

PHẦN
4

HÌNH HỌC LỚP 11

CHƯƠNG 1. PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				Cộng
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Phéo biến hình	Câu 1				1 5%
② Phép tịnh tiến	Câu 2	Câu 7	Câu 15	Câu 19	4 20%
③ Phép quay	Câu 3	Câu 8 Câu 9	Câu 16		4 20%
④ Phép dời hình	Câu 4	Câu 10			2 10%
⑤ Phép vị tự	Câu 5	Câu 11 Câu 12	Câu 17	Câu 20	5 25%
⑥ Phép đồng dạng	Câu 6	Câu 13 Câu 14	Câu 18		4 20%
Cộng	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
Chủ đề 1. Phép biến hình	1	NB	Biết được định nghĩa phép biến hình.
Chủ đề 2. Phép tịnh tiến	2	NB	Sử dụng định nghĩa để tìm ảnh của một điểm.
	7	TH	Tìm được ảnh hoặc tạo ảnh của một điểm qua phép tịnh tiến bằng biểu thức tọa độ.

	15	VDT	Vận dụng được tính chất của phép tịnh tiến tìm quỹ tích của một điểm (đường thẳng hoặc đường tròn).
	19	VDC	Vận dụng vào bài toán thực tế.
Chủ đề 3. Phép quay	3	NB	Nhận ra phép quay.
	8	TH	Tìm được ảnh của một điểm (hình) qua phép quay.
	9	TH	Tìm được ảnh của một điểm qua phép quay sử dụng tọa độ.
	16	VDT	Tìm ảnh của một đường thẳng hoặc một đường tròn.
Chủ đề 4. Phép dời hình	4	NB	Nhận biết được phép dời hình.
	10	TH	Chỉ ra một phép dời hình biến hình này thành hình kia.
Chủ đề 5. Phép vị tự	5	NB	Nhận ra phép vị tự, tâm vị tự, tỉ số vị tự.
	11	TH	Tìm được ảnh của điểm qua phép vị tự.
	12	TH	Tìm được ảnh của điểm qua phép vị tự.
	17	VDT	Tìm ảnh của một đường thẳng hoặc một đường tròn.
	20	VDC	Vận dụng vào giải bài toán quỹ tích trong hình học phẳng.
Chủ đề 6. Phép đồng dạng	6	NB	Nhận ra phép đồng dạng.
	13	TH	Tìm ra phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.
	14	TH	Tìm ra phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.
	18	VDT	Vận dụng tính chất vào tính diện tích hình ảnh khi biết tạo ảnh.

ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Phép biến hình F biến điểm M thành điểm M' . Khẳng định nào sau đây là đúng?

☒ **A** Có duy nhất điểm M' .

☐ **B** Có 2 điểm M' .

☐ **C** Có không quá một điểm M' .

☐ **D** Có vô số điểm M' tương ứng.

Lời giải.

Theo định nghĩa của phép biến hình thì quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó gọi là phép biến hình trong mặt phẳng.

Chọn đáp án ☒ **A**

□

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$. Ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{DC}$ là

☐ **A** Điểm A .

☒ **B** Điểm B .

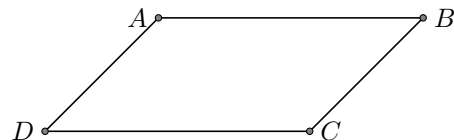
☐ **C** Điểm C .

☐ **D** Điểm D .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Rightarrow T_{\overrightarrow{DC}}(A) = B$.

Vậy ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{DC}$ là điểm B .



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- (A) Phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ biến M thành chính nó.
 (B) Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O góc quay -180° .
(C) Nếu $Q_{(O, \alpha)}(M) = M'$ ($M \neq O$) thì $OM' = OM$.
 (D) Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O góc quay 90° .

Lời giải.

Vì phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ nên nếu $Q_{(O, \alpha)}(M) = M'$ ($M \neq O$) thì $OM' = OM$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 4. Phép biến hình nào sau đây không bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ?

- (A) Phép dời hình. (B) Phép tịnh tiến.
 (C) Phép đối xứng trục. **(D) Phép vị tự.**

Lời giải.

Theo định nghĩa phép vị tự là phép biến hình không bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- (A) $2x + y + 3 = 0$. **(B) $2x + y - 6 = 0$.** (C) $4x - 2y - 3 = 0$. (D) $4x + 2y - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $V_{(O; k)}(d) = d' \Rightarrow d' : 2x + y + c = 0$. (1)

Ta có : $M(1; 1) \in d$ và $V_{(O; k)}(M) = M' \Rightarrow M'(2; 2) \in d'$. (2)

Từ (1) và (2) ta có : $c = -6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- (A) Phép đồng dạng là một phép dời hình. **(B) Có phép vị tự là phép dời hình.**
 (C) Phép quay là một phép đồng dạng. (D) Phép vị tự là phép dời hình.

Lời giải.

Phép vị tự là phép dời hình khi tỉ số vị tự $k = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; 2)$ và véc-tơ $\vec{u} = (0; -2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến M thành M' . Tọa độ điểm M' là

- (A) $M'(2; -2)$. (B) $M'(2; -1)$. (C) $M'(-2; 2)$. **(D) $M'(1; 0)$.**

Lời giải.

Gọi tọa độ điểm M' là $(x'; y')$.

Ta có $T_{\vec{u}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 + 1 = 1 \\ y' = -2 + 2 = 0. \end{cases}$

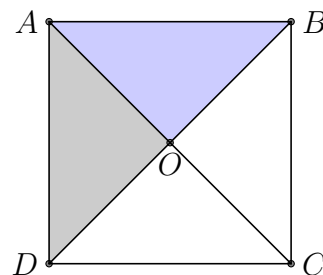
Vậy $M'(1; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8.

Cho hình vuông $ABCD$ tâm O như hình bên. Ảnh của $\triangle OAM$ qua phép quay tâm O góc 90° là

- A** $\triangle OAD$. **B** $\triangle OCD$. **C** $\triangle OAB$. **D** $\triangle OBC$.



Lời giải.

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có } \begin{cases} Q_{(O, 90^\circ)}(O) = O \\ Q_{(O, 90^\circ)}(A) = D \Rightarrow Q_{(O, 90^\circ)}(\triangle OAB) = \triangle OAD. \\ Q_{(O, 90^\circ)}(B) = A \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(3; -3)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho M là ảnh của điểm N qua phép quay tâm O góc quay (-90°) .

- A** $N(0; 3)$. **B** $N(3; -3)$. **C** $N(-3; -3)$. **D** $N(3; 3)$.

Lời giải.

Gọi $N(x_N; y_N)$.

$$\text{Ta có } Q_{(O, -90^\circ)}(N) = M \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = y_N \\ y_M = -x_N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_N = 3 \\ y_N = 3 \end{cases} \Rightarrow N(3; 3).$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 10. Gọi A' , B' là ảnh của A , B qua một phép dời hình, khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A** Độ dài hai đoạn thẳng AB và $A'B'$ không bằng nhau.
B Hai đường thẳng AB và $A'B'$ cắt nhau.
C Hai đường thẳng AB và $A'B'$ bằng nhau.
D Hai đường thẳng AB và $A'B'$ vuông góc nhau.

Lời giải.

Theo định nghĩa phép dời hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

Chọn đáp án **C** □

Câu 11. Phép vị tự tâm O tỉ số -2 biến điểm $A(-2; 1)$ thành điểm A' . Tìm tọa độ điểm A' .

- A** $(-4; 2)$. **B** $A'(-2; \frac{1}{2})$. **C** $A'(4; -2)$. **D** $A'(2; -\frac{1}{2})$.

Lời giải.

Phép vị tự tâm O tỉ số -2 biến điểm A thành điểm A' nên

$$\overrightarrow{OA'} = 2\overrightarrow{OA}.$$

Gọi $A'(x; y)$, ta có $\overrightarrow{OA'} = (x; y)$ và $\overrightarrow{OA} = (-2; 1)$.

$$\text{Từ (1) suy ra } \begin{cases} x = -2 \cdot (-2) \\ y = -2 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}.$$

Vậy $A'(4; -2)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$. Xác định tâm I' của đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $A(1; 2)$ tỉ số $k = 3$.

- A** $I'(-1; 10)$. **B** $I'(1; -10)$. **C** $I'(1; 10)$. **D** $I'(-10; 1)$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có bán kính 2 nên đường tròn (C') có bán kính $2k = 6$. Biểu thức tọa độ của phép vị tự $V_{(I,2)}$ là

$$\begin{cases} x' - 1 = 3(x - 1) \\ y' - 2 = 3(y - 2). \end{cases}$$

Thay tọa độ tâm $I(1; -2)$ của (C) vào ta được tâm của đường tròn (C') là $I'(1; -10)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy cho véc-tơ $\vec{u} = (1; 3)$ và điểm $M(4; 1)$. Tìm tọa độ ảnh của điểm M qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(2; -3)$, tỉ số -2 và phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u}$.

- (A)** $(-1; -2)$. **(B)** $(-2; -1)$. **(C)** $(-1; 11)$. **(D)** $(-1; -8)$.

Lời giải.

Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép vị tự tâm $I(2; -3)$ tỉ số -2 .

Khi đó, $\overrightarrow{IM'} = -2\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - 2 = -2(4 - 2) \\ y' + 3 = -2(1 + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2 \\ y' = -11 \end{cases}$. Vậy $M'(-2; -11)$.

Gọi $M''(x''; y'')$ là ảnh của điểm M' qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u}$.

Theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến thì $\begin{cases} x'' = x' + 1 \\ y'' = y' + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'' = -1 \\ y'' = -8 \end{cases}$. Vậy $M''(-1; -8)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1; -4)$. Ảnh của điểm M qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay 180° và phép vị tự tâm O tỉ số $k = 3$ là

- (A)** $(-2; 8)$. **(B)** $(8; -2)$. **(C)** $(-3; 12)$. **(D)** $(2; -8)$.

Lời giải.

Gọi M_1 là ảnh của M qua phép quay tâm O góc quay 180° , M_2 là ảnh của M_1 qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$. Khi đó M_2 chính là ảnh của M qua phép đồng dạng đã cho. Ta có

$$\begin{cases} x_{M_1} = -x_M = -1 \\ y_{M_1} = -y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M_1(-1; 4), \quad \begin{cases} x_{M_2} = kx_{M_1} = -3 \\ y_{M_2} = ky_{M_1} = 12 \end{cases} \Rightarrow M_2(-3; 12).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 15. Cho hình bình hành $ABCD$, M, N lần lượt là trung điểm cạnh AB, CD và AB cố định. Điểm C di động trên đường thẳng Δ cho trước. Quỹ tích điểm N là

- (A)** ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{BA}}$.
(B) ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{BC}}$.
(C) ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{MB}}$.
(D) ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{BM}}$.

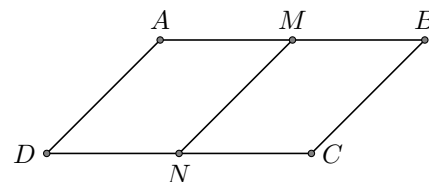
Lời giải.

Do $MBCN$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CN}$.

Đẳng thức này chứng tỏ phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{BM}$ biến điểm C thành điểm N .

Mà $C \in \Delta \Rightarrow N \in \Delta'$ với Δ' là ảnh của Δ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{BM}}$.

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 16. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta : 2x - y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O góc 90°

- (A)** $x - 2y + 3 = 0$. **(B)** $x - 2y - 3 = 0$. **(C)** $x + 2y - 3 = 0$. **(D)** $x + 2y + 3 = 0$.

Lời giải.

Gọi điểm $M(x; y)$ bất kì thuộc đường thẳng Δ , $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép quay tâm O góc 90° . Khi đó M' sẽ thuộc đường thẳng Δ' .

Theo biểu thức tọa độ của phép quay tâm O , góc quay 90° ta có

$$\begin{cases} x' = x \cos \varphi - y \sin \varphi \\ y' = x \sin \varphi + y \cos \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \cos 90^\circ - y \sin 90^\circ \\ y' = x \sin 90^\circ + y \cos 90^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y' \\ y = -x' \end{cases}$$

Thay vào phương trình Δ ta có $2y' - (-x') + 3 = 0 \Leftrightarrow x' + 2y' + 3 = 0$ hay $x + 2y + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 17. Trong mặt phẳng (Oxy) , cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến (C) thành đường tròn nào dưới đây?

(A) $(x - 4)^2 + (y + 6)^2 = 36$.

(B) $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 36$.

(C) $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 36$.

(D) $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 36$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 3$.

Ta có: $V_{(O,2)}(I) = I' \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OI} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{I'} = 2x_I \\ y_{I'} = 2y_I \end{cases} \Rightarrow I'(4; -6)$.

Vì $V_{(O,2)}[(C)] = (C') \Rightarrow (C')$ có tâm $I'(4; -6)$ và bán kính $R' = |2| \cdot R = 6$.

Do đó, đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = 2$ có phương trình $(x - 4)^2 + (y + 6)^2 = 36$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 18. Ảnh của đường tròn bán kính R qua phép biến hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm và phép vị tự tỉ số $k = -3$ là đường tròn có diện tích bằng

(A) $S = 3\pi R^2$.

(B) $S = 9\pi R^2$.

(C) $S = 4\pi R^2$.

(D) $S = \pi R^2$.

Lời giải.

Qua phép đối xứng tâm bán kính đường tròn không thay đổi.

Qua phép vị tự tỉ số $k = -3$ đường tròn mới có bán kính $R' = |-3|R = 3R$.

Vậy đường tròn cần tìm có diện tích bằng $S = \pi \cdot R'^2 = 9\pi R^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 19. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B phân biệt không thuộc d . Một điểm M thay đổi trên đường thẳng d . Khi đó tập hợp các điểm N sao cho $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ là tập nào sau đây?

(A) Tập $\emptyset$.

(B) Đường thẳng Δ song song với d .

(C) Đường thẳng Δ vuông góc với d .

(D) Đường thẳng Δ trùng với d .

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$.

Như thế phép tịnh tiến theo $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ biến điểm M thành điểm N .

Vậy khi M thay đổi trên đường thẳng d thì quỹ tích của N là đường thẳng Δ song song với d .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 20. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

(A) Thực hiện liên tiếp 2 phép tịnh tiến ta được một phép tịnh tiến.

(B) Thực hiện liên tiếp 2 phép đối xứng trục ta được một phép đối xứng trục.

(C) Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua tâm và phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng qua tâm.

(D) Thực hiện liên tiếp phép quay và phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

Lời giải.

Thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vec-tơ $\vec{u}$ và phép tịnh tiến theo vec-tơ $\vec{v}$ ta được phép tịnh tiến theo vec-tơ $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

Chọn đáp án **A**



BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. C	4. D	5. B	6. B	7. D	8. A	9. D	10. C
11. C	12. B	13. D	14. C	15. D	16. D	17. A	18. B	19. B	20. A

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Phép biến hình biến điểm M thành điểm M' thì với mỗi điểm M có

- (A)** Ít nhất một điểm M' tương ứng. **(B)** Không quá một điểm M' tương ứng.
(C) Vô số điểm M' tương ứng. **(D)** **Duy nhất một điểm M' tương ứng.**

Lời giải.

Theo định nghĩa của phép biến hình thì quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó gọi là phép biến hình trong mặt phẳng.

Chọn đáp án **D**



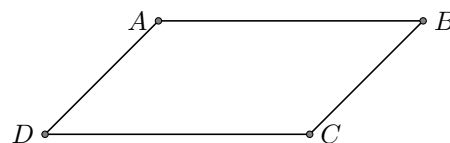
Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$. Ảnh của điểm D qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- (A)** Điểm B . **(B)** **Điểm C .** **(C)** Điểm D . **(D)** Điểm A .

Lời giải.

Do $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow T_{\overrightarrow{AB}}(D) = C$.

Vậy ảnh của điểm D qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$ là điểm C .



Chọn đáp án **B**



Câu 3. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- (A)** Phép quay $Q_{(O,\alpha)}$ biến O thành chính nó.
(B) Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O góc quay 180° .
(C) **Nếu $Q_{(O,90^\circ)}(M) = M'$ ($M \neq O$) thì $OM' > OM$.**
(D) Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O góc quay 180° .

Lời giải.

Vì phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ nên nếu $Q_{(O,90^\circ)}(M) = M'$ ($M \neq O$) thì $OM' = OM$.

Chọn đáp án **C**



Câu 4. Phép dời hình có tính chất nào sau đây?

- (A)** **Bảo toàn khoảng cách giữa 2 điểm bất kì.**
(B) Biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.
(C) Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
(D) Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó..

Lời giải.

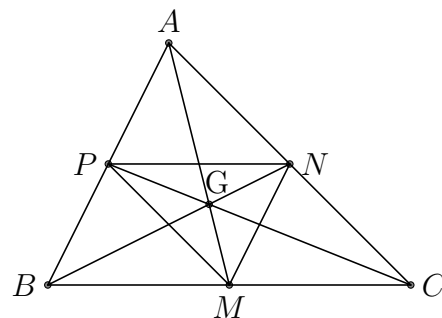
Theo định nghĩa phép dời hình là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa 2 điểm bất kì.

Chọn đáp án **A**



Câu 5.

Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB . Phép vị tự nào trong các phép vị tự sau đây biến tam giác ABC thành tam giác MNP ?



- A** Phép vị tự tâm G , tỉ số $-\frac{1}{2}$.
 B Phép vị tự tâm G , tỉ số $\frac{1}{2}$.
 C Phép vị tự tâm G , tỉ số 2 .
 D Phép vị tự tâm G , tỉ số -2 .

Lời giải.

G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{GP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$.

Suy ra $V_{(G, -\frac{1}{2})}(\triangle ABC) = \triangle MNP$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A** Phép đồng dạng là một phép dời hình. **B** Có phép vị tự không phải là phép dời hình.
 C Phép dời hình là một phép đồng dạng. **D** Phép vị tự là một phép đồng dạng.

Lời giải.

Phép đồng dạng có thể làm thay đổi kích thước của hình nên không phải là một phép dời hình.

Chọn đáp án **A** □

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; 0)$ và véc-tơ $\vec{v} = (1; 2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến A thành A' . Tọa độ điểm A' là

- A** $A'(2; -2)$. **B** $A'(2; -1)$. **C** $A'(-2; 2)$. **D** $A'(4; 2)$.

