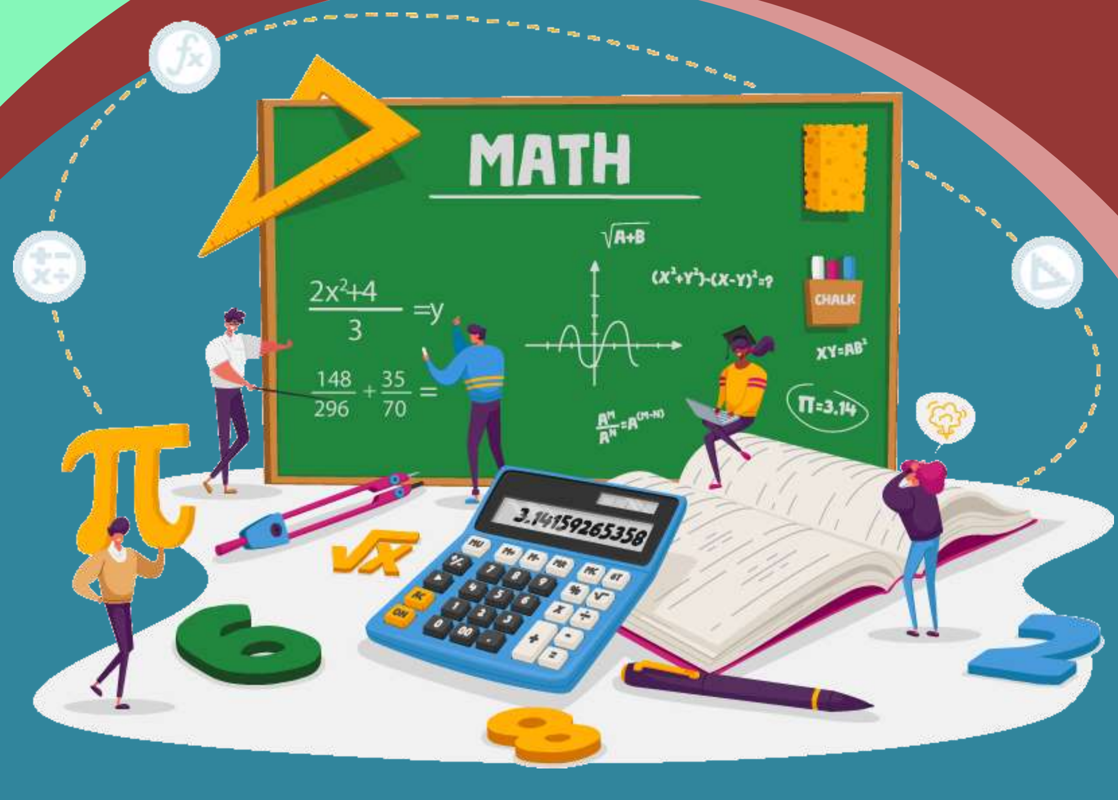
LÊ BÁ BẢO
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 12

KHẢO SÁT HÀM SỐ

ĐƯỜNG TIỆM CẬN

- LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

Chuyên đề: KHẢO SÁT HÀM SỐ

Chủ đề 4: Đ□ỜNG TIỆM CẬN

Môn: TOÁN 12 _GIẢI TÍCH

I- LÝ THUYẾT

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a;+\infty)$, $(-\infty;b)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$).

1. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ***ít nhất một*** *trong các điều kiện* sau được thoả mãn:

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x) = +\infty \quad (1) \qquad \lim_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty \quad (2)$$
$$\lim_{x\to x_0^-} f(x) = +\infty \quad (3) \qquad \lim_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty \quad (4)$$

Nhận xét: Đối với hàm phân thức $y = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ thì tiệm cận đứng $x = x_0$ thì x_0 *thường là nghiệm* của phương trình $v(x) = 0$.

2. Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường tiệm cận ngang** (hay **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ***ít nhất một*** *trong các điều kiện* sau được thoả mãn:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = y_0 \quad (5) \qquad \lim_{x\to-\infty} f(x) = y_0 \quad (6)$$

Nhận xét: Thông thường khi xác định các đường tiệm cận của hàm số, ta nên ***tính tất cả các giới hạn ở trên.***

Một số kết quả cần lưu ý:

Kết quả 1: *Đồ thị hàm số* $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}, (ad - bc \neq 0, c \neq 0)$ *có tiệm cận đứng* $x = -\dfrac{d}{c}$; *tiệm cận ngang* $y = \dfrac{a}{c}$ *thì* $I\left(-\dfrac{d}{c}; \dfrac{a}{c}\right)$ ***là tâm đối xứng*** *của đồ thị hàm số.*

Kết quả 2: *Không tồn tại tiếp tuyến của đồ thị hàm số* $(H): y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ *qua tâm đối xứng của đồ thị* (H).

Kết quả 3: *Đồ thị hàm số* $(H): y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ *có tiệm cận đứng* Δ_1; *tiệm cận ngang* Δ_2 *thì với điểm* M *bất kì thuộc* (H) *ta có:*

+) $\boxed{T = d(M;\Delta_1).d(M;\Delta_2) = \dfrac{|ad-bc|}{c^2}}$ +) $\boxed{T = d(M;\Delta_1) + d(M;\Delta_2) \geq 2\sqrt{\dfrac{|ad-bc|}{c^2}}}$

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tìm các đường tiệm cận của các đồ thị hàm số sau:

1) $y = \dfrac{x}{2-x}$ 2) $y = \dfrac{-x+7}{x+1}$ 3) $y = \dfrac{4x-5}{x-2}$ 4) $y = \dfrac{7}{x} - 1$

5) $y = \dfrac{2+x}{16-x^2}$ 6) $y = \dfrac{x^2+x+1}{3-2x-5x^2}$ 7) $y = \dfrac{x^2-3x+2}{x+1}$ 8) $y = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

9) $y=\dfrac{x^2-12x+27}{x^2-4x+5}$ 10) $y=\dfrac{x^2-x-2}{(x-1)^2}$ 11) $y=\dfrac{x^2+3x}{x^2-4}$ 12) $y=\dfrac{2-x}{x^2-4x+3}$

13) $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}$ 14) $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x-1}$ 15) $y=\dfrac{x-1}{|x|-1}$ 16) $y=\dfrac{x^2-4x}{|x|-4}$.

Bài tập 2: Tuỳ theo m, tìm các đường tiệm cận của các đồ thị hàm số sau:

1) $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ 2) $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$ 3) $y=\dfrac{x-1}{x^2-4x+m}$.

Bài tập 3: Tìm m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-2x+m}$ có 3 đường tiệm cận.

Bài tập 4: Tìm m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-6x-m}$ có 2 đường tiệm cận.

Bài tập 5: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ (C). Tìm điểm $M\in(C)$ sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của (C).

Bài tập 6: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ (C).

a) CMR: Tích các khoảng cách từ một điểm M bất kì trên (C) đến hai tiệm cận của (C) là một hằng số không phụ thuộc vị trí của điểm M.

b) Tìm điểm M trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ M tới hai tiệm cận của (C) là nhỏ nhất.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1: CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số nhận $y=1$ và $y=-1$ là tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số nhận $x=1$ và $x=-1$ là tiệm cận ngang. .

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 2: Nếu hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn điều kiện $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=2019$ thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

A. $y=2019$. **B.** $x=2019$. **C.** $y=-2019$. **D.** $x=-2019$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-2$, $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

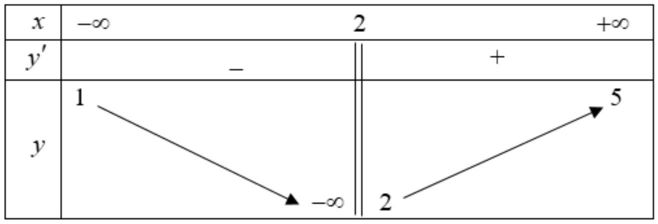
A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang phân biệt.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $x=2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

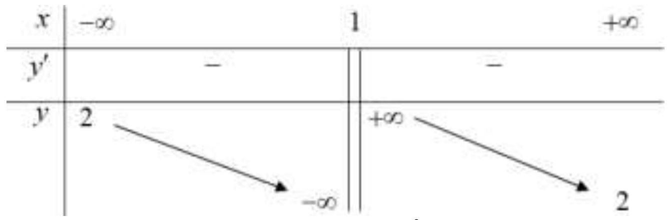
Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

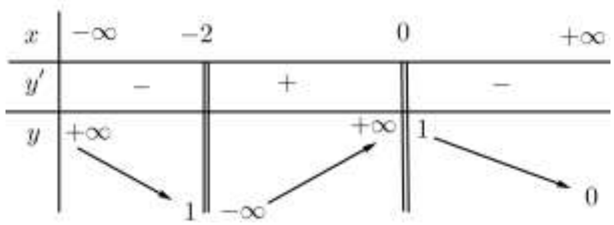
Câu 6: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

A. $x=2.$ **B.** $y=2.$ **C.** $x=1.$ **D.** $y=1.$

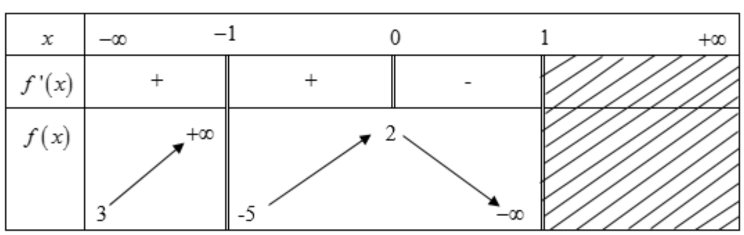
Câu 7: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

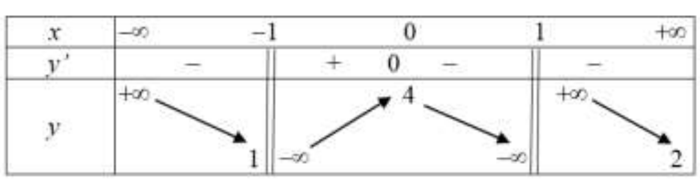
Câu 8: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:



Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

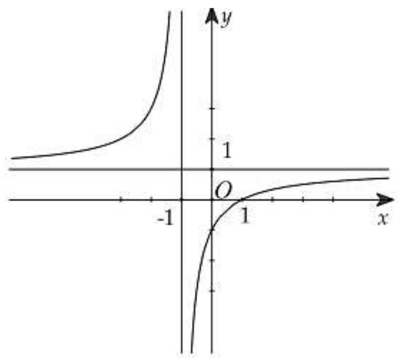
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	5

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 11: Đồ thị như hình vẽ là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\left(-\infty;2\right)$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		2
y'		$+$	0	$-$	‖
y	5	↗	3	↘	0

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=2$.

C. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận là $y=5$ và $x=2$.

