} \cdot 2^2 \cdot 15 = 20\pi$ (đvtt).

Câu 9. Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{32}{3}\pi$.

B. 36π .

C. 16π .

D. 4π .

Lời giải

Chọn B

Diện tích mặt cầu đã cho: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$ (đvdt).

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$, liên tục xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$			

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chon B

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y' > 0, \forall x \in (1; +\infty)$, nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng

- A. $2\log_5 a$. B. $2 + \log_5 a$. C. $\frac{1}{2} + \log_5 a$. D. $\frac{1}{2} \log_5 a$.

Lời giải

Chọn A

Vì a là số thực dương nên ta có $\log_5 a^2 = 2\log_5 a$.

Câu 12. Diện tích toàn phần của hình trụ có đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$. B. $6\pi rl$. C. $\frac{1}{3}\pi r^2l$. D. $2\pi rl + 2\pi r^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có diện tích toàn phần bằng diện tích xung quanh của hình trụ cộng với hai lần diện tích một mặt đáy $2\pi rl + 2\pi r^2$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0

y	$-\infty$	2	1	$+\infty$
-----	-----------	-----	-----	-----------

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x = -1$.

Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

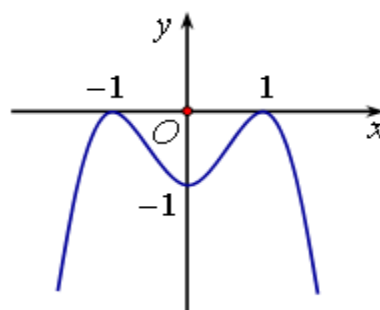
Câu 14. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

A. $y = -x^4 - 2x^2 - 1.$

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1.$

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1.$

D. $y = x^4 + 2x^2 - 1.$



Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $(-1; 0)$, $(0; -1)$, $(1; 0)$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				0				$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -1 -1

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

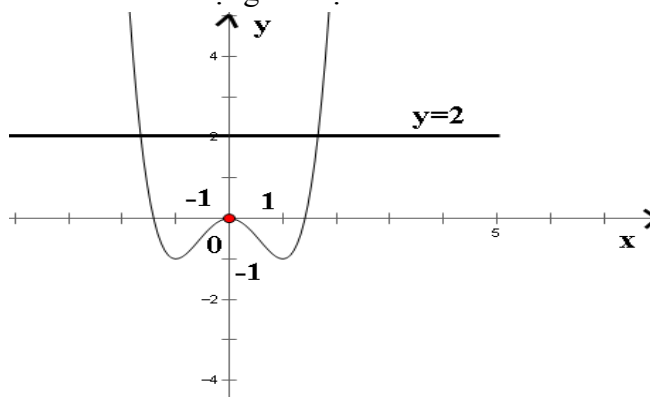
D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$

Từ bảng biến thiên của hàm số ta biết dạng đồ thị của hàm số



Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$. Ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x) = 2$ có 4 nghiệm.

Câu 16. Nghiệm của phương trình: $3^{2x-1} = 27$ là

A. $x = 5$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 17. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-3x+2}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} = 0$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} y = 1$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 18. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 6.

B. -6.

C. -2.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $3 - 2i$ là

A. $-3 + 2i$.

B. $3 + 2i$.

C. $-3 - 2i$.

D. $-2 + 3i$.

Chọn B

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn: $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Chọn D

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = i + 1$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(5; -1)$. B. $(-1; 5)$. C. $(5; 0)$. D. $(0; 5)$.

Chọn A

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; -1; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (2; -1; -3)$.

Chọn A

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(1; 2; 1)$. B. $N(1; 2; -1)$. C. $P(2; 1; 2)$. D. $Q(2; 1; -2)$.

Chọn B

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 3 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình chính tắc là

- A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+7}{-5}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{-2}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+7}{-2}$.

Chọn A

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -5)$; $B(2; 3; -7)$. Đường thẳng AB có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-7}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+7}{-5}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{-2}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+7}{-2}$.

Chọn D

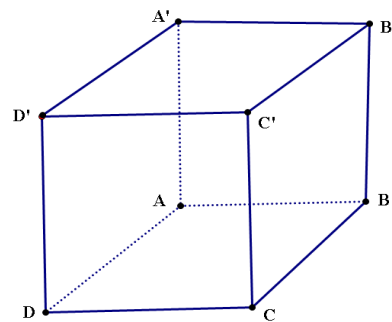
Câu 26. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = 3a$, $BC = 4a$, $AA' = 5a$ (minh họa như hình vẽ bên).
Cosin góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

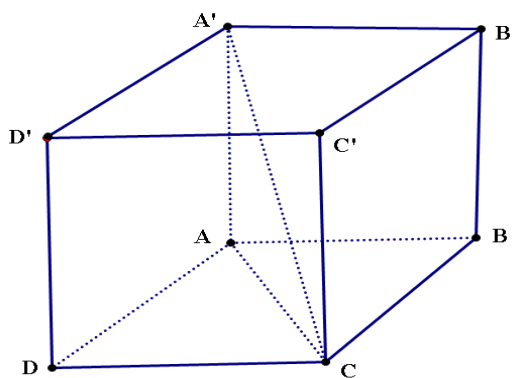
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.



Lời giải

Chọn C



Ta có AC là hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên mặt phẳng $(ABCD)$ suy ra góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ có số đo bằng góc giữa đường thẳng $A'C$ và AC chính là $\angle A'CA$

Ta tính được $AC = 5a$, nên tam giác $A'AC$ vuông cân tại A suy ra $\angle A'CA = 45^\circ$

Vậy Cosin góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 27. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x$ trên đoạn $[0; 4]$.

A. $m = -259$.

B. $m = 68$.

C. $m = 0$.

D. $m = -4$.

Lời giải

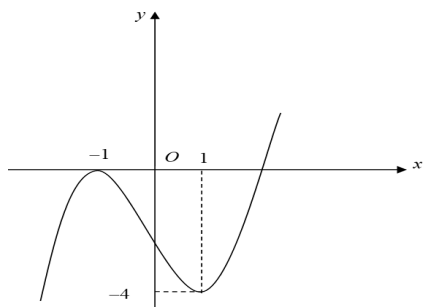
Chọn B

Hàm số liên tục trên đoạn $[0; 4]$ và $y' = 3x^2 + 4x - 7$

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases} \text{ . Tính được } y(0) = 0 ; y(1) = -4 ; y(4) = 68 ; y\left(\frac{7}{3}\right) = \frac{236}{27}$$

Vậy $\max_{[0;4]} y = 68$ khi $x = 4$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đúng?



A. Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm.

B. $f'\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot f'(3) > 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

D. $\min_{[-2;4]} f(x) = -4$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên $f'(x) > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 1)$

Vậy $f'(3) > 0$; $f'\left(-\frac{3}{2}\right) < 0$ suy ra $f'\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot f'(3) > 0$

Câu 29. Cho các số thực dương a, b, c và $a, b \neq 1$, thỏa mãn $\log_a b = 9$, $\log_a c = 10$. Tính $M = \log_b(a\sqrt{c})$

A. $M = \frac{2}{3}$.

B. $M = \frac{5}{2}$.

C. $M = \frac{7}{3}$.

D. $M = \frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn A

Rút $b = a^9, c = a^{10}$ rồi thế vào M được đáp án A

Câu 30. Gọi A là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Tìm giá trị của tham số m sao cho điểm A nằm trên đường thẳng $d: y = 2018x + m$.

A. $m = 2021$.

B. $m = -2019$.

C. $m = 2017$.

D. $m = -2015$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số ta có điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $A(1; -1)$

Đề điểm A nằm trên đường thẳng d thì $-1 = 2018 + m \Leftrightarrow m = 2021$.

Câu 31. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-2; 2)$.

Lời giải

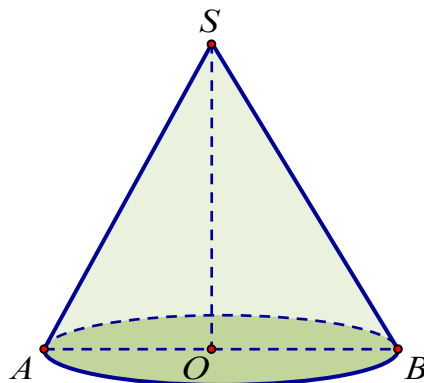
Chọn D

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x} \Leftrightarrow x^2 - x < 4 - x \Leftrightarrow -2 < x < 2$$

Câu 32. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. C. $V = 3\pi a^3$. D. $V = \pi a^3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot OA^2 \cdot SO.$$

$$\text{Ta có } \widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ASO} = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{OA}{SO} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SO = OA\sqrt{3}.$$

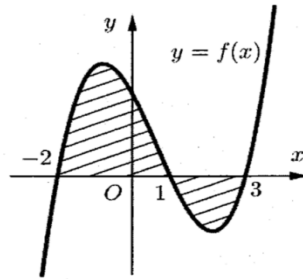
$$\begin{aligned} \text{Lại có } S_{xq} &= \pi Rl = \pi.OA.SA = \pi.OA\sqrt{OA^2 + SO^2} = 6\pi a^2 \\ \Rightarrow OA\sqrt{OA^2 + 3OA^2} &= 6a^2 \Rightarrow 2OA^2 = 6a^2 \\ \Rightarrow OA &= a\sqrt{3} \Rightarrow SO = 3a \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi.3a^2.3a = 3\pi a^3. \end{aligned}$$

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^6 f(x)dx = 10$, thì $\int_0^3 f(2x)dx$

- A. 30. B. 20. C. 10. D. 5.

Chọn D

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$ B. $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx.$
 C. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx.$ D. $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$

Chọn A

Câu 35. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$

- A. 3. B. 5. C. 1. D. 2.

Chọn B

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 10. B. 8. C. 16. D. 2.

Chọn D

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(-1; 2; 0)$, $R = 2$. B. $I(1; -2; 0)$, $R = 2$. C. $I(-1; 2; 0)$, $R = 4$. D. $I(1; -2; 0)$, $R = 4$.

Chọn B

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 5; 2)$, $B(3; 7; -4)$, $C(2; 0; -1)$. Gọi G là trọng

tâm của tam giác ABC , hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; 4; -1)$. B. $(2; 0; 0)$. C. $(0; 4; 1)$. D. $(0; 4; 4)$.

Chọn A

Câu 39. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A , tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 45.

- A. $\frac{2}{81}$ B. $\frac{53}{2268}$ C. $\frac{1}{36}$ D. $\frac{5}{162}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega) = A_{10}^8 - A_9^7$.

Gọi A là tập hợp các số a có 8 chữ số khác nhau chia hết cho 45.

Khi đó a chia hết cho 5 và 9 (tổng các chữ số chia hết cho 9 và số hàng đơn vị bằng 0 hoặc 5).

Trường hợp 1: a có hàng đơn vị bằng 0; 7 chữ số còn lại có chữ số 9 và 3 trong 4 bộ số $\{1; 8\}, \{2; 7\}, \{3; 6\}, \{4; 5\}$, có $4 \cdot 7!$ số.

Trường hợp 2: a có hàng đơn vị bằng 5; 7 chữ số còn lại có chữ số 4 và 3 trong 4 bộ số $\{0; 9\}, \{1; 8\}, \{2; 7\}, \{3; 6\}$.

* Không có bộ $\{0; 9\}$, có $7!$ số.

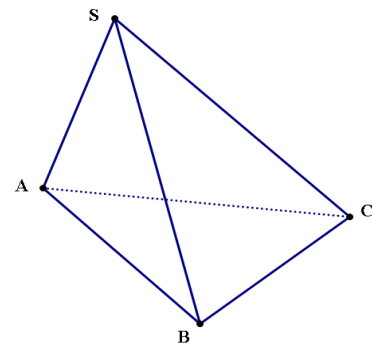
* Có bộ $\{0; 9\}$, có $C_3^2(7! - 6!)$ số

$$\Rightarrow n(A) = 4 \cdot 7! + C_3^2(7! - 6!) \text{ số} \Rightarrow P(A) = \frac{4 \cdot 7! + C_3^2(7! - 6!)}{A_{10}^8 - A_9^7} = \frac{53}{2268}.$$

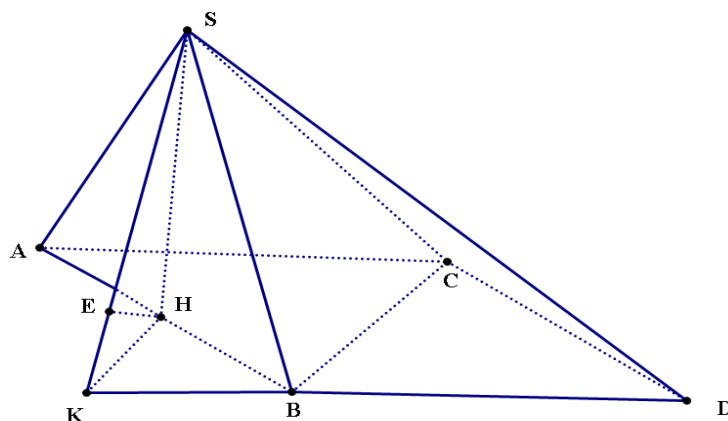
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 4a$, $\angle ACB = 30^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

- A. $\frac{4a\sqrt{39}}{13}$. B. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.
C. $\frac{a\sqrt{11}}{11}$. D. $\frac{2a\sqrt{11}}{11}$.

Lời giải



Chọn A



Gọi H là trung điểm của cạnh AB suy ra $SH \perp AB$, lại có $(SAB) \cap (ABC) = AB$,
 $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Dựng hình bình hành $ABDC$ ta có

$$AC \parallel BD \Rightarrow AC \parallel (SBD) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD)).$$

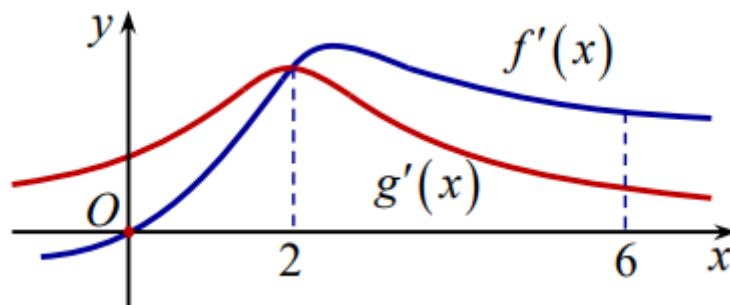
Kẻ $HK \perp BD$ ($K \in BD$); $HE \perp SK$ ($E \in SK$) $\Rightarrow HE \perp (SBD)$. Vậy $d(H, (SBD)) = HE$.

Ta có $HB = 2a$, $\angle ABK = 30^\circ$ suy ra $HK = HB \cdot \sin 30^\circ = a$

$$\text{Ta có } SH = 2a\sqrt{3}. \text{ Tam giác } SHK \text{ vuông tại } K \text{ nên } HE = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{HK^2 + SH^2}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$$

$$\text{Vậy } d(AC, SB) = \frac{4a\sqrt{39}}{13}.$$

Câu 41. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$, $y = g'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây



Đặt $h(x) = f(x) - g(x)$. Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Mệnh đề nào sau đúng?

- A. $h(0) < h(2) < h(6)$.
 B. $h(2) < h(0) < h(6)$.
 C. $h(6) < h(2) < h(0)$.
 D. $h(0) < h(6) < h(2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 42. Chị X gửi ngân hàng 20 000 000 đồng với lãi suất 0,5%/ tháng (sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào tiền gốc để tính lãi tháng sau). Hỏi sau 1 năm chị X nhận được bao nhiêu tiền, biết trong một năm đó chị X không rút tiền lần nào vào lãi suất không thay đổi (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 21 233 000 đồng

B. 21 235 000 đồng

C. 21 234 000 đồng

D. 21 200 000 đồng

Lời giải

Chọn C

Gửi A đồng với lãi suất $r\%$ sau kì hạn n thì số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được là: $T = A(1+r)^n$.

Sau 1 năm, chị X nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi là: $T = 20000000(1 + 0,5\%)^{12} \approx 21234000$ đồng.

Câu 43. Cho hàm số $y = |x^3 - mx + 1|$. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên $[1; +\infty)$. Tìm số phần tử của S .

A. 3

B. 10

C. 1

D. 9

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - mx + 1$, $f'(x) = 3x^2 - m$

Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = |f(x)| = |x^3 - mx + 1|$ được suy từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách giữ lại phần đồ thị phía trên trục Ox và lấy đối xứng phần phía dưới Ox qua Ox (xóa bỏ phần đồ thị của $y = f(x)$ nằm phía dưới Ox).

TH1: Với $m = 0$ ta có hàm số $y = f(x) = x^3 + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Có $f(1) = 2 > 0 \Rightarrow$ hàm số $y = |f(x)| = |x^3 - mx + 1|$ đồng biến trên $[1; +\infty)$

$\Rightarrow m = 0$ thỏa mãn.

TH2: Với $m > 0$ ta có:

$f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

$$R = IS = \frac{SH \cdot SA}{SO} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3}}{1} = \frac{3}{2}. \text{ Vậy diện tích mặt cầu } S_{mc} = 4\pi R^2 = 9\pi.$$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = -2 \ln 2$ và $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Giá trị $f(2) = a + b \ln 3$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a^2 + b^2$.

A. $\frac{25}{4}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{13}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết, ta có $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} \cdot f'(x) + \frac{1}{(x+1)^2} f(x) = \frac{x}{x+1}$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{x}{x+1} \cdot f(x) \right]' = \frac{x}{x+1}, \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0; -1\}.$$

Suy ra $\frac{x}{x+1} \cdot f(x) = \int \frac{x}{x+1} dx$ hay $\frac{x}{x+1} \cdot f(x) = x - \ln|x+1| + C$.

Mặt khác, ta có $f(1) = -2 \ln 2$ nên $C = -1$. Do đó $\frac{x}{x+1} \cdot f(x) = x - \ln|x+1| - 1$.

Với $x = 2$ thì $\frac{2}{3} \cdot f(2) = 1 - \ln 3 \Leftrightarrow f(2) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \ln 3$. Suy ra $a = \frac{3}{2}$ và $b = -\frac{3}{2}$.

Vậy $a^2 + b^2 = \frac{9}{2}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$f\left(\left|\frac{3 \sin x - \cos x - 1}{2 \cos x - \sin x + 4}\right|\right) = f(m^2 + 4m + 4) \text{ có}$$

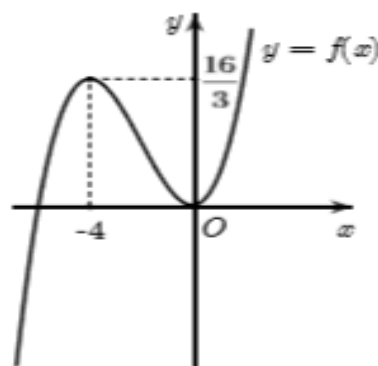
nghiệm?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.



Lời giải

Chọn B

Ta có $2 \cos x - \sin x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Đặt } \frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4} = t \Leftrightarrow 3\sin x - \cos x - 1 = t(2\cos x - \sin x + 4)$$

$$\Leftrightarrow \cos x(2t+1) - \sin x(t+3) = -4t-1$$

$$\text{Phương trình trên có nghiệm khi } (2t+1)^2 + (t+3)^2 \geq (-4t-1)^2$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 10t + 10 \geq 16t^2 + 8t + 1 \Leftrightarrow 11t^2 - 2t - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{11} \leq t \leq 1 \Rightarrow 0 \leq |t| \leq 1$$

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;1)$

Nên phương trình $f(x) = f(|t|)$ với $t \in [0;1]$ có nghiệm duy nhất khi $x = |t| \Rightarrow x \geq 0$

Do đó phương trình $f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right|\right) = f(m^2 + m + 4)$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow |t| = m^2 + 4m + 4 \text{ có nghiệm với } 0 \leq |t| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq m^2 + 4m + 4 \leq 1 \Leftrightarrow (m+2)^2 \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1\}$. Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 47. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^x + 2^y = 4$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy$.

A. $P_{\max} = \frac{27}{2}$.

B. $P_{\max} = 18$.

C. $P_{\max} = 27$.

D. $P_{\max} = 12$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 4 = 2^x + 2^y \geq 2\sqrt{2^{x+y}} \Leftrightarrow 4 \geq 2^{x+y} \Leftrightarrow x + y \leq 2.$$

$$\text{Suy ra } xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = 1.$$

$$\text{Khi đó } P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy = 2(x^3 + y^3) + 4x^2y^2 + 10xy.$$

$$P = 2(x+y)\left[(x+y)^2 - 3xy\right] + (2xy)^2 + 10xy$$

$$\leq 4(4 - 3xy) + 4x^2y^2 + 10xy = 16 + 2x^2y^2 + 2xy(xy - 1) \leq 18$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = 18 \text{ khi } x = y = 1.$$

Câu 48. Cho x, y là hai số thực thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x$. Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3(x^3 - y^3) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $M \in (79; 86)$.

B. $M \in (95; 104)$.

C. $M \in (105; 114)$.

D. $M \in (115; 124)$.

Lời giải

Chọn B

Ta giả thiết $x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x \Leftrightarrow x^2 + y^2 + xy + 4 - 4y - 3x = 0$ (1)

Ta có (1) xảy ra khi $\Delta_1 = (y-3)^2 - 4(y^2 - 4y + 4) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq \frac{7}{3}$

Tương tự (1) xảy ra kh

Ta có $x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x \Leftrightarrow x^2 + y^2 + xy = 4y + 3x - 4$

$$P = 3(x^3 - y^3) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x$$

$$= 3(x-y)(x^2 + y^2 + xy) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x$$

$$= 29x^2 - 7y^2 + 5xy + 27x + 12y$$

$$P \leq -7y^2 + 5 \cdot \frac{4}{3}y + 27 \cdot \frac{4}{3} + 12y + 29 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = -7\left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + 100$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 100 khi $x = y = \frac{4}{3}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Điểm I thuộc đoạn SA . Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp

$S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số

$$k = \frac{IA}{IS}.$$

A. $\frac{3}{4}$.

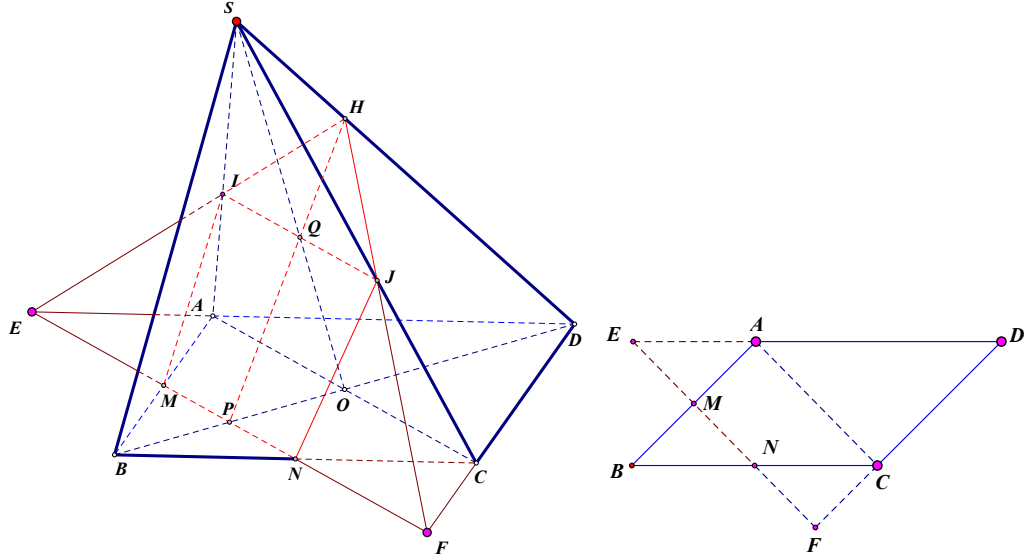
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Dễ thấy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNI) với hình chóp là hình ngũ giác $IMNJH$ với $MN \parallel JI$. Ta có MN, AD, IH đồng qui tại E với $EA = \frac{1}{3}ED$ và MN, CD, HJ đồng qui tại F với $FC = \frac{1}{3}FD$, chú ý E, F cố định.

Dùng định lí Menelaus với tam giác SAD ta có $\frac{HS}{HD} \cdot \frac{ED}{EA} \cdot \frac{IA}{SI} = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{HS}{HD} \cdot 3k = 1 \Leftrightarrow \frac{HS}{HD} = \frac{1}{3k}.$$

$$\text{Từ đó } \frac{d(H, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{HD}{SD} = \frac{3k}{3k+1}.$$

$$\text{Suy ra } V_{HJAMNCD} = V_{H.DFE} - V_{I.AEM} - V_{J.NFC}.$$

Đặt $V = V_{S.ABCD}$ và $S = S_{ABCD}$, $h = d(S, (ABCD))$ ta có $S_{AEM} = S_{NFC} = \frac{1}{8}S$ và

$$\frac{d(I, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{IA}{SA} = \frac{k}{k+1}$$

$$\text{Thay vào ta được } V_{HJAMNCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3k}{3k+1} h \cdot \left(\frac{9}{8}S\right) - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{k}{k+1} h \cdot \frac{1}{8}S = \frac{1}{8} \cdot \frac{21k^2 + 25k}{(3k+1)(k+1)} V.$$

Theo giả thiết ta có $V_{HJAMNCD} = \frac{13}{20}V$ nên ta có phương trình $\frac{1}{8} \cdot \frac{21k^2 + 25k}{(3k+1)(k+1)} = \frac{13}{20}$, giải phương

trình này được $k = \frac{2}{3}$.

Câu 50. Trong tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5) \geq 1$, có bao nhiêu giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp số thực $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$.

A. 2

B. 1

C. 3

D. 0

Lời giải**Chọn A**

Ta có:

$$\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+2y+5 \geq x^2+y^2+3 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x-2y-2 \leq 0 \quad (1)$$

$\Rightarrow$ Tập hợp các cặp số thực (x, y) thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5) \geq 1$ là hình tròn

$$(C_1): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \text{ (tính cả biên).}$$

$$\text{Xét } x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+3)^2 = m.$$

$$\text{TH1: } m = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}, \text{ không thỏa mãn (1).}$$

TH2: $m > 0$, khi đó tập hợp các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$ là đường tròn

$$(C_2): x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0.$$

Để tồn tại duy nhất cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán thì hai đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài với nhau hoặc hai đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc trong và đường tròn (C_2) có bán kính lớn hơn đường tròn (C_1) .

(C_1) có tâm $I_1(1; 1)$, bán kính $R_1 = 2$.

(C_2) có tâm $I_2(-2; -3)$, bán kính $R_2 = \sqrt{m} (m > 0)$.

Để (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài thì $I_1I_2 = R_1 + R_2$.

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 2 + \sqrt{m}$$

$$\Leftrightarrow 5 = 2 + \sqrt{m} \Leftrightarrow m = 9 \text{ (tm)}$$

Để đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc trong và đường tròn (C_2) có bán kính lớn hơn đường tròn (C_1) .

$$\Rightarrow R_2 - R_1 = I_1I_2 \Leftrightarrow \sqrt{m} - 2 = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} \Leftrightarrow m = 49 \text{ (tm)}$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Hết

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Số cách lấy 3 viên bi từ một hộp có 12 viên bi cân đối và phân biệt là

- A.** 3^{12} . **B.** 12^3 . **C.** A_{12}^3 . **D.** C_{12}^3 .

Câu 2: Cho cấp số nhân có $u_2 = 6$, công bội $q = 3$. Giá trị của u_3 là?

- A.** 18. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 3: Nghiệm ca phương trình $\log_2(x+1)=3$ là:

- A.** $x = 8$. **B.** $x = 7$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Câu 4: Thể tích khối lập phương cạnh a là 27. Giá trị của a là:

- A. 27.** **B. 9.** **C. 3.** **D. 12**

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là:

- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $[0; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x$ là:

- A.** $F(x) = e^x$. **B.** $F(x) = e^x + 1$. **C.** $F(x) = e^x + 2020$. **D.** $F(x) = e^x + C$.

Câu 7: Khối chóp có thể tích $V = 24$, chiều cao $h = 6$. Diện tích đáy của khối chóp là:

- A. 4.** **B. 8.** **C. 12.** **D. 16.**

Câu 8: Khối trụ có chiều cao $h = 2\text{ cm}$, bán kính đáy $r = 3\text{ cm}$. Thể tích khối trụ là:

- A.** $6\pi (cm^3)$. **B.** $18\pi (cm^3)$. **C.** $18\pi (cm^2)$. **D.** $6\pi (cm^2)$.

Câu 9: Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Thể tích khối cầu tương ứng là:

- A.** 108π . **B.** 36π . **C.** 81π . **D.** 9π .

Câu 10: Với a, b là các số thực dương. Biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng

- A.** $2 - \log_a b$. **B.** $2 + \log_a b$. **C.** $1 + 2\log_a b$. **D.** $2\log_a b$.

Câu 11: Tính thể tích khối nón có bán kính đáy 3cm và độ dài đường sinh 5cm là:

- A.** $12\pi(\text{cm}^3)$. **B.** $15\pi(\text{cm}^3)$. **C.** $36\pi(\text{cm}^3)$. **D.** $45\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 12: Hàm số $y = \frac{2x-1}{-x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1.** **B. 2.** **C. 0.** **D. 3.**

Câu 13: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{7x-2}{x^2-4}$ là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Chọn mệnh đề đúng.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+	+	0	-
y	1	2	3	-1

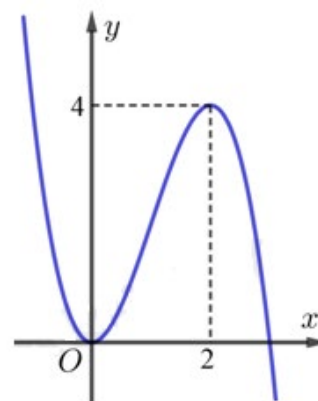
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 15: Đường cong trong hình bên dưới là của đồ thị hàm số



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = x^3 - 3x^2$.

C. $y = x^4 - x^2 + 4$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 16: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(9-x) \leq 3$.

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 9.

Câu 17: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - i$ là

A. $\bar{z} = -2 + i$.

B. $\bar{z} = -2 - i$.

C. $\bar{z} = 2 - i$.

D. $\bar{z} = 2 + i$.

Câu 18: Cho $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$. Tính tích phân $\int_{-2}^1 [2f(x) - 1] dx$.

A. -9.

B. -3.

C. 3.

D. 5.

Câu 19: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

A. $w = -3 - 3i$.

B. $w = 7 - 3i$.

C. $w = -7 - 7i$.

D. $w = 3 + 7i$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		5		1	$+\infty$

Phương trình $f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. **B. 3.** C. 2. D. 0.

Câu 21: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tìm số phức $w = 1 + z - z^2$.

- A. $w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}i$. B. $w = -1 - 6i$. **C. $w = 5 + 2i$.** D. $w = 3 - 2i$.

Câu 22: Trong không gian $(Oxyz)$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 5; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. **D. $(2; 0; -1)$.**

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 5$ là :

- A. $I(2; 3; 0), R = \sqrt{5}$. **B. $I(-2; 3; 0), R = \sqrt{5}$.**
C. $I(2; 3; 1), R = 5$. D. $I(2; -2; 0), R = 5$.

Câu 24: Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) .

- A. $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$. **C. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$.** D. $\vec{n}_4 = (2; 0; 3)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$?

- A. $Q(-2; 1; -3)$. B. $P(2; -1; 3)$. C. $M(-1; 1; -2)$. **D. $N(1; -1; 2)$.**

Câu 26: Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$ bằng:

- A. 60° . B. 45° . **C. 90° .** D. 30° .

Câu 27: Giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$ là

- A. $m = -1$. B. $m = -2$. **C. $m = 2$.** D. $m = 0$.

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+5}{x-7}$ trên đoạn $[8; 12]$ là

- A. 15. B. $\frac{17}{5}$. **C. 13.** D. $\frac{13}{2}$.

Câu 29: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

- A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x$ và trục hoành bằng

- A.** 2. **B.** 3. C. 1 **D.** 0

Câu 31: Tập nghiệm bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

- A. $(-\infty; 4]$. **B.** $(1; 4]$. C. $\left[4; \frac{11}{2}\right)$. **D.** $(1; 4)$.

Câu 32: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = a$ và $AD = a\sqrt{3}$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $BCDA$ tạo thành một hình trụ tròn xoay. Thể tích của khối trụ tương ứng bằng

- A. $a^3\pi$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $3a^3\pi$.

Câu 33: Cho tích phân $I = \int_0^1 5x^4 \sqrt{x^5 + 1} dx$. Khẳng định nào sau đây sai:

- A. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$ **B.** $I = \frac{4\sqrt{2}-2}{3}$ **C.** $I = \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_1^6$ **D.** $I = \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_1^2$

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x, y = -2, x = 0$ và $x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_0^2 (x^2 + x - 2) dx$ **B.** $S = \int_0^2 (x^2 + x - 2)^2 dx$
- C. $S = \pi \int_0^2 (x^2 + x + 2) dx$ **D.** $S = \int_0^2 (x^2 + x + 2) dx$

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 5 + i, z_2 = 2 - i$. Phần ảo của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A.** $\frac{7}{5}$ **B.** $\frac{7}{5}i$ C. $\frac{9}{5}$ **D.** $\frac{9}{5}i$

Câu 36: Gọi z_1 là nghiệm có phần ảo âm, z_2 là nghiệm có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Môđun của số phức $2z_1 - 3z_2$ bằng

- A. 5 **B.** $\sqrt{29}$ C. 2 **D.** $\sqrt{27}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P)

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-1}$ **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$
- C.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ **D.** $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 3)$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm M và song song với đường thẳng (Δ) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-1-3t \\ z=3+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+3t \\ z=3+2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=3+t \end{cases}$

Câu 39: Có 4 hành khách lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người là?

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{5}{16}$ C. $\frac{3}{16}$ D. $\frac{7}{16}$

Câu 40: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a; BC = 2a, \widehat{ACB} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' theo a .

- A. $a\frac{\sqrt{3}}{7}$. B. $a\sqrt{\frac{3}{7}}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $a\frac{\sqrt{7}}{7}$.

Câu 41: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m+6)x - (2m+1)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

- A. $m \leq -2$. B. $m \geq 3$. C. $-2 \leq m \leq 3$. D. $m \leq -2$ hoặc $m \geq 3$.

Câu 42: Một người gửi 120 triệu đồng vào một ngân hàng theo kì hạn 3 tháng với lãi suất 1,75 % một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu quý người đó nhận được số tiền nhiều hơn 150 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra. (3 tháng còn gọi là 1 quý).

- A. 11 quý. B. 12 quý. C. 13 quý. D. 14 quý.

Câu 43: Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều bằng

- A. 16π . B. 8π . C. 20π . D. 12π .

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $f'(x) = \sin x \cdot \sin^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{104}{225}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $-\frac{104}{225}$ D. $-\frac{8}{3}$

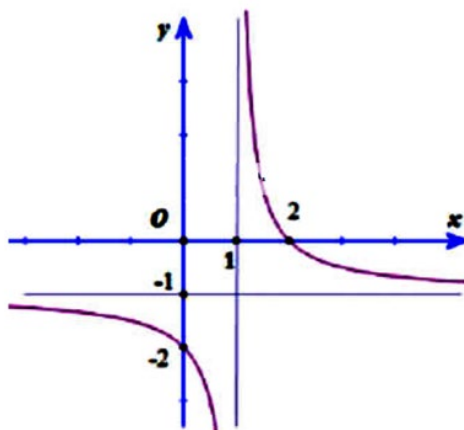
Câu 45: Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3 (3x-1) = -\log_3 m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 2. B. 4. C. 3. D. Vô số.

Câu 46: Cho hàm số $y = \left| \frac{x^4 + ax + a}{x+1} \right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 2]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $M \geq 2m$.

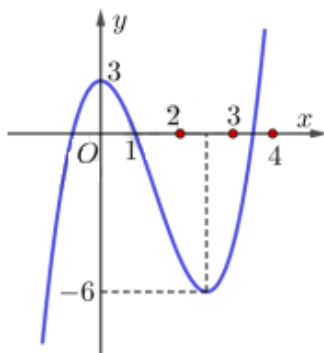
- A. 15. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 47: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$ bằng:



- A. $T = 12$. B. $T = 10$. C. $T = -7$. D. $T = -9$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$

- A. 2. B. 8. C. 4. D. 6.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$, mặt phẳng $(SBC) \perp (ABC)$. Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Diện tích ΔSAC là:

- A. $4a^2\sqrt{21}$ B. $\frac{a^2\sqrt{21}}{3}$ C. $\frac{a^2\sqrt{21}}{7}$ D. $a^2\sqrt{21}$

Câu 50: Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S .

- A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU VẬN DỤNG-VẬN DỤNG CAO

Câu 39: Có 4 hành khách lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người là?

Hướng dẫn giải

Mức độ vận dụng .

Ta có $n(\Omega) = 4^4$. Gọi A là biến cố: “1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người.”

Xét 2 công đoạn liên tiếp:

+) Chọn 3 hành khách trong 4 hành khách, chọn 1 toa trong 4 toa và xếp lên toa đó 3 hành khách vừa chọn $\Rightarrow C_4^3 \cdot C_4^1 = 16$

+) Chọn 1 toa trong 3 toa còn lại và xếp lên toa đó 1 một hành khách $\Rightarrow C_3^1 = 3$ (Cách)

$$\Rightarrow n(A) = 16 \cdot 3 = 48 \Rightarrow P(A) = \frac{48}{4^4} = \frac{3}{16} \quad \text{Chọn C.}$$

Câu 40: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a; BC = 2a, \widehat{ACB} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' theo a .

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án B

Phương pháp

Xác định khoảng cách giữa một mặt chứa đường này và song song với đường kia.

Đưa về bài toán khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng.

Cách giải

Ta có: $CC' // AA' \Rightarrow CC' // (ABB'A') \supset AM$

$$\Rightarrow d(AM; CC') = d(CC'; (ABB'A')) = d(C; (ABB'A'))$$

Trong (ABC) kẻ $CH \perp AB$ ($H \in AB$) ta có:

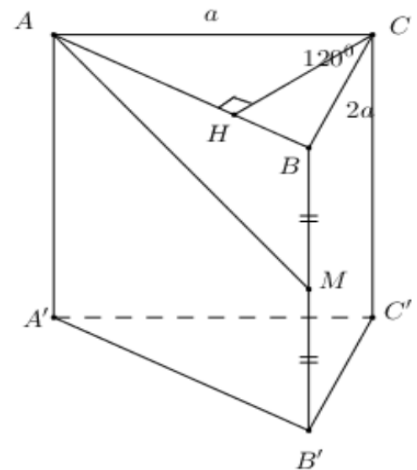
$$\begin{cases} CH \perp AB \\ CH \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CH \perp (ABB'A') \Rightarrow d(C; (ABB'A')) = CH.$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CA \cdot CB \cdot \sin \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC ta có:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \widehat{ACB}} = \sqrt{4a^2 + a^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)} = a\sqrt{7}$$

$$\text{Mà } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CH \cdot AB \Rightarrow CH = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}.$$



Câu 41. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m+6)x - (2m+1)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$:

Hướng dẫn giải

Đáp án C

$$y' = x^2 + 2mx + m + 6, y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + m + 6 = 0$$

$$\Delta' = m^2 - (m+6) = m^2 - m - 6$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - m - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 3$$

Câu 42. Một người gửi 120 triệu đồng vào một ngân hàng theo kì hạn 3 tháng với lãi suất 1,75 % một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu quý người đó nhận được số tiền nhiều hơn 150 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra. (3 tháng còn gọi là 1 quý).

Lời giải

Chọn C

Gọi A là số tiền gửi ban đầu với lãi suất $r\%$ một quý.

Sau quý thứ nhất, người đó nhận được số tiền là: $S_1 = A(1+r)$.

Sau quý thứ hai, người đó nhận được số tiền là: $S_2 = S_1(1+r) = A(1+r)^2$.

...

Sau quý thứ n , người đó nhận được số tiền là: $S_n = S_{n-1}(1+r) = A(1+r)^n$.

Theo bài ra với $A = 120$ triệu đồng, $r = 1,75\%$ một quý, để người đó nhận được số tiền nhiều hơn 150 triệu đồng bao gồm gốc và lãi, ta có bất phương trình sau:

$$120 \left(1 + \frac{1,75}{100} \right)^n > 150 \Leftrightarrow (1,0175)^n > 1,25 \Leftrightarrow n > \log_{1,0175} 1,25 \approx 12,86$$

Vì n là số nguyên dương nên $n = 13$.

Câu 43: Đáp án D.

Gọi r, l lần lượt là bán kính đáy, độ dài đường sinh của hình nón $\Rightarrow$ chiều cao $h = \sqrt{l^2 - r^2}$.

Từ giả thiết, ta có $\frac{1}{r^2} + \frac{1}{h^2} = \frac{1}{3}$ và $h = r\sqrt{3}$ suy ra $r = 2 \Rightarrow h = 2\sqrt{3} \Rightarrow l = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$.

Vậy diện tích toàn phần của hình nón là $S_{\text{tp}} = \pi rl + \pi r^2 = \pi \cdot 2 \cdot 4 + \pi 2^2 = 12\pi$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $f'(x) = \sin x \cdot \sin^2 2x, \forall x \in R$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ bằng

Hướng dẫn giải 45

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f(x) &= \int \sin x \cdot \sin^2 2x dx = 4 \int \sin x (1 - \cos^2 x) \cos^2 x dx \\ &= -4 \int (\cos^2 x - \cos^4 x) d(\cos x) = \frac{-4}{3} \cos^3 x + \frac{4}{5} \cos^5 x + C \end{aligned}$$

Có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{-104}{225}$. Chọn đáp án C.

Câu 45: Cho phương trình $\log_3 x^2 - \log_3 (3x-1) = -\log_3 m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

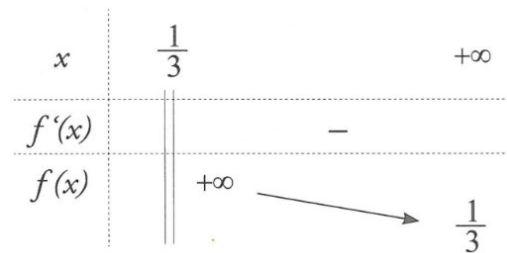
Hướng dẫn giải.

Đáp án A.

Điều kiện: $x > \frac{1}{3}$ và $m > 0$. Phương trình đã cho tương đương:

$$\log_3 x - \log_3 (3x-1) = \log_3 \frac{1}{m} \Leftrightarrow \frac{x}{3x-1} = \frac{1}{m}. \text{ Xét hàm số } f(x) = \frac{x}{3x-1} \text{ với } x > \frac{1}{3} \text{ có}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{(3x-1)^2} < 0, \forall x > \frac{1}{3}$$



Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có nghiệm khi $\frac{1}{m} > \frac{1}{3} \Leftrightarrow 0 < m < 3$. Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

Câu 46:(VDC). Cho hàm số $y = \left| \frac{x^4 + ax + a}{x+1} \right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 2]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $M \geq 2m$.

Lời giải

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{x^4 + ax + a}{x+1}. \text{ Ta có } f'(x) = \frac{3x^4 + 4x^3}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall x \in [1; 2]$$

$$\text{Do đó } f(1) \leq f(x) \leq f(2) \quad \forall x \in [1; 2] \text{ hay } a + \frac{1}{2} \leq f(x) \leq a + \frac{16}{3}, \forall x \in [1; 2]$$

Xét các trường hợp sau :

$$\text{TH1: Nếu } a + \frac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow a > -\frac{1}{2} \text{ thì } M = a + \frac{16}{3}, m = a + \frac{1}{2}$$

Theo đề bài: $M \geq 2m \Leftrightarrow a + \frac{16}{3} \geq 2\left(a + \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{13}{3}$

Do a nguyên nên $a \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

TH2 : Nếu $a + \frac{16}{3} < 0 \Leftrightarrow a < -\frac{16}{3}$ thì $m = -\left(a + \frac{16}{3}\right)$, $M = -\left(a + \frac{1}{2}\right)$

Theo đề bài: $M \geq 2m \Leftrightarrow -\left(a + \frac{1}{2}\right) \geq -2\left(a + \frac{16}{3}\right) \Leftrightarrow a \geq -\frac{61}{6}$

Do a nguyên nên $a \in \{-10; -9; \dots; -6\}$.

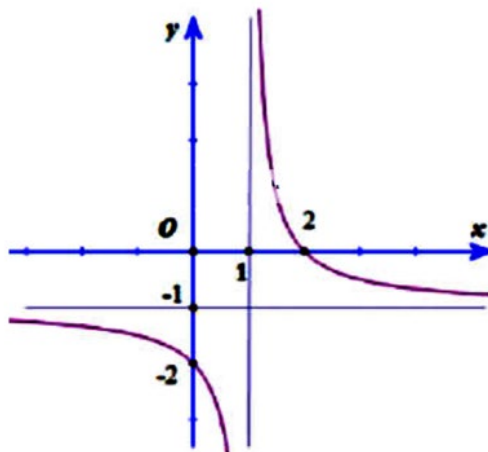
TH3: Nếu $a + \frac{1}{2} \leq 0 \leq a + \frac{16}{3} \Leftrightarrow -\frac{16}{3} \leq a \leq -\frac{1}{2}$ thì $M = \max\left\{\left|a + \frac{1}{2}\right|, \left|a + \frac{16}{3}\right|\right\} \geq 0$, $m = 0$

Khi đó $M \geq 2m \quad \forall a \in \left[-\frac{16}{3}; -\frac{1}{2}\right]$.

Do a nguyên nên $a \in \{-5; -4; \dots; -1\}$

Vậy có 15 giá trị nguyên của a thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$ bằng:



Lời giải

Chọn D.

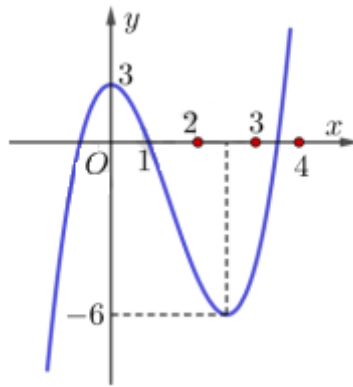
Đồ thị hàm số trên hình vẽ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$ mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = a$,
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = a$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a$ suy ra
 $a = -1$

Suy ra $y = \frac{-x+b}{x+c}$

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(0;-2), B(2;0)$ suy ra $\begin{cases} \frac{b}{c} = -2 \\ 0 = \frac{-2+b}{2+c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = -1 \end{cases}$

$$T = a - 3b + 2c = -1 - 6 - 2 = -9.$$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$

Hướng dẫn giải

Đáp án B

$$g'(x) = [f[f(x)]]' = f'[f(x)] \cdot f'(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f'[f(x)] = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}$$

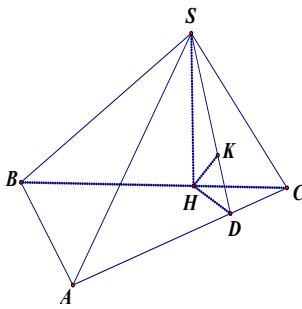
Do đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị nên $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm

$$\text{Lại có } f'[f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) \approx \frac{5}{2} \end{cases}; \text{ trong đó } f(x) = 0 \text{ có 3 nghiệm và } f(x) \approx \frac{5}{2} \text{ có 3 nghiệm}$$

Vậy phương trình $g'(x) = 0$ có 8 nghiệm phân biệt

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$, mặt phẳng $(SBC) \perp (ABC)$. Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Diện tích ΔSAC là:

Mức độ vận dụng cao. Chọn D.



Kẻ SH vuông góc với BC $\Rightarrow SH \perp (ABC)$

$$SH = SB \cdot \sin \widehat{SBC} = a\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = 6a^2 \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = 2a^3 \sqrt{3}$$

Kẻ $HD \perp AC$; $HK \perp SD \Rightarrow HK \perp (SAC) \Rightarrow HK = d(H, (SAC))$

$$BH = SB \cdot \cos \widehat{SBC} = 3a \Rightarrow BC = 4HC \Rightarrow d(B, (SAC)) = 4d(H, (SAC))$$

$$AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = 5a; HC = BC - BH = a \Rightarrow HD = \frac{BA \cdot HC}{AC} = \frac{3a}{5}$$

$$HK = \frac{SH \cdot DH}{\sqrt{SH^2 + DH^2}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14} \Rightarrow d(B, (SAC)) = \frac{6a\sqrt{7}}{7}$$

$$S_{\Delta SAC} = \frac{3V_{SABC}}{d(B, (SAC))} = \frac{3 \cdot 2a^3 \sqrt{3}}{6a\sqrt{7}} \cdot 7 = a^2 \sqrt{21}$$

Câu 50:(VDC). Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Để dàng chứng minh được: $\begin{cases} e^x \geq ex, \forall x \\ e^y \geq ey, \forall y \end{cases} \Rightarrow e^{x+y} \leq e(x+y) \Leftrightarrow x+y=1$.

(Dấu “=” xảy ra khi $x+y=1$).

Do đó ta có: $f(x) + f(y) = 1 \Leftrightarrow f(x) + f(1-x) = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{9^x}{9^x + m^2} + \frac{9^{1-x}}{9^{1-x} + m^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{9 + m^2 \cdot 9^x + 9 + m^2 \cdot 9^{1-x}}{9 + m^2 \cdot 9^x + m^2 \cdot 9^{1-x} + m^4} = 1$$

$$\Leftrightarrow 9 + m^2 \cdot 9^x + 9 + m^2 \cdot 9^{1-x} = 9 + m^2 \cdot 9^x + m^2 \cdot 9^{1-x} + m^4$$

$$\Leftrightarrow m^4 = 9 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}.$$

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

-----**Hết**-----

- Câu 1:** Từ một nhóm học sinh gồm 8 nam và 9 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?
A. 2. B. 1. C. 17. D. 72.
- Câu 2:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tính số hạng u_2 bằng
A. 1. B. 5. C. 6. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 3:** Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x + 11) = -2$.
A. $\{1\}$. B. $\{1; 2\}$. C. $\{-1; 2\}$. D. $\emptyset$.
- Câu 4:** Cho khối hộp chữ nhật có chiều dài bằng 5, chiều rộng bằng 3, chiều cao bằng 2. Thể tích khối hộp đã cho bằng
A. 6. B. 15. C. 20. D. 30.
- Câu 5:** Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 1)$ là
A. $(1; 10)$. B. $(1; 2)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.
- Câu 6:** Biết $\int f(x)dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$. B. $\int_a^b f(x)dx = F(b).F(a)$.
C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$. D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.
- Câu 7:** Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh a , chiều cao h . Khi đó thể tích khối lăng trụ là
A. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^2 h}{4}$. D. $\frac{a^2 h \sqrt{3}}{6}$.
- Câu 8:** Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích toàn phần hình nón bằng
A. $30\pi a^2$ B. $36\pi a^2$ C. $32\pi a^2$ D. $38\pi a^2$
- Câu 9:** Thể tích khối cầu bán kính $R = 2$ là
A. 16π . B. $\frac{32\pi}{3}$. C. 32π . D. $\frac{32\pi}{3}$.
- Câu 10:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		1		2		-1		$+\infty$

Hàm số đã cho luôn đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.
- Câu 11:** Cho b là số thực dương khác 1. Tính $P = \log_b \left(b^2 \cdot b^{\frac{1}{2}} \right)$.

A. $P = \frac{3}{2}$.

B. $P = 1$.

C. $P = \frac{5}{2}$.

D. $P = \frac{1}{4}$.

Câu 12: Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

A. $S_{xq} = \pi rh$.

B. $S_{xq} = 2\pi rl$.

C. $S_{xq} = \pi rl$.

D. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

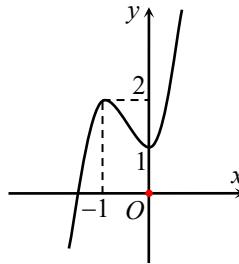
A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Câu 14: Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây?



A. $y = x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$.

C. $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{2020}{x-2}$ có đồ thị (H) . Số đường tiệm cận của (H) là?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 16: Giải bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$.

A. $x > 10$.

B. $x < 10$.

C. $0 < x < 10$.

D. $x \geq 10$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		-3		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là:

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$; $\int_1^3 f(x) dx = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$

A. $I = 8$.

B. $I = 12$.

C. $I = 36$.

D. $I = 4$.

Câu 19: Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là:

A. 2 và 1

B. 1 và $2i$.

C. 1 và 2.

D. 1 và i .

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

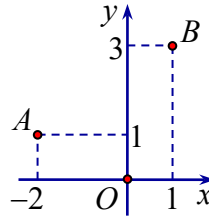
A. $\sqrt{10}$.

B. 10.

C. -6.

D. 4.

Câu 21: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm A , B như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức.



A. $-\frac{1}{2} + 2i$.

B. $-1 + 2i$.

C. $2 - i$.

D. $2 - \frac{1}{2}i$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3; 0; 0)$.

B. $N(0; -1; 1)$.

C. $P(0; -1; 0)$.

D. $Q(0; 0; 1)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) :

$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S)

A. $I(3; -2; 4)$, $R = 25$.

B. $I(-3; 2; -4)$, $R = 5$.

C. $I(3; -2; 4)$, $R = 5$.

D. $I(-3; 2; -4)$, $R = 25$.

Câu 24: Vector $\vec{n} = (1; 2; -1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

A. $x + 2y + z + 2 = 0$.

B. $x + 2y - z - 2 = 0$.

C. $x + y - 2z + 1 = 0$.

D. $x - 2y + z + 1 = 0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A. $N(2; -1; -3)$.

B. $P(5; -2; -1)$.

C. $Q(-1; 0; -5)$.

D. $M(-2; 1; 3)$.

Câu 26: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

B. Hàm số có đúng một cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 28: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$.

A. 1.

B. -2.

C. 0.

D. -5.

Câu 29: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x, \log_2 b = y$. Tính $P = \log_2(a^2b^3)$.

A. $P = x^2y^3$.

B. $P = x^2 + y^3$.

C. $P = 6xy$.

D. $P = 2x + 3y$.

Câu 30: Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành.

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \geq 0$ là:

A. $T = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

B. $T = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

C. $T = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

D. $T = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Câu 32: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20(\text{cm})$, bán kính đáy $r = 25(\text{cm})$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12(\text{cm})$. Tính diện tích của thiết diện đó.

A. $S = 500(\text{cm}^2)$.

B. $S = 400(\text{cm}^2)$.

C. $S = 300(\text{cm}^2)$.

D. $S = 406(\text{cm}^2)$.

Câu 33: Cho $I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x} \, dx$ và $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 x^2(x^2-1) \, dx$. **B.** $I = \int_1^3 u^2(u^2-1) \, du$. **C.** $I = \frac{1}{2} \left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3$. **D.** $I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2(u^2-1) \, du$.

Câu 34: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là:

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -3 - 5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$.

A. 3.

B. 0.

C. $-1 - 2i$.

D. -3.

Câu 36: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i+1)z_1$.

A. $M(-5; -1)$.

B. $M(5; 1)$.

C. $M(-1; -5)$.

D. $M(1; 5)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x - y - z - 6 = 0$.

B. $3x - y - z + 6 = 0$.

C. $x + 3y + z - 5 = 0$.

D. $x + 3y + z - 6 = 0$

Câu 38: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 2)$, $B(2; 0; 5)$ và $C(0; -2; 1)$. Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC là.

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-4}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 39: Người ta muốn chia tập hợp 16 học sinh gồm 3 học sinh lớp 12A, 5 học sinh lớp 12B và 8 học sinh lớp 12C thành hai nhóm, mỗi nhóm có 8 học sinh. Xác suất sao cho ở mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12B là:

A. $\frac{42}{143}$.

B. $\frac{84}{143}$.

C. $\frac{356}{1287}$.

D. $\frac{56}{143}$.

Câu 40: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\frac{a}{\sqrt{7}}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên $(0; 2)$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 42: Một người tham gia chương trình bảo hiểm HÀNH TRÌNH HẠNH PHÚC của công ty Bảo Hiểm MANULIFE với thể lệ như sau: Cứ đến tháng 9 hàng năm người đó đóng vào công ty là 12 triệu đồng với lãi suất hàng năm không đổi là 6% / năm. Hỏi sau đúng 18 năm kể từ ngày đóng, người đó thu về được tất cả bao nhiêu tiền? Kết quả làm tròn đến hai chữ số phần thập phân.

A. 403,32 (triệu đồng).

B. 293,32 (triệu đồng).

C. 412,23 (triệu đồng).

D. 393,12 (triệu đồng).

Câu 43: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi.

A. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 4ac \leq 0 \end{cases}$.

B. $a \geq 0; b^2 - 3ac \leq 0$.

C. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

Câu 44: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD . Thể tích khối tròn xoay thu được là:

A. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{7\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. πa^3 .

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$, đồng biến trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn đẳng thức $x + 2x.f(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1; 4]$.

Biết rằng $f(1) = \frac{3}{2}$, tính $I = \int_1^4 f(x) dx$?

A. $I = \frac{1186}{45}$.

B. $I = \frac{1174}{45}$.

C. $I = \frac{1222}{45}$.

D. $I = \frac{1201}{45}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$ $\nearrow$
 -2 1 -2

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $3f(2\sin x + 1) = 0$ là

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 6.

Câu 47: Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

- A. $P = 8$. B. $P = 10$ C. $P = 4$. D. $P = 6$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc $[-4; 4]$ sao cho $M \leq 2m$

- A. 7. B. 5. C. 6 D. 4.

Câu 49: Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2020. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD . Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

- A. $\frac{2020}{9}$. B. $\frac{4034}{81}$. C. $\frac{8068}{27}$. D. $\frac{2020}{27}$.

Câu 50: Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z+1$. Giá trị của $a+b$ bằng

- A. $\frac{31}{2}$. B. $\frac{29}{2}$. C. $-\frac{31}{2}$. D. $-\frac{25}{2}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	B	D	D	D	A	B	B	B	C	C	A	D	B	A	C	A	C	B	A	B	C	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	D	D	C	B	A	B	A	D	A	B	B	A	A	B	D	D	A	A	A	C	A	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU VẬN DỤNG

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -3 - 5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$.

- A. 3. B. 0. C. $-1 - 2i$. **D. -3 .**

Lời giải

Chọn D.

$w = z_1 + z_2 = 2 + 3i - 3 - 5i = -1 - 2i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức w là -3 .

Câu 36: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i + 1)z_1$.

- A. $M(-5; -1)$.** B. $M(5; 1)$. C. $M(-1; -5)$. D. $M(1; 5)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $z^2 + 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -3 + 2i \\ z_2 = -3 - 2i \end{cases}$. Suy ra $w = (i + 1)z_1 = (1 + i)(-3 + 2i) = -5 - i$.

Vậy tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i + 1)z_1$ là $M(-5; -1)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A. $3x - y - z - 6 = 0$. **B. $3x - y - z + 6 = 0$.** C. $x + 3y + z - 5 = 0$. D. $x + 3y + z - 6 = 0$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$.

Mặt phẳng cần tìm vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do đó phương trình của mặt phẳng cần tìm là

$$3(x + 1) - (y - 2) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0.$$

Câu 38: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 2)$, $B(2; 0; 5)$ và $C(0; -2; 1)$.

Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC là.

- A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-4}$. **B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.**
C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{2}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $M(1; -1; 3)$; $\overrightarrow{AM} = (2; -4; 1)$. Phương trình AM : $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 39: Người ta muốn chia tập hợp 16 học sinh gồm 3 học sinh lớp 12A, 5 học sinh lớp 12B và 8 học sinh lớp 12C thành hai nhóm, mỗi nhóm có 8 học sinh. Xác suất sao cho ở mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12B là:

A. $\frac{42}{143}$.

B. $\frac{84}{143}$.

C. $\frac{356}{1287}$.

D. $\frac{56}{143}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $n(\Omega) = C_{16}^8 = 12870$.

Số cách chia nhóm thỏa mãn bài toán là số cách chọn ra một tổ có số học sinh lớp 12A từ 1 đến 2 em, số học sinh lớp 12B là 2 em, còn lại là học sinh lớp 12C.

Khi đó xảy ra các trường hợp sau:

TH1: 2 học sinh 12B + 2 học sinh 12A + 4 học sinh 12C

Có: $C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_8^4 = 2100$.

TH2: 2 học sinh 12B + 1 học sinh 12A + 5 học sinh 12C

Có: $C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_8^5 = 1680$.

$\Rightarrow n(A) = 2100 + 1680 = 3780$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3780}{12870} = \frac{42}{143}$.

Câu 40: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\frac{a}{\sqrt{7}}$.

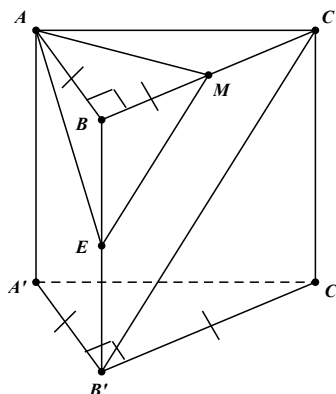
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi E là trung điểm của BB' . Khi đó: $EM \parallel B'C \Rightarrow B'C \parallel (AME)$

Ta có: $d(AM, B'C) = d(B'C, (AME)) = d(C, (AME)) = d(B, (AME))$

Xét khối chóp $BAME$ có các cạnh BE , AB , BM đôi một vuông góc với nhau nên

$$\frac{1}{d^2(B, (AME))} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{MB^2} + \frac{1}{EB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{d^2(B, (AME))} = \frac{7}{a^2} \Leftrightarrow d^2(B, (AME)) = \frac{a^2}{7}$$

$$\Leftrightarrow d(B, (AME)) = \frac{a}{\sqrt{7}}.$$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên $(0; 2)$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ khi

$y' \geq 0, \forall x \in (0; 2)$ và dấu "=" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên khoảng $(0; 2)$.

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2) \geq 0, \forall x \in (0; 2)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq m^2 - 3m + 2 (*) \forall x \in (0; 2)$$

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 + 6x, x \in (0; 2)$.

Ta có $g'(x) = 6x + 6 > 0, \forall x \in (0; 2)$.

Bảng biến thiên:

x	0	2
$g'(x)$		+
$g(x)$	0	24

Nhìn bảng biến thiên suy ra điều kiện để (*) xảy ra là: $m^2 - 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

Câu 42: Một người tham gia chương trình bảo hiểm HÀNH TRÌNH HẠNH PHÚC của công ty Bảo Hiểm MANULIFE với thể lệ như sau: Cứ đến tháng 9 hàng năm người đó đóng vào công ty là 12 triệu đồng với lãi suất hàng năm không đổi là 6%/năm. Hỏi sau đúng 18 năm kể từ ngày đóng, người đó thu về được tất cả bao nhiêu tiền? Kết quả làm tròn đến hai chữ số phân thập phân.

A. 403,32 (triệu đồng).

B. 293,32 (triệu đồng).

C. 412,23 (triệu đồng).

D. 393,12 (triệu đồng).

Lời giải

Chọn D.

Gọi số tiền đóng hàng năm là $A = 12$ (triệu đồng), lãi suất là $r = 6\% = 0,06$.

Sau 1 năm, nếu người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là $A_1 = A(1+r)$. (nhưng người đó không rút mà lại đóng thêm A triệu đồng nữa, nên số tiền gốc để tính lãi năm sau là $A_1 + A$).

Sau 2 năm, nếu người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là:

$$A_2 = (A_1 + A)(1+r) = [A(1+r) + A](1+r) = A(1+r)^2 + A(1+r).$$

Sau 3 năm, nếu người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là:

$$A_3 = (A_2 + A)(1+r) = [A(1+r)^2 + A(1+r) + A](1+r) = A(1+r)^3 + A(1+r)^2 + A(1+r).$$

...

Sau 18 năm, người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là:

$$A_{18} = A(1+r)^{18} + A(1+r)^{17} + \dots + A(1+r)^2 + A(1+r).$$

Tính: $A_{18} = A[(1+r)^{18} + (1+r)^{17} + \dots + (1+r)^2 + (1+r) + 1 - 1]$.

$$\Rightarrow A_{18} = A \left[\frac{(1+r)^{19} - 1}{(1+r) - 1} - 1 \right] = A \left[\frac{(1+r)^{19} - 1}{r} - 1 \right] = 12 \left[\frac{(1+0,06)^{19} - 1}{0,06} - 1 \right] \approx 393,12.$$

Câu 43: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi.

A. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 4ac \leq 0 \end{cases}$

B. $a \geq 0; b^2 - 3ac \leq 0$.

C. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

TH1: $a = 0$ có $y' = 2bx + c$ để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c > 0 \end{cases}$.

TH2: $a \neq 0$ để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' = b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

Vậy để để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

Câu 44: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD . Thể tích khối tròn xoay thu được là:

A. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

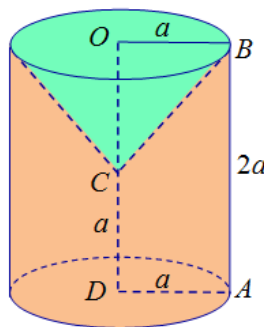
B. $\frac{7\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. πa^3 .

Lời giải

Chọn A.



Gọi (T) là khối trụ có đường cao là $2a$, bán kính đường tròn đáy là a và (N) là khối nón có đường cao là a , bán kính đường tròn đáy là a .

Ta có:

Thể tích khối trụ (T) là: $V_1 = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi \cdot a^3$.

Thể tích khối nón (N) là: $V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot a^2 \cdot a = \frac{\pi \cdot a^3}{3}$.

Thể tích khối tròn xoay thu được là: $V = V_1 - V_2 = 2\pi \cdot a^3 - \frac{\pi \cdot a^3}{3} = \frac{5\pi a^3}{3}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$, đồng biến trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn đẳng thức $x + 2x \cdot f(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1; 4]$.

Biết rằng $f(1) = \frac{3}{2}$, tính $I = \int_1^4 f(x) dx$?