Lời giải.

Gọi tọa độ điểm A' là $(x'; y')$.

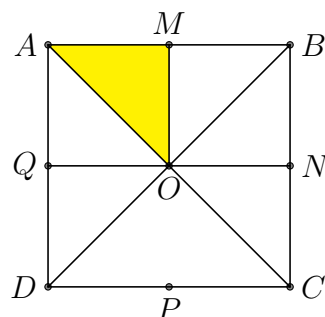
$$\text{Ta có } T_{\vec{v}}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1 + 3 = 4 \\ y' = 2 + 0 = 2. \end{cases}$$

Vậy $A'(4; 2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 8.

Cho hình vuông $ABCD$ tâm O như hình bên. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Ảnh của tam giác OAM qua phép quay tâm O góc 90° là



- A** Tam giác ODQ . **B** Tam giác OBN .
 C Tam giác OAQ . **D** Tam giác OCN .

Lời giải.

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có } \begin{cases} Q_{(O, 90^\circ)}(O) = O \\ Q_{(O, 90^\circ)}(M) = Q \Rightarrow Q_{(O, 90^\circ)}(\triangle OMA) = \triangle OQD. \\ Q_{(O, 90^\circ)}(A) = D \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $B(-3; 6)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho B là ảnh của điểm E qua phép quay tâm O góc quay (-90°) .

- A** $E(6; 3)$. **B** $E(-3; -6)$. **C** $E(-6; -3)$. **D** $E(3; 6)$.

Lời giải.Gọi $E(x_E; y_E)$.Ta có $Q_{(O, -90^\circ)}(E) = B \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = y_E \\ y_B = -x_E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_E = -6 \\ y_E = -3 \end{cases} \Rightarrow E(-6; -3).$ Chọn đáp án **(C)** □**Câu 10.** Gọi M', N' là ảnh của M, N qua một phép dời hình, khẳng định nào sau đây là đúng?**(A)** Độ dài hai đoạn thẳng MN và $M'N'$ bằng nhau.**(B)** Hai đường thẳng MN và $M'N'$ song song với nhau.**(C)** Hai đường thẳng MN và $M'N'$ cắt nhau.**(D)** Hai đường thẳng MN và $M'N'$ song song hoặc trùng nhau.**Lời giải.**

Theo định nghĩa phép dời hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 11.** Phép vị tự tâm O tỉ số 2 biến điểm $A(-2; 1)$ thành điểm A' . Tìm tọa độ điểm A' .**(A)** $A'(-4; 2).$ **(B)** $A'(-2; \frac{1}{2}).$ **(C)** $A'(4; -2).$ **(D)** $A'(2; -\frac{1}{2}).$ **Lời giải.**Phép vị tự tâm O tỉ số 2 biến điểm A thành điểm A' nên

$$\overrightarrow{OA'} = 2\overrightarrow{OA}. \quad (1)$$

Gọi $A'(x; y)$, ta có $\overrightarrow{OA'} = (x; y)$ và $\overrightarrow{OA} = (-2; 1)$.Từ (1) suy ra $\begin{cases} x = 2 \cdot (-2) \\ y = 2 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 2. \end{cases}$ Vậy $A'(-4; 2)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$. Xác định tâm I' của đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $I(1; 2)$ tỉ số $k = 2$.**(A)** $I'(5; 4).$ **(B)** $I'(5; -4).$ **(C)** $I'(-5; -4).$ **(D)** $I'(-5; 4).$ **Lời giải.**Đường tròn (C) có bán kính 3 nên đường tròn (C') có bán kính $3k = 6$. Biểu thức tọa độ của phép vị tự $V_{(I, 2)}$ là

$$\begin{cases} x' - 1 = 2(x - 1) \\ y' - 2 = 2(y - 2). \end{cases}$$

Thay tọa độ tâm $I(3; -1)$ của (C) vào ta được tâm của đường tròn (C') là $I'(5; -4)$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 13.** Trong mặt phẳng Oxy cho véc-tơ $\vec{v} = (1; 3)$ và điểm $M(4; 1)$. Tìm tọa độ ảnh của điểm M qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(2; -3)$, tỉ số $\frac{1}{2}$ và phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.**(A)** $(-4; -2).$ **(B)** $(-2; -4).$ **(C)** $(2; 4).$ **(D)** $(4; 2).$ **Lời giải.**Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép vị tự tâm $I(2; -3)$ tỉ số $\frac{1}{2}$.

$$\text{Khi đó, } \overrightarrow{IM'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - 2 = \frac{1}{2}(4 - 2) \\ y' + 3 = \frac{1}{2}(1 + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 3 \\ y' = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } M'(3; -1).$$

Gọi $M''(x''; y'')$ là ảnh của điểm M' qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.

Theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến thì $\begin{cases} x'' = x' + 1 \\ y'' = y' + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'' = 4 \\ y'' = 2 \end{cases}$. Vậy $M''(4; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1; -4)$. Ảnh của điểm M qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay 180° và phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ là

- (A)** $(-2; 8)$. **(B)** $(8; -2)$. **(C)** $(-8; 2)$. **(D)** $(2; -8)$.

Lời giải.

Gọi M_1 là ảnh của M qua phép quay tâm O góc quay 180° , M_2 là ảnh của M_1 qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$. Khi đó M_2 chính là ảnh của M qua phép đồng dạng đã cho. Ta có

$$\begin{cases} x_{M_1} = -x_M = -1 \\ y_{M_1} = -y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M_1(-1; 4), \quad \begin{cases} x_{M_2} = kx_{M_1} = -2 \\ y_{M_2} = ky_{M_1} = 8 \end{cases} \Rightarrow M_2(-2; 8).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 15. Cho hình bình hành $ABCD$ có cạnh AB cố định. Điểm C di động trên đường thẳng d cho trước. Quỹ tích điểm D là

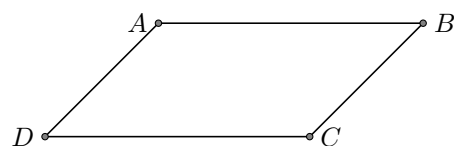
- (A)** ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{BA}}$.
(B) ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{BC}}$.
(C) ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{AD}}$.
(D) ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{AC}}$.

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $\vec{BA} = \vec{CD}$.

Đẳng thức này chứng tỏ phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{BA}$ biến điểm C thành điểm D .

Mà $C \in d \Rightarrow D \in d'$ với d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{BA}}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 16. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta : x + 2y - 11 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O góc 90°

- (A)** $2x - y + 11 = 0$. **(B)** $2x - y - 11 = 0$. **(C)** $2x + y - 11 = 0$. **(D)** $2x + y + 11 = 0$.

Lời giải.

Gọi điểm $M(x; y)$ bất kỳ thuộc đường thẳng Δ , $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép quay tâm O góc 90° . Khi đó M' sẽ thuộc đường thẳng Δ' .

Theo biểu thức tọa độ của phép quay tâm O , góc quay 90° ta có

$$\begin{cases} x' = x \cos \varphi - y \sin \varphi \\ y' = x \sin \varphi + y \cos \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \cos 90^\circ - y \sin 90^\circ \\ y' = x \sin 90^\circ + y \cos 90^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y' \\ y = -x' \end{cases}$$

Thay vào phương trình Δ ta có $y' + 2(-x') - 11 = 0 \Leftrightarrow 2x' - y' + 11 = 0$, hay $2x - y + 11 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 17. Trong mặt phẳng (Oxy) , cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến (C) thành đường tròn nào dưới đây?

- (A)** $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$. **(B)** $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$.
(C) $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 16$. **(D)** $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 16$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 2$.

$$\text{Ta có: } V_{(O, -2)}(I) = I' \Leftrightarrow \vec{OI'} = -2\vec{OI} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{I'} = -2x_I \\ y_{I'} = -2y_I \end{cases} \Rightarrow I'(-2; -4).$$

Vì $V_{(O,-2)}[(C)] = (C') \Rightarrow (C')$ có tâm $I'(-2; -4)$ và bán kính $R' = |-2| \cdot R = 4$.

Do đó, đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -2$ có phương trình $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 18. Ảnh của đường tròn bán kính R qua phép biến hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm và phép vị tự tỉ số $k = -\frac{1}{2}$ là đường tròn có diện tích bằng

(A) $S = \frac{\pi \cdot R^2}{2}$.

(B) $S = \frac{\pi}{4}$.

(C) $S = \frac{\pi \cdot R}{4}$.

(D) $S = \frac{\pi \cdot R^2}{4}$.

Lời giải.

Qua phép đối xứng tâm bán kính đường tròn không thay đổi.

Qua phép vị tự tỉ số $k = -\frac{1}{2}$ đường tròn mới có bán kính $R' = \frac{1}{2}R$.

Vậy đường tròn cần tìm có diện tích bằng $S = \pi \cdot R'^2 = \frac{\pi \cdot R^2}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 19. Cho đường tròn $(O; R)$ và hai điểm A, B phân biệt. Một điểm M thay đổi trên đường tròn (O) . Khi đó tập hợp các điểm N sao cho $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ là tập nào sau đây?

(A) Tập $\emptyset$.

(B) Đường tròn tâm A bán kính R .

(C) Đường tròn tâm B bán kính R .

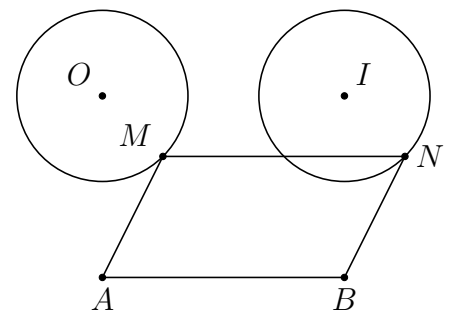
(D) Đường tròn tâm I bán kính R với $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$.

Như thế phép tịnh tiến theo $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ biến điểm M thành điểm N .

Vậy khi M thay đổi trên đường tròn $(O; R)$ thì quỹ tích của N là đường tròn $(I; R)$ với $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{AB}$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 20. Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm I nằm ngoài đường tròn sao cho $OI = 3R$, A là một điểm thay đổi trên đường tròn $(O; R)$. Phân giác trong góc $\widehat{IOA}$ cắt IA tại điểm M . Tập hợp điểm M khi A di động trên $(O; R)$ là

(A) Tập hợp điểm M là $(O'; \frac{3}{4}R)$ ảnh của $(O; R)$ qua $V_{(I; \frac{3}{4})}$.

(B) Tập hợp điểm M là $(O'; \frac{3}{4}R)$ ảnh của $(O; R)$ qua $V_{(I; \frac{4}{3})}$.

(C) Tập hợp điểm M là $(O'; \frac{4}{3}R)$ ảnh của $(O; R)$ qua $V_{(I; \frac{4}{34})}$.

(D) Tập hợp điểm M là $(O'; \frac{3}{4}R)$ ảnh của $(O; R)$ qua $V_{(I; \frac{3}{4})}$.

Lời giải.

Theo tính chất đường phân giác ta có $\frac{MI}{MA} = \frac{OI}{OA} = \frac{3R}{R} = 3$

$\Rightarrow IM = \frac{3}{4}IA \Rightarrow \overrightarrow{IM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{IA} \Rightarrow V_{(I; \frac{3}{4})}(A) = M$.

Mà A thuộc đường tròn $(O; R)$ nên M thuộc $(O'; \frac{3}{4}R)$ ảnh của $(O; R)$ qua $V_{(I; \frac{3}{4})}$.

Vậy tập hợp điểm M là $(O'; \frac{3}{4}R)$ ảnh của $(O; R)$ qua $V_{(I; \frac{3}{4})}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. C	4. A	5. A	6. A	7. D	8. A	9. C	10. A
11. A	12. B	13. D	14. A	15. A	16. A	17. D	18. D	19. D	20. D

ĐỀ SỐ 3

Câu 1 (1H1Y1-2). Quy tắc nào dưới đây là phép biến hình?

- (A)** Điểm O cho trước đặt tương ứng là với O , còn nếu M khác O thì M ứng với M' sao cho $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM'} = \vec{0}$.
- (B)** Điểm O cho trước ứng với điểm O , còn M khác O thì M ứng với M' sao cho tam giác OMM' là tam giác vuông cân đỉnh O .
- (C)** Điểm O cho trước ứng với điểm O , còn M khác O thì M ứng với M' sao cho tam giác OMM' là tam giác đều.
- (D)** Điểm O cho trước ứng với điểm O , còn M khác O thì M ứng với M' sao cho $OM' = 2OM$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM'} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{M'M} = \vec{0} \Leftrightarrow M \equiv M' \Rightarrow$ Quy tắc này là phép đồng nhất. Các quy tắc đặt còn lại không là phép biến hình.

- ① Đối với đáp án biến điểm M thành M' thành tam giác vuông cân, tam giác đều do không nói góc là góc lượng giác nên luôn tồn tại hai ảnh của M .
- ② Ở đáp án biến điểm M thành M' sao cho độ dài $OM' = 2OM$, yếu tố thẳng hàng hay không thẳng hàng đủ để thấy rõ ảnh của M không duy nhất.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2 (1H1Y2-2). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(2; 5)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến A thành điểm A' có tọa độ là

- (A)** $A'(3; 1)$. **(B)** $A'(1; 6)$. **(C)** $A'(3; 7)$. **(D)** $A'(4; 7)$.

Lời giải.

Gọi $A'(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (x - 2; y - 5)$.

Ta có $T_{\vec{v}}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{v} \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 1 \\ y - 5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 7. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 3 (1H1Y5-2). Cho tam giác đều tâm O . Với giá trị nào dưới đây của α thì phép quay $Q_{(O; \alpha)}$ biến tam giác đều thành chính nó?

- (A)** $\alpha = \frac{\pi}{3}$. **(B)** $\alpha = \frac{2\pi}{3}$. **(C)** $\alpha = \frac{3\pi}{2}$. **(D)** $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Các góc quay để biến tam giác đều thành chính nó là $0; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 2\pi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 4 (1H1Y6-2). Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Nếu phép dời hình F biến điểm A thành điểm M, B thành P thì F biến điểm M có thể thành điểm nào dưới đây?

- (A)** Điểm O . **(B)** Điểm C . **(C)** Điểm Q . **(D)** Điểm B .

Lời giải.

Gọi $F(M) = M' \Rightarrow F$ biến ba điểm A, M, B (với M là trung điểm AB) thành ba điểm M, M', P (1).

Mặt khác do F là phép dời hình nên từ (1) $\Rightarrow M, M', P$ thẳng hàng và M' là trung điểm của $MP \Rightarrow M' \equiv O$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5 (1H1Y7-2). Phép vị tự tâm O tỉ số -3 lần lượt biến hai điểm A, B thành hai điểm C, D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{BD}$. **(B)** $3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. **(C)** $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{DC}$. **(D)** $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

Lời giải.

Ta có $V_{(O; -3)}(A) = C \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{OA}$ và $V_{(O; -3)}(B) = D \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = -3\overrightarrow{OB}$.

Khi đó $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} = -3(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = -3\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{AB}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6 (1H1Y8-1). Mệnh đề nào sau đây là **SAI**?

- (A)** Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k = 1$.
(B) Phép đồng dạng biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
(C) Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
(D) Phép đồng dạng bảo toàn độ lớn góc.

Lời giải.

Phép đồng dạng biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó **sai** vì có thể hai đường thẳng đó cũng cắt nhau.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7 (1H1B2-2). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy nếu phép tịnh tiến biến điểm $M(4; 2)$ thành điểm $M'(4; 5)$ thì nó biến điểm $A(2; 5)$ thành

- (A)** Điểm $A'(5; 2)$. **(B)** Điểm $A'(1; 6)$. **(C)** Điểm $A'(2; 8)$. **(D)** Điểm $A'(2; 5)$.

Lời giải.

Gọi $T_{\vec{v}}$ là phép tịnh tiến thỏa mãn bài toán.

Ta có $\overrightarrow{MM'} = (0; 3)$. Gọi $A'(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (x - 2; y - 5)$.

Theo giả thiết $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = x - 2 \\ 3 = y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 8 (1H1B5-3). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3; 0)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay $\frac{\pi}{2}$.

- (A)** $A'(0; -3)$. **(B)** $A'(0; 3)$. **(C)** $A'(-3; 0)$. **(D)** $A'(2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

Lời giải.

Gọi $A'(x; y)$. Ta có $Q_{\left(O; \frac{\pi}{2}\right)}(A) = A' \Leftrightarrow \begin{cases} OA = OA' \\ (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OA'}) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$.

Vì $A(3; 0) \in Ox \Rightarrow A' \in Oy \Rightarrow A'(0; y)$. Mà $OA = OA' \Rightarrow |y| = 3$.

Do góc quay $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y > 0$. Vậy $A'(0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9 (1H1B5-3). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(1; 1)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của điểm M qua phép quay tâm O góc quay $\alpha = 45^\circ$?

- (A)** $M'(-1; 1)$. **(B)** $M'(1; 0)$. **(C)** $M'(\sqrt{2}; 0)$. **(D)** $M'(0; \sqrt{2})$.

Lời giải.

Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép quay tâm O , góc quay 45° .

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1 \cdot \cos 45^\circ - 1 \cdot \sin 45^\circ \\ y' = 1 \cdot \sin 45^\circ + 1 \cdot \cos 45^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow M'(0; \sqrt{2}).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10 (1H1B6-2). Cho tam giác ABC vuông tại B và góc tại A bằng 60° (các đỉnh của tam giác ghi theo ngược chiều kim đồng hồ). Về phía ngoài tam giác vẽ tam giác đều ACD . Ảnh của BC qua phép quay tâm A góc quay 60° là

(A) AD .

(B) AI với I là trung điểm của CD .

(C) CJ với J là trung điểm của AD .

(D) DK với K là trung điểm của AC .

Lời giải.

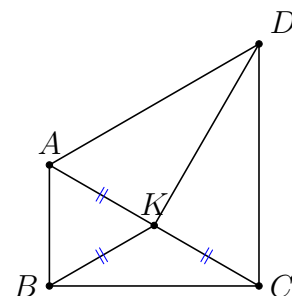
Từ giả thiết suy ra ABC là nửa tam giác đều, do đó $AC = 2AB$. Gọi K là trung điểm của $AC \Rightarrow AK = \frac{1}{2}AC = AB$.