D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận ngang $y=5$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	‖	$+$	0	$+$	
y	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-2

Khẳng định nào sau đây đúng?

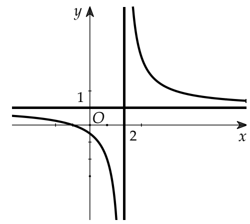
A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x=-1$; $x=0$ và $x=1$.

C. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận ngang là $y=-1$ và $y=1$.

D. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x=-1$ và $x=1$.

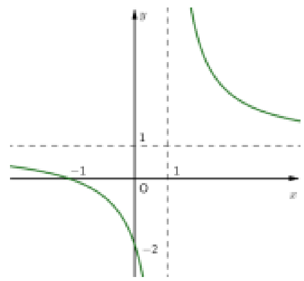
Câu 14: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, với $a,\ b,\ c,\ d$ là các số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $y'<0,\ \forall x\neq 1$. **B.** $y'<0,\ \forall x\neq 2$.

C. $y'>0,\ \forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\ \forall x\neq 2$.

Câu 15: Đồ thị như hình vẽ là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Câu 16: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2 ↗		$+\infty$ || $-\infty$		↗ 2

A. $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$.

Câu 17: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2 ↘		$-\infty$ || $+\infty$		↘ 2

A. $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	1	$\nearrow$	2 || -3	$\nearrow$	1

Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 19: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Câu 20: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Câu 21: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Câu 22: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x-2}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $y=2$.

Câu 23: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^2$. **D.** $y=\dfrac{\sin x}{x-1}$.

Câu 24: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2}{x+3}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$.

Câu 25: Đồ thị hàm số nào sau đây có nhiều đường tiệm cận nhất?

A. $y=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x+5}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x^2-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x^2-4}$.

Câu 26: Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có nhiều tiệm cận nhất?

A. $y=\dfrac{2x^2+x+1}{x^2-1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $y=\dfrac{1}{3\sin^2 x+\cos^2 x}$. **D.** $y=x^2+x+1$.

Câu 27: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có tọa độ là

A. $(1;-2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(2;1)$.

Câu 28: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{x-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 29: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$.

Câu 30: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng nào dưới đây?

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=\dfrac{1}{4}$. **D.** $x=\dfrac{1}{4}$.

Câu 31: Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{1+x}{1-2x}$.

Câu 32: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x=-2, y=-3$. **B.** $x=-2, y=3$. **C.** $x=-2, y=1$. **D.** $x=2, y=1$.

Câu 33: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 34: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ nằm bên phải trục tung là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 35: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 36: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 37: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 38: Tổng số các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.**3.

Câu 39: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 40: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 41: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 42: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 43: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{|x|-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 45: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{1+|x|}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 46: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x^2-2|x|-3}$ có tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 47: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 2 .

Câu 48: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang ?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 49: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$ và $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$ và $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 50: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 51: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{4-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 52: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 53: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 54: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}+1}{2019}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+2018}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+12}$.

Câu 55: Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 56: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2+8x+15}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 57: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 58: Số tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^3-1}}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 59: Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2\sqrt{x^2-1}+1}{x}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 60: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x-2}$ có số đường tiệm cận đứng là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

DẠNG 3: BÀI TOÁN THAM SỐ

Câu 61: Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{mx+3}{2x-2020}$ đi qua điểm $M(1;2)$?

A. $m=-2$. **B.** $m=4$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-4$.

Câu 62: Giá trị m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2m-1}{x+m}$ đi qua điểm $M(3;1)$ là

A. $m=-3$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 63: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 64: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+m}$ có ba đường tiệm cận là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;0)\setminus\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 65: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2mx+m}$ có ba đường tiệm cận là

A. $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.

C. $(-\infty;0)\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.

Câu 66: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=-1$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 67: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

A. $m=-1$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Câu 68: Biết rằng đồ thị của hàm số $y=\dfrac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (m,n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

A. 0. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 69: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+m}\left(m\neq -1\right)$ có đồ thị là $\left(C\right)$. Tìm m để đồ thị $\left(C\right)$ nhận điểm $I\left(2;1\right)$ làm tâm đối xứng.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Câu 70: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-m}$ có tiệm cận đứng là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 71: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{x^3-m}$ có tiệm cận đứng là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 72: Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 73: Có bao nhiêu số nguyên $m\in\left(-2021;2021\right)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-m}}{x-2}$ có tiệm cận đứng?

A. 2019. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 2021.

Câu 74: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-2017;2017\right]$ để hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng?

A. 2021. **B.** 2018. **C.** 2019. **D.** 2020.

Câu 75: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-3}{x^2-2mx+1}$ **không** có tiệm cận đứng.

A. $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$. **B.** $-1<m<1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 76: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^3-3x^2-m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-4 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\geq 0 \\ m\leq -4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m\leq -4 \end{array}\right.$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Câu 77: Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+4x-3}}{x^2-mx+2}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 78: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $\left[-1000;1000\right]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2+2x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 909. **B.** 908. **C.** 907. **D.** 906.

Câu 79: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021;2021]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2019.

Câu 80: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 81: Tìm a, b để đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ nhận $x=1$ là tiệm cận đứng và $y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

A. $a=-1$; $b=2$. **B.** $a=4$; $b=4$. **C.** $a=1$; $b=2$. **D.** $a=-1$; $b=-2$.

Câu 82: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. $0<m<1$. **B.** $m<0$. **C.** $m>0$. **D.** $m=0$.

Câu 83: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2-8x+2}}$ có đúng bốn đường tiệm cận?

A. 8. **B.** 6. **C.** 7. **D.** Vô số.

Câu 84: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 85: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+2m}{(x-1)(x+m)}$. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 86: Với giá trị nào của hàm số m để đồ thị hàm số $y=x-\sqrt{mx^2-3x+7}$ có tiệm cận ngang?

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** $m=0$.

Câu 87: Có bao nhiêu giá trị nguyên của hàm số thực m thuộc đoạn $[-2017;2017]$ để hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng?

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2018. **D.** 2020.

Câu 88: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

A. $-1 \le m < 0$. **B.** $-1 \le m \le 0$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>0$.

Câu 89: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x(x-m)}-1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 11. **C.** 0. **D.** 10.

Câu 90: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-2019;2019)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{4036x+2}{\sqrt{mx^2+3}}$ có hai đường tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 2018. **C.** 4036. **D.** 25.

Câu 91: Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+mx+4}$ có hai đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 92: Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}+ax+b}{(x-2)^2}$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị hàm số (C) không có tiệm cận đứng. Tính giá trị $T=2a-b$.

A. $-\dfrac{7}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 93: Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6;6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 8. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 11.

Câu 94: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

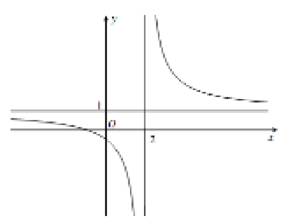
A. 2007. **B.** 2010. **C.** 2009. **D.** 2008.

Câu 95: Số giá trị nguyên của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2-2x+m}$ có đúng ba đường tiệm cận.

A. 5. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

DẠNG 4: TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM ẨN

Câu 96: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2},(a;b\in\mathbb{R})$, có đồ thị như hình vẽ sau:



Tính $T=a+b$.

A. $T=2$. **B.** $T=0$. **C.** $T=-1$. **D.** $T=3$.

Câu 97: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

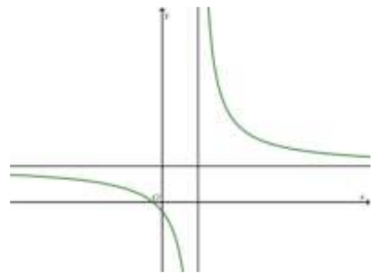
Câu 98: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d};\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$	$+$	
$f(x)$	-2	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	-2

Khẳng định nào dưới đây đúng?

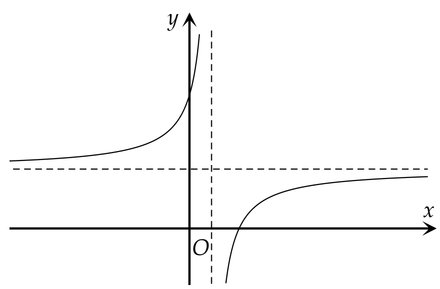
A. $ac>0,ab>0$. **B.** $ad<0;bc>0$. **C.** $cd<0;bd>0$. **D.** $ab>0;cd>0$.

Câu 99: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $ab>0,ad<0.$ **B.** $ab<0,ad>0.$ **C.** $bd>0,ad<0.$ **D.** $ab>0,ad>0.$

Câu 100: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $bc>0.$ **B.** $ad<0.$ **C.** $bd>0.$ **D.** $ab<0.$

Câu 101: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax+3}{bx+c},\left(b\in\mathbb{Z}\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	
$f(x)$	-2	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	-2

Tính tổng $S=a+b+c$.

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 102: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax-5}{x+b}\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$			2			$+\infty$
$f'(x)$		$+$		||		$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$	||	$-\infty$	$\nearrow$	1

Biểu thức a^2+b^2 có giá trị bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 103: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax-b}{cx+b+1}\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$			2			$+\infty$
$f'(x)$		$+$		||		$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$	||	$-\infty$	$\nearrow$	1

Biết tập hợp tất cả các giá trị b thoả mãn là khoảng $(m;n)$. Tính tổng $S=m+2n$.

A. $S=\dfrac{5}{2}$. **B.** $S=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=-2$.

Câu 104: Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	||	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	0

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 105: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;\,0\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	||	$+$	0	$-$	
y	-2	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0

Gọi m và n lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)-2}$, tính $S=m+n$.

A. $S=3$. **B.** $S=4$. **C.** $S=6$. **D.** $S=5$.

Câu 106: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{1;\,2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	‖	$-$	
y	5	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

Gọi m và n lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{1}{f(x)-3}$, tính $S = m + n$.