A. $I = \frac{1186}{45}$.

B. $I = \frac{1174}{45}$.

C. $I = \frac{1222}{45}$.

D. $I = \frac{1201}{45}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $x + 2x \cdot f(x) = [f'(x)]^2 \Rightarrow \sqrt{x} \cdot \sqrt{1 + 2f(x)} = f'(x) \Rightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{1 + 2f(x)}} = \sqrt{x}, \forall x \in [1; 4]$.

Suy ra $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1 + 2f(x)}} dx = \int \sqrt{x} dx + C \Leftrightarrow \int \frac{df(x)}{\sqrt{1 + 2f(x)}} dx = \int \sqrt{x} dx + C$

$\Rightarrow \sqrt{1 + 2f(x)} = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C$. Mà $f(1) = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{4}{3}$. Vậy $f(x) = \frac{\left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{3}\right)^2 - 1}{2}$.

Vậy $I = \int_1^4 f(x) dx = \frac{1186}{45}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$	

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $3f(2\sin x + 1) = 0$ là

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = 2\sin x$. Vì $x \in [-\pi; \pi]$ nên $t \in [-2; 2]$. Suy ra $3f(t) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(t) = -\frac{1}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(t) = -\frac{1}{3}$ có 2 nghiệm $t_1 \in (-2; 0)$ và $t_2 \in (0; 2)$

Suy ra: $\sin x = \frac{t_1}{2} \in (-1; 0)$ và $\sin x = \frac{t_2}{2} \in (0; 1)$

Với $\sin x = \frac{t_1}{2} \in (-1; 0)$ thì phương trình có 2 nghiệm $-\pi < x_1 < x_2 < 0$.

Với $\sin x = \frac{t_2}{2} \in (-1; 0)$ thì phương trình có 2 nghiệm $0 < x_3 < x_4 < \pi$

Vậy phương trình có 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$

Câu 47: Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

A. $P = 8$.

B. $P = 10$

C. $P = 4$.

D. $P = 6$.

Lời giải

Chọn C.

$$2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1).$$

$$\Leftrightarrow 2(y^3 - 3y^2 + 3y - 1) + (y - 1) = 2(1 - x)\sqrt{1-x} + 3\sqrt{1-x} - 2\sqrt{1-x}.$$

$$\Leftrightarrow 2(y - 1)^3 + (y - 1) = 2(\sqrt{1-x})^3 + \sqrt{1-x} (1).$$

+ Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + t$ trên $[0; +\infty)$.

Ta có: $f'(t) = 6t^2 + 1 > 0$ với $\forall t \geq 0 \Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $[0; +\infty)$.

$$\text{Vậy } (1) \Leftrightarrow y - 1 = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow y = 1 + \sqrt{1-x}.$$

$$\Rightarrow P = x + 2y = x + 2 + 2\sqrt{1-x} \text{ với } (x \leq 1).$$

+ Xét hàm số $g(x) = 2 + x + 2\sqrt{1-x}$ trên $(-\infty; 1]$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{1-x} - 1}{\sqrt{1-x}}. \quad g'(x) = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên $g(x)$:

x	$-\infty$	0	1
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$		4	

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ suy ra giá trị lớn nhất của P là: $\max_{(-\infty; 1]} g(x) = 4$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc $[-4; 4]$ sao cho $M \leq 2m$

A. 7.

B. 5.

C. 6

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 4x^3 + 4x^2 + a$ trên $[0; 2]$.

$$g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}; \quad g(0) = a, \quad g(1) = a + 1, \quad g(2) = a.$$

Suy ra: $a \leq g(x) \leq a + 1$.

$$\text{TH1: } 0 \leq a \leq 4 \Rightarrow a + 1 \geq a > 0 \Rightarrow M = \max_{[0; 2]} f(x) = a + 1; \quad m = \min_{[0; 2]} f(x) = a.$$

Suy ra: $\begin{cases} 0 \leq a \leq 4 \\ a+1 \leq 2a \end{cases} \Rightarrow 1 \leq a \leq 4$. Do đó: có 4 giá trị của a thỏa mãn.

$$\text{TH2: } -4 \leq a \leq -1 \Rightarrow a \leq a+1 \leq -1 \Rightarrow |a+1| \leq |a|$$

$$\Rightarrow M = \max_{[0;2]} f(x) = |a| = -a; m = \min_{[0;2]} f(x) = |a+1| = -a-1.$$

Suy ra: $\begin{cases} -4 \leq a \leq -1 \\ -a \leq -2a-2 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq a \leq -2$. Do đó: có 3 giá trị của a thỏa mãn.

Vậy có tất cả 7 giá trị thỏa mãn.

Câu 49: Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2020. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD . Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{2020}{9}$.

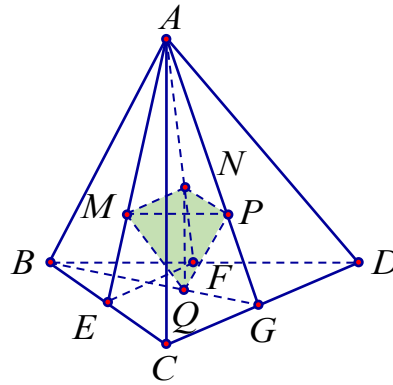
B. $\frac{4034}{81}$.

C. $\frac{8068}{27}$.

D. $\frac{2020}{27}$.

Lời giải

Chọn D.



$$\frac{V_{AEFG}}{V_{ABCD}} = \frac{S_{EFG}}{S_{BCD}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{AEFG} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$$

(Do E, F, G lần lượt là trung điểm của BC, BD, CD).

$$\frac{V_{AMNP}}{V_{AEFG}} = \frac{SM}{SE} \cdot \frac{SN}{SE} \cdot \frac{SP}{SG} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{8}{27} V_{AEFG} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{2}{27} V_{ABCD}$$

$$\text{Do mặt phẳng } (MNP) \parallel (BCD) \text{ nên } \frac{V_{QMNP}}{V_{AMNP}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow V_{QMNP} = \frac{1}{2} V_{AMNP}$$

$$V_{QMNP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{27} V_{ABCD} = \frac{1}{27} V_{ABCD} = \frac{2020}{27}.$$

Câu 50: Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z+1$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $\frac{31}{2}$.

B. $\frac{29}{2}$.

C. $-\frac{31}{2}$.

D. $-\frac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = 10^z$. Khi đó $x^3 + y^3 = a \cdot t^3 + b \cdot t^2$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \log(x+y) = z \\ \log(x^2 + y^2) = z+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 10^z = t \\ x^2 + y^2 = 10 \cdot 10^z = 10t \end{cases} \Rightarrow xy = \frac{t^2 - 10t}{2}.$$

Khi đó $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = t^3 - \frac{3t(t^2 - 10t)}{2} = -\frac{1}{2}t^3 + 15t^2$.

Suy ra $a = -\frac{1}{2}$, $b = 15$.

Vậy $a + b = \frac{29}{2}$.

----- **HẾT** -----

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 7 bạn học sinh thành một hàng dọc ?

- A. 7. B. $6!$. C. C_7^7 . D. $7!$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_5 bằng:

- A. -4 . B. -32 . C. 32 D. -6

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 16$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 4$. C. $x = 5$ D. $x = 2$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = (1+x)^{\sqrt{2}}$ là

- A. $D = (-1; +\infty)$. B. $D = (-\infty; -1)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ D. $D = [-1; +\infty)$

Câu 5. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $y = \log x$. B. $y = \ln x$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{0,5} x$.

Câu 6. Cho $F(x)$ và $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ trên khoảng K .

Khi đó $\int (f(x) + g(x))dx$ bằng

- A. $F(x) + G(x) + C$. B. $F(x) + G(x)$.
C. $F(x) - G(x) + C$. D. $F(x).G(x) + C$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 6$ và chiều cao $h = 10$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 20. B. 60. C. 30 D. 40

Câu 8. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. B. $2\pi a^2$. C. πa^2 D. $\frac{1}{3}\pi a^2$

Câu 9. Cho khối cầu có bán kính $R = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. 64π . C. $\frac{128\pi}{3}$. D. $\frac{64\pi}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'		$+$ 0	$-$ 0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(0; 3)$.

Câu 11. Cho số thực a dương, khác 1. Rút gọn biểu thức $a^{\frac{5}{2}}.a^{\frac{3}{2}}$ ta được kết quả là

- A. a . B. a^4 . C. a^2 . D. a^3 .

Câu 12. Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 1$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 9π .

B. 3π .

C. π .

D. 27π .

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

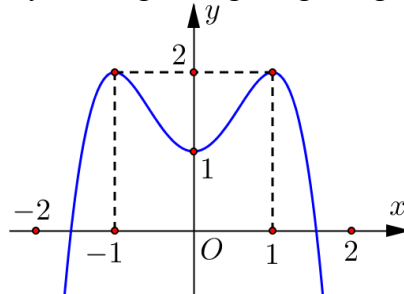
A. 0 .

B. -1 .

C. 1 .

D. 3 .

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ sau?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ là

A. $x = 1$.

B. $y = -1$.

C. $x = 2$.

D. $y = -2$.

Câu 16. Nghiệm nguyên âm lớn nhất của bất phương trình $\log_7(3-2x) > 1$ là

A. -2 .

B. 1 .

C. 3 .

D. -3 .

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	15	-17	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 17 = 0$ là:

A. 1 .

B. 0 .

C. 2 .

D. 3 .

Câu 18. Biết tích phân $\int_0^1 3.f(x)dx = 6$ và $\int_0^1 g(x)dx = -4$. Khi đó $\int_0^1 [2f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. 16 .

B. 10 .

C. 8 .

D. -2 .

Câu 19. Môđun của số phức $z = 1 - 2i$ bằng

A. 3 .

B. $\sqrt{5}$.

C. 5 .

D. -1 .

Câu 20. Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 - i$. Số phức liên hợp của số phức $z_1 + z_2$ là

A. $6 + 2i$.

B. $-2 + 4i$.

C. $6 - 2i$.

D. $-2 + 2i$.

Câu 21. Cho số phức $z = 1 - 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(1;3)$.

B. $N(3;1)$.

C. $P(1;-3)$.

D. $Q(-3;1)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(2;-1;3)$, $\vec{b}(1;-3;2)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} - 3\vec{b}$ là

A. $\vec{u} = (3; 2; -2)$.

B. $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

C. $\vec{u} = (5; -10; 9)$.

D. $\vec{u} = (-1; 8; -3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và bán kính $r = 5$. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 25$.

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 3z - 5 = 0$. Vector nào dưới đây **không** là vector pháp tuyến của mặt phẳng đã cho?

A. $\vec{n}_1(-2; 3; -3)$.

B. $\vec{n}_2(4; -6; 6)$.

C. $\vec{n}_3(1; 2; -1)$.

D. $\vec{n}_4(2; -3; 3)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$. Tọa độ giao điểm của (P) và d là điểm nào dưới đây?

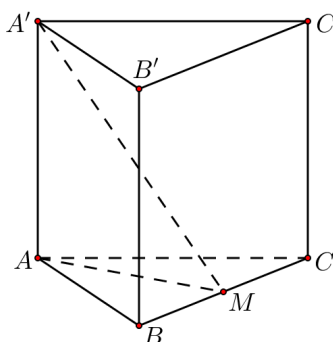
A. $M(-1; -1; 2)$.

B. $N(1; 1; 1)$.

C. $P(3; 2; 1)$.

D. $Q(3; -4; 1)$.

Câu 26: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$ (minh họa như hình vẽ). M là trung điểm của BC , góc giữa đường thẳng $A'M$ và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-5)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 28. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + m$. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

A. $m = -11$.

B. $m = -3$.

C. $m = 11$.

D. $m = 3$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$. Tính $f'(1)$?

A. $f'(1) = \frac{1}{2}$.

B. $f'(1) = \frac{1}{2 \ln 2}$.

C. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.

D. $f'(1) = 1$.

Câu 30. Gọi S là tập hợp các hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ và đường thẳng $y = 1$

Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 0.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 5^{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) \geq 1 \Leftrightarrow \log_5 2^x \cdot \log_5 5^{x^2} \geq 0$.

B. $f(x) \geq 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_5 2 + x^2 \geq 0$.

C. $f(x) \geq 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_5 2 + 2x \geq 0$.

D. $f(x) \geq 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_5 2 + x^2 \geq 1$.

Câu 32. Trong không gian cho tam giác ABC đều cạnh $2a$, gọi H là trung điểm của cạnh BC . Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh AH ta được một hình nón có diện tích toàn phần bằng

A. $2\pi a^2$.

C. $6\pi a^2$

B. $3\pi a^2$.

D. $\pi a^2(2\sqrt{3}+3)$

Câu 33. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$ bằng phương pháp tích phân từng phần, khi đó:

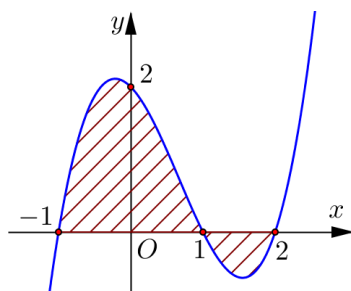
A. $I = (x \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

B. $I = (-x \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{x^2}{2} \cos x\right) dx$.

C. $I = (-x \cos x) \Big|_0^1 + \int_0^1 \cos x dx$.

D. $I = (-x \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau đây. Diện tích S của hình phẳng được gạch chéo trong hình dưới đây bằng



A. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z = 2 - 3i$ và $w = 1 + i$. Môđun của số phức $\frac{z}{w} + w$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

D. 2.

Câu 36. Cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết $z_1 = 1 - 2i$ là một nghiệm phức của phương trình đã cho. Khi đó $b - c$ bằng

A. -7.

B. -3.

C. 7.

D. 3.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxz) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$ và hai điểm $M(1; 1; -3)$, $N(-1; 0; 2)$. Biết (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm M, N và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $7x + y + 3z + 1 = 0$.

B. $2x + y - 5z + 12 = 0$.

C. $7x + y + 3z - 1 = 0$.

D. $2x + y - 5z - 7 = 0$.

Câu 39. Thầy giáo tặng hết 5 quyển sách tham khảo khác nhau cho ba học sinh giỏi luyện tập. Số cách tặng để mỗi học sinh nhận được ít nhất một quyển sách là

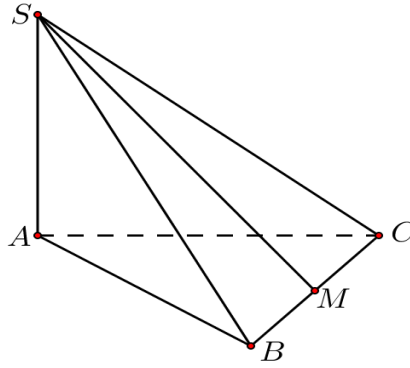
A. 150.

B. 50.

C. 243.

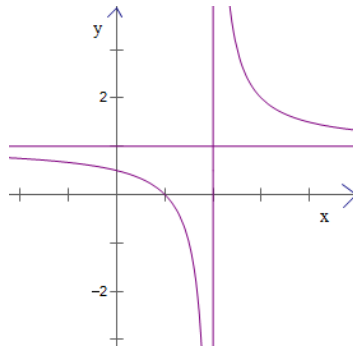
D. 540.

- Câu 40.** Cho hình chóp $S.ABC$ biết $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Tam giác ABC là tam giác đều cạnh bằng a . M là trung điểm của BC (minh họa như hình vẽ).



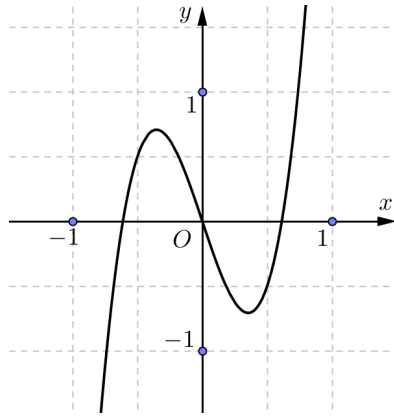
Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AB bằng

- A.** $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{57}}{57}$. **D.** $\frac{a\sqrt{57}}{38}$.
- Câu 41.** Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-4}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ là
- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.
- Câu 42.** Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép (một quý bằng 3 tháng). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất không thay đổi. Tổng số tiền người đó nhận được tính từ lần gửi ban đầu đến thời điểm sau khi gửi thêm tiền lần thứ hai 1 năm, gần nhất với kết quả nào sau đây?
- A.** 210 triệu đồng. **B.** 220 triệu đồng. **C.** 212 triệu đồng. **D.** 216 triệu đồng.
- Câu 43.** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.** $ad < bc < 0$ **B.** $0 < ad < bc$. **C.** $bc < ad < 0$. **D.** $ad < 0 < bc$.
- Câu 44.** Cho hình nón đỉnh S và O là tâm đáy. Hai điểm A, B thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho tam giác OAB là tam giác vuông và $AB = a\sqrt{2}$. Biết góc giữa SA và mặt phẳng đáy của hình nón là 60° . Thể tích khối nón đã cho bằng
- A.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.
- Câu 45.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; \ln 2]$, thỏa mãn $f(0) = 2$; $f(\ln 2) = 4$, biết $\int_0^{\ln 2} f^2(x)dx = 6$ và $\int_0^{\ln 2} f'(x)e^x dx = 3$. Khi đó $\int_0^{\ln 2} f(x)dx$ bằng
- A.** $I = 1$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.
- Câu 46.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$ của phương trình $f(\cos x) = \cos x$ là



A. 5.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 47. Cho x và y là những số thực không âm thỏa mãn $x^2 + 2x + \frac{y^2}{2} - 3 = \log_2 \frac{\sqrt{9-y^2}}{x+1}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + y$ thuộc tập nào dưới đây ?

A. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$.

B. $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$.

C. $\left[3; \frac{7}{2}\right)$.

D. $\left[\frac{7}{2}; 4\right)$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3mx + 8|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 8. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 3.

B. 4.

C. 7.

D. 9.

Câu 49: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có AB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , cạnh bên AA' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc bằng 60° . Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ACC'A')$ bằng 30° . Khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt bằng 8 và 9. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên BB', CC' và H', K' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên BB', CC' . Thể tích khối lăng trụ $AHK.A'H'K'$ bằng

A. $V = 192\sqrt{3}$.

B. $V = 96\sqrt{3}$.

C. $V = 64\sqrt{3}$.

D. $V = 384\sqrt{3}$.

Câu 50: Cho số nguyên a , số thực b . Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của a để tồn tại số thực x thỏa mãn $x + a = 4^b$ và $\sqrt{x-2} + \sqrt{a+2} = 3^b$. Tổng các phần tử của tập S bằng

A. 7.

B. -3.

C. -2.

D. 0.

..... Hết

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 7 bạn học sinh thành một hàng dọc ?

- A. 7. B. $6!$. C. C_7^7 . D. $7!$.

Lời giải

Chọn D

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_5 bằng:

- A. -4 . B. -32 . C. 32 D. -6

Lời giải

Chọn C

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 16$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 4$. C. $x = 5$ D. $x = 2$

Lời giải

Chọn A

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = (1+x)^{\sqrt{2}}$ là

- A. $D = (-1; +\infty)$. B. $D = (-\infty; -1)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ D. $D = [-1; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

- A. $y = \log x$. B. $y = \ln x$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{0,5} x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6. Cho $F(x)$ và $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ trên khoảng K . Khi

đó $\int (f(x) + g(x))dx$ bằng

- A. $F(x) + G(x) + C$. B. $F(x) + G(x)$.
C. $F(x) - G(x) + C$. D. $F(x).G(x) + C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 6$ và chiều cao $h = 10$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 20. B. 60. C. 30 D. 40

Lời giải

Chọn B

Câu 8. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. B. $2\pi a^2$. C. πa^2 D. $\frac{1}{3}\pi a^2$

Lời giải

Chọn B

Câu 9. Khối cầu có bán kính $R = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{256\pi}{3}$.

B. 64π .

C. $\frac{128\pi}{3}$.

D. $\frac{64\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$	-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		3		0	$+\infty$

A. $y = -2$

B. $y = 0$.

C. $y = 2$

D. $y = 3$

Lời giải

Chọn B

Câu 11. Cho số thực a dương, khác 1. Rút gọn biểu thức $a^{\frac{5}{2}} \cdot a^{\frac{3}{2}}$ ta được kết quả là

A. a .

B. a^4

C. a^2 .

D. a^3 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $a^{\frac{5}{2}} \cdot a^{\frac{3}{2}} = a^{\frac{5}{2} + \frac{3}{2}} = a^4$.

Câu 12. Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 1$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 9π .

B. 3π .

C. π .

D. 27π .

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = B.h = \pi.r^2.h = \pi.1.3 = 3\pi$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0		3		0	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0 .

B. -1 .

C. 1 .

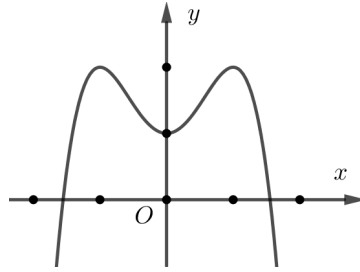
D. 3 .

Lời giải

Chọn D

Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ sau?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

+) Ta có đồ thị của hàm số đa thức bậc 4 trùng phương nên phương án hàm số bậc ba loại.

+) Nhận thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow$ hệ số $a < 0$.

Nên phương án đúng là $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ là

A. $x = 1$. B. $y = -1$. C. $x = 2$. D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{1-x} = -1$. Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = -1$.

Câu 16. Nghiệm nguyên âm lớn nhất của bất phương trình $\log_7(3-2x) > 1$ là

A. -2 . B. 1 . C. 3 . D. -3 .

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $3-2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$

$\log_7(3-2x) > 1 \Leftrightarrow 3-2x > 7 \Leftrightarrow x < -2$. Kết hợp với điều kiện suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2)$

Vậy bất phương trình có nghiệm nguyên âm lớn nhất là $x = -3$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	15	-17	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 17 = 0$ là:

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 25$

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$

Lời giải

Chọn A

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 3z - 5 = 0$. Vector nào dưới đây **không** là vector pháp tuyến của mặt phẳng đã cho?

A. $\vec{n}_1(-2; 3; -3)$.

B. $\vec{n}_2(4; -6; 6)$.

C. $\vec{n}_3(1; 2; -1)$.

D. $\vec{n}_4(2; -3; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$. Tọa độ giao điểm của (P) và d là điểm nào dưới đây?

A. $M(-1; -1; 2)$.

B. $N(1; 1; 1)$.

C. $P(3; 2; 1)$.

D. $Q(3; -4; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ giao điểm của (P) và d là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x - 4y - 1 = 0 \\ y + 3z - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$$

Vậy $P(3; 2; 1)$

Câu 26: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$ (minh họa như

hình vẽ). M là trung điểm của BC , góc giữa đường thẳng $A'M$ và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45° .

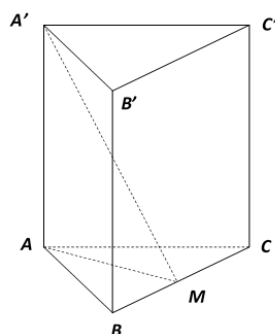
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Ta có $AA' \perp (ABC)$ nên AM là hình chiếu của $A'M$ lên (ABC) .

Do đó $\widehat{(A'M, (ABC))} = \widehat{(A'M, AM)} = \widehat{A'MA}$.

Xét tam giác vuông $A'MA$ ta có: $\tan \widehat{A'MA} = \frac{AA'}{AM} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$.

Suy ra $\widehat{A'MA} = 60^\circ$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-5)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$$

$x = 1$: nghiệm đơn.

$x = 2$: nghiệm bội 2.

$x = 5$: nghiệm bội 3.

Do đó, số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là 2.

Câu 28. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + m$. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 7.

- A.** $m = -11$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 11$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ hàm số y đồng biến trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ hàm số y đồng biến trên đoạn $[-1; 1]$

Vậy $\max_{[-1; 1]} y = y(1) \Leftrightarrow 7 = 4 + m \Leftrightarrow m = 3$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$. Tính $f'(1)$?

- A.** $f'(1) = \frac{1}{2}$. **B.** $f'(1) = \frac{1}{2 \ln 2}$. **C.** $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$. **D.** $f'(1) = 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1) \ln 2} = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2} \Rightarrow f'(1) = \frac{2}{2 \ln 2} = \frac{1}{\ln 2}.$$

Câu 30. Gọi S là tập hợp các hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ và đường thẳng $y = 1$. Tổng các phần tử của S là

- A.** 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 3x^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1(L) \\ x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2 \end{cases}$

Do vậy tổng các hoành độ giao điểm là 0.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 5^{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $f(x) \geq 1 \Leftrightarrow \log_5 2^x \cdot \log_5 5^{x^2} \geq 0$. **B.** $f(x) \geq 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_5 2 + x^2 \geq 0$.
C. $f(x) \geq 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_5 2 + 2x \geq 0$. **D.** $f(x) \geq 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_5 2 + x^2 \geq 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x) = 1 \Leftrightarrow 2^x \cdot 5^{x^2} = 1 \Leftrightarrow \log_5(2^x \cdot 5^{x^2}) = 0 \Leftrightarrow \log_5 2^x + \log_5 5^{x^2} = 0 \Leftrightarrow x \log_5 2 + x^2 = 0$.

Câu 32. Trong không gian cho tam giác ABC đều cạnh $2a$, gọi H là trung điểm của cạnh BC . Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh AH ta được một hình nón có diện tích toàn phần bằng

- A.** $8\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $\pi a^2(2\sqrt{3} + 3)$.

Lời giải

Chọn B

Hình nón có đường sinh $l = AB = 2a$, bán kính đáy $r = HB = a$.

$$S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = \pi \cdot a \cdot 2a + \pi a^2 = 3\pi a^2.$$

Câu 33. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$ bằng phương pháp tích phân từng phần, khi đó:

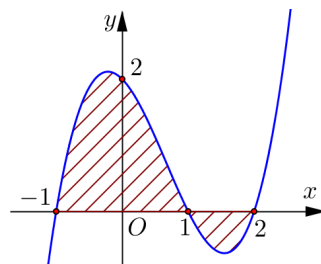
- A.** $I = (x \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$. **B.** $I = (-x \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{x^2}{2} \cos x\right) dx$.
C. $I = (-x \cos x) \Big|_0^1 + \int_0^1 \cos x dx$. **D.** $I = (-x \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$. Do vậy $I = (-x \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

Câu 34. Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ sau đây. Diện tích S của hình phẳng được gạch chéo trong hình dưới đây bằng



A. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn D

Diện tích cần tìm là $S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

Câu 35. Cho hai số phức $z = 2 - 3i$ và $w = 1 + i$. Môđun của số phức $\frac{z}{w} + w$ bằng

A. $\frac{5}{2}.$

B. $\sqrt{2}.$

C. $\frac{\sqrt{10}}{2}.$

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{z}{w} + w = \frac{2-3i}{1+i} + 1+i = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. Do đó $\left| \frac{z}{w} + w \right| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

Câu 36. Cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết phương trình nhận một nghiệm phức là $z_1 = 1 - 2i$. Khi đó $b - c$ bằng

A. -7.

B. -3.

C. 7.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Phương trình nhận $z_1 = 1 - 2i$ là nghiệm nên nghiệm còn lại là $z_2 = 1 + 2i$

Ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 \cdot z_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b = 2 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow b - c = -7$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ và có VTCP $\vec{j} = (0;1;0)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và hai điểm $M(1;1;-3)$, $N(-1;0;2)$. Biết (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm M, N và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn. Phương trình mặt phẳng (S) là

A. $7x + y + 3z + 1 = 0.$

B. $2x + y - 5z + 12 = 0.$

C. $7x + y + 3z - 1 = 0$.

D. $2x + y - 5z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi mặt phẳng cần tìm là (P) , (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn nên (P) đi qua tâm I của (S) . Vậy (P) đi qua ba điểm $I(0;2;-1)$, $M(1;1;-3)$, $N(-1;0;2)$.

$$\overrightarrow{IM} = (1; -1; -2), \overrightarrow{IN} = (-1; -2; 3).$$

$$(P) \text{ có VTPT } \vec{n} = [\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IN}] = (-7; -1; -3).$$

$$\text{Do đó } (P): 7(x+1) + y + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 7x + y + 3z + 1 = 0.$$

Câu 39. Thầy giáo tặng hết 5 quyển sách tham khảo khác nhau cho ba học sinh giỏi luyện tập. Số cách tặng để mỗi học sinh nhận được ít nhất một quyển sách là

A. 150.

B. 50.

C. 243.

D. 540.

Lời giải

Chọn A

Tặng năm quyển sách khác nhau cho ba học sinh sao cho mỗi học sinh nhận ít nhất một quyển sách ta có các trường hợp sau:

+) Trường hợp 1: Một người nhận 3 quyển sách; hai người còn lại mỗi người nhận 1 quyển sách.

$$\text{Số cách tặng: } C_5^3 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 \cdot 3 = 60.$$

+) Trường hợp 2: Một người nhận 1 quyển sách; 2 người còn lại mỗi người nhận 2 quyển sách.

$$\text{Số cách tặng: } C_5^1 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 \cdot 3 = 90.$$

Vậy số cách tặng quà thỏa mãn yêu cầu bài toán là 150.

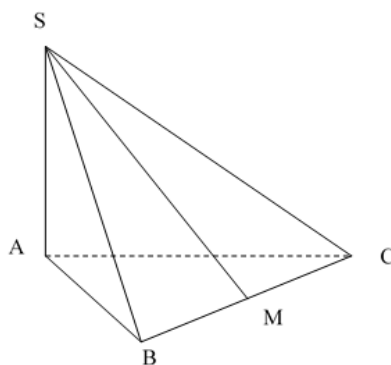
Phân tích đáp án nhiễu.

+) Đáp án nhiễu B dự đoán học sinh sẽ mắc sai lầm như sau: làm đủ 2 trường hợp nhưng không xét được vai trò bình đẳng của ba người nhận quà là như nhau (thiếu nhân với 3 trong kết quả).

+) Đáp án nhiễu C dự đoán học sinh sẽ mắc sai lầm như sau: Học sinh đọc không kỹ đề bài mà bỏ qua giả thiết mỗi người nhận ít nhất một quyển sách.

+) Đáp án nhiễu D dự đoán học sinh sẽ mắc sai lầm như sau: Học sinh đếm bị lặp bằng cách phổ biến là mỗi người nhận trước một quyển sách rồi mỗi quyển sách còn lại có ba cách tặng nên số cách sẽ là: $C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot 3 \cdot 3 = 540$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ biết $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Tam giác ABC là tam giác đều cạnh bằng a . M là trung điểm của BC (minh họa như hình bên).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AB bằng

A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$.

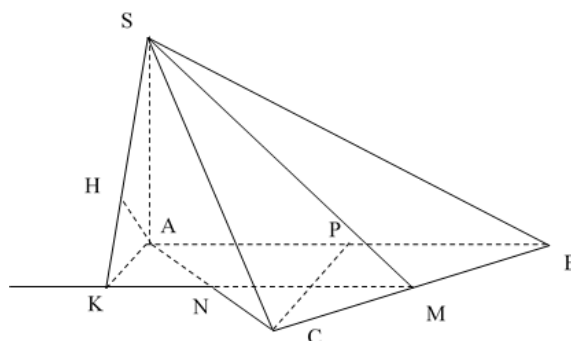
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{57}}{57}$.

D. $\frac{a\sqrt{57}}{38}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi P, N lần lượt là trung điểm của AB và AC .

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của A trên MN và SK .

Ta có
$$\begin{cases} MN \parallel AB \\ MN \subset (SMN) \Rightarrow AB \parallel (SMN). \\ AB \not\subset (SMN) \end{cases}$$

$$\Rightarrow d(SM, AB) = d(AB, (SMN)) = d(A, (SMN)).$$

Lại có
$$\begin{cases} MN \perp AK \\ MN \perp SA \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAK), AH \subset (SAK).$$

$$\Rightarrow MN \perp AH, AH \perp SK \Rightarrow AH \perp (SMN) \Rightarrow d(A, (SMN)) = AH.$$

Xét tam giác SAK vuông tại A có $AK = \frac{CP}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}; SA = a$

Nên
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2} \Leftrightarrow AH = \frac{a\sqrt{57}}{19}.$$

Phân tích phương án nhiễu

+) B: Học sinh lấy $d(SM, AB) = MB = \frac{a}{2}$.

Học sinh tính khoảng cách bằng ứng dụng thể tích như sau

$$V_{S.AMN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}; S_{SMN} = \frac{a^2\sqrt{19}}{16}; d(A, (SMN)) = \frac{3V_{S.AMN}}{S_{SMN}} = \frac{a\sqrt{57}}{19}.$$

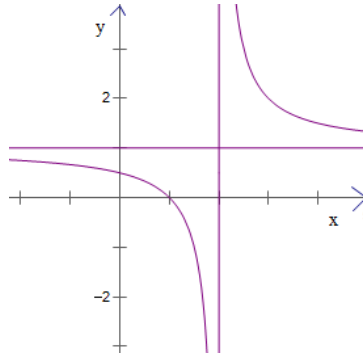
+) C: Học sử dụng thể tích để tính và nhầm thể tích của tứ diện là $V = Bh$.

+) D: Học sử dụng thể tích để tính và nhầm diện tích đáy $S = a \cdot h_a$.

Tổng số tiền người đó nhận được tính từ lần gửi ban đầu đến thời điểm sau khi gửi thêm tiền lần thứ hai 1 năm (tức là 4 quý tính từ lúc gửi thêm tiền lần thứ hai):

$$P = (P_2 + 1000000000)(1+r)^4 = (104040000 + 1000000000)\left(1 + \frac{2}{100}\right)^4 \approx 220859457,9 \text{ đồng.}$$

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.** $ad < bc < 0$ **B.** $0 < ad < bc$. **C.** $bc < ad < 0$. **D.** $ad < 0 < bc$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta thấy:

+ Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ là hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định, suy ra $y' < 0 \Leftrightarrow ad - bc < 0 \Leftrightarrow ad < bc$, loại đáp án C.

+ Đồ thị hàm số có đường TCD là đường thẳng: $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow cd < 0$ (1)

+ Đồ thị hàm số có đường TCN là đường thẳng: $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $ad < 0$ nên loại đáp án B.

+ Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0$ (3)

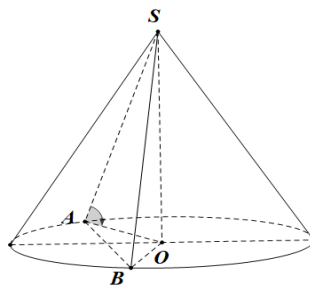
Từ (2), (3) suy ra $bc < 0$ nên loại đáp án D. Vậy mệnh đề đúng là A.

Câu 44. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A, B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho tam giác OAB là tam giác vuông. Biết $AB = a\sqrt{2}$ và $\widehat{SAO} = 60^\circ$. Thể tích khối nón là

- A.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Vì $\triangle OAB$ vuông cân tại O nên $OA^2 + OB^2 = AB^2$ hay $2OA^2 = 2a^2 \Rightarrow OA = a$.

Xét $\triangle SAO$ vuông tại O có $SO = AO \cdot \tan \widehat{SAO} = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; \ln 2]$, thỏa mãn $f(0) = 2; f(\ln 2) = 4$, biết

$\int_0^{\ln 2} f^2(x)dx = 6$ và $\int_0^{\ln 2} f'(x)e^x dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} f(x)dx$ bằng.

A. $I = 1$.

B. $I = 3$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = e^x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = f(x) \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_0^{\ln 2} f'(x)e^x dx = e^x f(x) \Big|_0^{\ln 2} - \int_0^{\ln 2} f(x)e^x dx = 6 - \int_0^{\ln 2} f(x)e^x dx = 3$$

$$\Rightarrow \int_0^{\ln 2} f(x)e^x dx = 3$$

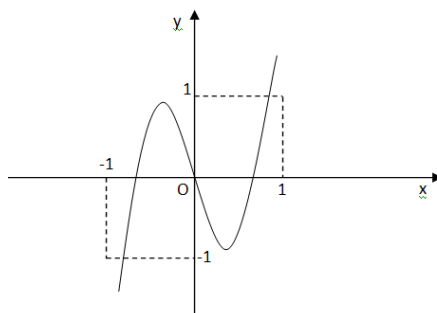
$$\text{Xét } \int_0^{\ln 2} (f(x) + ae^x)^2 dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{\ln 2} (f^2(x) + 2ae^x f(x) + a^2 e^{2x})^2 dx = 0$$

$$\Leftrightarrow 6 + 6a + \frac{3}{2}a^2 = 0 \Leftrightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow \int_0^{\ln 2} (f(x) - 2e^x)^2 dx = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2e^x \Rightarrow \int_0^{\ln 2} f(x)dx = 2$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thuộc $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$ của phương

trình $f(\cos x) = \cos x$ là



A. 5.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \cos x$ và do $x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in [-1; 1)$.

Khi đó phương trình: $f(t) = t, \quad t \in [-1; 1)$ có một nghiệm $t \in [-1; 1)$.

+ Khi $t = 0 \Rightarrow \cos x = 0$ phương trình có 1 nghiệm.

+ Khi $t \in [-1; 0) \Rightarrow \cos x = a \in [-1; 0)$ phương trình có 2 nghiệm.

+ Khi $t \in (0; 1) \Rightarrow \cos x = a \in (0; 1)$ phương trình có 1 nghiệm.

Câu 47. Cho x và y là những số thực không âm thỏa mãn $x^2 + 2x + \frac{y^2}{2} - 3 = \log_2 \frac{\sqrt{9-y^2}}{x+1}$.

Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + y$ thuộc tập nào dưới đây ?

A. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$.

B. $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$.

C. $\left[3; \frac{7}{2}\right)$.

D. $\left[\frac{7}{2}; 4\right)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $9 - y^2 > 0 \Rightarrow 0 \leq y < 3$.

$$(x+1)^2 + \frac{y^2-8}{2} = \log_2 \frac{\sqrt{9-y^2}}{x+1} \Leftrightarrow (x+1)^2 + \frac{y^2-8}{2} = \frac{1}{2} \log_2 (9-y^2) - \log_2 (x+1)$$

$$2(x+1)^2 + y^2 - 8 = \log_2 (9-y^2) - \log_2 (x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 2(x+1)^2 + \log_2 (x+1)^2 = \log_2 \left(\frac{9-y^2}{2}\right) + 2 \frac{9-y^2}{2}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + 2t$ ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0 \quad \forall t > 0$.

Từ đó suy ra $\frac{9-y^2}{2} = (x+1)^2 \Leftrightarrow 2(x+1)^2 + y^2 = 9$.

Ta có $(x+1+y)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}(x+1) + y\right)^2 \leq (2(x+1)^2 + y^2) \left(\frac{1}{2} + 1\right) = \frac{27}{2}$

Suy ra $x+1+y \leq \frac{3\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow x+y \leq \frac{3\sqrt{6}}{2} - 1$.

Dấu bằng xảy ra khi $2(x+1) = y = \sqrt{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1 \\ y = \sqrt{6} \end{cases}$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $T = x + y \approx 2,67$ khi $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1 \\ y = \sqrt{6} \end{cases}$.

Câu 48. Gọi S là các tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3mx + 8|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 8. Tổng các số nguyên m bằng

A. 3.

B. 4.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Xét $h(x) = x^3 - 3mx + 8 \Rightarrow h'(x) = 3x^2 - 3m$.

TH1: Xét $m \leq 0$ suy ra $h(x) \geq h(0) = 8$ không thỏa mãn.

TH2: Xét $m > 0$ suy ra $h'(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{m}$

$$0 < m < 9$$

$$m \geq 9$$

x	0	$\sqrt{m}$	3
$h(x)$	8	$8 - 2m\sqrt{m}$	$35 - 9m$

x	0	3	$\sqrt{m}$
$h(x)$	8	$35 - 9m$	$8 - 2m\sqrt{m}$

Nếu $0 < m < 9$ thì $\begin{cases} 35 - 9m \leq 8 \\ 8 - 2m\sqrt{m} \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [3; 4]$

Nếu $m \geq 9$ thì $\begin{cases} 35 - 9m \geq -8 \\ 8 - 2m\sqrt{m} \leq 8 \end{cases}$ không có giá trị m thỏa mãn.

Kết luận: có 2 giá trị m nguyên thỏa mãn $m = 3$ hoặc $m = 4$. Tổng $3 + 4 = 7$.

Câu 49: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết $A'B$ vuông góc với đáy. Góc AA' tạo với đáy một góc bằng 60° . Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ACC'A')$ bằng 30° . Khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt bằng 8 và 9. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên BB', CC' và H', K' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên BB', CC' .

Thể tích lăng trụ $AHK.A'H'K'$ bằng

A. $V = 192\sqrt{3}$.

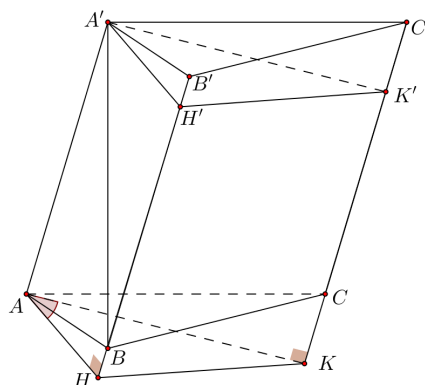
B. $V = 96\sqrt{3}$.

C. $V = 64\sqrt{3}$.

D. $V = 384\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Từ đỉnh A kẻ $AH \perp BB'$ ($H \in BB'$). Cũng từ A kẻ $AK \perp CC'$ ($K \in CC'$).

Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ACC'A')$ bằng 30° .

Suy ra $\widehat{HAK} = 30^\circ$ hoặc $\widehat{HAK} = 150^\circ$

Diện tích tam giác $S_{\Delta AHK} = \frac{1}{2} AH \cdot AK \sin 30^\circ = \frac{1}{2} AH \cdot AK \sin 150^\circ = 18$.

Góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và (ABC) bằng góc giữa $A'A$ và $A'B$ bằng 30° .

Xét tam giác ΔHAB suy ra $AB = \frac{AH}{\sin 60^\circ} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$

Xét tam giác $\Delta BAA'$ suy ra $AA' = \frac{AB}{\cos 60^\circ} = \frac{32\sqrt{3}}{3}$.

Mà AA' là đường cao của lăng trụ $AHK.A'H'K'$. Thể tích $V_{AHK.A'H'K'} = 192\sqrt{3}$.

Câu 50: Cho số nguyên a , số thực b . Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của a để tồn tại số thực x thỏa mãn $x+a=4^b$ và $\sqrt{x-2}+\sqrt{a+2}=3^b$. Tổng các phần tử của tập S là

A. 7.

B. -3.

C. -2.

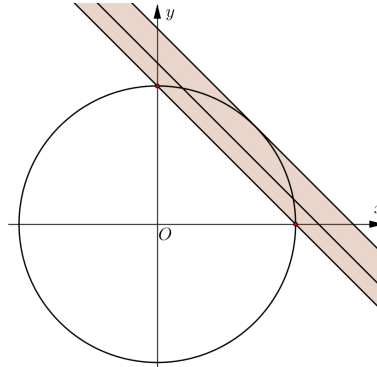
D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \geq 2 \\ a \geq -2 \end{cases} \cdot \text{Đặt } \begin{cases} u = \sqrt{x-2} \\ v = \sqrt{a+2} \end{cases} ; u, v \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} u^2 + v^2 = 4^b & (1) \\ u + v = 3^b & (2) \end{cases}$$

Trong đó (1) là phương trình của đường tròn tâm $I(0;0)$, bán kính $R=2^b$ và (2) là phương trình của một đường thẳng.



$$\text{Ta phải có: } d(I, d) = \frac{|-3^b|}{\sqrt{2}} \leq 2^b \Rightarrow 2^b \leq 3^b \leq 2^{b+\frac{1}{2}} \Rightarrow 0 \leq b \leq \log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u^2 + v^2 = 4^b \leq 4^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} \approx 3.27 \\ 1 \leq u + v = 3^b \leq 3^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} \approx 2.56 \end{cases}$$

$$v^2 \leq 4^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} \Rightarrow v^2 = a+2 \leq 4^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} \Rightarrow -2 \leq a \leq 1, 27.$$

$$\Rightarrow a \in \{-2; -1; 0; 1\}$$

$$\text{Thử lại với } a=1 \Rightarrow v=\sqrt{3} \Rightarrow u^2=4^b-3 \geq 0 \Rightarrow b \geq \log_4 3.$$

$$\Rightarrow u=3^b-\sqrt{3} \geq 3^{\log_4 3}-\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow u^2+v^2 \geq (3^{\log_4 3}-\sqrt{3})^2+3 > 3.4 \text{ trái với } u^2+v^2=4^b \leq 4^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} \approx 3.27.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của a .

Phân tích đáp án nhiễu

+) Đáp án C là do chưa thử lại khi $a=1$; $a \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

+) Đáp án A là do đánh giá từ

$$u+v=3^b \leq 3^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} \Leftrightarrow v \leq 3^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} - u \leq 3^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} \text{ do } u \geq 0.$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{a+2} \leq 3^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}} \Leftrightarrow a \leq \left(3^{\log_{\frac{3}{2}} \sqrt{2}}\right)^2 - 2 \approx 4.54.$$

$$\Rightarrow a \in [-2; 4.54) \Rightarrow a \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}.$$

..... Hết

SỞ GDĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT KIM SƠN B

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:

Câu 1. Cho tập hợp M gồm 15 điểm phân biệt. Số vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối là các điểm thuộc M là

- A. C_{15}^2 . B. 15^2 . C. A_{15}^2 . D. A_{15}^{13} .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 6^n - 1$. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.

- A. 120005. B. 6840. C. 7775. D. 6480.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6x + 8) = 1$ là

- A. $\{-1; 5\}$ B. $\{5\}$ C. $\{1; 5\}$ D. $\{-1\}$

Câu 4. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

- A. $V = 60$. B. $V = 180$. C. $V = 50$. D. $V = 150$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{\frac{2}{3}}$ là:

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. C. $D = (-1; 1)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus [-1; 1]$.

Câu 6. Cho $F(x) = \cos 2x - \sin x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tính $f(\pi)$.

- A. $f(\pi) = -3$. B. $f(\pi) = 1$. C. $f(\pi) = -1$. D. $f(\pi) = 0$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $2a^3$. B. $3a^3$. C. $6a^3$. D. a^3 .

Câu 8. Thể tích của khối nón có độ dài đường sinh $l = 2a$ và bán kính đáy $r = a$ bằng

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $2\pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 9. Cho hình lập phương có cạnh bằng 2. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

- A. 6π . B. $4\sqrt{3}\pi$. C. 8π . D. 12π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			1		0		1	
	$-\infty$							$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$.

Câu 11. Với các số thực dụng a và b tùy ý, $\ln\left(\frac{a^3}{b^5}\right)$ bằng

A. $\frac{3}{5} \ln \frac{a}{b}$.

B. $\frac{3 \ln a}{5 \ln b}$.

C. $3 \ln a + 5 \ln b$.

D. $3 \ln a - 5 \ln b$.

Câu 12. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $3a$.

B. $2a$.

C. $\frac{3}{2}a$.

D. $\frac{2}{3}a$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	0	$\frac{4}{3}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$-\frac{5}{27}$	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

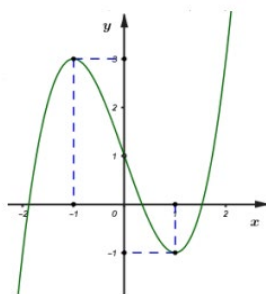
B. Hàm số đạt cực đại bằng 1.

C. Hàm số đạt cực tiểu bằng $\frac{4}{3}$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{5}{27}$.

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$



B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

D. $y = x^3 - 3x + 1$

Câu 15. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1+3x}{2x-1}$

A. $y = 2$.

B. $y = -3$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $y = \frac{3}{2}$.

Câu 16. Cho bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -2$. Số nghiệm nguyên của bất phương trình là:

A. 3.

B. Vô số.

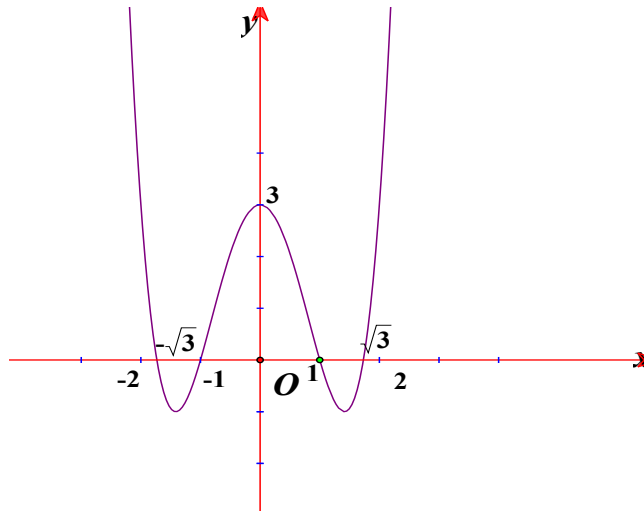
C. 5.

D. 4.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình

$$(x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0$$

có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 9.

B. 10.

C. 8.

D. 4.

Câu 18. Cho $\int_1^2 [2f(x) - x] dx = 1$, khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. -1

B. 1

C. 3

D. -3

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là

A. $\bar{z} = -6 + 4i$.B. $\bar{z} = 4 + 6i$.C. $\bar{z} = 6 + 4i$.D. $\bar{z} = -6 - 4i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$; $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$.

A. $w = -3 + 8i$.B. $w = -5 + i$.C. $w = -3 - 8i$.D. $w = -3 + i$.

Câu 21. Cho số phức $z = -1 + 2i$. Số phức $\bar{z}$ được biểu diễn bởi điểm nào dưới đây trên mặt phẳng tọa độ?

A. $P(1; 2)$.B. $N(1; -2)$.C. $Q(-1; -2)$.D. $M(-1; 2)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; -1)$. Gọi A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục hoành. Tìm tọa độ điểm A' .

A. $A'(-2; -3; 1)$.B. $A'(0; -3; 1)$.C. $A'(-2; 0; 0)$.D. $A'(2; -3; 1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng

A. $3\sqrt{3}$.

B. 9.

C. 3.D. $\sqrt{3}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) :

A. $\vec{n}_1 = (1; -2; 3)$.B. $\vec{n}_2 = (-6; 3; -2)$.C. $\vec{n}_3 = (6; 3; 2)$.D. $\vec{n}_4 = (6; 3; -2)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ không đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(3; 1; -5)$.B. $M(2; 1; -2)$.C. $N(0; 1; 4)$.D. $P(4; 1; -4)$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N lần lượt là trung điểm của AD và $C'D'$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$. Tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. 1.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x) - 2x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.**B.** 4.**C.** 1.**D.** 2.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+2}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng:

A. 3**B.** 2**C.** $\frac{5}{3}$ **D.** -1

Câu 29. Cho $a, b > 0$ thỏa $9a^2 + b = 10ab$. Hãy chọn đẳng thức đúng

A. $\log\left(\frac{a+b}{4}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}$

B. $\log\left(\frac{3a+b}{4}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}$

C. $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \log a + \log b$

D. $\log\left(\frac{3a+b}{4}\right) = \log a + \log b$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -9x^4 - 5x^2$ với trục hoành là

A. 3.**B.** 0.**C.** 1.**D.** 4.

Câu 31. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức

 $P = 3a + 10b$ là**A.** 2**B.** -4**C.** 5**D.** -3

Câu 32. Cho tam giác ABC cân tại A có $BC = 10\text{ cm}$, $AB = 6\text{ cm}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh AB được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{4216\pi}{27}\text{ cm}^3$.

B. $\frac{325\pi}{2}\text{ cm}^3$.

C. $\frac{550\pi}{9}\text{ cm}^3$.

D. $200\pi\text{ cm}^3$.

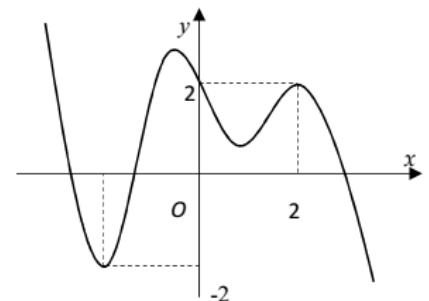
Câu 33. Cho $\int_0^3 e^{\sqrt{x+1}} \frac{dx}{\sqrt{x+1}} = a.e^2 + b.e + c$. Với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 1$.**B.** $S = 2$.**C.** $S = 0$.**D.** $S = 4$.

Câu 34. Cho số dương a thỏa mãn hình phẳng giới hạn bởi các đường parabol $y = ax^2 - 2$ và $y = 4 - 2ax^2$ có diện tích bằng 16. Giá trị của a bằng

A. 2.**B.** $\frac{1}{4}$.**C.** $\frac{1}{2}$.

Câu 35. Cho hai số phức $z = 3 - 5i$ và $w = -1 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức $z' = \bar{z} - w.z$ trong mặt

phẳng Oxy có tọa độ là**A.** $(-4; -6)$ **B.** $(4; -6)$ **C.** $(4; 6)$ 

Câu 36. Cho phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Tính $A = |z_1| + |z_2| + z_1 z_2$.

A. $A = 25 + 2\sqrt{5}$.**B.** $A = 0$.**C.** $A = 5 - 2\sqrt{5}$.**D.** $A = 5 + 2\sqrt{5}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1); B(3; 3; -1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB .

A. $(\alpha): x + 2y - z + 2 = 0$.

B. $(\alpha): x + 2y - z - 4 = 0$.

C. $(\alpha): x + 2y - z - 3 = 0$.

D. $(\alpha): x + 2y + z - 4 = 0$.

Câu 38. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;3)$, $B(4;-3;3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G , của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

A. $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{1}$.

D. $\Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 39. Trong một lớp có $(2n+3)$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến $(2n+3)$, mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $\frac{17}{1155}$. Số học sinh của lớp là:

A. 27.

B. 25.

C. 45.

D. 35.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = 4a$, $SA \perp (ABCD)$, cạnh SC tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm trên cạnh AD sao cho $DN = a$. Khoảng cách giữa MN và SB là

A. $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$.

B. $\frac{a\sqrt{285}}{19}$.

C. $\frac{2a\sqrt{95}}{19}$.

D. $\frac{8a}{\sqrt{19}}$.

Câu 41. Số giá trị m nguyên và $m \in [-2018; 2018]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m+1)x^2 + 3x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. 4035.

B. 4037.

C. 4036.

D. 4034.

Câu 42. Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (so với mặt nước biển) (đo bằng mét) theo công thức $P = P_0 \cdot e^{xi}$ trong đó $P_0 = 760 \text{ mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển ($x = 0$), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là 672,71 mmHg. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3343m là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

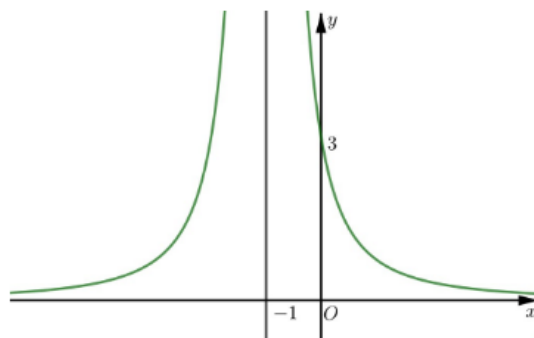
A. 495,34mmHg

B. 530,23mmHg

C. 485,36mmHg

D. 505,45mmHg

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; -2]$ bằng 8. Giá trị của $f(2)$ bằng.



A. 2

B. 5

C. 4

D. 6

Câu 44. Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có $AB; CD$ là 2 dây cung của 2 đường tròn đáy và mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng.

A. $\frac{5a^2}{4}$

B. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{4}$

C. $5a^2$

D. $\frac{5a^2}{2}$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ không âm, có đạo hàm trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(1) = 1$,

$[2f(x) + 1 - x^2]f'(x) = 2x[1 + 2f(x)], \forall x \in [0;1]$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 1

B. 2

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{3}{2}$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	0	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
y'	-	+	0	-	0
y	$+\infty$	-1	4	$-\infty$	$+\infty$

Phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Câu 47. Cho các số nguyên dương a, b lớn hơn 1. Biết phương trình $a^{x^2+1} = b^x$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $b^{x^2-1} = (9a)^x$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) < 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 3a + 2b$.

A. 12

B. 46

C. 44

D. 22

Câu 48. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x^2 + \frac{x}{x+1} = (y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left| -x^2 + x + 4 + \sqrt{4-x^2} - \sqrt{(x+1)(y+1)} + a \right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in [-10; 10]$ để $M \leq 2m$.

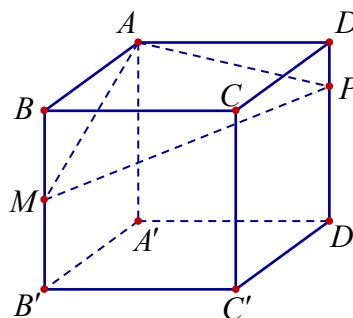
A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N . Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng



A. $V = 2a^3$.

B. $V = 3a^3$.

C. $V = \frac{9a^3}{4}$.

D. $V = \frac{11a^3}{3}$.

Câu 50. Cho m, n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $2018(\log_m x)(\log_n x) = 2017 \log_m x + 2018 \log_n x + 2019$. P nguyên và đạt giá trị nhỏ nhất khi:

A. $m.n = 2^{2020}$.

B. $m.n = 2^{2017}$.

C. $m.n = 2^{2019}$.

D. $m.n = 2^{2018}$.

*****Hết*****

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.C	4.B	5.D	6.B	7.A	8.D	9.D	10.B
11.D	12.C	13.B	14.D	15.D	16.D	17.B	18.B	19.C	20.C
21.C	22.A	23.C	24.B	25.D	26.C	27.A	28.C	29.B	30.C
31.D	32.C	33.C	34.C	35.A	36.D	37.B	38.B	39.D	40.A
41.A	42.D	43.C	44.D	45.C	46.A	47.B	48.B	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU VD VÀ VDC

Câu 39. (VD) Trong một lớp có $(2n + 3)$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác . Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến $(2n + 3)$, mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $\frac{17}{1155}$. Số học sinh của lớp là:

A. 27.

B. 25.

C. 45.

D. 35.

Lời giải

Chọn DSố cách các xếp học sinh vào ghế là $(2n + 3)!$

Nhận xét rằng nếu ba số tự nhiên a, b, c lập thành một cấp số cộng thì $a + c = 2b$ nên $a + c$ là số chẵn. Như vậy a, c phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Từ 1 đến $2n + 3$ có $n + 1$ số chẵn và $n + 2$ số lẻ.

Muốn có một cách xếp học sinh thỏa số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng ta sẽ tiến hành như sau:

Bước 1: chọn hai ghế có số thứ tự cùng chẵn hoặc cùng lẻ rồi xếp An và Chi vào, sau đó xếp Bình vào ghế chính giữa. Bước này có $A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2$ cách.

Bước 2: xếp chỗ cho $2n$ học sinh còn lại. Bước này có $(2n)!$

Như vậy số cách xếp thỏa yêu cầu này là $(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!$

Ta có phương trình

$$\frac{(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!}{(2n+3)!} = \frac{17}{1155} \Leftrightarrow \frac{n(n+1) + (n+1)(n+2)}{(2n+1) + (2n+2)(2n+3)} = \frac{17}{1155}$$

$$\Leftrightarrow 68n^2 - 1019n - 1104 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \\ n = -\frac{69}{68} \end{cases}$$

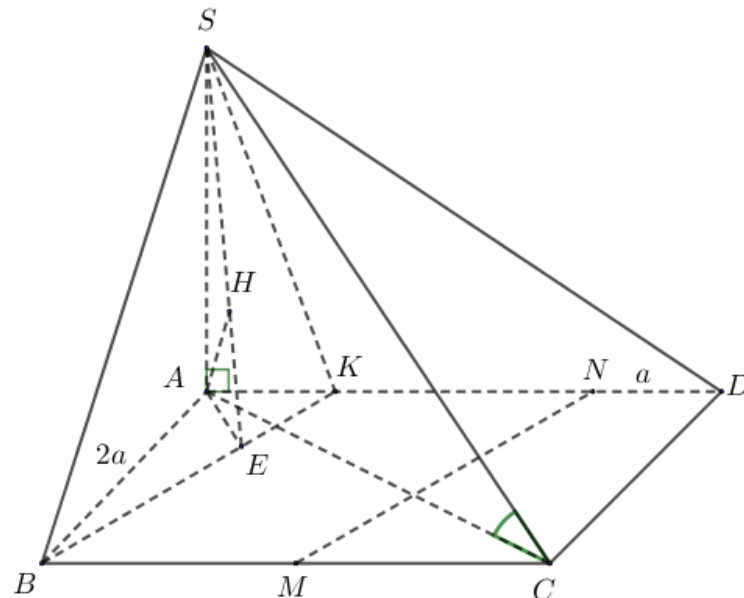
Vậy số học sinh của lớp là 35.

Câu 40. (VD) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = 4a$, $SA \perp (ABCD)$, cạnh SC tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm trên cạnh AD sao cho $DN = a$. Khoảng cách giữa MN và SB là

- A.** $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$. **B.** $\frac{a\sqrt{285}}{19}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{95}}{19}$. **D.** $\frac{8a}{\sqrt{19}}$.

Lời giải

Chọn A



Lấy K trên AD sao cho $AK = a$ thì $MN \parallel (SBK)$. $AC = 2a\sqrt{5}$.

$$\Rightarrow d(MN, SB) = d(MN, (SBK)) = d(N, (SBK)) = 2d(A, (SBK)).$$

Vẽ $AE \perp BK$ tại E , $AH \perp SE$ tại H .

Ta có $(SAE) \perp (SBK)$, $(SAE) \cap (SBK) = SE$, $AH \perp SE$

$$\Rightarrow AH \perp (SBK) \Rightarrow d(A, (SBK)) = AH. SA = AC \cdot \sqrt{3} = 2a\sqrt{15}.$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{(2a\sqrt{15})^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{1}{(2a\sqrt{15})^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{285}}{19} \Rightarrow d(MN, SB) = \frac{2a\sqrt{285}}{19}.$$

Câu 41. (VD) Số giá trị m nguyên và $m \in [-2018; 2018]$ để hàm số

$y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m+1)x^2 + 3x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A.4035.

B. 4037.

C. 4036.

D. 4034.

Lời giải**Chọn A**

+Nếu $m = -1$ hàm số đã cho trở thành $y = 3x - 1$, hàm này đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $m = -1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+Nếu $m = 1$ hàm số đã cho trở thành $y = 2x^2 + 3x - 1$, dễ thấy hàm số này không đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $m = 1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+Nếu $m \neq \pm 1$

Ta có $y' = (m^2 - 1)x^2 + 2(m + 1)x + 3$. Hàm đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$(m^2 - 1)x^2 + 2(m + 1)x + 3 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ \Delta' = (m + 1)^2 - 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \\ m \in (-\infty; -1) \cup [2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup [2; +\infty).$$

Theo giả thiết $m \in [-2018; 2018]$ suy ra $m \in [-2018; -1) \cup [2; 2018]$, mà m nguyên nên m nhận 4034 giá trị (2).

+Từ (1) và (2) suy ra m nhận 4035 giá trị.

Câu 42. (VD) Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (so với mặt nước biển) (đo bằng mét) theo công thức $P = P_0 \cdot e^{xi}$ trong đó $P_0 = 760 \text{ mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển ($x = 0$), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là 672,71 mmHg. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3343m là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. 495,34mmHg B. 530,23mmHg C. 485,36mmH D. 505,45mmHg

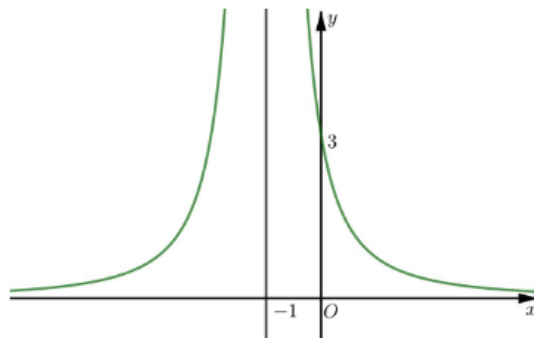
Lời giải**Chọn D**

Ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là 672,71 mmHg nên ta có: $672,71 = 760 \cdot e^{1000i}$

$$\Leftrightarrow e^{1000i} = \frac{672,71}{760} \Leftrightarrow i = \frac{\ln \frac{672,71}{760}}{1000}$$

$$\text{Áp suất không khí ở độ cao 3343m là } P = P_0 \cdot e^{3343i} = 760 \cdot e^{3343 \cdot \frac{\ln \frac{672,71}{760}}{1000}} \approx 505,45 \text{ mmHg}$$

Câu 43. (VD) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; -2]$ bằng 8. Giá trị của $f(2)$ bằng.



A. 2

B. 5

C. 4

D. 6

Lời giải**Chọn C**

Ta có $f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua điểm $(0;3)$ nên $f'(x) = 3 \Leftrightarrow \frac{ad-bc}{d^2} = 3$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ có tiệm cận đứng $x = -1$ nên $-c + d = 0$.

Vì $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3;-2]} f(x) = f(-2) = 8 \Leftrightarrow \frac{-2a+b}{-2c+d} = 8$.

Vậy ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} ad-bc = 3d^2 \\ -c+d = 0 \\ b-2a = 8(d-2c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = d \\ a-b = 3d \\ b-2a = -8d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5d \\ b = 2d \\ c = d \end{cases}$$

Vậy $f(x) = \frac{5dx+2d}{dx+d} = \frac{5x+2}{x+1} \Rightarrow f(2) = 4$.

Câu 44. (VD) Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có AB, CD là 2 dây cung của 2 đường tròn đáy và mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng .

A. $\frac{5a^2}{4}$

B. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{4}$

C. $5a^2$

D. $\frac{5a^2}{2}$

Lời giải

Chọn D

Xét hình trụ như trên. Gọi cạnh hình vuông $ABCD$ là x ($x > 0$)

Gọi $M; N$ lần lượt là hình chiếu của A, B trên đáy còn lại không chứa A, B .

Vì $AB \parallel DC; AB = DC \Rightarrow AB \parallel MN \parallel DC; AB = MN = DC$ hay $MNDC$ là hình bình hành tâm O' .

