

Họ và tên:

Số báo danh:

Mã đề 101

Câu 1. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

- A. $y' = x^{\sqrt{2}-1}$. B. $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$. C. $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. D. $y' = \frac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$, $u_5 = 48$. Tính S_5 .

- A. 11. B. -31. C. 93. D. 33.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	2	$+\infty$	-2	$+\infty$

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $2a$; $3a$; $4a$. Tính thể tích của khối hộp chữ nhật trên.

- A. $24a^3$. B. $8a^3$. C. $12a^3$. D. $9a^3$.

Câu 5. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	- 0 +	
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 2. C. 0. D. -5.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \log_7(x - x^2)$ là

- A. $y' = \frac{1-2x}{(x-x^2).\ln 7}$. B. $y' = \frac{\ln 7}{x-x^2}$. C. $y' = \frac{1}{(x-x^2).\ln 7}$. D. $y' = \frac{(1-2x).\ln 7}{x-x^2}$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -2 - 2i$. Tìm môđun của số phức $z_1 - z_2$.

- A. $|z_1 - z_2| = 5$. B. $|z_1 - z_2| = 1$. C. $|z_1 - z_2| = \sqrt{17}$. D. $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{5-z}{3}$ có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_4 = (2; -3; -3)$. B. $\vec{u}_3 = (2; -3; 3)$. C. $\vec{u}_2 = (3; -3; 2)$. D. $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

C. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

A. $S = \left(-\infty; \frac{-2}{3}\right]$.

B. $S = \left[\frac{-2}{5}; +\infty\right)$.

C. $S = \left[\frac{-2}{3}; +\infty\right)$.

D. $S = \left(-\infty; \frac{-2}{5}\right]$.

Câu 11. Cho hai số phức $z = 1 + 3i$ và $w = 2 - i$. Tìm phần ảo của số phức $u = \bar{z} \cdot w$.

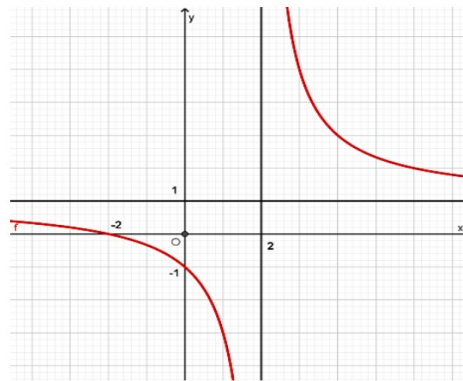
A. $5i$.

B. 5 .

C. $-7i$.

D. -7 .

Câu 12. Tìm các số thực a, c, d để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



A. $a = 1, c = -1, d = 1$.

B. $a = 1, c = 1, d = -2$.

C. $a = 2, c = -1, d = -2$.

D. $a = 1, c = 1, d = 2$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	0	5	$-\infty$	$-\infty$	3

Số nghiệm của phương trình $6 - 2f(x) = 0$ là

A. 1 .

B. 0 .

C. 3 .

D. 2 .

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(2; 0; -1)$?

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Câu 15. Cho mặt cầu $S(O; R)$ và đường thẳng Δ . Biết Δ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm A, B . Gọi d là khoảng cách từ O đến đường thẳng Δ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d = R$.

B. $d = 0$.

C. $d > R$.

D. $d < R$.

Câu 16. Cho hình nón có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho

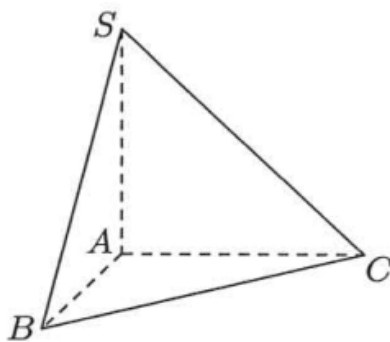
A. $S = 36\pi a^2$.

B. $S = 20\pi a^2$.

C. $S = 10\pi a^2$.

D. $S = 14\pi a^2$.

Câu 17. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 3$; $AC = 5$, SA vuông góc với đáy và $SA = 4$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 30. B. 12. C. 9. D. 10.

Câu 18. Cho $\int_0^1 (x^2 - 2x - 3f(x)) dx = 1$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{9}$. C. $-\frac{5}{9}$. D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-1; 1; 0)$ bằng

- A. 120° . B. 30° . C. 60° . D. 150° .

Câu 20. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$.

- A. $-12i$. B. -12 . C. 18. D. 12.

Câu 21. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{3x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $F(x) = -\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{4}{3}$. B. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x}$. C. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2}{3}$. D. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + 1$.

Câu 22. Cho a là số thực âm. Biểu thức $\log_5 \left(\frac{a^2}{25} \right)$ bằng

- A. $2\log_5 a - 5$. B. $2\log_5 (-a) - 5$. C. $2\log_5 (-a) - 2$. D. $2\log_5 a - 2$.

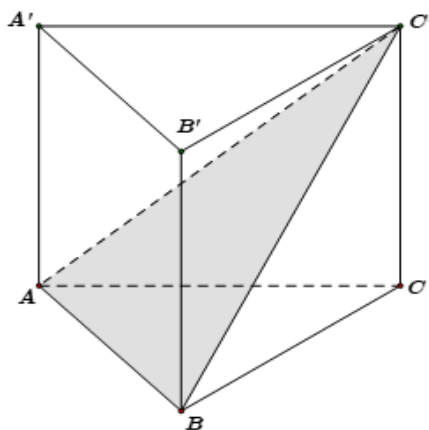
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)(5-x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(1) < f(0) < f(-1)$. B. $f(-1) < f(0) < f(1)$. C. $f(1) < f(-1) < f(0)$. D. $f(-1) < f(1) < f(0)$.

Câu 24. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ 2 chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

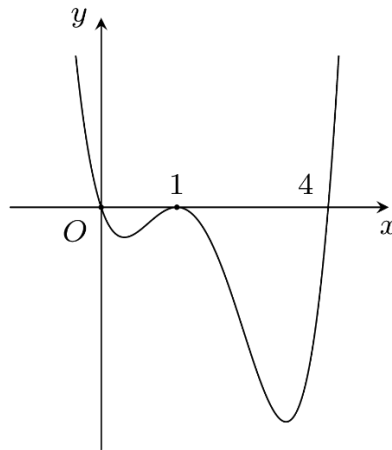
- A. A_{10}^2 . B. C_{10}^2 . C. 10^2 . D. A_{10}^8 .

Câu 25. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $BC' = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng



A. 45° .B. 30° .C. 90° .D. 60° .

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

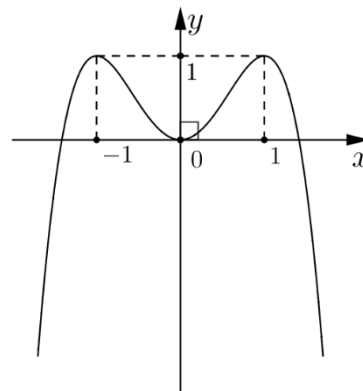
A. 1.

B. 0.

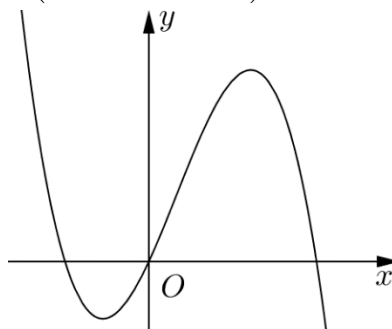
C. 3.

D. 2.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$.B. $(0;+\infty)$.C. $(-\infty;-1)$.D. $(-1;0)$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$, $(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -3; 0)$ và $N(-2; 1; 2)$. Đường thẳng d đi qua trung điểm I của MN và điểm $K(2; 1; -3)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

Câu 30. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z khi $(z+1)(\bar{z}-i)$ là một số thuần ảo?

A. Đường thẳng $x + y + 1 = 0$.

B. Đường tròn tâm $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. Đường thẳng $x - y + 1 = 0$.

D. Đường tròn tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 31. Cho biết $\int_0^3 f(x)dx = 3$, $\int_0^5 f(t)dt = 10$. Tính $\int_3^5 2f(z)dz$.

A. $\int_3^5 2f(z)dz = -7$.

B. $\int_3^5 2f(z)dz = 13$.

C. $\int_3^5 2f(z)dz = 7$.

D. $\int_3^5 2f(z)dz = 14$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $6x - \cos x + C$.

B. $6x + \cos x + C$.

C. $x^3 + \cos x + C$.

D. $x^3 - \cos x + C$.

Câu 33. Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) là một phần tư hình tròn bán kính bằng $\sqrt{2}x^2$

A. $\frac{13\pi}{6}$.

B. 64π .

C. 32π .

D. $\frac{16\pi}{5}$.

Câu 34. Một hộp đựng 15 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ được chọn là một số lẻ bằng.