A. $S = 3$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 5$. **D.** $S = 6$.

Câu 107: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ 2	↘	$-\infty$ ‖ 1	↘	-1	↗	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2}{3f(x)-2}$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 108: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2018}{f(x)}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 109: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	1	↘	-3	↗	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

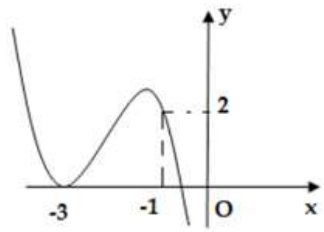
Câu 110: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f\left(x^3 + x\right) + 3}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

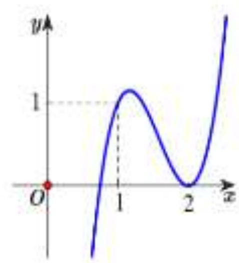
Câu 111: Cho hàm số $f\left(x\right) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ \left(a, b, c, d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số $g\left(x\right) = \dfrac{\left(x^2 + 4x + 3\right)\sqrt{x^2 + x}}{x\left[\left(f\left(x\right)\right)^2 - 2f\left(x\right)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

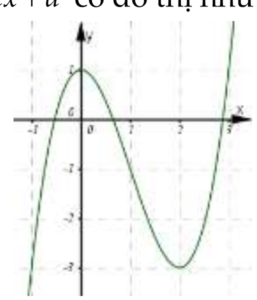
Câu 112: Cho hàm số bậc ba $f\left(x\right) = ax^3 + bx^2 + cx + d, \left(a, b, c, d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Đồ thị hàm số $g\left(x\right) = \dfrac{\left(x^2 - 3x + 2\right)\sqrt{x - 1}}{(x+1)\left[f^2\left(x\right) - f\left(x\right)\right]}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

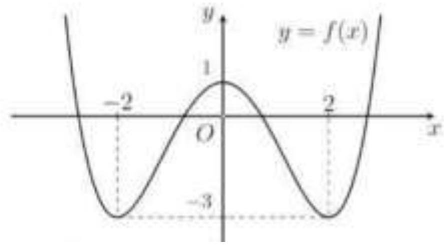
Câu 113: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Hỏi đồ thị hàm số $y = \dfrac{(x^2 - 2x)\sqrt{2 - x}}{(x-3)[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 114: Cho hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hỏi đồ thị của hàm số $y = \dfrac{(x^2-4)(x^2+2x)}{\left[f(x)\right]^2 + 2f(x) - 3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

DẠNG 5: CÁC BÀI TOÁN KHÁC

Câu 115: Hình phẳng được giới hạn bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x+1}$ và hai trục tọa độ có diện tích bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 116: Cho M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-2}$, sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là nhỏ nhất. Tọa độ điểm M là

A. $(4;3)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;-3)$. **D.** $(3;5)$.

Câu 117: Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và A là điểm thuộc (C). Tính giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ A đến các đường tiệm cận của (C).

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 118: Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 7.

Câu 119: Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C). Xét tam giác IAB là tam giác cân tại I và có hai đỉnh $A(x_A;y_A); B(x_B;y_B)$ thuộc đồ thị (C) sao cho $y_A - y_B = 2(x_A - x_B)$. Đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. 3. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 6.

Câu 120: Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận, $M(x_0, y_0)$, $(x_0 > 0)$ là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B thỏa mãn $AI^2 + IB^2 = 40$. Tính tích $x_0 y_0$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

III. LỜI GIẢI CHI TIẾT

DẠNG 1: CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số nhận $y=1$ và $y=-1$ là tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số nhận $x=1$ và $x=-1$ là tiệm cận ngang. .

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 2: Nếu hàm số $y=f\left(x\right)$ thỏa mãn điều kiện $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=2019$ thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

A. $y=2019$. **B.** $x=2019$. **C.** $y=-2019$. **D.** $x=-2019$.

Lời giải:

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=2019$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2019$.

Câu 3: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$ và có $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-2,\ \lim\limits_{x\to1^+}f\left(x\right)=+\infty,$ $\lim\limits_{x\to1^-}f\left(x\right)=+\infty,\ \lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=2.$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2.$

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2.$

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Lời giải:

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty.$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang phân biệt.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $x=2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ || 2	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải:

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}y=5,\lim\limits_{x\to-\infty}y=1,\lim\limits_{x\to2^-}y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $y=5,y=1$ và một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1			$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$		$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$	$+\infty$	$\searrow$	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số không xác định tại $x=1$ và $\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình $x=1$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2			0			$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$		$+$	$\Vert$		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1 $\Vert$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\Vert$	1	$\searrow$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có

$\lim\limits_{x\to-2^+} y=-\infty \Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to0^-} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$	$+$	$\vert$	-	$\Vert$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	$+\infty$ $\Vert$ -5	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$	

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Tập xác định: $D=(-\infty;1)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3 \Rightarrow y=3$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty \end{cases} \Rightarrow x=\pm1$ là hai đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
y	$+\infty$	↘	1 ‖ $-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^+} y = +\infty, \lim\limits_{x\to1^-} y = -\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to-1^+} y = -\infty \Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

($\lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty \Rightarrow$ khi $x \to -\infty$ đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang)

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	5

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta thấy:

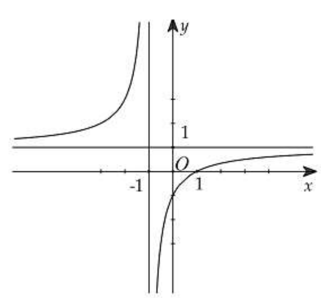
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 5 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang: $y = 5$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 3 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang: $y = 3$.

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to1^+} f(x) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to1^-} f(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng: $x = 1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 11: Đồ thị như hình vẽ là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số nhận $x=-1$ là TCĐ, $y=1$ là TCN. Kiểm tra, hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ thỏa mãn các sự kiện trên.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(-\infty;2)$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		2
y'		$+$	0	$-$	‖
y	5	↗	3	↘	0

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=2$.

C. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận là $y=5$ và $x=2$.

D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận ngang $y=5$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	‖	$+$	0	$+$	
y	2 ↗ $+\infty$		‖	$-\infty$ ↗	-1	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	-2

Khẳng định nào sau đây đúng?

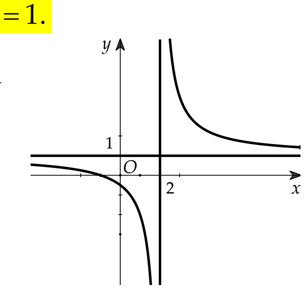
A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x=-1$; $x=0$ và $x=1$.

C. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận ngang là $y=-1$ và $y=1$.

D. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x=-1$ và $x=1$.

Câu 14: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, với $a,\ b,\ c,\ d$ là các số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?



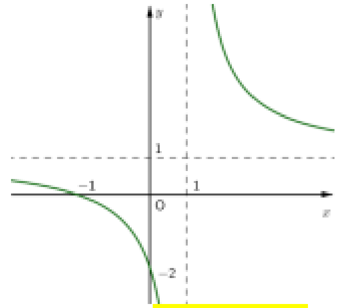
A. $y'<0,\ \forall x\neq 1$. **B.** $y'<0,\ \forall x\neq 2$.

C. $y'>0,\ \forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\ \forall x\neq 2$.

Lời giải:

Do hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ nên chọn đáp án B.

Câu 15: Đồ thị như hình vẽ là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số nhận $x=1$ là TCĐ, $y=1$ là TCN. Mặt khác, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$; $(1;+\infty)$. Kiểm tra, hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ thỏa mãn các sự kiện trên.

Câu 16: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

A. $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào BBT, đồ thị hàm số nhận $x=1$ là TCĐ, $y=2$ là TCN. Mặt khác, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$; $(1;+\infty)$. Kiểm tra, hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ thỏa mãn các sự kiện trên.

Câu 17: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

A. $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào BBT, đồ thị hàm số nhận $x=1$ là TCĐ, $y=2$ là TCN. Mặt khác, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$; $(1;+\infty)$. Kiểm tra, hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ thỏa mãn các sự kiện trên.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	1	$\nearrow$	2 || -3	$\nearrow$	1

Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to-1^-} y = 2; \lim\limits_{x\to-1^+} y = -3$ do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 19: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+} y = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 20: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-2}$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{x+1}{x-2} = +\infty$ nên $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 21: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 2$ nên $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 22: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{x-2}$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $y = 2$.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x-2} = 0$ nên $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 23: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận đứng?

A. $y = \dfrac{1}{x}$. **B.** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y = x^2$. **D.** $y = \dfrac{\sin x}{x-1}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = x^2$ không có tiệm cận đứng.

Câu 24: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $y=\frac{1}{x}$. **B.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x^2}{x+3}$. **D.** $y=\frac{\sqrt{x}}{x-1}$.

Lời giải:

Xét hàm số: $y=\frac{x^2}{x+3}$. Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty\end{cases}$ $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{x+3}$ không có tiệm cận ngang.

Câu 25: Đồ thị hàm số nào sau đây có nhiều đường tiệm cận nhất?

A. $y=\frac{1}{x}$. **B.** $y=\frac{x+5}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x-1}{x^2-1}$. **D.** $y=\frac{x+1}{x^2-4}$.

Lời giải:

Đồ thị các hàm số $y=\frac{1}{x};y=\frac{x+5}{x-1};y=\frac{x-1}{x^2-1}=\frac{1}{x+1},(x\neq 1)$ có 1 đường tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.

Xét hàm số $y=\frac{x+1}{x^2-4}$. Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\\ \lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to -2^+} y=+\infty\end{cases}$ $\Rightarrow$ Đồ thị nhận $x=2;\ x=-2$ làm tiệm cận đứng và $y=0$ làm tiệm cận ngang.

Câu 26: Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có nhiều tiệm cận nhất?

A. $y=\frac{2x^2+x+1}{x^2-1}$. **B.** $y=\frac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $y=\frac{1}{3\sin^2 x+\cos^2 x}$. **D.** $y=x^2+x+1$.

Lời giải:

Xét hàm số $y=\frac{2x^2+x+1}{x^2-1}$ có điều kiện xác định là $x^2-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm 1$.Vậy đồ thị hàm số này có hai số tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=1$, $x=-1$ và một tiệm cận ngang là $y=2$.

Xét hàm số $y=\frac{1}{\cos^2 x}$ có điều kiện xác định là $\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$. Vậy đồ thị hàm số này có vô số tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Đồ thị hàm số $y=x^2+x+1$ không có tiệm cận.

Xét hàm số $y=\frac{1}{3\sin^2 x+\cos^2 x}$ có điều kiện xác định là $3\sin^2 x+\cos^2 x\neq 0\Leftrightarrow 2\sin^2 x+1\neq 0$ (luôn đúng với mọi x). Vậy đồ thị hàm số này không có tiệm cận.

Câu 27: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có tọa độ là

A. $(1;-2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(2;1)$.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{2x+1}{x-1}=+\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+1}{x-1}=2$ nên $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $I(1;2)$.

Câu 28: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{x-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2}{x-1}=+\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2}{x-1}=0$ và $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2}{x-1}=0$ nên $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 29: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$.

Lời giải:

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 30: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng nào dưới đây?

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=\dfrac{1}{4}$. **D.** $x=\dfrac{1}{4}$.

Lời giải:

Ta thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\dfrac{1}{4}$ suy ra tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{4}$.

Câu 31: Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{1+x}{1-2x}$.

Lời giải:

Xét hàm số: $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$.

Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}y=2\\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=2\end{cases}\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 32: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x=-2, y=-3$. **B.** $x=-2, y=3$. **C.** $x=-2, y=1$. **D.** $x=2, y=1$.