Xét phép quay tâm A góc quay 60° , ta có

(1) Biến B thành K .

(2) Biến C thành D .

Vậy ảnh của BC là DK .



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11 (1H1B7-2). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép vị tự tâm $I(2; 3)$ tỉ số $k = -2$ biến điểm $M(-7; 2)$ thành điểm M' có tọa độ là

(A) $M'(-10; 2)$.

(B) $M'(20; 5)$.

(C) $M'(18; 2)$.

(D) $M'(-10; 5)$.

Lời giải.

Gọi $M'(x; y)$. Suy ra $\overrightarrow{IM} = (-9; -1)$, $\overrightarrow{IM'} = (x - 2; y - 3)$.

$$\text{Ta có } V_{(I; -2)}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -2\overrightarrow{IM} \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = -2 \cdot (-9) \\ y - 3 = -2 \cdot (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow M'(20; 5).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12 (1H1B7-2). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép vị tự V tỉ số $k = 2$ biến điểm $A(1; -2)$ thành điểm $A'(-5; 1)$. Hỏi phép vị tự V biến điểm $B(0; 1)$ thành điểm có tọa độ nào sau đây?

(A) $(0; 2)$.

(B) $(12; -5)$.

(C) $(-7; 7)$.

(D) $(11; 6)$.

Lời giải.

Gọi $B'(x; y)$ là ảnh của B qua phép vị tự V .

Suy ra $\overrightarrow{A'B'} = (x + 5; y - 1)$ và $\overrightarrow{AB} = (-1; 3)$.

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \overrightarrow{A'B'} = 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5 = 2 \cdot (-1) \\ y - 1 = 2 \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 7 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 13 (1H1B8-2). Cho tam giác ABC , gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, AC, AB . Biết tồn tại phép đồng dạng biến A thành N , biến B thành C , tìm ảnh của điểm P qua phép đồng dạng đó.

(A) Điểm M .

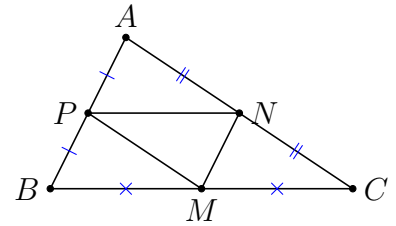
(B) Trung điểm NC .

(C) Trung điểm MN .

(D) Trung điểm MP .

Lời giải.

Phép đồng dạng biến trung điểm của đoạn thẳng này thành trung điểm của đoạn thẳng kia.

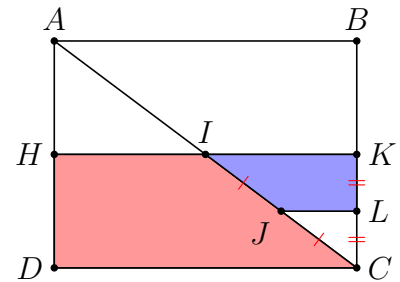


Chọn đáp án **B**

□

Câu 14 (1H1B8-2).

Cho hình vẽ chữ nhật $ABCD$. Trong đó H, I, K, J, L lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, AC, BC, IC, KC . Xét phép đồng dạng biến hình thang $HICD$ thành hình thang $LJIK$. Tìm khẳng định đúng



- (A) Thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục AC và phép vị tự $V_{(B,2)}$.
- (B) Thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$ và phép vị tự $V_{(I,2)}$.
- (C) Thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục BD và phép vị tự $V_{(B,-2)}$.
- (D) Thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm I và phép vị tự $V_{(C,\frac{1}{2})}$.**

Lời giải.

Ta có phép đối xứng tâm I biến hình thang $HICD$ thành hình thang $KIAB$.

Sau đó phép vị tự tâm C tỉ số $k = \frac{1}{2}$ sẽ biến hình thang $KIAB$ thành hình thang $LJIK$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 15 (1H1K2-2). Cho đoạn thẳng AB và đường thẳng Δ không song song với đường thẳng AB . Một điểm M thay đổi trên Δ . Khi đó tập hợp các điểm N sao cho $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AM}$ là tập nào sau đây?

- (A) Tập $\emptyset$.
- (B) Đường thẳng qua A và song song với Δ .
- (C) Đường thẳng qua B và song song với Δ .
- (D) Đường thẳng ảnh của Δ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$.**

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$.

Như thế phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ biến điểm M thành điểm N .

Vậy khi M thay đổi trên đường thẳng Δ thì quỹ tích của N là đường thẳng Δ' ảnh của Δ qua phép tịnh tiến trên.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 16 (1H1K5-3). Trong mặt phẳng tọa độ với hệ Oxy , viết phương trình đường tròn (C_1) là ảnh của

$(C): (x+1)^2 + y^2 = 9$ qua phép biến hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc quay 90° và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$.

- (A) $(C_1): (x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$.
- (B) $(C_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$.**

Ⓒ $(C_1): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 9.$

Ⓓ $(C_1): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 9.$

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(-1; 0)$, bán kính $R = 3$.

Ta có $Q_{(O; 90^\circ)}(I) = I'(0; -1)$ và $T_{\vec{v}}(I') = I_1(1; 1)$. Phép quay và phép tịnh tiến đều biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính nên phương trình của $(C_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$.

Chọn đáp án Ⓑ

Câu 17 (1H1K7-2). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O , tỉ số $k = 2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau

Ⓐ $2x + y + 3 = 0.$

Ⓑ $2x + y - 6 = 0.$

Ⓒ $4x - 2y - 3 = 0.$

Ⓓ $4x + 2y - 5 = 0.$

Lời giải.

Giả sử phép vị tự $V_{(O; 2)}$ biến điểm M thành điểm $M'(x'; y')$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OM'} = 2\overrightarrow{OM} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2x \\ y' = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{x'}{2} \\ y = \frac{y'}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Thay vào } d \text{ ta được } 2 \cdot \frac{x'}{2} + \frac{y'}{2} - 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot x' + y' - 6 = 0.$$

Chọn đáp án Ⓑ

Câu 18 (1H1K8-2). Một hình vuông có diện tích bằng 4. Qua phép vị tự $V_{(I, -2)}$ thì ảnh của hình vuông trên có diện tích tăng gấp mấy lần diện tích ban đầu.

Ⓐ $\frac{1}{2}.$

Ⓑ 2.

Ⓒ 4.

Ⓓ 8.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra hình vuông ban đầu có cạnh bằng 2. Qua phép vị tự $V_{(I, -2)}$ thì độ dài cạnh của hình vuông tạo thành bằng 4, suy ra diện tích bằng 16. Vậy diện tích tăng gấp 4 lần.

Chọn đáp án Ⓒ

Câu 19 (1H1K2-2). Cho đường tròn $(O; R)$ và hai điểm A, B phân biệt. Một điểm M thay đổi trên đường tròn (O) . Khi đó tập hợp các điểm N sao cho $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ là tập nào sau đây?

Ⓐ Tập $\emptyset$.

Ⓑ Đường tròn tâm A bán kính R .

Ⓒ Đường tròn tâm B bán kính R .

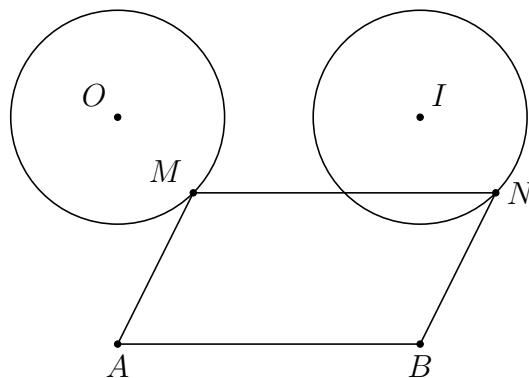
Ⓓ Đường tròn tâm I bán kính R với $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{AB}$.

Lời giải.

$$\text{Từ giả thiết ta có } \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}.$$

Như thế phép tịnh tiến theo $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ biến điểm M thành điểm N .

Vậy khi M thay đổi trên đường tròn $(O; R)$ thì quỹ tích của N là đường tròn $(I; R)$ với $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{AB}$.



Chọn đáp án Ⓓ

Câu 20 (1H1G7-3). Cho đoạn thẳng AB với trung điểm I và đường tròn $(O; R)$ sao cho đường thẳng AB và đường tròn $(O; R)$ không có điểm chung. Một điểm M thay đổi trên $(O; R)$, gọi G là

trọng tâm tam giác MAB . Khi M thay đổi trên $(O; R)$, gọi G là trọng tâm tam giác MAB . Khi M thay đổi trên $(O; R)$, tập hợp các điểm G là

- (A) Một cung tròn qua hai điểm A và B .
 (B) Đường tròn tâm I bán kính $\frac{R}{3}$.
 (C) Đường tròn tâm J bán kính $\frac{R}{3}$ với $\vec{IJ} = \frac{1}{3}\vec{IO}$.
 (D) Đường tròn đường kính IO .

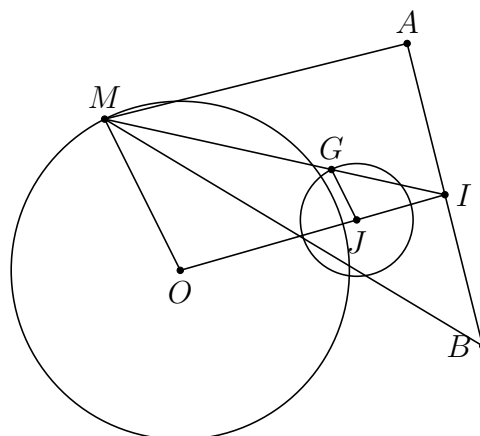
Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $\vec{IG} = \frac{1}{3}\vec{IM}$. Như thế phép vị tự

$V\left(\frac{1}{3}; I\right)$ biến điểm M thành điểm G .

Vậy khi M thay đổi trên đường tròn $(O; R)$ thì quỹ tích G là đường tròn (T) ảnh của đường tròn $(O; R)$ qua phép vị tự trên.

Ta thấy (T) là đường tròn tâm J bán kính $\frac{R}{3}$ với $\vec{IJ} = \frac{1}{3}\vec{IO}$.



Chọn đáp án (C)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. B	4. A	5. B	6. B	7. C	8. B	9. D	10. D
11. B	12. C	13. B	14. D	15. D	16. B	17. B	18. C	19. D	20. C

CHƯƠNG 2. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				Cộng
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng	Câu 1	Câu 2	Câu 3		3 15%
② Hai đường thẳng chéo nhau và hai đường thẳng song song	Câu 4	Câu 5	Câu 7		4
		Câu 6			20%
③ Đường thẳng và mặt phẳng song song	Câu 8	Câu 10	Câu 12	Câu 13	6
	Câu 9	Câu 11			30%
④ Hai mặt phẳng song song	Câu 14	Câu 15	Câu 17	Câu 18	5
		Câu 16			25%
⑤ Phép chiếu song song	Câu 19	Câu 20			2 10%
Cộng	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
<i>Chủ đề 1. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng</i>	1	NB	Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.
	2	TH	Tìm giao điểm của một đường thẳng và một mặt phẳng.
	3	VDT	Chỉ ra được bộ ba điểm thẳng hàng.
<i>Chủ đề 2. Hai đường thẳng chéo nhau và hai đường thẳng song song</i>	4	NB	Chỉ ra được hai đường thẳng song song.
	5	TH	Chỉ ra được cặp đường thẳng chéo nhau.
	6	TH	Áp dụng hệ quả của định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng phân biệt để tìm giao tuyến của hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song.

	7	VDT	Áp dụng định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng phân biệt để tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.
Chủ đề 3. Đường thẳng và mặt phẳng song song	8	NB	Nhớ các tính chất về đường thẳng và mặt phẳng song song để tìm khẳng định đúng.
	9	NB	Nhớ các tính chất về đường thẳng và mặt phẳng song song để tìm khẳng định sai.
	10	TH	Chỉ ra được vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.
	11	TH	Xác định được đường thẳng và mặt phẳng song song.
	12	VDT	Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) trong đó $(\alpha) \parallel \Delta$ và $\Delta \subset \beta$.
	13	VDC	Vận dụng các tính chất để giải toán tìm thiết diện của một hình chóp cắt bởi một mặt phẳng đi qua một điểm và song song với hai đường thẳng cho trước.
Chủ đề 4. Hai mặt phẳng song song	14	NB	Nắm định nghĩa, tính chất về hai mặt phẳng song song để tìm mệnh đề đúng.
	15	TH	Nắm điều kiện để hai mặt phẳng song song để xác định cặp mặt phẳng song song trong các cặp mặt phẳng cho trước.
	16	TH	Nắm được nội dung định lý 2 và các hệ quả để tìm khẳng định sai.
	17	VDT	Vận dụng được định lý Ta-lét để tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.
	18	VDC	Giải toán hình chóp. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.
Chủ đề 5. Phép chiếu song song	19	NB	Nắm được định nghĩa, tìm được hình chiếu của M qua phép chiếu song song.
	20	TH	Nắm vững các tính chất của phép chiếu song song để tìm khẳng định đúng.

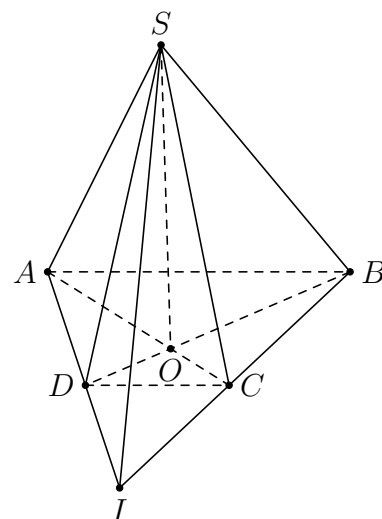
Đề số 1

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
 (B) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
 (C) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
 (D) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Lời giải.

- Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên: $(SAB), (SBC), (SCD), (SAD)$.
- là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
 $\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \Rightarrow O \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow O$ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
 $\Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$.
- Tương tự, ta có $(SAD) \cap (SBC) = SI$.
- $(SAB) \cap (SAD) = SA$ mà SA không phải là đường trung bình của hình thang $ABCD$.



Vậy “Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$ ” là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

(A) IJ song song với CD .

(B) IJ song song với AB .

(C) IJ chéo CD .

(D) IJ cắt AB .

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, BD .

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác BCD

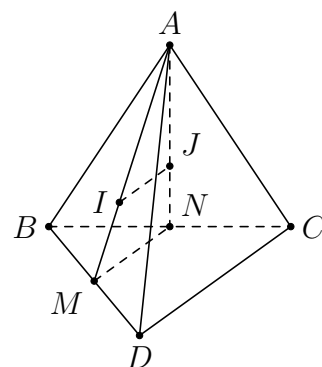
$\Rightarrow MN \parallel CD$ (1).

I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD

$$\Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3}$$

$\Rightarrow IJ \parallel MN$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $IJ \parallel CD$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P) ?

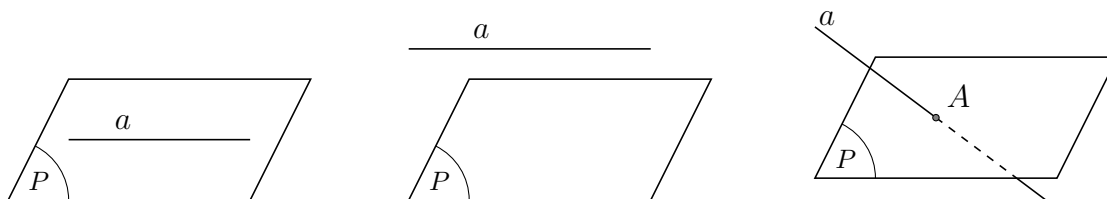
(A) 2.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 4.

Lời giải.



Có 3 vị trí tương đối của a và (P) , đó là: a nằm trong (P) , a song song với (P) và a cắt (P)

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 4. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b .

- (B) Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b .
 (C) Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M , song song với a và b (với M là điểm cho trước).
 (D) Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b .

Lời giải.

Có có vô số mặt phẳng song song với 2 đường thẳng chéo nhau. Do đó A sai.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
 (B) Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
 (C) Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
 (D) Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

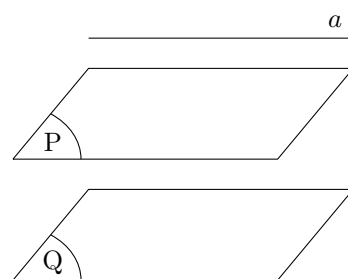
Lời giải.

Trong không gian, hai mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: trùng nhau, cắt nhau, song song với nhau. Vì vậy, 2 mặt phẳng không cắt nhau thì có thể song song hoặc trùng nhau $\Rightarrow$ A là mệnh đề sai.

Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì chúng có thể song song với nhau (hình vẽ) $\Rightarrow$ B là mệnh đề sai.

Ta có: $a \parallel (P), a \parallel (Q)$ nhưng (P) và (Q) vẫn có thể song song với nhau.

Mệnh đề C là tính chất nên C đúng.



□

Chọn đáp án (C)

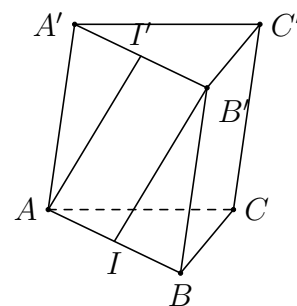
Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song phương AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

- (A) A' . (B) B' . (C) C' . (D) I' .

Lời giải.

Ta có $\left. \begin{matrix} AI \parallel B'I' \\ AI = B'I' \end{matrix} \right\} \Rightarrow AIB'I'$ là hình bình hành.

Suy ra qua phép chiếu song song phương AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến điểm I thành điểm B' .



□

Chọn đáp án (B)

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- (A) AM (M là trung điểm của AB). (B) AN (N là trung điểm của CD).
 (C) AH (H là hình chiếu của B trên CD). (D) AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Lời giải.

- A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .
- Ta có $BG \cap CD = N$
 $\Rightarrow \begin{cases} N \in BG \subset (ABG) \Rightarrow N \in (ABG) \\ N \in CD \subset (ACD) \Rightarrow N \in (ACD) \end{cases}$
 $\Rightarrow N$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

Vậy $(ABG) \cap (ACD) = AN$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

- (A)** MP và RT . **(B)** MQ và RT . **(C)** MN và RT . **(D)** PQ và RT .