A. $\frac{71}{143}$.

B. $\frac{56}{143}$.

C. $\frac{72}{143}$.

D. $\frac{56}{715}$.

Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > 0$ là

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD = 2a$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ với $SA = a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2} = 5^{x+1}$ bằng

A. $\log_3 5$.

B. $-\log_3 5$.

C. $\log_3 45$.

D. $-\log_3 45$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng $(Q): x - y - 4z + 15 = 0$ là

A. $(1; -1; -4)$.

B. $(1; -2; -4)$.

C. $(3; -2; 1)$.

D. $(1; 0; 4)$.

Câu 39. Cho một miếng tôn hình tròn tâm O , bán kính R . Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Tìm số đo góc ở tâm của mảnh tôn cắt bỏ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

A. $\left(2 - \frac{\sqrt{6}}{3}\right)\pi$

B. $\left(2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$

C. $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$

D. $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$

Câu 40. Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số

$$f(x) = \frac{1}{7}x^7 + \frac{6}{5}x^5 - \frac{m^3}{4}x^4 + (5 - m^2)x^3 - 3mx^2 + 10x + 2020 \text{ đồng biến trên } (0; 1).$$

A. 22

B. 20

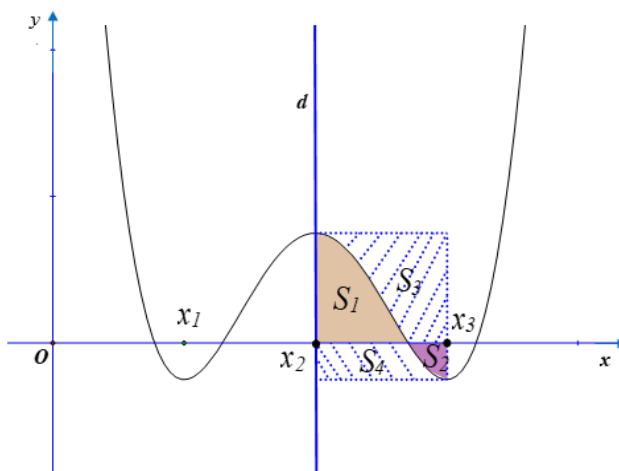
C. 19

D. 21

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{DAB} = 60^\circ$, $AD = a$, tam giác SBC cân tại S , tam giác SCD vuông tại C , khoảng cách giữa SA và CD bằng $\frac{4a}{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{2a^3}{\sqrt{11}}$. B. $\frac{4a^3}{\sqrt{11}}$. C. $\frac{4a^3}{3\sqrt{11}}$. D. $\frac{2a^3}{3\sqrt{11}}$.

Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_3 = x_1 + 2$, $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{3}f(x_2) = 0$ và (C) nhận đường thẳng $d: x = x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 là diện tích của các miền hình phẳng được đánh dấu như hình bên. Tỉ số $\frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4}$ gần kết quả nào nhất.

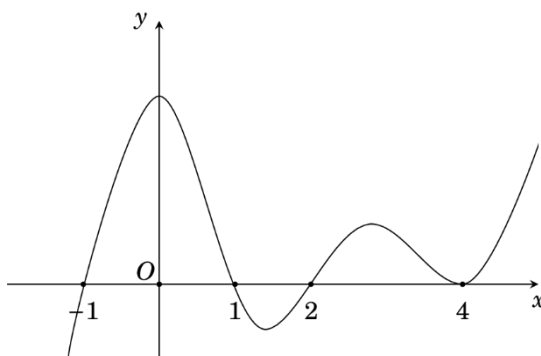


- A. 0,65. B. 0,60. C. 0,55. D. 0,70.

Câu 43. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng với mỗi y luôn tồn tại không quá 63 số nguyên x thỏa mãn điều kiện $\log_{2020}(x + y^2) + \log_{2021}(y^2 + y + 64) \geq \log_4(x - y)$.

- A. 302 B. 2 C. 301 D. 602

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có đúng bốn điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2023) + 2023m$ có 11 điểm cực trị?

- A. 0. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(x) = 2 + \int_1^2 (6x + 2t)f(t)dt, \forall x \in [1; 2]$. Tính $f\left(\frac{1}{3}\right)$ bằng

A. $f(1) = -1$.

B. $f(1) = 1$.

C. $f(1) = \frac{1}{3}$.

D. $f(1) = -\frac{1}{3}$.

Câu 46. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ của bất phương trình: $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$ là

A. 36.

B. 19.

C. 38.

D. 37.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 2; 4)$; đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P) . Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng nào sau đây?

A. $3x - 2y + 3z - 5 = 0$.

B. $3x + 2y + 3z - 13 = 0$.

C. $2x + 3y - 3z - 2 = 0$.

D. $2x - 3y - 3z + 10 = 0$.

Câu 48. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{(2-i)z - 3i - 1}{z - i} \right| = 2$. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $w = \frac{1}{iz + 1}$.

Xét các số phức $w_1, w_2 \in S$ thỏa mãn $|w_1 - w_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |w_1 - 4i|^2 - |w_2 - 4i|^2$ bằng.

A. $4\sqrt{13}$.

B. $2\sqrt{13}$.

C. $4\sqrt{29}$.

D. $2\sqrt{29}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ có phương trình

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 1 - 2t_1 \end{cases}, (d_2): \begin{cases} x = 3 + t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + 2t_2 \end{cases}, (d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t_3 \\ y = 4 - 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}. S(I; R) \text{ là mặt cầu tâm } I \text{ bán kính } R$$

tiếp xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

A. 2,1.

B. 2,2.

C. 2,4.

D. 2,3.

Câu 50. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2az + b^2 + 2 = 0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

----- HẾT -----

Họ và tên:

Số báo danh:

Mã đề 102

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = \log_7(x - x^2)$ là

A. $y' = \frac{\ln 7}{x - x^2}$.

B. $y' = \frac{1-2x}{(x-x^2) \cdot \ln 7}$.

C. $y' = \frac{(1-2x) \cdot \ln 7}{x - x^2}$.

D. $y' = \frac{1}{(x-x^2) \cdot \ln 7}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	2	$+\infty$	-2	$+\infty$

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 4. Cho $\int_0^1 (x^2 - 2x - 3f(x)) dx = 1$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{-5}{3}$.

B. $\frac{-5}{9}$.

C. $\frac{-1}{9}$.

D. $\frac{-1}{3}$.

Câu 5. Cho mặt cầu $S(O; R)$ và đường thẳng Δ . Biết Δ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm A, B . Gọi d là khoảng cách từ O đến đường thẳng Δ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d = R$.

B. $d = 0$.

C. $d < R$.

D. $d > R$.

Câu 6. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

A. $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$.

B. $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$.

C. $y' = \frac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$.

D. $y' = x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -2 - 2i$. Tìm môđun của số phức $z_1 - z_2$.

A. $|z_1 - z_2| = \sqrt{17}$.

B. $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$.

C. $|z_1 - z_2| = 5$.

D. $|z_1 - z_2| = 1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{5-z}{3}$ có một vectơ chỉ phương là

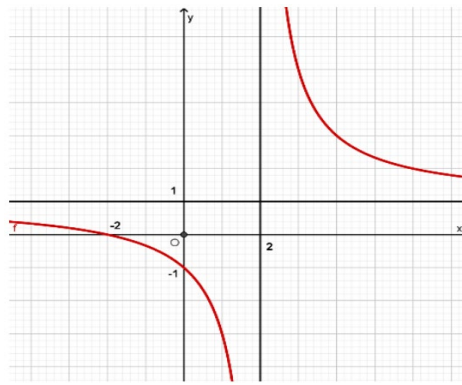
A. $\vec{u}_3 = (2; -3; 3)$.

B. $\vec{u}_4 = (2; -3; -3)$.

C. $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$.

D. $\vec{u}_2 = (3; -3; 2)$.

Câu 9. Tìm các số thực a, c, d để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



- A. $a=1, c=1, d=-2$. B. $a=1, c=1, d=2$. C. $a=2, c=-1, d=-2$. D. $a=1, c=-1, d=1$.

Câu 10. Cho hình nón có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho

- A. $S = 36\pi a^2$. B. $S = 20\pi a^2$. C. $S = 14\pi a^2$. D. $S = 10\pi a^2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-1; 1; 0)$ bằng

- A. 150° . B. 120° . C. 60° . D. 30° .

Câu 12. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 0. C. -5 . D. 2.

Câu 13. Cho hai số phức $z = 1 + 3i$ và $w = 2 - i$. Tìm phần ảo của số phức $u = \bar{z} \cdot w$.

- A. -7 . B. $-7i$. C. $5i$. D. 5.

Câu 14. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$.

- A. $-12i$. B. 12. C. 18. D. -12 .

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(2; 0; -1)$?

- A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

- A. $S = \left[\frac{-2}{3}; +\infty\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{-2}{3}\right]$. C. $S = \left(-\infty; \frac{-2}{5}\right]$. D. $S = \left[\frac{-2}{5}; +\infty\right)$.

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$, $u_5 = 48$. Tính S_5 .

- A. 93. B. 11. C. 33. D. -31 .

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	0	5	$-\infty$	$-\infty$	3

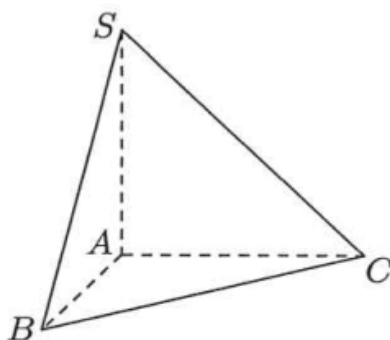
Số nghiệm của phương trình $6 - 2f(x) = 0$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 19. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $2a$; $3a$; $4a$. Tính thể tích của khối hộp chữ nhật trên.

- A. $9a^3$. B. $12a^3$. C. $8a^3$. D. $24a^3$.

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 3$; $AC = 5$, SA vuông góc với đáy và $SA = 4$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 12. B. 9. C. 10. D. 30.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > 0$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $(2; 3)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 22. Cho biết $\int_0^3 f(x)dx = 3$, $\int_0^5 f(t)dt = 10$. Tính $\int_3^5 2f(z)dz$.

- A. $\int_3^5 2f(z)dz = 7$. B. $\int_3^5 2f(z)dz = -7$. C. $\int_3^5 2f(z)dz = 13$. D. $\int_3^5 2f(z)dz = 14$.