Lời giải:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+1}{x+2}=-3$. Do đó đường thẳng $y=-3$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

$\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{-3x+1}{x+2}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

Câu 33: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải:

$\lim\limits_{x\to 4^-} y=\dfrac{5}{8}$; $\lim\limits_{x\to 4^+} y=\dfrac{5}{8}$. Suy ra $x=4$ không phải là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -4^-} y=-\infty$. Suy ra $x=-4$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y=1$; $\lim\limits_{x\to -\infty} y=1$.

Suy ra $y=1$ là tiệm cận ngang. Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 34: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ nằm bên phải trục tung là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải:

Ta có $\lim\limits_{x\to +\infty} y=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x}{x^2-1}=0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang phía bên phải là đường thẳng $y=0$.

Lại có $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty\end{cases}$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy có hai đường tiệm cận của ĐTHS nằm phía bên phải trục tung.

Câu 35: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to \pm\infty} y=1 \Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 2^{\pm}} y=\dfrac{1}{4} \Rightarrow x=2$ không là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -2^{\pm}} y=\mp\infty \Rightarrow x=-2$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 36: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là $y=1$ và đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 37: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải:

Ta có:

$\lim\limits_{x\to \pm\infty} y=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 1} y=\dfrac{1}{4}$ nên $x=1$ không là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to (-3)^+} y=+\infty$ nên $x=-3$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to(-3)^-} y = -\infty$ nên $x=-3$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2x-3}$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 38: Tổng số các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

• $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^3}}{1-\frac{2}{x}}=0;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^3}}{1-\frac{2}{x}}=0$

Đường tiệm cận ngang là $y=0$

• $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x-2)(x-1)}{x^2(x-2)}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x-1)}{x^2}=\dfrac{1}{4}$

Nên $x=2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

• $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x-2)(x-1)}{x^2(x-2)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(x-1)}{x^2}=-\infty$

Nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là: $x=0$.

Vậy tổng số các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}$ là 2 tiệm cận.

Câu 39: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{x^2-1}=+\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2x+1}{x^2-1}=+\infty$ nên $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x^2-1}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x^2-1}=0$ nên $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 40: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có: $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}=\dfrac{1}{x-1}, x\neq1$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1}{x-1}=+\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x-1}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x-1}=0$ nên $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 41: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-1}=+\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ không tồn tại.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-1}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ không tồn tại, nên $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 42: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}=+\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ không tồn tại.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ không tồn tại, nên $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 43: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}y=-\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-1^+}y=+\infty$ nên $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=0$ nên $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Hoặc có thể đánh giá: $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-x^2-x+1}=\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-1)^2(x+1)}=\dfrac{x-2}{(x-1)(x+1)}$, $x\neq1$.

Câu 44: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{|x|-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}y=1$ và $\lim\limits_{x\to-1^+}y=+\infty$ nên $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -1$ nên $y = 1;\ y = -1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Hoặc có thể đánh giá: $y = \dfrac{x-1}{|x|-1} = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2}-1} = \dfrac{(x-1)\left(\sqrt{x^2}+1\right)}{x^2-1} = \dfrac{\sqrt{x^2}+1}{x+1},\ x \neq 1.$

Câu 45: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2-x}{1+|x|}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2-x}{1+|x|} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2-x}{1+x} = -1, \lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2-x}{1+|x|} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2-x}{1-x} = 1$

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2-x}{1+|x|}$ có 2 đường TCN $y = 1, y = -1$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

Câu 46: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+3}{x^2-2|x|-3}$ có tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

Ta có $y = \dfrac{x^2+3}{x^2-2|x|-3} = \dfrac{x^2+3}{(|x|+1)(|x|-3)}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+3}{x^2-2|x|-3} = 1 = \lim\limits_{x\to-\infty} y$ nên đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to3^+} y = \lim\limits_{x\to3^+} \dfrac{x^2+3}{(|x|+1)(|x|-3)} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-3^+} y = \lim\limits_{x\to-3^+} \dfrac{x^2+3}{(|x|+1)(|x|-3)} = -\infty$ nên đường thẳng $x = 3, x = -3$ là tiệm cận đứng.

Câu 47: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 2 .

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-4 \geq 0 \\ x^2-5x+6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \leq -2 \\ x > 2 \end{array}\right. \\ x \neq 3 \end{cases}$

Ta xét:

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6} = 0$. Từ đó suy ra tiệm cận ngang là $y = 0$.

Xét $x^2-5x+6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6} = -\infty$; $\lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ không tồn tại. Từ đó suy ra đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}=-\infty$. Từ đó suy ra đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng $x=2$ và $x=3$, tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 48: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang ?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải:

Tập xác định $D=\left[-2;2\right]\backslash\left\{-1\right\}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}=+\infty$.

Do đó $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận.

Câu 49: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$ và $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$ và $x=2$. **D.** $x=3$.

Lời giải:

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\left\{2;3\right\}$

$$\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{\left(2x-1\right)^2-\left(x^2+x+3\right)}{\left(x^2-5x+6\right)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$
$$=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{\left(2x-1\right)^2-\left(x^2+x+3\right)}{\left(x^2-5x+6\right)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$
$$=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{(3x+1)}{\left(x-3\right)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}=-\frac{7}{6}$$

Tương tự $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\dfrac{7}{6}$.Suy ra đường thẳng $x=2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=+\infty$;$\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\infty$.

Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 50: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải:

Ta có: $4\sqrt{3x+1}-3x-5=0 \Leftrightarrow 4\sqrt{3x+1}=3x+5 \Leftrightarrow \begin{cases}16\left(3x+1\right)=9x^2+30x+25\\ 3x+5\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow x=1$

Tập xác định: $D=\left[-\dfrac{1}{3};+\infty\right)\backslash\left\{1\right\}$

+ Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x-1)\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}{-9(x-1)^2}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{4\sqrt{3x+1}+3x+5}{-9(x-1)}=-\infty$

do đó đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\frac{1}{x}}{4\sqrt{\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}-3-\frac{5}{x}}=-\dfrac{1}{3}$ do đó đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Kết luận: Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

Câu 51: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{4-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải:

Tập xác định: $D=(-2;2)$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-}y=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(\dfrac{x+1}{\sqrt{4-x^2}}\right)=+\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có $\lim\limits_{x\to(-2)^+}y=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\left(\dfrac{x+1}{\sqrt{4-x^2}}\right)=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 52: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải:

Đkxđ: $\begin{cases}x-2\ge 0\\x^2-3x+2\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\x\ne 2, x\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow x>2$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}\right)=+\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 53: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải:

Đkxđ: $\begin{cases}x-2\ge 0\\x^2-3x+2\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\x\ne 2, x\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow x>2$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}\right)=+\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 54: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}+1}{2019}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+2018}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+12}$.

Lời giải:

Do $\lim\limits_{x\to(-12)^-}\dfrac{x}{x+12}=+\infty$ nên $x=-12$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 55: Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x-1\ge 0\\ x^2-3x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\ x\ne 3\end{cases}$

$$\lim_{x\to+\infty}y=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^4}}+\frac{1}{x^2}}{1-\frac{3}{x}}=0$$

$$\lim_{x\to3^-}\frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x}=-\infty \text{ vì } \begin{cases}\lim\limits_{x\to3^-}\left(\sqrt{x-1}+1\right)=\sqrt{2}+1\\ \lim\limits_{x\to3^-}\left(x^2-3x\right)=0\end{cases}$$

$x\to3^-\Rightarrow 0<x<3\Rightarrow x(x-3)<0\Leftrightarrow x^2-3x<0$

$$\lim_{x\to3^+}\frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x}=+\infty \text{ vì } \begin{cases}\lim\limits_{x\to3^+}\left(\sqrt{x-1}+1\right)=\sqrt{2}+1\\ \lim\limits_{x\to3^+}\left(x^2-3x\right)=0\end{cases}$$

$x\to3^+\Rightarrow x>3\Rightarrow x(x-3)>0\Leftrightarrow x^2-3x>0$

Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 56: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2+8x+15}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải:

Điều kiện $\begin{cases}-2\le x\le 2\\ x\ne -5\\ x\ne -3\end{cases}$

Vì $x=-3$ và $x=-5$ không thỏa mãn điều kiện $4-x^2\ge 0$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Từ điều kiện của hàm số suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2+8x+15}$ không có đường tiệm cận.

Câu 57: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải:

Tập xác định $D=(-\infty;2]\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=-\infty, \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=+\infty$ vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 58: Số tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^3-1}}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải:

Điều kiện xác định $x>1$. Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^3-1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x^3}}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^3}}}=0$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^3-1}}=+\infty$. Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả hai đường tiệm cận.

Câu 59: Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2\sqrt{x^2-1}+1}{x}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Tập xác định: $D=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

Từ tập xác định ta thấy hàm số không có giới hạn khi $x\to0$, do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Mặt khác: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2\sqrt{x^2-1}+1}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{x}{x}}=2$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2\sqrt{x^2-1}+1}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{x}{x}}=-2$

Nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=2$ và $y=-2$.

Câu 60: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x-2}$ có số đường tiệm cận đứng là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải:

Ta có tập xác định của hàm số $D=[-1;1]$, nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

DẠNG 3: BÀI TOÁN THAM SỐ

Câu 61: Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{mx+3}{2x-2020}$ đi qua điểm $M\left(1;2\right)$?

A. $m=-2$. **B.** $m=4$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-4$.

Lời giải:

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y=\dfrac{m}{2}$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(1;2\right)$ nên ta có $\dfrac{m}{2}=2\Leftrightarrow m=4$.

Câu 62: Giá trị m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2m-1}{x+m}$ đi qua điểm $M\left(3;1\right)$ là

A. $m=-3$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Lời giải:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(3;1\right)$ nên đồ thị hàm có tiệm cận đứng là $x=3$.

Suy ra $x+m=0$ có nghiệm là 3 do vậy $3+m=0\Leftrightarrow m=-3$.

Thử lại, với $m=-3\Rightarrow y=\dfrac{2x-7}{x-3}$ có $\lim\limits_{x\to 3^+}y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-7}{x-3}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 3^-}y=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-7}{x-3}=+\infty$.

Vậy $m=-3$.

Câu 63: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow m-1\ne 0\Leftrightarrow m\ne 1$.

Câu 64: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+m}$ có ba đường tiệm cận là

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)\setminus\left\{-1\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0;\lim\limits_{x\to-\infty}y=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận $\Leftrightarrow x^2+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\1+m\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;0\right)\setminus\left\{-1\right\}$.

Câu 65: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2mx+m}$ có ba đường tiệm cận là

A. $\left(-\infty;0\right)\cup\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)\cup\left(1;+\infty\right)\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.

C. $\left(-\infty;0\right)\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0;\lim\limits_{x\to-\infty}y=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận $\Leftrightarrow x^2+2mx+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\1+3m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-m>0\\m\neq -\frac{1}{3}\end{cases} \Rightarrow m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)\setminus\left\{-\frac{1}{3}\right\}.$

Câu 66: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x+m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=-1$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số có tiệm cận $\Leftrightarrow m-1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 1$. (*)

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1 \Rightarrow -1+m=0 \Leftrightarrow m=1$ không thỏa mãn (*).