Lời giải.

Ta có M, Q lần lượt là trung điểm của $AC, CD \Rightarrow MQ$ là đường trung bình của tam giác CAD

$\Rightarrow MQ \parallel AD$

(1).

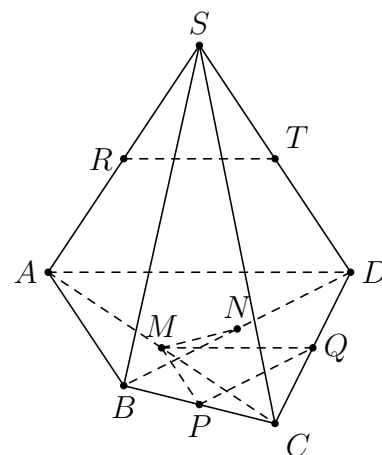
Ta có R, T lần lượt là trung điểm của SA, SD

$\Rightarrow RT$ là đường trung bình của tam giác SAD

$\Rightarrow RT \parallel AD$

(2).

Từ (1), (2) suy ra $MQ \parallel RT$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

- (A)** SC . **(B)** đường thẳng qua S và song song với AB .
(C) đường thẳng qua G và song song với DC . **(D)** đường thẳng qua G và cắt BC .

Lời giải.

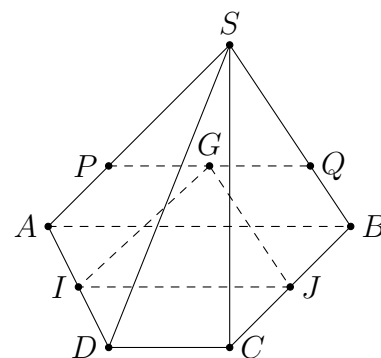
Ta có I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC nên IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD \Rightarrow IJ \parallel AB \parallel CD$.

Gọi $d = (SAB) \cap (IJG)$.

Ta có G là điểm chung giữa hai mặt phẳng (SAB) và (IJG)

Mặt khác $\begin{cases} (SAB) \supset AB; (IJG) \supset IJ \\ AB \parallel IJ \end{cases}$

Vậy giao tuyến d của (SAB) và (IJG) là đường thẳng qua G và song song với AB và IJ .



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 10. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel b, b \parallel (\alpha)$. Khi đó

- (A)** $a \parallel (\alpha)$. **(B)** $a \subset (\alpha)$.
(C) a cắt (α) . **(D)** $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 11. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
 (B) Nếu b cắt (α) thì b cắt a .
(C) Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.
 (D) Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b .

Lời giải.

- A sai. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$ hoặc a, b chéo nhau.
- B sai. Nếu b cắt (α) thì b cắt a hoặc a, b chéo nhau.
- D sai. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt a hoặc song song với a .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

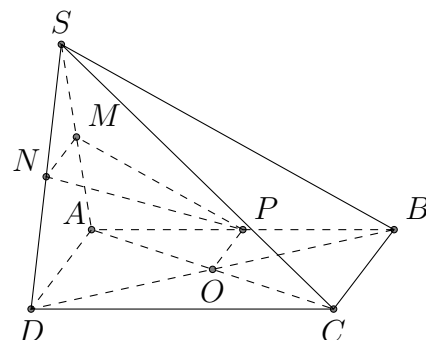
- (A) (NOM) cắt (OPM) .
(B) $(MON) \parallel (SBC)$.
 (C) $(PON) \cap (MNP) = NP$.
 (D) $(NMP) \parallel (SBD)$.

Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD suy ra $MN \parallel AD$ (1).

Và OP là đường trung bình của tam giác BAD suy ra $OP \parallel AD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $MN \parallel OP \parallel AD \Rightarrow M, N, O, P$ đồng phẳng.
 Lại có $MP \parallel SB, OP \parallel BC$ suy ra $(MNOP) \parallel (SBC)$ hay $(MON) \parallel (SBC)$.



Chọn đáp án **(B)**

□

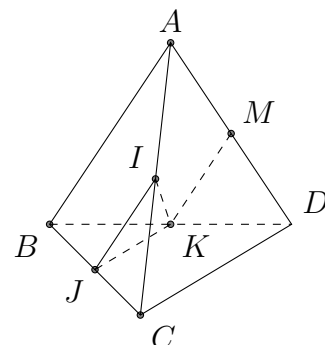
Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của AC, BC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IKJ) là đường thẳng

- (A) KD .
(B) KI .
(C) qua K và song song với AB .
 (D) Không có.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} (IJK) \cap (ABD) = K \\ IJ \subset (IJK), AB \subset (ABD) \\ IJ \parallel AB \end{cases} \\ \Leftrightarrow (IJK) \cap (ABD) = KM \parallel IJ \parallel AB.$$



Chọn đáp án **(C)**

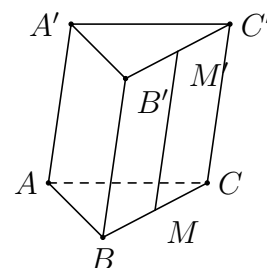
□

Câu 14. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song phương CC' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M' . Trong đó M là trung điểm của BC . Chọn mệnh đề **đúng**?

- (A) M' là trung điểm của $A'B'$.
 (B) M' là trung điểm của $B'C'$.
 (C) M' là trung điểm của $A'C'$.
 (D) Cả ba đáp án trên đều sai.

Lời giải.

Ta có phép chiếu song song phương CC' , biến C thành C' , biến B thành B' . Do M là trung điểm của BC suy ra M' là trung điểm của $B'C'$ vì phép chiếu song song bảo toàn thứ tự của ba điểm thẳng hàng và bảo toàn tỉ số của hai đoạn thẳng nằm trên cùng một đường thẳng hoặc trên hai đường thẳng song song.



Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A) Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thì A, B, C thẳng hàng.
 (B) Nếu A, B, C thẳng hàng và $(P), (Q)$ có điểm chung là A thì B, C cũng là 2 điểm chung của (P) và (Q) .
 (C) Nếu 3 điểm A, B, C là điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt thì A, B, C không thẳng hàng.
 (D) Nếu A, B, C thẳng hàng và A, B là 2 điểm chung của (P) và (Q) phân biệt thì C cũng là điểm chung của (P) và (Q) .

Lời giải.

Nếu A, B, C thẳng hàng và A, B là 2 điểm chung của (P) và (Q) phân biệt thì C cũng là điểm chung của (P) và (Q) .

Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA, SB, SC . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Biết Q là giao điểm của SD với mặt phẳng (MNP) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) SO, MP, NQ đồng quy.
 (B) M, N, Q thẳng hàng.
 (C) N, P, Q thẳng hàng.
 (D) SO, SD, NQ đồng quy.

Lời giải.

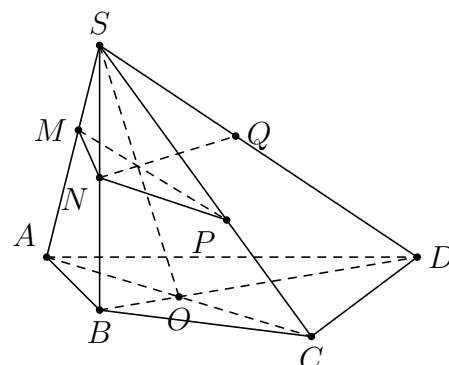
Ta có $(MNP) \cap (SAC) = MP$,

$(MNP) \cap (SBD) = NQ$,

$(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Để thấy SO và MP cắt nhau.

Do đó, ba đường thẳng SO, MP, NQ đồng quy.

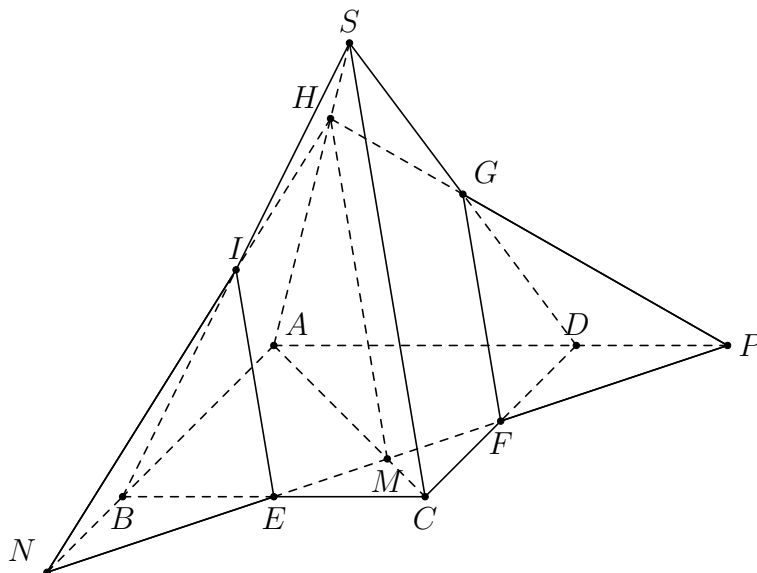


Chọn đáp án (A) □

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SBC . Gọi Δ là giao tuyến giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- (A) $\Delta \parallel MN$.
 (B) Δ đi qua hai điểm A và C .
 (C) Δ cắt SB .
 (D) Bốn điểm A, M, N, C đồng phẳng.

- Gọi $F = CD \cap (\alpha)$. Khi đó, $(\alpha) \cap (ABCD) = EF$. Vì $(\alpha) \parallel BD$ nên $EF \parallel BD \Rightarrow F$ là trung điểm của CD .
- Gọi $M = EF \cap AC$ và $H = SA \cap (\alpha)$. Suy ra $(\alpha) \cap (SAC) = MH$. Do $(\alpha) \parallel SC$ nên $MH \parallel SC$.
- Gọi N, P lần lượt là giao điểm của EF với AB và AD . Khi đó, $(\alpha) \cap (SAB) = NP$ và $(\alpha) \cap (SAD) = NQ$.
- Trong (SAD) , gọi $G = HP \cap SD$. Khi đó, $(\alpha) \cap (SCD) = FG$.
- Trong (SAB) , gọi $I = HN \cap SB$. Khi đó, $(\alpha) \cap (SBC) = IF$.



Vậy thiết diện của (α) và hình chóp là ngũ giác $EFGHI$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M di động trên cạnh BC và (α) là mặt phẳng đi qua M đồng thời song song với các cạnh SB, CD . Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của SC, SD, AD với (α) và K là giao điểm của MN với PQ . Khi M di chuyển trên BC thì K chuyển động trên một đường thẳng Δ cố định. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A** $\Delta \parallel NP$. **B** $\Delta \parallel PQ$. **C** $\Delta \parallel CD$. **D** $\Delta \parallel BC$.

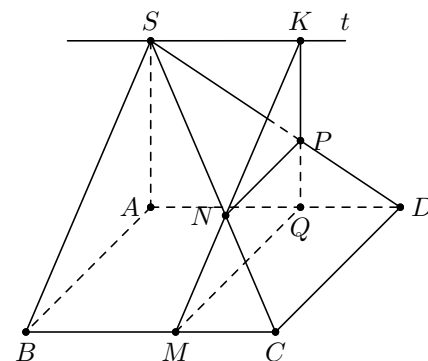
Lời giải.

Gọi $St = (SBC) \cap (SAD)$. Vì $AD \parallel BC$ nên $St \parallel BC \parallel AD$.

Ta có $K \in MN \subset (SBC)$ và $K \in PQ \subset (SAD)$. Suy ra $K \in St$.

Do St cố định nên khi M di động trên BC thì K chuyển động trên đường thẳng cố định $\Delta \equiv St$.

Vậy $\Delta \parallel BC$.



Chọn đáp án **D**

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. B	4. A	5. C	6. B	7. B	8. B	9. C	10. D
11. C	12. B	13. C	14. B	15. D	16. A	17. C	18. B	19. A	20. D

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là

(A) SD .

(B) SO .

(C) AC .

(D) BD .

Lời giải.

Để thấy $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có điểm O là giao điểm của hai đường chéo. Giao điểm của đường thẳng AC với mặt phẳng (SBD) là điểm nào?

(A) Điểm S .

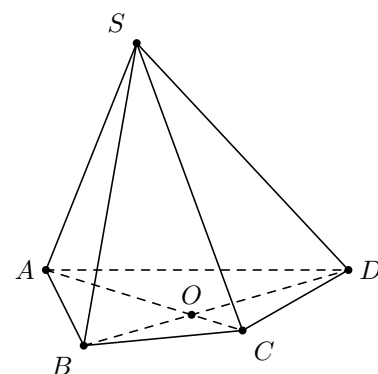
(B) Điểm A .

(C) Điểm B .

(D) Điểm O .

Lời giải.

Ta thấy $A \notin (SBD)$ và $AC \cap BD = O$ nên $AC \cap (SBD) = \{O\}$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 3.

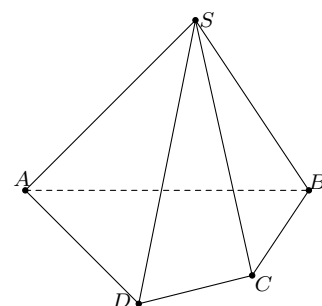
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác không có cặp cạnh nào song song. Gọi O, E, F lần lượt là giao điểm của AC và BD , AD và BC , AB và CD . Một mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại X, Y, Z, T . Gọi Q là giao điểm của XT và YZ . Hỏi bộ 3 điểm nào dưới đây thẳng hàng?

(A) Q, S, F .

(B) Q, S, O .

(C) Q, S, E .

(D) Q, C, D .



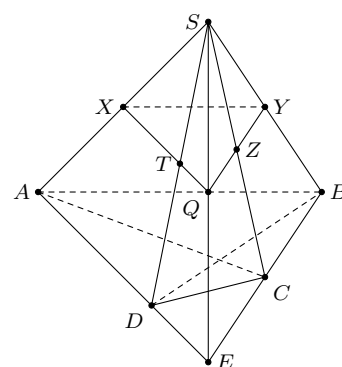
Lời giải.

Ta có: $(SAD) \cap (SBC) = SE$.

Lại có: $Q = XT \cap YZ \Rightarrow \begin{cases} Q \in XT, XT \subset (SAD) \\ Q \in YZ, YZ \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow Q \in (SAD) \cap (SBC)$ nên suy ra $Q \in SE$.

Từ đó suy ra Q, S, E thẳng hàng.



Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

(A) Hai đường thẳng song song thì không có điểm chung.

(B) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

(C) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

(D) Hai đường thẳng đồng phẳng và không có điểm chung thì song song.

Lời giải.

Hai đường thẳng không có điểm chung thì hoặc chéo nhau, hoặc song song.

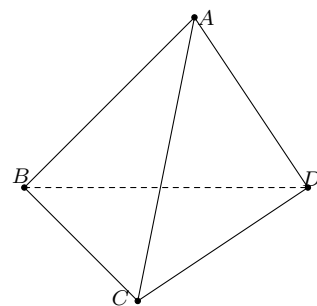
Chọn đáp án **C**



Câu 5.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N là hai điểm phân biệt nằm trên đường thẳng AB , M' và N' là hai điểm phân biệt nằm trên đường thẳng CD . Các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hai đường thẳng MM' và NN' có thể cắt nhau.
 (B) Hai đường thẳng MM' và NN' có thể song song với nhau.
 (C) Hai đường thẳng MM' và NN' hoặc cắt nhau hoặc song song với nhau.
 (D) Hai đường thẳng MM' và NN' chéo nhau.



Lời giải.

Rõ ràng AB và CD là hai đường thẳng chéo nhau nên MM' và NN' cũng là hai đường thẳng chéo nhau.

Chọn đáp án **D**



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AB \parallel CD$. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $d \parallel AB$. (B) d cắt AB . (C) d cắt AD . (D) d cắt CD .

Lời giải.

Xét ba mặt phẳng $(ABCD)$, (SAB) , (SCD) , ta có:

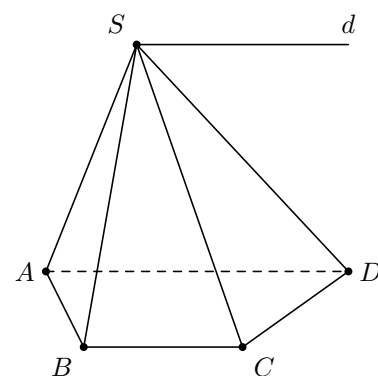
$$(SAB) \cap (ABCD) = AB;$$

$$(SCD) \cap (ABCD) = CD;$$

$$AB \parallel CD;$$

$$S \in (SAB) \cap (SCD).$$

Vậy giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng d đi qua S và song song với các đường thẳng AB và CD .



Chọn đáp án **A**



Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành $ABCD$, các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, SC . Phát biểu nào sau đây đúng?

- (A) Giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với BD .
 (B) Giao điểm của MN với (SBD) là điểm M .
 (C) Giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với SI , trong đó I là giao của CM với BD .
 (D) Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD) .

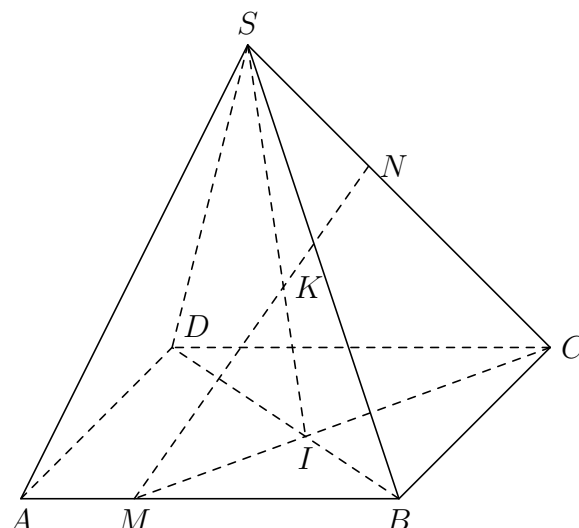
Lời giải.

Gọi I là giao điểm của CM và BD .

Xét mặt phẳng (SMC) , gọi $K = SI \cap MN$ suy ra

$$\begin{cases} K \in MN \\ K \in SI \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K = MN \cap (SBD).$$

Khi đó giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với SI



Chọn đáp án **C**

□

Câu 8. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau và mặt phẳng (P) . Xét các mệnh đề sau
(I) : Nếu $(P) \parallel a$ thì $(P) \parallel b$.