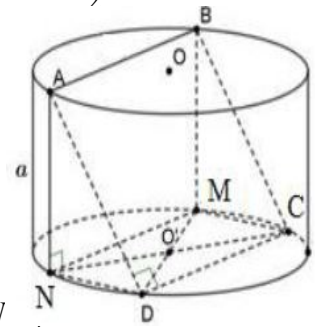
Lại có $MD = NC = 2a$ nên $MNDC$ là hình chữ nhật.

Suy ra $ND = \sqrt{NC^2 - DC^2} = \sqrt{4a^2 - x^2}$ (1) (định lý Pytago trong tam giác DN)

Lại có tam giác AND vuông tại N nên theo định lý Pyatgo ta có $ND = \sqrt{AD^2 - AN^2} = \sqrt{x^2 - a^2}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\sqrt{4a^2 - x^2} = \sqrt{x^2 - a^2} \Leftrightarrow 2x^2 = 5a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $x^2 = \left(\frac{a\sqrt{10}}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{2}$.



Câu 45. (VD) Cho hàm số $f(x)$ không âm, có đạo hàm trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(1) = 1$,

$[2f(x) + 1 - x^2]f'(x) = 2x[1 + 2f(x)], \forall x \in [0;1]$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 1

B. 2

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $[2f(x) + 1 - x^2]f'(x) = 2x[1 + 2f(x)]$

$\Leftrightarrow 2f(x).f'(x) + f'(x)(1 - x^2) = 2x.(1 + 2f(x))$

$\Leftrightarrow 2f(x).f'(x) = (x^2 - 1)f'(x) + 2x(1 + 2f(x))$

$\Leftrightarrow [f^2(x)]' = [(x^2 - 1)(f(x) + 1)]'$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được $f^2(x) = (x^2 - 1)(f(x) + 1) + C$

Lại có $f(1) = 1 \rightarrow 1 = (1 - 1).2 + C \Rightarrow C = 1$

Nên $f^2(x) = (x^2 - 1)(f(x) + 1) + 1$

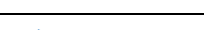
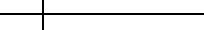
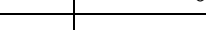
$$\Leftrightarrow f^2(x) = x^2 f(x) + x^2 - f(x)$$

$$\Leftrightarrow f(x)(x^2 - f(x)) + x^2 - f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - f(x))(f(x) + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -1 (ktm) \\ f(x) = x^2 (tm) \end{cases}$$

Suy ra $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$.

Câu 46. (VDC) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	0	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
y'	-	+	0	-	0
y	$+\infty$  -1	$-\infty$  4  $-\infty$	-1  $+\infty$		

Phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn A.

Với $x \in \left[0; \frac{5\pi}{6}\right] \Rightarrow \sin x \in [0; 1] \Rightarrow t = 2^{\sin x} \in [1; 2]$. Phương trình trở thành $f(t) = 3$. Kẻ đường thẳng $y=3$. Cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lần lượt

$$x = a < 1; x = b \in (1; \sqrt{2}); x = c \in (\sqrt{2}; 2); x = d \in (2; +\infty).$$

Vậy phương trình này có bốn nghiệm là

$$t = a < 1; x = b \in (1; \sqrt{2}); x = c \in (\sqrt{2}; 2); x = d \in (2; +\infty).$$

Đổi chiếu điều kiện $t \in [1; 2]$ nhận $t = b; t = c$.

$$2^{\sin x} = b \in (1; \sqrt{2}) \Leftrightarrow \sin x = \log_2 b \in \left(0; \frac{1}{2}\right). \text{ Phương trình này có một nghiệm trên đoạn } \left[0; \frac{5\pi}{6}\right].$$

$$2^{\sin x} = c \in (\sqrt{2}; 2) \Leftrightarrow \sin x = \log_2 c \in \left(\frac{1}{2}; 1\right). \text{ Phương trình này có một nghiệm trên đoạn } \left[0; \frac{5\pi}{6}\right].$$

Vậy phương trình đã cho có tất cả 3 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

Câu 47. (VDC) Cho các số nguyên dương a, b lớn hơn 1. Biết phương trình $a^{x^2+1} = b^x$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $b^{x^2-1} = (9a)^x$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) < 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 3a + 2b$.

A. 12

B. 46

C. 44

D. 22

Lời giải

Chọn B

Với $a^{x^2+1} = b^x$, lấy logarit cơ số a hai vế ta được: $x^2 + 1 = x \log_a b \Leftrightarrow x^2 - x \log_a b + 1 = 0$

Phương trình này có hai nghiệm phân biệt, khi đó $\Delta = (\log_a b)^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \log_a b > 2 \Leftrightarrow b > a^2$

Tương tự $b^{x^2-1} = (9a)^x \Leftrightarrow x^2 - 1 = x \log_b(9a) \Rightarrow \Delta = (\log_b(9a))^2 + 4 > 0$

Khi đó theo vi – ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = \log_a b \\ x_3 + x_4 = \log_b(9a) \end{cases} \Rightarrow \log_a b \log_b(9a) < 3 \Leftrightarrow \log_b(9a) < 3 \Leftrightarrow 9a < a^3 \Rightarrow a \geq 4$

Vì vậy $b > 16 \Rightarrow b \geq 17 \Rightarrow S \geq 3.4 + 2.17 = 46$.

Câu 48. (VDC) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x^2 + \frac{x}{x+1} = (y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)}$. Gọi M, m

lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = \left| -x^2 + x + 4 + \sqrt{4-x^2} - \sqrt{(x+1)(y+1)} + a \right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số

$a \in [-10; 10]$ để $M \leq 2m$.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 + \frac{x}{x+1} = (y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)} \Leftrightarrow \frac{x^3 + x(x+1)}{(x+1)\sqrt{x+1}} = (y+2)\sqrt{y+1}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x}{\sqrt{x+1}} \right)^3 + \frac{x}{\sqrt{x+1}} = (\sqrt{y+1})^3 + \sqrt{y+1}(1)$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t, t \in \mathbb{R}, f'(t) = 3t^2 + 1 \geq 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Phương trình (1) trở thành $f\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right) = f(\sqrt{y+1}) \Leftrightarrow x = \sqrt{(x+1)(y+1)}$

Khi đó $P = \left| 4 - x^2 + \sqrt{4-x^2} + a \right|$.

Đặt $t = \sqrt{4-x^2}$, điều kiện: $t \in [0; 2]$.

Xét $f(t) = t^2 + t + a \Rightarrow a \leq f(t) \leq a + 6, P = |f(t)|$

* Nếu $a > 0$ thì $M = a + 6; m = a$

$M \leq 2m \Leftrightarrow a + 6 \leq 2a \Leftrightarrow a \geq 6 \Rightarrow a \in \{6; 7; 8; 9; 10\}$ do $a \in \mathbb{Z}, a \in [-10; 10]$

* Nếu $a + 6 < 0$ thì $M = -a; m = -(a + 6)$

$M \leq 2m \Leftrightarrow -a \leq -2(a + 6) \Leftrightarrow a \leq 12$ (loại).

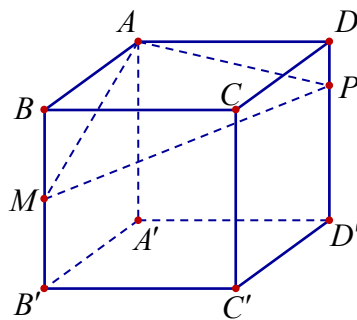
* Nếu $a \leq 0 \leq a + 6$ thì $m = 0, M > 0$ không thỏa mãn điều kiện $M \leq 2m$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện.

Câu 49. (VDC) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P

thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N . Thể tích khối đa diện

$AMNPBCD$ bằng



A. $V = 2a^3$.

B. $V = 3a^3$.

C. $V = \frac{9a^3}{4}$.

D. $V = \frac{11a^3}{3}$.

Lời giải

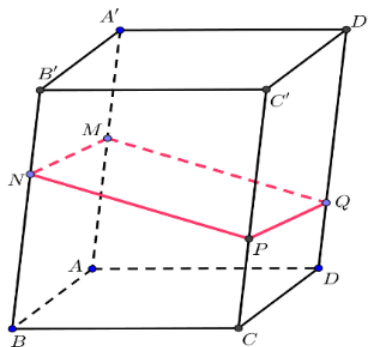
Chọn B

Cách 1: Sử dụng công thức tỉ số thể tích khối hộp

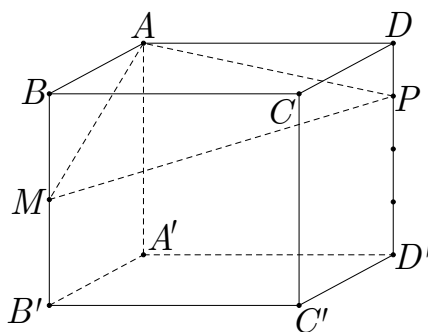
Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M , N , P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA' , BB' , CC' .

Mặt phẳng (MPN) cắt cạnh DD' tại Q . Khi đó:

$$\frac{V_{MNPQ.A'B'C'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{2} \left(\frac{MA'}{AA'} + \frac{PC'}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{NB'}{BB'} + \frac{QD'}{DD'} \right).$$



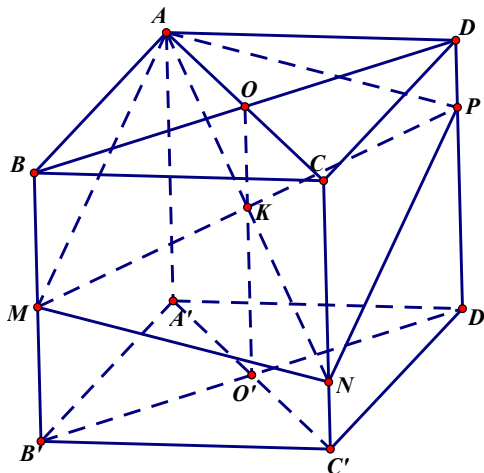
Áp dụng, xem khối đa diện $AMNPBCD \equiv AMNP.ABCD$ ta có:



$$\frac{V_{AMNP.ABCD}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}} = \frac{1}{2} \left(\frac{MB}{B'B} + \frac{PD}{D'D} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{8}.$$

$$\text{Vậy } V_{AMNPBCD} = V_{AMNP.ABCD} = \frac{3}{8} V_{A'B'C'D'.ABCD} = \frac{3}{8} (2a)^3 = 3a^3$$

Cách 2:



Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Gọi O , O' lần lượt là tâm hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$, gọi $K = OO' \cap MP$, khi đó $N = AK \cap CC'$.

Ta có $OK = \frac{1}{2}(DP + BM) = \frac{1}{2}\left(a + \frac{a}{2}\right) = \frac{3a}{4}$. Do đó $CN = 2OK = \frac{3a}{2}$.

Diện tích hình thang $BMNC$ là

$$S_{BMNC} = \frac{1}{2}(BM + CN).BC = \frac{1}{2}\left(a + \frac{3a}{2}\right).2a = \frac{5a^2}{2}.$$

Thể tích khối chóp $A.BMNC$ là

$$V_{A.BMNC} = \frac{1}{3}.S_{BMNC}.AB = \frac{1}{3}.\frac{5a^2}{2}.2a = \frac{5a^3}{3}.$$

Diện tích hình thang $DPNC$ là

$$S_{DPNC} = \frac{1}{2}(DP + CN).CD = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{2}\right).2a = 2a^2.$$

Thể tích khối chóp $A.DPNC$ là

$$V_{A.DPNC} = \frac{1}{3}.S_{DPNC}.AD = \frac{1}{3}.2a^2.2a = \frac{4a^3}{3}.$$

Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

$$V = V_{A.BMNC} + V_{A.DPNC} = \frac{5a^3}{3} + \frac{4a^3}{3} = 3a^3.$$

Câu 50. (VDC) Cho m, n là các số nguyên dương khác 1. Gọi P là tích các nghiệm của phương trình $2018(\log_m x)(\log_n x) = 2017 \log_m x + 2018 \log_n x + 2019$. P nguyên và đạt giá trị nhỏ nhất khi:

A. $m.n = 2^{2020}$.

B. $m.n = 2^{2017}$.

C. $m.n = 2^{2019}$.

D. $m.n = 2^{2018}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Với điều kiện đó phương trình đã cho được biến đổi tương đương thành phương trình:

$$2018(\log_m x)(\log_n m \cdot \log_m x) - 2017 \log_m x - 2018 \log_n m \cdot \log_m x - 2019 = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = \log_m x, t \in \mathbb{R}$. Khi đó phương trình (1) trở thành phương trình:

$$2018(\log_n m)t^2 - (2017 + 2018 \log_n m)t - 2019 = 0 \quad (2).$$

Do phương trình (2) có $2 \log_n m \cdot (-2019) < 0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu, do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Xét } \log_m x_1 x_2 = \log_m x_1 + \log_m x_2 = \frac{2017 + 2018 \log_n m}{2018 \log_n m} = \frac{2017}{2018 \log_n m} + 1.$$

$$\text{Suy ra: } x_1 x_2 = m^{\frac{2017}{2018 \log_n m} + 1} = m^{\frac{2017}{2018} \log_n n + 1} = m.n^{\frac{2017}{2018}}.$$

Theo bài m là số nguyên dương khác 1 nên $m \geq 2$, do đó $P = x_1 x_2 \geq 2^{\frac{2017}{2018} \sqrt{n}}$.

Mặt khác n là số nguyên dương khác 1 nên $n \geq 2$ và 2017, 2018 là hai số nguyên tố cùng nhau nên để P nguyên và có giá trị nhỏ nhất khi $n = 2^{2018}$. Lúc đó $m.n = 2.2^{2018} = 2^{2019}$.

----- HẾT -----

SỞ GDĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT
NINH BÌNH-BẠC LIÊU

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 12 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 20 người?

- A. C_{20}^3 . B. A_{20}^3 . C. 20^3 . D. 3^{20} .

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_5 = 2$ và $u_6 = 5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 7. D. -3.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) = 2$ là

- A. $x = 7$. B. $x = 8$. C. $x = 9$. D. $x = 10$.

Câu 4. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$ bằng

- A. 12. B. 20. C. 15. D. 60.

Câu 5. Trong các hàm số sau, hàm số nào có cùng tập xác định với hàm số $y = x^\pi$?

- A. $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$. B. $y = \log_{2019}(x-1)$. C. $y = \log_{2020} x$. D. $y = \sqrt{x}$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tìm khẳng định *sai*.

- A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$. B. $\int_a^a f(x)dx = 0$.
C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Câu 7. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Biết $OA = 2, OB = 3, OC = 4$. Thể tích tứ diện $OABC$ bằng

- A. 8. B. 4. C. 12. D. 2.

Câu 8. Cho khối trụ có đường sinh $l = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. 16π . B. 48π . C. 36π . D. 4π .

Câu 9. Cho mặt cầu có đường kính bằng 4. Thể tích khối cầu đã cho bằng

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. 16π . C. $\frac{32\pi}{3}$. D. 64π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	↗ 3	↘ -1	↗ 3	↘ $-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_9(a^4)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}\log_3 a$. B. $2\log_3 a$. C. $4\log_3 a$. D. $3\log_2 a$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình trụ có đường sinh bằng 7 và bán kính đáy bằng 5 là

- A. $\frac{175\pi}{3}$. B. 175π . C. 70π . D. 35π .

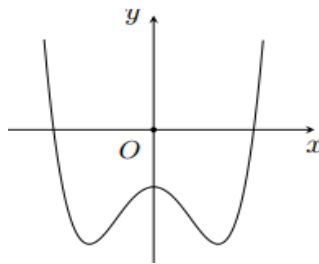
Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	-		
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 5.

Câu 14. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. B. $y = -x^3 + x^2 - 1$.
C. $y = x^3 - x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

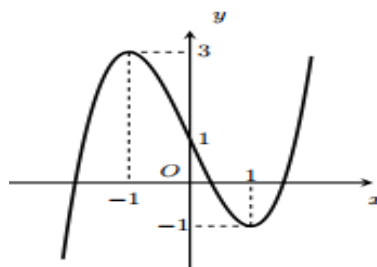
Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 2$. C. $x = -1$. D. $x = -2$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > \log_2 (8-x)$ là

- A. $(-\infty; 8)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(4; 8)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 18. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3, \int_2^3 f(x) dx = -1$. Tính $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 4. B. -4. C. 2. D. -2.

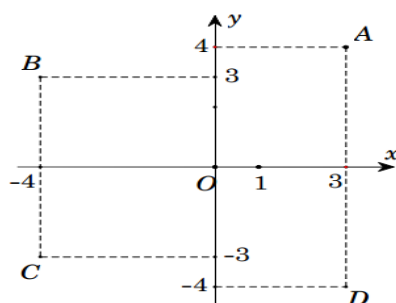
Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 2019 + 2020i$ có phần ảo là

- A. $2020i$. B. $-2020i$. C. 2020 . D. -2020 .

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - 5i$. Môđun của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 5. B. 25. C. 7. D. $\sqrt{7}$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D dưới đây?



- A.** Điểm A . **B.** Điểm B . **C.** Điểm C . **D.** Điểm D .

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -2; 5)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A.** $(1; -2; 0)$. **B.** $(0; 0; 5)$. **C.** $(0; -2; 5)$. **D.** $(1; 0; 0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A.** $R = 1$. **B.** $R = 5\sqrt{2}$. **C.** $R = 7$. **D.** $R = 3\sqrt{11}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-5}{-2} \text{ là}$$

- A.** $\vec{n}_3 = (2; 1; -2)$. **B.** $\vec{n}_1 = (1; -3; 5)$. **C.** $\vec{n}_2 = (-1; 3; -5)$. **D.** $\vec{n}_4 = (2; 1; 2)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{3}$ đi qua điểm $M(0; m; n)$. Giá trị $m + n$ bằng

- A.** 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -3.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính tan của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$, có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A.** $-\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 29. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x, \log_2 b = y$. Tính $P = \log_2(a^2 b^3)$.

- A.** $P = x^2 y^3$. **B.** $P = x^2 + y^3$. **C.** $P = 6xy$. **D.** $P = 2x + 3y$.

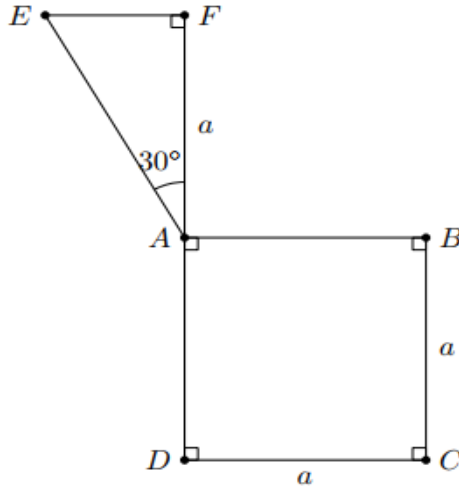
Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 1$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 31. Gọi S tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$. Tìm số phần tử của S .

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 32. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình như hình vẽ dưới đây quanh trục DF .

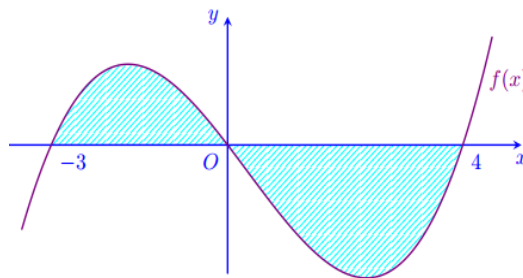


- A. $\frac{10\pi}{9}a^3$. B. $\frac{\pi}{3}a^3$. C. $\frac{5\pi}{2}a^3$. D. $\frac{10\pi}{7}a^3$.

Câu 33. Cho $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ và đặt $u = x^2 - 1$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

- A. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. B. $I = \frac{2}{3} \sqrt{27}$. C. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$. D. $I = \frac{2}{3} u \sqrt{u} \Big|_0^3$.

Câu 34. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch như hình dưới) là



- A. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$. B. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.
C. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$. D. $S = \int_{-3}^4 f(x) dx$.

Câu 35. Cho $2x + y + (2y - x)i = x - 2y + 3 + (y + 2x + 1)i$; $x, y \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2x + 3y$.

- A. $P = 7$. B. $P = 3$. C. $P = 1$. D. $P = 4$.

Câu 36. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 3. D. $\sqrt{3}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2+t \\ z = 3+t \end{cases}. \text{ Gọi } M(a;b;c) \text{ là tọa độ giao điểm của } d \text{ và mặt phẳng } (ABC). \text{ Tổng}$$

$$S = a+b+c \text{ bằng}$$

A. -7 .

B. 11 .

C. 5 .

D. 6 .

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc (P) ?

A. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 3t \\ z = 1-t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3t \\ z = 1-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+3t \\ z = 1-t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 3t \\ z = 1+t \end{cases}$.

Câu 39. Sắp xếp ngẫu nhiên 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ vào một dãy 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nam ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{7}{15}$.

B. $\frac{1}{42}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{3}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = P_{10} = 10! = 3628800$.

Gọi A là biến cố "không có hai học sinh nam ngồi cạnh nhau".

Mỗi phần tử của A tương ứng với 1 hàng gồm 10 bạn đã cho mà không có hai nam xếp cạnh nhau. Để xếp được 1 hàng như vậy ta thực hiện liên tiếp hai bước:

Bước 1: Xếp 6 bạn nữ thành một hàng, có số cách xếp là $6! = 720$ cách.

Bước 2: Chọn 4 trong 7 vị trí xen giữa hai nữ hoặc ngoài cùng để xếp 4 nam (2 nam không cạnh nhau) có số cách xếp là $C_7^4 \cdot 4! = 840$ cách.

Vậy $n(A) = 720 \cdot 840 = 604800$.

$$\text{Xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{604800}{3628800} = \frac{1}{6}.$$

Câu 40. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 2a$; $BC = 2a\sqrt{3}$. Tam giác $A'BC$ vuông cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng

A. $a\sqrt{3}$.

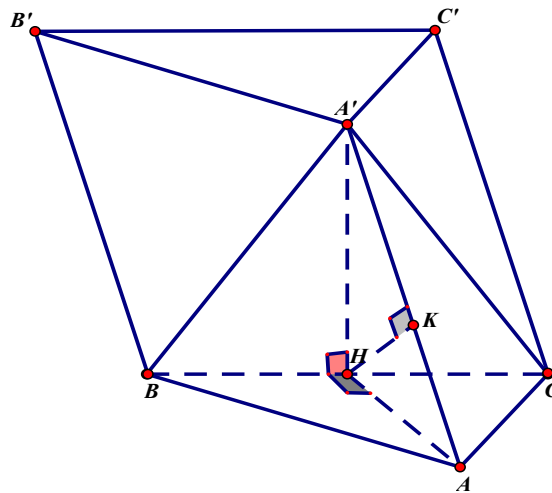
B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



+ Gọi H là trung điểm cạnh BC , suy ra $A'H \perp BC$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BC) \perp (ABC) \\ (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ A'H \subset (A'BC) \\ A'H \perp BC \end{cases} \Rightarrow A'H \perp (ABC).$$

+ Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm H trên cạnh AA' .

$$\text{Do } \begin{cases} BC \perp A'H \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AHA') \Rightarrow BC \perp HK.$$

Suy ra HK là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và BC .

Do đó $d(AA', BC) = HK$.

$$+ \text{ Ta có } A'H = \frac{BC}{2} = a\sqrt{3}; AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = a. \text{ Suy ra } HK = \frac{AH \cdot A'H}{\sqrt{AH^2 + A'H^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$$

$$\text{Hàm số nghịch biến trên } (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta'_{y'} = m^2 + 12m + 27 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3.$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m .

Câu 42. Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ

sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu tuần bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

A. 3.

B. 2.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Theo đề bài số lượng bèo ban đầu chiếm 0,04 diện tích mặt hồ.

Sau 1 tuần số lượng bèo là $0,04 \times 3^1$ diện tích mặt hồ.

Sau 2 tuần số lượng bèo là $0,04 \times 3^2$ diện tích mặt hồ.

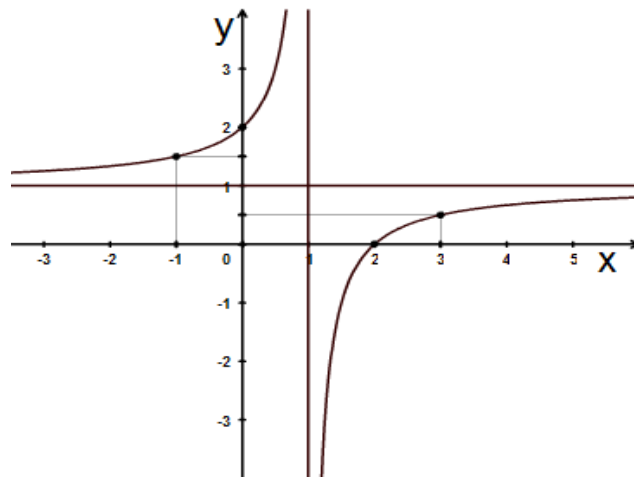
...

Sau n tuần số lượng bèo là $0,04 \times 3^n$ diện tích mặt hồ.

Để bèo phủ kín mặt hồ thì $0,04 \times 3^n = 1 \Leftrightarrow 3^n = 25 \Leftrightarrow n = \log_3 25 \approx 3$.

Vậy sau gần 3 tuần thì bèo vừa phủ kín mặt hồ.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như sau.



Tìm mệnh đề đúng.

A. $ad > bc$, $cd < ac$.

B. $ad > bc$, $cd > ac$.

C. $ad < bc$, $cd < ac$.

D. $ad < bc$, $cd > ac$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định nên $ad - bc > 0 \Leftrightarrow ad > bc$.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{a}{c} \Rightarrow y = \frac{a}{c} \text{ là tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{d}{c}\right)^+} y = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{d}{c}\right)^-} y = +\infty \Rightarrow x = -\frac{d}{c} \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$\text{Theo đồ thị ta có } \frac{a}{c} = 1, \quad -\frac{d}{c} = 1 \Rightarrow \frac{d}{c} = -1.$$

$$\text{Từ đó ta có } \frac{d}{c} < \frac{a}{c} \Leftrightarrow c^2 \cdot \frac{d}{c} < c^2 \cdot \frac{a}{c} \Leftrightarrow cd < ac.$$

$$\text{Vậy } ad > bc, \quad cd < ac.$$

Câu 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$.

B. $5\sqrt{39}\pi$.

C. $20\sqrt{3}\pi$.

D. $10\sqrt{39}\pi$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $MNPQ$ là thiết diện tạo bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1 (như hình vẽ). Khi đó $MNPQ$ là hình chữ nhật và $MQ = 5\sqrt{3}$.

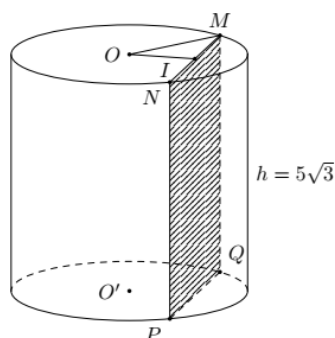
$$\text{Diện tích } MNPQ = 30, \text{ suy ra } MN = \frac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}.$$

Gọi I là trung điểm của MN . Suy ra $OI \perp MN$.

Vì MQ song song với trục của hình trụ nên MQ vuông góc với hai mặt đáy của hình trụ. Suy ra $MQ \perp OI$.

Do đó $OI \perp (MNPQ)$.

Vì vậy, $OI = 1$.



Tam giác OMI vuông tại I nên

$$OM = \sqrt{OI^2 + IM^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2. \text{ Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là}$$

$$S_{xq} = 2\pi \cdot 2 \cdot 5\sqrt{3} = 20\pi\sqrt{3}.$$

- Câu 45.** Cho hàm số $f(x)$ có $f(2)=15$ và $f'(x)=\frac{x-7}{x+2-3\sqrt{x+2}}$, $\forall x > -1$. Khi đó $\int_2^7 f(x)dx$ bằng
- A. $\frac{135}{2}$. B. $\frac{207}{2}$. C. 25. D. 74.

Lời giải

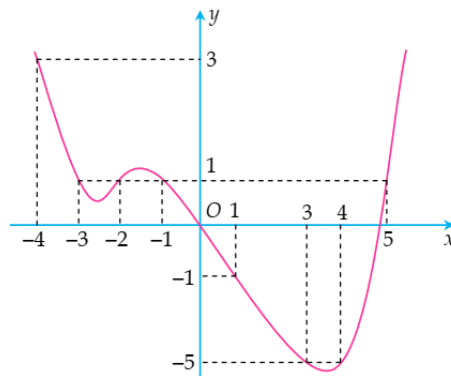
Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x)dx = \int \frac{x-7}{x+2-3\sqrt{x+2}} dx \\ &= \int \frac{(\sqrt{x+2}-3)(\sqrt{x+2}+3)}{\sqrt{x+2}(\sqrt{x+2}-3)} dx \\ &= \int \left(1 + \frac{3}{\sqrt{x+2}}\right) dx = x + 6\sqrt{x+2} + C. \end{aligned}$$

$$\text{Vì } f(2)=15 \Rightarrow 2+6\sqrt{2+2}+C=15 \Rightarrow C=1.$$

$$\text{Khi đó } \int_2^7 (x+6\sqrt{x+2}+1)dx = \left(\frac{x^2}{2} + 4\sqrt{(x+2)^3} + x\right)\Big|_2^7 = \frac{207}{2}.$$

- Câu 46.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $f(2\sin x)=1$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=2\sin x$, $t \in [-2; 2]$.

Xét phương trình $f(t)=1$ trên $[-2; 2]$, dựa vào đồ thị ta thấy

$$f(t)=1 \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ t=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin x=-2 \\ 2\sin x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x=-1 \\ \sin x=-\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Với } \sin x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x=\frac{3\pi}{2}.$$

$$\text{Với } \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = \frac{5\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}.$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm

Câu 47. Cho các số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq 1$ và $\log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + (x+1)(y+1) - 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P với $P = 2x + y$.

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + (x+1)(y+1) - 2 = 0 \Leftrightarrow \log_3 (x+y) + (x+y) = \log_3 (1-xy) + (1-xy) \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$, ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0 \forall t > 0$

$\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến với $\forall t > 0$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow x+y = 1-xy \Leftrightarrow y = \frac{1-x}{x+1} \quad (2).$$

Thế (2) vào P ta được $P = 2x + \frac{1-x}{1+x}$ Với $0 \leq x \leq 1$

$$P' = 2 - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{2x^2 + 4x}{(x+1)^2} \geq 0; \text{ với } 0 \leq x \leq 1.$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của P là 1 đạt được khi $x = 0; y = 1$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x^4 - 2x^2 - m|$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 2. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -2.

B. 7.

C. 14.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } u = x^4 - 2x^2 - m \text{ trên đoạn } [-1; 2] \text{ có } u' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-1; 2] \\ x = 0 \in [-1; 2] \\ x = 1 \in [-1; 2] \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \max_{[-1; 2]} u = \max \{u(-1), u(0), u(1), u(2)\} = \max \{-1-m, -m, 8-m\} = 8-m \\ \min_{[-1; 2]} u = \min \{u(-1), u(0), u(1), u(2)\} = \min \{-1-m, -m, 8-m\} = -1-m \end{cases}.$$

Nếu $(-1-m)(8-m) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 8 \end{cases}$ thì $\min_{[-1;2]} f(x) = 0$ (khác 2).

Nếu $(-1-m)(8-m) > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 8$ thì $\min_{[-1;2]} f(x) = \min \{|-1-m|, |8-m|\} = 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |-1-m| = 2 \\ -1 < m < 8 \\ |-1-m| \leq |8-m| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 6 \end{cases}.$$

Vậy tổng tất cả các phần tử của S bằng 7.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại D lấy điểm S' thỏa mãn $S'D = \frac{1}{2}SA$ và S, S' ở cùng phía đối với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi V_1 là thể tích phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$. Gọi V_2 là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{7}{18}$.

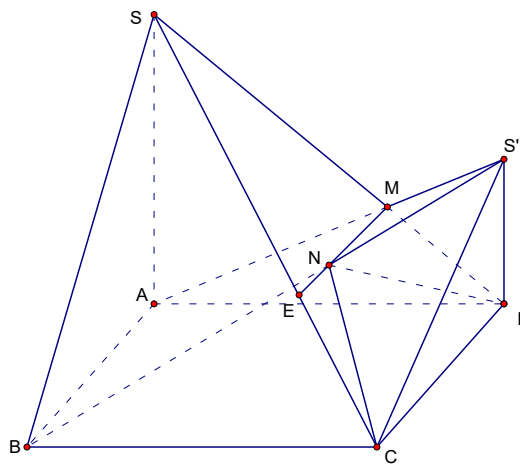
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi V' là thể tích của khối chóp $S'.ABCD$. M là giao điểm của $S'A$ và SD , từ M kẻ đường thẳng song song với CD cắt $S'B$ tại N .

Ta có:

+) $V' = \frac{1}{2}V_2$ (có cùng diện tích đáy, chiều cao bằng một nửa).

+) $\frac{MS'}{MA} = \frac{S'D}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S'M}{SA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S'N}{SB} = \frac{S'M}{SA} = \frac{1}{3}.$

$$+) \frac{V_{S'.MND}}{V_{S'.ABD}} = \frac{S'M}{SA} \cdot \frac{S'N}{SB} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_{S'.MND} = \frac{1}{9} \cdot V_{S'.ABD} = \frac{1}{18} \cdot V'.$$

$$+) \frac{V_{S'.NCD}}{V_{S'.BCD}} = \frac{S'N}{SB} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S'.MND} = \frac{1}{3} \cdot V_{S'.ABD} = \frac{1}{6} \cdot V'.$$

Suy ra:

$$+) V_1 = V' - V_{S'.MND} - V_{S'.NCD} = V' - \frac{1}{18} \cdot V' - \frac{1}{6} \cdot V' = \frac{7}{9} V' = \frac{7}{18} V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{18}.$$

Câu 50. Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp

$(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

A. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$

B. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$

C. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$.

D. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 \leq 0$ (1).

Giả sử $M(x; y)$ thỏa mãn pt (1), khi đó tập hợp điểm M là hình tròn (C_1) tâm $I(2; 2)$ bán kính $R_1 = \sqrt{2}$. Các đáp án đề cho đều ứng với $m > 0$. Nên dễ thấy $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$ là phương trình đường tròn (C_2) tâm $J(-1; 1)$ bán kính $R_2 = \sqrt{m}$. Vậy để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa đề khi chỉ khi (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài và (C_1) trong (C_2)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IJ = R_1 + R_2 \Leftrightarrow \sqrt{10} = \sqrt{m} + \sqrt{2} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2 \\ IJ = R_2 - R_1 \Rightarrow m = (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2 \end{cases}$$

*****Hết*****

SỞ GD&ĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT
NGUYỄN HUỆ

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:

Câu 1. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau :

- A. 110 B. 121 C. 120 D. 125

Câu 2. Cho cấp số cộng có $u_1 = -2$ và $d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $u_4 = 8$. B. $u_5 = 15$. C. $u_2 = 3$. D. $u_3 = 6$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $9.3^{\ln x} = 9^{\ln x}$ là

- A. e^2 . B. e^{-1} . C. e . D. e^3 .

Câu 4. Tính thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AD' = 2\sqrt{2}a$.

- A. $V = a^3$. B. $V = 8a^3$. C. $V = 2\sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 5. Hàm số $f(x) = \log_2(x-2)$ có tập xác định là ?

- A. $(2; +\infty)$ B. $[2; +\infty)$ C. $(-\infty; 2]$ D. $(-\infty; 2)$

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$

- A. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$.
C. $\int \sin 2x dx = \cos 2x + C$. D. $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, độ dài cạnh $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 8. Tính diện tích xung quanh của một hình nón có bán kính đường tròn đáy là 3 cm và độ dài đường sinh là 6 cm.

- A. $9\pi \text{ cm}^2$. B. $6\pi \text{ cm}^2$. C. $9\pi\sqrt{3} \text{ cm}^2$. D. $18\pi \text{ cm}^2$.

Câu 9. Cho hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

- A. $6\pi a^2$. B. $9\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $4\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$; $(-1; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$; $(-1; +\infty)$.

Câu 11. Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{4}{3}}\sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{7}{3}}$

B. $a^{\frac{5}{6}}$

C. $a^{\frac{11}{6}}$

D. $a^{\frac{10}{3}}$

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 4(\text{cm})$ và đường sinh $l = 5(\text{cm})$ bằng

A. $20\pi(\text{cm}^2)$.

B. $100\pi(\text{cm}^2)$.

C. $80\pi(\text{cm}^2)$.

D. $40\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			2				2		
	$-\infty$				1				$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 2$.

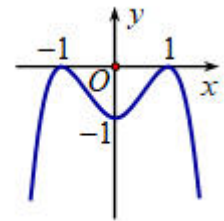
Câu 14. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -2x^4 + 3x^2 - 5$

B. $y = -x^4 + x^2 - 1$

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

D. $y = -x^4 + 3x^2 - 4$



Câu 15. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+5}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 1$ và $y = 2$.

B. $x = 2$ và $y = 1$.

C. $x = -1$ và $y = 3$.

D. $x = -1$ và $y = -3$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $10^{\log 9} = x^3 + 1$ là

A. -2 .

B. 1 .

C. 3 .

D. 2 .

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		$-\infty$		4		$-\infty$
			-2				

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm thực là

A. $(4; +\infty)$.

B. $(-2; 4)$.

C. $(-\infty; 2) \cup \{4\}$.

D. $(-\infty; -2] \cup \{4\}$.

Câu 18. Nếu $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx = K - 2e$ thì giá trị của K là

A. 9.

B. 10.

C. 11.

D. 12,5.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 - 3i$. Tìm phần ảo b của số phức z .

A. $b = 3$.B. $b = -3$.C. $b = 3i$.D. $b = 2$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Xác định phần ảo a của số phức $z = 3z_1 - 2z_2$.

A. $a = 11$.B. $a = 12$.C. $a = -1$.D. $a = -12$.

Câu 21. Tính môđun của số phức z , biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$.

A. $|z| = 25\sqrt{2}$.B. $|z| = 7\sqrt{2}$.C. $|z| = 5\sqrt{2}$.D. $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 22. Cho $A(1; -2; 0), B(3; 3; 2), C(-1; 2; 2), D(3; 3; 1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Câu 23. Mặt cầu (S) tâm $I(-1; 2; -3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$ có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{3}$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{16}{3}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c), (abc \neq 0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

B. $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} + \frac{z}{c} = 1$.

C. $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1$.

D. $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 4; -1), B(2; 4; 3), C(2; 2; -1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của CD và N là trung điểm của $A'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $B'M$ và $C'N$ bằng

A. 30° .B. 45° .C. 60° .D. 90° .

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{x+4}{x+5}$ có đồ thị (H) . Gọi đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ là tiếp tuyến của (H)

tại giao điểm của (H) với trục Ox . Tính $S = a + b$ ta được:

A. $S = \frac{5}{841}$.

B. $S = \frac{45}{841}$.

C. $S = 5$.

D. $S = 1$.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

A. $\frac{15}{2}$.

B. 5.

C. $\frac{29}{3}$.

D. 3.

Câu 29. Cho $A = 3\log_{\sqrt{3}} \sqrt{x} - 6\log_9 (3x) + \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{27}$. Nếu $\log_3 x = \sqrt{7}$ thì giá trị của biểu thức A là

- A. $A = -6 + \sqrt{7}$. **B.** $A = -\sqrt{7}$. C. $A = -6 - \sqrt{7}$. D. $A = \sqrt{7}$.

Câu 30. Gọi n là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $g(x) = x^3 - 4x - 2$ và $f(x) = x - 2$. Tính n .

- A. $n = 5$. **B.** $n = 3$. C. $n = 2$. D. $n = \pm\sqrt{5}$.

Câu 31. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $25^x - (m+1).5^x + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$ bằng:

- A.** $\frac{626}{25}$. B. 0. C. $\frac{26}{25}$. **D.** $\frac{26}{5}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 3$, $AD = 2$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{10\pi}{3}$. **B.** $V = \frac{32\pi}{3}$. C. $V = \frac{20\pi}{3}$. D. $V = \frac{16\pi}{3}$.

Câu 33. Giả sử hàm số f liên tục trên đoạn $[0; 2]$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)dx = 6$. Giá trị của tích phân

$$\int_0^{\pi/2} f(2\sin x) \cos x dx \text{ là}$$

- A. -6. B. 6. C. -3. **D.** 3.

Câu 34. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 3$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

- A.** $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{16}{15}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ, cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích S bằng:

- A. $S = 19\pi$. B. $S = 12\pi$. **C.** $S = 16\pi$. D. $S = 25\pi$.

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.

- A.** $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = 4$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Phương trình của mặt phẳng chứa trục Ox và qua điểm $I(2; -3; 1)$ là:

- A. $3y + z = 0$. B. $3x + y = 0$. C. $y - 3z = 0$. **D.** $y + 3z = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

- A. $(0; 2; 3)$. **B.** $(0; 0; -2)$. C. $(0; 0; 2)$. D. $(0; -2; -3)$.

Câu 39. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp A . Xác suất để số lấy được là số tự nhiên không lớn hơn 2503 là

- A.** $\frac{101}{360}$. **B.** $\frac{5}{18}$. **C.** $\frac{57}{240}$. **D.** $\frac{259}{360}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A.** $h = \frac{a\sqrt{7}}{3}$. **B.** $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $h = a\sqrt{3}$. **D.** $h = \frac{a\sqrt{7}}{21}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10; 10)$ sao cho hàm số $y = x^4 - 2(4m-1)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A.** 10. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

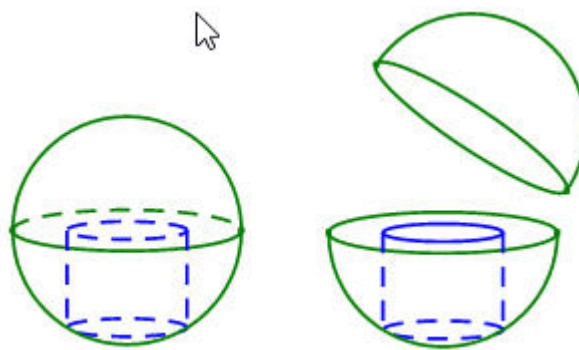
Câu 42. Sau một tháng thi công công trình xây dựng Nhà học thể dục của Trường X đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, công ty xây dựng quyết định từ tháng thứ 2, mỗi tháng tăng 4% khối lượng công việc so với tháng kể trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công?

- A.** 19. **B.** 18. **C.** 17. **D.** 20.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 4 - 2m^2$. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = |f(x)|$ có đúng 3 điểm cực trị

- A.** 8. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 44. Một công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế một khối cầu như một viên ngọc trai, bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem (như hình minh họa).



Theo dự kiến, nhà sản xuất có dự định để khối cầu có bán kính $R = 3\sqrt{3}$ cm. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bìahộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).

- A.** $16\pi \text{ cm}^3$. **B.** $54\pi \text{ cm}^3$. **C.** $108\pi \text{ cm}^3$. **D.** $27\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x \cdot f(\cos^2 x) dx = \int_1^8 \frac{f(\sqrt[3]{x})}{x} dx = 6$. Tính tích

phân $\int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx$

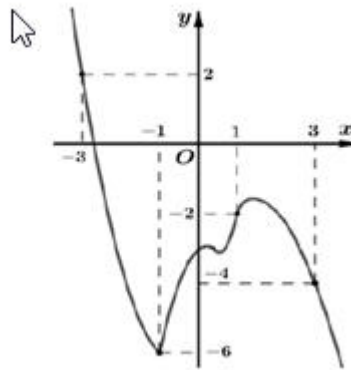
A. 4

B. 6

C. 7

D. 10

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f\left(3 - 4\sqrt{6x - 9x^2}\right) = m - 3$ có nghiệm?



A. 6.

B. 5.

C. 9.

D. 17.

Câu 47. Cho x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10} \text{ khi } x, y \text{ thay đổi.}$$

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 48. Gọi S là tập hợp giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Biết hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{IH}$ và góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{9a^3}{2\sqrt{3}}$.

B. $V = \frac{2a^3}{4}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{a^3}{9}$.

Câu 50. Cho các số thực $a, b > 1$ thỏa mãn $a^{\log_b a} + 16b^{\log_a \left(\frac{b^8}{a^3}\right)} = 12b^2$ giá trị của biểu thức $P = a^3 + b^3$ là

A. $P = 20$ B. $P = 39$ C. $P = 125$ D. $P = 72$

*****Hết*****

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.A	4.C	5.A	6.A	7.A	8.D	9.B	10.A
11.C	12.D	13.C	14.C	15.A	16.B	17.A	18.B	19.B	20.B
21.C	22.C	23.B	24.A	25.A	26.D	27.C	28.B	29.B	30.B
31.A	32.B	33.D	34.A	35.C	36.A	37.D	38.B	39.A	40.B
41.A	42.B	43.B	44.B	45.C	46.C	47.C	48.A	49.D	50.D

Câu 1. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau :

A. 110

B. 121

C. 120

D. 125

Câu 2. Cho cấp số cộng có $u_1 = -2$ và $d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $u_4 = 8$.B. $u_5 = 15$.C. $u_2 = 3$.D. $u_3 = 6$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $9 \cdot 3^{\ln x} = 9^{\ln x}$ là

A. e^2 .B. e^{-1} .C. e .D. e^3 .

Câu 4. Tính thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AD' = 2\sqrt{2}a$.

A. $V = a^3$.B. $V = 8a^3$.C. $V = 2\sqrt{2}a^3$.D. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 5. Hàm số $f(x) = \log_2(x-2)$ có tập xác định là ?

A. $(2; +\infty)$ B. $[2; +\infty)$ C. $(-\infty; 2]$ D. $(-\infty; 2)$

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$

A. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.B. $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$.C. $\int \sin 2x dx = \cos 2x + C$.D. $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, độ dài cạnh $AB = BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.B. $V = \frac{a^3}{2}$.C. $V = a^3$.D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 8. Tính diện tích xung quanh của một hình nón có bán kính đường tròn đáy là 3 cm và độ dài đường sinh là 6 cm.

A. $9\pi \text{ cm}^2$.B. $6\pi \text{ cm}^2$.C. $9\pi\sqrt{3} \text{ cm}^2$.D. $18\pi \text{ cm}^2$.

Câu 9. Cho hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. $6\pi a^2$.B. $9\pi a^2$.C. $8\pi a^2$.D. $4\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1); (-1; +\infty)$.B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 11. Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{4}{3}} \sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{7}{3}}$

B. $a^{\frac{5}{6}}$

C. $a^{\frac{11}{6}}$

D. $a^{\frac{10}{3}}$

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 4$ (cm) và đường sinh $l = 5$ (cm) bằng

A. 20π (cm²).

B. 100π (cm²).

C. 80π (cm²).

D. 40π (cm²).

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$-$
y			2		2	
	$-\infty$			1		$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 2$.

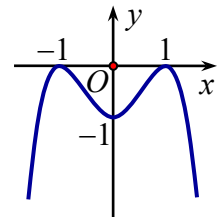
Câu 14. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -2x^4 + 3x^2 - 5$

B. $y = -x^4 + x^2 - 1$

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

D. $y = -x^4 + 3x^2 - 4$



Câu 15. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+5}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x = 1$ và $y = 2$.

B. $x = 2$ và $y = 1$.

C. $x = -1$ và $y = 3$.

D. $x = -1$ và $y = -3$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $10^{\log 9} = x^3 + 1$ là

A. -2 .

B. 1 .

C. 3 .

D. 2 .

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$		$-$	0	$+$
y	$+\infty$		$-\infty$	4	$-\infty$
		-2			

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm thực là

A. $(4; +\infty)$.

B. $(-2; 4)$.

C. $(-\infty; 2) \cup \{4\}$.

D. $(-\infty; -2] \cup \{4\}$.

Câu 18. Nếu $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx = K - 2e$ thì giá trị của K là

A. 9.

B. 10.

C. 11.

D. 12,5.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 - 3i$. Tìm phần ảo b của số phức z .

A. $b = 3$.B. $b = -3$.C. $b = 3i$.D. $b = 2$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Xác định phần ảo a của số phức $z = 3z_1 - 2z_2$.

A. $a = 11$.B. $a = 12$.C. $a = -1$.D. $a = -12$.

Câu 21. Tính môđun của số phức z , biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$.

A. $|z| = 25\sqrt{2}$.B. $|z| = 7\sqrt{2}$.C. $|z| = 5\sqrt{2}$.D. $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 22. Cho $A(1; -2; 0), B(3; 3; 2), C(-1; 2; 2), D(3; 3; 1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Câu 23. Mặt cầu (S) tâm $I(-1; 2; -3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$ có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{3}$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{16}{3}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c), (abc \neq 0)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

B. $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} + \frac{z}{c} = 1$.

C. $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1$.

D. $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 4; -1), B(2; 4; 3), C(2; 2; -1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

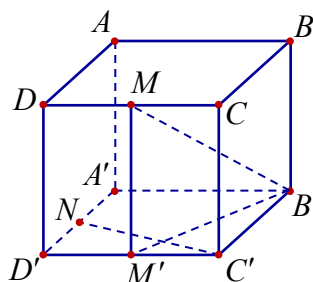
Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của CD và N là trung điểm của $A'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $B'M$ và $C'N$ bằng

A. 30° .B. 45° .C. 60° .D. 90° .

Lời giải

Chọn D.

Cách 1:



Gọi M' là trung điểm của $C'D'$.

Ta thấy hình chiếu vuông góc của $B'M$ lên mp($A'B'C'D'$) là $B'M'$ và trong ($A'B'C'D'$) có $B'M' \perp C'N$. Do đó theo định lý ba đường vuông góc ta có $B'M \perp C'N$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng $B'M$ và $C'N$ bằng 90° .

Cách 2:

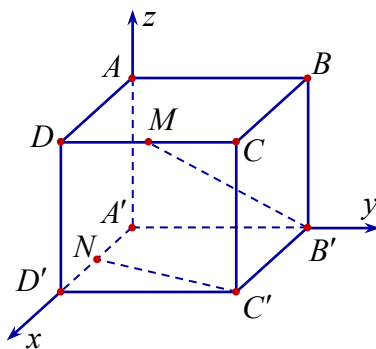
$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \\ \overrightarrow{C'N} = \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{D'N} = \overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{B'M} \cdot \overrightarrow{C'N} = \left(-\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \right) \cdot \left(\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \right) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA})^2 - \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC})^2 = 0 \Rightarrow B'M \perp C'N.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng $B'M$ và $C'N$ bằng 90° .

Cách 3:

Gắn hình lập phương vào hệ trục tọa độ như hình vẽ:



$$\text{Ta có: } A'(0;0;0), B'(0;a;0), C'(a;a;0), D'(a;0;0), C(a;a;a), D(a;0;a), M\left(a;\frac{a}{2};a\right), \\ N\left(\frac{a}{2};0;0\right).$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{B'M} = \left(a;\frac{-a}{2};a\right), \overrightarrow{C'N} = \left(\frac{-a}{2};-a;0\right) \Rightarrow \overrightarrow{B'M} \cdot \overrightarrow{C'N} = \frac{-a^2}{2} + \frac{a^2}{2} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{B'M} \perp \overrightarrow{C'N}.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng $B'M$ và $C'N$ bằng 90° .

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{x+4}{x+5}$ có đồ thị (H). Gọi đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ là tiếp tuyến của (H)

tại giao điểm của (H) với trục Ox . Tính $S = a + b$ ta được:

A. $S = \frac{5}{841}$.

B. $S = \frac{45}{841}$.

C. $S = 5$.

D. $S = 1$.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

A. $\frac{15}{2}$.

B. 5.

C. $\frac{29}{3}$.

D. 3.

Câu 29. Cho $A = 3\log_{\sqrt{3}}\sqrt{x} - 6\log_9(3x) + \log_{\frac{1}{3}}\frac{x}{27}$. Nếu $\log_3 x = \sqrt{7}$ thì giá trị của biểu thức A là

A. $A = -6 + \sqrt{7}$.

B. $A = -\sqrt{7}$.

C. $A = -6 - \sqrt{7}$.

D. $A = \sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= 3\log_{\sqrt{3}}\sqrt{x} - 6\log_9(3x) + \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x}{27}\right) = 3\log_3 x - \frac{6}{2} \cdot \log_3(3x) - \log_3\left(\frac{x}{27}\right) \\ &= 3\log_3 x - 3(\log_3 3 + \log_3 x) - (\log_3 x - \log_3 27) = 3\log_3 x - 3(1 + \log_3 x) - (\log_3 x - 3) \\ &= 3\log_3 x - 3 - 3\log_3 x - \log_3 x + 3 = -\log_3 x = -\sqrt{7}. \end{aligned}$$

Câu 30. Gọi n là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $g(x) = x^3 - 4x - 2$ và $f(x) = x - 2$. Tính n .

A. $n = 5$.

B. $n = 3$.

C. $n = 2$.

D. $n = \pm\sqrt{5}$.

Câu 31. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $25^x - (m+1) \cdot 5^x + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$ bằng:

A. $\frac{626}{25}$.

B. 0.

C. $\frac{26}{25}$.

D. $\frac{26}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow (5^x)^2 - (m+1) \cdot 5^x + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = m \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m \neq 1$.

Khi đó phương trình có nghiệm: $x = 0$ và $x = \log_5 m$.

$$\text{Điều kiện } x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (\log_5 m)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 m = 2 \\ \log_5 m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 25 \\ m = \frac{1}{25} \end{cases}$$

Vậy tổng tất cả các giá trị của m bằng $\frac{626}{25}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 3$, $AD = 2$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{10\pi}{3}$.

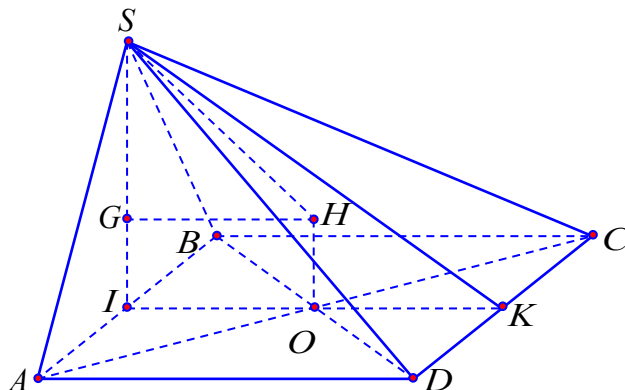
B. $V = \frac{32\pi}{3}$.

C. $V = \frac{20\pi}{3}$.

D. $V = \frac{16\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi G là trọng tâm của $\triangle SAB$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SI \perp AB, IK \perp AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SI \perp (ABCD) \\ IK \perp (SAB) \end{cases}.$$

Gọi O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$. Từ điểm O dựng đường thẳng song song SI và từ điểm G dựng đường thẳng song song IK thì ta có giao điểm H của hai đường đó là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $SI = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SG = \sqrt{3}, GH = IO = \frac{AD}{2} = 1$. Xét tam giác SGH vuông tại G ta có:

$$SH = \sqrt{SG^2 + GH^2} = 2. \text{ Vậy thể tích mặt cầu cần tìm là } V = \frac{4\pi \cdot 2^3}{3} = \frac{32\pi}{3}.$$

Câu 33. Giả sử hàm số f liên tục trên đoạn $[0; 2]$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = 6$. Giá trị của tích phân

$$\int_0^{\pi/2} f(2 \sin x) \cos x dx \text{ là}$$

A. -6.

B. 6.

C. -3.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 2 \sin x \Rightarrow dt = 2 \cos x dx$ và

x	0	$\pi/2$
t	0	2

$$\text{Vậy } \int_0^{\pi/2} f(2 \sin x) \cos x dx = \int_0^2 \frac{f(t)}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) dt = 3.$$

Câu 34. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 3$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$.

B. $\frac{16}{15}$.

C. $\frac{4\pi}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ, cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích S bằng:

A. $S = 19\pi$.

B. $S = 12\pi$.

C. $S = 16\pi$.

D. $S = 25\pi$.

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P = 2$.

B. $P = 1$.

C. $P = \sqrt{3}$.

D. $P = 4$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Phương trình của mặt phẳng chứa trục Ox và qua điểm $I(2; -3; 1)$ là:

A. $3y + z = 0$.

B. $3x + y = 0$.

C. $y - 3z = 0$.

D. $y + 3z = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

A. $(0; 2; 3)$.

B. $(0; 0; -2)$.

C. $(0; 0; 2)$.

D. $(0; -2; -3)$.

Câu 39. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp A . Xác suất để số lấy được là số tự nhiên không lớn hơn 2503 là

A. $\frac{101}{360}$.

B. $\frac{5}{18}$.

C. $\frac{57}{240}$.

D. $\frac{259}{360}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $n = \overline{abcd}$ là số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo ra từ các phần tử thuộc tập hợp $M = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Chữ số $a \in M \setminus \{0\}$ nên có 6 cách chọn.

Chữ số $b \in M \setminus \{a\}$ nên có 6 cách chọn.

Chữ số $c \in M \setminus \{a; b\}$ nên có 5 cách chọn.

Chữ số $d \in M \setminus \{a; b; c\}$ nên có 4 cách chọn.

Suy ra tập A có $6.6.5.4 = 720$ phần tử. Do đó $n(\Omega) = 720$.

Xét biến cố B : “Số lấy được là số tự nhiên không lớn hơn 2503”.

Gọi $m = \overline{xyst}$ là số thuộc A không lớn hơn 2503.

Xét các trường hợp sau:

➤ Trường hợp 1: m có dạng $m = \overline{250t}$: $t \in \{1; 3\}$ nên có 2 cách chọn t thỏa mãn.

➤ Trường hợp 2: m có dạng $m = \overline{2yst}$:

+ Với $y \leq 4$ và $y \neq 2$: nên có 4 cách chọn y .

+ $s, t \in M \setminus \{2; y\}$ nên có $5.4 = 20$ cách chọn s và t thỏa mãn.

Suy ra trường hợp này có $4.20 = 80$ số m thỏa mãn.

➤ Trường hợp 3: m có dạng $m = \overline{1yst}$:

+ $y, s, t \in M \setminus \{1\}$ nên có $6.5.4 = 120$ cách chọn y, s và t thỏa mãn.

Suy ra trường hợp này có 120 số m thỏa mãn.

Tóm lại có $2 + 80 + 120 = 202$ số m thỏa mãn.

Suy ra $n(B) = 202$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{202}{720} = \frac{101}{360}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SB và AC .

A. $h = \frac{a\sqrt{7}}{3}$.

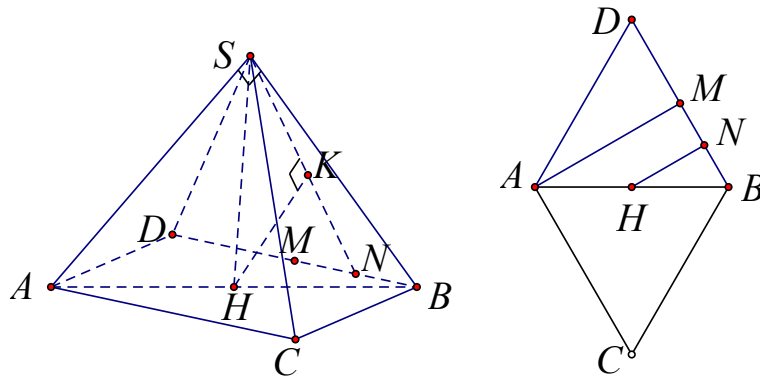
B. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $h = a\sqrt{3}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{7}}{21}$.

Lời giải

Chọn B.



Dựng hình bình hành $ACBD$. Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD, BM .

Ta có $\begin{cases} SH \perp AB \\ (SAB) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$

$AC \parallel (SBD)$ nên $d(AC; SB) = d(AC; (SBD)) = d(A; (SBD)) = 2d(H; (SBD))$.

Có $\begin{cases} HN \parallel AM \\ AM \perp BD \end{cases} \Rightarrow HN \perp BD$.

Kẻ $HK \perp SN$ tại K , ta có $HK \perp (SBD)$ nên $d(H; (SBD)) = HK$.

$SH = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$.

$HN = \frac{1}{2}AM = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$HK = \frac{HS \cdot HN}{\sqrt{HS^2 + HN^2}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{16}}} a = \frac{\sqrt{21}a}{14}$.

Vậy $d(AC; SB) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10; 10)$ sao cho hàm số $y = x^4 - 2(4m-1)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

A. 10.

B. 8.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4(4m-1)x = 4x[x^2 - (4m-1)].$$

+ TH1: $4m-1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$: $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Vì $m \in (-10; 10)$ và m nguyên nên có 10 giá trị m thỏa mãn.

$$+ \text{TH2: } 4m-1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}: y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{4m-1} \\ x = -\sqrt{4m-1} \end{cases}.$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (1; +\infty) \Leftrightarrow \sqrt{4m-1} \leq 1 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}.$$

Vì $m \in (-10; 10)$ và m nguyên nên không có giá trị m nào thỏa mãn.

Vậy có tất cả 10 giá trị m nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 42. Sau một tháng thi công công trình xây dựng Nhà học thể dục của Trường X đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, công ty xây dựng quyết định từ tháng thứ 2, mỗi tháng tăng 4% khối lượng công việc so với tháng kể trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công?

A. 19.

B. 18.

C. 17.

D. 20.

Lời giải

Đáp án B.

Dự kiến hoàn thành công việc trong 24 tháng $\Rightarrow$ Tháng đầu tiên công ty hoàn thành $A = \frac{1}{24}$ công việc.

Đặt $r = 0,04$; $m = 1 + r$.

Khối lượng công việc hoàn thành ở:

• Tháng thứ nhất: $T_1 = A$

• Tháng thứ hai: $T_2 = T_1 + T_1 r = Am$

• Tháng thứ ba: $T_3 = T_2 + T_2 r = Am^2$

• Tháng thứ tư: $T_4 = T_3 + T_3 r = Am^3$

...

• Tháng thứ n : $T_n = Am^{n-1}$

Để hoàn thành xong công trình thì:

$$T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n = 1 \Leftrightarrow A(1 + m + m^2 + \dots + m^{n-1}) = 1 \Leftrightarrow \frac{1 - m^n}{1 - m} = 24 \Leftrightarrow 1,04^n = 1,96.$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1,04} 1,96 \approx 17,2$$

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 4 - 2m^2$. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = |f(x)|$ có đúng 3 điểm cực trị

A. 8.

B. 9.

C. 7.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$, là hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số của x^4 dương

Ta có số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bằng số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ cộng với số lần đồ thị hàm số $y = f(x)$ xuyên qua Ox . Do vậy, để hàm số $y = |f(x)|$ có đúng 3 điểm cực trị thì xảy ra 2 trường hợp

TH1. Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị và không xuyên qua Ox

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ y_{CT} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ f\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}}\right) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m < 0 \\ m^2 - 2m^2 + 4 - 2m^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -3m^2 + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$$

m là số nguyên $m \in (-10; 10)$ nên $m = 1$

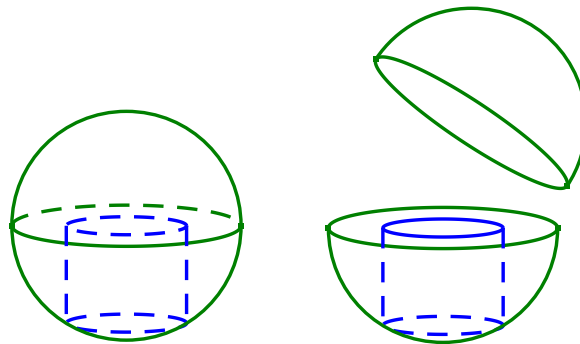
TH2. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực trị và xuyên qua Ox đúng 2 lần

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab \geq 0 \\ y_{CT} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab \geq 0 \\ c \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m \geq 0 \\ 4 - 2m^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \leq -\sqrt{2} \text{ hoặc } m \geq \sqrt{2} \end{cases}$$

m là số nguyên $m \in (-10; 10)$ nên $m = -9; -8; \dots; -2$

Kết luận: Có 9 số m thỏa mãn

Câu 44. Một công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế một khối cầu như một viên ngọc trai, bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem (như hình minh họa).



Theo dự kiến, nhà sản xuất có dự định để khối cầu có bán kính $R = 3\sqrt{3}$ cm. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bì hộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).

A. $16\pi \text{ cm}^3$.

B. $54\pi \text{ cm}^3$.

C. $108\pi \text{ cm}^3$.

D. $27\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi R là bán kính của hình cầu, r là bán kính của hình trụ và h là chiều cao của hình trụ.

Ta có: $r^2 = R^2 - h^2 = 27 - h^2$.

Khi đó thể tích V của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi(27 - h^2)h = \pi(-h^3 + 27h)$.

Ta có $R = 3\sqrt{3}$ cm và $0 \leq h \leq R$.

Xét hàm số $V(h) = \pi(-h^3 + 27h)$ trên đoạn $[0; 3\sqrt{3}]$.

Ta thấy $V(h)$ liên tục trên đoạn $[0; 3\sqrt{3}]$. Ta có: $V'(h) = \pi(-3h^2 + 27)$.

Xét $V'(h) = 0 \Leftrightarrow \pi(-3h^2 + 27) = 0 \Leftrightarrow h^2 = 9 \Rightarrow h = 3$.