Câu 67: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

A. $m=-1$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Lời giải:

Tiệm cận ngang của hàm số $y=\frac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ là:

$y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{(m+1)x-5m}{2x-m}=\frac{m+1}{2}=1 \Rightarrow m=1$.

Câu 68: Biết rằng đồ thị của hàm số $y=\frac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (m,n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

A. 0. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải:

Theo công thức tìm nhanh tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ ta có

Đồ thị hàm số nhận $x=-\frac{d}{c}=-m-3=0$ làm TCĐ $\Rightarrow m=-3$

Đồ thị hàm số nhận $y=\frac{a}{c}=n-3=0$ làm TCN $\Rightarrow n=3$. Vậy $m+n=0$.

Câu 69: Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+m}(m\neq -1)$ có đồ thị là (C). Tìm m để đồ thị (C) nhận điểm $I(2;1)$ làm tâm đối xứng.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Lời giải:

Để đồ thị (C) nhận điểm $I(2;1)$ làm tâm đối xứng thì đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x=2 \Leftrightarrow -m=2 \Leftrightarrow m=-2.$

Câu 70: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{x-m}$ có tiệm cận đứng là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải:

Điều kiện $x \neq m$.

Để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = m$ thì $x = m$ không là nghiệm của phương trình $x^2 = 0 \Rightarrow m^2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 0$.

Câu 71: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2}{x^3 - m}$ có tiệm cận đứng là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải:

Điều kiện $x \neq \sqrt[3]{m}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to \sqrt[3]{m}} y = \infty$ nên đồ thị hàm số luôn có tiệm cận đứng.

Câu 72: Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải:

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1;2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} = m$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} = m$ suy ra $y = m$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận thì đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.

Khi đó: $\left[\begin{array}{l} m - 1 = 0 \\ 4m - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = \dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 73: Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2021; 2021)$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x - m}}{x - 2}$ có tiệm cận đứng?

A. 2019. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 2021.

Lời giải:

Điều kiện xác định $\begin{cases} x \geq m \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $\Leftrightarrow 2 \in [m; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 2$.

Mà m nguyên và $m \in (-2021; 2021)$ nên $m \in \{-2020; -2019; ...; 2\}$ nên có 2023 số.

Câu 74: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = \dfrac{x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng?

A. 2021. **B.** 2018. **C.** 2019. **D.** 2020.

Lời giải:

Hàm số có hai tiệm cận đứng khi $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -12 \\ m < 4 \end{cases} \Rightarrow m \in [-2017; 4) \setminus \{-12\}$

Câu 75: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-3}{x^2-2mx+1}$ **không** có tiệm cận đứng.

A. $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$. **B.** $-1<m<1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Lời giải:

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì $x^2-2mx+1=0$ vô nghiệm

$\Rightarrow m^2-1<0 \Rightarrow -1<m<1$.

Câu 76: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^3-3x^2-m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-4 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m\le -4 \end{array}\right.$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

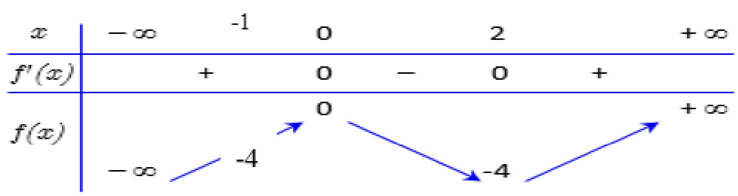
Lời giải:

Xét phương trình $x^3-3x^2-m=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2=m$ (*)

Số nghiệm của (*) là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2$ có $f'(x)=3x^2-6x$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm $f(x)$:



Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^3-3x^2-m}$ có đúng một tiệm cận đứng thì phương trình (*) phải thỏa mãn một trong các trường hợp sau:

+) TH1: Phương trình (*) có duy nhất nghiệm $x\ne -1$.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x\ne -1$ khi $\left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>0 \end{array}\right.$

+) TH2: Phương trình (*) có 2 nghiệm trong đó có 1 nghiệm $x=-1$ và một nghiệm kép

Dựa vào BBT ta thấy phương trình (*) có 2 nghiệm trong đó có 1 nghiệm $x=-1$

và một nghiệm kép khi $m=-4$

Kết hợp hai trường hợp ta có giá trị của tham số thỏa mãn đề bài là $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m\le -4 \end{array}\right.$.

Câu 77: Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+4x-3}}{x^2-mx+2}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có $-x^2+4x-3\ge 0 \Leftrightarrow 1\le x\le 3$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{-x^2+4x-3}}{x^2-mx+2}$ có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2-mx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1;3]$.

$x^2-mx+2=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{x^2+2}{x}=f(x)$

$f'(x)=\dfrac{x^2-2}{x^2};\ f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

Bảng biến thiên

x	1		$\sqrt{2}$		3
f'		-	0	+	
f	3	$\searrow$	$2\sqrt{2}$	$\nearrow$	$\frac{11}{3}$

Vậy $2\sqrt{2}<m\le 3$.

Câu 78: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $\left[-1000;1000\right]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2+2x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 909.   **B.** 908.   **C.** 907 .   **D.** 906.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x\ge 1 \\ x^2+2x\ne m \end{cases}$.

Dựa vào điều kiện xác định ta suy ra hàm số đã cho không có giới hạn khi $x\to -\infty$.

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2+2x-m}=0,\forall m$.

$\Rightarrow y=0$ là pt đường tiệm cận ngang.

Cần tìm điều kiện để hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^2+2x$.

$f'\left(x\right)=2x+2;\ f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x=-1$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Khi $m<3$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Khi $m\ge 3$ thì đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Kết hợp đề bài, để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì $\begin{cases} m\in\left[3;1000\right] \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases}$.

Vậy có 908 giá trị nguyên của m.

Câu 79: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in\left[-2021;2021\right]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2019.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng khi phương trình $x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt và khác $-2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\(-2)^2-2(-2)+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-m>0\\m\neq -8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\m\neq -8\end{cases}$.

Mà m nguyên và $m\in\left[-2021;2021\right]$ nên suy ra $m\in\left\{-2021;-2020;...;-3;-2;-1;0\right\}\backslash\left\{-8\right\}$.

Vậy có 2021 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 80: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải:

Kí hiệu $\left(C\right)$ là đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-3}{\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)}$.

* Trường hợp 1: $m=0$.

Khi đó $y=\dfrac{6x-3}{\left(-6x+3\right)\left(9x^2+1\right)}$. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang $y=0$.

Do đó chọn $m=0$.

* Trường hợp 2: $m\neq 0$.

Xét phương trình $\left(mx^2-6x+3\right)\left(9x^2+6mx+1\right)=0\ \left(1\right)$

Nhận thấy: $\left(C\right)$ luôn có một đường tiệm cận ngang $y=0$ và phương trình $\left(1\right)$ không thể có duy nhất một nghiệm đơn với mọi m.

Do đó $\left(C\right)$ có đúng một đường tiệm cận khi và chỉ khi $\left(C\right)$ không có tiệm cận đứng $\Leftrightarrow\left(1\right)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}9-3m<0\\9m^2-9<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>3\\-1<m<1\end{cases}$, (không tồn tại m).

Kết hợp các trường hợp ta được $m=0$.

Câu 81: Tìm a, b để đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ nhận $x=1$ là tiệm cận đứng và $y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

A. $a=-1$; $b=2$. **B.** $a=4$; $b=4$. **C.** $a=1$; $b=2$. **D.** $a=-1$; $b=-2$.

Lời giải:

Với điều kiện $b \neq 0$ và $-2a-b \neq 0$ thì đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\frac{2}{b}$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\frac{a}{b}$. Do đó theo giả thiết ta có $\begin{cases}\frac{2}{b}=1\\ \frac{a}{b}=\frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=2\\ a=1\end{cases}$.

Câu 82: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. $0<m<1$. **B.** $m<0$. **C.** $m>0$. **D.** $m=0$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang khi và chỉ khi hai giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} y$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y$ tồn tại và khác nhau. Vậy hàm số này phải xác định trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, hay $mx^2+1>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Vậy các phương án B sai.

Nếu $m=0 \Rightarrow y=1$. Hàm số này không có tiệm cận ngang.

Với $m>0$, ta có

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\frac{1}{\sqrt{m}}\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=-\frac{1}{\sqrt{m}}\end{array}\right\}\Rightarrow$$ hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=\frac{1}{\sqrt{m}}$ và $y=-\frac{1}{\sqrt{m}}$.

Vậy $m>0$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 83: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{\sqrt{mx^2-8x+2}}$ có đúng bốn đường tiệm cận?

A. 8. **B.** 6. **C.** 7. **D.** Vô số.

Lời giải:

TH1: $m<0$ suy ra tập xác định của hàm số là $D=(x_1;x_2)$, ($x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình $mx^2-8x+2=0$). Do đó $m<0$ không thỏa yêu cầu của bài toán.

TH2: $m=0 \Rightarrow y=\frac{x-1}{\sqrt{-8x+2}}$ suy ra tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;4)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty; \lim\limits_{x\to 4^-} y=-\infty$. Khi đó ta có $x=-4$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do đó $m=0$ không thỏa yêu cầu của bài toán

TH3: $m>0$ suy ra tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$ ($x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình $mx^2-8x+2=0$). Do đó đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận khi phương trình $mx^2-8x+2=0$ có hai nghiệm phân biệt khác

$1 \Leftrightarrow \begin{cases} 16-2m>0 \\ m>0; m\in\mathbb{Z} \\ m-8+2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<8 \\ m>0; m\in\mathbb{Z} \\ m\neq 6 \end{cases} \Rightarrow m=\{1;2;3;4;5;7\}$. Suy ra có tất cả 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 84: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{m-\dfrac{1}{x^2}}{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}} = m$.

Suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang: $y=m$.

Đồ thị hàm số đã cho có đúng 2 đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có đúng 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1=0 \\ 4m-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

Vậy có 2 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 85: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+2m}{(x-1)(x+m)}$. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải:

Đặt $g(x)=x^2-2x+2m$.

Khi $m=-1$ ta có hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}=-\infty$ suy ra đồ thị của hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng $x=1$.

Khi $m\neq -1$ xét hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+2m}{(x-1)(x+m)}$

Trường hợp 1: Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng $x=1$.

Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} g(1)\neq 0 \\ g(-m)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1+2m\neq 0 \\ m^2+4m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq \dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-4 \end{array}\right.$.

Trường hợp 2: Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng $x=m$.

Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} g(1)=0 \\ g(-m)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+4m\neq 0 \\ -1+2m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -4 \\ m\neq 0 \\ m=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$.