(II) : Nếu $(P) \parallel a$ thì (P) chứa đường thẳng b .

(III) : Nếu (P) cắt a thì (P) cắt b .

(IV) : Nếu $(P) \parallel a$ thì (P) song song hoặc chứa đường thẳng b .

Số mệnh đề **sai** trong các mệnh đề trên là

A 0.

B 1.

C 2.

D 3.

Lời giải.

Mệnh đề (I) chỉ đúng khi (P) không chứa b .

Mệnh đề (II) là sai vì nếu (P) song song với mặt phẳng qua a và b thì nó không chứa đường thẳng nào trong hai đường thẳng trên.

Vậy có 2 khẳng định sai.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 9. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B Nếu đường thẳng a nằm trong (P) và $(P) \parallel \Delta$ thì $a \parallel \Delta$.

C Nếu đường thẳng $\Delta \parallel (P)$ và (P) cắt đường thẳng a thì hai đường thẳng a và Δ cắt nhau.

D Đường thẳng $\Delta \parallel (P)$ thì tồn tại đường thẳng Δ' nằm trong (P) để $\Delta \parallel \Delta'$.

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta \parallel (P)$ thì tồn tại đường thẳng Δ' nằm trong (P) để $\Delta \parallel \Delta'$. Đường thẳng dễ thấy nhất đầu tiên là giao tuyến của (P) với mặt phẳng chứa Δ và cắt (P) .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác ABD . M là một điểm trên đoạn BC sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $MG \parallel (BCD)$.

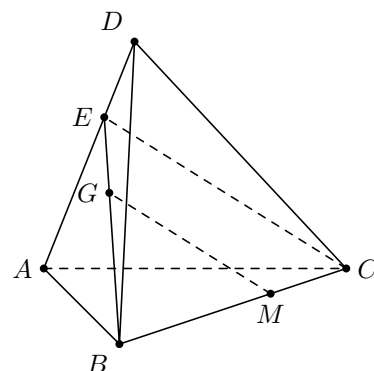
B $MG \parallel (ABD)$.

C $MG \parallel (ABC)$.

D $MG \parallel (ACD)$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm của AD , ta có $GB = 2GE$. Xét tam giác BCE có $\frac{BG}{GE} = \frac{BM}{MC} = 2 \Rightarrow MG \parallel CE \Rightarrow MG \parallel (ACD)$.



Chọn đáp án **(D)**

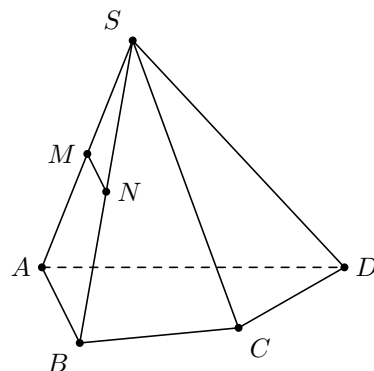
□

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tìm khẳng định đúng.

- (A)** $MN \parallel (ABCD)$. **(B)** $MN \parallel (SAB)$. **(C)** $MN \parallel (SCD)$. **(D)** $MN \parallel (SBC)$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel (ABCD)$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm của SC . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) cắt đường thẳng SA tại N . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- (A)** $MN \parallel AD$. **(B)** $AD \parallel (MBC)$.
(C) $AD = 2MN$. **(D)** $BCMN$ là hình bình hành.

Lời giải.

Ta có $AD \parallel BC$.

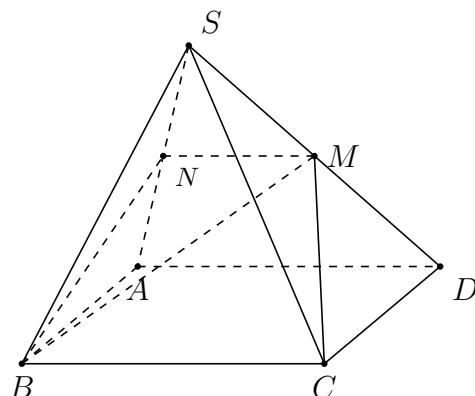
$AD \subset (SAD), BC \subset (SBC)$.

$M \in (MBC) \cap (SAD)$.

Suy ra $(MBC) \cap (SAD) = Mt \parallel AD \parallel BC$.

Mặt khác, do M là trung điểm của SC , suy ra Mt cắt SA tại N thì N là trung điểm của SA .

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) là đường thẳng MN , và $MN = \frac{1}{2}AD$ do đó $MN = \frac{1}{2}BC$. Suy ra $BCMN$ chỉ là hình thang.



Chọn đáp án **(D)**

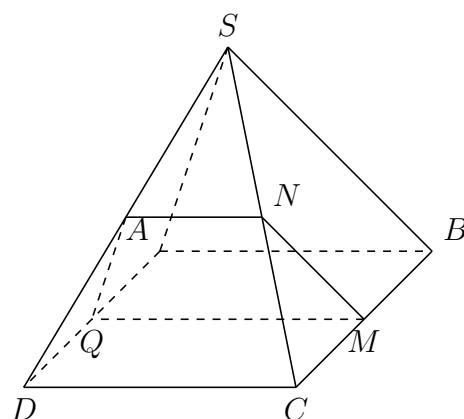
□

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (α) qua trung điểm M của cạnh BC , song song với SB và CD là

- (A) Ngũ giác. (B) Hình thang. (C) Hình bình hành. (D) Tam giác.

Lời giải.

- vì $(\alpha) \parallel SB$ nên (α) cắt mặt phẳng (SBC) theo giao tuyến MN đi qua M và song song với SB , với N là trung điểm của SC .
- vì $(\alpha) \parallel CD$ nên (α) cắt mặt phẳng (SCD) theo giao tuyến NP đi qua N và song song với CD , với P là trung điểm của SD .
- vì $(\alpha) \parallel CD$ nên (α) cắt mặt phẳng $(ABCD)$ theo giao tuyến MQ đi qua M và song song với CD , với Q là trung điểm của AD .



Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (α) tứ giác $MNPQ$ có $MQ \parallel CD \parallel NP$ nên $MNPQ$ là hình thang.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 14. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

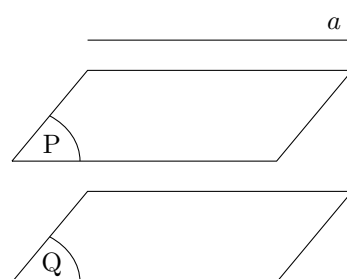
- (A) Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
 (B) Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
 (C) Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
 (D) Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

Lời giải.

Trong không gian, hai mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: trùng nhau, cắt nhau, song song với nhau. Vì vậy, 2 mặt phẳng không cắt nhau thì có thể song song hoặc trùng nhau $\Rightarrow A$ là mệnh đề sai.

Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì chúng có thể song song với nhau (hình vẽ) $\Rightarrow B$ là mệnh đề sai.

Ta có: $a \parallel (P)$, $a \parallel (Q)$ nhưng (P) và (Q) vẫn có thể song song với nhau. Mệnh đề C là tính chất nên C đúng.



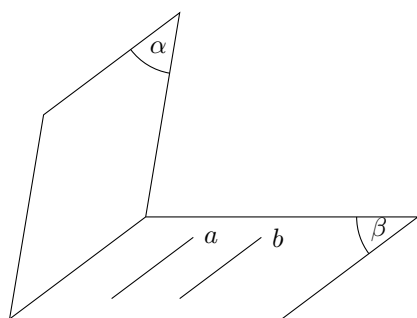
Chọn đáp án (C)

□

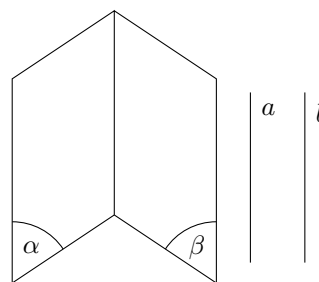
Câu 15. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$?

- (A) $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó).
 (B) $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) .
 (C) $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) .
 (D) $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .

Lời giải.



Hình 1.



Hình 2.

Trong trường hợp: $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó) thì (α) và (β) có thể trùng nhau $\Rightarrow$ Loại A.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 1) $\Rightarrow$ Loại B.

$(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) thì (α) và (β) vẫn có thể cắt nhau (hình 2) $\Rightarrow$ Loại C.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 16. Cho đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau.

B $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.

C $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

D Chưa kết luận được về vị trí tương đối của a và b .

Lời giải.

Với đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$.

Khi $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau.

Khi $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$ hoặc $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến song song với a và b .

a và b có thể chéo nhau, song song hoặc cắt nhau.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A (NOM) cắt (OPM) .

B $(MON) \parallel (SBC)$.

C $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D $(NMP) \parallel (SBD)$.

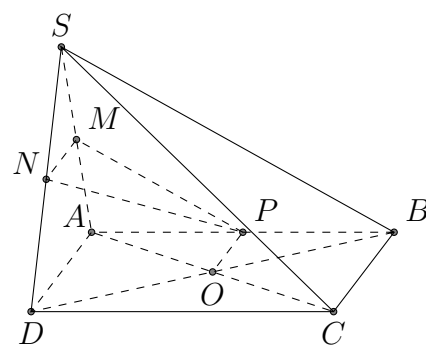
Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD suy ra $MN \parallel AD$ (1).

Và OP là đường trung bình của tam giác BAD suy ra $OP \parallel AD$ (2).

Từ (1), (2) suy ra $MN \parallel OP \parallel AD \Rightarrow M, N, O, P$ đồng phẳng.

Lại có $MP \parallel SB, OP \parallel BC$ suy ra $(MNOP) \parallel (SBC)$ hay $(MON) \parallel (SBC)$.



Chọn đáp án **B**

□

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

- (A) Hình hình hành. (B) Tam giác cân. (C) Tam giác vuông. (D) Tam giác đều.

Lời giải.

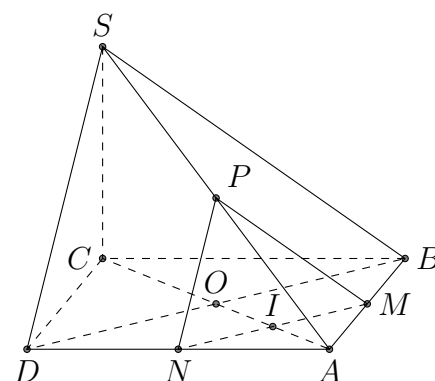
Gọi MN là đoạn thẳng giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt đáy $(ABCD)$. Vì $(P) \parallel (SBD)$, $(P) \cap (ABCD) = MN$ và $(SBD) \cap (ABCD) = BD$ suy ra $MN \parallel BD$.

Lập luận tương tự, ta có

(P) cắt mặt (SAD) theo đoạn giao tuyến NP với $NP \parallel SD$.

(P) cắt mặt (SAB) theo đoạn giao tuyến MP với $MP \parallel SB$.

Vậy tam giác MNP đồng dạng với tam giác SBD nên thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác đều MNP .



Chọn đáp án (D) □

Câu 19. Cho mặt phẳng (α) và các đường thẳng d_1 , d_2 , d_3 có tính chất như sau: $d_1 \parallel (\alpha)$, $d_2 \subset (\alpha)$, d_3 cắt (α) tại M . Phương của đường thẳng nào có thể làm phương chiếu trong phép chiếu song song lên (α) ?

- (A) d_1 . (B) d_2 .
(C) d_3 . (D) Không có đường thẳng nào thỏa.

Lời giải.

Phương chiếu của phép chiếu song song lên mặt phẳng phải là đường thẳng cắt mặt chiếu. Như vậy chỉ có d_3 thỏa yêu cầu.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- (A) Hình chiếu song song của mọi hình vuông không nằm trong mặt phẳng song song với phương chiếu, đều là hình vuông.
(B) Hình chiếu song song của mọi hình chữ nhật không nằm trong mặt phẳng song song với phương chiếu, đều là hình chữ nhật.
(C) Hình chiếu song song của mọi hình bình hành không nằm trong mặt phẳng song song với phương chiếu, đều là hình bình hành.
(D) Hình chiếu song song của mọi hình thoi không nằm trong mặt phẳng song song với phương chiếu, đều là hình thoi.

Lời giải.

Hình chiếu song song của hình chữ nhật, hình vuông, hình thoi có thể là hình bình hành. Nếu một hình bình hành không nằm trong mặt phẳng song song với phương chiếu thì hình chiếu của nó là hình bình hành.

Chọn đáp án (C) □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. C	4. C	5. D	6. A	7. C	8. C	9. D	10. D
11. A	12. D	13. B	14. C	15. D	16. B	17. B	18. D	19. C	20. C

CHƯƠNG 3. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				Tổng
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Vec-tơ trong không gian	Câu 1	Câu 2			2 10%
② Hai đường thẳng vuông góc	Câu 3	Câu 4 Câu 5	Câu 6		4 20%
③ Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng	Câu 7 Câu 8	Câu 9 Câu 10	Câu 11	Câu 12	6 30%
④ Hai mặt phẳng vuông góc	Câu 13	Câu 14 Câu 15	Câu 16		4 20%
⑤ Khoảng cách	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20	4 20%
Cộng	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
<i>Chủ đề 1. Véc-tơ trong không gian</i>	1	NB	Dựa vào quy tắc hình bình hành để nhận biết đẳng thức véc-tơ.
	2	TH	Vận dụng tích vô hướng của hai véc-tơ để tính góc giữa hai véc-tơ.
<i>Chủ đề 2. Hai đường thẳng vuông góc</i>	3	NB	Kiểm tra định nghĩa hai đường thẳng vuông góc.
	4	TH	Mối liên hệ quan hệ vuông góc với quan hệ song song hai đường thẳng.
	5	TH	Tính góc giữa hai đường thẳng chéo nhau dựa vào véc-tơ.
	6	VDT	Tính góc giữa hai cạnh chéo nhau của tứ diện.
	7	NB	Điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

	8	NB	Liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc.
	9	TH	Kiểm tra điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng dựa vào tính chất.
	10	TH	Kiểm tra điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng dựa vào quan hệ song song.
	11	VDT	Dựa vào các mối quan hệ vuông góc để xác định được đường thẳng a có vuông góc với mặt phẳng cho trước hay không?
	12	VDC	Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.
Chủ đề 4. Hai mặt phẳng vuông góc	13	NB	Kiểm tra điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.
	14	TH	Xác định hai mặt phẳng vuông góc dựa vào tính chất.
	15	TH	Tính góc giữa mặt chéo và đáy của hình chóp có cạnh bên vuông góc với đáy, đáy là hình vuông.
	16	VDT	Xác định được góc giữa mặt bên và mặt đáy của khối chóp để tính toán các yếu tố khác.
Chủ đề 5. Khoảng cách	17	NB	Tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.
	18	TH	Cho hình chóp tam giác đều. Tính khoảng cách từ đỉnh đến mặt đáy.
	19	VDT	Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau khi có mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.
	20	VDC	Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

☒ **A** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

☐ **B** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

☐ **C** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

☐ **D** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

Chọn đáp án ☒ **A**

□

Câu 2. Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

☒ **A** Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.

☐ **B** Nếu hai đường thẳng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

☐ **C** Nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó vuông góc với nhau.

D Cho hai đường thẳng song song với nhau. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

Lời giải.

Theo tính chất liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc trong mặt phẳng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 3. Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu

A d vuông góc với một đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) .

B d vuông góc với hai đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) .

C d vuông góc với ba đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) .

D d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) .

Lời giải.

Theo định nghĩa: Đường thẳng được gọi là vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A $\begin{cases} a \parallel b \\ (\alpha) \perp a \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel b.$

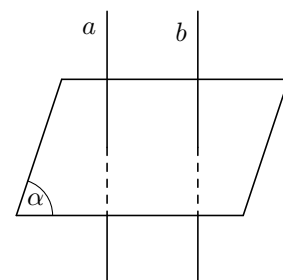
B $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \\ a \neq b \end{cases} \Rightarrow a \parallel b.$

C $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \\ a \neq b \end{cases} \Rightarrow a \perp b.$

D $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \parallel b.$

Lời giải.

Ta có tính chất: "Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau".



□

Chọn đáp án **B**

Câu 5. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $\begin{cases} (\alpha) \neq (\beta) \\ (\alpha) \perp (P) \\ (\beta) \perp (P) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta).$

B $\begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ (P) \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (P) \perp (\beta).$

C $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b.$

D $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \perp (\beta).$

Lời giải.

Một mặt phẳng vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì sẽ vuông góc với mặt phẳng còn lại.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = SB$. Gọi M, H, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, CD . Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A SH .

B SM .

C SN .

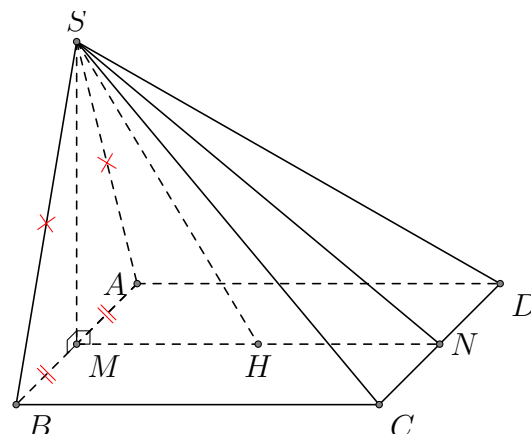
D MN .

Lời giải.

Vì tam giác SAB cân, gọi M là trung điểm của AB suy ra $SM \perp AB$.

Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SM \perp (ABCD)$.

Vậy $d(S, (ABCD)) = SM$.



Chọn đáp án **(B)**

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa hai đường thẳng SC và AB

(A) 90° .

(B) 45° .

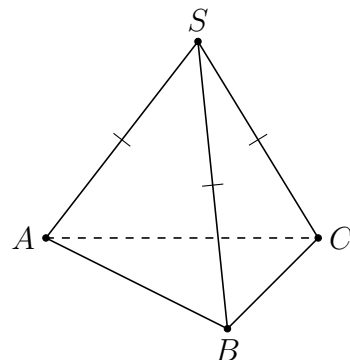
(C) 60° .

(D) 30° .