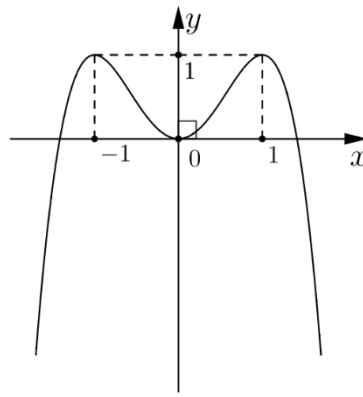
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)(5-x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(1) < f(0) < f(-1)$. B. $f(1) < f(-1) < f(0)$. C. $f(-1) < f(1) < f(0)$. D. $f(-1) < f(0) < f(1)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng $(Q): x - y - 4z + 15 = 0$ là

- A. $(3; -2; 1)$. B. $(1; -1; -4)$. C. $(1; 0; 4)$. D. $(1; -2; -4)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -3; 0)$ và $N(-2; 1; 2)$. Đường thẳng d đi qua trung điểm I của MN và điểm $K(2; 1; -3)$ có phương trình là

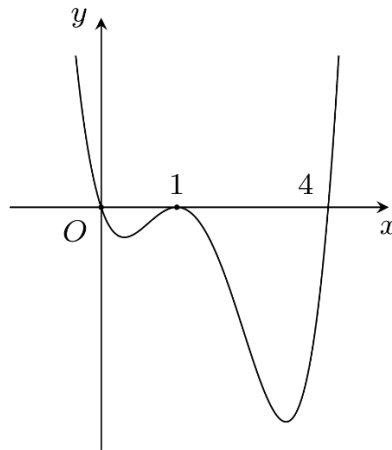
A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

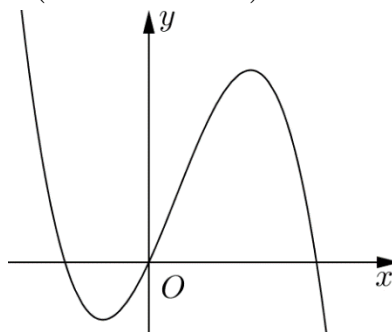
A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

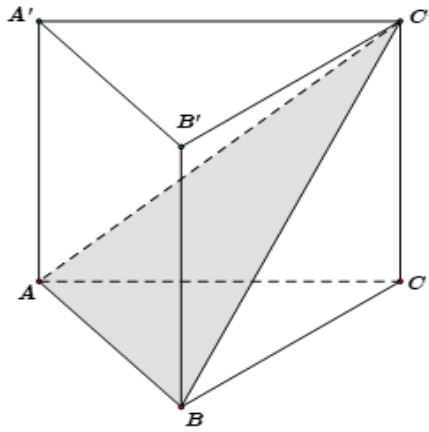
A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $BC' = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng



- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Câu 30. Cho a là số thực âm. Biểu thức $\log_5 \left(\frac{a^2}{25} \right)$ bằng

- A. $2\log_5(-a) - 5$. B. $2\log_5 a - 5$. C. $2\log_5 a - 2$. D. $2\log_5(-a) - 2$.

Câu 31. Một hộp đựng 15 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ được chọn là một số lẻ bằng.

- A. $\frac{56}{143}$. B. $\frac{56}{715}$. C. $\frac{71}{143}$. D. $\frac{72}{143}$.

Câu 32. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{3x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + 1$. B. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x}$. C. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2}{3}$. D.

$$F(x) = -\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{4}{3}.$$

Câu 33. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2} = 5^{x+1}$ bằng

- A. $\log_3 5$. B. $-\log_3 45$. C. $-\log_3 5$. D. $\log_3 45$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD = 2a$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy ($ABCD$) với $SA = a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD).

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 35. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $x^3 - \cos x + C$. C. $6x - \cos x + C$. D. $6x + \cos x + C$.

Câu 36. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z khi $(z+1)(\bar{z}-i)$ là một số thuần ảo?

- A. Đường thẳng $x + y + 1 = 0$.
B. Đường thẳng $x - y + 1 = 0$.

C. Đường tròn tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. Đường tròn tâm $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37. Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) là một phần tư hình tròn bán kính bằng $\sqrt{2}x^2$

A. 64π .

B. $\frac{16\pi}{5}$.

C. 32π .

D. $\frac{13\pi}{6}$.

Câu 38. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ 2 chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

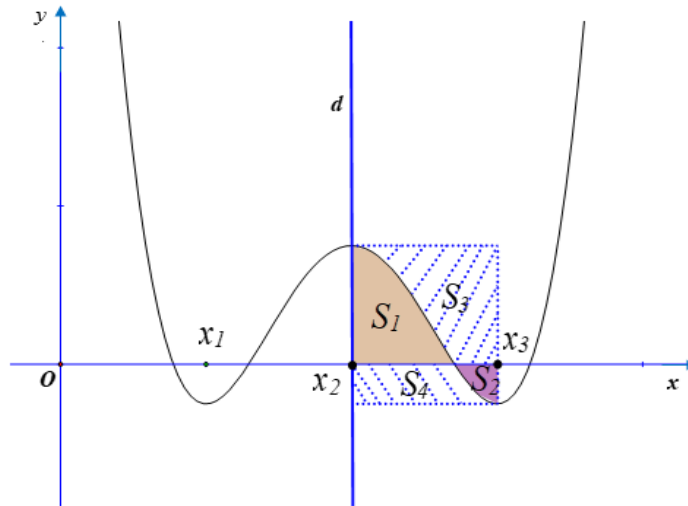
A. C_{10}^2 .

B. A_{10}^8 .

C. A_{10}^2 .

D. 10^2 .

Câu 39. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_3 = x_1 + 2$, $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{3}f(x_2) = 0$ và (C) nhận đường thẳng $d: x = x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 là diện tích của các miền hình phẳng được đánh dấu như hình bên. Tỉ số $\frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4}$ gần kết quả nào nhất.



A. 0,65.

B. 0,55.

C. 0,60.

D. 0,70.

Câu 40. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng với mỗi y luôn tồn tại không quá 63 số nguyên x thỏa mãn điều kiện $\log_{2020}(x + y^2) + \log_{2021}(y^2 + y + 64) \geq \log_4(x - y)$.

A. 2

B. 301

C. 302

D. 602

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{DAB} = 60^\circ$, $AD = a$, tam giác SBC cân tại S , tam giác SCD vuông tại C , khoảng cách giữa SA và CD bằng $\frac{4a}{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2a^3}{\sqrt{11}}$.

B. $\frac{4a^3}{\sqrt{11}}$.

C. $\frac{4a^3}{3\sqrt{11}}$.

D. $\frac{2a^3}{3\sqrt{11}}$.

Câu 42. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ của bất phương trình: $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$ là

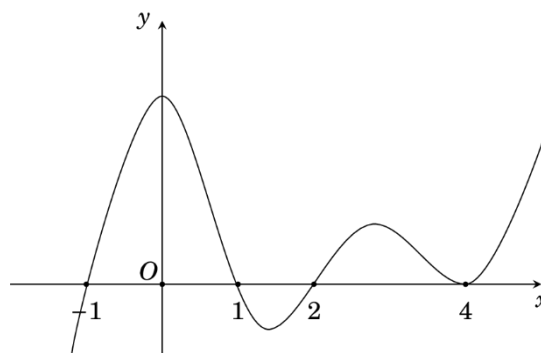
A. 19.

B. 36.

C. 38.

D. 37.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có đúng bốn điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2023) + 2023m$ có 11 điểm cực trị?

- A. 0. B. 5. C. 1. D. 2.

Câu 44. Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số

$$f(x) = \frac{1}{7}x^7 + \frac{6}{5}x^5 - \frac{m^3}{4}x^4 + (5 - m^2)x^3 - 3mx^2 + 10x + 2020 \text{ đồng biến trên } (0; 1).$$

- A. 22 B. 21 C. 19 D. 20

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng (d_1) , (d_2) , (d_3) có phương trình

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 1 - 2t_1 \end{cases}, (d_2): \begin{cases} x = 3 + t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + 2t_2 \end{cases}, (d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t_3 \\ y = 4 - 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}. S(I; R) \text{ là mặt cầu tâm } I \text{ bán kính } R$$

tiếp xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

- A. 2,1. B. 2,3. C. 2,4. D. 2,2.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 2; 4)$; đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng

$(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P) . Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng nào sau đây?

- A. $2x - 3y - 3z + 10 = 0$. B. $2x + 3y - 3z - 2 = 0$. C. $3x + 2y + 3z - 13 = 0$. D. $3x - 2y + 3z - 5 = 0$.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{(2-i)z - 3i - 1}{z - i} \right| = 2$. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $w = \frac{1}{iz + 1}$.

Xét các số phức $w_1, w_2 \in S$ thỏa mãn $|w_1 - w_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |w_1 - 4i|^2 - |w_2 - 4i|^2$ bằng.

- A. $4\sqrt{29}$. B. $4\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{29}$. D. $2\sqrt{13}$.

Câu 48. Cho một miếng tôn hình tròn tâm O , bán kính R . Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Tìm số đo góc ở tâm của mảnh tôn cắt bỏ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\left(2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$ B. $\left(2 - \frac{\sqrt{6}}{3}\right)\pi$ C. $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$

Câu 49. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2az + b^2 + 2 = 0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(x) = 2 + \int_1^x (6x + 2t)f(t)dt, \forall x \in [1; 2]$. Tính

$$f\left(\frac{1}{3}\right) \text{ bằng}$$

- A. $-\frac{1}{3}$. B. 1. C. -1. D. $\frac{1}{3}$.

----- HẾT -----

CÂU	101	102	103	104
1	C	D	C	D
2	D	B	B	D
3	B	B	A	A
4	A	B	C	B
5	D	C	B	D
6	A	A	B	B
7	A	C	B	B
8	A	B	D	D
9	B	A	A	D
10	C	D	C	C
11	D	A	B	B
12	B	C	B	D
13	A	A	B	C
14	A	D	D	A
15	D	D	A	C
16	C	A	C	A
17	D	C	A	C
18	C	B	C	B
19	D	D	C	A
20	B	C	D	C
21	C	B	A	D
22	C	D	B	B
23	A	A	B	B
24	A	C	B	C
25	B	C	A	C
26	D	A	C	B
27	D	D	A	C
28	D	A	B	B
29	A	C	C	C
30	B	D	A	C
31	D	D	D	D
32	D	C	C	A
33	D	A	B	B
34	C	C	A	D
35	B	B	B	C
36	B	D	A	A
37	A	B	B	A
38	D	C	A	A
39	B	C	A	D
40	A	D	A	B
41	D	D	A	C
42	B	B	C	C
43	D	C	C	B
44	D	A	C	A

45	B	A	C	B
46	A	B	B	D
47	C	B	B	A
48	A	A	D	C
49	A	A	A	C
50	C	B	D	D

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**

<https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan>

ĐỀ GỐC LẦN 3

Câu 1. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$.