Kết luận: Vậy có 4 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 86: Với giá trị nào của hàm số m để đồ thị hàm số $y=x-\sqrt{mx^2-3x+7}$ có tiệm cận ngang?

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** $m=0$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

$\Rightarrow$Hàm số xác định trên một trong các miền $(-\infty;a),(-\infty;a],(a,+\infty)$ hoặc $[a;+\infty)$

$m\geq 0$

TH1: $m=0\Rightarrow y=x-\sqrt{-3x+7}, \lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$ đồ thị không có tiệm cận ngang

TH2: $m>0, y=x-\sqrt{mx^2-3x+7}$

Khi $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-x\sqrt{m-\dfrac{3}{x}+\dfrac{7}{x^2}}\right)=\dfrac{3}{2}$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m=1$.

Vậy $m=1$.

Câu 87: Có bao nhiêu giá trị nguyên của hàm số thực m thuộc đoạn $[-2017;2017]$để hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng?

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2018. **D.** 2020.

Lời giải:

Điều kiện $x^2-4x+m>0$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng khi

$x^2-4x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$\begin{cases} (-2)^2-m>0 \\ (-2)^2-4.(-2)+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-m>0 \\ 12+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<4 \\ m\neq -12 \end{cases}$

Vì $m$là số nguyên và thuộc đoạn $[-2017;2017]$ nên có 2021 giá trị của m.

Câu 88: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}$ có đúng một đường tiệm cận.

A. $-1\leq m<0$. **B.** $-1\leq m\leq 0$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>0$.

Lời giải:

+) Nếu $m\geq 0$ ta thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}\right)=\pm\sqrt{m}\Rightarrow y=\pm\sqrt{m}$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-1^{\pm}}\left(\dfrac{\sqrt{mx^2+1}}{x+1}\right)=\pm\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

Vậy $m \ge 0$ không thỏa mãn đề bài.

+) Nếu $m < 0$ ta có hàm số xác định trên $D = \left[\frac{-1}{\sqrt{-m}}; \frac{1}{\sqrt{-m}}\right]$ không phải là một khoảng vô cùng nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x = -1$ khi $\lim\limits_{x \to -1^{\pm}} \left(\frac{\sqrt{mx^2 + 1}}{x + 1}\right) = \pm\infty$.

Khi đó m phải thỏa mãn hệ $\begin{cases} \frac{-1}{\sqrt{-m}} \le -1 \le \frac{1}{\sqrt{-m}} \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m < 0$.

Câu 89: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x + 2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12. **B.** 11. **C.** 0. **D.** 10.

Lời giải:

Ta có

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{|x|.\sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x.\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x.\sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x.\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = 1 \Rightarrow \text{Tiệm cận ngang } y = 1.$$

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{|x|.\sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x.\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-x.\sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x.\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = -1 \Rightarrow \text{Tiệm cận ngang } y = -1.$$

Vậy ta luôn có 2 đường tiệm cận ngang với giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10;10)$.

Đồ thị hàm số đúng ba đường tiệm cận

$\Leftrightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{-2.(-2-m)} - 1 \ne 0 \\ -2.(-2-m) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne -\frac{3}{2} \\ m \ge -2 \end{cases}$

Vậy $m \in [-2;10); m \in \mathbb{Z}$ nên có 12 giá trị nguyên m.

Câu 90: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-2019;2019)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{4036x + 2}{\sqrt{mx^2 + 3}}$ có hai đường tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 2018. **C.** 4036. **D.** 25.

Lời giải:

+) Với $m < 0$ ta có tập xác định của hàm số: $D = \left(-\sqrt{-\frac{3}{m}}; \sqrt{-\frac{3}{m}}\right)$ nên không tồn tại tiệm cận ngang.

+) Với $m = 0$ thì $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số cũng không có tiệm cận ngang.

+) Với $m > 0$ ta có tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Khi đó:

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(4036+\frac{2}{x}\right)}{x\sqrt{m+\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{4036+\frac{2}{x}}{\sqrt{m+\frac{3}{x^2}}} = \frac{4036}{\sqrt{m}};\ \lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\left(4036+\frac{2}{x}\right)}{-x\sqrt{m+\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{4036+\frac{2}{x}}{-\sqrt{m+\frac{3}{x^2}}} = -\frac{4036}{\sqrt{m}}$$

nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y = \pm\frac{4036}{\sqrt{m}}$.

Suy ra $\begin{cases} m>0 \\ m\in(-2019;2019) \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow m\in\{1;2;3;...;2018\}$. Vậy có 2018 giá trị nguyên của m.

Câu 91: Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+mx+4}$ có hai đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có $\lim_{x\to\pm\infty} y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{m}{x}+\frac{4}{x^2}} = 0$.

Nên đồ thị hàm số luôn có một đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Do đó để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận thì phương trình: $x^2+mx+4=0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

Khi đó $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m^2-16=0 \\ m\neq -5 \end{cases} \\ \begin{cases} m^2-16>0 \\ m=-5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m^2-16=0 \\ m\neq -5 \end{cases} \\ \begin{cases} m^2-16>0 \\ m=-5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-4 \\ m=-5 \end{array}\right.$.

Vậy $m\in\{-4;4;-5\}$. Nên có 3 giá trị thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 92: Cho hàm số $y=\frac{\sqrt{x+2}+ax+b}{(x-2)^2}$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị hàm số (C) không có tiệm cận đứng. Tính giá trị $T=2a-b$.

A. $-\frac{7}{4}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải:

Đặt $f(x)=\sqrt{x+2}+ax+b \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}+a$.

Để đồ thị hàm số (C) không có tiệm cận đứng thì $f(x)=\sqrt{x+2}+ax+b=(x-2)^2.g(x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(2)=0 \\ f'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+2a+b=0 \\ \frac{1}{4}+a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{4} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Vậy $T=2a-b=1$.

Câu 93: Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $\left[-6;6\right]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 8. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 11.

Lời giải:

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m}=0$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Do đó (C) có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi (C) có 3 đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow x^3-3mx^2+\left(2m^2+1\right)x-m=0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt khác 3.

Ta có (1) $\Leftrightarrow (x-m)\left(x^2-2mx+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=m\\x^2-2mx+1=0\end{array}\right.$.

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khác $3 \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 3\\m^2-1>0\\m^2-2m^2+1\neq 0\\3^2-6m+1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 3\\\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>1\end{array}\right.\\m\neq\dfrac{5}{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow m\in(-\infty;-1)\cup\left(1;\dfrac{5}{3}\right)\cup\left(\dfrac{5}{3};3\right)\cup(3;+\infty)$.

Do $m\in\left[-6;6\right]$, m nguyên nên $m\in\left\{-6;-5;-4;-3;-2;2;4;5;6\right\}$. Vậy có 9 giá trị m thỏa mãn.

Câu 94: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $\left[-2019;2019\right]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2007. **B.** 2010. **C.** 2009. **D.** 2008.

Lời giải:

Xét hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$.

+) TXĐ: $D=\left[3;+\infty\right)$

+) $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{3}{x^4}}}{1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{m}{x^2}}=0$. Do đó ĐTHS có 1 tiệm cận ngang $y=0$.

+) Để ĐTHS có 2 đường tiệm cận thì phải có thêm 1 tiệm cận đứng. Vậy yêu cầu bài toán trở thành: Tìm điều kiện để phương trình $x^2+x-m=0$ phải có 1 nghiệm lớn hơn hoặc bằng 3.

Trường hợp 1: Phương trình $x^2+x-m=0$ phải có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<3<x_2$.

$\Leftrightarrow a.f(3)<0 \Leftrightarrow 12-m<0 \Leftrightarrow m>12.$

Trường hợp 2: Phương trình $x^2+x-m=0$ có nghiệm $x=3$ thì $m=12$.

Với $m=12$ phương trình trở thành: $x^2+x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-4 \end{array}\right.$ (tmđk)

Trường hợp 3: Phương trình $x^2+x-m=0$ có nghiệm kép $x>3$.

Khi $m=\frac{-1}{4}$ thì phương trình có nghiệm $x=\frac{-1}{2}$.(không thỏa mãn)

Theo đề bài $m\in[-2019;2019]$, m nguyên do đó $m\in[12;2019]$.

Vậy có $(2019-12)+1=2008$ giá trị của m.

Câu 95: Số giá trị nguyên của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+1}}{x^2-2x+m}$ có đúng ba đường tiệm cận.

A. 5. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}}{x^2-2x+m}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

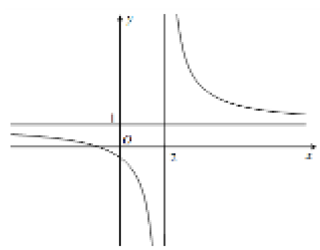
+ Vậy để đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+1}}{x^2-2x+m}$ có đúng ba đường tiệm cận thì đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x^2-2x+m=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 lớn hơn hoặc bằng -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ (x_1+1)(x_2+1)\ge 0 \\ (x_1+1)+(x_2+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m>0 \\ m+2+1>0 \\ 4>0 \end{cases} \Leftrightarrow -3<m<1.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0\}$.

DẠNG 4: TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM ẨN

Câu 96: Cho hàm số $y=\frac{ax+1}{bx-2},(a;b\in\mathbb{R})$, có đồ thị như hình vẽ sau:



Tính $T=a+b$.

A. $T=2$. **B.** $T=0$. **C.** $T=-1$. **D.** $T=3$.

Lời giải:

Tiệm cận đứng: $x=\frac{2}{b}=2\Rightarrow b=1$. Tiệm cận ngang: $y=\frac{a}{b}=1\Rightarrow a=b=1$.

Vậy $T=a+b=2$.

Câu 97: Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+1}{bx+c}(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	1 ↗	$+\infty$	||	$-\infty$ ↗	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải:

Tiệm cận đứng: $x = 2 > 0 \Rightarrow -\frac{c}{b} > 0 \Rightarrow bc < 0.$

Tiệm cận ngang: $y = 1 > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow ab > 0.$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $x > 2 > 0 \Rightarrow -\frac{1}{c} > 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow c > 0.$

Câu 98: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}; (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	-2 ↗	$+\infty$	||	$-\infty$ ↗	-2

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $ac > 0, ab > 0$. **B.** $ad < 0; bc > 0$. **C.** $cd < 0; bd > 0$. **D.** $ab > 0; cd > 0$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta có :

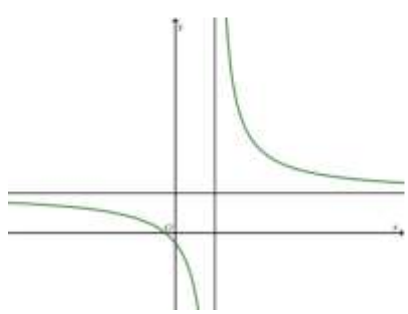
+) TCĐ : $x = -\frac{d}{c} = -1 < 0 \Rightarrow \frac{d}{c} > 0 \Rightarrow c, d$ cùng dấu.