Bảng biến thiên:

h	0	3	$3\sqrt{3}$		
$V'(h)$		+	0	-	
$V(h)$	0	$\nearrow$	54π	$\searrow$	0

Vậy thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem là $54\pi \text{ cm}^3$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x \cdot f(\cos^2 x) dx = \int_1^8 \frac{f(\sqrt[3]{x})}{x} dx = 6$. Tính tích

phân $\int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx$

A. 4

B. 6

C. 7

D. 10

Lời giải

Chọn C

+) Đặt $t = \sqrt[3]{x} \Rightarrow t^3 = x \Rightarrow 3t^2 dt = dx$

Đổi cận:

$$\text{Khi đó } \int_1^8 \frac{f(\sqrt[3]{x})}{x} dx = \int_1^2 \frac{f(t)}{t^3} 3t^2 dt = 3 \int_1^2 \frac{f(t)}{t} dt = 6 \Rightarrow \int_1^2 \frac{f(t)}{t} dt = 2$$

+) Đặt $t = \cos^2 x \Rightarrow dt = -2 \cos x \sin x dx \Rightarrow dt = -2 \cos^2 x \tan x dx \Rightarrow \tan x dx = -\frac{1}{2t} dt$

Đổi cận:

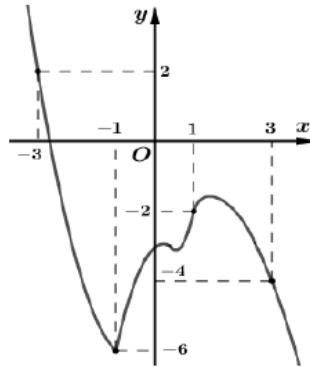
$$\text{Khi đó } \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x \cdot f(\cos^2 x) dx = -\frac{1}{2} \int_1^{\frac{1}{4}} \frac{f(t)}{t} dt = 6 \Rightarrow \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{f(t)}{t} dt = 12$$

+) Đặt $t = x^2 \Rightarrow dt = 2x dx \Rightarrow dt = 2x^2 \frac{dx}{x} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{1}{2} \frac{dt}{t}$

Đổi cận:

$$\text{Khi đó } \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} \frac{f(x^2)}{x} dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{4}}^2 \frac{f(t)}{t} dt = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{f(t)}{t} dt + \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{f(t)}{t} dt = \frac{2+12}{2} = 7$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f\left(3 - 4\sqrt{6x - 9x^2}\right) = m - 3$ có nghiệm?



A. 6.

B. 5.

C. 9.

D. 17.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $6x - 9x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{2}{3}$.

Đặt $t = 3 - 4\sqrt{6x - 9x^2}$, $x \in \left[0; \frac{2}{3}\right]$.

Ta có: $t' = -4 \cdot \frac{6 - 18x}{2\sqrt{6x - 9x^2}} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \in \left(0; \frac{2}{3}\right)$.

Bảng biến thiên cho $t = 3 - 4\sqrt{6x - 9x^2}$. Vì $x \in \left[0; \frac{2}{3}\right] \Rightarrow t \in [-1; 3]$

Phương trình trở thành: $2f(t) = m - 3 \Leftrightarrow f(t) = \frac{m-3}{2}, t \in [-1; 3]. (*)$

Phương trình $2f\left(3 - 4\sqrt{6x - 9x^2}\right) = m - 3$ có nghiệm $\Leftrightarrow f(t) = \frac{m-3}{2}$ có nghiệm $t \in [-1; 3]$

$\Leftrightarrow -6 \leq \frac{m-3}{2} \leq -2 + a \Leftrightarrow -12 \leq m-3 \leq -4 + 2a \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -1 + 2a$, với

$\max_{t \in [-1; 3]} f(t) = a + 2, a \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; \dots; -1\} \Rightarrow$ có 9 giá trị m nguyên thỏa ycbt.

Câu 47. Cho x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất của

$P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10}$ khi x, y thay đổi.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x + y > 0$ (do $x^2 + y^2 + xy + 2 = \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} + 2 > 0$).

Đẳng thức đã cho tương đương với

$$\log_3 \frac{9(x+y)}{x^2 + y^2 + xy + 2} = x(x-9) + y(y-9) + xy + 2 \quad (*)$$

Đặt $u = x^2 + y^2 + xy + 2 > 0$, $v = 9x + 9y > 0$, ta có.

$$(*) \Leftrightarrow \log_3 \frac{v}{u} = u - v \Leftrightarrow u + \log_3 u = v + \log_3 v.$$

Mà hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên suy ra

$$(*) \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0.$$

Ta có

$$x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - 9\left(x + \frac{y}{2}\right) = -\frac{3}{4}y^2 + \frac{9}{2}y - 2 = -\frac{3}{4}(y-3)^2 + \frac{19}{4}.$$

Dẫn đến

$$\left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - 9\left(x + \frac{y}{2}\right) \leq \frac{19}{4} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x + \frac{y}{2} \leq \frac{19}{2} \Rightarrow -1 \leq 2x + y \leq 19.$$

Suy ra

$$P = \frac{3x + 2y - 9}{x + y + 10} = \frac{x + y + 10 + 2x + y - 19}{x + y + 10} = 1 + \frac{2x + y - 19}{x + y + 10} \leq 1.$$

$$P = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 19 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Vậy $\max P = 1$.

Cách 2:

Từ giả thiết, ta có $x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0 \quad (*)$

Ta thấy $x = 8, y = 3$ thỏa mãn $(*)$, đặt $x = a + 8, y = b + 3$ khi đó:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0 &\Leftrightarrow a^2 + b^2 + ab + 10a + 5 = 0 \Leftrightarrow 10a + 5b = -(a^2 + ab + b^2) \\ &\Rightarrow 10a + 5b \leq 0 \Leftrightarrow 2a + b \leq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } P = \frac{3x + 2y - 9}{x + y + 10} = \frac{3a + 2b + 21}{a + b + 21} = 1 + \frac{2a + b}{a + b + 21} \leq 1$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 8, y = 3$. Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 1.

Câu 48. Gọi S là tập hợp giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + m$ trên $\mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	$m+2$	m	$m-2$	$m+2$	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y = |g(x)|$ thu được bằng cách giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục hoành của $(C): y = g(x)$, còn phần đồ thị phía dưới trục hoành của $(C): y = g(x)$ thì lấy đối xứng qua trục hoành lên trên. Do đó, ta có biện luận sau đây:

Ta xét các trường hợp sau:

+) $m+2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -2$. Khi đó $m-2 < m < m+2 \leq 0$, nên

$$\underset{[0;2]}{\text{Max}} y = \underset{[0;2]}{\text{Max}} \{ |m-2|, |m|, |m+2| \} = |m-2| = 2-m. \text{ Như vậy } \underset{[0;2]}{\text{Max}} y = 3 \Leftrightarrow 2-m = 3 \Leftrightarrow m = -1 \text{ (loại).}$$

+) $m < 0 < m+2 \Leftrightarrow -2 < m < 0$. Khi đó $m-2 < m < 0 < m+2$, nên

$$\underset{[0;2]}{\text{Max}} y = \underset{[0;2]}{\text{Max}} \{ |m-2|, |m|, m+2 \} = \underset{[0;2]}{\text{Max}} \{ 2-m, -m, m+2 \} = 2-m. \text{ Như vậy } \underset{[0;2]}{\text{Max}} y = 3 \Leftrightarrow 2-m = 3 \Leftrightarrow m = -1 \text{ (thỏa mãn).}$$

+) $m = 0$: $\underset{[0;2]}{\text{Max}} y = 2 \neq 3$ (loại).

+) $m-2 < 0 < m < m+2$ Ta có $\underset{[0;2]}{\text{Max}} y = \underset{[0;2]}{\text{Max}} \{ |m-2|, |m|, m+2 \} = \underset{[0;2]}{\text{Max}} \{ 2-m, m, m+2 \} = m+2$, do đó $\underset{[0;2]}{\text{Max}} y = 3 \Leftrightarrow m+2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$. (thỏa mãn).

+) $0 \leq m-2 < m < m+2$. Ta có

$$\underset{[0;2]}{\text{Max}} y = \underset{[0;2]}{\text{Max}} \{ |m-2|, |m|, m+2 \} = \underset{[0;2]}{\text{Max}} \{ 2-m, m, m+2 \} = m+2, \text{ do đó } \underset{[0;2]}{\text{Max}} y = 3 \Leftrightarrow m+2 = 3 \Leftrightarrow m = 1. \text{ (thỏa mãn).}$$

Suy ra $S = \{-1; 1\}$. Vậy chọn A.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Biết hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{IH}$ và góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

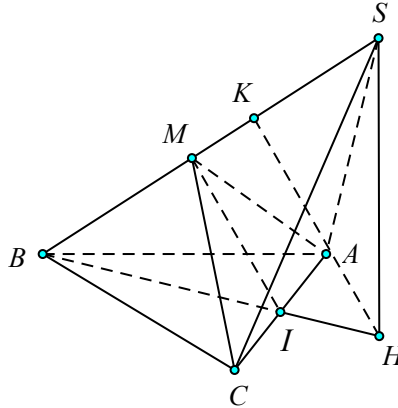
A. $V = \frac{9a^3}{2\sqrt{3}}$.

B. $V = \frac{2a^3}{4}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2$.

Gọi M là hình chiếu của C lên SB .

Ta có $\begin{cases} SB \perp CM \\ SB \perp CA \end{cases} \Rightarrow SB \perp AM$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là $\widehat{AMC} = 60^\circ$.

Ta có $\triangle MAC$ đều $\Rightarrow MI = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} > IB$ (vô lý)

Suy ra $\widehat{AMC} = 120^\circ \Rightarrow MI = \frac{a\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$.

Suy ra $HK = \frac{4}{3}IM = \frac{2a\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$. Ta lại có $BI = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BH = \frac{4}{3}BI = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

$$\Rightarrow \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{HK^2} - \frac{1}{BH^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow SH = \frac{2a}{3}.$$

Vậy thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{9}$.

Câu 50. Cho các số thực $a, b > 1$ thỏa mãn $a^{\log_b a} + 16b^{\log_a \left(\frac{b^8}{a^3}\right)} = 12b^2$ giá trị của biểu thức $P = a^3 + b^3$ là

A. $P = 20$ B. $P = 39$ C. $P = 125$ **D. $P = 72$**

Lời giải

Đáp án D.

Ta có $a^{\log_b a} + 16b^{\log_a \left(\frac{b^8}{a^3}\right)} = 12b^2 \Leftrightarrow a^{\log_b a} + 16b^{(\log_a b^8 - \log_a a^3)} = 12b^2$

$$\Leftrightarrow a^{\log_b a} + 16b^{(\log_a b^8 - \log_a a^3)} = 12b^2 \Leftrightarrow a^{\log_b a} + 16b^{(8\log_a b - 3)} = 12b^2$$

$$\Leftrightarrow a^{\log_b a} + 16b^{\left(\frac{8}{\log_b a} - 3\right)} = 12b^2 (*)$$

Đặt $\log_a b = t \Rightarrow a = b^t$. Lại có vì $a, b > 1 \Rightarrow \log_a b > 0$ hay $t > 0$.

Khi đó ta có

$$VT(*) = a^{\log_b a} + 16b^{\left(\frac{8}{\log_b a} - 3\right)} = (b^t)^t + 16.b^{\frac{8}{t} - 3} = b^{t^2} + 8.b^{\frac{8}{t} - 3} + 8.b^{\frac{8}{t} - 3}$$

$$\stackrel{C\hat{o}-s\hat{i}}{\geq} 3\sqrt[3]{b^{t^2} \cdot 8.b^{\frac{8}{t} - 3} \cdot 8.b^{\frac{8}{t} - 3}} = 12\sqrt[3]{b^{t^2} b^{\frac{8}{t} - 3} b^{\frac{8}{t} - 3}} = 12\sqrt[3]{b^{t^2 + \frac{8}{t} + \frac{8}{t} - 6}}$$

$$\stackrel{C\hat{o}-s\hat{i}}{\geq} 12\sqrt[3]{b^{\sqrt[3]{t^2 \cdot \frac{8}{t} \cdot \frac{8}{t}} - 6}} = 12\sqrt[3]{b^6} = 12b^2 \left(\text{v\grave{a}} t^2 + \frac{8}{t} + \frac{8}{t} \geq 3\sqrt[3]{t^2 \cdot \frac{8}{t} \cdot \frac{8}{t}} = 3 \right)$$

Hay $VT(*) \geq 12b^2$, dấu = xảy ra khi

$$\begin{cases} b^{t^2} = 8b^{\frac{8}{t} - 3} \\ t^2 = \frac{8}{t} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ b^4 = 8b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_b a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 4 \end{cases} (TM)$$

Suy ra $P = a^3 + b^3 = 64 + 8 = 72$.

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT NHO QUAN A

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên:..... SBD:.....

Câu 1. Bạn Vy có 3 cây viết chì, 8 cây viết bi xanh và 2 cây viết bi đỏ trong hộp bút, các cây viết phân biệt. Có bao nhiêu cách để bạn Vy chọn ra một cây viết?

- A. 10. B. 13. C. 11. D. 48.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn một cây viết từ 3 cây viết chì, 8 cây viết bi xanh và 2 cây viết bi đỏ là $3 + 8 + 2 = 13$ cách.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 2$ và $u_7 = -64$. Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -2. B. -1. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } u_7 = u_2 \cdot q^5 \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_7}{u_2}} = -2.$$

$$\text{Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng } u_1 = \frac{u_2}{q} = -1.$$

Câu 3. Tích hai nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 6\log_3 x + 8 = 0$ bằng

- A. 233. B. 234. C. 728. D. 729.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đk: } x > 0; \log_3^2 x - 6\log_3 x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 4 \\ \log_3 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3^4 \\ x = 3^2 \end{cases}; 3^4 \cdot 3^2 = 729.$$

Câu 4. Thể tích khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = \frac{1}{3}Bh$

Câu 5. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của chúng

- A. $y = \ln x$. B. $y = e^{-x}$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = \log_{\frac{1}{5}} x$.

Lời giải

Chọn A

Phương án A: Tập xác định $D = (0; +\infty)$. Ta có $y' = \frac{1}{x} \Rightarrow y' > 0, \forall x \in (0; +\infty)$. Hàm số đồng biến trên $D = (0; +\infty)$.

Phương án B: Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -e^{-x} \Rightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số nghịch biến trên $D = \mathbb{R}$.

Phương án C: Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \left(\frac{1}{3}\right)^x \ln \frac{1}{3} \Rightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số nghịch biến trên $D = \mathbb{R}$.

Phương án D: Tập xác định $D = (0; +\infty)$. Ta có $y' = \log_{\frac{1}{5}} x = \frac{1}{x \ln \frac{1}{5}} \Rightarrow y' < 0, \forall x \in (0; +\infty)$. Hàm số nghịch biến trên $D = (0; +\infty)$.

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

A. $\int (2x + 1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C$.

B. $\int (2x + 1)dx = x^2 + x + C$.

C. $\int (2x + 1)dx = 2x^2 + 1 + C$.

D. $\int (2x + 1)dx = x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int (2x + 1)dx = x^2 + x + C.$$

Câu 7. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$, AC' tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

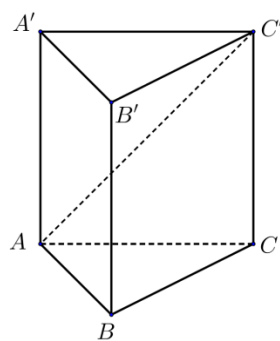
B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Do ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$ nên $BA = BC = a$

Do AC' tạo với đáy một góc 30° nên $(AC', (ABC)) = (AC', AC) = \widehat{C'AC} = 30^\circ$

$$\text{Suy ra } CC' = AC \cdot \tan 30^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a \frac{\sqrt{6}}{3}$$

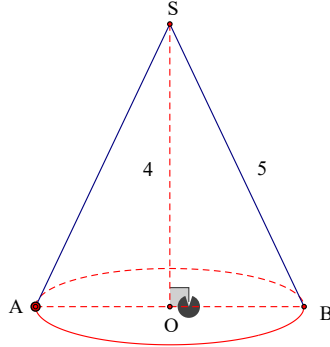
$$\text{Vậy thể tích của khối lăng trụ đứng } ABC.A'B'C' \text{ là } V = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot a \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 8. Cho một khối nón có chiều cao bằng 4 cm, độ dài đường sinh 5 cm. Tính thể tích khối nón này.

- A. $15\pi \text{ cm}^3$. B. $12\pi \text{ cm}^3$. C. $36\pi \text{ cm}^3$. D. $45\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết ta có: $h = SO = 4 \text{ cm}$, $l = SB = 5 \text{ cm} \Rightarrow R = 3 \text{ cm}$.

Vậy thể tích khối nón cần tìm là: $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} h \cdot \pi R^2 = 12\pi \text{ cm}^3$.

Câu 9. Tập hợp tâm các mặt cầu luôn đi qua hai điểm cố định A và B cho trước là

- A. một đường thẳng B. một mặt phẳng C. một điểm D. một đoạn thẳng.

Lời giải

Chọn B

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 11. Biết $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$. Tính $I = \log_3 5$ theo a , b .

- A. $I = \frac{b}{1+a}$. B. $I = \frac{b}{a-1}$. C. $I = \frac{b}{a}$. D. $I = \frac{b}{1-a}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3 5 = \frac{\log_6 5}{\log_6 3} = \frac{\log_6 5}{\log_6 6 - \log_6 2} = \frac{b}{1-a}$.

Câu 12. Bán kính đáy hình trụ bằng 4cm, chiều cao bằng 6cm. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng:

A. 10cm.

B. 6cm.

C. 5cm.

D. 8cm.

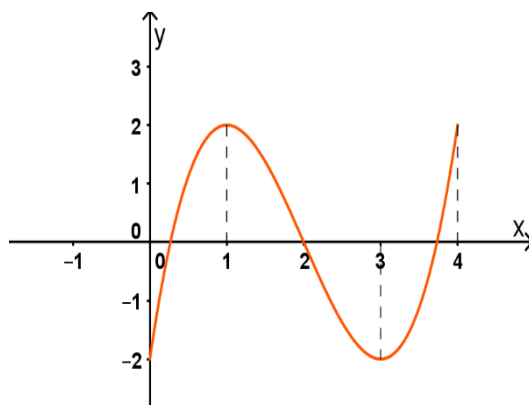
Lời giải**Chọn A**

Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình chữ nhật có hai cạnh lần lượt bằng đường kính đáy và chiều cao của hình trụ.

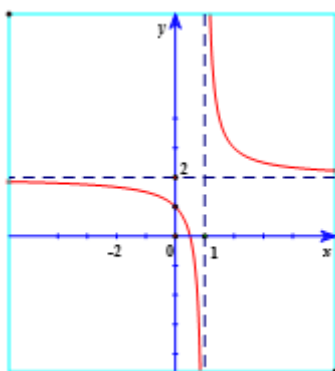
Vậy hai cạnh của hình chữ nhật là 8cm và 6cm.

Do đó độ dài đường chéo: $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{cm}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 4]$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.**Lời giải****Chọn D**

Câu 14. Xác định a, b, c để hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?

A. $a = 2, b = -1, c = 1$.B. $a = 2, b = 1, c = 1$.C. $a = 2, b = 2, c = -1$.D. $a = 2, b = 1, c = -1$.**Lời giải****Chọn D**

Câu 15. Hàm số nào sau đây có đồ thị có đường tiệm cận ngang đi qua điểm $A(-2; 1)$?

- A. $y = x + 3$. B. $y = \frac{-2x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{x+1}{x}$. D. $y = \frac{-x+2}{x}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 16. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}(22-5x)^2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 233. B. 234. C. 8. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > \frac{2}{3}$; $x \neq \frac{22}{5}$

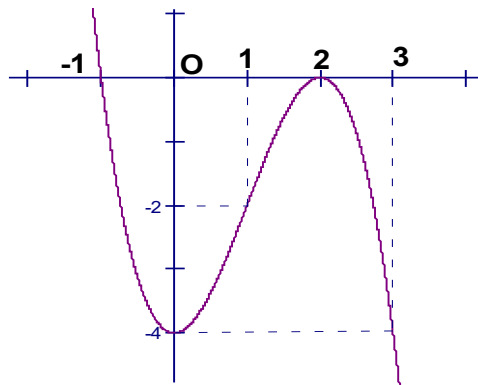
$$\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}(22-5x)^2$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(3x-2)^2 > \log_{\frac{1}{2}}(22-5x)^2$$

$$\Leftrightarrow (3x-2)^2 < (22-5x)^2$$

$$\Leftrightarrow x < 3 \text{ hoặc } x > 10. \text{ Kết hợp điều kiện: } \frac{2}{3} < x < 3.$$

Câu 17. Đồ thị sau đây là của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 - 3x^2 + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hãy chọn 1 câu đúng.



- A. $\begin{cases} m = 4 \\ m = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -4 \\ m = 4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = -4 \\ m = 0 \end{cases}$. D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 18. Biết $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = a + b\sqrt{3}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $T = 2a + 6b$.

- A. $T = 3$. B. $T = -1$. C. $T = -4$. D. $T = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$. Vậy $2a + 6b = 2 - 3 = -1$.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = (3 + i)(2 - 3i)$ là

- A.** $\bar{z} = 9 - 7i$. **B.** $\bar{z} = 6 + 7i$. **C.** $\bar{z} = 6 - 7i$. **D.** $\bar{z} = 9 + 7i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = (3 + i)(2 - 3i) = (3 \cdot 2 + 1 \cdot 3) + (3 \cdot (-3) + 2 \cdot 1)i = 9 - 7i$. Vậy $\bar{z} = 9 + 7i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 9i$ và $z_2 = 3 - i$. Số phức $w = \bar{z}_1 - 2z_2$ là

- A.** $w = -6 + 11i$. **B.** $w = -6 - 7i$. **C.** $w = -15 + 2i$. **D.** $w = 3 - 10i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $w = \bar{z}_1 - 2z_2 = -9i - 2(3 - i) = -9i - 6 + 2i = -6 - 7i$.

Vậy số phức $w = -6 - 7i$.

Câu 21. Trong hệ tọa độ Oxy , cho điểm M biểu diễn số phức $z = -2 + 3i$. Gọi N là điểm thuộc đường thẳng $y = 3$ sao cho tam giác OMN cân tại O . Điểm N là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A.** $z = 3 - 2i$. **B.** $z = -2 - 3i$. **C.** $z = 2 + 3i$. **D.** $z = -2 + i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(-2; 3)$.

Vì N là điểm thuộc đường thẳng $y = 3$ sao cho tam giác OMN cân tại O nên N đối xứng M qua trục Oy nên tọa độ $N(2; 3)$.

Vậy $N(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 3i$.

Câu 22. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 6 = 0$ là

- A.** $H(1; 1; 1)$. **B.** $H(-1; 1; -1)$. **C.** $H(3; -2; 1)$. **D.** $H(5; -3; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $H(x; y; -6 - 3x + 2y)$ là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) . Ta có

$\overrightarrow{AH} = (x - 2; y + 1; -6 - 3x + 2y)$. Do $\overrightarrow{AH} \perp (P)$ nên hai véc tơ $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{n_p}$ cùng phương.

Suy ra ta có hệ phương trình $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{-6-3x+2y}{1}$.

Giải hệ (1) ta thu được một nghiệm là $H(-1;1;-1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với $mp(P)$ có phương trình: $2x-2y-z+3=0$ Bán kính của mặt cầu (S) là:

A. $R = \frac{4}{3}$.

B. $R = 2$.

C. $R = \frac{2}{9}$.

D. $R = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$R = d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - (-1) + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 2$$

Câu 24. Cho hai điểm $M(1;2;-4)$ và $M'(5;4;2)$ biết M' là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (α) . Khi đó mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (2;1;3)$.

B. $\vec{n} = (2;3;3)$.

C. $\vec{n} = (3;3;-1)$.

D. $\vec{n} = (2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Do M' là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (α) nên mặt phẳng (α) vuông góc với vectơ $\overrightarrow{MM'} = (4;2;6) = 2(2;1;3)$.

Chọn một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (2;1;3)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6;3;5)$ và đường thẳng BC có phương

trình tham số $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+t \\ z = 2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với

mặt phẳng (ABC) . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

A. $M(-1;-12;3)$.

B. $N(3;-2;1)$.

C. $P(0;-7;3)$.

D. $Q(1;-2;5)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(1-t;2+t;2t)$ là hình chiếu của Δ lên BC .

Ta có $\overrightarrow{AM} = (-5-t;t-1;2t-5)$ vuông góc với $\vec{u} = (-1;1;2)$ là véc-tơ chỉ phương của BC .

Do đó $-1(-5-t) + 1(t-1) + 2(2t-5) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra $M(0;3;2)$.

Vì ABC là tam giác đều nên M là trung điểm của BC . Suy ra $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} \Rightarrow G(2;3;3)$.

Đường thẳng Δ đi qua G , có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta} = \frac{1}{3}[\overrightarrow{AM}, \vec{u}] = (1;5;-2)$.

Suy ra $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 5t \\ x = 3 - 2t \end{cases}$. Với $t = -1$, ta có $Q(1;-2;5) \in \Delta$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và đáy là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $BC = a$, $SB = 2a$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) .

A. 45° .

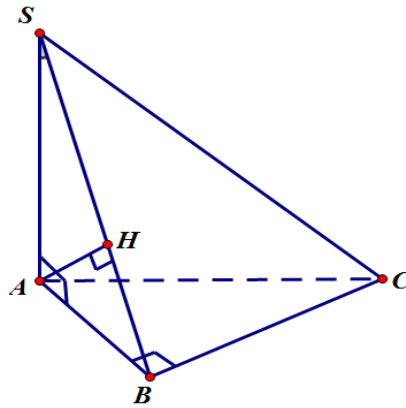
B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH \perp SB$ ($H \in SB$) (1). Theo giả thiết ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (2). Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (SBC)$. Do đó $(\widehat{SA; (SBC)}) = (\widehat{SA; SH}) = \widehat{ASH}$

Ta có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$. Trong vuông $\triangle SAB$ ta có $\sin \widehat{ASB} = \frac{AB}{SB} = \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{ASB} = \widehat{ASH} = 60^\circ$. Vậy góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 60° .

Câu 27. Tìm tất cả các tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có 3 cực trị

A. $m \leq -1$.

B. $m < -1$.

C. $m \geq -1$.

D. $m > -1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 28. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị $M - m$.

A. $M - m = -\frac{9}{4}$.

B. $M - m = 3$.

C. $M - m = \frac{9}{4}$.

D. $M - m = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0; 3]$.

$$f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [0; 3] \text{ nên } m = f(0) = -1, M = f(3) = \frac{5}{4} \Rightarrow M - m = \frac{9}{4}.$$

Câu 29. Với hai số thực dương a, b tùy ý và $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. $a = b \log_6 2$. B. $a = b \log_6 3$. C. $2a + 3b = 0$. D. $a = 36b$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2. \Leftrightarrow \frac{\log_3 a}{\log_3 6} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \log_6 a - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \log_6 \frac{a}{b} = 2 \Leftrightarrow a = 36b.$$

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B . Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $x_I = \frac{4}{3}$. B. $x_I = -\frac{3}{4}$. C. $x_I = \frac{3}{4}$. D. $x_I = -\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 31. Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(1; 3)$?

- A. 33. B. 35. C. 728. D. 34.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{bpt} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 6x + 5 + m > 0 \\ \log_7[7(x^2 + 2x + 2)] > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -x^2 - 6x - 5 \\ 6x^2 + 8x + 9 > m \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m > \max_{(1;3)} f(x) \\ m < \min_{(1;3)} g(x) \end{cases}, \text{ với } f(x) = -x^2 - 6x - 5; g(x) = 6x^2 + 8x + 9 \end{aligned}$$

Xét sự biến thiên của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$

$$\bigcirc f'(x) = -2x - 6 < 0, \forall x \in (1; 3) \Rightarrow f(x) \text{ luôn nghịch biến trên khoảng } (1; 3)$$

$$\Rightarrow \max_{(1;3)} f(x) = f(1) = -12$$

$$\bigcirc g'(x) = 12x + 8 > 0, \forall x \in (1; 3) \Rightarrow g(x) \text{ luôn đồng biến trên khoảng } (1; 3)$$

$$\Rightarrow \min_{(1;3)} g(x) = g(1) = 23$$

Khi đó $-12 < m < 23$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-11; -10; \dots; 22\}$

Vậy có tất cả 34 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32. Cạnh bên của một hình nón bằng $2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120° . Diện tích toàn phần của hình nón là:

- A. $\pi^2(3+\sqrt{3})$. B. $2\pi a^2(3+\sqrt{3})$. C. $6\pi a^2$. D. $\pi a^2(3+2\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn B

Gọi S là đỉnh, O là tâm của đáy, thiết diện qua trục là SAB .

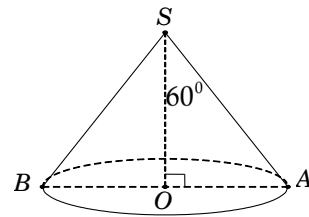
Theo giả thiết, ta có $SA = 2a$ và $\widehat{ASO} = 60^\circ$.

Trong tam giác SAO vuông tại O , ta có

$$OA = SA \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Vậy diện tích toàn phần:

$$S_{tp} = \pi R \ell + \pi R^2 = \pi \cdot OA \cdot SA + \pi (OA)^2 = \pi a^2 (3 + 2\sqrt{3}) \text{ (đvdt)}.$$



Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa điều kiện $f(x) + f(-x) = 2 \sin x$. Tính $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$

- A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$, đổi cận $x = -\frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{2}$ $x = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = -\frac{\pi}{2}$.

Khi đó $I = - \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} f(t) dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt$.

Suy ra $2I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + f(-x)] dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x dx = 0 \Rightarrow 2I = 0 \Rightarrow I = 0$.

Câu 34. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$. Thể tích vật thể tròn xoay được tạo ra khi cho hình (H) quay quanh trục hoành bằng

- A. $\frac{e^2 - e^{-2}}{2}$. B. $\frac{(e^2 + e^{-2})\pi}{2}$. C. $\frac{e^4 \pi}{2}$. D. $\frac{(e^2 - e^{-2})\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích vật thể cần tính là $V = \pi \int_{-1}^1 e^{2x} dx = \frac{\pi}{2} \int_{-1}^1 d(e^{2x}) = \frac{\pi}{2} e^{2x} \Big|_{-1}^1 = \frac{\pi(e^2 - e^{-2})}{2}$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(1; -2)$ biểu diễn số phức z . Môđun của số phức $i\bar{z} - z^2$ bằng

- A. 6. B. $\sqrt{6}$. C. 26. **D. $\sqrt{26}$.**

Lời giải

Chọn D

Do số phức z có biểu diễn hình học là điểm $M(1; -2)$ nên số phức $z = 1 - 2i$.

Khi đó số phức $w = i(1 + 2i) - (1 - 2i)^2 = 1 + 5i \Rightarrow |w| = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$.

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2019} z_0$?

- A. $M(-2; 1)$.** B. $M(2; 1)$. C. $M(-2; -1)$. D. $M(2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 + 2z + 5 = 0$ là phương trình bậc hai với hệ số thực có hai nghiệm phức là $-1 + 2i$ và $-1 - 2i$. Do đó $z_0 = -1 - 2i$ là nghiệm phức có phần ảo âm.

Mặt khác $i^4 = 1$ suy ra $i^{2019} = (i^4)^{504} i^3 = i^3 = -i$ nên $w = i^{2019} z_0 = -i.z_0 = -2 + i$ do đó trên mặt phẳng tọa độ điểm $M(-2; 1)$ biểu diễn cho số phức w .

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Hỏi mặt phẳng nào dưới đây đi qua ba điểm A , B và C ?

- A. $(R): x + 2y + 3z = 1$** **B. $(Q): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$** **C. $(S): x + 2y + 3z = -1$** **D. $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$**

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

- A. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$** **B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$** **C. $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$** **D. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$**

Lời giải

Chọn A

Tam giác OAB vuông tại O nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm AB có tọa độ $I(0;1;1)$.

Mặt phẳng (OAB) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{OA}, \vec{OB}] = (-2; -2; 2)$.

Suy ra đường thẳng Δ có $\vec{u} = (1; 1; -1)$ và đi qua $I(0;1;1)$. Vậy phương trình đường thẳng Δ là

$$\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 39. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S . Xác suất sao cho số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ, đồng thời hai chữ số lẻ đứng liền nhau là

A. $\frac{89}{245}$. B. $\frac{156}{245}$. C. $\frac{96}{245}$. D. $\frac{39}{245}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 7.A_7^4 = 5880$.

Gọi A là biến cố: “số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ, đồng thời hai chữ số lẻ đứng liền nhau”

Tập hợp các chữ số chẵn chọn từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ là $\{0, 2, 4, 6\}$.

Tập hợp các chữ số lẻ chọn từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ là $\{1, 3, 5, 7\}$.

+ Xét các số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ có dạng $\overline{abcde}$ (Giả sử a có thể bằng 0), đồng thời hai chữ số lẻ đứng liền nhau là $C_4^3.C_4^2.4.2!.3!$.

(Đề ý: có 4 cách xếp sao cho hai chữ số lẻ đứng liền nhau là $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}$).

+ Xét các số các tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ có dạng $\overline{0bcde}$, đồng thời hai chữ số lẻ đứng liền nhau là $C_3^2.C_4^2.3.2!2!$.

(đề ý: có 3 cách xếp sao cho hai chữ số lẻ đứng liền nhau là $\{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}$).

Suy ra $n(A) = C_4^3.C_4^2.4.2!.3! - C_3^2.C_4^2.3.2!2! = 936$.

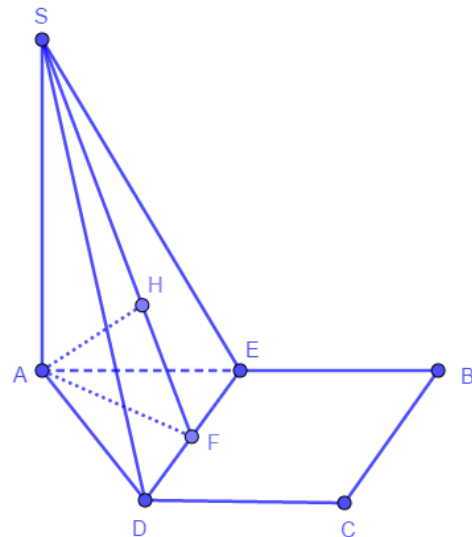
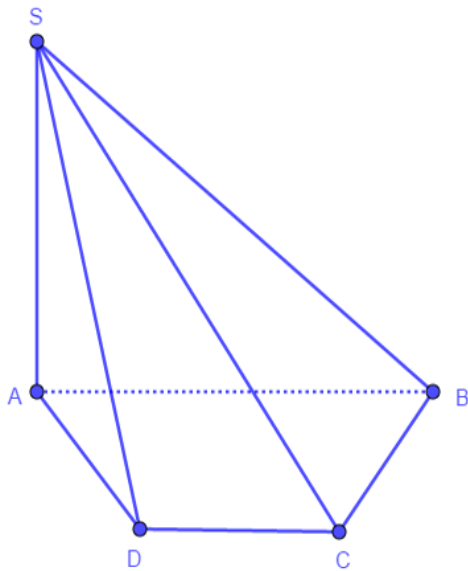
Vậy, xác suất cần tìm là: $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{936}{5880} = \frac{39}{245}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{3}a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SD bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E là trung điểm của AB , ta có $BC \parallel DE$. Suy ra $BC \parallel (SDE)$.

$$\Rightarrow d(BC, SD) = d(BC, (SDE)) = d(B, (SDE)) = d(A, (SDE)).$$

$$\text{Ha } AF \perp DE (F \in DE) \Rightarrow DE \perp (SAF).$$

Hà $AH \perp SF (H \in SF)$. Suy ra $AH \perp (SDE)$.

$$\Rightarrow d\left(A,(SDE)\right)=AH.$$

Ta có: $\triangle ADE$ đều cạnh a , suy ra $AF = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong ΔSAF : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{5}{3a^2}$.

Suy ra $AH^2 = \frac{3a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

$$\text{Vậy } d(BC, SD) = d(A, (SDE)) = AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 41. Cho hàm số $y = (m+2)\frac{x^3}{3} - (m+2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A.** $m < -2$. **B.** $m > -2$. **C.** $m \leq -2$. **D.** $m \geq -2$.

Lời giải

Chon C

Ta có $y' = (m+2)x^2 - 2(m+2)x + m - 8$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ($y' = 0$ có hữu hạn nghiệm):

TH1: $m+2=0 \Leftrightarrow m=-2$, khi đó $y'=-10 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn).

$$\text{TH2: } \begin{cases} a = m + 2 < 0 \\ \Delta' = (m + 2)^2 - (m + 2)(m - 8) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 < 0 \\ 10(m + 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2.$$

Hợp hai trường hợp ta được $m \leq -2$.

Câu 42. Thầy Đông gửi tổng cộng 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng tiền lãi đạt được ở hai ngân hàng là 27 507 768,13 đồng (chưa làm tròn). Hỏi số tiền Thầy Đông gửi lần lượt ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu và 180 triệu.

B. 120 triệu và 200 triệu.

C. 200 triệu và 120 triệu.

D. 180 triệu và 140 triệu.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tiền Thầy Đông gửi ở hai ngân hàng X và Y lần lượt là x, y (triệu)

Theo giả thiết $x + y = 320.10^6$ (1)

+Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi nhận được ở ngân hàng X sau 15 tháng (5 quý) là

$$A = x(1 + 0,021)^5 = x(1,021)^5$$

$$\Rightarrow \text{Số lãi sau 15 tháng là } r_A = x(1,021)^5 - x = x[(1,021)^5 - 1]$$

+Tổng số tiền cả vốn lẫn lãi nhận được ở ngân hàng Y sau 9 tháng là

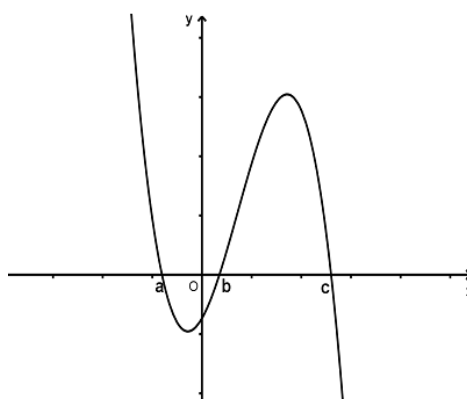
$$B = y(1 + 0,0073)^9 = y(1,0073)^9$$

$$\Rightarrow \text{Số lãi sau 9 tháng là } r_B = y(1,0073)^9 - y = y[(1,0073)^9 - 1]$$

$$\text{Theo giả thiết } x[(1,021)^5 - 1] + y[(1,0073)^9 - 1] = 27\,507\,768,13 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} x \approx 140 \\ y \approx 180 \end{cases}$$

Câu 43. ho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm lần lượt có hoành độ a, b, c như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $f(c) + f(a) - 2f(b) > 0$.

B. $(f(b) - f(a))(f(b) - f(c)) < 0$.

C. $f(a) > f(b) > f(c)$.

D. $f(c) > f(b) > f(a)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm $y = f'(x)$ ta thấy:

$f''(a) < 0; f'(a) = 0 \Rightarrow f(a)$ là giá trị cực đại

$f''(b) > 0; f'(b) = 0 \Rightarrow f(b)$ là giá trị cực tiểu

$f''(c) < 0; f'(c) = 0 \Rightarrow f(c)$ là giá trị cực đại

$$\Rightarrow f(a) - f(b) > 0; f(c) - f(b) > 0 \Rightarrow f(c) + f(a) - 2f(b) > 0$$

Câu 44. Một hộp sữa hình trụ có thể tích V (không đổi) được làm từ một tấm tôn có diện tích đủ lớn. Nếu hộp sữa chỉ kín một đáy thì để tốn ít vật liệu nhất, hệ thức giữa bán kính đáy R và đường cao h bằng:

A. $h = R$.

B. $h = \sqrt{2}R$.

C. $h = \sqrt{3}R$.

D. $h = 2R$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính thể tích $V = \pi R^2 h$, suy ra $h = \frac{V}{\pi R^2}$.

Hộp sữa chỉ kín một đáy nên diện tích tôn cần dùng là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{day}} = 2\pi R h + \pi R^2 = \frac{2V}{R} + \pi R^2.$$

Xét hàm $f(R) = \frac{2V}{R} + \pi R^2$ trên $(0; +\infty)$, ta được $\min_{(0; +\infty)} f(R)$ đạt tại $R = h$.

Câu 45. Biết $\int_0^1 \frac{(x^2 + 5x + 6)e^x}{x + 2 + e^{-x}} dx = ae - b - \ln \frac{ae + c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit

tự nhiên. Tính $S = 2a + b + c$.

A. $S = 10$.

B. $S = 0$.

C. $S = 5$.

D. $S = 9$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 \frac{(x^2 + 5x + 6)e^x}{x + 2 + e^{-x}} dx = \int_0^1 \frac{(x+2)(x+3)e^{2x}}{(x+2)e^x + 1} dx.$$

Đặt $t = (x+2)e^x \Rightarrow dt = (x+3)e^x dx$. Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=2, x=1 \Rightarrow t=3e$.

$$I = \int_2^{3e} \frac{tdt}{t+1} = \int_2^{3e} \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt = \left(t - \ln|t+1|\right) \Big|_2^{3e} = 3e - 2 - \ln \frac{3e+1}{3}.$$

Vậy $a=3, b=2, c=1 \Rightarrow S=9$.

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$. Số các giá trị tham số m để đường thẳng $y = m + x$ luôn cắt đồ thị hàm

số tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trọng tâm tam giác OAB nằm trên đường tròn $x^2 + y^2 - 3y = 4$ là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + (m-3)x - 2m - 1 = 0$ (*)

$$\Delta_K: (m-3)^2 + 4(2m+1) > 0$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (*) $\Rightarrow A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$ với $S = x_1 + x_2 = 3 - m$

Gọi G là trọng tâm tam giác $OAB \Rightarrow G\left(\frac{x_1 + x_2}{3}; \frac{x_1 + x_2 + 2m}{3}\right) \Rightarrow G\left(\frac{S}{3}; \frac{S + 2m}{3}\right)$

$$G \in (C): x^2 + y^2 - 3y = 4$$

$$\Rightarrow \frac{S^2}{9} + \frac{(S + 2m)^2}{9} - (S + 2m) = 4 \Leftrightarrow S^2 + (S + 2m)^2 - 9(S + 2m) = 36$$

$$\Leftrightarrow (3 - m)^2 + (3 + m)^2 - 9(3 + m) = 36 \Leftrightarrow 2m^2 - 9m - 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 & (n) \\ m = \frac{15}{2} & (n) \end{cases}$$

Câu 47. Xét các số thực a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{x-y} = b^{x+y} = \sqrt[3]{ab}$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 2y - 1$ bằng $\frac{\sqrt{m}}{n}$ với $m, n \in \mathbb{Z}_+^*$. Giá trị của $S = m - n$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Từ $a^{x-y} = \sqrt[3]{ab} \Rightarrow x - y = \log_a \sqrt[3]{ab} = \frac{1}{3} + \frac{\log_a b}{3}$ và

$$b^{x+y} = \sqrt[3]{ab} \Rightarrow \log_a b^{x+y} = \log_a \sqrt[3]{ab} \Rightarrow (x + y) \log_a b = \frac{1}{3} + \frac{\log_a b}{3}$$

$$\text{Mặt khác } a > 1, b > 1 \text{ suy ra } \log_a b > 0 \Rightarrow x + y = \frac{1}{3 \log_a b} + \frac{1}{3}$$

$$\text{Nên có hệ: } \begin{cases} x - y = \frac{1}{3} + \frac{\log_a b}{3} \\ x + y = \frac{1}{3 \log_a b} + \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} + \frac{\log_a b}{6} + \frac{1}{6 \log_a b} \\ y = \frac{1}{6 \log_a b} - \frac{1}{6} \log_a b \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } P = 3x + 2y - 1 = 3\left(\frac{1}{3} + \frac{\log_a b}{6} + \frac{1}{6 \log_a b}\right) + 2\left(\frac{1}{6 \log_a b} - \frac{1}{6} \log_a b\right) - 1 = \frac{\log_a b}{6} + \frac{5}{6 \log_a b}$$

Áp dụng BĐT Cô-Si cho hai số không âm $\frac{\log_a b}{6}, \frac{5}{6 \log_a b}$ ta có

$$P = \frac{\log_a b}{6} + \frac{5}{6 \log_a b} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{\log_a b}{6} \cdot \frac{5}{6 \log_a b}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{Dấu bằng khi } \frac{\log_a b}{6} = \frac{5}{6 \log_a b} \Leftrightarrow \log_a b = 5$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất } P = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ tại } x = \frac{6}{5}; y = -\frac{4}{5}. \text{ Suy ra } \begin{cases} m = 5 \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow S = m - n = 2.$$

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập các giá trị của m sao cho

$$\max_{[1;2]} |f(x)| = 2 \min_{[1;2]} |f(x)|. \text{ Tích tất cả các phần tử của } S \text{ là}$$

A. -5.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Do $f'(x) = \frac{m^2 - m + 1}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall m \in \mathbb{R}, \forall x \in [1; 2]$ nên hàm số đơn điệu trên đoạn $[1; 2]$.

$$f(1) = \frac{-m^2 + m + 1}{2}; \quad f(2) = \frac{-m^2 + m + 2}{3}$$

+Khi $f(1); f(2)$ trái dấu hoặc $f(1).f(2) = 0$ thì $\min_{[1;2]} |f(x)| = 0$, từ yêu cầu của bài toán

$\max_{[1;2]} |f(x)| = 2 \min_{[1;2]} |f(x)|$ suy ra $\max_{[1;2]} |f(x)| = 0 \Rightarrow f(1) = f(2) = 0$ điều này không xảy ra vì hàm số

$f(x) = \frac{x - m^2 + m}{x+1}$ là hàm số đơn điệu trên $[1; 2]$.

$$+ \text{Khi } f(1); f(2) \text{ cùng dương} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = \frac{-m^2 + m + 1}{2} > 0 \\ f(2) = \frac{-m^2 + m + 2}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m < 1 \\ m^2 - m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - m < 1$$

$$\text{Thì } \max_{[1;2]} |f(x)| = |f(2)| = \frac{-m^2 + m + 2}{3}; \quad \min_{[1;2]} |f(x)| = |f(1)| = \frac{-m^2 + m + 1}{2}$$

$$\text{Để } \max_{[1;2]} |f(x)| = 2 \min_{[1;2]} |f(x)| \text{ thì } \frac{-m^2 + m + 2}{3} = 2 \cdot \frac{-m^2 + m + 1}{2} \Leftrightarrow m^2 - m = \frac{1}{2} \text{ thỏa mãn điều kiện}$$

$m^2 - m < 1$ và phương trình $m^2 - m - \frac{1}{2} = 0$ cho ta hai giá trị m có tích bằng $-\frac{1}{2}$.

$$+ \text{Khi } f(1); f(2) \text{ cùng âm} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = \frac{-m^2 + m + 1}{2} < 0 \\ f(2) = \frac{-m^2 + m + 2}{3} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m > 1 \\ m^2 - m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - m > 2$$

$$\text{thì } \max_{[1;2]} |f(x)| = |f(1)| = -\frac{-m^2 + m + 1}{2}; \quad \min_{[1;2]} |f(x)| = |f(2)| = -\frac{-m^2 + m + 2}{3}$$

$$\text{Để } \max_{[1;2]} |f(x)| = 2 \min_{[1;2]} |f(x)| \text{ thì } \frac{-m^2 + m + 1}{2} = 2 \cdot \frac{-m^2 + m + 2}{3} \Leftrightarrow m^2 - m = 5 \text{ thỏa mãn điều kiện}$$

$m^2 - m > 2$ và phương trình $m^2 - m - 5 = 0$ cho ta hai giá trị m có tích bằng -5 .

Từ hai trường hợp trên ta suy ra S có bốn phần tử và tích của chúng bằng $-\frac{1}{2} \cdot -5 = \frac{5}{2}$.

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M là trung điểm của BC . D là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AM}$. Mặt phẳng (P) qua A' , D và song song với BC cắt BB' , CC' lần lượt tại E , F . Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, A', E và F bằng

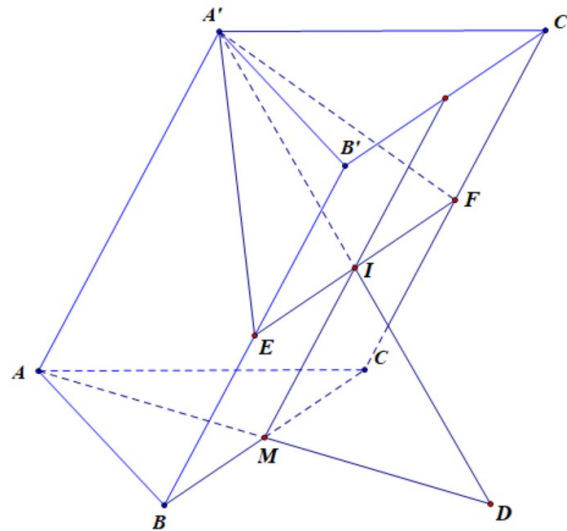
A. 54.

B. 64.

C. 48.

D. 36.

Lời giải**Chọn C**



D là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AM}$ suy ra M là trung điểm AD . Gọi I là trung điểm $A'D$ suy ra $I \in (BCC'B')$. Mặt phẳng (P) qua A', D và song song với BC nên $(P) \cap (BCC'B') = Ix // BC, Ix \cap BB' = E, Ix \cap CC' = F$.

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} V_{A'B'C'.ABC} \Rightarrow V_{A'.BCC'B'} = \frac{2}{3} V_{A'B'C'.ABC}.$$

$$\begin{aligned} \text{Có} \quad IM &= \frac{1}{2} AA' \Rightarrow EB = FC = \frac{1}{2} AA' \Rightarrow S_{EFC'B'} = \frac{1}{2} S_{BCC'B'} \Rightarrow V_{A'.EFC'B'} = \frac{1}{2} V_{A'.BCC'B'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} \\ &= \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{ABC.A'EF} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} \cdot 9 \cdot 8 = 48. \end{aligned}$$

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tồn tại cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $3^{5x+7y} - 3^{3x+5y+2} + 2(x+y-1) = 0$, đồng thời thỏa mãn $\ln^2(4x+3y-3) - (m+2)\ln x + m^2 - 1 = 0$?

A. 2019.

B. 6.

C. 2020.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$3^{5x+7y} - 3^{3x+5y+2} + 2(x+y-1) = 0 \Leftrightarrow 3^{5x+7y} + 5x+7y = 3^{3x+5y+2} + 3x+5y+2$$

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t$

$f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số $f(t) = 3^t + t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Nên } f(5x+7y) = f(3x+5y+2) \Leftrightarrow 5x+7y = 3x+5y+2 \Leftrightarrow y = 1-x \quad (1)$$

Thế (1) vào phương trình $\ln^2(4x+3y-3) - (m+2)\ln x + m^2 - 1 = 0$ ta được

$$\ln^2 x - (m+2)\ln x + m^2 - 1 = 0.$$

Đặt $t = \ln x$, phương trình có dạng: $t^2 - (m+2)t + m^2 - 1 = 0$.

$$\text{Để phương trình có nghiệm thì } \Delta \geq 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 4m + 8 \geq 0 \Leftrightarrow -1,09 \approx \frac{2-2\sqrt{7}}{3} \leq m \leq \frac{2+2\sqrt{7}}{3} \approx 2,43.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \{-1; 0; 1; 2\}$

Do đó có 4 số nguyên m thỏa mãn.

----- HẾT -----

Họ và tên:.....Lớp:.....

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ nhóm có 5 học sinh.

- A. C_5^2 . B. A_5^2 . C. 5^2 . D. 2^5 .

Câu 2. Cho cặp số nhân với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cặp số nhân đã cho là:

- A. 6. B. 3. C. -3. D. -6.

Câu 3. Nghiệm của phương trình: $2^{x+1} = 16$ là:

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 4. Thể tích của một khối lập phương cạnh $\frac{1}{2}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 8. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số: $y = x^{\frac{2}{3}}$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 6. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2020x}$.

- A. $\int f(x)dx = e^{2020x} \cdot \ln 2020 + C$ B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2020} \cdot e^{2020x} + C$
C. $\int f(x)dx = 2020 \cdot e^{2020x} + C$ D. $\int f(x)dx = e^{2020x} + C$

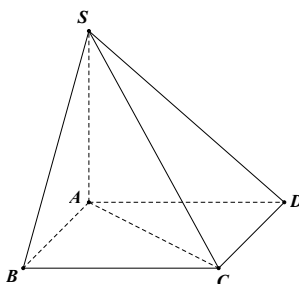
Câu 7. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 4$ bằng

- A. 64π B. 48π C. 36π D. $\frac{256\pi}{3}$

Câu 8. Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón (N).

- A. $S = 10\pi a^2$ B. $S = 14\pi a^2$ C. $S = 36\pi a^2$ D. $S = 20\pi a^2$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó thể tích của hình chóp $S.ABCD$ bằng:



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $a^3\sqrt{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			3		0		$+\infty$
	$-\infty$						

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$

Câu 11. Với a, b là hai số thực dương khác 1, ta có $\log_{b^2} a$ bằng:

A. $-\frac{1}{2}\log_a b$.

B. $\frac{1}{2\log_a b}$.

C. $\frac{2}{\log_a b}$.

D. $\frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 12. Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$ thì có diện tích toàn phần bằng

A. $4\pi a^2$.

B. $6\pi a^2$.

C. $3\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	2	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

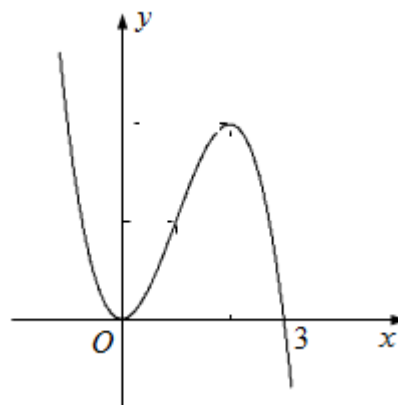
A. $(-\infty; 4)$.

B. $(-3; 5)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(5; +\infty)$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 3x^2$.

B. $y = x^3 + 3x^2$.

C. $y = -x^3 - 3x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 15. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là:

A. 3.

B. 1.

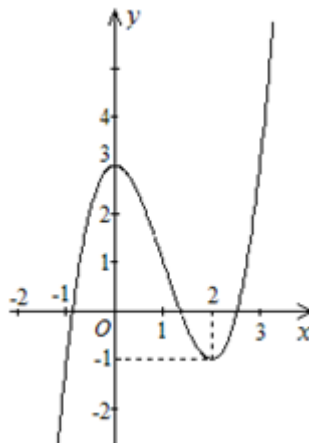
C. 0.

D. 2

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x < 3$ là:

- A. $(8; +\infty)$. B. $\left(0; \frac{1}{8}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{8}\right)$. D. $\left(\frac{1}{8}; +\infty\right)$

Câu 17. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là:



- A. 2. B. 0. C. 4. D. 3

Câu 18. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$ thì $\int_2^1 5f(x)dx$ là

- A. 15. B. 3. C. 8. D. -15

Câu 19. Moduln của số phức $z = 1 - 2i$ là:

- A. 5. B. $1 + 2i$. C. $(0; -2)$. D. $\sqrt{5}$

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 4i$ và $z_2 = 4 - 3i$. Độ dài số phức $z_1 + z_2$

- A. $2\sqrt{5}$ B. $5\sqrt{2}$ C. 10 D. 25.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -3i$ là điểm nào dưới đây ?

- A. $M(0; 3)$ B. $N(0; -3)$ C. $M(0; 3i)$ D. $M(0; -3i)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $A(2; 1; 1)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(2; 0; 1)$ B. $(0; 1; 1)$ C. $(2; 1; 0)$ D. $(0; 0; 1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z - 3 = 0$. Đường kính của (S) là

- A. 18 B. 9 C. 3 D. 6.

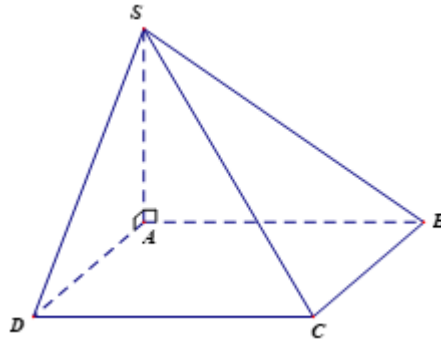
Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$. song song với mặt phẳng nào dưới đây ?

- A. $(Q_1): 2x + 4y - 6z - 1 = 0$. B. $(Q_2): 2x - 4y + 6z - 1 = 0$.
C. $(Q_3): -x - 2y - 3z + 2 = 0$. D. $(Q_3): -x + 2y + 3z + 2 = 0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của Δ ?

- A. $\vec{u}_1 = (1; -1; 1)$ B. $\vec{u}_2 = (-2; 2; 0)$ C. $\vec{u}_3 = (2; -1; 1)$ D. $\vec{u}_4 = (2; -1; 0)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = a\sqrt{3}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. 45° B. 30° C. 60° D. 90° .

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau. Điểm cực đại của hàm số trên là

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$	
f'(x)	+	0	+	-	0	+

- A. $x = \pm 1$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. không tồn tại

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 6x^2 - 9$ trên đoạn $[-1; 4]$ bằng

- A. -18 B. -9 C. -14 D. 4

Câu 29. Xét các số thực a, b thỏa mãn: $\log_8(4^a \cdot 8^b) = \log_4 16$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $2a + 3b = 6$ B. $2a + 3b = 5$ C. $a \cdot b = 10$ D. $\frac{a}{b} = 2$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 7$ và trục hoành là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0$ là:

- A. $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
C. $x \in (0; 1)$. D. $x \in (1; 2)$.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A. $l = a$. B. $l = \sqrt{2}a$. C. $l = \sqrt{3}a$. D. $l = 2a$.

Câu 33. Xét tích phân $\int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx$. Nếu đặt $\ln x = t$ thì $\int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx$ bằng

- A. $\int_0^1 t dt$ B. $\int_1^e t dt$ C. $\int_0^1 \ln t dt$ D. $\int_0^1 \frac{1}{t} dt$

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4x^2 + x$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \pi \int_0^1 |4x^2 + x + 1| dx$. B. $S = \int_0^1 (4x^2 + x + 1)^2 dx$.
C. $S = -\int_0^1 (4x^2 + x + 1) dx$. D. $S = \int_0^1 (4x^2 + x + 1) dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = -1 + i$ và $z_2 = -2 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 - 3z_2$ bằng

- A. -8 . B. $8i$. C. 8 . D. $-8i$.

Câu 36. Cho số phức $\bar{z} = (1 - i)(1 + 2i)$. Giả sử điểm M là điểm biểu diễn số phức z . Điểm M thuộc đường thẳng nào

- A. $2x + y + 5 = 0$ B. $2x + y - 7 = 0$
C. $2x + y - 5 = 0$ D. $2x + y + 7 = 0$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3); N(-1; 1; 2)$ Phương trình mặt phẳng trung trực của MN là

- A. $x - y + z - 4 = 0$ B. $2x - 2y + 2z + 3 = 0$
C. $x - y + z - 1 = 0$ D. $2x - y + z - 2 = 0$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 0; 1); B(0; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 1 = 0$.

Đường thẳng d qua trung điểm I của AB và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Câu 39. Trong buổi lễ phát thưởng cho các học sinh tiêu biểu, lớp 12A có 1 học sinh, lớp 12B có 4 học sinh, lớp 12C có 5 học sinh. Các học sinh được xếp thành một hàng ngang sao cho học sinh lớp 12A luôn đứng giữa một học sinh lớp 12B và một học sinh lớp 12C. Có bao nhiêu cách xếp như vậy?

- A. 1612800. B. 2516030. C. 2471000. D. 10!.

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, góc giữa BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° ; Hình chiếu vuông góc của B' lên mp (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'C')$.

- A. $\frac{a}{2}$ B. a C. $2a$ D. $\frac{a}{3}$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + mx - \frac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 2 B. 0 C. 1 D. 4

Câu 42. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 0,5% mỗi tháng theo cách sau: mỗi tháng (vào đầu tháng) người đó gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng và ngân hàng tính lãi suất (lãi suất không đổi) dựa trên số tiền tiết kiệm thực tế của tháng đó. Hỏi sau 5 năm, số tiền của người đó có được gần nhất với số tiền nào dưới đây (cả gốc và lãi, đơn vị triệu đồng)?

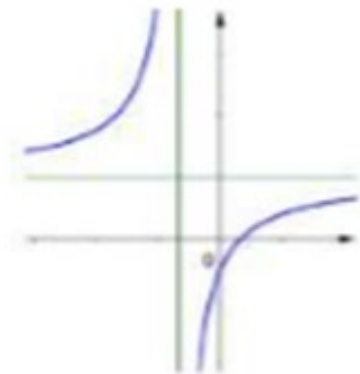
A. 701,19.

B. 701,47.

C. 701,12.

D. 701.

Câu 43. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ad > 0$ và $ab < 0$.

B. $ad < 0$ và $ab < 0$.

C. $ad > 0$ và $bd > 0$.

D. $bd < 0$ và $ab > 0$.

Câu 44. Cho hình trụ (T) . Biết rằng khi cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng (P) vuông góc với trục được thiết diện là đường tròn có chu vi $6a\pi$ và cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng (Q) song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Tính thể tích khối trụ (T) .

A. $18\sqrt{5}\pi a^3$.

B. $4\sqrt{5}\pi a^3$.

C. $5\sqrt{5}\pi a^3$.

D. $16\sqrt{5}\pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$, có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $f'(x) = \sin x \cdot \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{121}{225}$.

B. $\frac{2}{232}$.

C. $-\frac{232}{345}$.

D. $\frac{92}{232}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	0	-	-
$f(x)$	$-\infty$	0	4	0	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(\sqrt{1+x} - \sqrt{3-x}) = f(\sqrt{|m|+1})$ có nghiệm.

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 7.

Câu 47. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 x + xy = \log_3 (8-y) + x(8-x)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^3 - (x^2 + y^2) - 16x$ bằng?

A. $-\frac{196}{3}$.

B. $-\frac{586}{9}$.

C. $-\frac{1814}{27}$.

D. $-\frac{1760}{27}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \left| \frac{x^2 + (m-2)x + 2 - m}{x-1} \right|$, trong đó m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m thỏa mãn $\min_{[2;3]} f(x) + 2 \max_{[2;3]} f(x) = \frac{1}{2}$. Số phần tử của tập S là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $3a$, $K \in CC'$ sao cho $CK = \frac{2}{3}CC'$. Mặt phẳng (α) qua A, K và song song với $B'D'$ chia khối lập phương thành hai phần. Tính thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh C .

A. $\frac{3}{4}a^3$.

B. $\frac{1}{2}a^3$.

C. $3a^3$.

D. $9a^3$.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $x \leq 2020$ thỏa mãn điều kiện

$$\log_2 \frac{x+2}{y+1} + x^2 + 4x = 4y^2 + 8y + 1.$$

A. 2020.

B. vô số.

C. 1010.

D. 4040.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	C	D	B	B	D	A	A	B	B	B	C	A	D	D	D	D	D	B	B	B	D	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	A	A	A	A	D	A	D	A	C	A	A	A	A	A	A	A	A	A	D	D	C	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ nhóm có 5 học sinh.

A. C_5^2 .

B. A_5^2 .

C. 5^2 .

D. 2^5 .

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách chọn 2 học sinh là tổ hợp chập 2 của 5

Số các chọn là: C_5^2

Câu 2. Cho cấp số nhân với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho là:

A. 6.

B. 3.

C. -3.

D. -6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $d = \frac{u_2}{u_1} = \frac{9}{3} = 3$

Câu 3. Nghiệm của phương trình: $2^{x+1} = 16$ là:

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^{x+1} = 2^4 \Leftrightarrow x+1 = 4 \Leftrightarrow x = 3$

Câu 4. Thể tích của một khối lập phương cạnh $\frac{1}{2}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. 8.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V = a.b.c \Leftrightarrow V = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Câu 5. Tập xác định của hàm số: $y = x^{\frac{2}{3}}$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2020x}$.

A. $\int f(x)dx = e^{2020x} \cdot \ln 2020 + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2020} \cdot e^{2020x} + C$

C. $\int f(x)dx = 2020 \cdot e^{2020x} + C$

D. $\int f(x)dx = e^{2020x} + C$

Lời giải

Chọn B

$$\int e^{2020x} dx = \int \frac{1}{2020} e^{2020x} d(2020x) = \frac{1}{2020} e^{2020x} + C$$

Câu 7. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 4$ bằng

- A. 64π B. 48π C. 36π **D. $\frac{256\pi}{3}$**

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3}$

Câu 8. Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón (N).

- A. $S = 10\pi a^2$** B. $S = 14\pi a^2$ C. $S = 36\pi a^2$ D. $S = 20\pi a^2$

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 2a \cdot 5a = 10\pi a^2$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó thể tích của hình chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$** B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $a^3\sqrt{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Lời giải

Chọn A

Diện tích đáy của hình chóp là $S_{ABCD} = a^2$

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			3		0		$+\infty$
	$-\infty$						

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ **B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$**
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Câu 11. Với a, b là hai số thực dương khác 1, ta có $\log_{b^2} a$ bằng:

A. $-\frac{1}{2}\log_a b$.

B. $\frac{1}{2\log_a b}$.

C. $\frac{2}{\log_a b}$.

D. $\frac{1}{2}\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Với a, b là hai số thực dương khác 1 và theo công thức đổi cơ số: $\log_{b^2} a = \frac{1}{2\log_a b}$.

Câu 12. Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$ thì có diện tích toàn phần bằng

A. $4\pi a^2$.

B. $6\pi a^2$.

C. $3\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Chọn B

Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a nên có đường sinh a và bán kính đáy $\frac{a}{2}$ nên có diện tích toàn phần $S_{tp} = \frac{3}{2}\pi a^2$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	2	5	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			4		3		4		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(-3; 5)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(5; +\infty)$.

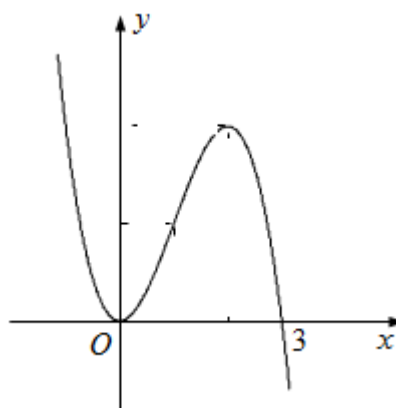
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; 4)$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 3x^2$.