A. -12 .

B. 18 .

C. 12 .

D. $-12i$.

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$ là -12 .

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y = \log_7(x - x^2)$ là

A. $y' = \frac{1}{(x - x^2) \cdot \ln 7}$. **B.** $y' = \frac{\ln 7}{x - x^2}$. **C.** $y' = \frac{1 - 2x}{(x - x^2) \cdot \ln 7}$. **D.** $y' = \frac{(1 - 2x) \cdot \ln 7}{x - x^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \frac{1}{(x - x^2) \cdot \ln 7} \cdot (x - x^2)' \Rightarrow y' = \frac{1 - 2x}{(x - x^2) \cdot \ln 7}$

Câu 3. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{2}} x^{\sqrt{2}-1}$. **B.** $y' = x^{\sqrt{2}-1}$. **C.** $y' = \sqrt{2} x^{\sqrt{2}-1}$. **D.** $y' = \sqrt{2} x^{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = (x^{\sqrt{2}})' = \sqrt{2} x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là.

A. $S = \left[\frac{-2}{3}; +\infty\right)$. **B.** $S = \left(-\infty; \frac{-2}{3}\right]$. **C.** $S = \left(-\infty; \frac{-2}{5}\right]$. **D.** $S = \left[\frac{-2}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} \Leftrightarrow 4x \geq x - 2 \Leftrightarrow x \geq \frac{-2}{3}$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$, $u_5 = 48$. Tính S_5 .

A. 33 .

B. -31 .

C. 93 .

D. 11 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} u_1 \cdot q = -6 \\ u_1 \cdot q^4 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -6 \\ q^3 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ q = -2 \end{cases}.$

Vậy $S_5 = \frac{3(1 - (-2)^5)}{1 - (-2)} = 33.$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{5-z}{3}$ có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (3; -1; 5).$ **B.** $\vec{u}_2 = (3; -3; 2).$ **C.** $\vec{u}_3 = (2; -3; 3).$ **D.** $\vec{u}_4 = (2; -3; -3).$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{5-z}{3} \Leftrightarrow \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-5}{-3}$

nên nó có một vector chỉ phương là $\vec{u}_4 = (2; -3; -3).$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	
$f(x)$	0	5	$-\infty$	$-\infty$	3	

Số nghiệm của phương trình $6 - 2f(x) = 0$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $6 - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3.$

Số nghiệm của phương trình $6 - 2f(x) = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3.$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại một điểm duy nhất.

Vậy số nghiệm của phương trình $6 - 2f(x) = 0$ là 1.

Câu 8. Cho $\int_0^1 (x^2 - 2x - 3f(x)) dx = 1.$ Tính $\int_0^1 f(x) dx.$

A. $\frac{-1}{3}$.

B. $\frac{-5}{3}$.

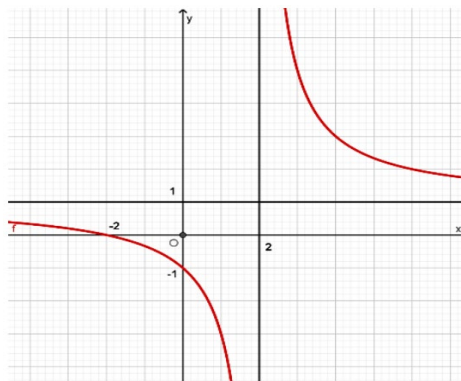
C. $\frac{-1}{9}$.

D. $\frac{-5}{9}$.

Lời giải**Chọn D**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_0^1 (x^2 - 2x - 3f(x)) dx = 1 &\Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 - 3 \int_0^1 f(x) dx = 1 \Leftrightarrow \frac{-2}{3} - 3 \int_0^1 f(x) dx = 1 \\ &\Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = \frac{-5}{9}. \end{aligned}$$

Câu 9. Tìm các số thực a, c, d để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



A. $a = 1, c = -1, d = 1$.

B. $a = 2, c = -1, d = -2$.

C. $a = 1, c = 1, d = -2$.

D. $a = 1, c = 1, d = 2$.

Lời giải**Chọn C**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 . Suy ra $\frac{2}{d} = -1 \Rightarrow d = -2$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$. Suy ra $\frac{a}{c} = 1 \Rightarrow a = c$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 . Suy ra $-2a = -2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow c = 1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$ nên có bán kính $R = IA = 3\sqrt{2}$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-1; 1; 0)$ bằng.

- A.** 30° . **B.** 60° . **C.** 120° . **D.** 150° .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-3}{\sqrt{6}\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ nên $(\vec{u}; \vec{v}) = 150^\circ$.

Câu 12. Cho hai số phức $z = 1 + 3i$ và $w = 2 - i$. Tìm phần ảo của số phức $u = \bar{z} \cdot w$.

- A.** -7 . **B.** $5i$. **C.** 5 . **D.** $-7i$.

Lời giải

Chọn A

$z = 1 + 3i$ và $w = 2 - i \Rightarrow u = (1 - 3i) \cdot (2 - i) = -1 - 7i$.

Vậy phần ảo của số phức $u = \bar{z} \cdot w$ bằng -7 .

Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $2a$; $3a$; $4a$. Tính thể tích của khối hộp chữ nhật trên.

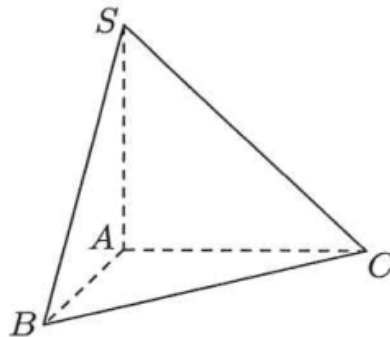
- A.** $12a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật, ta có: $V = 2a \cdot 3a \cdot 4a = 24a^3$ (đvtt).

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 3$; $AC = 5$, SA vuông góc với đáy và $SA = 4$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** 12 . **B.** 10 . **C.** 30 . **D.** 9 .

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.AC.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.3.5.4 = 10$.

Câu 15. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và đường thẳng Δ . Biết Δ cắt mặt cầu $S(O;R)$ tại hai điểm A, B . Gọi d là khoảng cách từ O đến đường thẳng Δ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d < R$.

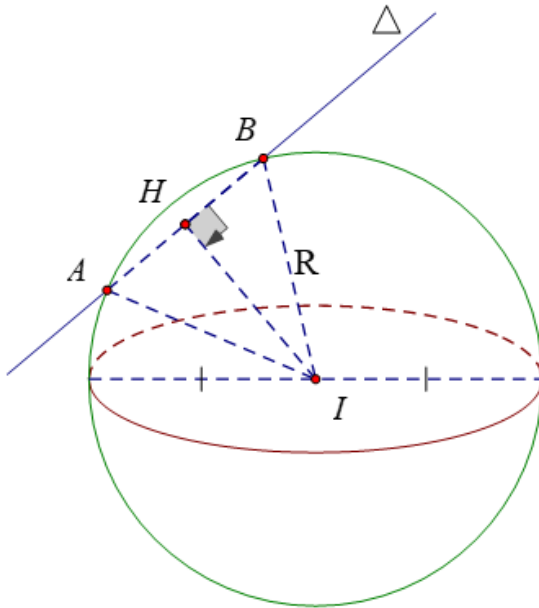
B. $d > R$.

C. $d = R$.

D. $d = 0$.

Lời giải

Chọn A



Δ cắt mặt cầu $S(O;R)$ khi và chỉ khi khoảng cách từ O đến đường thẳng Δ nhỏ hơn R

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -2 - 2i$. Tìm môđun của số phức $z_1 - z_2$.

A. $|z_1 - z_2| = \sqrt{17}$.

B. $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$.

C. $|z_1 - z_2| = 1$.

D. $|z_1 - z_2| = 5$.

Lời giải

Chọn D

$$z_1 - z_2 = 3 + 4i \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 16. Cho hình nón có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho

A. $S = 10\pi a^2$.

B. $S = 14\pi a^2$.

C. $S = 36\pi a^2$.

D. $S = 20\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Hình nón có bán kính đáy $r = 4a$ và độ dài đường sinh $l = 5a$. Vậy diện tích xung quanh của

hình nón đã cho bằng $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 4a \cdot 5a = 20a^2 \pi$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(2;0;-1)$?

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ đi qua điểm $(2;0;-1)$ và có vec tơ chỉ phương $(2;-3;1)$.

Vậy đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ đi qua điểm $M(2;0;-1)$.

Câu 19. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 2	$\searrow$ -5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -5.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị cực tiểu $f(3) = -5$ tại $x = 3$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	2 ↘	$+\infty$ ↘	-2 ↗	$+\infty$

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > 0$ là

A. $(2; 3)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{3}}(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 < \left(\frac{1}{3}\right)^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x-2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Câu 22. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ 2 chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. C_{10}^2 .

B. A_{10}^8 .

C. 10^2 .

D. A_{10}^2 .

Lời giải

Chọn D

Theo yêu cầu bài toán thì chọn ra 2 học sinh từ 10 học sinh có quan tâm đến chức vụ của mỗi người nên mỗi cách chọn sẽ là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử.