+) TCN : $y = \frac{a}{c} = -2 > 0 \Rightarrow a, c$ trái dấu.

+) Xét với x = 0 $\Rightarrow y = \frac{b}{d} < 0$, suy ra b, d trái dấu.

Như vậy a, b cùng dấu; c, d cùng dấu.

Câu 99: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $ab > 0, ad < 0.$ **B.** $ab < 0, ad > 0.$ **C.** $bd > 0, ad < 0.$ **D.** $ab > 0, ad > 0.$

Lời giải:

Tiệm cận đứng: $x=-\dfrac{d}{c}>0\Rightarrow cd<0$ (1)

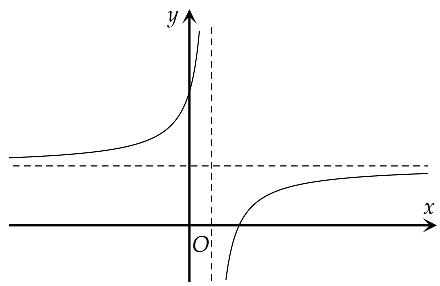
Tiệm cận ngang: $y=\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow ac>0$ (2)

Khi $x=0$ thì $y=\dfrac{b}{d}<0\Rightarrow bd<0\,(3)$

Từ (1) và (2) suy ra: $ad<0$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $ab>0$.

Câu 100: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $bc>0.$ **B.** $ad<0.$ **C.** $bd>0.$ **D.** $ab<0.$

Lời giải:

Đồ thị có đường tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung nên $-\dfrac{d}{c}>0\Rightarrow cd<0$ (1)

Đồ thị có đường tiệm cận ngang nằm trên trục hoành nên $\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow ac>0$ (2)

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $\dfrac{b}{d}>0\Rightarrow bd>0$ (3)

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương nên $-\dfrac{b}{a}>0\Rightarrow ab<0.$

Từ (1) và (2) suy ra $ad<0$. Từ (1) và (3) suy ra $bc<0$. Vậy A sai.

Câu 101: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+3}{bx+c},\,(b\in\mathbb{Z})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|$	$-$	
$f(x)$	-2	$\searrow$	$-\infty$ $\|$ $+\infty$	$\searrow$	-2

Tính tổng $S=a+b+c$.

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên có:

Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang $y=-2\Leftrightarrow\dfrac{a}{b}=-2\Leftrightarrow a=-2b$.

Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng $x=1 \Leftrightarrow -\dfrac{c}{b}=1 \Leftrightarrow c=-b$.

Hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên các khoảng xác định nên $ac-3b<0$.

Từ ba điều kiện trên ta có $-2b.\left(-b\right)-3b<0 \Leftrightarrow 2b^2-3b<0 \Leftrightarrow 0<b<\dfrac{3}{2}$.

Mà $b\in\mathbb{Z}$ nên suy ra $b=1 \Rightarrow c=-1, a=-2$.

Vậy $S=a+b+c=-2+1+\left(-1\right)=-2$.

Câu 102: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax-5}{x+b}$ $\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	1	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	1

Biểu thức a^2+b^2 có giá trị bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên, suy ra đường tiệm cận đứng là: $x=2$ và đường tiện cận ngang là: $y=1$.

Từ hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax-5}{x+b}$ $\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ suy ra đồ thị hàm số có ra đường tiệm cận đứng là: $x=-b$ và đường tiện cận ngang là: $y=a$.

Do đó, ta có: $\begin{cases}-b=2\\ a=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=-2\\ a=1\end{cases} \Rightarrow a^2+b^2=5$.

Câu 103: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax-b}{cx+b+1}\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	1	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	1

Biết tập hợp tất cả các giá trị b thoả mãn là khoảng $\left(m;n\right)$. Tính tổng $S=m+2n$.

A. $S=\dfrac{5}{2}$. **B.** $S=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=-2$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên có:

Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ có tiệm cận ngang $y=1 \Leftrightarrow \dfrac{a}{c}=1 \Leftrightarrow a=c$.

Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ có tiệm cận đứng $x=2 \Leftrightarrow -\dfrac{b+1}{c}=2 \Leftrightarrow c=-\dfrac{b+1}{2}$.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng xác định nên $(-\infty;2);\,(2;+\infty)$.

Từ ba điều kiện trên ta có:

$$c(b+1)+bc>0 \Leftrightarrow c(2b+1)>0 \Leftrightarrow -\left(\frac{b+1}{2}\right)(2b+1)>0$$

$$\Leftrightarrow (b+1)(2b+1)<0 \Leftrightarrow -1<b<-\frac{1}{2} \Rightarrow b\in\left(-1;-\frac{1}{2}\right).$$

Suy ra $m=-1$ và $n=-\frac{1}{2}$. Vậy $S=m+2n=-1+2\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$.

Câu 104: Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)-1}=-1;\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f(x)-1}=0$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-1;\ y=0$.

Xét phương trình: $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$. Dựa vào BBT, phương trình $f(x)=1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to x_1} y=\infty;\lim\limits_{x\to x_2} y=\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng là $x=x_1$, $x=x_2$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận.

Câu 105: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;\,0\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	-2	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	4	↘	0

Gọi m và n lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)-2}$, tính $S=m+n$.

A. $S=3$. **B.** $S=4$. **C.** $S=6$. **D.** $S=5$.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)-2}=-\dfrac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)-2}=-\dfrac{1}{4}$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-\dfrac{1}{2}$; $y=-\dfrac{1}{4}$.

Xét phương trình: $f\left(x\right)-2=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=2$. Dựa vào BBT, phương trình $f\left(x\right)=2$ có bốn nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to x_1} y=\infty;\lim\limits_{x\to x_2} y=\infty;\lim\limits_{x\to x_3} y=\infty;\lim\limits_{x\to x_4} y=\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có bốn đường tiệm cận đứng là $x=x_1,\ x=x_2, x=x_3,\ x=x_4$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 6 đường tiệm cận.

Câu 106: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1;2\right\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	||	$-$	
y	5	↘	$-\infty$ || $-\infty$	↗	$+\infty$ || $+\infty$	↘	0

Gọi m và n lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{1}{f\left(x\right)-3}$, tính $S=m+n$.

A. $S=3$. **B.** $S=4$. **C.** $S=5$. **D.** $S=6$.

Lời giải:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)-3}=-\dfrac{1}{3}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)-3}=\dfrac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-\dfrac{1}{3}$; $y=\dfrac{1}{2}$.

Xét phương trình: $f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=3$. Dựa vào BBT, phương trình $f\left(x\right)=3$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to x_1} y=\infty;\lim\limits_{x\to x_2} y=\infty;\lim\limits_{x\to x_3} y=\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận đứng là $x=x_1,\ x=x_2, x=x_3$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 5 đường tiệm cận.

Câu 107: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\infty$ || 2	↘	$-\infty$ || 1	↘	-1	↗	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3f(x)-2}$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $3f(x)-2=0$ (hay $f(x)=\frac{2}{3}$) có 4 nghiệm x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa $x_1\in(-\infty;-1)$, $x_2\in(-1;0)$, $x_3\in(0;1)$, $x_4\in(1;+\infty)$. Suy ra đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3f(x)-2}$ có 4 tiệm cận đứng là $x=x_1$, $x=x_2$, $x=x_3$, $x=x_4$.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{3f(x)-2}=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3f(x)-2}$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{3f(x)-2}=2$ nên $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3f(x)-2}$.

Do đó đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3f(x)-2}$ có 2 tiệm cận ngang là $y=0$, $y=2$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3f(x)-2}$ là 6.

Câu 108: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2018}{f(x)}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

Điều kiện: $f(x)\neq 0$

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2018}{f(x)}$ là số nghiệm phương trình $f(x)=0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=0$ tức trục hoành. Nhìn bảng biến thiên ta có số giao điểm bằng 3 nên có 3 tiệm cận đứng.

Câu 109: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải:

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-1}$ đúng bằng số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-1=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}$.

Mà số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-1}$ có 2 tiệm cận đứng.

Lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{2f\left(x\right)-1}=1\Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=1$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-1}$ là 3.

Câu 110: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta thấy phương trình $f\left(x\right)=-3$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$ $\left(x_0<1\right)$. Từ đó ta có : $f\left(x^3+x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(x^3+x\right)=-3\Leftrightarrow x^3+x=x_0$.

Xét hàm số $g(x)=x^3+x$ có $g'(x)=3x^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$, suy ra $g(x)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}g\left(x\right)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}g\left(x\right)=+\infty$ nên phương trình $g(x)=x_0$ có nghiệm duy nhất $x=x_1$.

Vậy hàm số $y=\dfrac{1}{f(x^3+x)+3}$ có tập xác định là : $D=\mathbb{R}\setminus\left\{x_1\right\}$.

Do $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3+x\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}=0$.

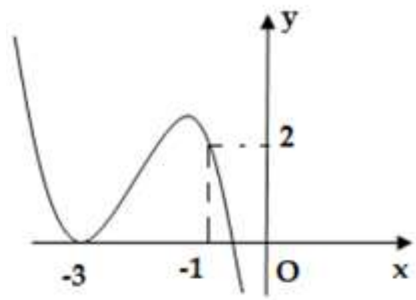
Do $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+x\right)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty$ nên $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3}=0$.

Vậy $y=0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x^3+x)+3}$.

Từ tính đồng biến của hàm $g(x)=x^3+x$ và bảng biến thiên của hàm $y=f\left(x\right)$ ta có:

$\lim\limits_{x \to x_1^+} \dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3} = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to x_1^-} \dfrac{1}{f\left(x^3+x\right)+3} = -\infty$ nên $x = x_1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x^3+x)+3}$. Vậy tổng số tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x^3+x)+3}$ là 2.

Câu 111: Cho hàm số $f\left(x\right) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ \left(a,b,c,d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số $g\left(x\right) = \dfrac{\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x^2+x}}{x\left[\left(f\left(x\right)\right)^2 - 2f\left(x\right)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x > 0 \end{array}\right. \\ f(x) \ne 0. \\ f(x) \ne 2 \end{cases}$

Ta có $g\left(x\right) = \dfrac{\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x^2+x}}{x\left[\left(f\left(x\right)\right)^2 - 2f\left(x\right)\right]} = \dfrac{\left(x+1\right)\left(x+3\right)\sqrt{x(x+1)}}{x\left[\left(f\left(x\right)\right)^2 - 2f\left(x\right)\right]}$, rõ ràng $x = 0$ là một tiệm cận đứng của đồ thị $g\left(x\right)$.

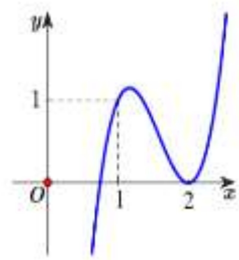
Xét phương trình $\left(f\left(x\right)\right)^2 - 2f\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right) = 0 \\ f\left(x\right) = 2 \end{array}\right.$.