B. $y = x^3 + 3x^2$.

C. $y = -x^3 - 3x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 15. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2

Lời giải

Chọn D

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là: $x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-3}{x+1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-3}{x+1} = -\infty$$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là: $y = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{x+1} = 2$$

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x < 3$ là:

A. $(8; +\infty)$.B. $\left(0; \frac{1}{8}\right)$.C. $\left(-\infty; \frac{1}{8}\right)$.**D. $\left(\frac{1}{8}; +\infty\right)$**

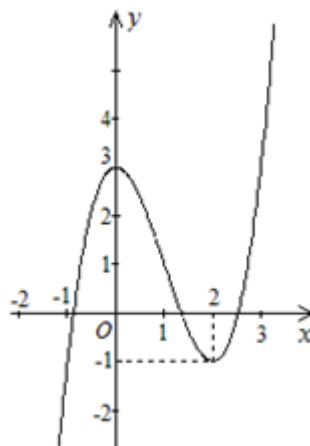
Lời giải

Chọn DĐiều kiện: $x > 0$

$$\log_{\frac{1}{2}} x < 3 \Leftrightarrow x > \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow x > \frac{1}{8}$$

Tập nghiệm là: $\left(\frac{1}{8}; +\infty\right)$

Câu 17. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là:



A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. 3

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$

Số nghiệm phương trình là số giao điểm của hai đồ thị

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{Nhìn vào đồ thị ta thấy có ba giao điểm}$$

Vậy: số nghiệm phương trình là 3

Câu 18. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$ thì $\int_2^1 5f(x)dx$ là

A. 15. B. 3. C. 8. **D. -15**

Lời giải

Chọn D

$$\int_2^1 5f(x)dx = -\int_1^2 5f(x)dx = -5\int_1^2 f(x)dx = -5.3 = -15$$

Câu 19. Modul của số phức $z = 1 - 2i$ là:

A. 5. B. $1 + 2i$. C. $(0; -2)$. **D. $\sqrt{5}$**

Lời giải

Chọn D

Modul của số phức $z = a + bi$ là: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 4i$ và $z_2 = 4 - 3i$. Độ dài số phức $z_1 + z_2$

A. $2\sqrt{5}$ B. $5\sqrt{2}$ C. 10 **D. 25**

Lời giải

Chọn B

$$|z_1 + z_2| = |7 + i| = \sqrt{7^2 + 1^2} = 5\sqrt{2}$$

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -3i$ là điểm nào dưới đây ?

A. $M(0; 3)$ B. $N(0; -3)$ C. $M(0; 3i)$ **D. $M(0; -3i)$**

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z = -3i$ là $N(0; -3)$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $A(2; 1; 1)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(2; 0; 1)$ B. $(0; 1; 1)$ C. $(2; 1; 0)$ **D. $(0; 0; 1)$**

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của $A(2; 1; 1)$ lên mặt phẳng (Oyz) có cao độ, tung độ không đổi và hoành độ bằng 0. Do đó hình chiếu đó có tọa độ $(0; 1; 1)$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z - 3 = 0$. Đường kính của (S) là

A. 18 B. 9 C. 3 **D. 6**

Lời giải

Chọn D

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9 \Rightarrow R = 3$$

Vậy đường kính của (S) là 6.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$. song song với mặt phẳng nào dưới đây ?

A. $(Q_1): 2x + 4y - 6z - 1 = 0$. B. $(Q_2): 2x - 4y + 6z - 1 = 0$.
C. $(Q_3): -x - 2y - 3z + 2 = 0$. **D. $(Q_3): -x + 2y + 3z + 2 = 0$.**

Lời giải

Chọn A

$$(P): x + 2y - 3z + 1 = 0 \Rightarrow \text{vtpt}(P): \vec{n} = (1; 2; -3)$$

$$(Q_1): 2x + 4y - 6z - 1 = 0 \Rightarrow \text{vtpt}(Q_1): \vec{n}_1 = (2; 4; -6) = 2\vec{n}$$

Do đó $(Q_1) \parallel (P)$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ

phương của Δ ?

A. $\vec{u}_1 = (1; -1; 1)$

B. $\vec{u}_2 = (-2; 2; 0)$

C. $\vec{u}_3 = (2; -1; 1)$

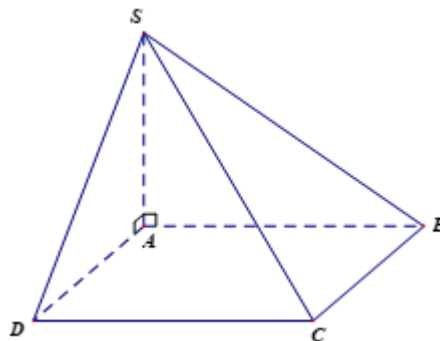
D. $\vec{u}_3 = (2; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{vtcp}\Delta: \vec{u} = (1; -1; 0) \Rightarrow \vec{u}_2 = -2\vec{u}$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = a\sqrt{3}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 45°

B. 30°

C. 60°

D. 90° .

Lời giải

Chọn A

$AC = a\sqrt{2}$ ($ABCD$ là hình vuông cạnh a)

Xét ΔSAC ($\hat{A} = 1v$): $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a$

$\Rightarrow \Delta SAB$ vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{SBA} = 45^\circ$

Do $(SAB) \perp (ABCD), (SAB) \perp (SBC) \Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SBA} = 45^\circ$

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau. Điểm cực đại của hàm số trên là

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$	
f'(x)	+	0	+	-	0	+

A. $x = \pm 1$

B. $x = 1$

C. $x = 2$

D. không tồn tại

Lời giải

Chọn B

Tại điểm $x=1$ hàm số xác định và liên tục đồng thời không tồn tại $f'(1)$ và dấu của $f'(x)$ đổi từ dương sang âm.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 6x^2 - 9$ trên đoạn $[-1; 4]$ bằng

A. -18

B. -9

C. -14

D. 4

Lời giải

Chọn A

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$f'(x) = 4x^3 - 12x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \notin [-1; 4] \end{cases}$$

$$f(0) = -9; f(-1) = -14; f(\sqrt{3}) = -18; f(4) = 151$$

Câu 29. Xét các số thực a, b thỏa mãn: $\log_8(4^a \cdot 8^b) = \log_4 16$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $2a + 3b = 6$

B. $2a + 3b = 5$

C. $ab = 10$

D. $\frac{a}{b} = 2$

Lời giải

Chọn A

$$\log_8(4^a \cdot 8^b) = \log_{2^3}(2^{2a} \cdot 2^{3b}) = \log_2 2^2$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_2 2^{2a+3b} = \log_2 2^2 \Leftrightarrow \log_2 2^{2a+3b} = \log_2 2^6$$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 7$ và trục hoành là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$y' = -3x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -7 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

$$y(0) \cdot y(2) > 0$$

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0$ là:

A. $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

B. $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in (0; 1)$.

D. $x \in (1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x > 2 \\ 2^x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$$

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = a$.

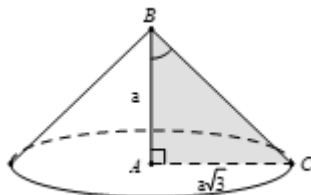
B. $l = \sqrt{2}a$.

C. $l = \sqrt{3}a$.

D. $l = 2a$.

Lời giải

Chọn D



Độ dài đường sinh l bằng độ dài cạnh BC của tam giác vuông ABC .

Theo định lý Pytago thì $BC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 \Rightarrow BC = 2a$

Vậy độ dài đường sinh của hình nón là $l = 2a$.

Câu 33. Xét tích phân $\int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx$. Nếu đặt $\ln x = t$ thì $\int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx$ bằng

A. $\int_0^1 t dt$

B. $\int_1^e t dt$

C. $\int_0^1 \ln t dt$

D. $\int_0^1 \frac{1}{t} dt$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$.

$x = 1 \Rightarrow t = 0; x = e \Rightarrow t = 1$

$$\Rightarrow \int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx = \int_0^1 t dt$$

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4x^2 + x$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 |4x^2 + x + 1| dx$. **B.** $S = \int_0^1 (4x^2 + x + 1)^2 dx$.

C. $S = -\int_0^1 (4x^2 + x + 1) dx$. **D.** $S = \int_0^1 (4x^2 + x + 1) dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^1 |4x^2 + 4x + 1| dx = \int_0^1 (4x^2 + 4x + 1) dx$ do $4x^2 + 4x + 1 > 0 \quad \forall x \in [0; 1]$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = -1 + i$ và $z_2 = -2 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 - 3z_2$ bằng

A. -8 .

B. $8i$.

C. 8 .

D. $-8i$.

Lời giải

Chọn A

$$z_1 - 3z_2 = (-1 + i) - 3(-2 + 3i) = 5 - 8i$$

Vậy phần ảo của số phức $z_1 - 3z_2$ bằng -8

Câu 36. Cho số phức $\bar{z} = (1-i)(1+2i)$. Giả sử điểm M là điểm biểu diễn số phức z . Điểm M thuộc đường thẳng nào

- A. $2x + y + 5 = 0$ B. $2x + y - 7 = 0$
 C. $2x + y - 5 = 0$ D. $2x + y + 7 = 0$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\bar{z} = 3 + i \Rightarrow z = 3 - i \Rightarrow M(3; -1)$. Do đó $M \in d: 2x + y - 5 = 0$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3); N(-1; 1; 2)$ Phương trình mặt phẳng trung trực của MN là

- A. $x - y + z - 4 = 0$ B. $2x - 2y + 2z + 3 = 0$
 C. $x - y + z - 1 = 0$ D. $2x - y + z - 2 = 0$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; -2; 2) \Rightarrow \vec{n} = (1; -1; 1)$. Gọi I là trung điểm của MN nên $I(2; 0; 2)$. Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của MN là $x - y + z - 4 = 0$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 0; 1); B(0; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 1 = 0$.

Đường thẳng d qua trung điểm I của AB và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n} = (2; 1; 1) \Rightarrow \vec{u} = (2; 1; 1)$. Gọi I là trung điểm của AB nên $I(-1; 1; 2)$. Đường thẳng d qua trung điểm I của AB và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Câu 39. Trong buổi lễ phát thưởng cho các học sinh tiêu biểu, lớp 12A có 1 học sinh, lớp 12B có 4 học sinh, lớp 12C có 5 học sinh. Các học sinh được xếp thành một hàng ngang sao cho học sinh lớp 12A luôn đứng giữa một học sinh lớp 12B và một học sinh lớp 12C. Có bao nhiêu cách xếp như vậy?

- A. 1612800. B. 2516030. C. 2471000. D. 10!.

Lời giải

Chọn A

Chọn 1 hs lớp 12B và 1 hs lớp 12C để đứng cạnh hs 12A là: $C_4^1 \cdot C_5^1$

Xếp các học sinh vào hàng là $8!$.

Đổi vị trí 2 hs 12B và 12C là $2!$.

Vậy có: $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot 8! \cdot 2! = 1612800$

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, góc giữa BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° ; Hình chiếu vuông góc của B' lên mp (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'C')$.

A. $\frac{a}{2}$

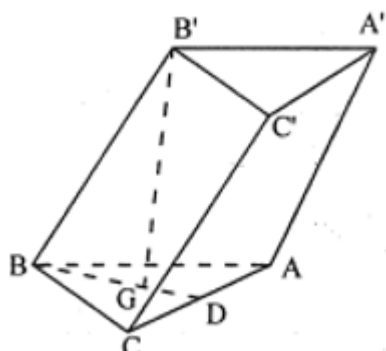
B. a

C. $2a$

D. $\frac{a}{3}$

Lời giải

Chọn A



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và D là trung điểm AC thì $B'G \perp (ABC)$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng khoảng cách từ B' đến mặt phẳng (ABC)

Lại có : $d_{(B';(ABC))} = B'G$; $\widehat{B'BG} = 30^\circ$ nên $B'G = \frac{a}{2} \Rightarrow d_{(A;(A'B'C'))} = \frac{a}{2}$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + mx - \frac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 2

B. 0

C. 1

D. 4

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = x^3 + m + \frac{3}{2x^2}$

Để hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ thì $y' \geq 0 \forall x > 0 \Leftrightarrow x^3 + m + \frac{3}{2x^2} \geq 0 \forall x > 0 \Leftrightarrow x^3 + \frac{3}{2x^2} \geq -m \forall x > 0$

Đặt $g(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2} \Rightarrow -m \leq \min_{(0; +\infty)} g(x)$

Ta có $g(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2} = \frac{x^3}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} \stackrel{Co-si}{\geq} 5\sqrt[5]{\frac{x^3}{2} \cdot \frac{x^3}{2} \cdot \frac{1}{2x^2} \cdot \frac{1}{2x^2} \cdot \frac{1}{2x^2}}$

Suy ra $g(x) \geq \frac{5}{2}$. Dấu “=” xảy ra khi $\frac{x^3}{2} = \frac{1}{2x^2} \Rightarrow x^5 = 1 \Leftrightarrow x = 1 (TM)$

Do đó $\min_{(0; +\infty)} g(x) = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 1$, suy ra $-m \leq \min_{(0; +\infty)} g(x) \Leftrightarrow -m \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{2}$

Nên các giá trị nguyên âm của m thỏa mãn đề bài là $m = -2; m = -1$.

Câu 42. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 0,5% mỗi tháng theo cách sau: mỗi tháng (vào đầu tháng) người đó gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng và ngân hàng tính lãi suất (lãi suất không đổi) dựa

trên số tiền tiết kiệm thực tế của tháng đó. Hỏi sau 5 năm, số tiền của người đó có được gần nhất với số tiền nào dưới đây (cả gốc và lãi, đơn vị triệu đồng)?

A. 701,19.

B. 701,47.

C. 701,12.

D. 701.

Lời giải

Chọn A

Tiền thu được cuối mỗi tháng là:

• Tháng 1: $T_1 = 10 + 10 \cdot 0,5\% = 10(1 + 0,5\%)$.

• Tháng 2: $T_2 = 10 + 10 \cdot 0,5\% + 10 + 0,5\%(10 + 10 \cdot 0,5\% + 10) = 10(1 + 0,5\%)^2 + 10(1 + 0,5\%)$

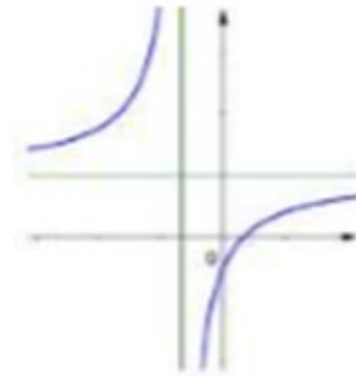
...

• Tháng 60:

$$T_{60} = 10(1 + 0,5\%) + 10(1 + 0,5\%)^2 + \dots + 10(1 + 0,5\%)^{60}$$

$$= 10(1 + 0,5\%) \cdot \frac{(1 + 0,5\%)^{60} - 1}{0,5\%} \approx 701,19 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 43. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ad > 0$ và $ab < 0$. **B.** $ad < 0$ và $ab < 0$.

C. $ad > 0$ và $bd > 0$. **D.** $bd < 0$ và $ab > 0$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b, d$ trái dấu

Đồ thị hàm số có TCĐ $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow c, d$ cùng dấu.

Đồ thị hàm số có TCN $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a, c$ cùng dấu.

$\Rightarrow b$ trái dấu với $a, c, d \Rightarrow ad > 0$ và $ab < 0$.

Câu 44. Cho hình trụ (T) . Biết rằng khi cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng (P) vuông góc với trục được thiết diện là đường tròn có chu vi $6a\pi$ và cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng (Q) song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Tính thể tích khối trụ (T) .

A. $9\sqrt{5}\pi a^3$.

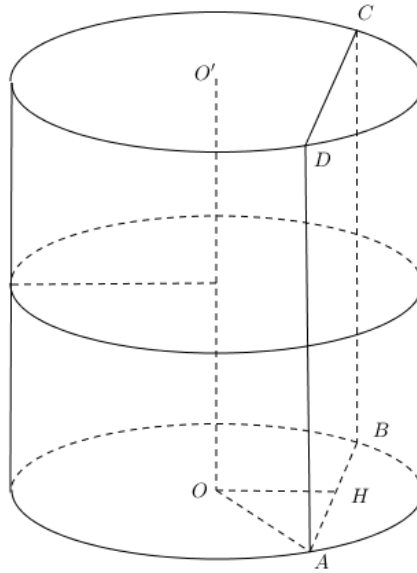
B. $4\sqrt{5}\pi a^3$.

C. $5\sqrt{5}\pi a^3$.

D. $16\sqrt{5}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Mặt phẳng (P) cắt hình trụ được thiết diện là đường tròn có chu vi $6a\pi$ nên ta có bán kính đáy của hình trụ $r = \frac{6a\pi}{2\pi} = 3a$.

Giả sử thiết diện là hình vuông $ABCD$ như hình bên, gọi O và O' lần lượt là tâm của hai đáy, H là trung điểm của AB . Ta có: $\begin{cases} OH \perp AB \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABCD)$.

Suy ra $OH = d(O, (ABCD)) = d(OO', (ABCD)) = 2a$.

Ta có $AB = 2AH = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\sqrt{r^2 - OH^2} = 2a\sqrt{5}$.

Suy ra chiều cao hình trụ (T) là $h = CD = a\sqrt{5}$.

Vậy thể tích khối trụ (T) : $V = \pi r^2 h = 18\sqrt{5}\pi a^3$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$, có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $f'(x) = \sin x \cdot \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{121}{225}$.

B. $\frac{2}{232}$.

C. $-\frac{232}{345}$.

D. $\frac{92}{232}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int f'(x) dx = \int \sin x \cdot \cos^2 2x dx = \int \sin x (2\cos^2 x - 1)^2 dx$

Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$

Suy ra $I = -\int (2t^2 - 1)^2 dt = -\int (4t^4 - 4t^2 + 1) dt = -\frac{4}{5}t^5 + \frac{4}{3}t^3 - t + C$

Hay $I = -\frac{4}{5}\cos^5 x + \frac{4}{3}\cos^3 x - \cos x + C \Rightarrow f(x) = -\frac{4}{5}\cos^5 x + \frac{4}{3}\cos^3 x - \cos x + C$

Mà $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow C = 0$. Vậy $f(x) = -\frac{4}{5}\cos^5 x + \frac{4}{3}\cos^3 x - \cos x$

$$\text{Tích phân } J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\frac{4}{5} \cos^5 x + \frac{4}{3} \cos^3 x - \cos x \right) dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \left(-\frac{4}{5} \cos^4 x + \frac{4}{3} \cos^2 x - 1 \right) dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \left(-\frac{4}{5} (1 - \sin^2 x)^2 + \frac{4}{3} (1 - \sin^2 x) - 1 \right) dx$$

$$\text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$$

$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$$

$$\text{Khi đó } J = \int_0^1 \left[-\frac{4}{5} (1-t^2)^2 + \frac{4}{3} (1-t^2) - 1 \right] dt = -\frac{121}{225}$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		+	+	0	-	-
$f(x)$				4		

$\nearrow$ (từ $-\infty$ đến 0 tại $x = -2$)
 $\searrow$ (từ 4 đến $-\infty$ tại $x = 2$)

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(\sqrt{1+x} - \sqrt{3-x}) = f(\sqrt{|m|+1})$ có nghiệm.

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $f(\sqrt{1+x} - \sqrt{3-x}) = f(\sqrt{|m|+1})$ (1). Điều kiện: $x \in [-1; 3]$.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1+x} - \sqrt{3-x}$$

Xét hàm số $g(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{3-x}$, $x \in [-1; 3]$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} + \frac{1}{2\sqrt{3-x}} > 0, \forall x \in (-1; 3)$$

$\Rightarrow g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$,

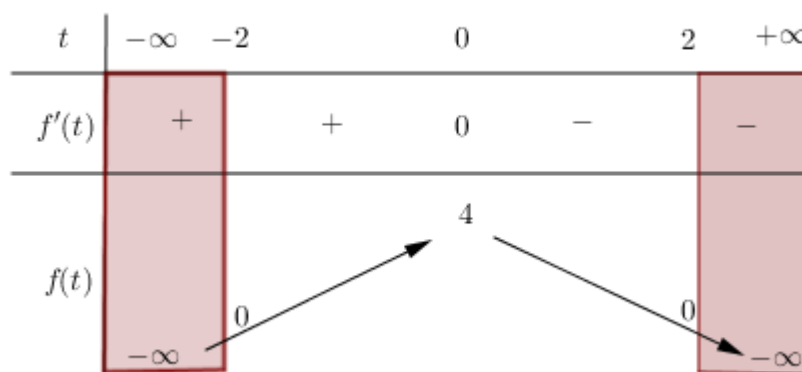
Do đó, khi $x \in [-1; 3] \Rightarrow t \in [g(-1); g(3)]$ hay $t \in [-2; 2]$.

+) Phương trình (1) trở thành $f(t) = f(\sqrt{|m|+1})$ (2)

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm $t \in [-2; 2]$

$\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = f(\sqrt{|m|+1})$ cắt đồ thị hàm số $y = f(t)$ tại ít nhất một điểm có hoành độ thuộc $[-2; 2]$.

+) Ta có bảng biến thiên của $f(t)$ trên đoạn $[-2; 2]$



Suy ra phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow 0 \leq f\left(\sqrt{|m|+1}\right) \leq 4$

$$\Leftrightarrow -2 \leq \sqrt{|m|+1} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow |m|+1 \leq 4$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Cho hai số thực dương $x; y$ thỏa mãn $\log_3 x + xy = \log_3 (8-y) + x(8-x)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^3 - (x^2 + y^2) - 16x$ bằng?

A. $-\frac{196}{3}$.

B. $-\frac{586}{9}$.

C. $-\frac{1814}{27}$.

D. $-\frac{1760}{27}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 0 < y < 8 \end{cases}$.

Từ giả thiết biến đổi có:

$$\log_3 x + xy = \log_3 (8-y) + x(8-x) \Leftrightarrow \log_3 x^2 + x^2 = \log_3 [x(8-y)] + x(8-y)$$

Do hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ đồng thời từ giả thiết bài toán có:

$$\begin{cases} x^2 \in (0; +\infty) \\ x(8-y) \in (0; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x^2 = x(8-y) \Leftrightarrow x + y = 8$$

$$f(x^2) = f[x(8-y)]$$

Do $x; y > 0$ nên có $x \in (0; 8)$

Thay vào P ta có: $P = x^3 - x^2 - (8-x)^2 - 16x = x^3 - 2x^2 - 64$

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 2x^2 - 64; x \in (0; 8)$ ta có $\min_{(0;8)} g(x) = -\frac{1760}{27}$

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \left| \frac{x^2 + (m-2)x + 2-m}{x-1} \right|$, trong đó m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả

các giá trị của m thỏa mãn $\min_{[2;3]} f(x) + 2 \max_{[2;3]} f(x) = \frac{1}{2}$. Số phần tử của tập S là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = \left| \frac{x^2 + (m-2)x + 2 - m}{x-1} \right| = \left| \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} + m \right|.$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$ trên đoạn $[2; 3]$, ta có

$$g'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \geq 0, \forall x \in [2; 3] \quad (g'(x) = 0 \text{ tại } x = 2). \text{ Suy ra, tập giá trị của } g(x) \text{ trên } [2; 3] \text{ là đoạn}$$

$$[g(2); g(3)] = \left[2; \frac{5}{2} \right].$$

Đặt $t = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$, hàm số $f(x)$ trên $[2; 3]$ trở thành hàm số $h(t) = |t + m|$ xét trên $\left[2; \frac{5}{2} \right]$. Khi đó:

$$\min_{[2; 3]} f(x) = \min_{\left[2; \frac{5}{2} \right]} h(t);$$

$$\max_{[2; 3]} f(x) = \max_{\left[2; \frac{5}{2} \right]} h(t) = \max \left\{ \left| m + 2 \right|; \left| m + \frac{5}{2} \right| \right\} = \frac{\left| (m+2) + \left(m + \frac{5}{2} \right) \right| + \left| (m+2) - \left(m + \frac{5}{2} \right) \right|}{2} = \left| m + \frac{9}{4} \right| + \frac{1}{4} *$$

$$\text{Xét } (m+2) \left(m + \frac{5}{2} \right) \leq 0 \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{5}{2}; -2 \right] \quad (1)$$

Khi đó, $\min_{[2; 3]} f(x) = 0$. Suy ra

$$\min_{[2; 3]} f(x) + 2 \max_{[2; 3]} f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| 2m + \frac{9}{2} \right| + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{9}{4} \text{ (thỏa mãn (1))}$$

$$*) \text{ Xét } (m+2) \left(m + \frac{5}{2} \right) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{5}{2} \\ m > -2 \end{cases} \quad (2). \text{ Khi đó}$$

$$\min_{[2; 3]} f(x) = \min_{\left[1; \frac{5}{2} \right]} h(t) = \min \left\{ \left| m + 2 \right|; \left| m + \frac{5}{2} \right| \right\} = \frac{\left| (m+2) + \left(m + \frac{5}{2} \right) \right| - \left| (m+2) - \left(m + \frac{5}{2} \right) \right|}{2} = \left| m + \frac{9}{4} \right| - \frac{1}{4} \text{ Suy}$$

$$\text{ra} \quad \min_{[2; 3]} f(x) + 2 \max_{[2; 3]} f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| m + \frac{9}{4} \right| - \frac{1}{4} + 2 \left| m + \frac{9}{4} \right| + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| m + \frac{9}{4} \right| = \frac{1}{12}$$

$$\Leftrightarrow \left| m + \frac{9}{4} \right| = \frac{1}{12} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{13}{6} \\ m = -\frac{7}{3} \end{cases} (L).$$

Vậy $S = \left\{ -\frac{9}{4} \right\}$. Suy ra, số phần tử của tập S bằng 1.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $3a$, $K \in CC'$ sao cho $CK = \frac{2}{3}CC'$. Mặt phẳng

(α) qua A, K và song song với $B'D'$ chia khối lập phương thành hai phần. Tính thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh C .

A. $\frac{3}{4}a^3$.

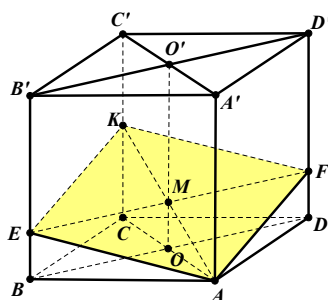
B. $\frac{1}{2}a^3$.

C. $3a^3$.

D. $9a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O, O' là tâm của hình vuông $ABCD.A'B'C'D'$, $M = AK \cap OO'$

Qua M kẻ đường thẳng song song với BD cắt BB', DD' lần lượt tại E, F

Khi đó, thiết diện tạo bởi (α) và hình lập phương chính là hình bình hành $AEKF$.

Có OM là đường trung bình tam giác ACK nên $OM = \frac{1}{2}CK = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}CC' = a$

Do đó, $BE = DF = \frac{1}{2}CK = \frac{a}{2}$.

Dễ thấy tứ giác $BCKF = C'B'EK$, mặt phẳng $(AA'C'C)$ chia khối $ABEKFDC$ thành hai phần bằng nhau nên:

$$V_{ABEKFDC} = 2V_{A.BCKE} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot AB \cdot S_{BCKE} = \frac{2}{3} \cdot 3a \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{BCC'B'} = 9a^3.$$

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $x \leq 2020$ thỏa mãn điều kiện

$$\log_2 \frac{x+2}{y+1} + x^2 + 4x = 4y^2 + 8y + 1.$$

A. 2020.

B. vô số.

C. 1010.

D. 4040.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2 \frac{x+2}{y+1} = 4y^2 - x^2 - 4x + 8y + 1 \Leftrightarrow \log_2 (x+2) - \log_2 (y+1) = 4(y+1)^2 - (x+2)^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (x+2) + (x+2)^2 = \log_2 2(y+1) + [2(y+1)]^2 \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t^2$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2t > 0 \quad \forall t \in (0; +\infty) \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$(1) \Leftrightarrow f(x+2) = f(2y+2) \Leftrightarrow x+2 = 2y+2 \Leftrightarrow x = 2y.$$

Mà $0 < x \leq 2020 \Rightarrow 0 < y \leq 1010$.

Vậy có 1010 cặp số nguyên dương $(x; y)$.

----- HẾT -----

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 5^5 . B. $5!$. C. $4!$. D. 5.

Câu 2. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3, d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $u_5 = 15$. B. $u_4 = 8$. C. $u_3 = 5$. D. $u_2 = 2$.

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

- A. $x = 3$. B. $x = 13$. C. $x = 21$. D. $x = 11$.

Câu 4. Tính thể tích của một khối lăng trụ biết khối lăng trụ đó có đường cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$.

- A. $12a^2$. B. $4a^3$. C. $12a^3$. D. $4a^2$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(4-x)$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $[4; +\infty)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(-\infty; 4]$.

Câu 6. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.
B. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx$.
C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $9a^3$. C. a^3 . D. $3a^3$.

Câu 8. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này?

- A. $24\pi(\text{cm}^2)$. B. $22\pi(\text{cm}^2)$. C. $26\pi(\text{cm}^2)$. D. $20\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$-$
y	$+\infty$	-6	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0;3)$. B. $(2;+\infty)$. C. $(-\infty;0)$. D. $(0;2)$.

Câu 11. Cho b là số thực dương khác 1. Tính $P = \log_b \left(b^2 \cdot b^{\frac{1}{2}} \right)$.

- A. $P = \frac{3}{2}$. B. $P = 1$. C. $P = \frac{5}{2}$. D. $P = \frac{1}{4}$.

Câu 12. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A. $S_{xq} = \pi rh$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rl$. D. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

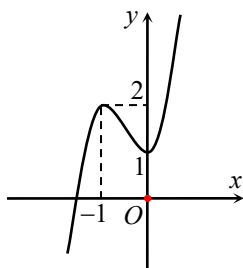
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
y'		0	0	
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Câu 14. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây?



- A. $y = x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 1$. B. $y = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$. C. $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{2020}{x-2}$ có đồ thị (H) . Số đường tiệm cận của (H) là?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 16. Giải bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$.

- A. $x > 10$. B. $x < 10$. C. $0 < x < 10$. D. $x \geq 10$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$			

Số nghiệm của phương trình $f'(x) + 3 = 0$ là:

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_1^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x)dx$

- A. $I = 8$. B. $I = 12$. C. $I = 36$. D. $I = 4$.

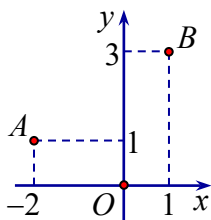
Câu 19. Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là:

- A. 2 và 1. B. 1 và $2i$. C. 1 và 2. D. 1 và i .

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. 10. C. -6. D. 4.

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm A, B như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức.



- A. $-\frac{1}{2} + 2i$. B. $-1 + 2i$. C. $2 - i$. D. $2 - \frac{1}{2}i$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$. B. $N(0; -1; 1)$. C. $P(0; -1; 0)$. D. $Q(0; 0; 1)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) :

$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S)

- A. $I(3; -2; 4)$, $R = 25$. B. $I(-3; 2; -4)$, $R = 5$.
C. $I(3; -2; 4)$, $R = 5$. D. $I(-3; 2; -4)$, $R = 25$.

Câu 24. Vector $\vec{n} = (1; 2; -1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $x + 2y + z + 2 = 0$. B. $x + 2y - z - 2 = 0$. C. $x + y - 2z + 1 = 0$. D. $x - 2y + z + 1 = 0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- A. $N(2; -1; -3)$. B. $P(5; -2; -1)$. C. $Q(-1; 0; -5)$. D. $M(-2; 1; 3)$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	−	0	+
y	$-\infty$	2	−3	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
 B. Hàm số có đúng một cực trị.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 28. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2; 3]$.

- A. 1. B. -2. C. 0. D. -5.

Câu 29. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x$, $\log_2 b = y$. Tính $P = \log_2(a^2 b^3)$.

- A. $P = x^2 y^3$. B. $P = x^2 + y^3$. C. $P = 6xy$. D. $P = 2x + 3y$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành.

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 31. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$ là

- A. Vô số. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 32. Khi quay một tam giác đều cạnh bằng a (bao gồm cả điểm trong tam giác) quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó theo a .

- A. $\frac{\pi a^3}{4}$. B. $\frac{\pi \sqrt{3} a^3}{8}$. C. $\frac{3\pi a^3}{4}$. D. $\frac{\pi \sqrt{3} a^3}{24}$.

Câu 33. Cho $I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x} dx$ và $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 x^2 (x^2 - 1) dx$. B. $I = \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) du$.
 C. $I = \frac{1}{2} \left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3$. D. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) du$.

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_1}{z_2}$.

- A. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$. B. $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$. C. $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$. D. $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Câu 36. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB :

- A. 6. B. 2. C. 4. D. 12.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là:

- A. $5x - 4y - z - 16 = 0$. B. $5x - 4y + z + 16 = 0$.
C. $5x - 4y + z - 16 = 0$. D. $5x + 4y + z - 16 = 0$.

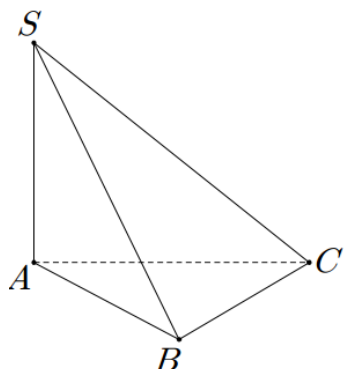
Câu 38. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 2)$, $B(2; 0; 5)$ và $C(0; -2; 1)$. Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC là.

- A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-4}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.
C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{2}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 39. Người ta muốn chia tập hợp 16 học sinh gồm 3 học sinh lớp 12A, 5 học sinh lớp 12B và 8 học sinh lớp 12C thành hai nhóm, mỗi nhóm có 8 học sinh. Xác suất sao cho ở mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12B là:

- A. $\frac{42}{143}$. B. $\frac{84}{143}$. C. $\frac{356}{1287}$. D. $\frac{56}{143}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41. Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m}$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

A. $m \geq 2$.

B. $m > -\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{3}{2}$.

D. $-\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$.

Câu 42. Ông A muốn tiết kiệm tiền để mua cho mình một chiếc xe Ô tô nên mỗi tháng gửi ngân hàng 5.000.000 VNĐ với lãi suất 0.5% /tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng ông A có thể mua được chiếc xe Ô tô 300.000.000 VNĐ?

A. $n = 53$.

B. $n = 52$.

C. $n = 27$.

D. $n = 28$.

Câu 43. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi.

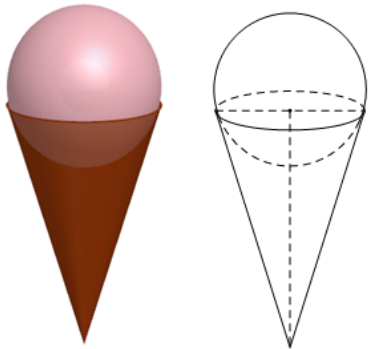
A. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 4ac \leq 0 \end{cases}$.

B. $a \geq 0; b^2 - 3ac \leq 0$.

C. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

Câu 44. Một que kem ốc quế gồm hai phần: phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón. Giả sử hình cầu và đáy hình nón có bán kính bằng nhau; biết rằng nếu kem tan chảy hết thì sẽ làm đầy phần ốc quế. Biết thể tích phần kem sau khi tan chảy chỉ bằng 75% thể tích kem đóng băng ban đầu. Tính thể tích phần kem ban đầu biết đường cao của ốc quế là $3a$.



A. $V_{kem} = \frac{4}{3} \pi a^3$.

B. $V_{kem} = \pi a^3$.

C. $V_{kem} = 4\pi a^3$.

D. $V_{kem} = 3\pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$, đồng biến trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn đẳng thức $x + 2x.f(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1; 4]$. Biết rằng $f(1) = \frac{3}{2}$, tính $I = \int_1^4 f(x) dx$?

A. $I = \frac{1186}{45}$.

B. $I = \frac{1174}{45}$.

C. $I = \frac{1222}{45}$.

D. $I = \frac{1201}{45}$.

Câu 46. Cho $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$. Phương trình $\sqrt{f(f(x)+1)+1} = f(x)+2$ có số nghiệm thực là

A. 4.

B. 6.

C. 7.

D. 9.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = (a^2 + 1) \ln^{2019} \left(x + \sqrt{1 + x^2} \right) + bx \sin^{2020} x + 2$ với a, b là các số thực và $f(7^{\log 5}) = 6$. Tính $f(-5^{\log 7})$.

- A. $f(-5^{\log 7}) = 2$. B. $f(-5^{\log 7}) = 4$. C. $f(-5^{\log 7}) = -2$. D. $f(-5^{\log 7}) = 6$.

Câu 48. Cho hai số thực $x \neq 0, y \neq 0$ thay đổi và thỏa mãn điều kiện: $(x + y)xy = x^2 + y^2 - xy$. Giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$ là:

- A. 9. B. 18. C. 16. D. 1.

Câu 49. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và F là trung điểm BC . Tính tỉ số thể tích giữa khối $B'.EAF$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 50. Biết rằng trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1)$. Chỉ có duy nhất một cặp $(x; y)$ thỏa mãn: $3x + 4y - m = 0$. Khi đó hãy tính tổng tất cả các giá trị m tìm được?

- A. 20. B. 46. C. 28. D. 14.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.C	5.C	6.A	7.C	8.B	9.A	10.D
11.C	12.C	13.A	14.D	15.B	16.A	17.C	18.A	19.C	20.B
21.A	22.B	23.C	24.B	25.D	26.B	27.C	28.D	29.D	30.C
31.D	32.A	33.B	34.C	35.B	36.C	37.C	38.B	39.A	40.B
41.C	42.A	43.D	44.A	45.A	46.A	47.C	48.C	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU VẬN DỤNG.

Câu 31: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$ là

A. Vô số.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), bất phương trình có dạng $t + \frac{9}{t} < 10 \Leftrightarrow t^2 - 10t + 9 < 0 \Leftrightarrow 1 < t < 9$.

Khi đó $1 < 3^x < 9 \Leftrightarrow 0 < x < 2$. Vậy nghiệm nguyên của phương trình là $x = 1$.

Câu 32: Khi quay một tam giác đều cạnh bằng a (bao gồm cả điểm trong tam giác) quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó theo a .

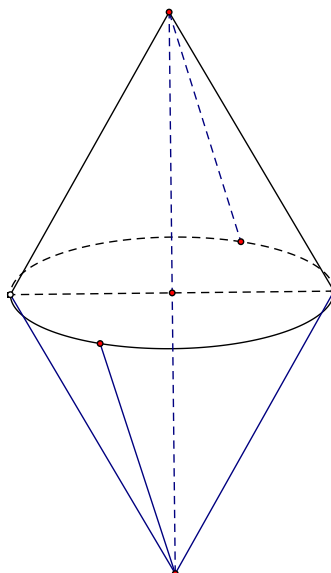
A. $\frac{\pi a^3}{4}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $\frac{3\pi a^3}{4}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải



Khối tròn xoay có được là hai khối nón giống nhau úp hai đáy lại với nhau.

Mỗi khối nón có đường cao $h = \frac{a}{2}$, bán kính đường tròn đáy $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay là $V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 33: Cho $I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x} \, dx$ và $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $I = \frac{1}{2} \int_1^3 x^2 (x^2 - 1) \, dx$. **B.** $I = \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) \, du$.

C. $I = \frac{1}{2} \left(\frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3$. **D.** $I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) \, du$.

Lời giải

$$I = \int_0^4 x\sqrt{1+2x} \, dx$$

Đặt $u = \sqrt{2x+1} \Rightarrow x = \frac{1}{2}(u^2 - 1) \Rightarrow dx = u \, du$, đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 1$, $x = 4 \Rightarrow u = 3$.

Khi đó $I = \frac{1}{2} \int_1^3 (u^2 - 1) u^2 \, du$.

Câu 34: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$:

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| \, dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 2x) \, dx \right| = \frac{4}{3}$.

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \frac{z_1}{z_2}$.

A. $z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$. **B.** $z = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$. **C.** $z = \frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$. **D.** $z = -\frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Lời giải

Ta có: $z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{1+2i}{3-i} = \frac{(1+2i)(3+i)}{10} = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$.

Câu 36: Gọi A , B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB :

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1+2i \\ z = -1-2i \end{cases}$ suy ra $A(-1; 2)$ và $B(-1; -2)$. Vậy $AB = 4$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và

$d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là:

A. $5x - 4y - z - 16 = 0$. **B.** $5x - 4y + z + 16 = 0$.

C. $5x - 4y + z - 16 = 0$. **D.** $5x + 4y + z - 16 = 0$.

Lời giải

d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$, d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.

Vì (P) chứa d_1 và d_2 nên vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của thỏa $(P) \vec{n} \perp \vec{u}_1$ và $\vec{n} \perp \vec{u}_2$.

Chọn $\vec{n} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (5; -4; 1)$

Vậy mặt phẳng (P) cần tìm đi qua $M(3; 1; 5) \in d_2$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5; -4; 1)$,
phương trình là $5(x - 3) - 4(y - 1) + 1(z - 5) = 0 \Leftrightarrow 5x - 4y + z - 16 = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 2)$, $B(2; 0; 5)$ và $C(0; -2; 1)$.
Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC là.

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-4}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

Lời giải

Ta có: $M(1; -1; 3)$; $\vec{AM} = (2; -4; 1)$. Phương trình AM : $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 39: Người ta muốn chia tập hợp 16 học sinh gồm 3 học sinh lớp 12A, 5 học sinh lớp 12B và 8 học sinh lớp 12C thành hai nhóm, mỗi nhóm có 8 học sinh. Xác suất sao cho ở mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12B là:

A. $\frac{42}{143}$.

B. $\frac{84}{143}$.

C. $\frac{356}{1287}$.

D. $\frac{56}{143}$.

Hướng dẫn giải

Chọn. A.

Ta có $n(\Omega) = C_{16}^8 = 12870$.

Số cách chia nhóm thỏa mãn bài toán là số cách chọn ra một tổ có số học sinh lớp 12A từ 1 đến 2 em, số học sinh lớp 12B là 2 em, còn lại là học sinh lớp 12C.

Khi đó xảy ra các trường hợp sau:

TH1: 2 học sinh 12B + 2 học sinh 12A + 4 học sinh 12C

Có: $C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_8^4 = 2100$.

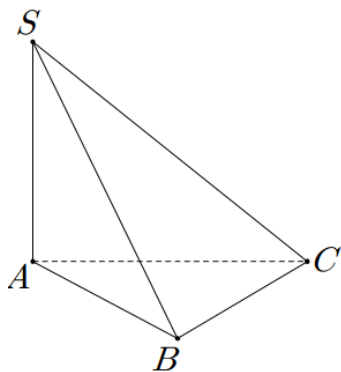
TH2: 2 học sinh 12B + 1 học sinh 12A + 5 học sinh 12C

Có: $C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_8^5 = 1680$.

$\Rightarrow n(A) = 2100 + 1680 = 3780$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3780}{12870} = \frac{42}{143}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. a .

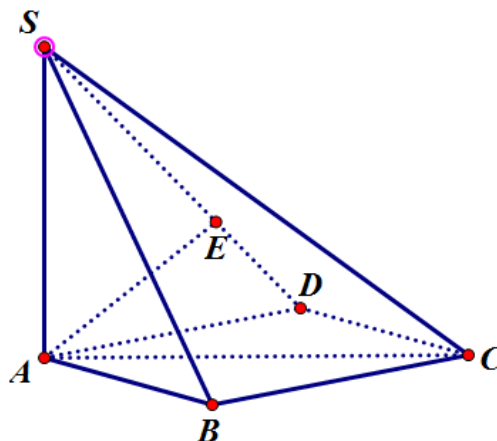
D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là góc $\widehat{SBA} = 60^\circ$. Do đó $SA = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.



Dựng D sao cho $ABCD$ là hình vuông. Dựng $AE \perp SD$ tại E.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AE$.

Mà $AE \perp SD$ suy ra $AE \perp (SCD)$.

Ta có $d(AB; SC) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD)) = AE$.

Mà $AE = \frac{AS \cdot AD}{SD} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $d(AB; SC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 41: Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m}$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

A. $m \geq 2$.

B. $m > -\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{3}{2}$.

D. $-\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2m\}$

$y' = \frac{-2m-1}{(x-2m)^2}$

Theo bài ra ta có:

$$y' < 0, \forall x \in (3; +\infty) \Leftrightarrow \frac{-2m-1}{(x-2m)^2} < 0, \forall x \in (3; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -2m-1 < 0 \\ 2m \notin (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{-1}{2} \\ 2m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < m \leq \frac{3}{2}.$$

Câu 42: Ông A muốn tiết kiệm tiền để mua cho mình một chiếc xe Ô tô nên mỗi tháng gửi ngân hàng 5.000.000 VNĐ với lãi suất 0.5%/tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng ông A có thể mua được chiếc xe Ô tô 300.000.000 VNĐ?

A. $n = 53$.

B. $n = 52$.

C. $n = 27$.

D. $n = 28$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } S_n = \frac{A}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r).$$

$$\Rightarrow n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n \cdot r}{A(1+r)} + 1 \right) = \log_{1,005} \left(\frac{300000000 \cdot 0,5\%}{5000000(1+0,5\%)} + 1 \right) \approx 52,37.$$

Vậy sau 53 tháng thầy giáo có thể mua được chiếc xe Ô tô 300.000.000 VNĐ.

Câu 43: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi.

A. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 4ac \leq 0 \end{cases}$. **B.** $a \geq 0; b^2 - 3ac \leq 0$.

C. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

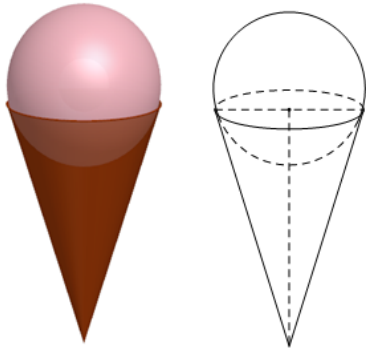
$$\text{Ta có } y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$\text{TH1: } a = 0 \text{ có } y' = 2bx + c \text{ để hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

$$\text{TH2: } a \neq 0 \text{ để hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' = b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy để để hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}.$$

Câu 44: Một que kem ốc quế gồm hai phần: phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón. Giả sử hình cầu và đáy hình nón có bán kính bằng nhau; biết rằng nếu kem tan chảy hết thì sẽ làm đầy phần ốc quế. Biết thể tích phần kem sau khi tan chảy chỉ bằng 75% thể tích kem đóng băng ban đầu. Tính thể tích phần kem ban đầu biết đường cao của ốc quế là $3a$.



A. $V_{kem} = \frac{4}{3} \pi a^3$. **B.** $V_{kem} = \pi a^3$. **C.** $V_{kem} = 4 \pi a^3$. **D.** $V_{kem} = 3 \pi a^3$.

Lời giải

Chọn: A

+ Thể tích khối cầu (thể tích kem ban đầu) $V_c = \frac{4}{3} \pi r^3$.

+ Thể tích khối nón (phần ốc quế) $V_N = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

+ Theo đề: $V_N = \frac{3}{4} V_c \Leftrightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{3}{4} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \Leftrightarrow \frac{h}{r} = 3$.

$$\Rightarrow h = 3r \Leftrightarrow 3a = 3r \Leftrightarrow r = a \Rightarrow V_{kem} = \frac{4}{3} \pi a^3.$$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$, đồng biến trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn đẳng thức $x + 2x.f(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1; 4]$. Biết rằng $f(1) = \frac{3}{2}$, tính $I = \int_1^4 f(x) dx$?

A. $I = \frac{1186}{45}$. **B.** $I = \frac{1174}{45}$. **C.** $I = \frac{1222}{45}$. **D.** $I = \frac{1201}{45}$.

Lời giải

Chọn. A.

$$\text{Ta có } x + 2x.f(x) = [f'(x)]^2 \Rightarrow \sqrt{x} \cdot \sqrt{1 + 2f(x)} = f'(x) \Rightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{1 + 2f(x)}} = \sqrt{x}, \forall x \in [1; 4].$$

$$\text{Suy ra } \int \frac{f'(x)}{\sqrt{1 + 2f(x)}} dx = \int \sqrt{x} dx + C \Leftrightarrow \int \frac{df(x)}{\sqrt{1 + 2f(x)}} dx = \int \sqrt{x} dx + C$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 + 2f(x)} = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C. \text{ Mà } f(1) = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{4}{3}. \text{ Vậy } f(x) = \frac{\left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{3} \right)^2 - 1}{2}.$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^4 f(x) dx = \frac{1186}{45}.$$

Câu 46: Cho $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$. Phương trình $\sqrt{f(f(x) + 1)} + 1 = f(x) + 2$ có số nghiệm thực là

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

$$\text{Đặt } t = f(x) + 1 \Rightarrow t = x^3 - 3x^2 - 6x + 1.$$

Khi đó $\sqrt{f(f(x)+1)+1} = f(x) + 2$ trở thành:

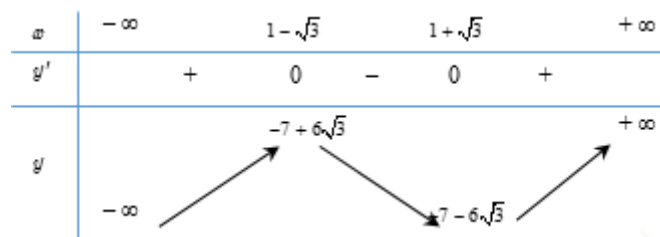
$$\sqrt{f(t)+1} = t+1 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ f(t)+1 = t^2 + 2t + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ t^3 - 4t^2 - 8t + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ \begin{cases} t = t_1 \in (-2; -1) \\ t = t_2 \in (-1; 1) \\ t = t_3 \in (1; 6) \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = t_2 \in (-1; 1) \\ t = t_3 \in (1; 6) \end{cases}.$$

$$\text{Vì } g(t) = t^3 - 4t^2 - 8t + 1; g(-2) = -7; g(-1) = 4; g(1) = -10; g(5) = -14; g(6) = 25.$$

Xét phương trình $t = x^3 - 3x^2 - 6x + 1$ là pt hoành độ giao điểm của.

Ta có



Dựa vào bảng biến thiên, ta có

+ Với $t = t_2 \in (-1; 1)$, ta có d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt, nên phương trình có 3 nghiệm.

+ Với $t = t_3 \in (1; 6)$, ta có d cắt (C) tại 1 điểm, nên phương trình có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = (a^2 + 1)\ln^{2019}\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) + bx \sin^{2020} x + 2$ với a, b là các số thực và $f(7^{\log 5}) = 6$. Tính $f(-5^{\log 7})$.

A. $f(-5^{\log 7}) = 2$. **B.** $f(-5^{\log 7}) = 4$. **C.** $f(-5^{\log 7}) = -2$. **D.** $f(-5^{\log 7}) = 6$.

Lời giải

Đặt $g(x) = (a^2 + 1)\ln^{2019}\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) + bx \sin^{2020} x$ có tập xác định $\mathbb{R}$ là tập đối xứng.

Ta có với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $g(-x) = (a^2 + 1)\ln^{2019}\left(-x + \sqrt{1+x^2}\right) - bx \sin^{2020}(-x)$

$$= (a^2 + 1)\ln^{2019}\left(\frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}}\right) - bx \sin^{2020}(x)$$

$$= -(a^2 + 1)\ln^{2019}\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) - bx \sin^{2020}(x) = -g(x).$$

Suy ra $g(x)$ là hàm số lẻ, mặt khác $7^{\log 5} = 5^{\log 7}$ nên $g(-5^{\log 7}) = -g(5^{\log 7}) = -g(7^{\log 5})$.

Theo giả thiết ta có $f(7^{\log 5}) = g(7^{\log 5}) + 2 \Rightarrow g(7^{\log 5}) = 4$.

$$\text{Do đó } f(-5^{\log 7}) = g(-5^{\log 7}) + 2 = -g(7^{\log 5}) + 2 = -4 + 2 = -2.$$

Câu 48: Cho hai số thực $x \neq 0, y \neq 0$ thay đổi và thỏa mãn điều kiện: $(x+y)xy = x^2 + y^2 - xy$. Giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$ là:

A. 9.

B. 18.

C. 16.

D. 1.

Lời giải

Ta có: $(x+y)xy = x^2 + y^2 - xy \Leftrightarrow (x+y)xy = (x+y)^2 - 3xy$ (1)

$\Leftrightarrow (x+y+3)xy = (x+y)^2 \Leftrightarrow xy = \frac{(x+y)^2}{x+y+3}$ (vì nếu $x+y = -3$ thì $0 = 9$ vô lý)

Đặt $x+y = t$ suy ra $xy = \frac{t^2}{t+3}$.

Dễ thấy $t \neq 0$ vì nếu $t = 0$ thì từ (1) cho ta $x = y = 0$ trái giả thiết.

Mặt khác: $xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{t^2}{t+3} \leq \frac{t^2}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{t+3} \leq \frac{1}{4}$ (Vì $t \neq 0$ nên $t^2 > 0$) $\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ t < -3 \end{cases}$.

Khi đó $M = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = \frac{x^3 + y^3}{x^3 y^3} = \frac{(x+y)^3 - 3xy(x+y)}{x^3 y^3} = \frac{t^3 - 3t \cdot \frac{t^2}{t+3}}{\left(\frac{t^2}{t+3}\right)^3} = \frac{t^2 + 6t + 9}{t^2}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 6t + 9}{t^2}$ trên khoảng $(-\infty; -3) \cup [1; +\infty)$

$f'(t) = \frac{-6t-18}{t^3}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -3$.

Ta có bảng biến thiên:

t	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0			-
$f(t)$	1	0		16	1

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số là 16, đạt được khi $t = 1 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$.

Câu 49: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và F là trung điểm BC . Tính tỉ số thể tích giữa khối $B'.EAF$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{4}$.

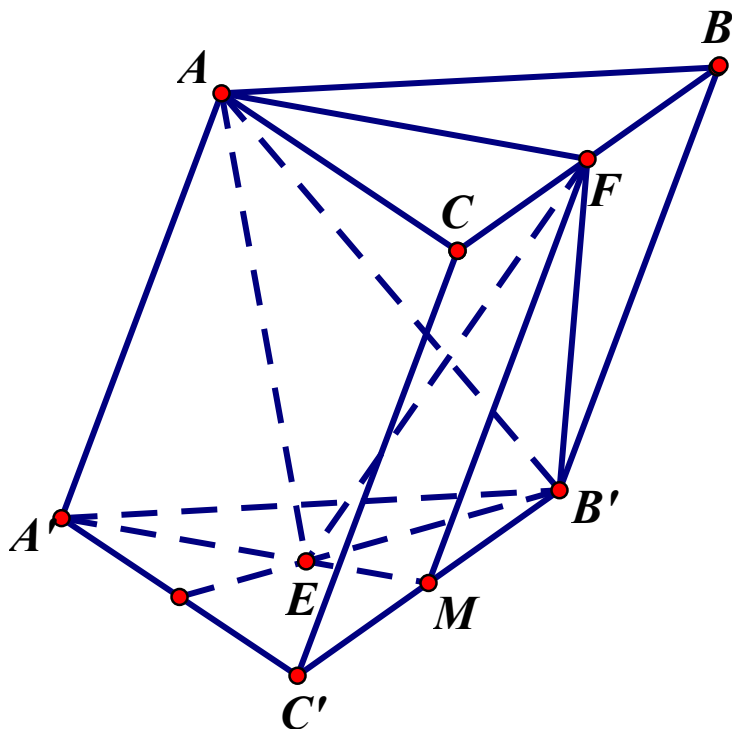
B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có

M là trung điểm của $B'C'$ khi đó $S_{EAF} = \frac{1}{2}S_{AA'MF}$ và $d(B', (AA'MF)) = d(B', (AEF))$.

$$\text{Vì } V_{B'.AA'MF} = V_{ABF.A'B'M} - V_{B'.ABF} = V_{ABF.A'B'M} - \frac{1}{3}V_{ABF.A'B'M} = \frac{2}{3}V_{ABF.A'B'M}$$

$$\text{Suy ra } V_{B'EAF} = \frac{1}{2}V_{B'.AA'MF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{ABF.A'B'M} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{6} \cdot V_{ABC.A'B'C'}.$$

Câu 50: Biết rằng trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1)$. Chỉ có duy nhất một cặp $(x; y)$ thỏa mãn: $3x + 4y - m = 0$. Khi đó hãy tính tổng tất cả các giá trị m tìm được?

A. 20.

B. 46.

C. 28.

D. 14

Lời giải

Chọn C

$$\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2 \leq 4(x + y - 1) \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 \leq 2.$$

Do chỉ có duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa mãn hệ $\begin{cases} 3x + 4y - m = 0 \\ (x - 2)^2 + (y - 2)^2 \leq 2 \end{cases}$ nên đường thẳng

$3x + 4y - m = 0$ là tiếp tuyến của đường tròn $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2$.

$$\text{Suy ra } \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -36 \\ m = 64 \end{cases}.$$

----- HẾT -----

SỞ GDĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT
TẠ UYÊN

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ nhóm gồm 15 học sinh?

- A. C_{15}^2 **B.** C_{15}^5 C. 15^2 **D.** A_{15}^5

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) $u_1 = 5$, $u_2 = 10$. Công sai của cấp số cộng là

- A.** 5 **B.** 6 C. 7 **D.** 8

Câu 3. Nghiệm của phương trình $4^{x-1} = 16$ là

- A. 4 **B.** 1 C. 2 **D.** 3

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 3 là

- A.** 27 **B.** 28 C. 29 **D.** 30

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $[1, +\infty)$ **B.** $(-\infty, +\infty)$ C. $(2, +\infty)$ **D.** $(0, +\infty)$

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x$ là

- A.** $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + C$ **B.** $F(x) = \frac{1}{2}x + C$ C. $F(x) = x^2 + C$ **D.** $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 + C$

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy là $B = 5$, chiều cao $h = 4$. Thể tích khối chóp là

- A. $\frac{21}{3}$ **B.** $\frac{20}{3}$ C. $\frac{19}{3}$ **D.** 6

Câu 8. Cho khối nón có chiều cao $h = 5$, bán kính đáy $r = 6$. Thể tích của khối nón đã cho là

- A. 80π **B.** 90π **C.** 60π **D.** 50π

Câu 9. Cho mặt cầu có bán kính $R = 5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A.** 100π **B.** 90π C. 80π **D.** 70π

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$				
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây

- A. $(-\infty, 0)$ **B.** $(0, +\infty)$ C. $(1, +\infty)$ **D.** $(0, \sqrt{2})$

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý $\log_3 a^5$ bằng

- A. $\frac{5}{3}\log_3 a$ **B.** $5\log_3 a$ C. $\frac{1}{5}\log_3 a$ **D.** $5 + \log_3 a$

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l , bán kính đáy r bằng

- A.** πrl **B.** $4\pi rl$ C. $2\pi rl$ **D.** $\frac{1}{2}\pi rl$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

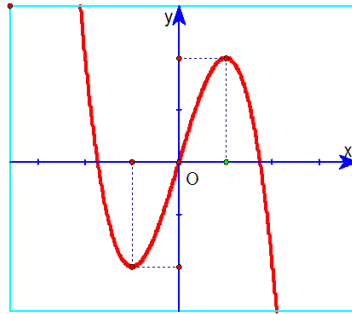
A. $x = 2$

B. $x = -1$

C. $x = 0$

D. $x = 1$

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới



A. $y = x^3 + 3x$

B. $y = -2x^3 + 6x$

C. $y = x^4 - 2x^2$

D. $y = -x^4$

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+5}$ là

A. $x = -5$

B. $x = -2$

C. $x = 1$

D. $y = -5$

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x < 2$

A. $(-\infty, 100)$

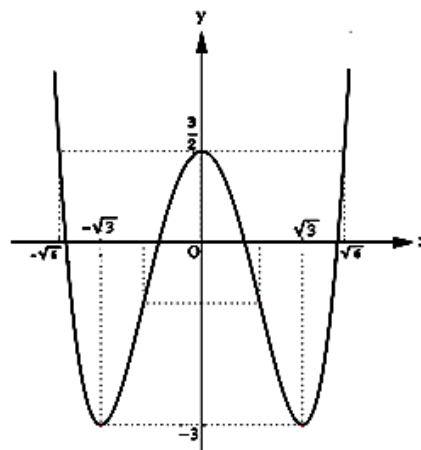
B. $(0, e^2)$

C. $(e^2, +\infty)$

D. $(100, +\infty)$

Câu 17. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị trong hình dưới đây. Số nghiệm của phương trình

$$f(x) = \frac{3}{2} \text{ là}$$



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 18. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^1 3f(x) dx$ bằng

A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = -4 + 2i$ là

- A. $\bar{z} = -4 + i$ B. $\bar{z} = -4 - 2i$ C. $\bar{z} = -4 + 2i$ D. $\bar{z} = 4 - i$

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$; $z_2 = 4 + 2i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

Câu 21. Trên mặt phẳng Oxy, số phức có điểm biểu diễn M(3;2) là

- A. $z = 2 + 3i$ B. $z = 3 - 2i$ C. $z = 2 + i$ D. $z = 3 + 2i$

Câu 22 Trong không gian Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm M(3;2;5) trên mặt phẳng Oxy

- A. (0;2;5) B. (3;0;5) C. (3;2;0) D. (0;0;5)

Câu 23. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. (3;-1;3) B. (-3;1;3) C. (3;-1;-3) D. (3;1;3)

Câu 24. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - y + 3z - 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- A. $\vec{n}_1 = (1; -1; 1)$ B. $\vec{n}_2 = (1; -1; 3)$ C. $\vec{n}_3 = (-1; 1; 3)$ D. $\vec{n}_4 = (1; 1; 3)$

Câu 25. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng cho đường thẳng (d): $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

- A. Q (2;4;-1) B. P (-3;1;-3) C. M (3;-1;3) D. N (3;-1;-3)

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SC = 3a$, SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4}{3}a^3$. B. a^3 . C. $4a^3$. D. $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 27. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	-		-	+	-
y	-1	2		3	
	$\searrow$		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
		$-\infty$	-4		0

Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2x - 5$ trên đoạn $[-2; 3]$

- A. -6. B. 3. C. 10. D. 19.

Câu 29. Biết $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$ và $x = a^3 b^2 \sqrt{c}$. Giá trị của $\log_a x$, bằng.

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung $y = x^3 + 2x - 5$

- A. không có giao điểm. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 5^x$ là:

- A. $(0; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 32. Cho tam giác ABC vuông tại A biết $AB = a$, $AC = b$. Xét hình nón (N) sinh bởi tam giác ABC khi quay quanh đường thẳng AB. Thể tích hình nón (N) bằng:

- A. $\frac{1}{6}\pi b^2 \cdot a$. B. $\frac{1}{3}\pi b^2 \cdot a$. C. $\frac{1}{3}\pi b \cdot a^2$. D. $\frac{1}{6}\pi b \cdot a^2$.

Câu 33. Xét tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos x dx$ đặt $u = \sin x$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos x dx$ bằng?

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^3 \cdot du$. B. $-\int_0^1 u^3 \cdot du$. C. $\int_0^1 u \cdot du$. D. $\int_0^1 u^3 \cdot du$.

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $x = -1$; $x = 2$; $y = 0$; $y = x^2 - 2x$

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 35. Mô đun của $-2iz$ bằng bao nhiêu với $z \in C$

- A. $-2|z|$. B. $\sqrt{2}|z|$. C. $2|z|$. D. 2 .

Câu 36. Trong không gian cho điểm $A(1;3;-2)$ lập phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với hai mặt phẳng (R1): $x-2y+z-1=0$ và (R2): $2x+y+3z+8=0$ có phương trình là

- A. $7x-5y-5z=0$. B. $7x-5y-5z+20=0$ C. $7x-5y+5z-20=0$. D. $7x-5y-5z-20=0$

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2i\bar{z} = 1 + 17i$. Khi đó $|z|$ bằng

- A. $|z| = \sqrt{146}$. B. $|z| = 12$. C. $|z| = \sqrt{148}$. D. $|z| = \sqrt{142}$.

Câu 38. Trong không gian oxyz cho 2 mặt phẳng (P1): $2x-2y-z+1=0$ và (P2): $x+3y-z-3=0$. Giả sử hai mặt phẳng cắt nhau theo giao tuyến là (d). Hãy lập phương trình đường thẳng (d)

- A. $\begin{cases} x=1+5t \\ y=1+t \\ z=1+8t \end{cases} (t \in R)$. B. $\begin{cases} x=1-5t \\ y=1-t \\ z=1-8t \end{cases} (t \in R)$. C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-2t \\ z=1-t \end{cases} (t \in R)$. D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \\ z=1-t \end{cases} (t \in R)$.

Câu 39. Hãy sắp xếp 10 em học sinh gồm 5 bạn nam và 5 bạn nữ vào 10 ghế kê thành hàng ngang. (Trong 5 bạn nam có một bạn tên Dũng). Tính xác suất sao cho 4 bạn nam luôn ngồi cạnh nhau và bạn Dũng không ngồi cạnh bạn nam nào?

- A. $\frac{1}{1004}$ B. $\frac{1}{1005}$ C. $\frac{1}{1007}$ D. $\frac{1}{1008}$

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 4) + mx + 12$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ C. $(-\infty; -\frac{1}{2}]$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 41. Biết $4^x + 4^{-x} = 23$ tính $I = 2^x + 2^{-x}$

- A. $I=5$. B. $I=4$ C. $I=\sqrt{23}$. D. $I=\sqrt{21}$

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ Tìm hệ số a, b, c biết $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ và hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và cực đại tại $x = 1$.

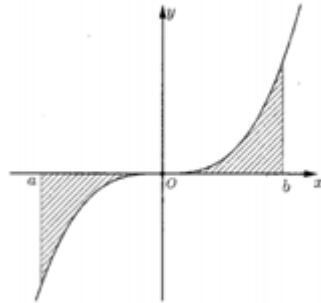
A. $a = 2, b = 3, c = d = 0$

B. $a = -2, b = -3, c = d = 0$.

C. $a = 2, b = -3, c = d = 0$.

D. $a = -2, b = 3, c = d = 0$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ dưới đây).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Chọn công thức đúng trong các phương án cho dưới đây?