Câu 23. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{3x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2}{3}$. B. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x}$. C. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + 1$. D. $F(x) = -\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } F(x) = \int e^{3x} dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C.$$

$$\text{Lại có } F(0) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{2}{3}.$$

Câu 24. Cho biết $\int_0^3 f(x)dx = 3$, $\int_0^5 f(t)dt = 10$. Tính $\int_3^5 2f(z)dz$.

- A. $\int_3^5 2f(z)dz = -7$. **B. $\int_3^5 2f(z)dz = 14$.** C. $\int_3^5 2f(z)dz = 13$. D. $\int_3^5 2f(z)dz = 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\int_3^5 2f(z)dz = 2\int_0^5 f(z)dz - 2\int_0^3 f(z)dz = 2 \cdot 10 - 2 \cdot 3 = 14$$

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

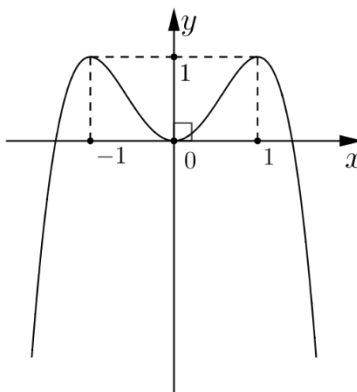
- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. **C. $x^3 - \cos x + C$.** D. $6x - \cos x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int (3x^2 + \sin x)dx = x^3 - \cos x + C$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 0)$.** B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

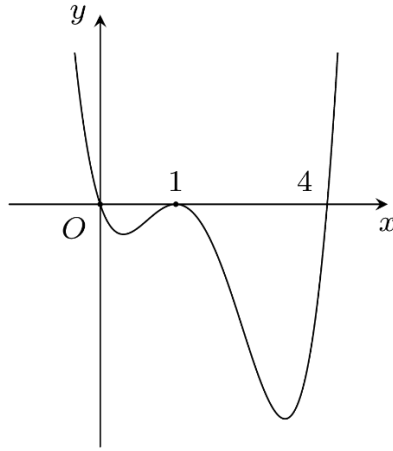
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua các điểm $x = 0$ và $x = 4$, nên hàm số đã cho có đúng 2 điểm cực trị.

Câu 28. Cho a là số thực âm. Biểu thức $\log_5 \left(\frac{a^2}{25} \right)$ bằng.

- A. $2\log_5 a - 2$. B. $2\log_5 (-a) - 2$. C. $2\log_5 a - 5$. D. $2\log_5 (-a) - 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_5 \left(\frac{a^2}{25} \right) = 2\log_5 |a| - 2 = 2\log_5 (-a) - 2$, do $a < 0$ nên $|a| = -a$.

Câu 29. Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) là một phần tư hình tròn bán kính bằng $\sqrt{2}x^2$

- A. $\frac{13\pi}{6}$. B. $\frac{16\pi}{5}$. C. 32π . D. 64π .

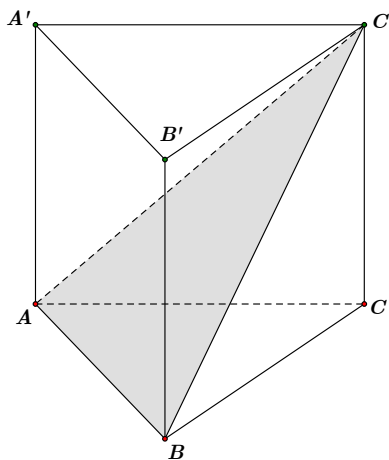
Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích thiết diện đã cho bằng: $S(x) = \frac{1}{4} \pi (\sqrt{2}x^2)^2 = \frac{1}{2} \pi x^4$.

Vậy thể tích cần tìm là: $V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 \frac{1}{2} \pi x^4 dx = \left(\frac{1}{2} \pi \cdot \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{5}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $BC' = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng



A. 30° .

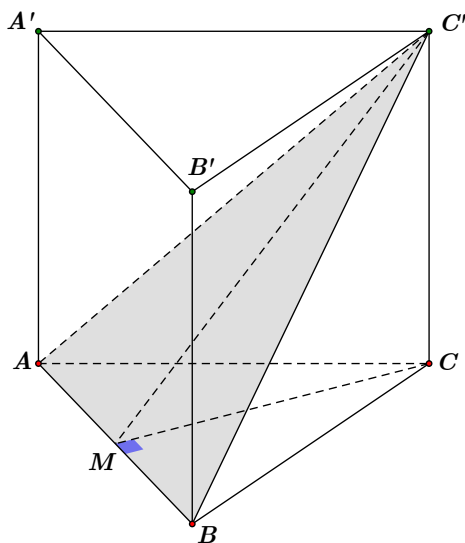
B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của AB , suy ra $CM \perp AB$.

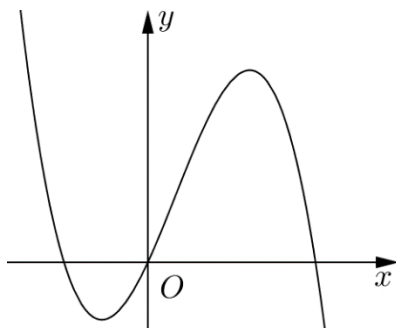
Ta có $\begin{cases} AB \perp CM \\ AB \perp CC' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (MCC')$, vì $MC' \subset (BCC') \Rightarrow AB \perp MC'$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng $\widehat{C'MC}$.

Ta có $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác BCC' vuông tại C , $CC' = \sqrt{BC'^2 - BC^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 - a^2} = \frac{a}{2}$.

Tam giác MCC' vuông tại C có $\tan \widehat{C'MC} = \frac{CC'}{CM} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{C'MC} = 30^\circ$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$, $(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)+4=0$ là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m < 0 \\ x = n > 0 \end{cases}$ và bảng biến thiên của hàm số

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2, (a, b, c \in \mathbb{R}) \text{ như sau:}$$

x	$-\infty$	m		0		n		$+\infty$
$f'(x)$		+		0	+		-	

The graph illustrates the function $f(x)$ with the following features:

- A local maximum at $x = m$ with value $f(m)$.
- A local minimum at $x = n$ with value $f(n)$.
- The function passes through the x-axis at $x = 0$.
- The y-axis is labeled $f(x)$ and has a horizontal line at $y = -\frac{4}{3}$.
- Arrows indicate the function's behavior: increasing from $-\infty$ to $f(m)$, decreasing from $f(m)$ to 0 , increasing from 0 to $f(n)$, and decreasing from $f(n)$ to $-\infty$.

Phương trình $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$.

Từ bảng biến thiên trên ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $3f(x)+4=0$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

- Câu 34.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2} = 5^{x+1}$ bằng
A. $\log_3 5$. **B.** $-\log_3 5$. **C.** $\log_3 45$. **D.** $-\log_3 45$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 3^{x^2-2} = 5^{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 2 = (x+1)\log_3 5 \Leftrightarrow x^2 - x\log_3 5 - 2 - \log_3 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (\log_3 5)x - \log_3 45 = 0. \text{ Theo Vi-ét ta có tổng hai nghiệm của phương trình bằng } \log_3 5.$$

- Câu 35.** Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z khi $(z+1)(\bar{z}-i)$ là một số thuần ảo ?

A. Đường tròn tâm $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. Đường tròn tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. Đường thẳng $x + y + 1 = 0$.

D. Đường thẳng $x - y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } z = x + yi \ (x; y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} (z+1)(\bar{z}-i) &= (x+yi+1)(x-yi-i) = x^2 - xyi - xi + xyi + y^2 + y + x - yi - i \\ &= x^2 + y^2 + x + y + (-x - y - 1)i \end{aligned}$$

Vì $(z+1)(\bar{z}-i)$ là một số thuần ảo nên phần thực triệt tiêu, tức là $x^2 + y^2 + x + y = 0$. Phương trình

này là phương trình đường tròn dạng khai triển với tâm tâm $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -3; 0)$ và $N(-2; 1; 2)$. Đường thẳng d đi qua trung điểm I của MN và điểm $K(2; 1; -3)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

+) Ta có I là trung điểm của MN suy ra $I(0; -1; 1)$.

$$\text{+) } \overrightarrow{IK} = (2; 2; -4) \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{2} \overrightarrow{IK} = (1; 1; -2).$$

Đường thẳng d đi qua trung điểm I của MN và điểm $K(2; 1; -3)$ nhận $\vec{u} = (1; 1; -2)$ làm vector

chỉ phương có phương trình $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng $(Q): x - y - 4z + 15 = 0$ là

A. $(1; -2; -4)$.

B. $(3; -2; 1)$.

C. $(1; -1; -4)$.

D. $(1; 0; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua A, vuông góc với mp (Q) nhận VTPT $\vec{n} = (1; -1; -4)$ làm VTCP có PTTS là

$$d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = -4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Hình chiếu vuông góc của A lên mp (Q) là giao điểm của d và (Q). Gọi $B = d \cap (Q)$, vì

$$2 + t + 1 + t - 4 \cdot (-4t) + 15 = 0$$

$$B \in d \Rightarrow B = (2 + t; -1 - t; -4t). \text{ Thay tọa độ B vào mp (Q) ta có: } \Leftrightarrow 18t + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1$$

Suy ra tọa độ B là $B = (1; 0; 4)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD = 2a$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ với $SA = a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $a\sqrt{2}$.

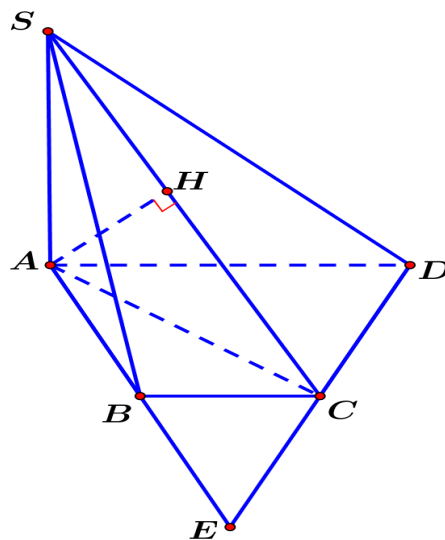
B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Từ giả thiết suy ra: $AB = BC = CD = \frac{AD}{2} = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

Gọi $E = AB \cap CD$, suy ra tam giác ADE đều.