Với $f\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = x_1 \in \left(-1;0\right) \end{array}\right.$ trong đó $x = -3$ là nghiệm nghiệm kép, nên mẫu sẽ có nhân tử $\left(x+3\right)^2$ do đó $x = -3$ là một tiệm cận đứng.

Với $f\left(x\right) = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = x_2 \in \left(-3;-1\right) \\ x = x_3 \in \left(-\infty;-1\right) \end{array}\right.$, ba nghiệm này là nghiệm đơn, nên $f\left(x\right) - 2 = k\left(x+1\right)\left(x-x_2\right)\left(x-x_3\right)$, ta thấy trong $g\left(x\right)$ thì $\left(x+1\right)$ sẽ bị rút gọn nên có thêm $x = x_2 \in \left(-3;-1\right)$ và $x = x_3 \in \left(-\infty;-1\right)$ là tiệm cận đứng.

Vậy tóm lại đồ thị có 4 tiệm cận đứng là $x = 0; x = -3; x = x_2; x = x_3$.

Câu 112: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-1}}{(x+1)\left[f^2(x)-f(x)\right]}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải:

Điều kiện $x\ge 1$.

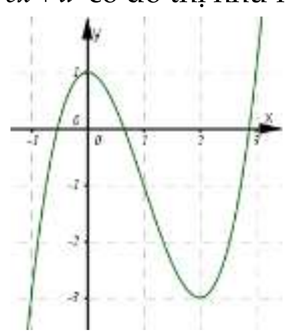
Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x)=a(x-a')(x-2)^2$ với $a'\in(0;1)$ và $f(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=b'\in(1;2)\\x=c'>2\end{array}\right.$.

Do đó $f^2(x)-f(x)=a(x-a')(x-2)^2(x-1)(x-b')(x-c')$.

Do đó: $g(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}}{a^2(x+1)(x-a')(x-2)(x-b')(x-c')}$.

Do điều kiện $x\ge 1$ nên đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 113: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x^2-2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)[f^2(x)-f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải:

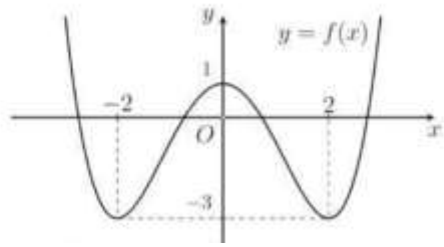
Đk: $x\le 2$. Đặt $h(x)=(x-3)\left[f^2(x)-f(x)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\f(x)=0\\f(x)=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=x_1\in(-1;0)\\x=x_2\in(0;1)\\x=x_3(x_3>2)\\x=0(nghiemkep)\\x=x_4(x_4>2)\end{array}\right.$

Khi đó $y=\dfrac{x(x-2)\sqrt{2-x}}{(x-3).m(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)x^2},(m>0)$.

Do điều kiện $x\le 2$ nên không tồn tại các giới hạn của hàm số $f(x)$ khi $x\to 3,x\to x_3,x\to x_4$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 114: Cho hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hỏi đồ thị của hàm số $y=\dfrac{(x^2-4)(x^2+2x)}{[f(x)]^2+2f(x)-3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải:

Xét tử: $(x^2-4)(x^2+2x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(b1)\\x=2(b1)\\x=-2(b2)\end{array}\right.$.(*)

Xét mẫu: $[f(x)]^2+2f(x)-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=1\\f(x)=-3\end{array}\right.$.

Với $f(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ \ (b2)\\x=a<-2(b1)\\x=b>2(b1)\end{array}\right.$. Kết hợp với (*) suy ra: $x=0;x=a;x=b$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Với $f(x)=-3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\ \ (b2)\\x=-2(b2)\end{array}\right.$. Kết hợp với (*) suy ra: $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy có 3 đường tiệm cận.

DẠNG 5: CÁC BÀI TOÁN KHÁC

Câu 115: Hình phẳng được giới hạn bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ và hai trục tọa độ có diện tích bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ là: $x=-1;y=2$.

Hai trục tọa độ có phương trình là: $x=0;y=0$.

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ và hai trục tọa độ là diện tích hình chữ nhật giới hạn bởi 4 đường $x=-1; y=2; x=0; y=0$. Vậy $S=2.1=2$.

Câu 116: Cho M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$, sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là nhỏ nhất. Tọa độ điểm M là

A. $(4;3)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;-3)$. **D.** $(3;5)$.

Lời giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Vì M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ nên $M\left(a;\dfrac{a+2}{a-2}\right)$ (với $a>0$).

Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là : $\Delta_1: x=2$ và $\Delta_2: y=1$

Suy ra : $d_1=d_{(M;\Delta_1)}=|a-2|$ và $d_2=d_{(M;\Delta_2)}=\left|\dfrac{a+2}{a-2}-1\right|=\left|\dfrac{4}{a-2}\right|=\dfrac{4}{|a-2|}$.

Vậy tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là:

$d=d_1+d_2=|a-2|+\dfrac{4}{|a-2|}\ge 2\sqrt{|a-2|\dfrac{4}{|a-2|}}=4$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $|a-2|+\dfrac{4}{|a-2|}\ge 2\sqrt{|a-2|\dfrac{4}{|a-2|}}=4$.

Dấu bằng xảy ra khi : $|a-2|=\dfrac{4}{|a-2|}\Leftrightarrow (a-2)^2=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a-2=2 \\ a-2=-2 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=4 \\ a=0 \end{array}\right.$.

Mà $a>0\Rightarrow a=4$. Vậy $M(4;3)$.

Câu 117: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và A là điểm thuộc (C). Tính giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ A đến các đường tiệm cận của (C).

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có A là điểm thuộc (C) suy ra $M\left(a;\dfrac{a+1}{a-1}\right)$ với $a\ne 1$.

Đồ thị (C) có các đường tiệm cận là $x=1, y=1$.

Tổng các khoảng cách từ A đến các đường tiệm cận của (C) là

$d=|a-1|+\left|\dfrac{a+1}{a-1}-1\right|=|a-1|+\left|\dfrac{2}{a-1}\right|\ge 2\sqrt{|a-1|\left|\dfrac{2}{a-1}\right|}=2\sqrt{2}$.

Câu 118: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải:

Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang $y=2$ và đường tiệm cận đứng $x=1$. Khi đó:

+) Khoảng cách từ $M(a;b)$ đến tiệm cận ngang là: $|b-2|=\left|\dfrac{2a-1}{a-1}-2\right|=\dfrac{1}{|a-1|}$ (do M thuộc (C));

+) Khoảng cách từ $M(a;b)$ đến tiệm cận đứng là: $|a-1|$.

Ta có $|a-1|+\dfrac{1}{|a-1|}\geq 2\sqrt{|a-1|\dfrac{1}{|a-2|}}=2$. Vậy tổng khoảng cách nhỏ nhất là 2 khi $|a-1|=\dfrac{1}{|a-1|}\Leftrightarrow (a-1)^2=1\Leftrightarrow a^2-2a=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0(l)\\ a=2\end{array}\right.$. Suy ra $b=\dfrac{2.2-1}{2-1}=3\Rightarrow a+2b=8$.

Câu 119: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C). Xét tam giác IAB là tam giác cân tại I và có hai đỉnh $A(x_A;y_A);B(x_B;y_B)$ thuộc đồ thị (C) sao cho $y_A-y_B=2(x_A-x_B)$. Đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. 3. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 6.

Lời giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Do $y_A-y_B=2(x_A-x_B)$ nên đường thẳng AB có hệ số góc $k=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=2\Rightarrow$ phương trình AB có dạng $y=2x+m$. Hoành độ A và B là nghiệm phương trình

$\dfrac{x+1}{x-1}=2x+m\Leftrightarrow 2x^2+(m-3)x-m-1=0$.

Do $\Delta=m^2+2m+17>0,\forall m$ nên theo viét ta có $x_A+x_B=\dfrac{3-m}{2};\quad x_A.x_B=\dfrac{-m-1}{2}$.

Từ giả thiết ta có $IA=IB\Leftrightarrow (x_A-1)^2+(y_A-1)^2=(x_B-1)^2+(y_B-1)^2$

$\Leftrightarrow x_A^2-x_B^2-2(x_A-x_B)+y_A^2-y_B^2-2(y_A-y_B)=0$

$\Leftrightarrow (x_A-x_B)(x_A+x_B-2)+(y_A-y_B)(y_A+y_B-2)=0$

$\Leftrightarrow (x_A-x_B)(x_A+x_B-2)+2(x_A-x_B)(y_A+y_B-2)=0$

$\Leftrightarrow x_A+x_B-2+2(y_A+y_B-2)=0\Leftrightarrow x_A+x_B-2+2(2x_A+m+2x_B+m-2)=0$

$\Leftrightarrow 5(x_A+x_B)+4m-6=0\Leftrightarrow 5\left(\dfrac{3-m}{2}\right)+4m-6=0\Leftrightarrow m=-1$

$$AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}=\sqrt{5(x_A-x_B)^2}=\sqrt{5\left[(x_A+x_B)^2-4(x_A.x_B)\right]}$$

$$=\sqrt{5\left[\left(\dfrac{3-m}{2}\right)^2-4\left(\dfrac{-m-1}{2}\right)\right]}=2\sqrt{5}.$$

Câu 120: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận, $M\left(x_0,y_0\right)$, $\left(x_0>0\right)$ là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B thỏa mãn $AI^2+IB^2=40$. Tính tích x_0y_0.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

Lời giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

+ Ta có: $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}$

+ TCĐ: $x=-1$ và TCN: $y=2$. Suy ra $I(-1;2)$.

PTTT tại điểm $M\left(x_0,y_0\right)$ là $d:y=\dfrac{3}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+\dfrac{2x_0+1}{x_0+1}$ (với $x_0>0$)

Gọi A là giao điểm của d và TCĐ. Suy ra $A\left(-1;\dfrac{2x_0-4}{x_0+1}\right)$; B là giao điểm của d và TCĐ.

Suy ra $B\left(2x_0+1;2\right)$. Theo giả thiết $AI^2+IB^2=40\Leftrightarrow\left(\dfrac{2x_0-4}{x_0+1}-2\right)^2+\left(2x_0+2\right)^2=40$

$$\Leftrightarrow\left(x_0+1\right)^4-10\left(x_0+1\right)^2+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(x_0+1\right)^2=1\\ \left(x_0+1\right)^2=9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\ x_0=-2\\ x_0=-4\\ x_0=2\end{array}\right.$$

Vì $x_0>0$ nên $x_0=2\Rightarrow y_0=1$. Do đó $x_0y_0=2$.

HẾT

Huế, ngày 25 tháng 5 năm 2023