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \vec{SC} \cdot \vec{AB} &= \vec{SC} (\vec{SB} - \vec{SA}) \\ &= \vec{SB} \cdot \vec{SC} - \vec{SA} \cdot \vec{SC} \\ &= SB \cdot SC \cdot \cos \widehat{BSC} - SA \cdot SB \cdot \cos \widehat{ASB} \\ &= 0. \end{aligned}$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng 90° .



Chọn đáp án **(A)**

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SB \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của SD . Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) $CD \perp SC$.

(B) $IO \perp (ABCD)$.

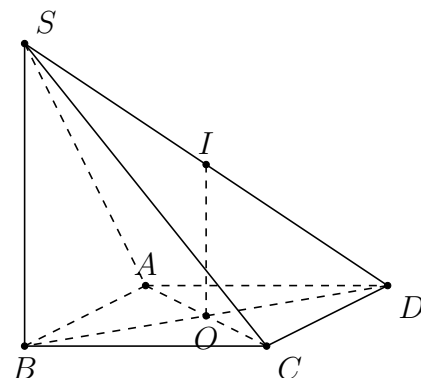
(C) Tam giác SAD vuông ở A .

(D) (SBD) là mặt phẳng trung trực của đoạn AC .

Lời giải.

- Ta có $CD \perp BC, CD \perp SB \Rightarrow CD \perp SC$.
- IO là đường trung bình trong tam giác SBD nên $IO \parallel SB \Rightarrow IO \perp (ABCD)$.
- $AD \perp AB, AD \perp SB \Rightarrow AD \perp SA$. Vậy tam giác SAD vuông ở A .
- Giả sử (SBD) là mặt phẳng trung trực của đoạn AC thì $AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp BD$ (vô lý).

Chọn đáp án **(D)**



Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của CD . Côsin của góc giữa AC và $C'M$ bằng bao nhiêu?

- (A) 0. (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải.

Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

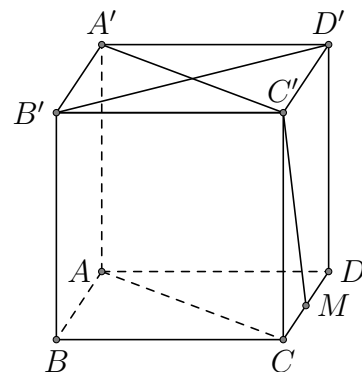
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{C'M} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{CM}) \\ &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \left(-\overrightarrow{AA'} - \frac{\overrightarrow{AB}}{2} \right) \\ &= -\frac{AB^2}{2} = -\frac{a^2}{2} \quad (*)\end{aligned}$$

$$AC = a\sqrt{2}, C'M = \sqrt{C'C^2 + CM^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Do đó } \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C'M}) = \frac{|\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{C'M}|}{|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{C'M}|} = \frac{\left| -\frac{a^2}{2} \right|}{a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Chọn đáp án (D)

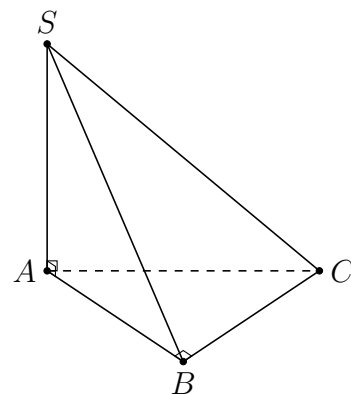
□



Câu 10.

Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông tại B , trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- (A) $BC \perp (SAB)$.
(B) $BC \perp SA$.
(C) Tất cả các mặt của hình chóp đều là các tam giác vuông.
(D) $AC \perp (SAB)$.



Lời giải.

Giả sử $AC \perp (SAB) \Rightarrow AC \perp AB \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A (mâu thuẫn giả thiết).

Chọn đáp án (D)

□

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , có $AD = CD = a$, $AB = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, E là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $CE \perp (SDC)$. (B) $CB \perp (SAB)$. (C) $\triangle SCD$ vuông ở C . (D) $CE \perp (SAB)$.

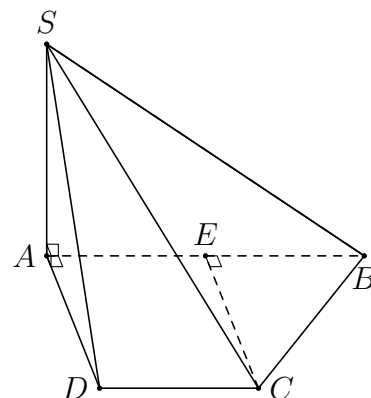
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} DA \perp AB \\ DA \perp SA \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB) \quad (1).$

Xét tứ giác $AECD$ có $\begin{cases} AE \parallel CD \\ AE = CD = AD = a \\ \hat{A} = 90^\circ. \end{cases}$

Do đó $AECD$ là hình vuông nên suy ra $CE \parallel DA \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra $CE \perp (SAB).$



Chọn đáp án **(D)**

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $(SDC) \perp (SAI).$ **(B)** $(SBC) \perp (SIA).$ **(C)** $(SCD) \perp (SAD).$ **(D)** $(SBD) \perp (SAC).$

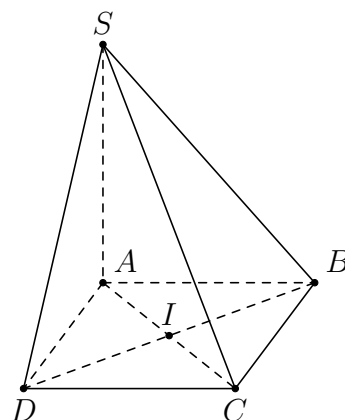
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ suy ra $SA \perp CD.$

Mà $CD \perp AD$ (vì $ABCD$ là hình chữ nhật) nên $CD \perp (SAD).$

Mặt khác $CD \subset (SCD)$

nên $(SCD) \perp (SAD).$



Chọn đáp án **(C)**

Câu 13.

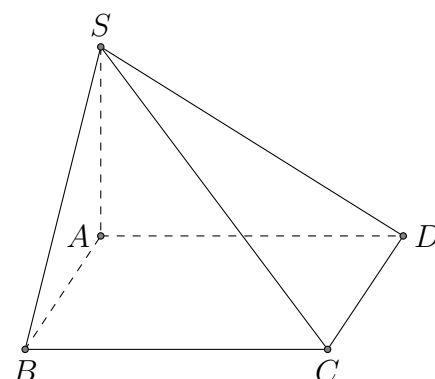
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

- (A)** $\widehat{SCB}.$ **(B)** $\widehat{SDA}.$ **(C)** $\widehat{SCA}.$ **(D)** $\widehat{ASD}.$

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases}$ nên $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ nên góc của (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SDA}.$

Chọn đáp án **(B)**



Câu 14. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Biết $SA = AB = a$. Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD).$

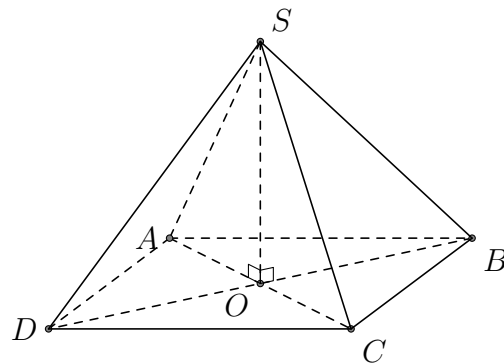
- (A)** $a\sqrt{2}.$ **(B)** $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$ **(C)** $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$ **(D)** $\frac{a}{2}.$

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có SO là đường cao của hình chóp.

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2};$$

$$d(S, (ABCD)) = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = \frac{3}{2}AD$, $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa AB và CD . Chọn khẳng định đúng.

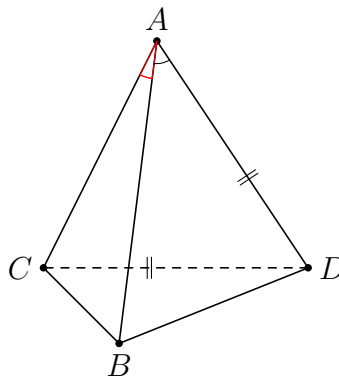
(A) $\cos \varphi = \frac{3}{4}$.

(B) $\varphi = 60^\circ$.

(C) $\varphi = 30^\circ$.

(D) $\cos \varphi = \frac{1}{4}$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } \cos(AB, CD) = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{CD}|}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{CD}|} = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{CD}|}{AB \cdot CD}.$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \vec{AB} \cdot \vec{CD} &= \vec{AB} \cdot (\vec{AD} - \vec{AC}) = \vec{AB} \cdot \vec{AD} - \vec{AB} \cdot \vec{AC} \\ &= |\vec{AB}| \cdot |\vec{AD}| \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{AD}) - |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) \\ &= AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ - AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ \\ &= AB \cdot AD \cdot \frac{1}{2} - AB \cdot \frac{3}{2}AD \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}AB \cdot AD = -\frac{1}{4}AB \cdot CD. \end{aligned}$$

$$\text{Do có } \cos(AB, CD) = \frac{\left| -\frac{1}{4}AB \cdot CD \right|}{AB \cdot CD} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } \cos \varphi = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE , AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

(A) $SC \perp (AFB)$.

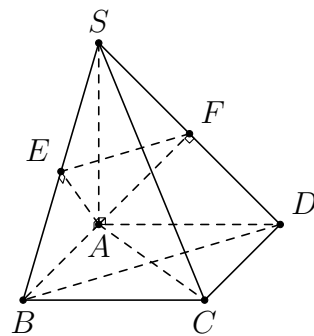
(B) $SC \perp (AEC)$.

(C) $SC \perp (AED)$.

(D) $SC \perp (AEF)$.

Lời giải.

Vì SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $SA \perp BC$.
 Mà $AB \perp BC$ nên suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB)$.
 Tam giác SAB có đường cao $AE \Rightarrow AE \perp SB$.
 Mà $AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$ (1).
 Tương tự, ta chứng minh được $AF \perp SC$ (2).
 Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AEF)$.



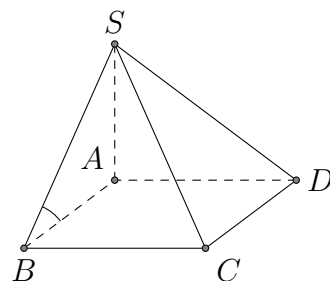
Chọn đáp án **(D)**

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = x$.
 Tìm x để góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° là

- (A) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. (B) $a\sqrt{3}$. (C) $a\sqrt{6}$. (D) $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$. Lại có BC là giao tuyến của (SBC) và $(ABCD)$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc giữa hai đường thẳng SB và AB và là góc $\widehat{SBA}$. Góc $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{SA}{AB} \Leftrightarrow \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án **(B)**

Câu 18. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = OB = OC = a$.
 Khoảng cách giữa OA và BC bằng bao nhiêu?

- (A) a . (B) $\frac{a}{2}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên cạnh BC (H là trung điểm BC).

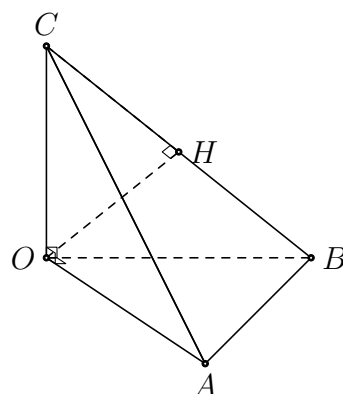
Ta có $\begin{cases} OA \perp OC \\ OA \perp OB \end{cases} \Rightarrow OA \perp (COB)$

$\Rightarrow OA \perp OH$ (Vì $OH \subset (COB)$).

Mà $OH \perp CB$ nên OH là đoạn vuông góc chung của OA và BC .

Ta có $d(OA, BC) = OH$.

Xét $\triangle OBC$, $OH = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{OB^2 + OC^2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **(D)**

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi H là trung điểm AB , $SH = \frac{3a}{4}$ và SH vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SH với mặt phẳng (SBC) là

- (A) 90° . (B) 45° . (C) 60° . (D) 30° .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC , N là trung điểm BM .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AM \perp BC \\ HN \parallel AM \end{cases} \Rightarrow HN \perp BC.$$

Trong tam giác SHN , kẻ $HK \perp SN$ ($K \in SN$) (1).

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp HN \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHN) \Rightarrow BC \perp HK \quad (2).$$

Từ (1) và (2), suy ra $HK \perp (SBC)$ nên SK chính là hình chiếu vuông góc của SH trên mặt phẳng (SBC) . Khi đó

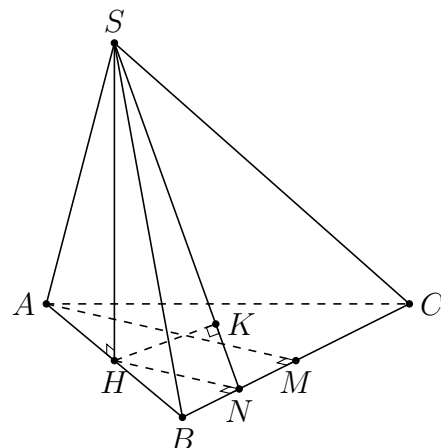
$$(\widehat{SH, (SBC)}) = (\widehat{SH, SK}) = \widehat{HSK} = \widehat{HSN}.$$

Trong tam giác vuông SHN , ta có

$$\tan \widehat{HSN} = \frac{HN}{SH} = \frac{AM}{2SH} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Vậy góc giữa đường thẳng SH với mặt phẳng (SBC) là 30° .

Chọn đáp án **(D)** □



Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1. Gọi H là trung điểm cạnh AB , $SH \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB , AC .

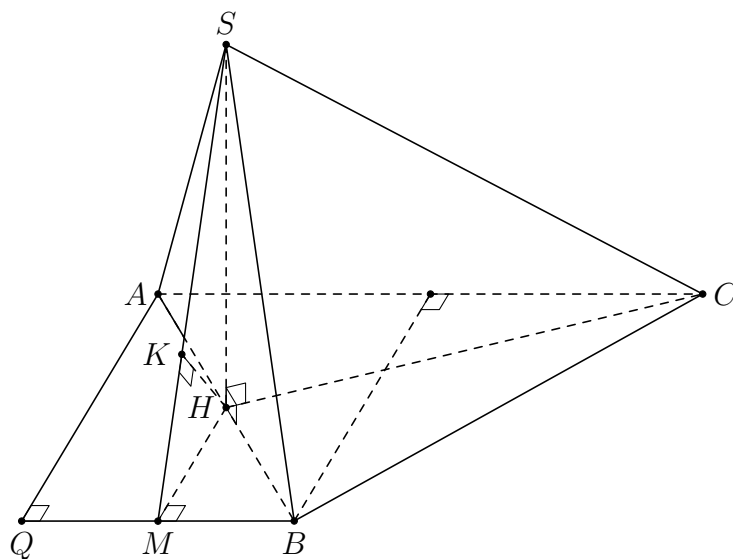
(A) $\frac{3}{2\sqrt{13}}$.

(B) $\frac{3}{\sqrt{13}}$.

(C) $\frac{2}{\sqrt{13}}$.

(D) $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } CH = \frac{\sqrt{3}}{2}, (\widehat{SC, (ABC)}) = \widehat{SCH} = 60^\circ,$$

$$\text{Mà } SH = CH \tan 60^\circ = \frac{3}{2}. \text{ Kẻ đường thẳng } d \text{ qua } B, d \parallel AC.$$

$$\text{Khi đó } d(AC, SB) = d(AC, (SB, d)) = d(A, (SB, d)) = 2d(H, (SB, d)).$$

$$\text{Kẻ } HM \perp d = M, HK \perp SM = K. \text{ Khi đó } d(H, (SB, d)) = HK.$$

$$\text{Ta có } HM = \frac{1}{2}d(B, AC) = \frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{52}{9}.$$

$$\text{Suy ra } HK = \frac{3}{2\sqrt{13}} \Rightarrow d(AC, SB) = 2HK = \frac{3}{\sqrt{13}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

BẢNG ĐÁP ÁN

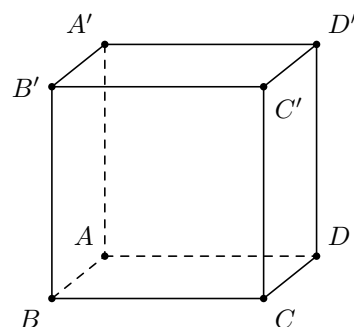
1. A	2. D	3. D	4. B	5. B	6. B	7. A	8. D	9. D	10. D
11. D	12. C	13. B	14. B	15. D	16. D	17. B	18. D	19. D	20. B

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tổng $\overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{D'C'}$ là vectơ nào sau đây?
 (A) $\overrightarrow{AC}$. (B) $\overrightarrow{CC'}$. (C) $\overrightarrow{BA}$. (D) $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải.

Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{CD'}$.
 Do đó $\overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{CD'} + \overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{CC'}$



Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- (A) Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$. (B) Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.
 (C) Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$. (D) Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.

Lời giải.

Nếu $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$ là mệnh đề sai vì b có thể nằm trong mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) .
 (B) Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α) .
 (C) Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.
 (D) Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a \parallel (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Lời giải.

Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$ là mệnh đề sai vì thiếu điều kiện 2 đường thẳng nằm trong (α) phải cắt nhau.

Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$. (B) Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \perp b$.
 (C) Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$. (D) Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

Lời giải.

- Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$ sai vì b có thể nằm trong (P) .
- Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$ sai vì b có thể cắt (P) hoặc b nằm trong (P) .
- Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$ sai vì b có thể nằm trong (P) .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- (A) Cho hai đường thẳng song song a và b và đường thẳng c sao cho $c \perp a$, $c \perp b$. Mọi mặt phẳng (α) chứa c thì đều vuông góc với mặt phẳng (a, b) .
(B) Cho $a \perp (\alpha)$, mọi mặt phẳng (β) chứa a thì $(\beta) \perp (\alpha)$.
 (C) Cho $a \perp b$, mọi mặt phẳng chứa b đều vuông góc với a .
 (D) Cho $a \perp b$, nếu $a \subset (\alpha)$ và $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \perp (\beta)$.

Lời giải.