A. $S_D = \int_0^a f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

B. $S_D = -\int_0^a f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

C. $S_D = \int_0^a f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

D. $S_D = -\int_0^a f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

Câu 44. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng đường kính đáy, hai đáy là các hình tròn $(O; r)$ và $(O'; r)$.

Gọi A là điểm di động trên đường tròn $(O; r)$ và B là điểm di động trên đường tròn $(O'; r)$ sao cho AB không là đường sinh của hình trụ (T) . Khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất thì đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $\sqrt{3}r$.

B. $(2 + \sqrt{2})r$.

C. $\sqrt{6}r$.

D. $\sqrt{5}r$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; \pi]$. Biết $f(0) = 2e$ và $f(x)$ luôn thỏa mãn đẳng thức $f'(x) + \sin x f(x) = \cos x e^{\cos x} \forall x \in [0; \pi]$. Tính $I = \int_0^\pi f(x) dx$ (làm tròn đến phần trăm)

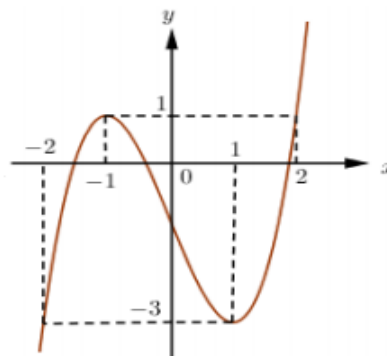
A. $I \approx 6,55$

B. $I \approx 17,30$

C. $I \approx 10,31$

D. $I \approx 16,91$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = |8x^4 + ax^2 + b|$, trong đó a, b là tham số thực. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 1. Hãy chọn khẳng định đúng?

- A. $a > 0, b > 0$. B. $a < 0, b < 0$. C. $a < 0, b > 0$. D. $a > 0, b < 0$.

Câu 48. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$.

Giá trị của $a + 2b$ bằng?

- A. $\frac{27}{4}$ B. 6 C. 9 D. $\frac{20}{3}$

Câu 49. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình sau có nghiệm ?

$$e^m + e^{3m} = 2\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + x\sqrt{1-x^2}\right).$$

- A. 2 B. 0 C. vô số D. 1

Câu 50. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi E, F lần lượt là trung điểm AA' và BB' , đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' , đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Thể tích khối đa diện $EFB'A'E'F'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

*****Hết*****

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.A	5.D	6.A	7.B	8.C	9.A	10.D
11.B	12.A	13.D	14.B	15.A	16.B	17.C	18.D	19.B	20.B
21.D	22.C	23.A	24.B	25.C	26.A	27.B	28.A	29.C	30.B
31.A	32.B	33.D	34.A	35.C	36.D	37.A	38.A	39.D	40.B
41.A	42.D	43.A	44.D	45.C	46.C	47.D	48.B	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 26. Chọn A

$$\text{ABCD là hình vuông nên } AC = 2a\sqrt{2} \text{ suy ra } \begin{cases} SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{4}{3}a^3 \\ S_{ABCD} = 4a^2. \end{cases}$$

Câu 27. Chọn B

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0, \lim_{x \rightarrow -2} y = -\infty \text{ Nên có ba tiệm cận}$$

Câu 28. Chọn A

Câu 29. Chọn C

$$\text{Vì } \log_a x = \log_a a^3 b^2 \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 8$$

Câu 30. Chọn B

Câu 31. Chọn C

$$\text{Vì } \left(\frac{5}{2}\right)^x < 1 \Rightarrow \log_{\frac{5}{2}} \left(\frac{5}{2}\right)^x < 0 \Rightarrow x < 0$$

Câu 32. Chọn B

$$\text{Ta có bán kính } R = AC = b, \text{ chiều cao } AB = a \text{ suy ra } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi b^2 .a$$

Câu 33. Chọn D

$$\text{Đặt } u = \sin x \text{ suy ra } du = \cos x . dx \text{ vậy } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x . \cos x dx = \int_0^1 u^3 du$$

Câu 34. Chọn A

$$S = \int_{-1}^0 (x^2 - 2x) dx = \int_0^2 (-x^3 + 2x) du = \frac{8}{3}$$

Câu 35. Chọn C

$$\text{Gọi } z = a+bi \text{ suy ra } -2iz = -2i(a+bi) = 2b-2ai \Rightarrow |-2iz| = \sqrt{4b^2+4a^2} = 2\sqrt{b^2+a^2} = 2|z|$$

Câu 36. Chọn D

$$\text{Gọi } \vec{n}_1 = (1; -2; 1), \vec{n}_2 = (2; 1; 3) \text{ là hai véc tơ của 2 mặt phẳng } R_1, R_2 \text{ vì vậy mặt phẳng (P) có phương trình là } 7x+y-5z-20=0$$

Câu 37. Chọn A

$$\text{Gọi } z = a+b, \bar{z} = a-bi \Rightarrow z+2i.\bar{z} = 1+17i \Rightarrow a+bi+2i(a-bi) = 1+17i \Rightarrow \begin{cases} a=11 \\ b=-5 \end{cases} \Rightarrow |z| = \sqrt{146}$$

Câu 38.Chọn A

Ta thấy $D(1;1;1)$ thuộc 2 mặt phẳng (P1) và (P2) ta có $\begin{cases} \vec{u_d} \perp \vec{n_1} \\ \vec{u_d} \perp \vec{n_2} \end{cases} \Rightarrow \vec{u_d} = [\vec{n_1}, \vec{n_2}] = (5;1;8)$

Câu 39.Chọn D

Số phần tử không gian mẫu là $n_\Omega = 10!$ có tất cả 7 cách di chuyển cho 4 bạn nam ngồi cạnh nhau mà không có bạn Dũng. Có hai cách xếp đầu và xếp ngồi cạnh nhau cuối thì bạn Dũng có 5 cách di chuyển để không ngồi cạnh bạn nam nào.. Còn 4 cách còn lại thì bạn Dũng chỉ có 4 cách di chuyển ứng với đó là nữ ngồi vào 5 ghế. vậy biến cố cần tìm có $n_A = 2.5.5! + 5.4.5! = 30.5!$

Vậy xác suất của biến cố là $P = \frac{n_A}{n_\Omega} = \frac{1}{1008}$

Câu 40.Chọn B

Ta có $y' = \frac{2x}{x^2+4} + m = \frac{mx^2+2x+4m}{x^2+4} > 0 \forall x \Leftrightarrow mx^2+2x+4m > 0 \forall x \Leftrightarrow m \in (-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

Câu 41.Chọn A.

Ta có $I^2 = (2^x + 2^{-x})^2 = 4^x + 2.2^x.2^{-x} + 4^{-x} = 25 \Rightarrow I = 5$

Câu 42.Chọn D.

Để thỏa mãn bài toán thì :

$$\begin{cases} f(0)=0, f(1)=1 \\ f'(0)=0, f'(1)=0 \\ f''(0)>0, f''(1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0, a+b+c+d=1 \\ c=0, 3a+2b+c=0 \\ b>0, a+b<0 \end{cases} \Rightarrow a=-2, b=3, c=d=0$$

Câu 43.Chọn A.

Ta có $S_D = \int_a^b |f(x)|dx = -\int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx = \int_0^a f(x)dx + \int_0^b f(x)dx$

Câu 44. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng đường kính đáy, hai đáy là các hình tròn $(O;r)$ và $(O';r)$.

Gọi A là điểm di động trên đường tròn $(O;r)$ và B là điểm di động trên đường tròn $(O';r)$ sao cho AB không là đường sinh của hình trụ (T) . Khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất thì đoạn thẳng AB có độ dài bằng

- A. $\sqrt{3}r$. B. $(2+\sqrt{2})r$. C. $\sqrt{6}r$. D. $\sqrt{5}r$.

Lời giải

Chọn C

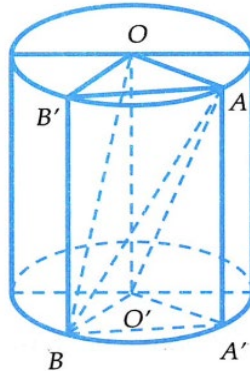
Kẻ các đường sinh AA', BB' của hình trụ (T) .

Khi đó $V_{OO'AB} = \frac{1}{3}V_{OAB'O'A'B} = \frac{1}{3}OO' \cdot \left(\frac{1}{2}OA.OB'.\sin AOB' \right) = \frac{1}{3}r^3 \sin AOB' \leq \frac{1}{3}r^3$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\widehat{AOB'} = 90^\circ$ hay $OA \perp O'B$.

Như vậy, khối tứ diện $OO'AB$ có thể tích lớn nhất bằng $\frac{1}{3}r^3$, đạt được khi $OA \perp O'B$. Khi đó

$$A'B = r\sqrt{2} \text{ và } AB = \sqrt{A'A^2 + A'B^2} = r\sqrt{6}.$$



Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; \pi]$. Biết $f(0) = 2e$ và $f(x)$ luôn thỏa mãn đẳng thức $f'(x) + \sin x f(x) = \cos x e^{\cos x} \forall x \in [0; \pi]$. Tính $I = \int_0^{\pi} f(x) dx$ (làm tròn đến phần trăm)

A. $I \approx 6,55$

B. $I \approx 17,30$

C. $I \approx 10,31$

D. $I \approx 16,91$

Lời giải

Chọn C

Ta có :

$$f'(x) + \sin x f(x) = \cos x e^{\cos x} \forall x \in [0; \pi] \Leftrightarrow f'(x) e^{-\cos x} + \sin x f(x) e^{-\cos x} = \cos x$$

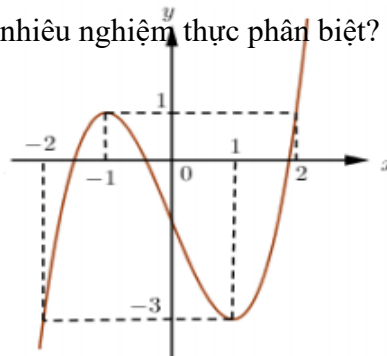
$$\Leftrightarrow [f(x) e^{-\cos x}]' = \cos x \Leftrightarrow \int_0^x [f(x) e^{-\cos x}]' dx = \int_0^x \cos x dx$$

$$\Leftrightarrow f(x) e^{-\cos x} \Big|_0^x = \sin x \Big|_0^x \Leftrightarrow f(x) e^{-\cos x} - f(0) \cdot e^{-1} = \sin x$$

$$\Leftrightarrow f(x) e^{-\cos x} - 2e \cdot e^{-1} = \sin x \Leftrightarrow f(x) e^{-\cos x} = \sin x + 2 \Leftrightarrow f(x) = (\sin x + 2) e^{\cos x}$$

$$\text{Khi đó ta có } I = \int_0^{\pi} f(x) dx = \int_0^{\pi} (\sin x + 2) e^{\cos x} dx \approx 10,31$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 7.**B.** 5.**C.** 6.**D.** 4.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \in (-2; -1) \\ x = b \in (-1; 0) \\ x = c \in (1; 2) \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } f(f(x) - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 1 = a \in (-2; -1) & (1) \\ f(x) - 1 = b \in (-1; 0) & (2) \\ f(x) - 1 = c \in (1; 2) & (3) \end{cases} \quad \text{Xét phương trình (1)} \Leftrightarrow f(x) = a + 1 \in (-1; 0)$$

$\Rightarrow$ Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt. Xét phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x) = b + 1 \in (0; 1)$

$\Rightarrow$ Phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt. Xét phương trình (3) $\Leftrightarrow f(x) = c + 1 \in (2; 3)$

$\Rightarrow$ Phương trình (3) có 1 nghiệm duy nhất. Dễ thấy các nghiệm trên đều không trùng nhau.

Vậy phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có tất cả 7 nghiệm thực phân biệt.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = |8x^4 + ax^2 + b|$, trong đó a, b là tham số thực. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 1. Hãy chọn khẳng định đúng?

A. $a > 0, b > 0$.**B.** $a < 0, b < 0$.**C.** $a < 0, b > 0$.**D.** $a > 0, b < 0$.**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Đặt } t = x^2, \text{ khi đó: } \max_{x \in [-1; 1]} |8x^4 + ax^2 + b| = \max_{t \in [0; 1]} |8t^2 + at + b| = 1$$

$$\text{Xét } g(t) = |8t^2 + at + b|, t \in [0; 1]$$

$$\text{Ta có: } g(0) = |b|; g(1) = |8 + a + b|; g\left(\frac{1}{2}\right) = \left|2 + \frac{a}{2} + b\right|$$

Theo giả thiết, ta có:

$$\begin{cases} 1 \geq |b| \\ 1 \geq |8 + a + b| \\ 1 \geq \left|2 + \frac{a}{2} + b\right| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \geq |-b| \\ 1 \geq |-8 - a - b| \\ 2 \geq |4 + a + 2b| \end{cases} \Rightarrow 4 \geq |-b| + |-8 - a - b| + |4 + a + 2b| \geq 4$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: } \begin{cases} -2b = -16 - 2a - 2b = 4 + a + 2b = 2 \\ -2b = -16 - 2a - 2b = 4 + a + 2b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = -1 \end{cases}$$

Câu 48. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$.

Giá trị của $a + 2b$ bằng?

A. $\frac{27}{4}$

B. 6

C. 9

D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $16a^2 + b^2 + 1 \geq 2\sqrt{16a^2 b^2} + 1 = 8ab + 1$

Do đó:

$$\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \geq \log_{4a+5b+1}(8ab + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1)$$

Mặt khác

$$\log_{4a+5b+1}(8ab + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = \log_{4a+5b+1}(8ab + 1) + \frac{1}{\log_{4a+5b+1}(8ab + 1)} \geq 2$$

$$\Rightarrow \log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \geq 2$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} 16a^2 = b^2 \\ 8ab + 1 = 4a + 5b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = b \\ 2b^2 + 1 = 6b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases} \text{ . Vậy } a + 2b = \frac{27}{4} \text{ .}$$

Câu 49. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình sau có nghiệm ?

$$e^m + e^{3m} = 2(x + \sqrt{1-x^2})(1 + x\sqrt{1-x^2}).$$

A. 2

B. 0

C. vô số

D. 1

Lời giải**Chọn B**

ĐKXD: $1 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Đặt $x + \sqrt{1-x^2} = t$ ta có $t^2 = x^2 + 1 - x^2 + 2x\sqrt{1-x^2} = 1 + 2x\sqrt{1-x^2} \Rightarrow x\sqrt{1-x^2} = \frac{t^2 - 1}{2}$

Ta có: $t(x) = x + \sqrt{1-x^2}$, $x \in [-1; 1] \Rightarrow t'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2} - x}{\sqrt{1-x^2}} = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

BBT:

x	-1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$t'(x)$	+	0	-
	-1		1

Từ BBT ta có: $t \in [-1; \sqrt{2}]$. Khi đó phương trình trở thành:

$$e^m + e^{3m} = 2t \left(1 + \frac{t^2 - 1}{2} \right) = t(t^2 + 1) = t^3 + t \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0 \forall t \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-1; \sqrt{2})$. Từ (*) $\Rightarrow f(e^m) = f(t) \Leftrightarrow e^m = t \Leftrightarrow m = \ln t \Rightarrow m \in (0; \ln \sqrt{2}) = \left(0; \frac{1}{2} \ln 2\right)$.

Lại có $m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \in \emptyset$

Câu 50. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi E, F lần lượt là trung điểm AA' và BB' , đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' , đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Thể tích khối đa diện $EFB'A'E'F'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

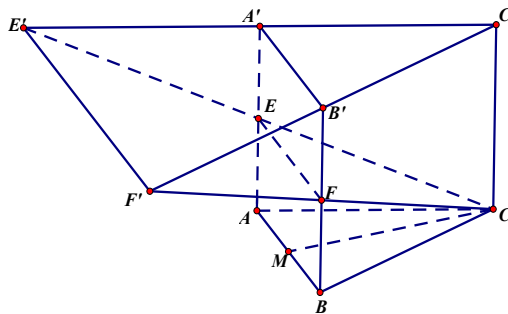
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow CM \perp (ABB'A')$ và $CM = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Do đó, thể tích khối chóp $C.ABFE$ là:

$$V_{C.ABFE} = \frac{1}{3} S_{C.ABFE} \cdot CH = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}.$$

Thể tích khối đa diện $A'B'C'E'F'$ là:

$$V_{A'B'C'E'F'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.ABFE} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Do A' là trung điểm $C'E'$ nên:

$$d(E', (BCC'B')) = 2d(A', (BCC'B')) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$$S_{CC'F'} = S_{F'B'F} + S_{FB'C'C} = S_{FBC} + S_{FB'C'C} = S_{BCC'B'} = 1.$$

Thể tích khối chóp $E'.CC'F'$ là

$$V_{E'.CC'F'} = \frac{1}{3} S_{CC'F'} \cdot d(E', (BCC'B')) = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

$$V_{EFA'B'E'F'} = V_{E'.CC'F'} - V_{A'B'C'E'F'} = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT
TRẦN HƯNG ĐẠO

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên:.....SBD:.....

Câu 1. An có 8 cái bút bi, trong đó có 5 bút bi màu đen và có 3 bút bi màu xanh. Bình muốn mượn 1 cái bút bi của An. Hỏi số cách mà Bình mượn của An.

- A.** 3. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 5.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số cộng đó.

- A.** $u_{10} = -2 \cdot 3^9$. **B.** $u_{10} = 25$. **C.** $u_{10} = 28$. **D.** $u_{10} = -29$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $4^{2x+1} = 64$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(2; 4)$. **D.** $(0; 2)$.

Câu 4. Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a, 3a, 9a$ bằng

- A.** $3a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $27a^3$. **D.** a^3 .

Câu 5. Khoảng $(1; 4)$ là tập xác định của hàm số nào sau đây?

- A.** $y = \log_{0.5}(x-4)$. **B.** $y = \log_3(4x-1)$.
C. $y = \log_2(4-x)$. **D.** $y = \log_5(-x^2 + 5x - 4)$.

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = 10^{2x}$

- A.** $\frac{10^x}{2 \ln 10} + C$ **B.** $\frac{10^{2x}}{\ln 10} + C$ **C.** $\frac{10^{2x}}{2 \ln 10} + C$ **D.** $10^{2x} 2 \ln 10 + C$

Câu 7. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** $\frac{a^3}{3}$. **B.** a^3 . **C.** $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 8. Một hình nón có độ dài đường sinh $l = 5$ và bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho là:

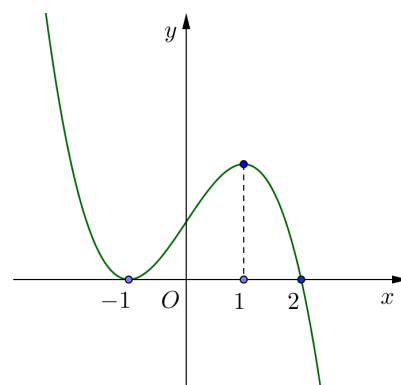
- A.** 12π . **B.** 21π . **C.** 24π . **D.** 48π .

Câu 9. Diện tích mặt cầu bán kính $2a$ bằng

- A.** $16a^2$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $4a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Nhận xét nào đúng về hàm số $y = f(x)$?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.



Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

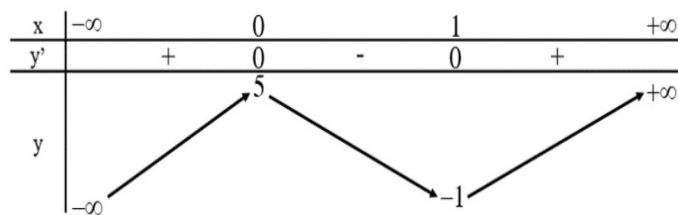
- A.** $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$. **B.** $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}\right)^x$. **C.** $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y = \left(\frac{\pi}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$.

Câu 12. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính r , chiều cao h bằng

- A.** $\frac{\pi r^2 h}{3}$. **B.** $3\pi r^2 h$. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** $2\pi r^2 h$.

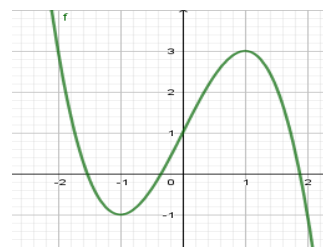
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 0$.
 B. Hàm số có điểm cực đại $x = 5$.
 C. Hàm số có điểm cực tiểu $x = -1$.
 D. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 1$.



Câu 14. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$
 B. $y = -x^3 - 3x + 1$
 C. $y = x^3 - 3x + 1$
 D. $y = -x^3 + 3x + 1$



Câu 15. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{3-x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

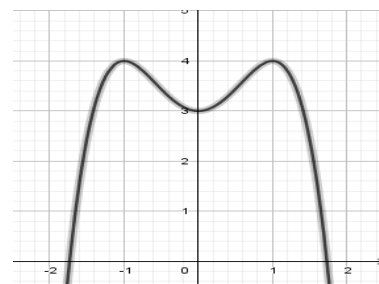
- A. 4 B. 2 C. 3 D. 1

Câu 16. Bất phương trình $\ln x \leq 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình bên. Phương trình $f(x) = \frac{7}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 3. B. 2.
 C. 1. D. 4.



Câu 18. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [(f(x) + 2 \sin x)] dx$

- A. $I = 7$ B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$ C. $I = 3$ D. $I = 5 + \pi$

Câu 19. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 - 2\sqrt{2}i$. Tìm a, b .

- A. $a = 3; b = 2$. B. $a = 3; b = 2\sqrt{2}$. C. $a = 3; b = \sqrt{2}$. D. $a = 3; b = -2\sqrt{2}$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Giá trị của biểu thức $\bar{z}_1 + iz_2$ bằng

- A. $2 - 2i$. B. $2i$. C. 2. D. $2 + 2i$.

Câu 21. Cho số phức $z = 3 - 4i$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Phần thực và phần ảo của z lần lượt là 3 và -4 .
 B. Môđun của số phức z là 5.
 C. Số phức liên hợp của z là $-3 + 4i$.
 D. Biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ là điểm $M(3; -4)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 5)$. Hình chiếu của M lên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 0; 5)$. B. $(0; 1; 5)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(2; 0; 0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+5)^2 + (z+3)^2 = 16$. Gọi I là tâm mặt cầu (S) , $\overrightarrow{OI}$ có tọa độ bằng?

- A.** $(2; -5; -3)$. **B.** $(-2; 5; 3)$. **C.** $(2; 5; 3)$. **D.** $(-2; -5; -3)$.

Câu 24. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) .

- A.** $\vec{n}_3 = (2; 3; 1)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2; -3; 0)$. **C.** $\vec{n}_2 = (2; -3; 1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (2; 3; -1)$.

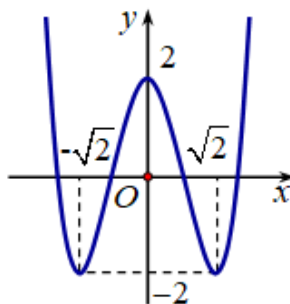
Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương có tọa độ là

- A.** $(-4; 1; 2)$. **B.** $(1; -4; 2)$. **C.** $(-3; 2; -1)$. **D.** $(1; 4; 2)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) .

- A.** 45° . **B.** 30° . **C.** 90° . **D.** 60° .

Câu 27. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số.



- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 28. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$.

- A.** 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^{a+b} \cdot 9^b) = \log_{27} 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $3a + 9b = 1$. **B.** $a + 3b = 3$. **C.** $27ab = 1$ **D.** $3a + b = 1$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 - x^2 + 1$ và $y = x^2 - 1$ là:

- A.** 2 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^x - 2 > 0$ là

- A.** $(-1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** R . **D.** $[1; +\infty)$.

Câu 32. Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều, tỉ số giữa độ dài đường sinh và bán kính đáy là:

- A.** 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 33. Đổi biến $u = \sin x$ thì tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos x dx$ thành:

- A.** $\int_0^1 u^4 \sqrt{1-u^2} du$. **B.** $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^4 du$. **C.** $\int_0^1 u^4 du$. **D.** $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^3 \sqrt{1-u^2} du$.

Câu 34. Thể tích vật tròn xoay khi quay hình phẳng (H) xác định bởi các đường $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 3$ quanh trục Ox là:

- A. $\frac{81\pi}{35}$. B. $\frac{71\pi}{35}$. C. $\frac{61\pi}{35}$. D. $\frac{51\pi}{35}$.

Câu 35. Tính mô đun của số phức z thỏa mãn $z(1+2i) + \bar{z}(1-i) + 4-i = 0$ với i là đơn vị ảo.

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Tìm số phức

- $\omega = z_0 + \frac{6}{z_0 + i}$.
- A. $\omega = -\frac{24}{5} + \frac{7}{5}i$. B. $\omega = -\frac{24}{5} - \frac{7}{5}i$. C. $\omega = \frac{24}{5} - \frac{7}{5}i$. D. $\omega = \frac{24}{5} + \frac{7}{5}i$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-1)$ và $B(0;2;5)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là.

- A. $x - 2z = 0$. B. $x - 3z + 5 = 0$. C. $x - 2x - 3 = 0$. D. $x - 2z + 3 = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.
- C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 39. Một hộp kín chứa 50 quả bóng kích thước bằng nhau, được đánh số từ 1 đến 50. Bốc ngẫu nhiên cùng lúc 2 quả bóng từ hộp trên. Gọi P là xác suất bốc được 2 quả bóng có tích của 2 số ghi trên 2 quả bóng là một số chia hết cho 10, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0,3 < P < 0,35$. B. $0,2 < P < 0,25$. C. $0,25 < P < 0,3$. D. $0,35 < P < 0,4$.

Câu 40. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, hình chiếu của S trên mặt đáy là điểm H thuộc đoạn AB sao cho $BH = 2AH$. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD).

- A. $\sqrt{15}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số:

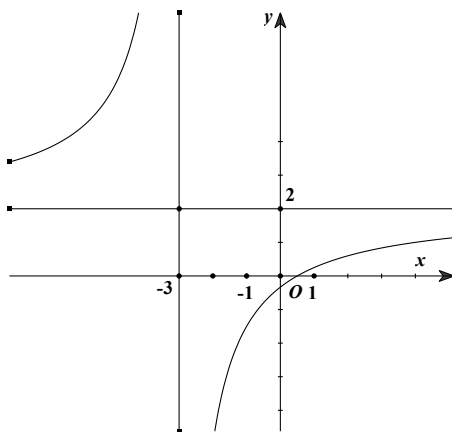
$$y = x^3 - mx^2 - (2m^2 - 7m + 7)x + 2(m-1)(2m-3) \text{ đồng biến trên khoảng } (2; +\infty) ?$$

- A. 4 B. 0. C. 4. D. 2.

Câu 42. Anh Nam vay ngân hàng ba trăm triệu đồng theo phương thức trả góp để mua xe. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu thầy anh Nam trả hết số tiền trên?

- A. 77 tháng. B. 76 tháng. C. 75 tháng. D. 78 tháng.

Câu 43. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+2}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?



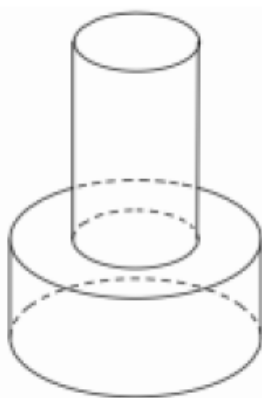
A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 44. Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1) xếp chồng lên (H_2), lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên).



Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3 , thể tích khối trụ (H_1) bằng

A. 24cm^3 .B. 15cm^3 .C. 20cm^3 .D. 10cm^3 .

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 1$,

$$\int_0^1 f(x)dx = 2. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^1 f'(\sqrt{x})dx$$

A. $I = -1$.B. $I = 1$.C. $I = 2$.D. $I = -2$.

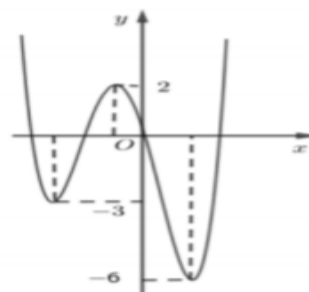
Câu 46. Hình vẽ là đồ thị hàm số $y = f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 9.

B. 12.

C. 18.

D. 15.



Câu 47. Xét các số thực x, y thỏa mãn $x > 0$ và $x^4 + e^{4y} - 3 = x \cdot e^y (1 - 2x \cdot e^y)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \ln x + y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $(1; 2)$.B. $[2; 4)$.C. $[-3; 0)$.D. $[0; 3)$.

Câu 48. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ trên đoạn $[-2; 1]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của m là:

A. 6.**B.** 3.**C.** 1.**D.** 4.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt nằm trên các cạnh $A'B', BC$ sao cho $MA' = MB'$ và $NB = 2NC$. Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi $V_{(H)}$ là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A , $V_{(H')}$ là thể tích khối đa diện còn lại. Tỷ số $\frac{V_{(H)}}{V_{(H'')}}$ bằng

A. $\frac{151}{209}$.**B.** $\frac{151}{360}$.**C.** $\frac{2348}{3277}$.**D.** $\frac{209}{360}$.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $x \leq 2020$ thỏa mãn:

$$\log_2(x-1) + 2x - 2y = 1 + 4^y.$$

A. 5.**B.** 1010.**C.** 6.**D.** 2020.

*****Hết*****

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.D	4.C	5.D	6.B	7.C	8.C	9.B	10.B
11.B	12.C	13.D	14.D	15.B	16.C	17.D	18.A	19.D	20.C
21.C	22.D	23.A	24.C	25.B	26.B	27.B	28.B	29.A	30.A
31.B	32.D	33.C	34.A	35.B	36.C	37.B	38.B	39.C	40.C
41.A	42.A	43.B	44.C	45.D	46.DB	47.D	48.B	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU VD, VDC

Câu 39. Một hộp kín chứa 50 quả bóng kích thước bằng nhau, được đánh số từ 1 đến 50. Bốc ngẫu nhiên cùng lúc 2 quả bóng từ hộp trên. Gọi P là xác suất bốc được 2 quả bóng có tích của 2 số ghi trên 2 quả bóng là một số chia hết cho 10, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0,3 < P < 0,35$. B. $0,2 < P < 0,25$. C. $0,25 < P < 0,3$. D. $0,35 < P < 0,4$.

Lời giải

Chọn C

$n(\Omega) = C_{50}^2$. Gọi A là biến cố “bốc được 2 quả bóng có tích của 2 số ghi trên 2 quả bóng là một số chia hết cho 10”. Xét các tập hợp sau: $B = \{k | k \in N; 1 \leq k \leq 50\}$

$$B_1 = \{10; 20; 30; 40; 50\}$$

$$B_2 = \{2k | k \in N; 1 \leq k \leq 25; k \neq 5, 10, 15, 20, 25\}, \text{ Tập } B_2 \text{ có 20 phần tử.}$$

$$C_2 = \{5; 15; 25; 35; 45\}.$$

Có ba trường hợp xảy ra khi tích của hai số trên hai quả bóng chia hết cho 10.

Trường hợp 1: 1 quả bóng có số ghi thuộc tập B_1 , quả bóng còn lại có số ghi thuộc tập $B \setminus B_1$.

Khi đó số cách bốc 2 quả bóng là: $C_5^1 \cdot C_{45}^1$ (cách).

Trường hợp 2: 2 quả bóng có số ghi đều thuộc tập B_1 .

Khi đó số cách bốc 2 quả bóng là: C_5^2 (cách).

Trường hợp 3: 1 quả bóng có số ghi thuộc tập B_2 , quả bóng còn lại có số ghi thuộc tập C_2 .

Khi đó số cách bốc 2 quả bóng là: $C_5^1 \cdot C_{20}^1$ (cách).

Suy ra: $n(A) = C_5^1 \cdot C_{45}^1 + C_5^2 + C_5^1 \cdot C_{20}^1$.

$$\text{Vậy: } P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^1 \cdot C_{45}^1 + C_5^2 + C_5^1 \cdot C_{20}^1}{C_{50}^2} = \frac{67}{245} \Rightarrow 0,25 < P < 0,3.$$

Câu 40. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, hình chiếu của S trên mặt đáy là điểm H thuộc đoạn AB sao cho BH = 2AH. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD).

- A. $\sqrt{15}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn C

Kẻ HK song song AD (K thuộc CD)

$$\Rightarrow DC \perp (SHK) \Rightarrow (SCD) \perp (SHK)$$

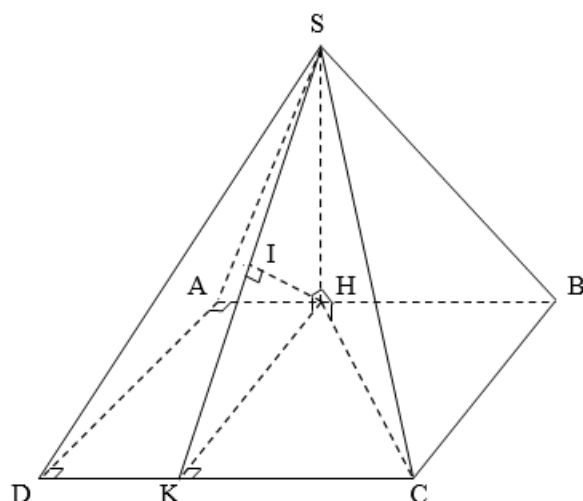
Kẻ HI vuông góc SK

$$\Rightarrow HI \perp (SCD) \Rightarrow d(H, (SCD)) = HI$$

ΔSHK vuông tại H

$$\Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{13} \Rightarrow HI = \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow d(H, (SCD)) = \sqrt{13}$$



Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số:

$$y = x^3 - mx^2 - (2m^2 - 7m + 7)x + 2(m-1)(2m-3) \text{ đồng biến trên khoảng } (2; +\infty) ?$$

A. 4

B. 0.

C. 4.

D. 2.

Lời Giải.

Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 2mx - (2m^2 - 7m + 7)$$

Hàm số đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$ thì ta xét 2 trường hợp sau:

TH1: Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$:

$$\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 3(2m^2 - 7m + 7) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 3 \leq 0, (VL)$$

Vậy không có giá trị nào của m để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$,

TH2: Hàm số đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 3 > 0, (\forall x \in \mathbb{R}).$$

Giả sử $x_1, x_2, (x_1 < x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$, để Hàm số đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$ thì:

$$x_1 < x_2 \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{S}{2} \leq 2 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) \geq 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 \geq 0, (1) \end{cases}$$

Theo định lí Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{-2m^2 + 7m - 7}{3} \end{cases} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được:

$$\begin{cases} m \leq 6 \\ \frac{-2m^2 + 7m - 7}{3} - 2\left(\frac{2m}{3}\right) + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 3m + 5 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 6 \\ -1 \leq m \leq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq \frac{5}{2}$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thì hàm số đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 42. Anh Nam vay ngân hàng ba trăm triệu đồng theo phương thức trả góp để mua xe. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu thầy Châu trả hết số tiền trên?

A. 77 tháng.

B. 76 tháng.

C. 75 tháng.

D. 78 tháng.

Lời giải

Chọn A

Gọi: A đồng là số tiền anh Nam vay ngân hàng với lãi suất $r\%/tháng$; X đồng là số tiền anh Nam trả nợ cho ngân hàng vào cuối mỗi tháng.

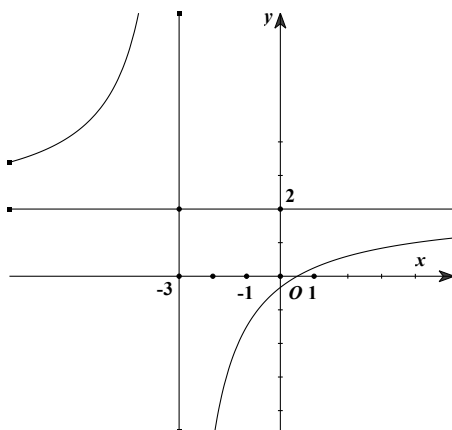
Khi đó: Số tiền anh Nam đó còn nợ ngân hàng sau n tháng là: $T_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r}$.

Anh Nam trả hết số tiền trên khi

$$T_n = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow 300(1,0065)^n - 5 \frac{1,0065^n - 1}{0,0065} = 0 \Leftrightarrow n \approx 76,29.$$

Vậy: sau 77 tháng anh Nam trả hết số tiền trên.

Câu 43. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+2}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?



A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

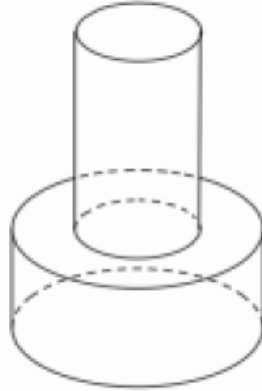
Xét hàm số $y = \frac{ax+2}{bx+c}$.

$$bx+c=0 \Leftrightarrow x = \frac{-c}{b} \Rightarrow \text{TCD: } x = -\frac{c}{b} = -3 \Rightarrow c = 3b.$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+2}{bx+c} = \frac{a}{b} \Rightarrow y = \frac{a}{b} \text{ là TCN, } \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b..$$

- Từ đồ thị suy ra giao điểm với trục tung có tung độ âm, vậy $\frac{2}{c} < 0$ suy ra $c < 0$, do đó a, b đều âm

Câu 44. Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1) xếp chồng lên (H_2), lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên).



Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3 , thể tích khối trụ (H_1) bằng

- A.** 24cm^3 . **B.** 15cm^3 . **C.** 20cm^3 . **D.** 10cm^3 .

Lời giải

Chọn C

Thể tích của toàn bộ khối đồ chơi là: $V = \pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2 = \pi r_1^2 h_1 + \pi \cdot \frac{1}{4} r_1^2 \cdot 2h_1 = \frac{3}{2} \pi r_1^2 h_1$

$\Leftrightarrow 30 = \frac{3}{2} V_1$ (với V_1 là thể tích của khối trụ (H_1)).

$\Leftrightarrow V_1 = 20\text{cm}^3$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 1$,

$\int_0^1 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f'(\sqrt{x}) dx$

- A.** $I = -1$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = -2$.

Lời giải.

Chọn D

Đặt $t = \sqrt{x} \rightarrow t^2 = x \rightarrow 2t dt = dx$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \rightarrow t=0 \\ x=1 \rightarrow t=1 \end{cases}$.

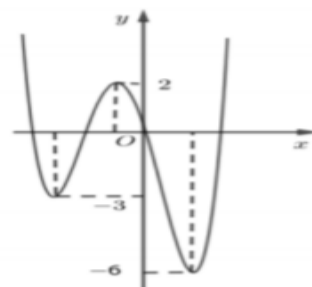
Khi đó $I = 2 \int_0^1 t f'(t) dt = 2A$.

Tính $A = \int_0^1 t f'(t) dt$. Đặt $\begin{cases} u = t \\ dv = f'(t) dt \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = f(t) \end{cases}$.

Suy ra $A = t f(t) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(t) dt = f(1) - \int_0^1 f(t) dt = 1 - 2 = -1 \rightarrow I = 2A = -2$.

Câu 46. Hình vẽ là đồ thị hàm số $y = f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- A.** 9. **B.** 12.
C. 18. **D.** 15.



Lời giải.**Chọn B**

+ Xác định đồ thị hàm số $y = f(x-1)$

+ Áp dụng tính chất: Số cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bằng tổng số cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và số giao điểm (không phải là cực trị) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với Ox.

Cách giải

Tính tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang phải 1 đơn vị, ta được đồ thị hàm số $y = f(x-1)$.

Do đó đồ thị hàm số $y = f(x-1)$ có 3 cực trị và có 4 giao điểm với Ox.

Để được đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ với m nguyên dương ta phải tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x-1)$ lên trên m đơn vị

Để thỏa mãn điều kiện đề bài thì đồ thị hàm số $y = f(x-1) + m$ cắt Ox tại đúng 2 điểm (không phải là điểm cực trị của chính nó), do đó $3 \leq m < 6 \Rightarrow S = \{3; 4; 5\}$.

Tổng giá trị các phần tử của S là 12.

Câu 47. Xét các số thực x, y thỏa mãn $x > 0$ và $x^4 + e^{4y} - 3 = x.e^y(1 - 2x.e^y)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \ln x + y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A.** $(1; 2)$. **B.** $[2; 4)$. **C.** $[-3; 0)$. **D.** $[0; 3)$.

Lời giải**Chọn D**

Xét phương trình $x^4 + e^{4y} - 3 = x.e^y(1 - 2x.e^y)$

Đặt $t = e^y$ ($t > 0$) ta có: $x^4 + t^4 - 3 = xt(1 - 2xt) \Leftrightarrow 3 + xt = (x^2 + t^2)^2 \geq 4(xt)^2$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq xt \leq 1.$$

Lại do $x, t > 0 \Rightarrow 0 < xt \leq 1 \Rightarrow 0 < x.e^y \leq 1 \Leftrightarrow \ln x + y \leq 0$ nên $P \leq 0$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x = t \\ xt = 1 \\ x, t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = t = 1$ hay $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$

Vậy $P_{\max} = 0 \in [0; 3)$.

Câu 48. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ trên đoạn $[-2; 1]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của m là:

- A.** 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Lời giải**Chọn B**

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 1]$.

Ta có: $y = |x^2 + 2x + m - 4| = |(x+1)^2 + m - 5|$ (*)

Đặt $t = (x+1)^2$, $x \in [-2; 1] \Rightarrow t \in [0; 4]$.

Lúc đó hàm số trở thành: $f(t) = |t + m - 5|$ với $t \in [0; 4]$.

Nên $\max_{x \in [-2; 1]} y = \max_{t \in [0; 4]} f(t)$

$$\begin{aligned}
&= \max_{t \in [0;4]} \{f(0); f(4)\} \\
&= \max_{t \in [0;4]} \{|m-5|; |m-1|\} \\
&\geq \frac{|m-1| + |m-5|}{2} \\
&\geq \frac{|m-1+5-m|}{2} = 2.
\end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $|m-1| = |m-5| = 2 \Leftrightarrow m = 3$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của $\max_{t \in [0;4]} f(t)$ là 2 khi $m = 3$.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt nằm trên các cạnh $A'B', BC$ sao cho $MA' = MB'$ và $NB = 2NC$. Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi $V_{(H)}$ là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A , $V_{(H')}$ là thể tích khối đa diện còn lại. Tỉ số $\frac{V_{(H)}}{V_{(H'')}}$ bằng

A. $\frac{151}{209}$.

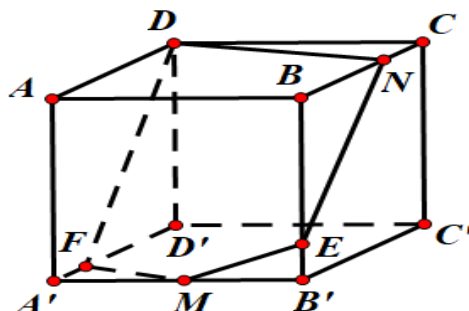
B. $\frac{151}{360}$.

C. $\frac{2348}{3277}$.

D. $\frac{209}{360}$.

Lời giải

Chọn A



Trong $(A'B'C'D')$ kẻ $MF \parallel DN$ suy ra $\triangle A'MF \sim \triangle CDN$ (g.g) do đó

$$\frac{A'F}{CN} = \frac{A'M}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow A'F = \frac{a}{6} \Rightarrow D'F = \frac{5a}{6}.$$

Trong $(BCC'B')$ kẻ $NE \parallel DF$ suy ra $\triangle BNE \sim \triangle D'FD$ (g.g) do đó

$$\frac{BE}{D'D} = \frac{BN}{D'F} = \frac{4}{5} \Rightarrow BE = \frac{4a}{5} \Rightarrow B'E = \frac{a}{5}.$$

Mặt phẳng (DMN) cắt hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là ngũ giác $DNEMF$ với $EB' = \frac{a}{5}$ và $A'F = \frac{a}{6}$.

$$\text{Ta có: } V_{(H')} = V_{E.B'C'D'.FM} + V_{E.D'FD} + V_{E.DCC'D'} + V_{E.NCD}$$

$$= \frac{1}{3} \left(a^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{6} \right) \frac{a}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{5a}{6} \cdot a + \frac{1}{3} a^3 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{4a}{5} = \frac{209}{360} a^3.$$

$$\text{Khi đó: } V_{(H)} = a^3 - V_{(H')} = \frac{151}{360} a^3.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{151}{209}.$$

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $x \leq 2020$ thỏa mãn $\log_2(x-1) + 2x - 2y = 1 + 4^y$.

A. 5.

B. 1010.

C. 6.

D. 2020.

Lời giải

Chọn A

Theo đề bài $\log_2(x-1) + 2x - 2y = 1 + 4^y \Leftrightarrow \log_2 2(x-1) + 2(x-1) = 2y + 2^{2y}$

Đặt $t = \log_2 2(x-1) \Rightarrow 2(x-1) = 2^t$.

Ta có $2^t + t = 2^{2y} + 2y$ (1).

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ trên R

$f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 + 1 > 0 \forall t \in R \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên R .

(1) $\Leftrightarrow f(t) = f(2y) \Leftrightarrow t = 2y \Leftrightarrow \log_2 2(x-1) = 2y$

$\Leftrightarrow 2(x-1) = 2^{2y}$

$\Leftrightarrow x = 2^{2y-1} + 1$.

Mà $x \leq 2020 \Rightarrow 2^{2y-1} + 1 \leq 2020 \Leftrightarrow y \leq \frac{1}{2}(1 + \log_2 2019)$.

Vì $y \in Z^+ \Rightarrow y \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Vậy có 5 cặp điểm cặp số nguyên dương $(x; y)$.

*******Hết*******

SỞ GD&ĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT VŨ DUY THANH

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên:SBD:.....

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn lấy 1 chiếc bút từ một hộp đựng 5 chiếc bút màu xanh khác nhau và 3 chiếc bút màu đen khác nhau?

- A. A_5^3 . B. C_5^3 . C. 8. D. 15.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 5$ và $u_3 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 10. B. 3. C. 5. D. 20.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 16$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh $3a$ bằng

- A. $6a^3$. B. $8a^3$. C. $9a^3$. D. $27a^3$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là tập nào dưới đây?

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 6. Hàm số $F(x) = \sin x + 3 \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, khi đó hàm $f(x)$ là

- A. $f(x) = -\cos x + 3 \sin x$. B. $f(x) = 3 \sin x - \cos x$.
C. $f(x) = \cos x + 3 \sin x$. D. $f(x) = \cos x - 3 \sin x$.

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $6a^3$. B. $12a^3$. C. $4a^3$. D. $2a^3$.

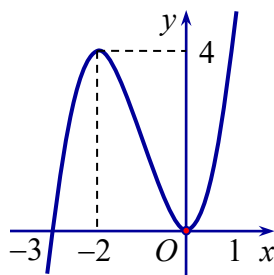
Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $V = 16\pi\sqrt{3}$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 4$. D. $V = 4\pi$.

Câu 9. Diện tích của mặt cầu có bán kính $R = 4$ là

- A. $S = \frac{64}{3}\pi$. B. $S = 16\pi$. C. $S = 64\pi$. D. $S = 32\pi$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 4)$.

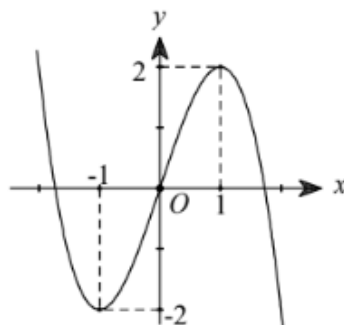
Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(a^2)$ bằng

- A. $\frac{2}{3}\log_3 a$. B. $\frac{1}{2}\log_3 a$. C. $2 + \log_3 a$. D. $2\log_3 a$.

Câu 12. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $2cm$ và thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $8\pi cm^2$. B. $4\pi cm^2$. C. $16\pi cm^2$. D. $32\pi cm^2$.

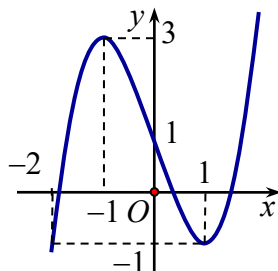
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** -1 . **B.** 1 . **C.** $(-1; -2)$. **D.** $(1; 2)$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

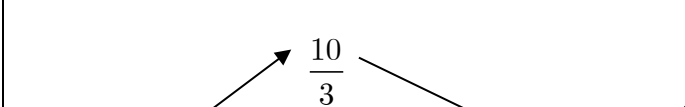
Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$ là

- A.** $y = -2$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x \geq 1$ là

- A.** $(e; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $[e; +\infty)$. **D.** $(-\infty; e]$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$							

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 8 = 0$ là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 18. Nếu $\int_1^3 f(x) \, dx = 5$ thì $\int_1^3 3[f(x) - 2] \, dx$ bằng

- A.** 15. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 11.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = (2 + 3i)^2$ là

- A.** $\bar{z} = -5 + 12i$. **B.** $\bar{z} = 5 - 12i$. **C.** $\bar{z} = -5 - 12i$. **D.** $\bar{z} = 12 - 5i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 5i$ và $z_2 = 3i - 1$. Phần ảo của số phức $z_1 - 3z_2$ bằng

- A.** 6. **B.** -4 . **C.** 4. **D.** -6 .

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, cho hai số phức $z_1 = 5i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Điểm biểu diễn số phức $w = z_1 \cdot z_2$ là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(15; 10)$. B. $P(-15; 10)$. C. $N(15; -10)$. D. $M(-15; -10)$.

Câu 22. Trong không gian $(Oxyz)$, cho điểm $M(-3; 2; -1)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) là

- A. $M'(-3; 2; 1)$. B. $M'(3; 2; 1)$. C. $M'(3; 2; -1)$. D. $M'(3; -2; -1)$.

Câu 23. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 8$. Bán kính của (S) bằng

- A. $R = 8$. B. $R = 4$. C. $R = 2\sqrt{2}$. D. $R = 64$.

Câu 24. Trong không gian $(Oxyz)$, Mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; -3)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = -2$.

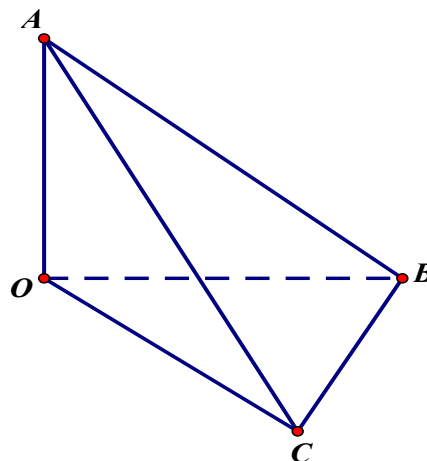
C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 3$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-3} = 1$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases}$. Một vector chỉ phương của d có tọa độ là

- A. $(2; 0; -3)$. B. $(2; -3; 5)$. C. $(2; 3; -5)$. D. $(2; 0; 5)$.

Câu 26. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC$ và OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau;

$BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (OBC) bằng



- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. -16 . B. 20 . C. 0 . D. 4 .

Câu 29. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27} (a^2 \sqrt{b})$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ và đường thẳng $y = 4x - 1$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $(\frac{1}{2})^{x^2-2} > 2^{4-3x}$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

Câu 32. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có cạnh huyền bằng 2. Thể tích của khối tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh trục AB bằng

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. B. $\frac{4}{3}\pi$. C. $\frac{2}{3}\pi$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 33. Tích phân $\int_0^1 x\sqrt{1+8x}dx$, nếu đặt $t = \sqrt{1+8x}$ thì ta được

- A. $\int_0^1 t\sqrt{1+8t}dt$. B. $\frac{1}{32} \int_0^1 (t^3 - t)dt$. C. $\frac{1}{32} \int_1^3 (t^3 - t)dt$. D. $\int_1^3 t\sqrt{1+8t}dt$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = -3$, $x = 0$, $x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A. $S = \pi \int_0^2 (e^x + 3)dx$. B. $S = \int_0^2 (e^x + 3)dx$.
C. $S = \pi \int_0^2 (e^x + 3)^2 dx$. D. $S = \int_0^2 (e^x - 3)dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = -1 + 3i$ và $z_3 = 1 + 2i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1 z_2}{z_3}$ bằng

- A. 5. B. i . C. -5. D. $-i$.

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + 2i$ bằng

- A. 4. B. $\sqrt{41}$. C. $\frac{\sqrt{41}}{2}$. D. $\frac{41}{2}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $\vec{a}(2; 1; 0)$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b})$. C. $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 4; 7)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + 4t \\ z = 7 - 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -4 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 4t \\ z = -2 + 7t \end{cases}$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 3 chữ số được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.

Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Xác suất để lấy được số sao cho chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng số đứng trước bằng

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{11}{64}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{3}{32}$.

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , góc tạo bởi giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu H của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ thuộc đường thẳng $B'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ tính theo a là

- A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

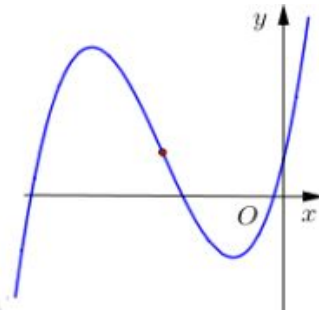
Câu 41. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 42. Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất ban đầu 4% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau một năm lãi suất tăng $0,3\%$. Hỏi sau 4 năm tổng số tiền người đó nhận được gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 117 triệu. B. 119 triệu. C. 121 triệu. D. 122 triệu.

Câu 43. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

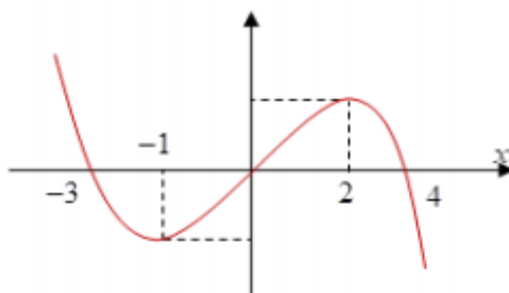
Câu 44. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a . Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $3\pi a^3$. B. $\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$. D. πa^3 .

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $f'(x) = \sin 2x \cdot \cos 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{50}$. C. 0. D. $\frac{12}{25}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f\left(\sqrt{1-\sin x}\right)=f\left(\sqrt{1+\cos x}\right)$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-3,2)$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. vô số.

Câu 47. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, z \geq -1$ và $\log_2 \frac{x+y+1}{4x+y+3} = 2x-y$.

Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{(x+z+1)^2}{3x+y} + \frac{(y+2)^2}{x+2z+3}$ bằng

A. $4\sqrt{2}$.

B. 6

C. $6\sqrt{3}$.

D. 4.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+m}{x-1}$ (m là tham số thực). Tính tổng tất cả các giá trị của m sao cho

$$\left| \max_{[2;3]} f(x) - \min_{[2;3]} f(x) \right| = 2.$$

A. -4.

B. -2.

C. -1.

D. -3.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F, M, N, P, Q lần lượt là tâm của các mặt $ABCD; A'B'C'D'; ADD'A'; DCC'D'; CBB'C'; ABB'A'$. Biết cạnh khối lập phương bằng a , khi đó thể tích của khối tám mặt đều nội tiếp khối lập phương trên là

A. $\frac{a^3}{8}$.B. $\frac{a^3}{12}$.C. $\frac{a^3}{4}$.D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 50. Trong tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3} (2x+2y+5) \geq 1$. Có bao nhiêu giá trị

thực của m để tồn tại duy nhất cặp số thực $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

*****Hết*****

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
BẢNG ĐÁP ÁN**

1.C	2.B	3.B	4.D	5.C	6.D	7.C	8.D	9.C	10.C
11.D	12.C	13.C	14.B	15.C	16.C	17.C	18.C	19.C	20.B
21.A	22.D	23.C	24.D	25.B	26.B	27.D	28.D	29.D	30.A
31.C	32.C	33.C	34.B	35.A	36.C	37.A	38.A	39.C	40.D
41.D	42.B	43.D	44.B	45.D	46.A	47.D	48.B	49.D	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC CÂU HỎI VD VÀ VDC

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 3 chữ số được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.

Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Tính xác suất để lấy được số sao cho chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng số đứng trước.

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{11}{64}$.

C. $\frac{3}{16}$.

D. $\frac{3}{32}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega) = 7.8.8 = 448$

A: “Chọn được số có 3 chữ số mà chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước”

Số cần chọn có dạng $\overline{abc}$ trong đó $a \leq b \leq c$

TH1: Nếu $a < b < c$. Chọn ra 3 số thuộc tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ta được 1 số thỏa mãn

Do đó có $C_7^3 = 35$ số

TH2: Nếu $a = b < c$ có C_7^2 số

TH3: Nếu $a < b = c$ có C_7^2 số

TH4: $a = b = c$ có C_7^1 số

Suy ra: $n(A) = C_7^3 + 2C_7^2 + C_7^1 = 84$ và $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{16}$.

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , góc tạo bởi giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu H của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ thuộc đường thẳng $B'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ tính theo a là

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

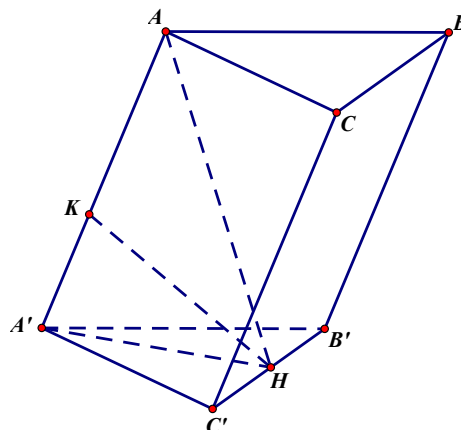
B. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Do $AH \perp (A'B'C')$ nên $\widehat{AA'H} = 30^\circ$

Xét $\triangle AHA'$ vuông tại H có $AH = AA' \cdot \sin \widehat{AA'H} = \frac{a}{2}$

$$\text{và } A'H = AA' \cdot \cos \widehat{AA'H} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Mà $\triangle A'B'C'$ là tam giác đều cạnh A và $A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $A'H \perp B'C'$ tại điểm H là trung điểm của $B'C'$

Suy ra: $B'C' \perp mp(AHA')$

Trong $mp(AHA')$ kẻ $HK \perp AA'$ tại K thì HK là khoảng cách giữa AA' và $B'C'$.

$$\text{Ta có: } HK = \frac{A'H \cdot AH}{AA'} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Hàm số } f(x) = \frac{mx+4}{x+m} \text{ có } f'(x) = \frac{m^2-4}{(x+m)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

$$\Leftrightarrow f'(x) < 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -m \notin (-\infty; 0) \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0.$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0\}.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m .

Câu 42. Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất ban đầu 4% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau một năm lãi suất tăng 0,3%. Hỏi sau 4 năm tổng số tiền người đó nhận được gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 117 triệu.

B. 119 triệu.

C. 121 triệu.

D. 122 triệu.

Lời giải

Chọn B

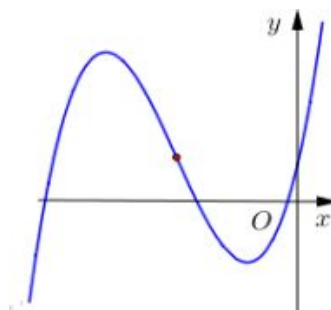
Số tiền sau năm thứ nhất là: $T_1 = 100(1 + 0,04) = 104$ triệu

Số tiền sau năm thứ hai là: $T_2 = T_1(1 + 0,043)$ triệu

Số tiền sau năm thứ ba là: $T_3 = T_2(1 + 0,046)$ triệu

Số tiền sau năm thứ tư là $T_4 = T_3(1 + 0,049) \approx 119,02$ triệu

Câu 43. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

+ Từ hình dạng đồ thị ta suy ra $a > 0$

+ $x = 0$ suy ra $y = d$. từ đồ thị suy ra $d > 0$.

+ $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Từ đồ thị hàm số ta nhận thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm có hoành độ âm

Suy ra $y' = 0$ có 2 nghiệm âm phân biệt

$$\Rightarrow \begin{cases} 3ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c > 0 \\ b > 0 \end{cases}$$

Vậy cả 4 số a, b, c, d đều dương.

Câu 44: Một hình trụ có bán kính đáy bằng a .Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$ ta được thiết diện là một hình vuông.Tính thể tích của khối trụ.

A. $3\pi a^3$.

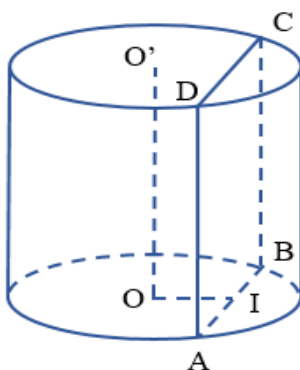
B. $\pi a^3 \sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$.

D. πa^3 .

Lời giải

Chọn B



Gọi O và O' là tâm hai đáy của hình trụ.

Giả sử thiết diện thu được khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục là hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết ta có $AB = BC = OO'$,

Gọi I là trung điểm AB . Suy ra $OI \perp AB$.

Mà $OI \perp BC$ nên $OI \perp (ABCD)$.

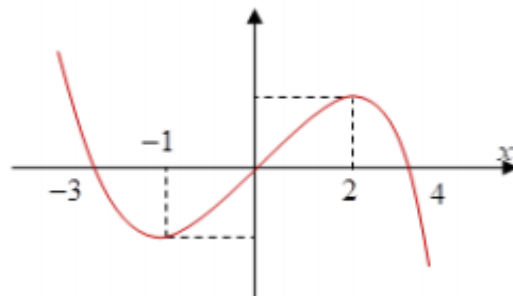
Vì $OO' \parallel (ABCD)$ nên $d(OO'; (ABCD)) = d(O; (ABCD)) = OI = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác AOI vuông tại I và có $OI = \frac{a}{2}, OA = a \Rightarrow IA = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow AB = \sqrt{3}a$.

Thể tích khối trụ là:

$$V = \pi.R^2.h = \pi.OA^2.OO' = \pi.a^2.(\sqrt{3}a) = \pi\sqrt{3}a^3.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $f(\sqrt{1 - \sin x}) = f(\sqrt{1 + \cos x})$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-3, 2)$.

A. 1.**B.** 2.**C.** 3.**D.** vô số.**Lời giải****Chọn A**Ta có: $f(\sqrt{1 - \sin x}) = f(\sqrt{1 + \cos x})$ (*)

$$x \in (-3; 2) \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ -1 \leq \cos x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq \sqrt{1 - \sin x} \leq \sqrt{2} \\ 0 \leq \sqrt{1 + \cos x} \leq \sqrt{2} \end{cases}$$

Với $x \in [0; \sqrt{2}]$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến nên phương trình

$$(*) \Leftrightarrow \sqrt{1 - \sin x} = \sqrt{1 + \cos x}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \sin x = 1 + \cos x \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vì } x \in (-3, 2) \Rightarrow x = \frac{-\pi}{4}$$

Câu 47. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn các điều kiện $x \geq 0, y \geq 0, z \geq -1$ và

$$\log_2 \frac{x + y + 1}{4x + y + 3} = 2x - y. \text{ Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức}$$

$$T = \frac{(x + z + 1)^2}{3x + y} + \frac{(y + 2)^2}{x + 2z + 3} \text{ tương ứng bằng:}$$

A. $4\sqrt{2}$.**B.** 6**C.** $6\sqrt{3}$.**D.** 4**Lời giải****Chọn D**

Từ giả thiết ta có:

$$\log_2 \frac{x + y + 1}{4x + y + 3} = 2x - y \Leftrightarrow 1 + \log_2 \frac{x + y + 1}{4x + y + 3} = 2x - y + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{2x + 2y + 2}{4x + y + 3} = (4x + y + 3) - (2x + 2y + 2)$$

$$\Leftrightarrow f(2x + 2y + 2) = f(4x + y + 3) \Leftrightarrow 2x + 2y + 2 = 4x + y + 3 \Leftrightarrow y = 2x + 1$$

(Với hàm $f(t) = \log_2 t + t$ là đơn điệu trên $(0; +\infty)$)

$$\text{Thay vào biểu thức } T \text{ ta được: } T = \frac{(x + z + 1)^2}{3x + y} + \frac{(y + 2)^2}{x + 2z + 3} = \frac{(x + z + 1)^2}{5x + y} + \frac{(2x + 3)^2}{x + 2z + 3}$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức: } T = \frac{(x + z + 1)^2}{5x + y} + \frac{(2x + 3)^2}{x + 2z + 3} \geq \frac{(3x + z + 4)^2}{6x + 2z + 4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(3x + z + 4)^2}{3x + z + 2}$$

$$\text{Đặt } t = 3x + z + 2 \Rightarrow T \geq \frac{1}{2} \left(t + \frac{4}{t} + 4 \right) \geq \frac{1}{2} \left(2\sqrt{t \cdot \frac{4}{t}} + 4 \right) = 4$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} y = 2x + 1 \\ t = 2 = 3x + z + 2 \\ \frac{x + z + 1}{5x + 1} = \frac{2x + 3}{x + 2z + 3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = z = 0 \\ y = 1 \end{cases} :$$

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ t = 2 = 3x + z + 2 \\ \frac{x + z + 1}{5x + 1} = \frac{2x + 3}{x + 2z + 3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 4$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x + m}{x - 1}$ (m là tham số thực). Tính tổng tất cả các giá trị của m sao cho

$$\left| \max_{[2;3]} f(x) - \min_{[2;3]} f(x) \right| = 2.$$

A. -4 .

B. -2 .

C. -1 .

D. -3 .

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x) = \frac{2x + m}{x - 1}$ liên tục trên đoạn $[2;3]$ và $f'(x) = \frac{-2 - m}{(x - 1)^2}$ với $x \in [2;3]$.