Khi đó C là trung điểm của ED và $AC \perp ED$.

Dựng $AH \perp SC$ thì $AH \perp (SCD)$, suy ra $d[A, (SCD)] = AH$.

Xét tam giác SAC vuông tại A , có AH là đường cao

$$\text{Suy ra: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = \sqrt{2}a$$

$$\text{Mà } d[B, (SCD)] = \frac{1}{2}d[A, (SCD)] = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 39. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ của bất phương trình: $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$ là

A. 38.

B. 36.

C. 37.

D. 19.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x^2 + 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -3$ hoặc $x \geq 1$ (*).

Vì x là số nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ nên ta xét các trường hợp sau.

Trường hợp 1. $3 \leq x \leq 20$, khi đó dễ thấy $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x = 2^x(2^{x+1} - 9) > 0$ nên $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$, do đó trên $[3; 20]$ bất phương trình có 18 nghiệm nguyên.

Trường hợp 2. $x = 2$ thay trực tiếp vào bất phương trình ta có: $4\sqrt{5} - 4 \geq 0$ (đúng).

Do đó $x = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 3. $x = 1$ thay trực tiếp vào bất phương trình ta có: $-10 \geq 0$ (sai).

Do đó $x = 1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 4. $-20 \leq x \leq -4$. Khi đó, xét hàm số: $f(x) = x^2 + 2x - 3$, dễ thấy $\min_{[-20; -4]} f(x) = f(-4) = 5$ nên $4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 4\sqrt{5}, \forall x \in [-20; -4]$ (a).

Mặt khác, đặt $t = 2^x$, khi đó $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x = 2t^2 - 9t$, $-20 \leq x \leq -4 \Rightarrow 2^{-20} \leq t \leq 2^{-4}$.

Khi đó xét hàm số $g(t) = 2t^2 - 9t$ với $2^{-20} \leq t \leq 2^{-4}$, dễ thấy

$$\min_{[2^{-20}; 2^{-4}]} g(t) = g(2^{-4}) = -\frac{71}{128} \quad (b)$$

Từ (a), (b) suy ra $\min_{[-20; -4]} \left\{ h(x) = 2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \right\} = h(-4) = 4\sqrt{5} - \frac{71}{128} > 0$. Do đó bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $-20 \leq x \leq -4$, nên trên đoạn $[-20; -4]$ bất phương trình có 17 nghiệm nguyên.

Trường hợp $x = -3$ thay trực tiếp vào bất phương trình ta thấy không thỏa mãn.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là: 36.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(x) = 2 + \int_1^x (6x + 2t) f(t) dt, \forall x \in [1; 2]$. Tính $f\left(\frac{1}{3}\right)$

bằng

A. -1.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 1.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f(x) = 2 + \int_1^x (6x + 2t) f(t) dt$$

$$\Leftrightarrow f(x) = 6x \int_1^x f(t) dt + 2 \int_1^x t f(t) dt + 2$$

$$\text{Đặt } a = \int_1^x f(t) dt, b = \int_1^x t f(t) dt$$

$$\Rightarrow f(x) = 6ax + 2b + 2 \quad (1)$$

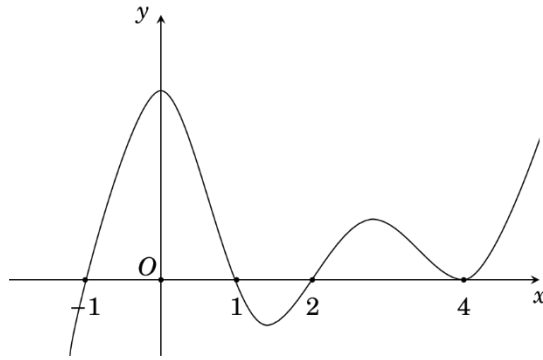
$$\Rightarrow x f(x) = 6ax^2 + (2b + 2)x \quad (2).$$

Từ đó ta có

$$\begin{cases} \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (6x.a + 2b + 2) dx \\ \int_1^2 x.f(x) dx = \int_1^2 (6ax^2 + (2b + 2)x) dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = (3ax^2 + (2b + 2)x) \Big|_1^2 \\ b = (2ax^3 + (b + 1)x^2) \Big|_1^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 9a + 2b + 2 \\ b = 14a + 3b + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x + \frac{4}{3} \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$$

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có đúng bốn điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2023) + 2023m$ có 11 điểm cực trị?

A. 5.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2023) + 2023m$ là hàm số chẵn nên hàm số có 11 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x + m + 2023) + 2023m$ có đúng 5 điểm cực trị trên $(0; +\infty)$, tức là phương trình $g'(x) = 0$ có đúng 5 nghiệm bội lẻ dương.

$$\text{Ta có } g'(x) = (3x^2 - 3)f'(x^3 - 3x + m + 2023) \text{ nên } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \text{ (L)} \\ f'(x^3 - 3x + m + 2023) = 0. \end{cases}$$

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có

$$f'(x^3 - 3x + m + 2023) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + 2023 = -m + 4 \\ x^3 - 3x + 2023 = -m + 2 \\ x^3 - 3x + 2023 = -m + 1 \\ x^3 - 3x + 2023 = -m - 1. \end{cases}$$

Xét hàm số $h(x) = x^3 - 3x + 2023$ trên $(0; +\infty)$, ta có $h'(x) = 3x^2 - 3$ và bảng biến thiên

x	-1	0	1	$+\infty$
$h'(x)$	0	-	0	+
$h(x)$	2025	2023	2021	$+\infty$

Vì $x = 4$ là nghiệm bội chẵn của phương trình $f'(x) = 0$ nên từ bảng biến thiên này, với m nguyên, ta thấy rằng $g'(x) = 0$ có đúng 5 nghiệm bội lẻ dương khi vào chỉ khi $-m - 1 = 2022 \Leftrightarrow m = -2023$.

Vậy có đúng một giá trị $m = -2023$ thỏa mãn bài toán.

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{(2-i)z - 3i - 1}{z - i} \right| = 2$. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $w = \frac{1}{iz + 1}$. Xét các

số phức $w_1, w_2 \in S$ thỏa mãn $|w_1 - w_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |w_1 - 4i|^2 - |w_2 - 4i|^2$ bằng.

A. $4\sqrt{29}$.

B. $4\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{13}$.

D. $2\sqrt{29}$.

Lời giải

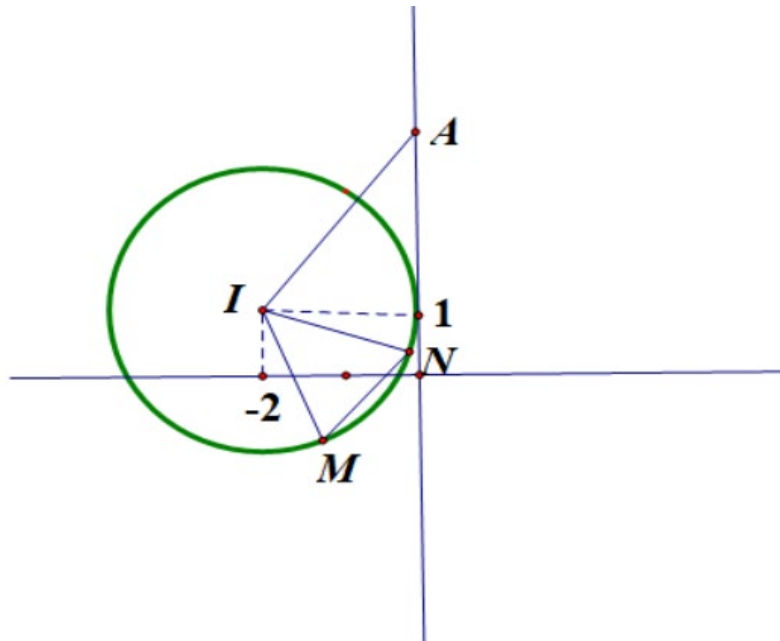
Chọn B.

$$+ \left| \frac{(2-i)z - 3i - 1}{z - i} \right| = 2 \Leftrightarrow \left| 2 - i - \frac{i}{z - i} \right| = 2 \Leftrightarrow \left| 2 - i + \frac{1}{iz + 1} \right| = 2 \Leftrightarrow |w + 2 - i| = 2$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn (C) tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = 2$.

+ $w_1, w_2 \in S$ được biểu diễn bởi M, N nên M, N thuộc đường tròn (C) và $|w_1 - w_2| = MN = 2$.

Gọi $A(0; 4)$.



$$+ P = |w_1 - 4i|^2 - |w_2 - 4i|^2 = MA^2 - NA^2 = \overline{MA}^2 - \overline{NA}^2 = (\overline{MI} + \overline{IA})^2 - (\overline{NI} + \overline{IA})^2$$

$$= MI^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IA} + IA^2 - NI^2 - 2\overline{NI} \cdot \overline{IA} - IA^2 = 2\overline{IA}(\overline{MI} - \overline{NI}) = 2\overline{IA} \cdot \overline{MN}$$

$$P = 2\overline{IA} \cdot \overline{MN} = 2IA \cdot MN \cdot \cos(\overline{IA}, \overline{MN}) \leq 2IA \cdot MN$$

Dấu "=" xảy ra khi $\overline{IA}$ cùng hướng với $\overline{MN}$

$$\text{Ta có. } IA = \sqrt{13} \Rightarrow P \leq 2 \cdot \sqrt{13} \cdot 2 = 4\sqrt{13}$$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $4\sqrt{13}$.