- Cho hai đường thẳng song song a và b và đường thẳng c sao cho $c \perp a$, $c \perp b$. Mọi mặt phẳng (α) chứa c thì đều vuông góc với mặt phẳng (a, b) sai vì chúng có thể song song.
- Cho $a \perp b$, mọi mặt phẳng chứa b đều vuông góc với a sai vì chúng có thể không vuông.
- Cho $a \perp b$, nếu $a \subset (\alpha)$ và $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \perp (\beta)$ vì hai mặt phẳng có thể song song với nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC)

- (A) $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.** (B) $d = a$. (C) $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. (D) $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

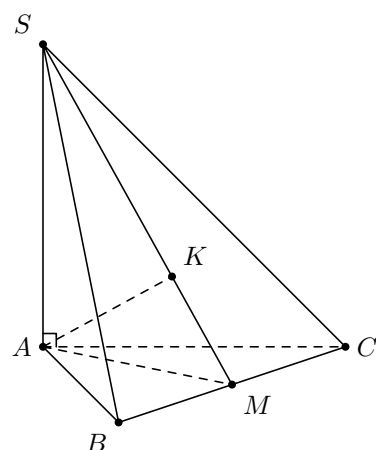
Lời giải.

Kẻ $AM \perp BC$. Vì tam giác ABC đều nên M là trung điểm của BC .
 Gọi K là hình chiếu của A trên SM , suy ra $AK \perp SM$. (1)

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AK$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $AK \perp (SBC)$ nên $d(A, (SBC)) = AK$.

Trong $\triangle SAM$, có $AK = \frac{SA \cdot AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 7. Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng?

- (A) 60° . (B) 30° . **(C) 90° .** (D) 45° .

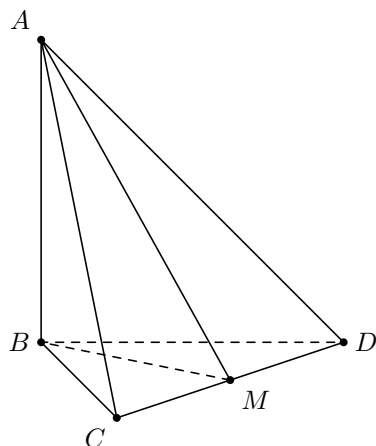
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của CD .

Ta có $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$.

Do đó $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \cdot (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ nên số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 90° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 (B) Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.
 (C) Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
(D) Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Lời giải.

- Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau là mệnh đề sai trong không gian. Đây là mệnh đề đúng nếu chỉ xét trong mặt phẳng.
- Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại cũng là mệnh đề sai trong không gian, chỉ đúng trong mặt phẳng.
- Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau là mệnh đề sai vì chúng cũng có thể song song với nhau.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a , các cạnh bên bằng nhau và bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng

- (A) 45° . (B) 30° . **(C) 90° .** (D) 60° .

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

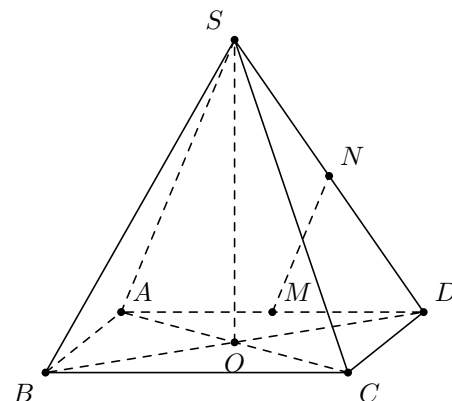
$\Rightarrow AC^2 = 2a^2 = SA^2 + SC^2 \Rightarrow \triangle SAC$ vuông tại S .

Từ giả thiết ta có MN là đường trung bình của $\triangle DSA$

$\Rightarrow \overrightarrow{NM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA}$.

Khi đó $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{SC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$.

$\Rightarrow MN \perp SC \Rightarrow (MN, SC) = 90^\circ$



Chọn đáp án **C**

□

Câu 10. Trong không gian cho đường thẳng Δ không nằm trong mặt phẳng (P) , đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu

- (A) vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mặt phẳng (P) .
 (B) vuông góc với đường thẳng a mà a song song với (P) .
 (C) vuông góc với đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) .
(D) vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (P) .

Lời giải.

Theo định nghĩa của sách giáo khoa, trong không gian cho đường thẳng Δ không nằm trong mặt phẳng (P) , đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (P) .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 11. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
(B) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.
 (C) Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau..
 (D) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

Lời giải.

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song sai vì trong không gian chúng cũng có thể vuông góc với nhau, điều đó chỉ đúng trong mặt phẳng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A) Cho đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và b nằm trong mặt phẳng (P) . Mọi mặt phẳng (Q) chứa a và vuông góc với b thì (P) vuông góc với (Q) .
(B) Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và mặt phẳng (P) chứa a , mặt phẳng (Q) chứa b thì (P) vuông góc với (Q) .
 (C) Cho đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) , mọi mặt phẳng (Q) chứa a thì (P) vuông góc với (Q) .
 (D) Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Lời giải.

Nếu đường thẳng a vuông góc với đường thẳng b và mặt phẳng (P) chứa a , mặt phẳng (Q) chứa b thì (P) vuông góc với (Q) sai vì chúng cũng có thể cắt nhau hoặc song song.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB$. Góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ có số đo bằng

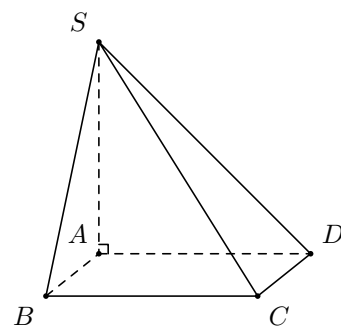
- (A) 45° .** (B) 60° . (C) 90° . (D) 30° .

Lời giải.

Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. (1)

Mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ có giao tuyến là BC . Vì $ABCD$ là hình vuông nên $BC \perp AB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{(SB, BA)} = \widehat{SBA} = 45^\circ$ (vì $\triangle SAB$ vuông cân tại A).



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 14. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Cạnh bên bằng $2a$. Tính khoảng cách từ đỉnh S xuống mặt phẳng đáy

- (A) $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.** (B) $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. (D) $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

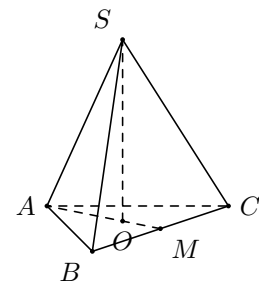
Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp của đáy. Suy ra $SO \perp (ABC)$.

Vì tam giác ABC đều nên O cũng là trọng tâm của tam giác, suy ra $AO =$

$$\frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ (với } M \text{ là trung điểm của } BC).$$

Trong $\triangle SAO$, có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{15}}{3}$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB$ và $CA = CB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng chéo nhau SC và AB .

(A) 30° .

(B) 45° .

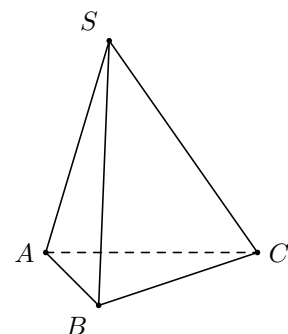
(C) 60° .

(D) 90° .

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Xét } \vec{SC} \cdot \vec{AB} &= -\vec{CS} \cdot (\vec{CB} - \vec{CA}) = \vec{CS} \cdot \vec{CA} - \vec{CS} \cdot \vec{CB} \\ &= CS \cdot CA \cdot \cos \widehat{SCA} - CS \cdot CB \cdot \cos \widehat{SCB} \\ &= CS \cdot CA \cdot \frac{SC^2 + CA^2 - SA^2}{2 \cdot SC \cdot CA} - CS \cdot CB \cdot \frac{SC^2 + CB^2 - SB^2}{2 \cdot SC \cdot CB} \\ &= \frac{SC^2 + CA^2 - SA^2}{2} - \frac{SC^2 + CB^2 - SB^2}{2} = 0 \end{aligned}$$

(do $SA = SB$ và $CA = CB$). Vậy $SC \perp AB$.



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

(A) $SC \perp (AFB)$.

(B) $SC \perp (AEC)$.

(C) $SC \perp (AED)$.

(D) $SC \perp (AEF)$.

Lời giải.

Vì SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, suy ra $SA \perp BC$.

Mà $AB \perp BC$ nên suy ra

$$BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB).$$

Tam giác SAB có đường cao AE , suy ra $AE \perp SB$ mà

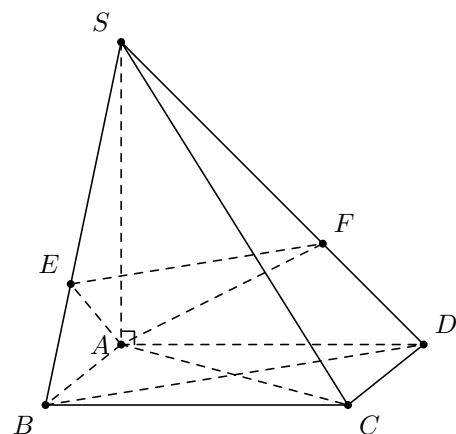
$$AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC.$$

Tương tự, ta chứng minh được $AF \perp SC$.

Do đó $SC \perp (AEF)$.

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 17. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính độ dài đường cao SH của khối chóp.

(A) $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

(B) $SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

(C) $SH = \frac{a}{2}$.

(D) $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là chân đường cao kẻ từ đỉnh S xuống mặt phẳng $(ABCD)$.
 Vì $S.ABC$ là hình chóp đều có $SA = SB = SC$.
 Nên suy ra O chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
 Gọi M là trung điểm của BC , ta có

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM).$$

Khi đó $(\widehat{SBC}; \widehat{ABC}) = (\widehat{SM}; \widehat{AM}) = \widehat{SMA} = 60^\circ$.

Tam giác ABC đều có

$$AM = \sqrt{AB^2 - MB^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM = \frac{AM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Tam giác SOM vuông tại O , có

$$\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} \Rightarrow SO = \tan 60^\circ \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a}{2}.$$

Vậy độ dài đường cao $SO = \frac{a}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD .

A $\frac{a}{3}$.

B $\frac{2a}{3}$.

C $2a$.

D $\frac{a}{2}$.

Lời giải.

Gọi $E = HK \cap AC$. Do $HK \parallel BD$ nên

$$d(HK, SD) = d(HK, (SBD)) = d(E, (SBD)) = \frac{1}{2}d(A, (SBD)).$$

Kẻ $AF \perp SO$. Khi đó

$$d(A, (SBD)) = AF = \frac{SA \cdot AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{2a}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(HK, SD) = \frac{1}{2} \cdot AF = \frac{a}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều và có đường cao SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi (α) là góc giữa BD và mặt phẳng (SAD) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

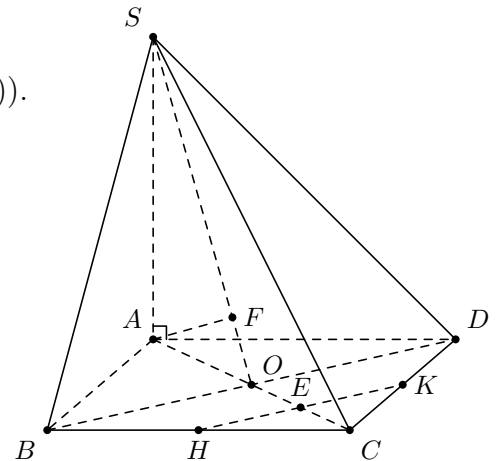
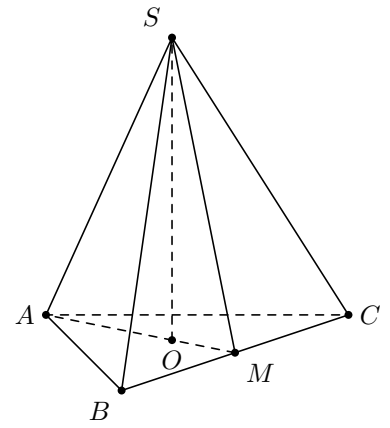
A $\alpha = 60^\circ$.

B $\alpha = 30^\circ$.

C $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

D $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

Lời giải.



Gọi I là trung điểm của SA . Do tam giác SAB đều nên $BI \perp SA$. (1)

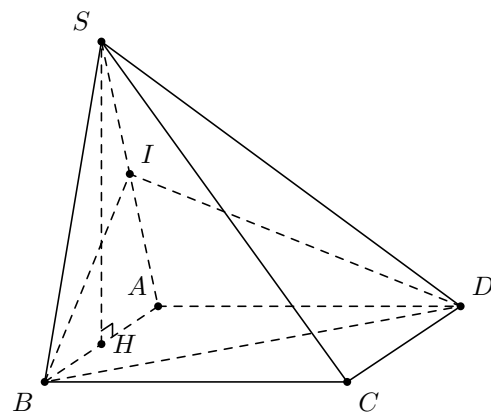
Ta có $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SH \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp BI$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $BI \perp (SAD)$ nên hình chiếu vuông góc của BD trên mặt phẳng (SAD) là ID .

Do đó $(\widehat{BD, (SAD)}) = (\widehat{BD, ID}) = \widehat{BDI}$.

Tam giác BDI vuông tại I nên

$$\sin \widehat{BDI} = \frac{BI}{BD} = \frac{\frac{AB\sqrt{3}}{2}}{AB\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SO .

(A) $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

(B) $d = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

(C) $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

(D) $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle SAB = \triangle SAD$, suy ra $SB = SD$.

Lại có $\widehat{SBD} = 60^\circ$, suy ra $\triangle SBD$ đều cạnh $SB = SD = BD = a\sqrt{2}$.

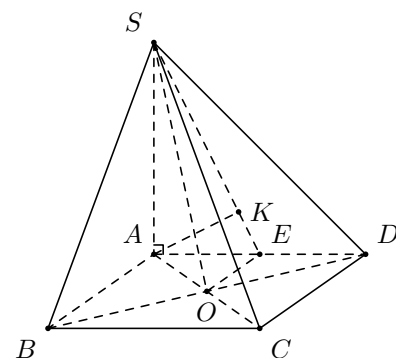
Tam giác vuông SAB , có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$.

Gọi E là trung điểm AD , suy ra $OE \parallel AB$ và $AE \perp OE$.

Do đó $d(AB, SO) = d(AB, (SOE)) = d(A, (SOE))$.

Kẻ $AK \perp SE$. Khi đó

$$d(A, (SOE)) = AK = \frac{SA \cdot AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$



Chọn đáp án **(D)** □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. C	4. B	5. B	6. A	7. C	8. D	9. C	10. D
11. B	12. B	13. A	14. A	15. D	16. D	17. C	18. A	19. D	20. D

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

(A) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$.

(B) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

(C) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$.

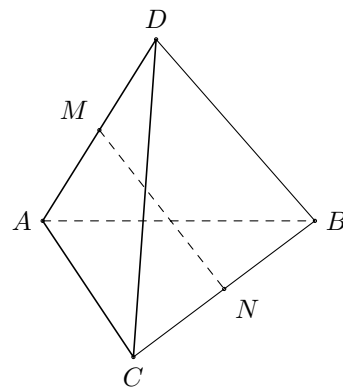
(D) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$.

Lời giải.

Ta có

- $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$;
- $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN}$.

$$\text{Suy ra } 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}).$$



Chọn đáp án **(A)**

□

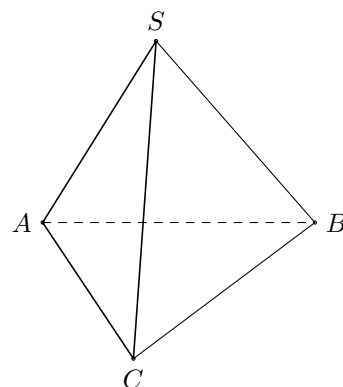
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = \widehat{BSC}$. Góc giữa hai vec-tơ $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ là

- (A)** 120° . **(B)** 90° . **(C)** 60° . **(D)** 45° .

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{SA}(\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} \\ &= SA \cdot SC \cdot \cos \widehat{ASC} - SA \cdot SB \cdot \cos \widehat{ASB} = 0. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } (\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ.$$



Chọn đáp án **(B)**

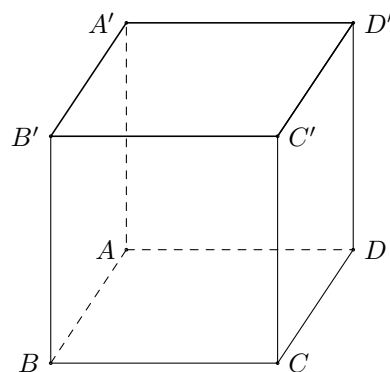
□

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng

- (A)** 30° . **(B)** 60° . **(C)** 90° . **(D)** 45° .

Lời giải.

$$\text{Ta có } (\widehat{AB, B'C'}) = (\widehat{AB, BC}) = \widehat{ABC} = 90^\circ.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là đúng?

- (A)** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- (B)** Đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
- (C)** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

(D) Cho ba đường thẳng a, b, c vuông góc với nhau từng đôi một. Nếu có một đường thẳng d vuông góc với a thì d song song với b hoặc c .

Lời giải.

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Góc giữa hai đường thẳng OM và BC là

- (A) 30° . (B) 45° . (C) 60° . (D) 120° .

Lời giải.

Cách 1.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) &= \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}} = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}^2). \end{aligned}$$

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = 1$ nên

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0 \text{ và } \overrightarrow{OB}^2 = 1.$$

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } \cos(OM, BC) = \left| \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) \right| = \frac{1}{2}.$$

Vậy $(OM, BC) = 60^\circ$.

Cách 2.

Gọi N là trung điểm AC , suy ra $MN \parallel BC$. Khi đó

$$(OM, BC) = (OM, MN).$$

Ta có

- $MN = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- $ON = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- $OM = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $\triangle OMN$ đều $\Rightarrow \widehat{OMN} = 60^\circ$.