TH1: $y' > 0 \Leftrightarrow -2 - m > 0 \Leftrightarrow m < -2$

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 1), (1; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 3)$

$$\text{Suy ra } \max_{[2;3]} y = y(3) = \frac{6 + m}{2}; \min_{[2;3]} y = y(2) = 4 + m$$

$$\text{Từ ycbt ta có: } \left| \frac{6 + m}{2} - (4 + m) \right| = 2 \Leftrightarrow |-2 - m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 = 4 \\ m + 2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ (ktm)} \\ m = -6 \text{ (tm)} \end{cases}$$

TH2: $y' < 0 \Leftrightarrow -2 - m < 0 \Leftrightarrow m > -2$ suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định $(-\infty; 1), (1; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(2; 3)$.

$$\text{Suy ra } \min_{[2;3]} y = y(3) = \frac{6 + m}{2}; \max_{[2;3]} y = y(2) = 4 + m$$

$$\text{Từ ycbt ta có: } \left| 4 + m - \frac{6 + m}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow |2 + m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 = 4 \\ m + 2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ (tm)} \\ m = -6 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy $m = 2; m = -6$ nên tổng các giá trị của m là $2 + (-6) = -4$.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F, M, N, P, Q lần lượt là tâm của các mặt $ABCD; A'B'C'D'; ADD'A'; DCC'D'; CBB'C'; ABB'A'$. Biết cạnh khối lập phương bằng a , khi đó thể tích của khối tám mặt đều nội tiếp khối lập phương trên là

A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

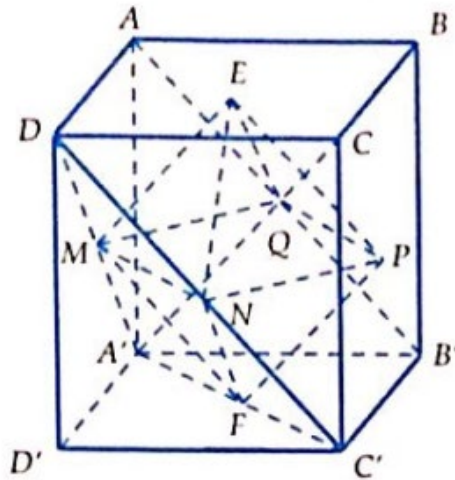
D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy khối tám mặt đều đó thực chất là 2 khối chóp có chung đáy $EMNPQF$ được đánh dấu như hình trên.

Xét $\triangle A'DC'$ có: M, N lần lượt là trung điểm của DA' và $DC' \Rightarrow MN = \frac{1}{2}A'C'$



Do $ABCD.A'B'C'D'$ là khối lập phương cạnh a
 $\Rightarrow A'B'C'D'$ là hình vuông cạnh a

$\Rightarrow A'C' = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$. Do vậy $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

+) Nhận thấy $MNPQ$ là một hình vuông cạnh $\frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{a^2}{2}$

+) $d(E; (MNPQ)) = \frac{1}{2}.EF = \frac{1}{2}a$

$\Rightarrow V_{EMNPQF} = 2.V_{E.MNPQ} = 2.\frac{1}{3}d(E, (MNPQ)).S_{MNPQ} = 2.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.a.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{6}$

Câu 50. Trong tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5) \geq 1$, có bao nhiêu giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp số thực $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+2y+5 \geq x^2+y^2+3 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x-2y-2 \leq 0 \quad (1)$

$\Rightarrow$ Tập hợp các cặp số thực (x, y) thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5) \geq 1$ là hình tròn

$(C_1): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ (tính cả biên).

Xét $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+3)^2 = m$.

TH1: $m = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$, không thỏa mãn (1).

TH2: $m > 0$, khi đó tập hợp các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$ là đường tròn $(C_2): x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$.

Để tồn tại duy nhất cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán thì hai đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài với nhau hoặc hai đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc trong và đường tròn (C_2) có bán kính lớn hơn đường tròn (C_1) . (C_1) có tâm $I_1(1; 1)$, bán kính $R_1 = 2$.

(C_2) có tâm $I_2(-2; -3)$, bán kính $R_2 = \sqrt{m}$ ($m > 0$).

Để (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài thì $I_1I_2 = R_1 + R_2$.

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 2 + \sqrt{m} \Leftrightarrow 5 = 2 + \sqrt{m} \Leftrightarrow m = 9 \text{ (tm)}$$

Để đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc trong và đường tròn (C_2) có bán kính lớn hơn đường tròn (C_1)

$$\Rightarrow R_2 - R_1 = I_1I_2 \Leftrightarrow \sqrt{m} - 2 = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} \Leftrightarrow m = 49 \text{ (tm)}$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT NINH BÌNH

ĐỀ THI THỬ TN THPT

NĂM HỌC 2019 - 2020

TRƯỜNG THPT YÊN KHÁNH A

(Đề gồm 06 trang)

MÔN: TOÁN

Thời gian: 90 phút

Họ và tên:.....SBD:.....

Câu 1. Số cách chọn 3 học sinh từ 40 học sinh trong lớp 12A để phân công vào ba vị trí lớp trưởng, cờ đỏ và bí thư là

A. C_{40}^3 .

B. A_{40}^3 .

C. 3^{40} .

D. 40^3 .

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -3$ và $u_6 = 27$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 7.

B. 8.

C. 5.

D. 6.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $(\sqrt{2})^{4x+3} = 8$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 0$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = \frac{3}{4}$.

Câu 4. Cho khối lập phương có thể tích bằng $16\sqrt{2}a^3$. Độ dài cạnh của khối lập phương đó bằng

A. $8a\sqrt{2}$.

B. $2a\sqrt{2}$.

C. $4a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,5}(2x-1)-2}$ là

A. $\left[\frac{5}{8}; +\infty\right)$.

B. $\left(\frac{5}{8}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{5}{8}\right]$.

D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{8}\right]$.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int f(x)dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(t)dt = F(t) + C$.

B. $\left[\int f(x)dx\right]' = f(x)$.

C. $\int f(x)dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(u)dx = F(u) + C$, với $u = u(x)$.

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ (k là hằng số).

Câu 7. Cho khối chóp có thể tích $V = 6$ chiều cao $h = 3$. Diện tích đáy của hình chóp là

A. 6.

B. 2.

C. 18.

D. 54.

Câu 8. Cho khối nón có chiều cao $h = 4$, độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{100\pi}{3}$.

B. 12π .

C. 4π .

D. $\frac{48\pi}{3}$.

Câu 9. Cho khối cầu có bán kính bằng 3. Thể tích khối cầu là

A. 12π .

B. 108π .

C. 36π .

D. 9π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	-3		2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$				$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-3; 2)$. **D.** $(-6; 1)$.

D. $(-6; 1)$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_8(a^3)$ bằng

A. $9 \log_2 a$.

B. $3 \log_2 a^3$.

C. $3\log_2 a$.

D. $\log_2 a$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi r l$.

B. πrl .

C. $\frac{1}{3}\pi r l$.

D. $2\pi r l$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

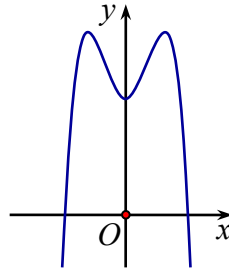
A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1 .

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = -x^2 + x - 4$.

B. $y = x^4 - 3x^2 - 4$.

C. $y = -x^3 + 2x^2 + 4$.

D. $y = -x^4 + 3x^2 + 4$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{2x-1}$ là

A. $y = 1$.

B. $y = -\frac{1}{2}$.

C. $x = 2$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x \leq 2$ là

A. $[e^2; +\infty)$.

B. $(-\infty; e^2]$.

C. $[0; e^2]$.

D. $(0; e^2]$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 18. Cho $\int_2^5 f(x)dx = 6$ và $\int_3^5 f(x)dx = 2$ khi đó $\int_2^3 f(x)dx$ bằng

A. -4 .

B. 4 .

C. 2 .

D. 8 .

Câu 19. Mô đun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. $\sqrt{7}$.

B. 5 .

C. 25 .

D. 7 .

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = -5 - 4i$. Phần ảo của số phức $\overline{z_1} - \overline{z_2}$ bằng

A. 2 .

B. $2i$.

C. -6 .

D. $-6i$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 4 - 3i$ là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(-4; 3)$. B. $P(4; -3)$. C. $N(4; 3)$. D. $M(-4; -3)$.

Câu 22. Trong không gian $(Oxyz)$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(3; 0; 0)$. B. $(3; -1; 0)$. C. $(3; 0; 2)$. D. $(0; -1; 2)$.

Câu 23. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(2; 5; 3)$. B. $(-2; 5; 3)$. C. $(2; -5; -3)$. D. $(-2; -5; -3)$.

Câu 24. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): x + 5y - 6z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; 5; 6)$. B. $\vec{n}_1 = (5; 6; 2)$. C. $\vec{n}_2 = (1; 5; -6)$. D. $\vec{n}_4 = (0; 5; -6)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d .

- A. $P(2; 5; -2)$. B. $M(-1; -2; 1)$. C. $N(2; 3; -1)$. D. $M(2; 5; 2)$.

Câu 26. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $a\sqrt{7}$. Tính góc của mặt bên và mặt đáy.

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	5	$+\infty$			
$f'(x)$		+		-	0	-	0	+

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 28. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3; 5]$.

Khi đó $M - m$ bằng

- A. 2. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 29. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_5 \frac{a+b}{5} = \frac{1}{2}(\log_5 a + \log_5 b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a^2 + b^2 = 23ab$. **B.** $a^2 + b^2 = -23ab$. **C.** $a^2 + b^2 = 3ab$. **D.** $a^2 + b^2 = -ab$.

Câu 30. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

- A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log^2 x + \log x - 2 > 0$ là

- A.** $(-2; 1)$. **B.** $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

- C.** $\left(-\infty; \frac{1}{100}\right) \cup (10; +\infty)$. **D.** $\left(0; \frac{1}{100}\right) \cup (10; +\infty)$.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông cân tại A , $BC = 2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC thì đường gấp khúc BAC tạo thành một hình tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành từ hình tròn xoay đó bằng

- A.** πa^3 . **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 33. Xét $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx$, nếu đặt $x = 4 \sin t$; $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ thì $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx$ bằng

- A.** $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{4t} dt$. **B.** $\int_0^2 dt$. **C.** $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. **D.** $\int_0^2 \frac{1}{4t} dt$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 1$, $x = 0$ và $x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A.** $S = \pi \int_0^2 (x^2 - 1)^2 dx$. **B.** $S = \int_0^2 (x^2 - 1) dx$.

- C.** $S = \int_1^2 (x^2 - 1) dx - \int_0^1 (x^2 - 1) dx$. **D.** $S = \int_1^2 (x^2 - 1) dx + \int_0^1 (x^2 - 1) dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 4 + 3i$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức $\frac{\overline{z_1}}{z_2}$?

- A.** $M\left(\frac{7}{25}; -\frac{1}{25}\right)$. **B.** $M\left(\frac{7}{25}; \frac{1}{25}\right)$. **C.** $M\left(\frac{1}{25}; \frac{7}{25}\right)$. **D.** $M\left(\frac{1}{25}; -\frac{7}{25}\right)$.

Câu 36. Cho số phức $\omega = 1 + 2i$ và $z = \bar{\omega} - i$. Phương trình nào sau đây nhận z và $\bar{z}$ làm hai nghiệm phức?

- A. $x^2 - 10x + 2 = 0$. B. $x^2 + 10x + 2 = 0$.
C. $x^2 - 2x + 10 = 0$. D. $x^2 + 2x + 10 = 0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 0)$ và $B(1; 1; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $2x - y + 3z + 4 = 0$. B. $-2x + y - 3z + 10 = 0$.
C. $2x - y + 3z - 6 = 0$. D. $-2x + y - 3z + 3 = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 1 = 0$ và $(Q): x + y - z = 0$. Biết mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 0)$ và song song với Δ có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{5}$. B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-5}{-5}$.
C. $\frac{x}{-1} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+5}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z}{5}$.

Câu 39. Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập $A = \{1; 2; 3; \dots; 2020\}$. Xác suất để chọn được hai số có tổng bình phương chia hết cho 5 là

- A. $\frac{403}{10095}$. B. $\frac{727}{2019}$. C. $\frac{1211}{10095}$. D. $\frac{1616}{2019}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc tạo bởi đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MD bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-9; 11]$ sao cho hàm số

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+1)x^2 + (m^2+m)x + 1 \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

- A. 9. B. 10. C. 12. D. 11.

Câu 42. Chị Bình gửi tiết kiệm 100.000.000 VNĐ vào ngân với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm chị Bình thu được số tiền lớn hơn 150.000.000 VNĐ (cả số

tiền gửi ban đầu và lãi), giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và chị Bình không rút tiền ra?

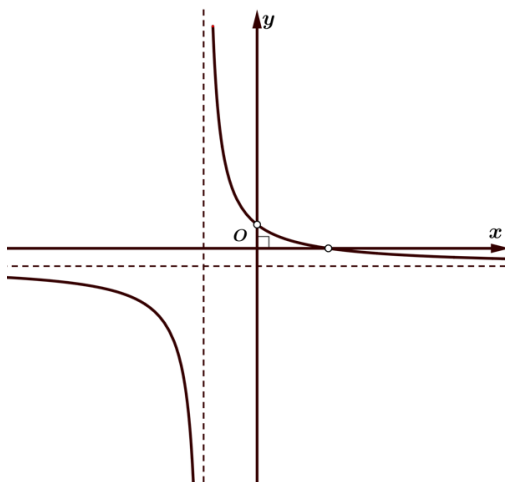
A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau.



Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số cùng dấu

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 44. Cho hình trụ có bán kính $R = 2$; AB ; CD lần lượt là hai dây cung song song với nhau, nằm trên hai đường tròn đáy và có cùng độ dài bằng $2\sqrt{2}$. Mặt phẳng $(ABCD)$ không song song và cũng không chứa trục hình trụ, góc giữa $(ABCD)$ và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích của thiết diện chứa trục của hình trụ.

A. $8\sqrt{6}$.B. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$.C. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$.D. $4\sqrt{6}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(\pi) = 1$ và $f'(x) = \sin x \cdot (\sin^4 x + \cos^4 x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{-a + b\pi}{c}, \text{ trong đó } a, b, c \text{ là các số nguyên dương và } \frac{a}{c} \text{ là phân số tối giản. Khi đó}$$

$a + b - c$ bằng

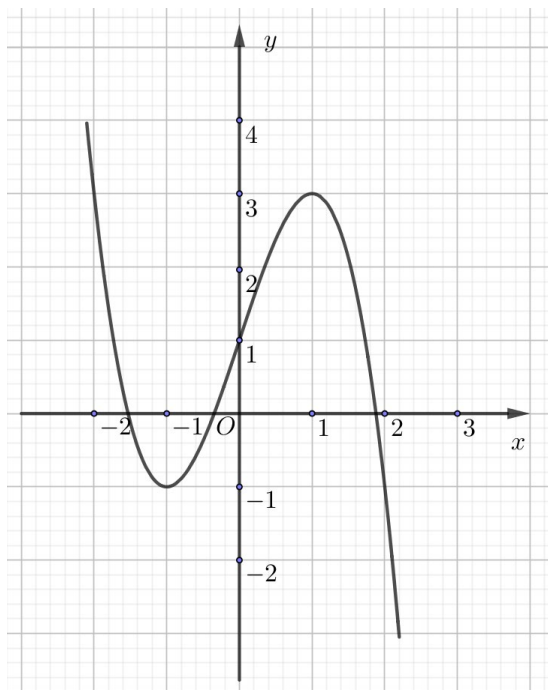
A. -301.

B. 121.

C. -22.

D. -113.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Số nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$ của phương trình $[f(\cos x)]^2 - 3f(\cos x) + 2 = 0$ là:

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Câu 47. Cho các số thực $a, b, c \neq 0$ và thỏa mãn $2^a = 3^b = 6^{-c}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 - 4(a + b + c)$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. $[0; 1]$. B. $[-1; 0]$. C. $\left[4; \frac{9}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{9}{2}; -4\right]$.

Câu 47.1. Xét các số dương x, y thỏa mãn $2020^{2(x^2 - y + 1)} = \frac{2x + y}{(x + 1)^2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = 2y - x$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $\left[1; \frac{5}{3}\right)$. C. $[2; 3)$. D. $\left[\frac{5}{3}; 2\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[-2; 2]} |f(x)| + \min_{[-2; 2]} |f(x)| = 21$. Tổng tất cả các phân tử của S là

- A. -10. B. 34. C. 17. D. 50.

Câu 49. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 10, cạnh bên bằng 20. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MC'}$; $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NA'}$; $\overrightarrow{PB} = -3\overrightarrow{PC'}$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A', B', C', M, N, P bằng

- A. $100\sqrt{3}$. B. $\frac{500\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{125\sqrt{3}}{3}$. D. $125\sqrt{3}$.

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số k để phương trình $4^{-|x-k|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x-k|+2) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. vô số.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1. Số cách chọn 3 học sinh từ 40 học sinh trong lớp 12A để phân công vào ba vị trí lớp trưởng, cờ đỏ và bí thư là

A. C_{40}^3 .

B. A_{40}^3 .

C. 3^{40} .

D. 40^3 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: mỗi cách chọn 3 học sinh từ 40 học sinh trong lớp 12A để phân công vào ba vị trí lớp trưởng, cờ đỏ và bí thư là một chỉnh hợp chập 3 của 40.

Do đó, số cách chọn là A_{40}^3 .

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -3$ và $u_6 = 27$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 7.

B. 8.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_6 = u_1 + 5d \Rightarrow d = \frac{u_6 - u_1}{5} = \frac{27 + 3}{5} = 6$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $(\sqrt{2})^{4x+3} = 8$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 0$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(\sqrt{2})^{4x+3} = 8 \Leftrightarrow (\sqrt{2})^{4x+3} = (\sqrt{2})^6 \Leftrightarrow 4x+3 = 6 \Leftrightarrow 4x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$.

Câu 4. Cho khối lập phương có thể tích bằng $16\sqrt{2}a^3$. Độ dài cạnh của khối lập phương đó bằng

A. $8a\sqrt{2}$.

B. $2a\sqrt{2}$.

C. $4a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử cạnh của khối lập phương bằng x

Thể tích của khối lập phương bằng $V = x^3 \Rightarrow 16\sqrt{2}a^3 = x^3 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}a$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,5}(2x-1)-2}$ là

A. $\left[\frac{5}{8}; +\infty\right)$.

B. $\left(\frac{5}{8}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{5}{8}\right]$.

D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{8}\right]$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sqrt{\log_{0,5}(2x-1)-2}$ xác định khi

$$\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ \log_{0,5}(2x-1)-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \log_{0,5}(2x-1) \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 2x-1 \leq (0,5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \leq \frac{5}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq \frac{5}{8}$$

Suy ra tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,5}(2x-1)-2}$ là $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{8}\right]$.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int f(x)dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(t)dt = F(t) + C$.

B. $\left[\int f(x)dx\right]' = f(x)$.

C. $\int f(x)dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(u)dx = F(u) + C$, với $u = u(x)$.

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ (k là hằng số).

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa và tính chất nguyên hàm.

Câu 7. Cho khối chóp có thể tích $V = 6$ chiều cao $h = 3$. Diện tích đáy của hình chóp là

A. 6.

B. 2.

C. 18.

D. 54.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}B.h \Leftrightarrow 6 = \frac{1}{3}B.3 \Leftrightarrow B = 6$$

Câu 8. Cho khối nón có chiều cao $h = 4$, độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{100\pi}{3}$.

B. 12π .

C. 4π .

D. $\frac{48\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có :

$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = 3$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 9 \cdot 4 = 12\pi$$

Câu 9. Cho khối cầu có bán kính bằng 3. Thể tích khối cầu là

A. 12π .

B. 108π .

C. 36π .

D. 9π .

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối cầu là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3 = 36\pi$$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			1		$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -6

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-3; 2)$.

D. $(-6; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 2)$

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_8(a^3)$ bằng

A. $9\log_2 a$.

B. $3\log_2 a^3$.

C. $3\log_2 a$.

D. $\log_2 a$.

Lời giải

Chọn D

Vì $a > 0$ nên $\log_8(a^3) = 3\log_8 a = 3\log_{2^3} a = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_2 a = \log_2 a$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$.

B. πrl .

C. $\frac{1}{3}\pi rl$.

D. $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đáy r bằng $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.

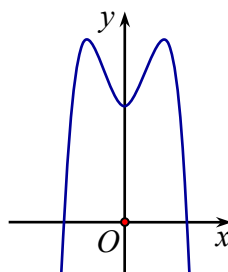
Lời giải

Chọn D

Vì y' đổi dấu từ + sang - khi x đi qua điểm $x = 1$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Và y' đổi dấu từ - sang + khi x đi qua điểm $x = 3$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = -x^2 + x - 4$.

B. $y = x^4 - 3x^2 - 4$.

C. $y = -x^3 + 2x^2 + 4$.

D. $y = -x^4 + 3x^2 + 4$.

Lời giải

Chọn D

Qua hình dáng đồ thị dễ thấy hàm số cần chọn là hàm bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$,
 $(a \neq 0)$ và $\begin{cases} a < 0 \\ a.b < 0 \end{cases}$ suy ra chỉ có đáp án $y = -x^4 + 3x^2 + 4$ thỏa mãn.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{2x-1}$ là

A. $y = 1$.

B. $y = -\frac{1}{2}$.

C. $x = 2$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-1}{2} \right\}$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x\left(\frac{2}{x}-1\right)}{x\left(2-\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\left(\frac{2}{x}-1\right)}{\left(2-\frac{1}{x}\right)} = \frac{0-1}{2-0} = \frac{-1}{2}.$$

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{-1}{2}$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x \leq 2$ là

A. $[e^2; +\infty)$.

B. $(-\infty; e^2]$.

C. $[0; e^2]$.

D. $(0; e^2]$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bất phương trình } \ln x \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq e^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq e^2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(0; e^2]$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{3}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{5}{3}$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Từ bảng biến thiên trên ta thấy đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $3f(x) - 5 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 18. Cho $\int_2^5 f(x) dx = 6$ và $\int_3^5 f(x) dx = 2$ khi đó $\int_2^3 f(x) dx$ bằng

A. -4.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_2^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx &= \int_2^5 f(x) dx \Leftrightarrow \int_2^3 f(x) dx = \int_2^5 f(x) dx - \int_3^5 f(x) dx \\ &\Leftrightarrow \int_2^3 f(x) dx = 6 - 2 = 4 \end{aligned}$$

Câu 19. Mô đun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. $\sqrt{7}$.

B. 5.

C. 25.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$z = 3 - 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = -5 - 4i$. Phần ảo của số phức $\overline{z_1} - \overline{z_2}$ bằng

A. 2.

B. $2i$.**C. -6 .**D. $-6i$.**Lời giải****Chọn C**

Ta có $z_1 = 3 + 2i \Rightarrow \overline{z_1} = 3 - 2i$, $z_2 = -5 - 4i \Rightarrow \overline{z_2} = -5 + 4i$ nên $\overline{z_1} - \overline{z_2} = 3 - 2i - (-5 + 4i) = 8 - 6i$

Vậy phần ảo của số phức $\overline{z_1} - \overline{z_2}$ bằng -6 .

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 4 - 3i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(-4; 3)$.**B. $P(4; -3)$.**C. $N(4; 3)$.D. $M(-4; -3)$.**Lời giải****Chọn B**

Điểm biểu diễn số phức $z = 4 - 3i$ là điểm $P(4; -3)$.

Câu 22. Trong không gian $(Oxyz)$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(3; 0; 0)$.B. $(3; -1; 0)$.C. $(3; 0; 2)$.**D. $(0; -1; 2)$.****Lời giải****Chọn D**

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x; y; z)$ trên mặt phẳng (Oyz) có dạng $M'(0; y; z)$.

Nên hình chiếu vuông góc của $M(3; -1; 2)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0; -1; 2)$.

Câu 23. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(2; 5; 3)$.**B. $(-2; 5; 3)$.**C. $(2; -5; -3)$.D. $(-2; -5; -3)$.**Lời giải****Chọn B**

Mặt cầu $(S): (x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 + (z - z_o)^2 = R^2$ có tâm là $I(x_o; y_o; z_o)$.

Nên tâm của $(S): (x+2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$ có tọa độ là $I(-2; 5; 3)$.

Câu 24. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): x + 5y - 6z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; 5; 6)$. B. $\vec{n}_1 = (5; 6; 2)$. **C. $\vec{n}_2 = (1; 5; -6)$.** D. $\vec{n}_4 = (0; 5; -6)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$.

Nên một vector pháp tuyến của $(P): x + 5y - 6z + 2 = 0$ là $\vec{n}_2 = (1; 5; -6)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d .

- A. $P(2; 5; -2)$.** B. $M(-1; -2; 1)$. C. $N(2; 3; -1)$. D. $M(2; 5; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ $P(2; 5; -2)$ vào phương trình đường thẳng ta được: $\frac{2}{2} = \frac{5}{3} = \frac{-2}{-1}$.

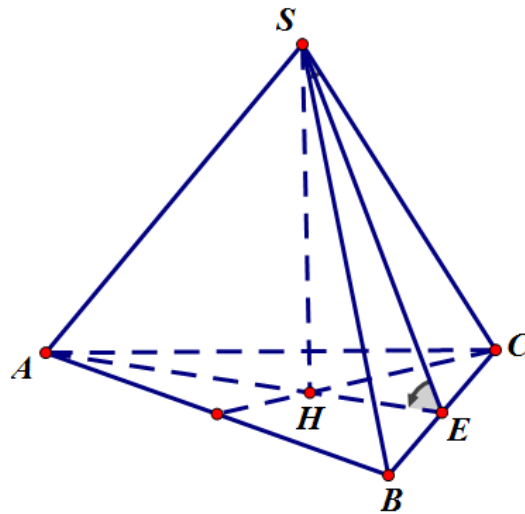
Vậy điểm $P(2; 5; -2)$ thuộc đường thẳng d .

Câu 26. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $a\sqrt{7}$. Tính góc của mặt bên và mặt đáy.

- A. 60° .** B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) , suy ra H là trọng tâm tam giác ABC .

Gọi E là trung điểm BC , ta có $HE \perp BC, SE \perp BC$ nên góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC) là $\widehat{SEH}$.

$$HE = \frac{1}{3}AE = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = a$$

$$SE = \sqrt{SB^2 - BE^2} = \sqrt{7a^2 - 3a^2} = 2a$$

$$\cos \widehat{SEH} = \frac{HE}{SE} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}. \text{ Do đó: } \widehat{SEH} = 60^\circ.$$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	5	$+\infty$			
$f'(x)$		+		-	0	-	0	+

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần.

Vậy số điểm cực trị của hàm số là 2.

Câu 28. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3; 5]$.

Khi đó $M - m$ bằng

A. 2.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in [3; 5].$$

$$\text{Do đó } M = \max_{[3; 5]} f(x) = f(3) = 2; m = \min_{[3; 5]} f(x) = f(5) = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Suy ra } M - m = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 29. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_5 \frac{a+b}{5} = \frac{1}{2}(\log_5 a + \log_5 b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2 + b^2 = 23ab$.

B. $a^2 + b^2 = -23ab$.

C. $a^2 + b^2 = 3ab$.

D. $a^2 + b^2 = -ab$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_5 \frac{a+b}{5} = \frac{1}{2}(\log_5 a + \log_5 b) \Leftrightarrow \log_5 (a+b) - 1 = \log_5 \sqrt{ab}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a+b}{\sqrt{ab}} = 5 \Leftrightarrow a+b = 5\sqrt{ab} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 23ab.$$

Câu 30. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^4 - 3x^2 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x^2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}.$$

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log^2 x + \log x - 2 > 0$ là

A. $(-2; 1)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

C. $\left(-\infty; \frac{1}{100}\right) \cup (10; +\infty)$.

D. $\left(0; \frac{1}{100}\right) \cup (10; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log^2 x + \log x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x > 1 \\ \log x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 10 \\ 0 < x < \frac{1}{100} \end{cases}.$$

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông cân tại A , $BC = 2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC thì đường gấp khúc BAC tạo thành một hình tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành từ hình tròn xoay đó bằng

A. πa^3 .

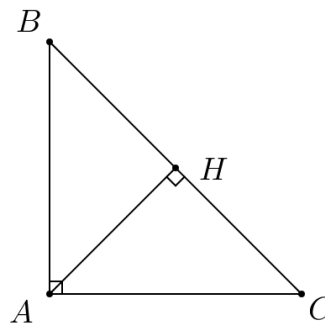
B. $2\pi a^3$.

C. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi trung điểm của BC là H , hình tròn xoay tạo thành là 2 hình nón: hình nón 1 có chiều cao BH , bán kính đáy AH , hình nón 2 có chiều cao CH , bán kính đáy AH .

Ta có $AH = BH = CH = a$.

$$\text{Vậy thể tích của khối tròn xoay bằng: } V = \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BH + \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot CH = \frac{2\pi a^3}{3}$$

Câu 33. Xét $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx$, nếu đặt $x = 4 \sin t$; $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ thì $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx$ bằng

A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{4t} dt.$

B. $\int_0^2 dt.$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$

D. $\int_0^2 \frac{1}{4t} dt.$

Lời giải

Chọn C

Đặt $x = 4 \sin t; \frac{-\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$. Suy ra $dx = 4 \cos t dt$.

Đổi cận: với $x = 0 \Rightarrow t = 0$

$$\text{với } x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Nên } \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\sqrt{16-16\sin^2 t}} 4 \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$$

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 1$, $x = 0$ và $x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_0^2 (x^2 - 1) dx.$

B. $S = \int_0^2 (x^2 - 1) dx.$

C. $S = \int_1^2 (x^2 - 1) dx - \int_0^1 (x^2 - 1) dx.$

D. $S = \int_1^2 (x^2 - 1) dx + \int_0^1 (x^2 - 1) dx.$

Lời giải

Chọn C

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức:

$$S = \int_0^2 |x^2 - 1| dx = \int_0^1 |x^2 - 1| dx + \int_1^2 |x^2 - 1| dx = -\int_0^1 (x^2 - 1) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx.$$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 4 + 3i$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức $\frac{\bar{z}_1}{z_2}$?

A. $M\left(\frac{7}{25}; -\frac{1}{25}\right).$

B. $M\left(\frac{7}{25}; \frac{1}{25}\right).$

C. $M\left(\frac{1}{25}; \frac{7}{25}\right).$

D. $M\left(\frac{1}{25}; -\frac{7}{25}\right).$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{\overline{z_1}}{z_2} = \frac{1+i}{4+3i} = \frac{(1+i)(4-3i)}{4^2+3^2} = \frac{7+i}{25} = \frac{7}{25} + \frac{1}{25}i.$

Khi đó điểm biểu diễn số phức $\frac{\overline{z_1}}{z_2}$ là $M\left(\frac{7}{25}; \frac{1}{25}\right).$

Câu 36. Cho số phức $\omega = 1 + 2i$ và $z = \overline{\omega} - i$. Phương trình nào sau đây nhận z và $\overline{z}$ làm hai nghiệm phức?

A. $x^2 - 10x + 2 = 0.$

B. $x^2 + 10x + 2 = 0.$

C. $x^2 - 2x + 10 = 0.$

D. $x^2 + 2x + 10 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = \overline{\omega} - i = 1 - 2i - i = 1 - 3i \Rightarrow \overline{z} = 1 + 3i.$

Ta có
$$\begin{cases} z + \overline{z} = 1 - 3i + 1 + 3i = 2 \\ z \cdot \overline{z} = (1 - 3i)(1 + 3i) = 10 \end{cases}$$

Suy ra z và $\overline{z}$ là nghiệm của phương trình $x^2 - 2x + 10 = 0.$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 0)$ và $B(1; 1; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 4 = 0.$

B. $-2x + y - 3z + 10 = 0.$

C. $2x - y + 3z - 6 = 0.$

D. $-2x + y - 3z + 3 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3).$

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow M\left(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right).$

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $AB.$

Ta có: (P) đi qua $M\left(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3)$ làm vec-tơ pháp tuyến.

Suy ra $(P): 2(x - 0) - \left(y - \frac{3}{2}\right) + 3\left(z - \frac{3}{2}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 3z - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x + y - 3z + 3 = 0.$$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 1 = 0$ và $(Q): x + y - z = 0$. Biết mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 0)$ và song song với Δ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{5}.$

B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-5}{-5}.$

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+5}{-5}.$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z}{5}.$

Lời giải

Chọn C

Mp (P) và mp (Q) có vec-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (3; -2; 1); \vec{n}_2 = (1; 1; -1)$.

Ta có $\Delta = (P) \cap (Q) \Rightarrow$ Đường thẳng Δ có vtcp $\vec{u} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (1; 4; 5)$.

Hay một vector chỉ phương khác có dạng $\vec{u}_1 = (1; 1; -1)$.

Ta thấy $A \notin (Q) \Rightarrow A \notin \Delta$.

Vì $d // \Delta \Rightarrow d$ nhận $\vec{u} = (1; 4; 5)$ làm vtcp.

Ta có: d đi qua $A(1; 2; 0)$ và có vtcp $\vec{u} = (1; 4; 5)$

Suy ra $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{5}$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+5}{-5}.$$

Câu 39. Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập $A = \{1; 2; 3; \dots; 2020\}$. Xác suất để chọn được hai số có tổng bình phương chia hết cho 5 là

A. $\frac{403}{10095}.$

B. $\frac{727}{2019}.$

C. $\frac{1211}{10095}.$

D. $\frac{1616}{2019}.$

Lời giải

Chọn B

Xét phép thử T : “Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập A ”.

Suy ra $n(\Omega) = C_{2020}^2$.

Xét biến cố

B : “Lấy hai số từ tập A sao cho tổng bình phương hai số đó chia hết cho 5”.

Tập A có 404 số chia hết cho 5; 404 số chia 5 dư 1; 404 số chia 5 dư 2; 404 số chia 5 dư 3; 404 số chia 5 dư 4.

Ta có $(5k)^2 = 25k^2 : 5$;

$$(5k+1)^2 = 25k^2 + 10k + 1 \equiv 1 \pmod{5};$$

$$(5k+2)^2 = 25k^2 + 20k + 4 \equiv 4 \pmod{5};$$

$$(5k+3)^2 = 25k^2 + 30k + 9 \equiv 4 \pmod{5};$$

$$(5k+4)^2 = 25k^2 + 40k + 16 \equiv 1 \pmod{5}.$$

Do vậy có các trường hợp sau:

TH1: Hai số được chọn cùng chia hết cho 5 $\Rightarrow$ Có C_{404}^2 cách chọn.

TH2: Một số chia 5 dư 1 và một số chia 5 dư 2 $\Rightarrow$ Có $404 \cdot 404 = 404^2$ cách chọn.

TH3: Một số chia 5 dư 1 và một số chia 5 dư 3 $\Rightarrow$ Có $404 \cdot 404 = 404^2$ cách chọn.

TH4: Một số chia 5 dư 4 và một số chia 5 dư 2 $\Rightarrow$ Có $404 \cdot 404 = 404^2$ cách chọn.

TH5: Một số chia 5 dư 4 và một số chia 5 dư 3 $\Rightarrow$ Có $404 \cdot 404 = 404^2$ cách chọn.

Suy ra $n(B) = C_{404}^2 + 4 \cdot 404^2$.

Vậy xác suất để chọn được hai số có tổng bình phương chia hết cho 5 là

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{C_{404}^2 + 4 \cdot 404^2}{C_{2020}^2} = \frac{727}{2019}.$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc tạo bởi đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MD bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

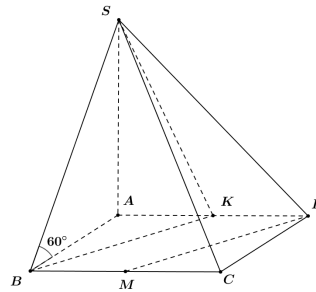
B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

Suy ra $(SB; (ABCD)) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Ta có $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Gọi K là trung điểm của AD . Suy ra $BK \parallel DM$.

Do đó $d(DM, SB) = d(D, (SBK))$.

$$\text{Mà } \frac{d(D, (SBK))}{d(A, (SBK))} = \frac{DK}{AK} = 1 \text{ nên } d(DM, SB) = d(A, (SBK)). \quad (1)$$

Tứ diện $ASBK$ có $SA \perp AB$; $SA \perp AK$; $AB \perp AK$.

Suy ra tứ diện $ASBK$ vuông tại A .

$$\Rightarrow \frac{1}{d^2(A, (SBK))} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{16}{3a^2}$$

$$\Rightarrow d(A, (SBK)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } d(DM, SB) = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-9; 11]$ sao cho hàm số

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+1)x^2 + (m^2+m)x + 1 \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

A. 9.

B. 10.

C. 12.

D. 11.

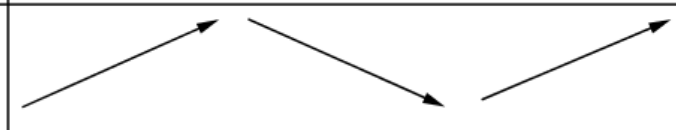
Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+1)x^2 + (m^2+m)x + 1$; $f'(x) = x^2 - (2m+1)x + m^2 + m$.

Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+1 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	m	$m+1$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên:

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Rightarrow m+1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 9 giá trị nguyên của m .

Câu 42. Chị Bình gửi tiết kiệm 100.000.000 VNĐ vào ngân với lãi suất 8,4% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm chị Bình thu được số tiền lớn hơn 150.000.000 VNĐ (cả số tiền gửi ban đầu và lãi), giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và chị Bình không rút tiền ra?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

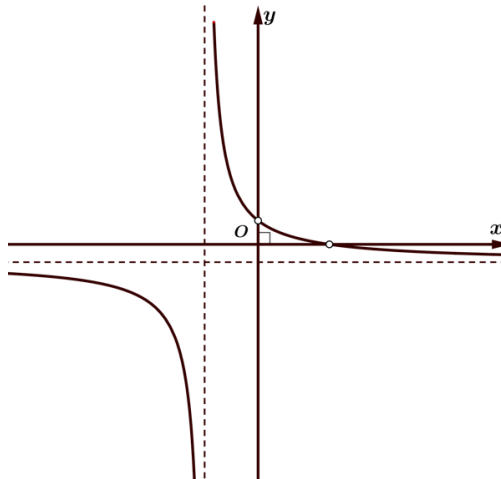
Chọn B

Đặt $r = 8,4\%$, $A = 100.000.000$ VNĐ, $B = 150.000.000$ VNĐ, n là số năm ít nhất để có được số tiền B .

Khi đó: $A(1+r)^n > B \Leftrightarrow (1+r)^n > \frac{B}{A} \Leftrightarrow n > \log_{(1+r)} \frac{B}{A} \approx 5,02$.

Vậy $n = 6$ năm.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau.



Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số cùng dấu

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} < 0 \Rightarrow ac < 0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow dc > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right) \Rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $B\left(0; \frac{b}{d}\right) \Rightarrow \frac{b}{d} > 0 \Leftrightarrow bd > 0$.

Suy ra trong 4 số a, b, c, d có 3 số b, c, d cùng dấu.

Cách 2: Giả sử $a > 0 \Rightarrow b, c, d$ đều nhỏ hơn 0.

Câu 44. Cho hình trụ có bán kính $R = 2$; AB ; CD lần lượt là hai dây cung song song với nhau, nằm trên hai đường tròn đáy và có cùng độ dài bằng $2\sqrt{2}$. Mặt phẳng $(ABCD)$ không song song và cũng không chứa trục hình trụ, góc giữa $(ABCD)$ và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích của thiết diện chứa trục của hình trụ.

A. $8\sqrt{6}$.

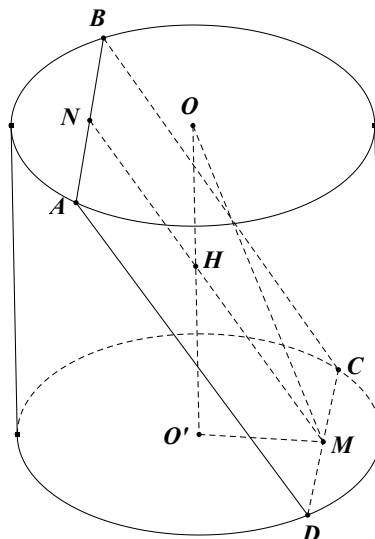
B. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$.

D. $4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi O, O' là tâm của hai đường tròn đáy của hình trụ.

Gọi M, N là trung điểm của CD, AB . $H = MN \cap OO'$

Khi đó góc giữa $(ABCD)$ và mặt đáy bằng $\widehat{HMO'} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } O'M = \sqrt{O'C^2 - CM^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

$$OO' = 2O'H = 2O'M \cdot \tan 60^\circ = 2 \cdot \frac{R\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{6}.$$

Thiết diện chứa trục của hình trụ là một hình chữ nhật có chiều dài là $OO' = 2\sqrt{6}$, chiều rộng $2R = 4$

Do đó diện tích thiết diện là : $8\sqrt{6}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(\pi) = 1$ và $f'(x) = \sin x (\sin^4 x + \cos^4 x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{-a+b\pi}{c}, \text{ trong đó } a, b, c \text{ là các số nguyên dương và } \frac{a}{c} \text{ là phân số tối giản. Khi đó}$$

$a+b-c$ bằng

A. -301.

B. 121.

C. -22.

D. -113.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } \sin x (\sin^4 x + \cos^4 x) = \sin x \left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \sin x \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \right) \\
&= \sin x \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} \right) \\
&= \sin x \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x \right) \\
&= \frac{3}{4} \sin x + \frac{1}{8} \sin 5x - \frac{1}{8} \sin 3x
\end{aligned}$$

$$\int f'(x) dx = \int \left(\frac{3}{4} \sin x + \frac{1}{8} \sin 5x - \frac{1}{8} \sin 3x \right) dx = -\frac{3}{4} \cos x - \frac{1}{40} \cos 5x + \frac{1}{24} \cos 3x + C.$$

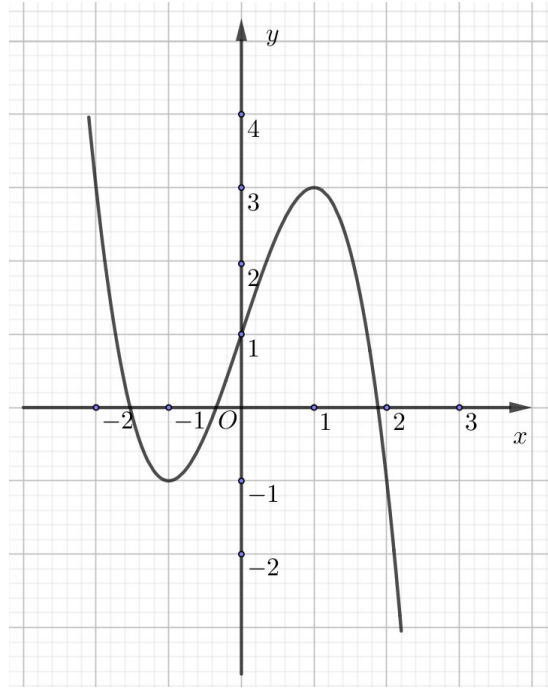
$$\text{Giả sử } f(x) = -\frac{3}{4} \cos x - \frac{1}{40} \cos 5x + \frac{1}{24} \cos 3x + C_0$$

$$\text{Ta có } f(\pi) = 1 \Leftrightarrow \frac{11}{15} + C_0 = 1 \Rightarrow C_0 = \frac{4}{15} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4} \cos x - \frac{1}{40} \cos 5x + \frac{1}{24} \cos 3x + \frac{4}{15}$$

$$\begin{aligned}
\text{Vậy } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\frac{3}{4} \cos x - \frac{1}{40} \cos 5x + \frac{1}{24} \cos 3x + \frac{4}{15} \right) dx \\
&= \left(-\frac{3}{4} \sin x - \frac{1}{200} \sin 5x + \frac{1}{72} \sin 3x + \frac{4}{15} x \right) \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} \\
&= -\frac{173}{225} + \frac{2}{15} \pi = \frac{-173 + 30\pi}{225}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = 173, b = 30, c = 225 \Rightarrow a + b - c = -22$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Số nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$ của phương trình $[f(\cos x)]^2 - 3f(\cos x) + 2 = 0$ là:

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

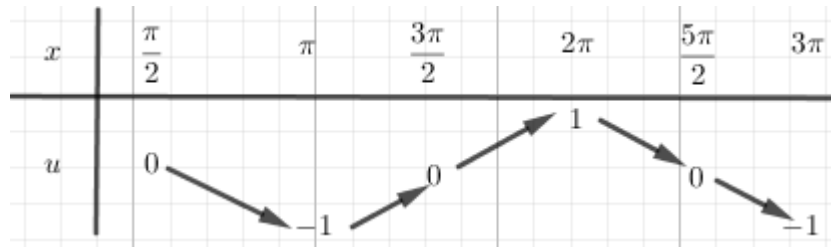
Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } [f(\cos x)]^2 - 3f(\cos x) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(\cos x) = 1 \\ f(\cos x) = 2 \end{cases}$$

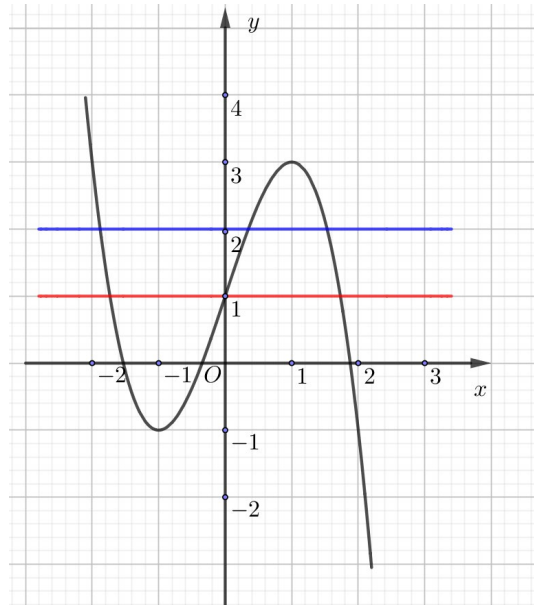
Đặt $\cos x = u$,

Lập BBT của hàm số $u = \cos x$ trên $\left(\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$.



$$\Rightarrow u \in [-1; 1]$$

Phương trình trở thành:
$$\begin{cases} f(u) = 1 \\ -1 \leq u \leq 1 \end{cases} (*)$$



Từ đồ thị hàm số ta có:
$$\begin{cases} u = 0 \\ u = a \end{cases}, (0 < a < 1) \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & (1) \\ \cos x = a & (2) \end{cases} (0 < a < 1)$$

Dựa vào BBT của hàm số $u = \cos x$ trên $\left(\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$, ta có: $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{2} \\ x = \frac{5\pi}{2} \end{cases}$

(2) có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$ và khác $\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 47. Cho các số thực $a, b, c \neq 0$ và thỏa mãn $2^a = 3^b = 6^{-c}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 - 4(a + b + c)$ thuộc tập nào dưới đây?

A. $[0; 1]$.

B. $[-1; 0]$.

C. $\left[4; \frac{9}{2}\right]$.

D. $\left[-\frac{9}{2}; -4\right]$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = 2^a = 3^b = 6^{-c} \Rightarrow \begin{cases} a = \log_2 t \\ b = \log_3 t \\ c = -\log_6 t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P &= a^2 + b^2 + c^2 - 4(a + b + c) = \log_2^2 t + \log_3^2 t + \log_6^2 t - 4(\log_2 t + \log_3 t - \log_6 t) \\ &= \log_2^2 t + (\log_3 2 \cdot \log_2 t)^2 + (\log_6 2 \cdot \log_2 t)^2 - 4(\log_2 t + \log_3 2 \cdot \log_2 t - \log_6 2 \cdot \log_2 t) \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } A = 1 + \log_3^2 2 + \log_6^2 2 > 0; B = 1 + \log_3 2 - \log_6 2$$

$$\text{Ta được } P = f(a) = Aa^2 - 4Ba = A\left(a - \frac{2B}{A}\right)^2 - \frac{4B^2}{A^2} \geq -\frac{4B^2}{A^2} \quad (\text{do } A > 0)$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } a = \frac{2B}{A} \Rightarrow t = 2^{\frac{2B}{A}} \Rightarrow b = \log_3 2^{\frac{2B}{A}}, c = -\log_6 2^{\frac{2B}{A}}$$

$$\text{Vậy } \min P = -\frac{4B^2}{A^2} = \frac{-4(1 + \log_3 2 - \log_6 2)^2}{1 + \log_3^2 2 + \log_6^2 2} = -4.$$

Câu 47.1. Xét các số dương x, y thỏa mãn $2020^{2(x^2 - y + 1)} = \frac{2x + y}{(x + 1)^2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = 2y - x$ thuộc tập nào dưới đây?

A. $(0; 1)$.

B. $\left[1; \frac{5}{3}\right)$.

C. $[2; 3)$.

D. $\left[\frac{5}{3}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Từ } 2020^{2(x^2 - y + 1)} = \frac{2x + y}{(x + 1)^2} \Leftrightarrow 2(x^2 - y + 1) = \log_{2020} \frac{2x + y}{(x + 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2(x + 1)^2 - 2(2x + y) = \log_{2020}(2x + y) - \log_{2020}(x + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 2(x + 1)^2 + \log_{2020}(x + 1)^2 = 2(2x + y) + \log_{2020}(2x + y) \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 2t + \log_{2020} t$ với $\forall t > 0$

Ta có: $f'(t) = 2 + \frac{1}{t \ln 2020} > 0, \forall t > 0$ nên hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Do đó (1) có dạng $f[(x + 1)^2] = f(2x + y) \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 2x + y \Rightarrow y = x^2 + 1$

$$P = 2y - x = 2x^2 + 2 - x = 2x^2 - x + 2 = 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8} \geq \frac{15}{8}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{17}{8}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[-2;2]} |f(x)| + \min_{[-2;2]} |f(x)| = 21$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. -10.

B. 34.

C. 17.

D. 50.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$ với $x \in [-2;2]$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}, \text{ do } x \in [-2;2] \text{ nên ta chỉ lấy nghiệm } x = -1$$

$$f(-2) = m - 2; f(-1) = m + 5; f(2) = m - 22.$$

$$\text{Suy ra } \max_{[-2;2]} f(x) = m + 5; \min_{[-2;2]} f(x) = m - 22$$

Trường hợp 1: Nếu $(m + 5)(m - 22) \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 22$

$$\text{Ta có } \min_{[-2;2]} |f(x)| = 0 \text{ và } \max_{[-2;2]} |f(x)| = \max\{|m - 22|; |m + 5|\}.$$

$$+) \text{ Nếu } |m - 22| \geq |m + 5| \text{ thì } \max_{[-2;2]} |f(x)| = |m - 22|$$

$$\text{Theo bài ra ta có } |m - 22| = 21 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 43 \\ m = 1 \end{cases}. \text{ Đối chiếu điều kiện, ta được } m = 1.$$

$$+) \text{ Nếu } |m - 22| \leq |m + 5| \text{ thì } \max_{[-2;2]} |f(x)| = |m + 5|$$

$$\text{Theo bài ra ta có } |m + 5| = 21 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 16 \\ m = -26 \end{cases}. \text{ Đối chiếu điều kiện, ta được } m = 16.$$

Trường hợp 2: Nếu $(m + 5)(m - 22) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m > 22 \end{cases}$

$$\text{Từ giả thiết } \max_{[-2;1]} |f(x)| + \min_{[-2;1]} |f(x)| = 21, \text{ ta có } |m + 5| + |m - 22| = 21.$$

$$\text{Với } m > 22, \text{ suy ra } m + 5 + m - 22 = 21 \Leftrightarrow m = 19 \text{ (loại).}$$

$$\text{Với } m < -5, \text{ suy ra } -m - 5 - m + 22 = 21 \Leftrightarrow m = -3 \text{ (loại).}$$

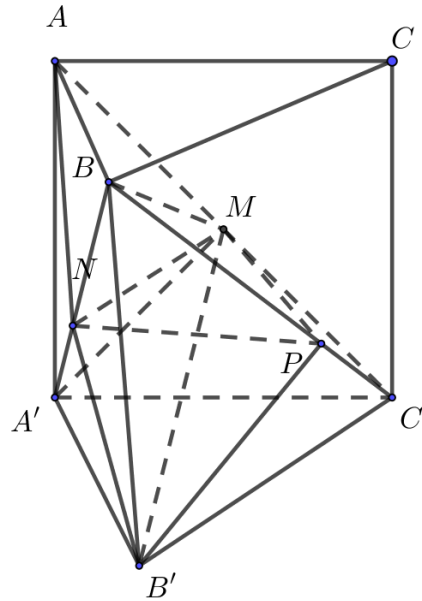
Suy ra $S = \{1; 16\}$. Vậy tổng các phần tử của S là 17.

Câu 49. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 10, cạnh bên bằng 20. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MC'}$; $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NA'}$; $\overrightarrow{PB} = -3\overrightarrow{PC'}$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A', B', C', M, N, P bằng

- A. $100\sqrt{3}$. B. $\frac{500\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{125\sqrt{3}}{3}$. **D. $125\sqrt{3}$.**

Lời giải

Chọn D



Gọi V là thể tích khối lăng trụ và V_1 là thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A', B', C', M, N, P .

$$V = 20 \cdot \frac{10^2 \sqrt{3}}{4} = 500\sqrt{3}$$

$$\text{Ta có } V_1 = V_{C'.ABB'A'} - V_{AA'BM} - V_{BMNP} - V_{BB'NP}$$

$$V_{C'.ABB'A'} = V - V_{C'ABC} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V.$$

$$V_{AA'BM} = \frac{1}{3}d(M, (AA'B)) \cdot S_{AA'B} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}d(C', (AA'B)) \cdot \frac{1}{2}S_{ABB'A'} = \frac{1}{4}V_{C'.ABB'A'} = \frac{1}{6}V.$$

$$V_{BMNP} = \frac{1}{3}d(N, (BMP)) \cdot S_{BMP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}d(A', (ABC')) \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}S_{ABC'} = \frac{1}{4}V_{A'ABC'} = \frac{1}{12}V.$$

$$\frac{V_{BB'NP}}{V_{BB'A'C'}} = \frac{BN \cdot BP}{BA' \cdot BC'} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{BB'NP} = \frac{1}{2}V_{BB'A'C'} = \frac{1}{6}V$$

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{2}{3}V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{12}V - \frac{1}{6}V = \frac{1}{4}V = 125\sqrt{3}.$$

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số k để phương trình $4^{-|x-k|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x-k|+2) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. vô số.

Lời giải**Chọn C**

$$4^{-|x-k|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x-k|+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{-2|x-k|+1} \log_2(x^2 - 2x + 3) - 2^{-x^2+2x} \log_2(2|x-k|+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-2x+3} \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-k|+2} \log_2(2|x-k|+2) \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \\ v = 2|x-k| + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u \geq 2 \\ v \geq 2 \end{cases},$$

$$\text{phương trình (1) trở thành } 2^u \cdot \log_2 u = 2^v \cdot \log_2 v \quad (2)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot \log_2 t$ liên tục trên nửa khoảng $[2; +\infty)$

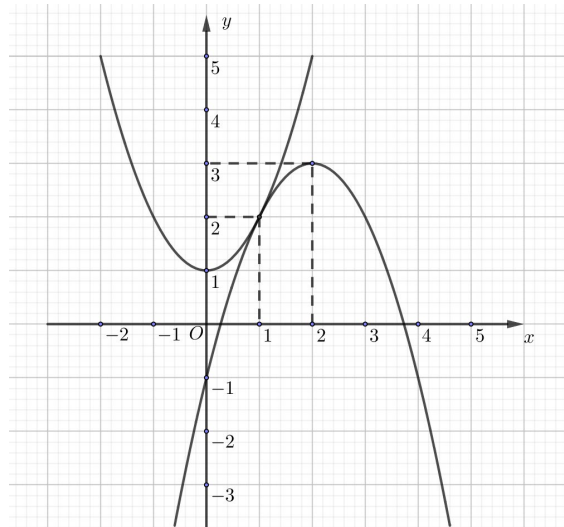
$$f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 \cdot \log_2 t + 2^t \cdot \frac{1}{t \ln 2} > 0, \forall t \geq 2. \text{ Suy ra hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên nửa khoảng } [2; +\infty).$$

Phương trình (2) có dạng $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$ (vì $u, v \in [2; +\infty)$).

Thay lại theo cách đặt ta có

$$x^2 - 2x + 3 = 2|x-k| + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2k = x^2 - 2x + 1 \\ 2x - 2k = -x^2 + 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4x - 1 = 2k \\ x^2 + 1 = 2k \end{cases} \quad (3)$$

Về đồ thị hai hàm số $y = -x^2 + 4x - 1$ và $y = x^2 + 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ, ta có hình vẽ sau



Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi hợp hai tập nghiệm của hai phương trình (3) và (4) có ba phần tử $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = 2k$ cắt hai đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 1$ và $y = x^2 + 1$ tại

$$\text{ba điểm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k = 3 \\ 2k = 2 \\ 2k = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ k = 1 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Suy ra $S = \left\{ \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} \right\}$. Vậy S có ba phần tử.

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT NINH BÌNH
THPT YÊN KHÁNH BĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:

Câu 1. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

- A.** A_{10}^3 . **B.** 3^{10} . **C.** C_{10}^3 . **D.** 10^3 .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q , số hạng đầu $u_1 = -2$ và số hạng thứ tư $u_4 = 54$. Giá trị của q bằng

- A.** -6 . **B.** $\sqrt{3}$. **C.** -3 . **D.** 6 .

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 8$ là

- A.** $x = 4$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 4. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A.** $[1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $[2; +\infty)$.

Câu 6. Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

- A.** $x^2 + C$. **B.** $2x^2 + C$. **C.** $2x^2 + 4x + C$. **D.** $x^2 + 4x + C$.

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A.** $V = a^3$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $V = 2\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 2a^3$.

Câu 8. Cho hình nón tròn xoay có đường cao là $a\sqrt{3}$, bán kính đáy là a . Tìm diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

- A.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2 . **D.** $4\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 9. Bán kính R của khối cầu có thể tích $V = 36\pi (\text{cm}^3)$ là

- A.** $R = 4 \text{ cm}$. **B.** $R = 3 \text{ cm}$. **C.** $R = 6 \text{ cm}$. **D.** $R = 9 \text{ cm}$.

Câu 10. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên được cho ở hình bên. Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	2	0	$+\infty$

- A.** $(-\infty; -2)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-2; 0)$.

Câu 11. Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $0 < a \neq 1$ bằng:

- A. 3. B. $-\frac{3}{2}$. C. $\frac{-2}{3}$. D. -3.

Câu 12. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.

- A. 50 m^2 . B. $50\pi \text{ m}^2$. C. $100\pi \text{ m}^2$. D. 100 m^2 .

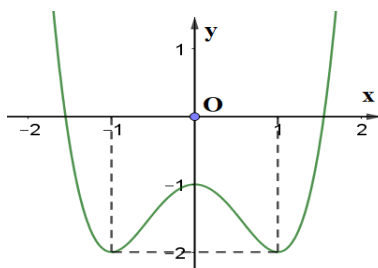
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 14. Đồ thị trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = x^3 - 3x - 2$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên ở hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	-		+	0	-		-
y	$+\infty$			4		$+\infty$	
		1	$-\infty$	$-\infty$			2

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 16. Tập nghiệm S của bất phương trình $2^{x-1} < 4$ là

- A. $S = (1; 3)$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = (3; +\infty)$. D. $S = [1; 3)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	-3	4	5	$+\infty$				
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 4$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 18. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

A. 16.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Câu 19. Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.

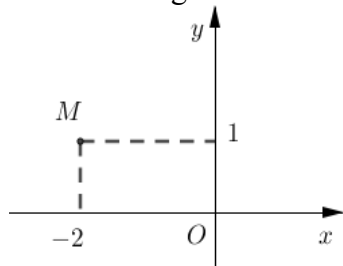
A. $|z| = \sqrt{5}$

B. $|z| = 5$

C. $|z| = 2$

D. $|z| = 3$

Câu 20. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức



A. $z = 1 + 2i$

B. $z = 1 - 2i$

C. $z = 2 + i$

D. $z = -2 + i$

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -2 - 5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z = z_1 - z_2$.

A. $b = -3$

B. $b = 2$

C. $b = -2$

D. $b = 3$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là:

A. $(2; 1; 0)$.

B. $(0; 0; -1)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $(0; 1; 0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng:

A. $\sqrt{7}$.

B. 9.

C. 3.

D. $\sqrt{15}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y + z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (3; 1; -1)$

B. $\vec{n}_3 = (4; 3; 1)$

C. $\vec{n}_2 = (4; 1; -1)$

D. $\vec{n}_1 = (4; 3; -1)$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0)$ và $B(5; 1; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

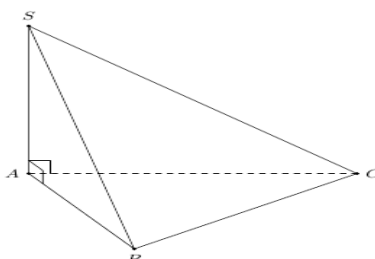
A. $2x - y - z + 5 = 0$.

B. $2x - y - z - 5 = 0$.

C. $x + y + 2z - 3 = 0$.

D. $3x + 2y - z - 14 = 0$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2019} \cdot (2x-2)^{2020} \cdot (2x+2)^{2021}, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ là:

A. $\min_{[-4; 4]} f(x) = 0$.

B. $\min_{[-4; 4]} f(x) = -41$.

C. $\min_{[-4; 4]} f(x) = 15$.

D. $\min_{[-4; 4]} f(x) = -50$.

Câu 29. Cho $\log_a b = 2$ với a, b là các số thực dương và a khác 1. Giá trị biểu thức $T = \log_{a^2} b^4 + \log_a \sqrt{b}$ là

A. $T = 8$.

B. $T = 7$.

C. $T = 5$.

D. $T = 6$.

Câu 30. Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ của điểm B bằng

A. -2 .

B. -1 .

C. 0.

D. -5 .

Câu 31. Tìm nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 7x) \geq -3$.

A. $0 < x \leq 1$.

B. $-8 \leq x \leq 1$.

C. $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -8 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} -8 \leq x < -7 \\ 0 < x \leq 1 \end{cases}$.

Câu 32. Cho hình tứ diện đều cạnh $2a$, có một đỉnh trùng với đỉnh của nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\frac{4\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

B. $2\pi a^2 \sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{8\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Cho $I = \int_1^2 4x\sqrt{x^2 - 1} dx$ và $u = x^2 - 1$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $I = \frac{4}{3} u \sqrt{u} \Big|_0^3$.

B. $I = 2 \int_1^2 \sqrt{u} du$.

C. $I = \frac{4}{3} \sqrt{27}$.

D. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$.

Câu 34. Thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 - 2x$; $y = 4 - x^2$ khi nó quay quanh trục hoành là

A. 27π .

B. 30π .

C. $\frac{125}{3}\pi$.

D. $\frac{421}{15}\pi$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để số phức $z = \frac{m+2i}{m-2i}$ có phần thực dương

A. $m > 2$.

B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $m < -2$.

Câu 36. Biết z là số phức có phần ảo âm và là nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = \frac{z}{z}$.

A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 3)$. Biết mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách B một khoảng lớn nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x - 2y + 2z + 5 = 0$.

B. $x - y + 2z + 3 = 0$.

C. $2x - 2y + 4z + 3 = 0$.

D. $2x - y + 2z = 0$.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ có dạng

A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

B. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

D. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 39. Trong chương trình giao lưu ca nhạc gồm có 15 ca sĩ ngồi vào 15 ghế theo một hàng ngang. Giả sử người dẫn chương trình chọn ngẫu nhiên 3 ca sĩ trong 15 ca sĩ để giao lưu với khán giả. Xác suất để trong 3 ca sĩ được chọn đó không có 2 ca sĩ ngồi kề nhau

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{13}{35}$.

C. $\frac{22}{35}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi giữa SC và đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của AC , khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng:

A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$.

C. $\frac{5a}{2}$.

D. $5a\sqrt{3}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-4; 4)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + 6x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

A. 5.

B. 2.

C. 6.

D. 1.

Câu 42. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn theo công thức $S = Ae^{rt}$ trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Khi đó sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần so với số lượng ban đầu

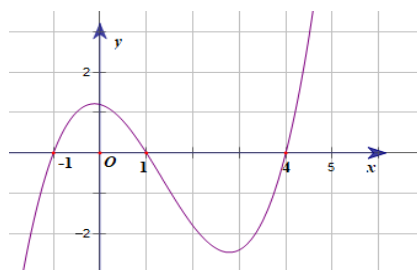
A. $t = \frac{3}{\log 5}$ (giờ)

B. $t = \frac{3 \ln 5}{\ln 10}$ (giờ)

C. $t = \frac{5}{\log 3}$ (giờ)

D. $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ (giờ)

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$, trong đó $m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ như hình vẽ dưới.



Tập nghiệm của phương trình $f(x) = 16m + 8n + 4p + 2q + r$ có tất cả bao nhiêu phần tử.

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Câu 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2} \text{ cm}$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6 \text{ cm}$, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2 . Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. 5 cm .

B. $3\sqrt{2} \text{ cm}$.

C. 4 cm .

D. $5\sqrt{2} \text{ cm}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, thỏa mãn $f(x) + \tan x \cdot f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x}$.

Biết rằng $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b \ln 3$ trong đó $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của biểu thức $P = a + b$ bằng

A. $\frac{14}{9}$.

B. $-\frac{2}{9}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $-\frac{4}{9}$

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + x^2 - 8x + 7$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $\sqrt{f(f(x) - 3) + m} = 2f(x) - 5$ có 6 nghiệm thực phân biệt. Tổng các phần tử của S bằng

A. 25.

B. -66.

C. 105.

D. 91.

Câu 47. Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. 9.

Câu 48. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^3 + x^2 - m}{x + 1}$ trên $[0; 2]$ bằng 5. Tham số m nhận giá trị là

A. -5.

B. 1.

C. -3.

D. -8.

Câu 49. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, BC = a\sqrt{3}, AC = 2a$ và góc giữa CB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm tứ diện $CA'B'C'$ và song song với mặt phẳng (ABC) , lần lượt cắt các cạnh AA', BB', CC' tại E, F, Q . Tỉ số giữa thể tích khối tứ diện $C'EFQ$ và khối lăng trụ đã cho gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 0,08.