Nếu HS nhầm $A(0; -4)$ thì có đáp án là $4\sqrt{29}$

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{DAB} = 60^\circ$, $AD = a$, tam giác SBC cân tại S , tam giác SCD vuông tại C , khoảng cách giữa SA và CD bằng $\frac{4a}{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

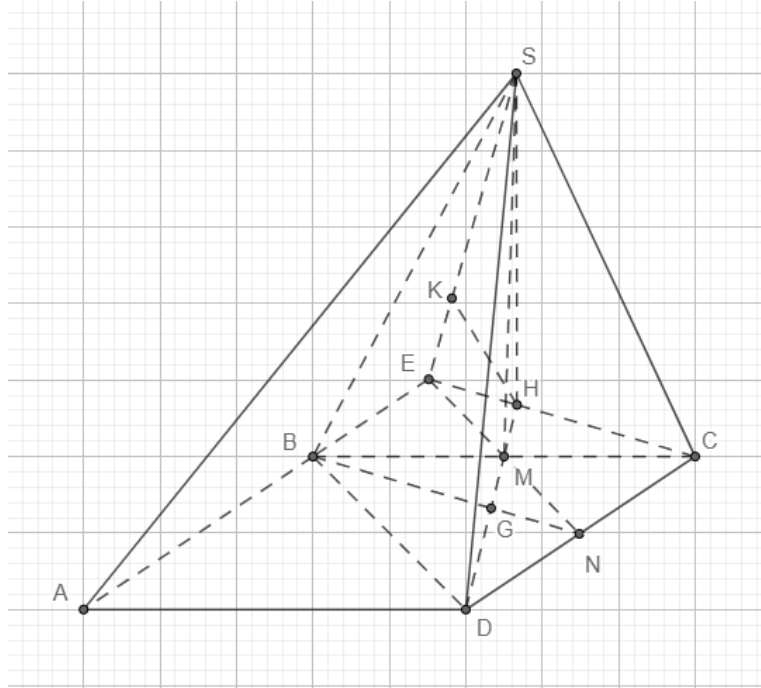
A. $\frac{2a^3}{\sqrt{11}}$.

B. $\frac{4a^3}{\sqrt{11}}$.

C. $\frac{4a^3}{3\sqrt{11}}$.

D. $\frac{2a^3}{3\sqrt{11}}$.

Lời giải



Tam giác BCD cân tại C ($CB = CD = a$) có $\widehat{BCD} = \widehat{DAB} = 60^\circ \Rightarrow \triangle BCD$ là tam giác đều cạnh a .

Gọi M là trung điểm của BC .

Ta có: $\begin{cases} DM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SDM) \Rightarrow (ABCD) \perp (SDM)$ mà $(ABCD) \cap (SDM) = DM$.

Trong (SDM) , kẻ $SH \perp DM \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Vì $CD \perp SC$ (gt), $CD \perp SH$ (do $SH \perp (ABCD)$, $CD \subset (ABCD)$) $\Rightarrow CD \perp (SHC) \Rightarrow CD \perp HC$.

Suy ra H thuộc đường thẳng qua C và vuông góc với CD .

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow (SAB) \parallel CD \Rightarrow d(SA, CD) = d(CD, (SAB)) = d(C, (SAB)) = \frac{CE}{HE} d(H, (SAB))$

.

Vì $BE \parallel CD$, $BN \parallel CE$ nên $BECN$ là hình bình hành.

$$\Rightarrow CE = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, HE = GN = \frac{a\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\Rightarrow \frac{CE}{HE} = \frac{BN}{GN} = 3 \Rightarrow d(SA, CD) = 3d(H, (SAB)) = \frac{4a}{5} \Rightarrow d(H, (SAB)) = \frac{4a}{15}. \quad (1)$$

$$\text{Kẻ } HK \perp SE \Rightarrow d(H, (SAB)) = HK. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow HK = \frac{4a}{15}.$$

$$\Delta SHE \text{ vuông tại } H, HK \perp SE \Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} \Leftrightarrow \frac{225}{16a^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{36}{3a^2} \Leftrightarrow SH = \frac{4a}{\sqrt{33}}.$$

$$\text{Thể tích của khối chóp đã cho là } V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \times \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \times \frac{4a}{\sqrt{33}} = \frac{2a^3}{3\sqrt{11}}.$$

Câu 44. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2az + b^2 + 2 = 0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Theo định lý Viet ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = -2a \\ z_1 z_2 = b^2 + 2 \end{cases} \quad (1).$$

$$\text{TH1: } z_1, z_2 \text{ là các số thực. Khi đó } z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_2 = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{9}{2} \\ z_1 z_2 = \frac{9}{2} \end{cases} \quad (2).$$

$$\text{Từ và suy ra: } \begin{cases} -2a = \frac{9}{2} \\ b^2 + 2 = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{9}{4} \\ b^2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{9}{4} \\ b = \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}.$$

Suy ra trường hợp này có 2 cặp (a, b) thỏa mãn đề bài.

$$\text{TH2: } z_1, z_2 \text{ là các số phức. Khi đó } z_2 = \bar{z}_1. \text{ Gọi } z_1 = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z_2 = x - yi.$$

$$\text{Ta có } z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i \Leftrightarrow (x + yi) + 2i(x - yi) = 3 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - i \quad (3).$$

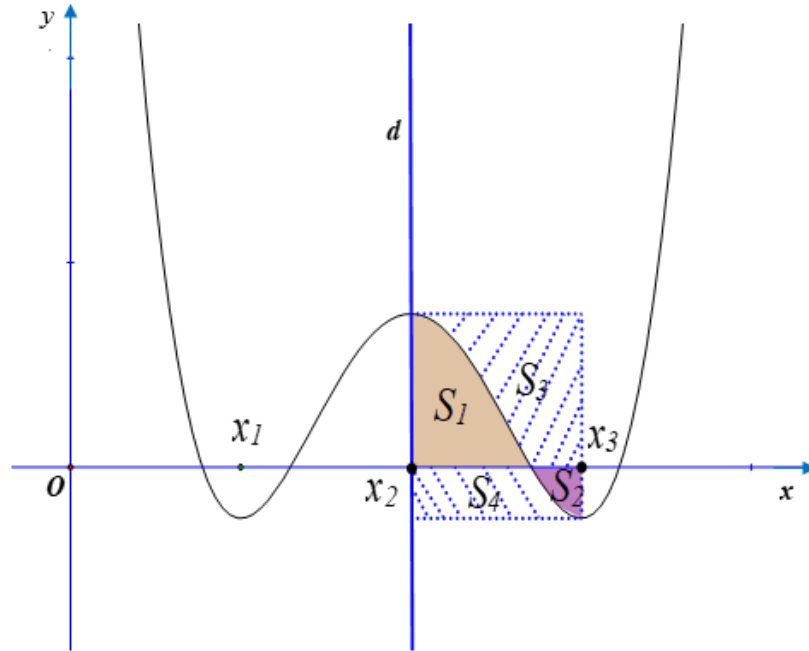
$$\text{Từ và suy ra: } \begin{cases} -2a = 2 \\ b^2 + 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}.$$

Suy ra trường hợp này có 1 cặp (a, b) thỏa mãn đề bài.

Vậy có tất cả 3 cặp (a, b) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại

các điểm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_3 = x_1 + 2$, $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{3}f(x_2) = 0$ và (C) nhận đường thẳng $d: x = x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 là diện tích của các miền hình phẳng được đánh dấu như hình bên. Tỉ số $\frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4}$ gần kết quả nào nhất.



A. 0,55.

B. 0,65.

C. 0,60.

D. 0,70.

Lời giải

Vì (C) nhận đường thẳng $d: x = x_2$ làm trục đối xứng nên $x_1 + x_3 = 2x_2; f(x_1) = f(x_3)$.

Mà $x_3 = x_1 + 2$ nên $x_3 - x_2 = 1$ (1).

Ta có: $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{3}f(x_2) = 0 \Leftrightarrow 2f(x_3) + \frac{2}{3}f(x_2) = 0 \Leftrightarrow f(x_2) = -3f(x_3)$ (2).

Gọi $I(x_2; 0)$. Tịnh tiến hệ toạ độ Oxy theo vectơ $\overrightarrow{OI}$ ta được hệ toạ độ IXY .

Trong hệ toạ độ IXY , đồ thị (C) có phương trình $Y = G(X)$ đạt cực trị tại $\pm 1; 0$ (do (1)) và $G(0) = -3G(1)$ (do (2)).

Do đó: $G'(X) = 4a(X^3 - X)$ (với $a \neq 0$) $\Rightarrow G(X) = a(X^4 - 2X^2 + C)$.

Mà $G(0) = -3G(1)$ nên $aC = -3a(-1 + C) \Leftrightarrow C = \frac{3}{4}$.

Vậy $G(X) = a(X^4 - 2X^2 + \frac{3}{4})$.

Đồ thị $G(X) = a(X^4 - 2X^2 + \frac{3}{4})$ cắt trục OX tại 4 điểm phân biệt có hoành độ $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$. Ta có:

$$\frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4} = \frac{a \left[\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \left(x^4 - 2x^2 + \frac{3}{4} \right) dx - \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \left(x^4 - 2x^2 + \frac{3}{4} \right) dx \right]}{\left(\frac{3}{4}a + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}a \right) \cdot 1 - a \left[\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \left(x^4 - 2x^2 + \frac{3}{4} \right) dx - \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \left(x^4 - 2x^2 + \frac{3}{4} \right) dx \right]} \approx 0,60.$$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;2;4)$; đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng (P)

: $x - 2y + 2z - 5 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P) . Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng nào sau đây?

A. $2x - 3y - 3z + 10 = 0$.

B. $3x + 2y + 3z - 13 = 0$.

C. $2x + 3y - 3z - 2 = 0$.

D. $3x - 2y + 3z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 2)$.

Gọi B là giao điểm của Δ và $d \Rightarrow B(2+t; -1+3t; 3+2t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2+t; -3+3t; -1+2t)$.