Do đó

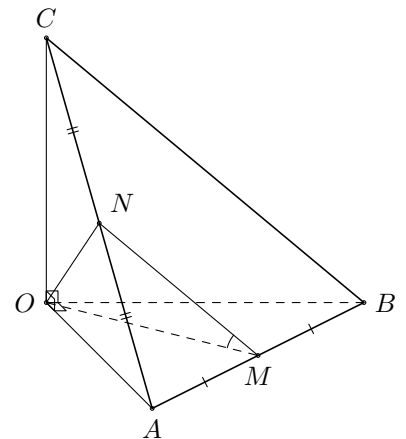
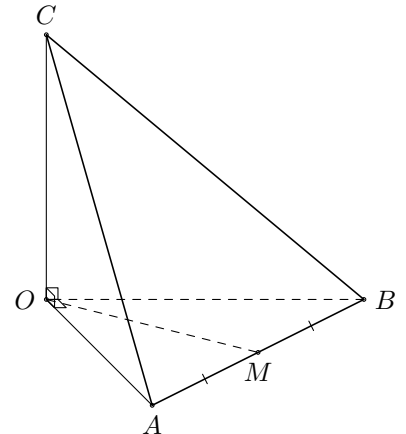
$$(OM, BC) = (OM, MN) = \widehat{OMN} = 60^\circ.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a, IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

- (A) 30° . (B) 90° . (C) 45° . (D) 60° .

Lời giải.



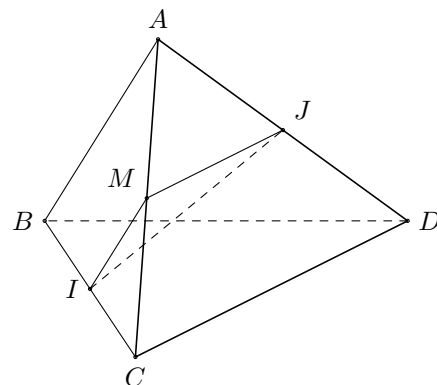
Gọi M là trung điểm của AC . Khi đó $(AB, CD) = (MI, MJ)$.

Áp dụng định lý coossin trong tam giác IMJ ta có

$$\cos \widehat{IMJ} = \frac{MI^2 + MJ^2 - IJ^2}{2 \cdot MI \cdot MJ} = -\frac{1}{2}.$$

Suy ra $\widehat{IMJ} = 120^\circ$.

Do đó $(AB, CD) = (MI, MJ) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây là sai ?

- (A)** $CB \perp (SAB)$. **(B)** $BC \perp (SAC)$. **(C)** $BD \perp (SAC)$. **(D)** $CD \perp (SAD)$.

Lời giải.

- Ta có $\begin{cases} CB \perp AC \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB)$. Do đó câu A đúng.
- Câu B sai vì nếu $BC \perp (SAC)$ thì $BC \perp AC$ (điều này vô lý vì $ABCD$ là hình vuông).
- Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$. Do đó câu C đúng.
- Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$. Do đó câu D đúng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- (A)** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau..
(B) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau..
(C) Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với nhau, đường thẳng nào vuông góc với (α) thì vuông góc với a ..
(D) Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng khác thì chúng song song với nhau..

Lời giải.

- Các câu A, B, C đúng theo liên hệ giữa quan hệ vuông góc và quan hệ song song.
- Câu D sai vì đường thẳng có thể nằm trong mặt phẳng.

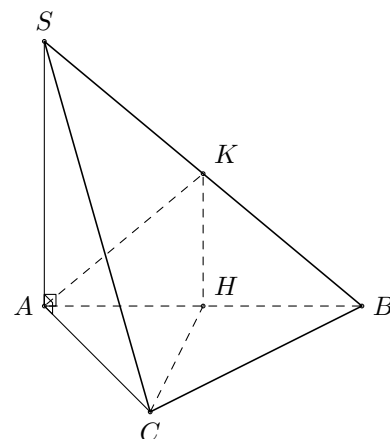
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy ABC là tam giác cân tại C . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và SB . Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A)** $HK \perp SC$. **(B)** $CH \perp SB$. **(C)** $HK \perp CB$. **(D)** $CH \perp AK$.

Lời giải.

- Vì tam giác ABC cân tại C nên $CH \perp AB$
 $\Rightarrow \begin{cases} CH \perp SA \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow CH \perp (SAB)$
 $\Rightarrow CH \perp SB$ và $CH \perp AK$.
 Ta có $\begin{cases} SA \parallel HK \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAB) \Rightarrow HK \perp CB$.
 Vì vậy các câu B, C, D đúng.



- Câu A sai vì nếu $HK \perp SC$ thì ta có $\begin{cases} HK \perp SC \\ HK \perp CB \end{cases}$
 $\Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow HK \perp SB$ (điều này vô lý vì tam giác HKB vuông tại H).

Chọn đáp án **A**

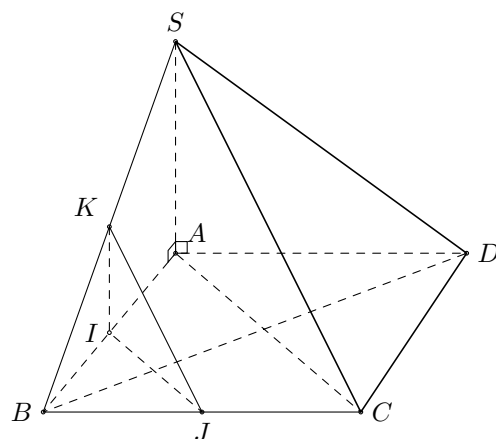
□

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, SB . Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A)** $(IJK) \parallel (SAC)$. **(B)** $IK \perp (ABCD)$. **(C)** $BD \perp (IJK)$. **(D)** $BC \perp (IJK)$.

Lời giải.

- Dễ dàng ta có $(IJK) \parallel (SAC)$.
- Ta có $\begin{cases} IK \parallel SA \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow IK \perp (ABCD)$.
- Ta có $\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ (SAC) \parallel (IJK) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (IJK)$. Do đó A, B, C đều đúng.
- Câu D sai vì nếu $BC \perp (IJK)$ thì $BC \perp IJ$ (điều này vô lý vì $ABCD$ là hình vuông).



Chọn đáp án **D**

□

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD$ và $AC \perp BD$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (BCD) . Cho các khẳng định sau đây:

- (I). $BC \perp AH$
 (II). $CD \perp (ABH)$
 (III). H là trực tâm của tam giác BCD .
 (IV). $AD \perp BC$.

Chọn phát biểu sai trong các phát biểu sau đây:

- (A)** Khẳng định (I) đúng.
(B) Khẳng định (I) và (II) đúng.
(C) Chỉ có khẳng định (I), (II), (III) đúng.
(D) Cả bốn khẳng định (I), (II), (III), (IV) đúng.

Lời giải.

- Vì $AH \perp (BCD)$ nên $AH \perp BC$.
- Vì $\begin{cases} CD \perp AH \\ CD \perp AB \end{cases}$ nên $CD \perp (ABH)$.
- Vì $CD \perp (ABH)$ nên $CD \perp BH$ (1).
Mặt khác ta cũng có $\begin{cases} BD \perp AH \\ BD \perp AC \end{cases}$ nên $BD \perp (ACH)$
 $\Rightarrow BD \perp CH$ (2).
Từ (1) và (2) suy ra H là trực tâm của tam giác BCD .
- Vì H là trực tâm tam giác BCD nên $BC \perp DH$ mà $BC \perp AH$ nên $BC \perp (AHD)$
 $\Rightarrow BC \perp AD$.

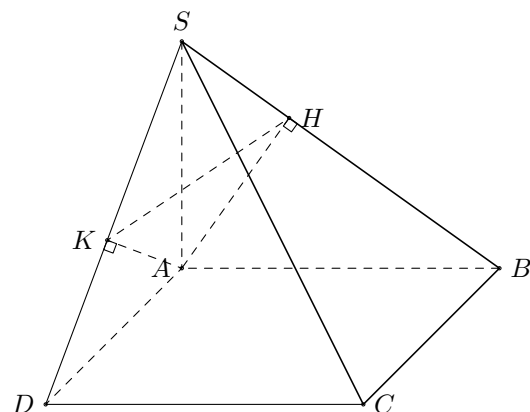
Chọn đáp án **C**

□

Câu 12.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD (hình vẽ bên). Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK) , tính $\tan \alpha$.

- A** $\tan \alpha = \sqrt{2}$. **B** $\tan \alpha = \sqrt{3}$.
C $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D** $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

Gọi L là giao điểm của SC và mặt phẳng (AHK) .

Ta có

$$\begin{cases} AH \perp (SBC) \\ AK \perp (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH \perp SC \\ AK \perp SC \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK).$$

Như vậy

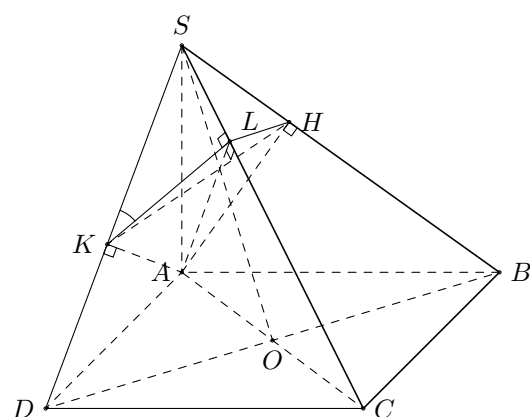
$$(SD, (AHK)) = (SK, (AHK)) = (SK, LK) = \widehat{SKL} = \alpha.$$

Trong tam giác vuông SAC

$$SA^2 = SL \cdot SC \Rightarrow SL = \frac{SA^2}{SC} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Trong tam giác vuông SAD

$$SA^2 = SK \cdot SD \Rightarrow SK = \frac{SA^2}{SD} = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$



Trong tam giác vuông SLK

$$KL = \sqrt{SK^2 - SL^2} = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

Khi đó

$$\tan \alpha = \frac{SK}{KL} = \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm cạnh AB . Khẳng định nào sau đây là sai?

A $(SBD) \perp (ABCD)$.

B $(SHC) \perp (ABCD)$.

C $(SAB) \perp (ABCD)$.

D $(SBC) \perp (SAB)$.

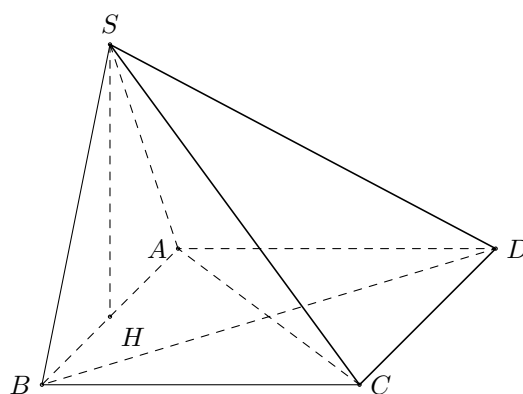
Lời giải.

Vì H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Các mặt phẳng (SHC) , (SAB) đều chứa SH nên chúng vuông góc mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

Dễ thấy $BC \perp (SAB)$ nên $(SBC) \perp (SAB)$. Do đó các câu B, C, D là đúng.

Suy ra câu A sai.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 14. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

A Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau..

B Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

C Nếu mặt phẳng (α) và (β) vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến d . Với mỗi điểm A thuộc (α) và với mỗi điểm B thuộc (β) thì ta có đường thẳng AB vuông góc với d ..

D Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) đều vuông góc với mặt phẳng (γ) thì giao tuyến d của (α) và (β) nếu có sẽ vuông góc với (γ) ..

Lời giải.

- Câu A , hai mặt phẳng đó có thể cắt nhau.
- Câu B , điều đó chỉ đúng nếu đường thẳng đó vuông góc với giao tuyến.
- Câu C , điều đó không đúng cho mọi trường hợp.
- Câu D , đúng theo định lý 2/trang 109/HH11/CB.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$. Số đo góc φ là?

A $\frac{\pi}{3}$.

B $\frac{\pi}{4}$.

C $\frac{\pi}{6}$.

D $\frac{2\pi}{3}$.

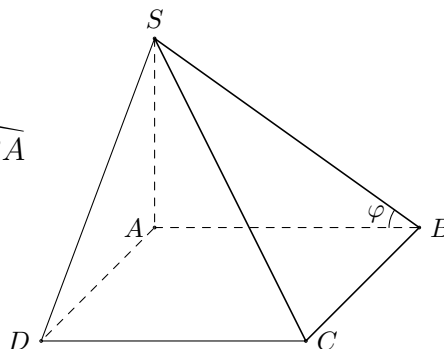
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB)$
 $\Rightarrow CB \perp SB$.

Như vậy

$$\varphi = ((SBC), (ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$$

$$= \frac{\pi}{4} \text{ (vì } \triangle SAB \text{ vuông tại } A).$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC, BC = a\sqrt{2}$ và tam giác BCD vuông cân tại D . Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (BCD) trùng với trọng tâm của tam giác BCD . Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) là 60° . Tính tan của góc tạo bởi đường thẳng AD và mặt phẳng (BCD) .

(A) $\sqrt{3}$.

(B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

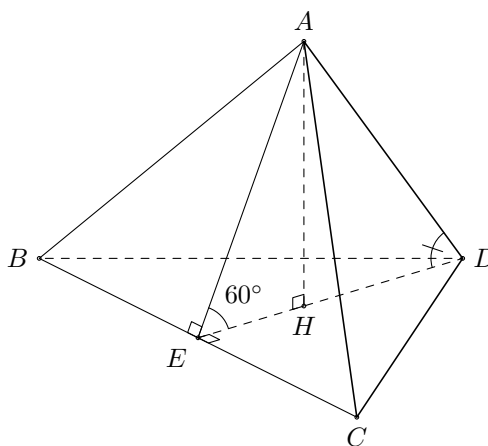
Gọi E là trung điểm của BC .

Vì tam giác ABC và BCD là những tam giác cân có chung cạnh đáy BC nên $AE \perp BC$ và $DE \perp BC$.

Do đó

$$((ABC), (BCD)) = (AE, DE) = \widehat{AED} = 60^\circ.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (BCD) .



Vì tam giác BCD vuông cân tại D và H là trọng tâm nên $H \in DE$.

Gọi α là góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (BCD) .

Khi đó

$$\alpha = (AD, (BCD)) = (AD, HD) = \widehat{ADH}.$$

$$\text{Ta có } EH = \frac{1}{3}DE = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$

$$\text{Suy ra } AH = EH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Do đó } \tan \alpha = \frac{AH}{HD} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

(B) $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

(C) $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

(D) $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC . Kẻ $AH \perp SM$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$.

Khi đó $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SM \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$, suy ra

$$d(A, (SBC)) = AH.$$

Trong tam giác vuông SAM

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{5}{3a^2}$$

suy ra $AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 18. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên với đáy bằng 60° . Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A $\frac{a}{2}$.

B $\frac{a}{4}$.

C $\frac{2a}{3}$.

D $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm G của tam giác ABC .

Gọi M là trung điểm của BC . Dễ thấy rằng

$$((SBC), (ABC)) = (SM, AM) = \widehat{SMA} = 60^\circ.$$

Ta có

$$d(S, (ABC)) = SG = GM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 19.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD bằng

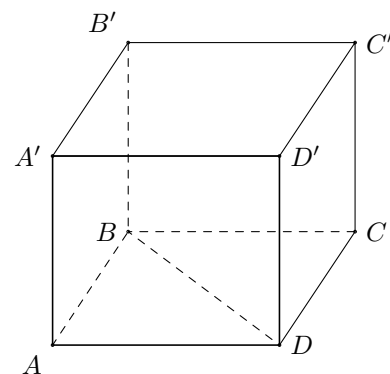
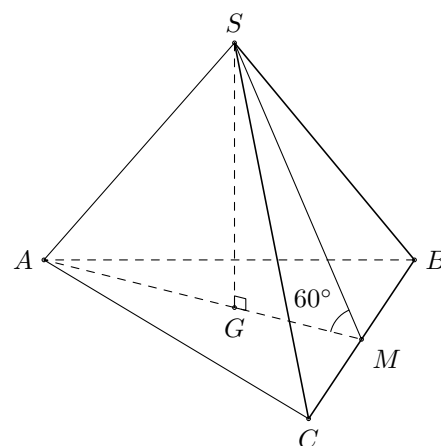
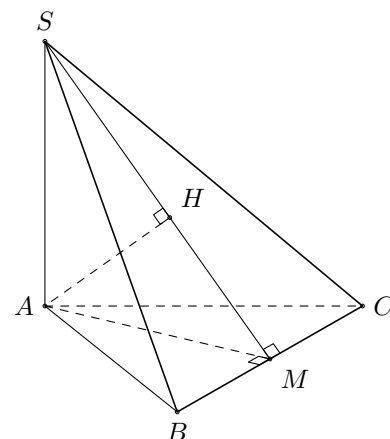
A 1.

B $\sqrt{2}$.

C $\frac{1}{2}$.

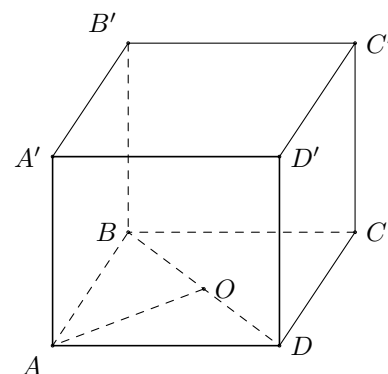
D $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.



Gọi O là trung điểm của BD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AO \perp BD \\ AO \perp AA' \end{cases} \Rightarrow d(AA', BD) = AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng 1, biết $SO = \sqrt{2}$ và vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB .

(A) $\sqrt{2}$.

(B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

(D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Vì $AB \parallel (SCD)$ nên

$$d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2 \cdot d(O, (SCD)).$$

Gọi M là trung điểm của CD , kẻ $OH \perp SM$.

Dễ dàng ta thấy

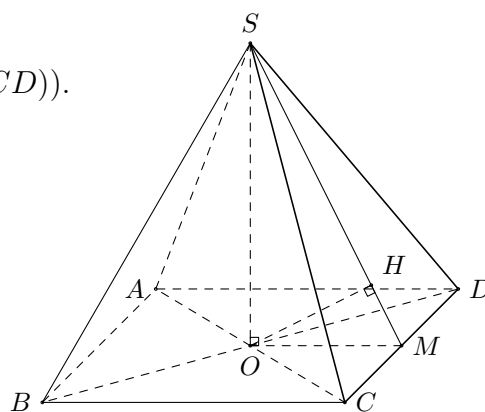
$$d(O, (SCD)) = OH.$$

Trong tam giác vuông SOM

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{9}{2},$$

suy ra

$$d(AB, CD) = 2 \cdot OH = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. C	4. B	5. C	6. D	7. B	8. D	9. A	10. D
11. C	12. A	13. A	14. D	15. B	16. C	17. C	18. A	19. D	20. B