B. 0,05.

C. 0,04.

D. 0,09.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời điều kiện $3^{|x^2 - 2x - 3| - \log_3 5} = 5^{-(y+4)}$ và $4|y| - |y - 1| + (y + 3)^2 \leq 8$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	A	B	C	D	D	B	B	D	D	D	C	C	C	B	A	D	A	D	B	B	C	B	B
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
B	C	B	C	B	D	A	B	D	B	B	B	D	C	B	C	C	A	C	B	D	B	C	A	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

- A. A_{10}^3 . B. 3^{10} . C. C_{10}^3 . D. 10^3 .

Lời giải

Chọn C

Kết quả của việc chọn số tập con gồm 3 phần tử từ M là một tổ hợp chập 3 của 10 phần tử, tức là có C_{10}^3 .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q , số hạng đầu $u_1 = -2$ và số hạng thứ tư $u_4 = 54$. Giá trị của q bằng

- A. -6 . B. $\sqrt{3}$. C. -3 . D. 6 .

Lời giải

Chọn C

Do cấp số nhân (u_n) có công bội q , số hạng đầu u_1 nên ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3$.

$$u_4 = 54 \Rightarrow -2 \cdot q^3 = 54 \Leftrightarrow q^3 = -27 \Leftrightarrow q = -3.$$

Vậy cấp số nhân (u_n) có công bội q , số hạng đầu $u_1 = -2$ và số hạng thứ tư $u_4 = 54$. Giá trị của $q = -3$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 8$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 2^{x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x-1} = 2^3 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4.$$

Câu 4. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh 2 là: $V = 2^3 = 8$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $[1; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $D = (0; +\infty)$.

Câu 6. Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

A. $x^2 + C$.

B. $2x^2 + C$.

C. $2x^2 + 4x + C$.

D. $x^2 + 4x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int (2x + 4) dx = x^2 + 4x + C$.

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

C. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

D. $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn D

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a \cdot 2a = 2a^3$$

Câu 8. Cho hình nón tròn xoay có đường cao là $a\sqrt{3}$, bán kính đáy là a . Tìm diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

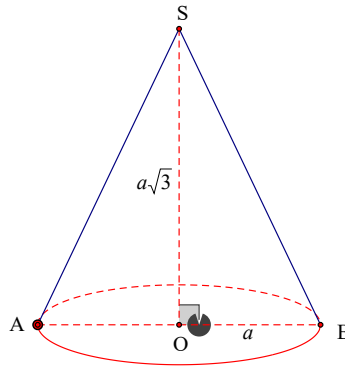
B. $2\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $4\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết ta có: $h = a\sqrt{3}$, $R = a \Rightarrow l = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh hình nón cần tìm là: $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Câu 9. Bán kính R của khối cầu có thể tích $V = 36\pi (\text{cm}^3)$ là

A. $R = 4 \text{ cm}$.

B. $R = 3 \text{ cm}$.

C. $R = 6 \text{ cm}$.

D. $R = 9 \text{ cm}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R^3 = 27 \Leftrightarrow R = 3 (\text{cm})$.

Câu 10. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên được cho ở hình bên. Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	2	0	$+\infty$

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 11. Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $0 < a \neq 1$ bằng:

A. 3 .

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $\frac{-2}{3}$.

D. -3 .

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\log_a \frac{1}{a^3} = \log_a a^{-3} = -3$.

Câu 12. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.

A. 50 m^2 .

B. $50\pi \text{ m}^2$.

C. $100\pi \text{ m}^2$.

D. 100 m^2 .

Lời giải

Chọn D

Ta có chu vi đáy $C = 2\pi R = 5 \text{ m}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 5.20 = 100 \text{ m}^2$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-4	$+\infty$		

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

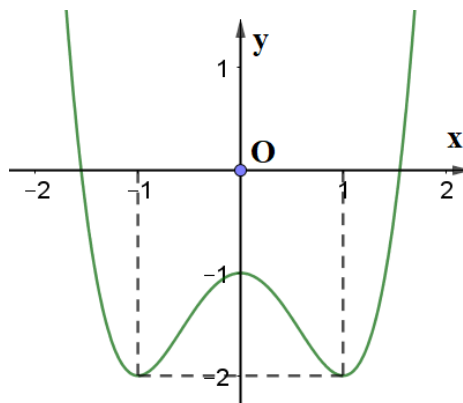
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 14. Đồ thị trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = x^3 - 3x - 2$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: Đồ thị hàm số trên có dạng của đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị nên hệ số a và b trái dấu. Dựa theo các phương án đề bài cho thì đồ thị trong hình vẽ trên là đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên ở hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	4	2	$+\infty$

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào BBT, ta có:

$$+/\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$$

$\Rightarrow$ Đồ thị nhận đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$ làm tiệm cận đứng.

$+/\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \Rightarrow$ Đồ thị nhận đường thẳng $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 16. Tập nghiệm S của bất phương trình $2^{x-1} < 4$ là

A. $S = (1; 3)$.

B. $S = (-\infty; 3)$.

C. $S = (3; +\infty)$.

D. $S = [1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{x-1} < 4 \Leftrightarrow x-1 < 2 \Leftrightarrow x < 3$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	-3	4	5	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	2	3	-3	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 4$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 4$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 4$ (là đường thẳng song song với Ox , cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng 4).

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hai đồ thị này cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x) = 4$ có 2 nghiệm.

Câu 18. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

A. 16.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^1 2f(x)dx = 2 \int_0^1 f(x)dx = 2.4 = 8.$

Câu 19. Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{5}$

B. $|z| = 5$

C. $|z| = 2$

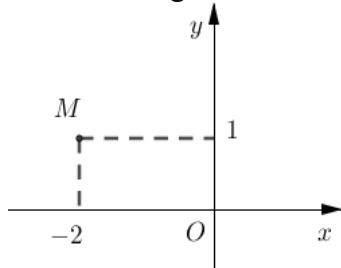
D. $|z| = 3$

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z| = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}.$

Câu 20. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức



A. $z = 1 + 2i$

B. $z = 1 - 2i$

C. $z = 2 + i$

D. $z = -2 + i$

Lời giải

Chọn D

Theo hình vẽ $M(-2;1) \Rightarrow z = -2 + i$

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -2 - 5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z = z_1 - z_2$.

A. $b = -3$

B. $b = 2$

C. $b = -2$

D. $b = 3$

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = z_1 - z_2 = 3 + 2i \Rightarrow b = 2$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là:

A. $(2;1;0).$

B. $(0;0;-1).$

C. $(2;0;0).$

D. $(0;1;0).$

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng:

A. $\sqrt{7}.$

B. 9.

C. 3.

D. $\sqrt{15}.$

Lời giải

Chọn C

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2.(-1).x + 2.0.y - 2.1.z - 7 = 0.$

$$\Rightarrow a = -1, b = 0, c = 1, d = -7.$$

$$\Rightarrow \text{Tâm mặt cầu } I(-1;0;1) \text{ bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 7} = 3.$$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y + z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (3; 1; -1)$

B. $\vec{n}_3 = (4; 3; 1)$

C. $\vec{n}_2 = (4; 1; -1)$

D. $\vec{n}_1 = (4; 3; -1)$

Lời giải

Chọn B

Vector pháp tuyến của mặt phẳng là $(4; 3; 1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0)$ và $B(5; 1; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $2x - y - z + 5 = 0$.

B. $2x - y - z - 5 = 0$.

C. $x + y + 2z - 3 = 0$.

D. $3x + 2y - z - 14 = 0$.

Lời giải

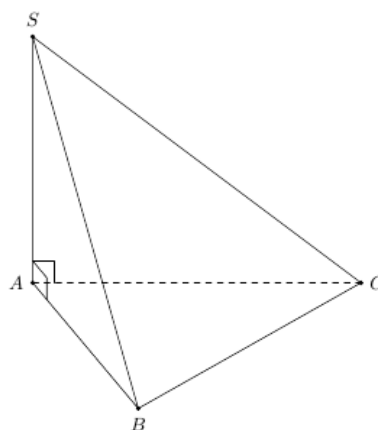
Chọn B

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(3; 2; -1)$, có vector pháp tuyến

$$\vec{n} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = (2; -1; -1) \text{ có phương trình:}$$

$$2(x - 3) - 1(y - 2) - 1(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z - 5 = 0.$$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} SB \cap (ABC) = B \\ SA \perp (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow AB \text{ là hình chiếu của } SB \text{ trên mặt phẳng } (ABC)$$

$$\Rightarrow \widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{SBA}$$

Do tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = (2a)^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow AB = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông SAB vuông tại A , có $SA = AB = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta SAB$ vuông cân tại A

$$\Rightarrow \widehat{SBA} = 45^\circ.$$

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2019} \cdot (2x-2)^{2020} \cdot (2x+2)^{2021}, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$f'(x) = x^{2019} \cdot (2x-2)^{2020} \cdot (2x+2)^{2021} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

BXD:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+

Ta thấy $f'(x) = 0$ tại $x = -1; x = 0; x = 1$ nhưng $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua $x = -1; x = 0$.

Suy ra hàm số đạt cực trị tại $x = -1; x = 0$.

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ là:

A. $\min_{[-4; 4]} f(x) = 0$.

B. $\min_{[-4; 4]} f(x) = -41$.

C. $\min_{[-4; 4]} f(x) = 15$.

D. $\min_{[-4; 4]} f(x) = -50$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-4; 4] \\ x = 3 \in [-4; 4] \end{cases}$$

$$f(-4) = -41; f(-1) = 40; f(3) = 8; f(4) = 15$$

$$\text{Vậy } \min_{[-4; 4]} f(x) = -41.$$

Câu 29. Cho $\log_a b = 2$ với a, b là các số thực dương và a khác 1. Giá trị biểu thức

$$T = \log_{a^2} b^4 + \log_a \sqrt{b}$$

A. $T = 8$.

B. $T = 7$.

C. $T = 5$.

D. $T = 6$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } T = \log_{a^2} b^4 + \log_a \sqrt{b} = 2\log_a b + \frac{1}{2}\log_a b = \frac{5}{2}\log_a b = \frac{5}{2} \cdot 2 = 5$$

Câu 30. Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ của điểm B bằng

A. -2 .

B. -1 .

C. 0 .

D. -5 .

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ và đường thẳng

$$y = 2x - 3 \text{ là: } x^3 + x^2 + 2x - 3 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^3 + x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Vì điểm B có hoành độ âm suy ra hoành độ của điểm B bằng -1 .

Câu 31. Tìm nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 7x) \geq -3$.

A. $0 < x \leq 1$.

B. $-8 \leq x \leq 1$.

C. $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -8 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} -8 \leq x < -7 \\ 0 < x \leq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 7x) \geq -3 \Leftrightarrow 0 < x^2 + 7x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow 0 < x^2 + 7x \leq 8$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x^2 + 7x \\ x^2 + 7x - 8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -7 \vee x > 0 \\ -8 \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8 \leq x < -7 \\ 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

Câu 32. Cho hình tứ diện đều cạnh $2a$, có một đỉnh trùng với đỉnh của nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\frac{4\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

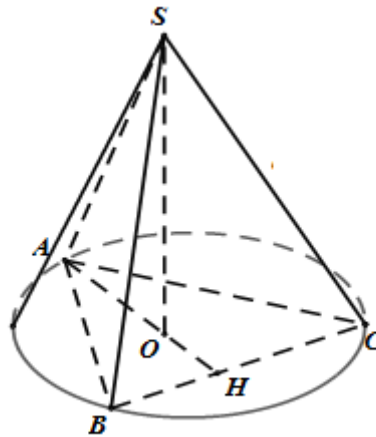
B. $2\pi a^2 \sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{8\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của đáy, ta có $SO \perp (ABC)$.

Gọi H là trung điểm của $BC \Leftrightarrow AH \perp BC$.

$$\text{Xét } \triangle AHB \text{ có } AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có: } R = OA = \frac{2}{3} AH = \frac{2}{3} a\sqrt{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$S_{xq} = \pi.R.l = \pi.AO.SA = \pi.\frac{2a\sqrt{3}}{3}.2a = \frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 33. Cho $I = \int_1^2 4x\sqrt{x^2-1}dx$ và $u = x^2 - 1$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $I = \frac{4}{3}u\sqrt{u}\Big|_0^3$. **B.** $I = 2\int_1^2 \sqrt{u}du$. **C.** $I = \frac{4}{3}\sqrt{27}$. **D.** $I = 2\int_0^3 \sqrt{u}du$.

Lời giải

Chọn B

Đổi biến: $u = x^2 - 1 \Leftrightarrow du = 2xdx$

Đổi cận:

x	1	2
u	0	3

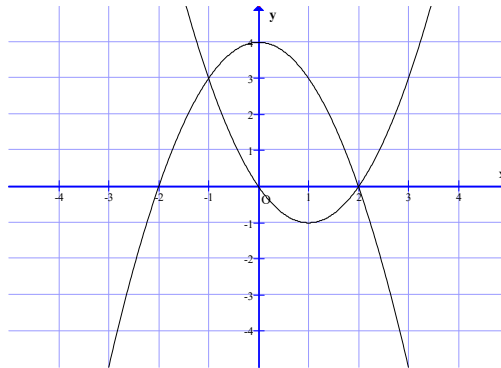
Vậy ta có: $I = \int_1^2 4x\sqrt{x^2-1}dx = 2\int_0^3 \sqrt{u}du = \frac{4}{3}u\sqrt{u}\Big|_0^3 = \frac{4}{3}\sqrt{27}$

Câu 34. Thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 - 2x$; $y = 4 - x^2$ khi nó quay quanh trục hoành là

A. 27π . **B.** 30π . **C.** $\frac{125}{3}\pi$. **D.** $\frac{421}{15}\pi$.

Lời giải

Chọn D



Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x = 4 - x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Gọi V_1 là thể tích của khối tròn xoay sinh bởi đồ thị hàm số $y = 4 - x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$; $x = 2$. Gọi V_2 là thể tích của khối tròn xoay sinh bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$; $x = 0$. Khi đó thể tích của khối tròn xoay cần tìm là

$$V = V_1 - V_2 = \pi \int_{-1}^2 (4 - x^2)^2 dx - \pi \int_{-1}^0 (x^2 - 2x)^2 dx = \frac{153}{5}\pi - \frac{38}{15}\pi = \frac{421}{15}\pi.$$

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để số phức $z = \frac{m+2i}{m-2i}$ có phần thực dương

A. $m > 2$. **B.** $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. **C.** $-2 < m < 2$. **D.** $m < -2$.

Lời giải

Chọn B

$$z = \frac{m+2i}{m-2i} = \frac{(m+2i)(m+2i)}{m^2+4} = \frac{m^2-4}{m^2+4} + \frac{4m}{m^2+4}i.$$

$$\text{Vì } z \text{ có phần thực dương} \Rightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}.$$

Câu 36. Biết z là số phức có phần ảo âm và là nghiệm của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = \frac{z}{z}$.

A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z^2 - 6z + 10 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 3-i \\ z = 3+i \end{cases}. \text{ Vì } z \text{ là số phức có phần ảo âm nên } \Leftrightarrow z = 3-i$$

Suy ra $w = \frac{z}{z} = \frac{3-i}{3+i} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

Tổng phần thực và phần ảo: $\frac{4}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{5}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;3)$. Biết mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách B một khoảng lớn nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là

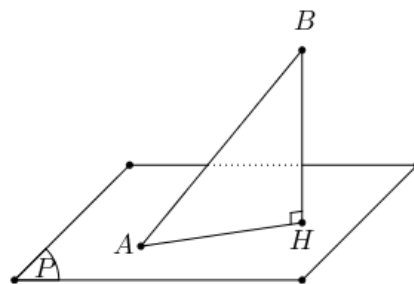
A. $x - 2y + 2z + 5 = 0$.

B. $x - y + 2z + 3 = 0$.

C. $2x - 2y + 4z + 3 = 0$.

D. $2x - y + 2z = 0$.

Lời giải



Chọn B

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (P) .

Ta có $BH \leq BA \Leftrightarrow d(B, (P)) \leq BA$.

Nên $d(B, (P))$ lớn nhất khi và chỉ khi $BH = BA \Leftrightarrow H \equiv A \Leftrightarrow BA \perp (P)$.

Mặt phẳng (P) qua A và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 4)$ có phương trình:

$2x - 2y + 4z + 6 = 0$ hay $(P): x - y + 2z + 3 = 0$.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ xyz , phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ có dạng

A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

B. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

D. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}_p = (1; -2; 1)$. Vì $d \perp (P)$ nên $\vec{n}_p = (1; -2; 1)$ cũng là vecto chỉ phương của đường thẳng d . Suy ra phương trình đường thẳng d thường gặp là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{1}$. So với đáp án không có, nên đường thẳng d theo bài là đường có vecto chỉ phương cùng phương với $\vec{n}_p$ và đi qua điểm $A(1; 2; 1)$. Thay tọa độ điểm $A(1; 2; 1)$ vào 3 đáp án A, B, D thấy đáp án D thỏa mãn.

Câu 39. Trong chương trình giao lưu ca nhạc gồm có 15 ca sĩ ngồi vào 15 ghế theo một hàng ngang. Giả sử người dẫn chương trình chọn ngẫu nhiên 3 ca sĩ trong 15 ca sĩ để giao lưu với khán giả. Xác suất để trong 3 ca sĩ được chọn đó không có 2 ca sĩ ngồi kề nhau

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{13}{35}$.

C. $\frac{22}{35}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$

Gọi A là biến cố “trong 3 ca sĩ được chọn đó không có 2 ca sĩ ngồi kề nhau”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “trong 3 ca sĩ được chọn có ít nhất 2 ca sĩ ngồi kề nhau”

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

TH 1: 3 ca sĩ ngồi kề nhau có 13 cách chọn.

TH 2: có 2 ca sĩ ngồi cạnh nhau

- Hai ca sĩ ngồi cạnh nhau ngồi đầu hàng có 2 cách chọn, với mỗi cách chọn như vậy có 12 cách chọn ca sĩ còn lại vậy có: $2 \cdot 12 = 24$ cách

- Hai ca sĩ ngồi cạnh nhau không ngồi đầu hàng có 12 cách chọn, với mỗi cách chọn như vậy có 11 cách chọn người còn lại vậy có: $11 \cdot 12 = 132$ cách

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = 132 + 24 + 13 = 169 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{\Omega} = \frac{169}{455} \Rightarrow P(A) = \frac{286}{455} = \frac{22}{35}$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi giữa SC và đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của AC , khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng:

A. $a\sqrt{3}$.

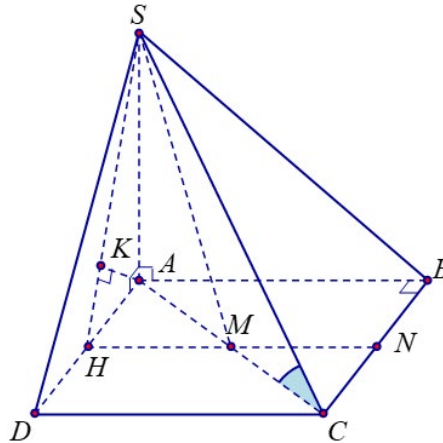
B. $\frac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$.

C. $\frac{5a}{2}$.

D. $5a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm $BC \Rightarrow AB \parallel (SMN) \Rightarrow d(AB, SM) = d(A, (SMN))$.

Dựng $AH \perp MN$ tại H trong (ABC) .

Dựng $AK \perp SH$ tại K trong (SAH) .

$\Rightarrow AK \perp (SMN)$ tại K nên $d(A, (SMN)) = AK \Rightarrow d(AB, SM) = AK$.

$AH = NB = 2a$, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5a$, $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 5a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAH vuông tại A ta có:

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{75a^2} = \frac{79}{300a^2} \Rightarrow AK = \frac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}.$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-4; 4)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + 6x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

A. 5.

B. 2.

C. 6.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + 6x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow 6x^2 - 6mx + 6 \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{x^2 + 1}{x}, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq \min_{(0; +\infty)} \frac{x^2 + 1}{x}$$

Mặt khác, $\frac{x^2 + 1}{x} = x + \frac{1}{x} \geq 2$ với mọi $x \in (0; +\infty)$, dấu bằng xảy ra khi $x = 1$. Do đó,

$$\min_{(0; +\infty)} \frac{x^2 + 1}{x} = 2. \text{ Suy ra } m \leq 2$$

Mà m là số nguyên thuộc khoảng $(-4; 4)$ nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$

Câu 42. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn theo công thức $S = A.e^{\pi t}$ trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Khi đó sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần so với số lượng ban đầu

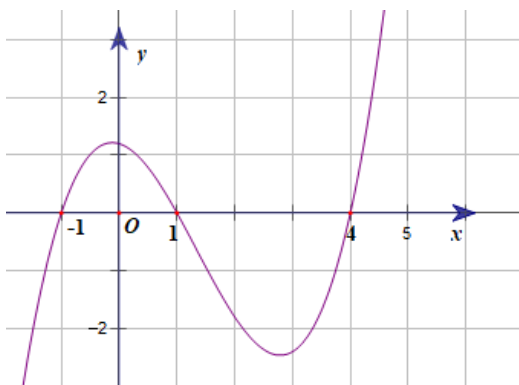
- A. $t = \frac{3}{\log 5}$ (giờ) B. $t = \frac{3 \ln 5}{\ln 10}$ (giờ) C. $t = \frac{5}{\log 3}$ (giờ) D. $t = \frac{5 \ln 3}{\ln 10}$ (giờ)

Lời giải

Chọn C

$$S = A.e^{rt} \Leftrightarrow 300 = 100.e^{r5} \Rightarrow r = \frac{\ln 3}{5}. \text{ Do đó } 1000 = A.e^{rt} \Rightarrow rt = \ln 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{r} = \frac{5}{\log 3}.$$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$, trong đó $m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ như hình vẽ dưới.



Tập nghiệm của phương trình $f(x) = 16m + 8n + 4p + 2q + r$ có tất cả bao nhiêu phần tử.

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1 \vee x = 4$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		1	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+
$f(x)$								

The diagram shows a sign chart for the derivative $f'(x)$ and a corresponding sketch of the function $f(x)$. The x-axis is marked with $-\infty$, -1, 1, 2, 4, and $+\infty$. The sign of $f'(x)$ is positive on $(-\infty, -1)$, zero at $x = -1$, positive on $(-1, 1)$, zero at $x = 1$, negative on $(1, 4)$, zero at $x = 4$, and positive on $(4, +\infty)$. The function $f(x)$ is increasing on $(-\infty, -1)$, has a local maximum at $x = -1$, is decreasing on $(-1, 1)$, has a local minimum at $x = 1$, is increasing on $(1, 4)$, has a local maximum at $x = 4$, and is decreasing on $(4, +\infty)$. The value $f(2)$ is marked at the local minimum.

$$\text{Phương trình } f(x) = 16m + 8n + 4p + 2q + r \Leftrightarrow f(x) = f(2)$$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2} \text{ cm}$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6 \text{ cm}$, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2 . Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. 5 cm .

B. $3\sqrt{2} \text{ cm}$.

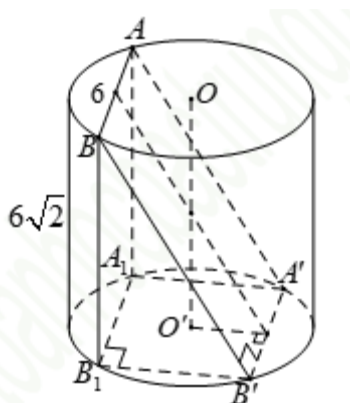
C. 4 cm .

D. $5\sqrt{2} \text{ cm}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi O, O' là tâm các đáy hình trụ (hình vẽ).



Vì $AB = A'B'$ nên $(ABB'A')$ đi qua trung điểm của đoạn OO' và $ABB'A'$ là hình chữ nhật.

$$\text{Ta có } S_{ABB'A'} = AB \cdot AA' \Leftrightarrow 60 = 6 \cdot AA' \Rightarrow AA' = 10 (\text{cm}).$$

Gọi A_1, B_1 lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt đáy chứa A' và B'

$$\Rightarrow A'B'B_1A_1 \text{ là hình chữ nhật có } A'B' = 6 (\text{cm}),$$

$$B_1B' = \sqrt{BB'^2 - BB_1^2} = \sqrt{10^2 - (6\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7} (\text{cm})$$

$$\text{Gọi } R \text{ là bán kính đáy của hình trụ, ta có } 2R = A'B_1 = \sqrt{B_1B'^2 + A'B'^2} = 8 \Rightarrow R = 4 (\text{cm}).$$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, thỏa mãn $f(x) + \tan x \cdot f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x}$.

Biết rằng $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b \ln 3$ trong đó $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của biểu thức $P = a + b$ bằng

A. $\frac{14}{9}$.

B. $-\frac{2}{9}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $-\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn D

$$f(x) + \tan x \cdot f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x} \Leftrightarrow \cos x \cdot f(x) + \sin x \cdot f'(x) = \frac{x}{\cos^2 x}.$$

$$\Leftrightarrow [\sin x \cdot f(x)]' = \frac{x}{\cos^2 x}.$$

$$\text{Do đó } \int [\sin x \cdot f(x)]' dx = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx \Rightarrow \sin x \cdot f(x) = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

$$\text{Tính } I = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x \end{cases}. \text{ Khi đó}$$

$$I = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx = x \tan x - \int \tan x dx = x \tan x + \int \frac{d(\cos x)}{\cos x} dx = x \tan x + \ln |\cos x|.$$

$$\text{Suy ra } f(x) = \frac{x \cdot \tan x + \ln |\cos x|}{\sin x} = \frac{x}{\cos x} + \frac{\ln |\cos x|}{\sin x}.$$

$$a\pi\sqrt{3} + b \ln 3 = \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{2\ln 2}{\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{\pi\sqrt{3}}{9} + 2\ln \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{5\pi\sqrt{3}}{9} - \ln 3. \text{ Suy ra } \begin{cases} a = \frac{5}{9} \\ b = -1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = a + b = -\frac{4}{9}.$$

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + x^2 - 8x + 7$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $\sqrt{f(f(x) - 3) + m} = 2f(x) - 5$ có 6 nghiệm thực phân biệt. Tổng các phần tử của S bằng

A. 25.

B. -66.

C. 105.

D. 91.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = f(x) - 3.$$

$$* t = f(x) - 3 \Leftrightarrow t = 2x^3 + x^2 - 8x + 4 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } g(x) = 2x^3 + x^2 - 8x + 4; g'(x) = 6x^2 + 2x - 8; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -\frac{4}{3} \Rightarrow y = \frac{316}{27} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	1	$+\infty$		
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\frac{316}{27}$	-1	$+\infty$		

Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x)$ và $y = t$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

+ $t < -1$ hoặc $t > \frac{316}{27}$ thì phương trình (1) có 1 nghiệm.

+ $t = -1$ hoặc $t = \frac{316}{27}$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm.

+ $-1 < t < \frac{316}{27}$ thì phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

* Ta có $\sqrt{f(f(x)-3)+m} = 2f(x)-5 \Leftrightarrow \sqrt{f(t)+m} = 2t+1$ (2)

Điều kiện để phương trình (2) có nghiệm $t \geq -\frac{1}{2}$

$$(2) \Leftrightarrow f(t) + m = 4t^2 + 4t + 1 \Leftrightarrow m = 4t^2 + 4t + 1 - f(t) \Leftrightarrow m = -2t^3 + 3t^2 + 12t - 6$$

$$\text{Đặt } h(t) = -2t^3 + 3t^2 + 12t - 6 \quad ; h'(t) = -6t^2 + 6t + 12 \quad ; h(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	$-\frac{1}{2}$	2	$\frac{316}{27}$	
$h'(t)$		$+$	0	$-$
y	-11	14	$-2660,89$	

Số nghiệm của phương trình (2) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = h(t)$ và $y = m$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

+ $m > 14$ thì phương trình (2) vô nghiệm.

+ $m = 14$ hoặc $m < -11$ thì phương trình (2) có 1 nghiệm.

+ $-11 \leq m < 14$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình $\sqrt{f(f(x)-3)+m} = 2f(x)-5$ có 6 nghiệm thực phân biệt khi phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt và phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương $\sqrt{f(f(x)-3)+m} = 2f(x)-5$ có 6 nghiệm thực phân biệt khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $-\frac{1}{2} \leq t < \frac{316}{27}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta được kết quả là $-11 \leq m < 14$. Suy ra $S = \{1; 2; \dots; 13\}$

Tổng các phần tử của $S = 1 + \dots + 11 + 12 + 13 = 91$.

Câu 47. Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

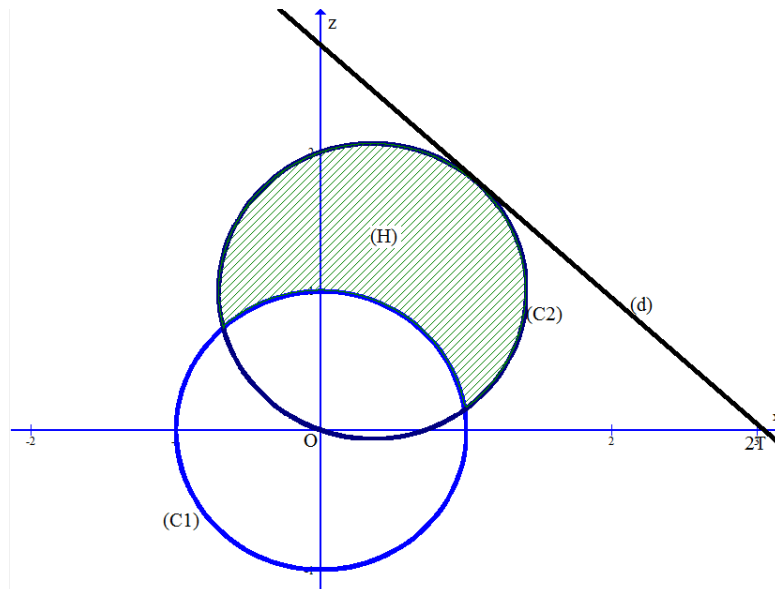
Trường hợp 1: $x^2 + 2y^2 > 1$. Đặt $\sqrt{2}y = z$. Suy ra $\Leftrightarrow x^2 + z^2 > 1$ (1)

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \geq x^2+2y^2 \Leftrightarrow 2x+\frac{z}{\sqrt{2}} \geq x^2+z^2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \leq \frac{9}{8} \quad (2)$$

Tập hợp các điểm $M(x; z)$ là miền (H) bao gồm miền ngoài của hình tròn

$$(C_1): x^2 + z^2 = 1 \text{ và miền trong của hình tròn } (C_2): \left(x-1\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{8}.$$



$$\text{Hệ } \begin{cases} T = 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} \\ (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \leq \frac{9}{8} \text{ có nghiệm khi đường thẳng } d: 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} - T = 0 \text{ có điểm} \\ x^2 + z^2 > 1 \end{cases}$$

chung với miền (H) .

Để T đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng $d: 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} - T = 0$ tiếp xúc với đường tròn (C_2)

$$\Leftrightarrow d(I; d) = \frac{3}{2\sqrt{2}} \text{ với } I\left(1; \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \text{ là tâm của đường tròn } (C_2).$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2 + \frac{1}{4} - T\right|}{\sqrt{4 + \frac{1}{2}}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left|T - \frac{9}{4}\right| = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} T = 0 \text{ (l)} \\ T = \frac{9}{2} \end{cases}$$

Trường hợp 2: $0 < x^2 + 2y^2 < 1$.

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \leq x^2+2y^2 \Leftrightarrow T = 2x+y < 1 \text{ (loại)}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ là $\max T = \frac{9}{2}$.

Câu 48. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^3 + x^2 - m}{x+1}$ trên $[0; 2]$ bằng 5. Tham số m nhận giá trị là

A. -5.

B. 1.

C. -3.

D. -8.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \Rightarrow [0; 2] \subset D$.

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^3 + x^2 - m}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{2x^3 + 4x^2 + 2x + m}{(x+1)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 4x^2 + 2x + m = 0 \Leftrightarrow -(2x^3 + 4x^2 + 2x) = m \text{ (1)}.$$

$$\text{Ta có } y(0) = -m; y(2) = 4 - \frac{m}{3}$$

$$\text{Đặt } g(x) = -(2x^3 + 4x^2 + 2x) \Rightarrow g'(x) = -(6x^2 + 8x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -\frac{1}{3}.$$

Trên $[0; 2]$ ta có bảng biến thiên:

x	0	2
$g'(x)$	-	
$g(x)$	0	-36

Từ bảng biến thiên ta có $g(x) \in [-36; 0], \forall x \in [0; 2]$.

Trường hợp 1: $m > 0 \Rightarrow$ phương trình (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ vô nghiệm.

Dễ thấy $y(0) = -m < y(2) = 4 - \frac{m}{3}$ khi $m > 0$.

Khi đó $\max_{[0;2]} y = y(2) = 4 - \frac{m}{3} = 5 \Leftrightarrow m = -3$ loại do $m > 0$.

Trường hợp 2: $m < -36 \Rightarrow$ phương trình (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ vô nghiệm.

Dễ thấy $y(0) = -m > y(2) = 4 - \frac{m}{3}$ khi $m < -36$.

Khi đó $\max_{[0;2]} y = y(0) = -m = 5 \Leftrightarrow m = -5$ loại do $m < -36$.

Trường hợp 3: $m \in [-36; 0] \Rightarrow$ phương trình $y' = 0$ có nghiệm duy nhất (giả sử $x = x_0$).

Trên $[0; 2]$ ta có bảng biến thiên:

x	0	x_0	2
$g'(x)$	-		
$g(x)$	0	$y(x_0)$	-36

Nhìn vào bảng biến thiên ta có:

$+ x = x_0 : g(x) = m \Leftrightarrow -(2x^3 + 4x^2 + 2x) = m \Leftrightarrow 2x^3 + 4x^2 + 2x + m = 0 \Leftrightarrow y' = 0$.

$+ x \in (0; x_0) : g(x) > m \Leftrightarrow -(2x^3 + 4x^2 + 2x) > m \Leftrightarrow 2x^3 + 4x^2 + 2x + m < 0 \Leftrightarrow y' < 0$.

$+ x \in (x_0; 0) : g(x) < m \Leftrightarrow -(2x^3 + 4x^2 + 2x) < m \Leftrightarrow 2x^3 + 4x^2 + 2x + m > 0 \Leftrightarrow y' > 0$.

Ta có bảng biến thiên sau:

x	0	x_0	2
y'	-	0	+
y	$y(0)$	$y(x_0)$	$y(2)$

Từ bảng biến thiên ta thấy $\max_{[0;2]} y \in \{y(2); y(0)\}$.

Nếu $m \in [-36; -6] \Rightarrow y(0) \geq y(2) \Rightarrow \max_{[0;2]} y = y(0) = -m = 5 \Leftrightarrow m = -5$ (l).

Nếu $m \in [-6; 0] \Rightarrow y(0) \leq y(2) \Rightarrow \max_{[0;2]} y = y(2) = 4 - \frac{m}{3} = 5 \Leftrightarrow m = -3(n)$.

Vậy $m = -3$ thỏa đề.

Cách 2:

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \Rightarrow [0; 2] \subset D$.

Ta có: $y = \frac{x^3 + x^2 - m}{x + 1} = x^2 - \frac{m}{x + 1} \Rightarrow y' = 2x + \frac{m}{(x + 1)^2}$.

Trường hợp 1: $m \geq 0 \Rightarrow y' \geq 0, \forall x \in [0; 2] \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $[0; 2]$.

$\Rightarrow \max_{[0;2]} y = y(2) = 4 - \frac{m}{3} = 5 \Leftrightarrow m = -3$ loại do $m > 0$.

Trường hợp 2: $m < 0$, giả sử $\Rightarrow \max_{[0;2]} y = y(x_0)$ với $x_0 \in (0; 2)$. Do hàm số liên tục trên $[0; 2]$

$\Rightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y(x_0) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2x_0(x_0 + 1)^2 \\ \frac{x_0^3 + x_0^2 - m}{x_0 + 1} = 5 \end{cases}$

$\Rightarrow x_0^3 + x_0^2 + 2x_0(x_0 + 1)^2 = 5(x_0 + 1) \Leftrightarrow x_0 = \frac{-5}{3} \vee x = 1(n) \Rightarrow m = -8$.

Khi đó: $y' = 2x + \frac{-8}{(x + 1)^2} = \frac{2x^3 + 4x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0	1	2
y'	-	0	+
y	8	5	$\frac{20}{3}$

$\Rightarrow m = -8$ không thỏa yêu cầu đề.

Nên không tồn tại $x_0 \in (0; 2)$ để $\max_{[0;2]} y = y(x_0)$.

$\Rightarrow \begin{cases} \max_{[0;2]} y = y(2) \Rightarrow m = -5 \\ \max_{[0;2]} y = y(0) \Rightarrow m = -3 \end{cases}$.

Nếu $m = -5 \Rightarrow y(0) = 5; y(2) = \frac{17}{3} \Rightarrow \max_{[0;2]} y = y(2) = \frac{17}{3} \neq 5 \Rightarrow m = -5(l)$.

Nếu $m = -3 \Rightarrow y(0) = 3; y(2) = 5 \Rightarrow \max_{[0;2]} y = y(2) = 5 \Rightarrow m = -3(n)$.

Vậy $m = -3$ thỏa đề.

Câu 49. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, BC = a\sqrt{3}, AC = 2a$ và góc giữa CB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm tứ diện $CA'B'C'$ và song song với mặt

phẳng (ABC) , lần lượt cắt các cạnh AA', BB', CC' tại E, F, Q . Tỉ số giữa thể tích khối tứ diện $C'EFQ$ và khối lăng trụ đã cho **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

A. 0,08.

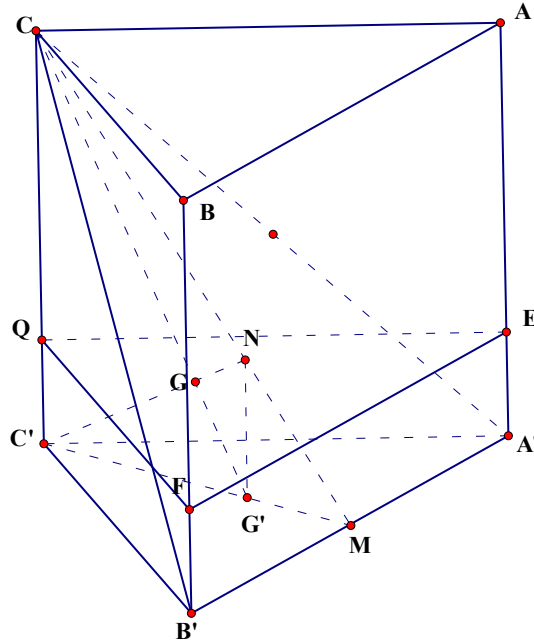
B. 0,05.

C. 0,04.

D. 0,09.

Lời giải

Chọn A



Gọi G là trọng tâm tứ diện $CA'B'C'$; M và N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng $A'B', CM$; G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

Trong tam giác $CC'M$ dựng đường thẳng song song với $C'M$ qua G , cắt CC' tại Q . Qua Q dựng các đường thẳng song song với $C'A'$ và $C'B'$ cắt các đường thẳng AA', BB' lần lượt tại E, F .

$$\text{Ta có: } \frac{V_{C'EFQ}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot S_{\triangle EFQ} \cdot C'Q}{S_{\triangle A'B'C'} \cdot CC'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{C'Q}{CC'} \quad (\text{Do } S_{\triangle EFQ} = S_{\triangle A'B'C'}) \quad (1)$$

$$\text{Lại có: } \begin{cases} (CC'G') \cap (EFQ) = QG \\ (CC'G') \cap (A'B'C') = C'G' \Rightarrow QG \parallel C'G' \text{ . Áp dụng định lý Talet trong không gian,} \\ (A'B'C') \parallel (EFQ) \end{cases}$$

$$\text{ta có: } \frac{CQ}{CC'} = \frac{CG}{CG'} \quad (2)$$

$$\text{Xét } \triangle CC'M, \text{ có: } \frac{MG'}{MC'} = \frac{MN}{MC} = \frac{1}{3} \Rightarrow NG' \parallel CC'.$$

$$\text{Xét hai tam giác đồng dạng } \triangle NGG' \text{ và } \triangle C'GC, \text{ ta có: } \frac{NG'}{CC'} = \frac{GG'}{CG} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{CG}{CG'} = \frac{1}{4}. \quad (3)$$

$$\text{Từ (2),(3)} \Rightarrow \frac{CQ}{CC'} = \frac{CG}{CG'} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{C'Q}{CC'} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Kết hợp (1)} \Rightarrow \frac{V_{C'EFQ}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{12} \approx 0,083.$$

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời điều kiện $3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)}$ và $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Xét bảng sau:

y	$-\infty$	0		1	$+\infty$
y	-	0	+		+
$y-1$	-		-	0	+

Gọi $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8$ (*)

+ TH1. $y < 0$, ta có (*) $\Leftrightarrow -4y + y - 1 + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow -3 \leq y \leq 0$, do đó $-3 \leq y < 0$.

+ TH2. $0 \leq y \leq 1$, (*) $\Leftrightarrow 4y + y - 1 + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow -11 \leq y \leq 0$, do đó $y = 0$.

+ TH3. $y > 1$, (*) $\Leftrightarrow 4y - y + 1 + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow \frac{-9-\sqrt{73}}{2} \leq y \leq \frac{-9+\sqrt{73}}{2}$, do đó loại TH3.

Vậy cả 3 trường hợp cho ta $-3 \leq y \leq 0$, với điều này ta có

$$3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)} \Leftrightarrow 3^{|x^2-2x-3|} = 5^{-(y+3)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{y+3}.$$

Do $3^{|x^2-2x-3|} \geq 1$ và $\left(\frac{1}{5}\right)^{y+3} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^0 = 1$ ($y \geq -3$).

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \vee x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy có 2 cặp nghiệm thỏa mãn.

----- **HẾT** -----

SỞ GDĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT YÊN MÔ B

ĐỀ THI THỬ TN THPT
(Đề gồm 06 trang)

NĂM HỌC 2019 - 2020

MÔN: TOÁN

Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh để thực hiện 2 nhiệm vụ khác nhau

- A. C_{15}^2 . B. A_{15}^2 . C. 15^2 . D. 2^{15} .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 6. B. 12. C. 3. D. -6.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 9$. B. $x = 10$. C. $x = 8$. D. $x = 4$.

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh 3 bằng

- A. 9. B. 6. C. 4. D. 27.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(1-2x)$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 6. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K . Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của $f'(x)$

- A. $F(x) = -f(x)$. B. $F(x) = f(x)$. C. $F(x) = f'(x) + C$. D. $F(x) = xf'(x)$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ có diện tích của một đáy là $S = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 8. B. 5. C. 30. D. 15.

Câu 8. Cho khối trụ có chiều cao $h = 6$ và bán kính $r = 2$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. 24π . B. 8π . C. 12π . D. 4π .

Câu 9. Cho hình nón có bán kính đáy là $r = 2$, độ dài đường sinh là $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 3π . B. 2π . C. 6π . D. 12π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+		-	0	+	
y	$-\infty$		$+\infty$		$\frac{27}{4}$		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{27}{4}; +\infty\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

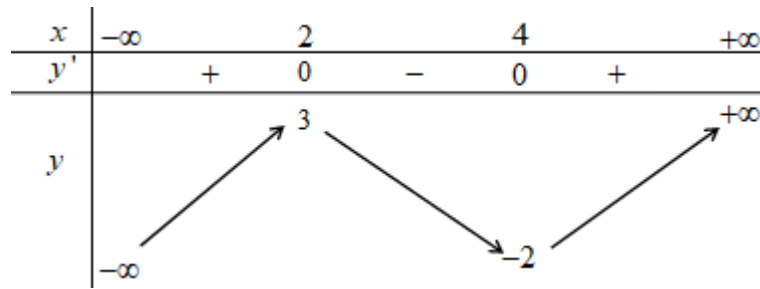
Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^{\sqrt{2}}} 3$ bằng

- A. $\sqrt{2} \log_a 3$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}} \log_a 3$. C. $\sqrt{2} + \log_a 3$. D. $\frac{1}{2} \log_a 3$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình trụ có đường sinh $l = 2$ và bán kính đáy $r = 1$ bằng

- A. 4π . B. 2π . C. $\frac{2\pi}{3}$. D. 8π .

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

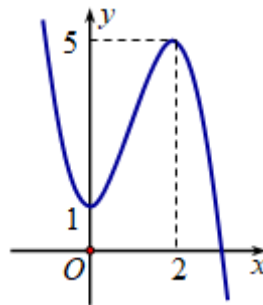
A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = -2$.

D. $x = 4$.

Câu 14. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 2x^2 - 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 15. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là

A. $y = -1$.

B. $y = 2$.

C. $y = -2$.

D. $y = \frac{1}{2}$.

Câu 16. Cho phương trình $4\log_{25} x + \log_x 5 = 3$. Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

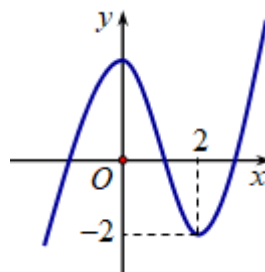
A. $5\sqrt{5}$.

B. $3\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 8.

Câu 17. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 18. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^1 3f(x) dx$ bằng

A. 125.

B. 5.

C. $\frac{5}{3}$.

D. 15.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $\bar{z} = -2 - 3i$.

B. $\bar{z} = 2 + 3i$.

C. $\bar{z} = 3 - 2i$.

D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. -2.

D. 4.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(1; 2)$.

B. $P(-1; 2)$.

C. $N(1; -2)$.

D. $M(-1; -2)$.

Câu 22. Trong không gian $(Oxyz)$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -1; 1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

- A.** $(2; 0; 1)$. **B.** $(2; -1; 0)$. **C.** $(0; -1; 1)$. **D.** $(0; -1; 0)$.

Câu 23. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A.** $(2; 4; -1)$. **B.** $(2; -4; 1)$. **C.** $(2; 4; 1)$. **D.** $(-2; -4; 1)$.

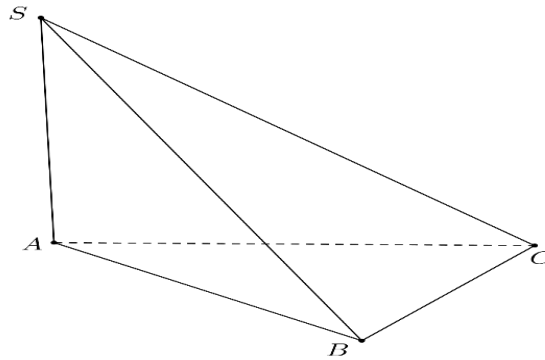
Câu 24. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) .

- A.** $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; -3; 1)$. **C.** $\vec{n}_1 = (2; -3; 0)$. **D.** $\vec{n}_4 = (2; 0; 1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d

- A.** $P(2; 1; -1)$. **B.** $M(-2; -1; 1)$. **C.** $N(2; 3; -1)$. **D.** $M(-2; -3; 1)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình bên). Tang của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



- A.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 2)(x+3)^2(x-1); \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A.** $-\frac{50}{27}$. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 29. Xét các số thực $a; b$ thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 27^b) = \log_{81} 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a + 3b = \frac{1}{4}$. **B.** $a + 3b = 4$. **C.** $3ab = \frac{1}{4}$. **D.** $3ab = 4$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và trục hoành là

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là

- A.** $(1; 5)$. **B.** $(1; 3]$. **C.** $[1; 3]$. **D.** $[3; 5]$.

Câu 32. Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB . Biết $AC = 2\sqrt{3}a$ và góc $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Diện tích toàn phần S_p của hình trụ (T) là

- A. $12\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $24\pi a^2$. D. $16\pi a^2$.

Câu 33. Với cách đổi biến $u = \sqrt{1+3\ln x}$ thì tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}} dx$ trở thành

- A. $\frac{2}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. B. $\frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. C. $2 \int_1^2 (u^2 - 1) du$. D. $\frac{2}{9} \int_1^2 \frac{u^2 - 1}{u} du$.

Câu 34. Diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$ là

- A. $S = \frac{2000}{3}$. B. $S = 2008$. C. $S = \frac{2008}{3}$. D. 2000 .

Câu 35. Phần thực của số phức $z = (1+2i)i$ là

- A. 1 . B. 2 . C. 1 . D. -2 .

Câu 36. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Mô đun của số phức $w = z_1 + 2$ là:

- A. $\sqrt{3}$. B. 3 . C. $\sqrt{2}$. D. $1 + \sqrt{2}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$ là:

- A. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-7}$. B. $d: \frac{x-1}{8} = \frac{y+2}{6} = \frac{z+3}{-14}$.
C. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{-7}$. D. $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+3}{-7}$.

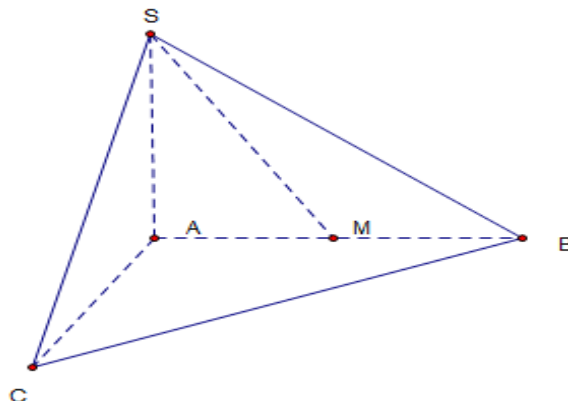
Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M , N là

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 39. Một bình đựng 8 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để có được ít nhất hai viên bi xanh là bao nhiêu?

- A. $\frac{41}{55}$. B. $\frac{14}{55}$. C. $\frac{28}{55}$. D. $\frac{42}{55}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{a}{2}$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng



A. $\frac{\sqrt{6}a}{6}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.

D. $\frac{a}{4}$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng xác định của nó.

A. $m \in (1; 2)$.

B. $m \in [2; +\infty)$.

C. $m \in (2; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; 2)$.

Câu 42. Một người tham gia chương trình bảo hiểm HÀNH TRÌNH HẠNH PHÚC của công ty Bảo Hiểm MANULIFE với thể lệ như sau: Cứ đến tháng 9 hàng năm người đó đóng vào công ty là 12 triệu đồng với lãi suất hàng năm không đổi là 6% / năm. Hỏi sau đúng 18 năm kể từ ngày đóng, người đó thu về được tất cả bao nhiêu tiền? Kết quả làm tròn đến hai chữ số phần thập phân.

A. 403,32 (triệu đồng).

B. 293,32 (triệu đồng).

C. 412,23 (triệu đồng).

D. 393,12 (triệu đồng).

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên $(0; 2)$?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 44. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD . Thể tích khối tròn xoay thu được là:

A. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{7\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. πa^3 .

Câu 45. Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn

$$2x^2 f(x^2) + 2xf(2x) = 2x^4 - 4x - 3, \forall x \in (0; +\infty).$$

Giá trị của $\int_{\frac{1}{4}}^2 f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{49}{32} - 3\ln 2$.

B. $-\frac{49}{32} + 3\ln 2$.

C. $-\frac{5}{8} + \ln 2$.

D. $-\frac{5}{8} - \ln 2$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $3f(2\sin x) + 1 = 0$ là

A. 6.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Câu 47. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

A. $P = 8$.

B. $P = 10$.

C. $P = 4$.

D. $P = 6$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc $[-4; 4]$ sao cho $M \leq 2m$?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 4.

Câu 49. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2020. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD . Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{2020}{9}$.

B. $\frac{4034}{81}$.

C. $\frac{8068}{27}$.

D. $\frac{2020}{27}$.

Câu 50. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a.10^{3z} + b.10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thoả mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z+1$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $\frac{31}{2}$.

B. $\frac{29}{2}$.

C. $-\frac{31}{2}$.

D. $-\frac{25}{2}$.

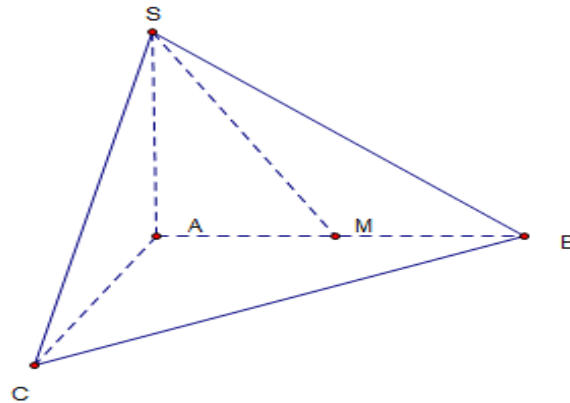
*****Hết*****

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	11	B	21	C	31	B	41	C
2	C	12	A	22	A	32	C	42	B
3	A	13	D	23	D	33	B	43	D
4	D	14	C	24	B	34	C	44	A
5	C	15	B	25	A	35	D	45	A
6	B	16	A	26	B	36	A	46	D
7	D	17	A	27	C	37	A	47	C
8	A	18	D	28	D	38	C	48	B
9	C	19	B	29	A	39	D	49	D
10	D	20	C	30	D	40	B	50	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU TRONG ĐỀ

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{a}{2}$ (minh hoạ như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng



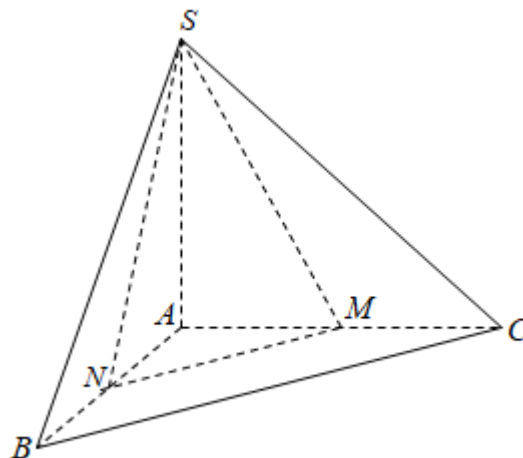
A. $\frac{\sqrt{6}a}{6}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.

D. $\frac{a}{4}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm của AC . Ta có $BC \parallel (SMN)$.

Do đó $d(SM; BC) = d(BC; (SMN)) = d(B; (SMN)) = d(A; (SMN))$

Mà $AM; AN; AS$ đôi một vuông góc, nên ta có $\frac{1}{[d(A; (SMN))]^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{9}{a^2}$

Vậy $d(SM; BC) = \frac{a}{3}$ (Đơn vị độ dài)

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng xác định của nó.

A. $m \in (1; 2)$.

B. $m \in [2; +\infty)$.

C. $m \in (2; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; 2)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = \frac{m-2}{(x-1)^2}$$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $y' > 0; \forall x \in D \Leftrightarrow m \in (2; +\infty)$.

Câu 42. Một người tham gia chương trình bảo hiểm HÀNH TRÌNH HẠNH PHÚC của công ty Bảo Hiểm MANULIFE với thể lệ như sau: Cứ đến tháng 9 hàng năm người đó đóng vào công ty là 12 triệu đồng với lãi suất hàng năm không đổi là 6% / năm. Hỏi sau đúng 18 năm kể từ ngày đóng, người đó thu về được tất cả bao nhiêu tiền? Kết quả làm tròn đến hai chữ số phần thập phân.

A. 403,32 (triệu đồng).

B. 293,32 (triệu đồng).

C. 412,23 (triệu đồng).

D. 393,12 (triệu đồng).

Lời giải

Gọi số tiền đóng hàng năm là $A = 12$ (triệu đồng), lãi suất là $r = 6\% = 0,06$.

Sau 1 năm, nếu người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là $A_1 = A(1+r)$. (nhưng người đó không rút mà lại đóng thêm A triệu đồng nữa, nên số tiền gốc để tính lãi năm sau là $A_1 + A$).

Sau 2 năm, nếu người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là:

$$A_2 = (A_1 + A)(1+r) = [A(1+r) + A](1+r) = A(1+r)^2 + A(1+r).$$

Sau 3 năm, nếu người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là:

$$A_3 = (A_2 + A)(1+r) = [A(1+r)^2 + A(1+r) + A](1+r) = A(1+r)^3 + A(1+r)^2 + A(1+r).$$

...

Sau 18 năm, người đó đi rút tiền thì sẽ nhận được số tiền là:

$$A_{18} = A(1+r)^{18} + A(1+r)^{17} + \dots + A(1+r)^2 + A(1+r).$$

$$\text{Tính: } A_{18} = A[(1+r)^{18} + (1+r)^{17} + \dots + (1+r)^2 + (1+r) + 1 - 1].$$

$$\Rightarrow A_{18} = A \left[\frac{(1+r)^{19} - 1}{(1+r) - 1} - 1 \right] = A \left[\frac{(1+r)^{19} - 1}{r} - 1 \right] = 12 \left[\frac{(1+0,06)^{19} - 1}{0,06} - 1 \right] \approx 393,12.$$

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên $(0; 2)$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2).$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in (0; 2) \text{ và dấu "}" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên khoảng } (0; 2).$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2) \geq 0, \forall x \in (0; 2)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq m^2 - 3m + 2 (*) \forall x \in (0; 2)$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = 3x^2 + 6x, x \in (0; 2).$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 6x + 6 > 0, \forall x \in (0; 2).$$

Bảng biến thiên:

x	0	2
$g'(x)$		+
$g(x)$	0	24

Nhìn bảng biến thiên suy ra điều kiện để (*) xảy ra là: $m^2 - 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

Câu 44. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD . Thể tích khối tròn xoay thu được là:

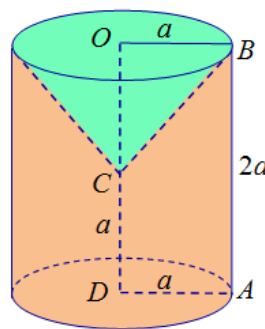
A. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{7\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. πa^3 .

Lời giải



Gọi (T) là khối trụ có đường cao là $2a$, bán kính đường tròn đáy là a và (N) là khối nón có đường cao là a , bán kính đường tròn đáy là a .

Ta có:

Thể tích khối trụ (T) là: $V_1 = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi \cdot a^3$.

Thể tích khối nón (N) là: $V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot a^2 \cdot a = \frac{\pi \cdot a^3}{3}$.

Thể tích khối tròn xoay thu được là: $V = V_1 - V_2 = 2\pi \cdot a^3 - \frac{\pi \cdot a^3}{3} = \frac{5\pi a^3}{3}$.

Câu 45. Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn

$2x^2 f(x^2) + 2xf(2x) = 2x^4 - 4x - 3, \forall x \in (0; +\infty)$. Giá trị của $\int_{\frac{1}{4}}^2 f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{49}{32} - 3 \ln 2$.

B. $-\frac{49}{32} + 3 \ln 2$.

C. $-\frac{5}{8} + \ln 2$.

D. $-\frac{5}{8} - \ln 2$.

Lời giải

Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $2x^2 f(x^2) + 2xf(2x) = 2x^4 - 4x - 3, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Rightarrow 2xf(x^2) + 2f(2x) = 2x^3 - 4 - \frac{3}{x}, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Rightarrow \int [2xf(x^2) + 2f(2x)] dx = \int \left(2x^3 - 4 - \frac{3}{x} \right) dx$$

$$\Rightarrow F(x^2) + F(2x) = \frac{x^4}{2} - 4x - 3 \ln x + C.$$

Cho $x = \frac{1}{2}$ ta được $F\left(\frac{1}{4}\right) + F(1) = -\frac{63}{32} + 3\ln 2 + C$.

Cho $x = 1$ ta được $F(1) + F(2) = -\frac{7}{2} + C$.

Do đó, $\int_{\frac{1}{4}}^2 f(x) dx = F(2) - F\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{7}{2} + \frac{63}{32} - 3\ln 2 = -\frac{49}{32} - 3\ln 2$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $3f(2\sin x) + 1 = 0$ là

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $t = 2\sin x$. Vì $x \in [-\pi; \pi]$ nên $t \in [-2; 2]$. Suy ra $3f(t) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(t) = -\frac{1}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(t) = -\frac{1}{3}$ có 2 nghiệm $t_1 \in (-2; 0)$ và $t_2 \in (0; 2)$

Suy ra: $\sin x = \frac{t_1}{2} \in (-1; 0)$ và $\sin x = \frac{t_2}{2} \in (0; 1)$.

Với $\sin x = \frac{t_1}{2} \in (-1; 0)$ thì phương trình có 2 nghiệm $-\pi < x_1 < x_2 < 0$.

Với $\sin x = \frac{t_2}{2} \in (0; 1)$ thì phương trình có 2 nghiệm $0 < x_3 < x_4 < \pi$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$

Câu 47. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

A. $P = 8$.

B. $P = 10$

C. $P = 4$.

D. $P = 6$.

Lời giải

$$2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1).$$

$$\Leftrightarrow 2(y^3 - 3y^2 + 3y - 1) + (y - 1) = 2(1 - x)\sqrt{1-x} + 3\sqrt{1-x} - 2\sqrt{1-x}.$$

$$\Leftrightarrow 2(y - 1)^3 + (y - 1) = 2(\sqrt{1-x})^3 + \sqrt{1-x} \quad (1).$$

+ Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + t$ trên $[0; +\infty)$.

Ta có: $f'(t) = 6t^2 + 1 > 0$ với $\forall t \geq 0 \Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $[0; +\infty)$.

$$\text{Vậy } (1) \Leftrightarrow y - 1 = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow y = 1 + \sqrt{1-x}.$$

$$\Rightarrow P = x + 2y = x + 2 + 2\sqrt{1-x} \text{ với } (x \leq 1).$$

+ Xét hàm số $g(x) = 2 + x + 2\sqrt{1-x}$ trên $(-\infty; 1]$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{1-x} - 1}{\sqrt{1-x}}. \quad g'(x) = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên $g(x)$:

x	$-\infty$	0	1
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$		4	

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ suy ra giá trị lớn nhất của P là: $\max_{(-\infty;1]} g(x) = 4$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc $[-4; 4]$ sao cho $M \leq 2m$?

A. 7.

B. 5.

C. 6

D. 4.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 4x^3 + 4x^2 + a$ trên $[0; 2]$.

$$g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}; \quad g(0) = a, \quad g(1) = a + 1, \quad g(2) = a.$$

Suy ra: $a \leq g(x) \leq a + 1$.

TH1: $0 \leq a \leq 4 \Rightarrow a + 1 \geq a > 0 \Rightarrow M = \max_{[0;2]} f(x) = a + 1; m = \min_{[0;2]} f(x) = a$.

Suy ra: $\begin{cases} 0 \leq a \leq 4 \\ a + 1 \leq 2a \end{cases} \Rightarrow 1 \leq a \leq 4$. Do đó: có 4 giá trị của a thỏa mãn.

TH2: $-4 \leq a \leq -1 \Rightarrow a \leq a + 1 \leq -1 \Rightarrow |a + 1| \leq |a|$

$\Rightarrow M = \max_{[0;2]} f(x) = |a| = -a; m = \min_{[0;2]} f(x) = |a + 1| = -a - 1$.

Suy ra: $\begin{cases} -4 \leq a \leq -1 \\ -a \leq -2a - 2 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq a \leq -2$. Do đó: có 3 giá trị của a thỏa mãn.

Vậy có tất cả 7 giá trị thỏa mãn.

Câu 49. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2020. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD . Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

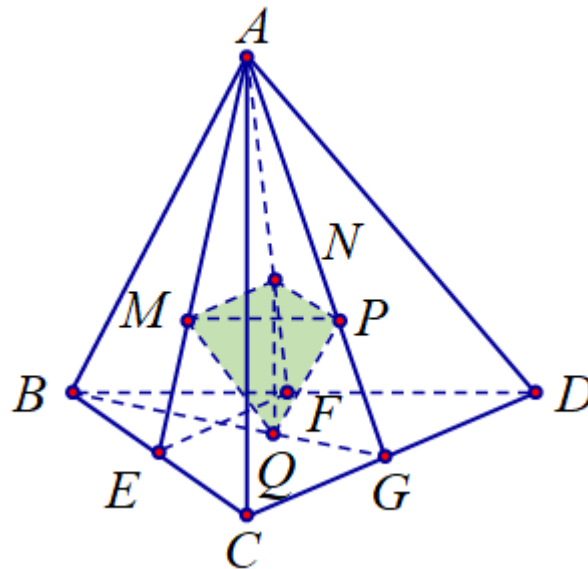
A. $\frac{2020}{9}$.

B. $\frac{4034}{81}$.

C. $\frac{8068}{27}$.

D. $\frac{2020}{27}$.

Lời giải



$$\frac{V_{AEFG}}{V_{ABCD}} = \frac{S_{EFG}}{S_{BCD}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{AEFG} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$$

(Do E, F, G lần lượt là trung điểm của BC, BD, CD).

$$\frac{V_{AMNP}}{V_{AEFG}} = \frac{SM}{SE} \cdot \frac{SN}{SE} \cdot \frac{SP}{SG} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{8}{27} V_{AEFG} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{2}{27} V_{ABCD}$$

Do mặt phẳng $(MNP) \parallel (BCD)$ nên $\frac{V_{QMNP}}{V_{AMNP}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow V_{QMNP} = \frac{1}{2} V_{AMNP}$

$$V_{QMNP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{27} V_{ABCD} = \frac{1}{27} V_{ABCD} = \frac{2017}{27}.$$

Câu 50. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z+1$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $\frac{31}{2}$.

B. $\frac{29}{2}$.

C. $-\frac{31}{2}$.

D. $-\frac{25}{2}$.

Lời giải

Đặt $t = 10^z$. Khi đó $x^3 + y^3 = a \cdot t^3 + b \cdot t^2$.

Ta có
$$\begin{cases} \log(x+y) = z \\ \log(x^2 + y^2) = z+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 10^z = t \\ x^2 + y^2 = 10 \cdot 10^z = 10t \end{cases} \Rightarrow xy = \frac{t^2 - 10t}{2}.$$

Khi đó $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = t^3 - \frac{3t(t^2 - 10t)}{2} = -\frac{1}{2}t^3 + 15t^2.$

Suy ra $a = -\frac{1}{2}, b = 15.$

Vậy $a+b = \frac{29}{2}.$

----- HẾT -----