Do $\Delta // (P)$ nên ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 1(-2+t) - 2(-3+3t) + 2(-1+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

$\Rightarrow B(4; 5; 7)$.

Để thấy $B \notin (P)$ nên Δ là đường thẳng đi qua hai điểm A và B .

Thay tọa độ A và B vào các đáp án thấy A và B thuộc mặt phẳng $2x + 3y - 3z - 2 = 0$.

Do đó đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $2x + 3y - 3z - 2 = 0$.

Câu 47. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng với mỗi y luôn tồn tại không quá 63 số nguyên x thỏa mãn điều kiện $\log_{2020}(x + y^2) + \log_{2021}(y^2 + y + 64) \geq \log_4(x - y)$.

A. 301

B. 302

C. 602

D. 2

Lời giải

Chọn C

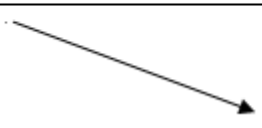
Đặt $f(x) = \log_{2020}(x + y^2) + \log_{2021}(y^2 + y + 64) - \log_4(x - y)$ (coi y là tham số).

Điều kiện xác định của $f(x)$ là:
$$\begin{cases} x + y^2 > 0 \\ y^2 + y + 64 > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$$

Do x, y nguyên nên $x > y \geq -y^2$. Cũng vì x, y nguyên nên ta chỉ xét $f(x)$ trên nửa khoảng $[y+1; +\infty)$. Ta có:

$$f'(x) = \frac{1}{(x+y^2)\ln 2020} - \frac{1}{(x-y)\ln 2021} - \frac{1}{(x-y)\ln 4} < 0, \forall x \geq y+1$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$y+1$	$y+64$
y'	-	
y		

Yêu cầu bài toán trở thành: $f(y+64) < 0$

$$\Leftrightarrow \log_{2020}(y^2 + y + 64) + \log_{2021}(y^2 + y + 64) < \log_4 64$$

$$\Leftrightarrow \log_{2021}(y^2 + y + 64)(\log_{2020} 2021 + 1) < 3$$

$$\Leftrightarrow y^2 + y + 64 - 2021^{\frac{3}{\log_{2020} 2021 + 1}} < 0$$

$$\Leftrightarrow -301,76 < y < 300,76$$

Mà y nguyên nên $y \in \{-301; -300; \dots; 299; 300\}$.

Vậy có 602 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu.

Câu 48. Cho một miếng tôn hình tròn tâm O , bán kính R . Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Tìm số đo góc ở tâm của mảnh tôn cắt bỏ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$

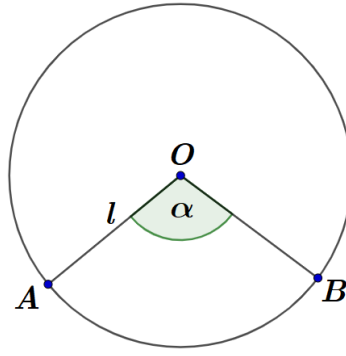
B. $\left(2 - \frac{\sqrt{6}}{3}\right)\pi$

C. $\left(2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$

D. $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{\pi}{3}\sqrt{l^2 - r^2}r^2$

$$\text{Với } l \text{ cố định, } V = \sqrt{\frac{\pi^2}{18}(2l^2 - 2r^2)r^2r^2} \leq \sqrt{\frac{\pi^2}{18} \frac{(2l^2 - 2r^2 + r^2 + r^2)^3}{27}} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{27}l^3$$

$$\text{Đẳng thức xảy } \Leftrightarrow 2l^2 - 2r^2 = r^2 \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}l.$$

Đặt $OA = l$ là bán đường kính đường tròn tâm O và là đường sinh của hình nón được tạo ra khi gò phần còn lại của miếng tôn sau khi cắt bỏ hình quạt OAB .

$$\text{Gọi } S \text{ là diện tích xung quanh của hình nón, khi đó } S = \pi OA^2 \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) = \pi l^2 \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right).$$

$$\text{Mặt khác gọi } r \text{ là bán kính hình nón, khi đó } r = \frac{S}{\pi l} = l \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right).$$

$$\text{Áp dụng chứng minh trên ta có được } r = l \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) = \frac{\sqrt{6}}{3}l \Leftrightarrow 1 - \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow \alpha = \left(2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi.$$

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng (d_1) , (d_2) , (d_3) có phương trình

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 1 - 2t_1 \end{cases}, (d_2): \begin{cases} x = 3 + t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + 2t_2 \end{cases}, (d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t_3 \\ y = 4 - 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}. S(I; R) \text{ là mặt cầu tâm } I \text{ bán kính } R \text{ tiếp}$$

xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

A. 2,1.

B. 2,2.

C. 2,3.

D. 2,4.

Lời giải

Ta có: (d_1) đi qua điểm $A(1;1;1)$ có VTCP $\vec{u}_1 = (2;1;-2)$.

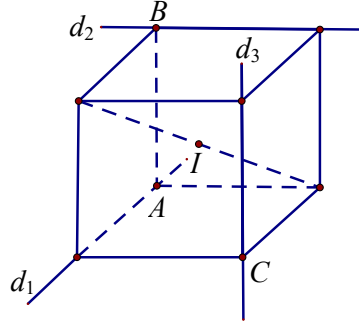
(d_2) đi qua điểm $B(3;-1;2)$ có VTCP $\vec{u}_2 = (1;2;2)$.

(d_3) đi qua điểm $C(4;4;1)$ có VTCP $\vec{u}_3 = (2;-2;1)$.

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$, $\vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3 = 0$, $\vec{u}_3 \cdot \vec{u}_1 = 0 \Rightarrow (d_1), (d_2), (d_3)$ đôi một vuông góc với nhau.

$$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} \neq 0, [\vec{u}_2, \vec{u}_3] \cdot \vec{BC} \neq 0, [\vec{u}_3, \vec{u}_1] \cdot \vec{CA} \neq 0 \Rightarrow (d_1), (d_2), (d_3) \text{ đôi một chéo nhau.}$$

Lại có: $\vec{AB} = (2; -2; 1)$; $\vec{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0$ và $\vec{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0$ nên $(d_1), (d_2), (d_3)$ chứa 3 cạnh của hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Vì mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ tiếp xúc với 3 đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ nên bán kính

$$R = d(I, d_1) = d(I, d_2) = d(I, d_3) \Leftrightarrow R^2 = d^2(I, d_1) = d^2(I, d_2) = d^2(I, d_3)$$

$$\Leftrightarrow R^2 = \left(\frac{[\vec{AI}, \vec{u}_1]}{|\vec{u}_1|} \right)^2 = \left(\frac{[\vec{BI}, \vec{u}_2]}{|\vec{u}_2|} \right)^2 = \left(\frac{[\vec{CI}, \vec{u}_3]}{|\vec{u}_3|} \right)^2, \text{ ta thấy } |\vec{u}_1|^2 = |\vec{u}_2|^2 = |\vec{u}_3|^2 = 9 \text{ và}$$

$$\vec{AI} = (a-1; b-1; c-1), [\vec{AI}, \vec{u}_1] = (-2b-c+3; 2a+2c-4; a-2b+1).$$

$$\vec{BI} = (a-3; b+1; c-2), [\vec{BI}, \vec{u}_2] = (2b-2c+6; -2a+c+4; 2a-b-7).$$

$$\vec{CI} = (a-4; b-4; c-1), [\vec{CI}, \vec{u}_3] = (b+2c-6; -a+2c+2; -2a-2b+16).$$

$$9R^2 = [\vec{AI}, \vec{u}_1]^2 = [\vec{BI}, \vec{u}_2]^2 = [\vec{CI}, \vec{u}_3]^2 \Rightarrow 27R^2 = [\vec{AI}, \vec{u}_1]^2 + [\vec{BI}, \vec{u}_2]^2 + [\vec{CI}, \vec{u}_3]^2 =$$

$$= 18(a^2 + b^2 + c^2) - 126a - 54b - 54c + 423 = 18\left(a - \frac{7}{2}\right)^2 + 18\left(b - \frac{3}{2}\right)^2 + 18\left(c - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{243}{2} \geq \frac{243}{2}$$

$$\Rightarrow R_{\min} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ khi đó } R \approx 2,12.$$

Câu 50. Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số

$$f(x) = \frac{1}{7}x^7 + \frac{6}{5}x^5 - \frac{m^3}{4}x^4 + (5-m^2)x^3 - 3mx^2 + 10x + 2020 \text{ đồng biến trên } (0; 1).$$

A. 19

B. 20

C. 21

D. 22

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5 - m^2)x^2 - 6mx + 10.$$

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5 - m^2)x^2 - 6mx + 10 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^6 + 6x^4 + 15x^2 + 10 \geq m^3x^3 + 3m^2x^2 + 6mx$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2)^3 + 3(x^2 + 2) \geq (mx + 1)^3 + 3(mx + 1)$$

$$\text{Đặt } g(t) = t^3 + 3t \Rightarrow g'(t) = 3t^2 + 3 > 0 \forall t.$$

Do $g(x^2 + 2) \geq g(mx + 1)$ và $y = g(t)$ đồng biến nên ta được

$$x^2 + 2 \geq mx + 1, \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow m \leq x + \frac{1}{x}, \forall x \in (0; 1)$$

$$\Rightarrow m \leq \min_{[0;1]} h(x), \text{ với } h(x) = x + \frac{1}{x}.$$

$$h'(x) = \frac{1 - x^2}{x^2} < 0, \forall x \in (0; 1) \Rightarrow \min_{[0;1]} h(x) = h(1) = 2 \Rightarrow m \leq 2.$$

Do m nguyên và thuộc khoảng $(-20; 20)$ nên $m \in \{-19; -18; \dots; 1; 2\}$.

Do đó có 22 giá trị của m .