

Họ tên : Số báo danh :

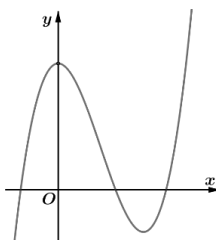
Mã đề 001

Câu 1: Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, (a < c < b).$
- B. $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx.$
- C. $\int_a^b f(x).g(x)dx = \int_a^b f(x)dx. \int_a^b g(x)dx.$
- D. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$

Câu 2: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$
- B. $y = x^4 - 2x^2 + 1.$
- C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$
- D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$



Câu 3: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$?

- A. Điểm $P(1;2).$ B. Điểm $M(1;1).$ C. Điểm $Q(1;3).$ D. Điểm $N(1;0)$

Câu 4: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5, \int_3^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. -7 B. -2 C. 7 D. 3

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là:

- A. $y' = x.3^{x-1}.$ B. $y' = 3^x \ln 3.$ C. $y' = -3^x \ln 3.$ D. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}.$

Câu 6: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \cos x.$

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - \sin x + C$ B. $\int f(x)dx = x \sin x + \cos x + C$
- C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$ D. $\int f(x)dx = 1 - \sin x + C$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 8: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

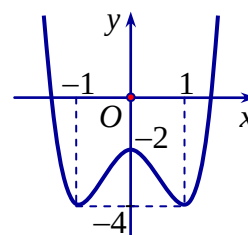
- A. 15π B. 30π . C. 25π . D. 75π .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là

- A. $x = 6$. B. $x = 11$. C. $x = 8$. D. $x = 10$.

Câu 10: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 1$.
B. $x = -2$.
C. $x = 0$.
D. $x = -1$.



Câu 11: Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

- A. $\{3; 3\}$ B. $\{4; 3\}$ C. $\{5; 3\}$ D. $\{3; 4\}$

Câu 12: Nghiệm của phương trình $5^x = 25$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = 5$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							
			2		-5		$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 14: Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S_{xq} = 4\pi rl$. B. $S_{xq} = \frac{4}{3}\pi rl$. C. $S_{xq} = 2\pi rl$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$ biểu diễn của các vectơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

- A. $(2; 1; -3)$. B. $(2; -3; -1)$ C. $(2; -3; 1)$. D. $(-2; 3; -1)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(4; -2; 3)$. B. $(-4; 2; -3)$. C. $(4; 2; 3)$. D. $(-4; -2; -3)$.

Câu 17: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = -1$. B. $y = 1$. C. $y = -3$. D. $y = 3$.

Câu 18: Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, công thức nào sau đây đúng?

- A. $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. B. $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. C. $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$. D. $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 19: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng bằng

- A. 8. B. -4. C. 3. D. 4.

Câu 20: Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $4a^3$. B. a^3 . C. $2a^3$. D. $8a^3$.

Câu 21: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Câu 22: Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 1)$ và đi qua điểm $M(2; 1; -1)$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 3$
C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$ D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 3$

Câu 23: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên bằng a . Góc giữa đường thẳng BB' và AC' bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 1 > 0$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $[1; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(1; 3)$.

Câu 25: Nếu $\int_{-2}^1 f(x)dx = 5$ thì $\int_{-2}^1 [f(x) + 3]dx$ bằng

- A. 14. B. 15. C. 8. D. 11.

Câu 26: Trên đoạn $[1; 4]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 4$.

Câu 27: Cho $\vec{a} = (-2; 2; -3)$, $\vec{b} = (1; m; 2)$. Vectơ $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ khi

- A. $m = -8$ B. $m = -4$ C. $m = 4$ D. $m = 2$

Câu 28: Số nghiệm của phương trình $4^x + 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 3.
B. 1.
C. 2.
D. 4.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-			-	0	+
y		2		$+\infty$		-2	$+\infty$

Câu 30: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+2}$ và $F(-1) = 1$. Tính $F(3)$.

- A. $F(3) = \ln 5 - 1$. B. $F(3) = \ln 5 + 2$. C. $F(3) = \ln 5 + 1$. D. $F(3) = \frac{1}{5}$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 32: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-2)$ là:

- A. $(2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^3 xf(x)dx = 2$. Tích phân $\int_0^1 xf(3x)dx$ bằng

- A. 18. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{2}{9}$. D. 6.

Câu 34: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để tổng số ghi trên 3 tấm thẻ ấy là một số lẻ bằng

- A. $\frac{12}{33}$. B. $\frac{17}{33}$. C. $\frac{4}{33}$. D. $\frac{16}{33}$.

Câu 35: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ là:

- A. $(1; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 36: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^3 + 3x$. C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. D. $y = x^4 - 4x^2$.

Câu 37: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi $I(a; b; 0)$ và r lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu đi qua $A(2; 3; -3)$, $B(2; -2; 2)$, $C(3; 3; 4)$. Khi đó giá trị của $T = a + b + r^2$ bằng

- A. $T = 36$. B. $T = 35$. C. $T = 34$. D. $T = 37$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x) = 2022^x - 2022^{-x} + x + \sin x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x+3) + f(x^3 - 4x + m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 39: Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. B. 32π . C. $\frac{18\sqrt{5}\pi}{3}$. D. $32\sqrt{5}\pi$.

Câu 40: Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

- A. 4 B. 7 C. 6 D. 5

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$; $f(-3) - f(3) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(1) - f(4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \ln 2$. B. $\frac{1}{3} - \ln 2$. C. $1 + \frac{1}{3} \ln \frac{8}{5}$. D. $1 + \ln 80$.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $[\log_2(x-1) + x - 2](4^x - 2^{x+3} + m - 1) = 0$ có ba nghiệm phân biệt

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ với m là tham số thực, thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{17}{6}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m \leq 0$ B. $2 < m \leq 4$ C. $m > 4$ D. $0 < m \leq 2$

Câu 44: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Tính khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. B. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. C. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 45: Tính tổng tất cả các giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $2^{x+3} + 2^{m-x} < 2^{m+3} + 1$ có nhiều nhất 20 nghiệm nguyên

- A. 171. B. 190. C. 153. D. 210.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $e^{3x}(4f(x) + f'(x)) = 2\sqrt{f(x)}$, $f(x) > 0 \forall x \geq 0$ và $f(0) = 1$. Tính

$$I = \int_0^{\ln 2} f(x) dx.$$

- A. $I = \frac{201}{640}$. B. $I = \frac{11}{24}$. C. $I = \frac{209}{640}$. D. $I = -\frac{1}{12}$.

Câu 47: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông; mặt bên (SAB) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng $\frac{3\sqrt{5}a}{5}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{9}{2}a^3$. B. $V = \frac{27}{2}a^3$. C. $V = \frac{3}{2}a^3$. D. $V = \frac{6\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 14x^3 + 36x^2 + (16 - m)x$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 7 điểm cực trị?

- A. 33. B. 34. C. 32. D. 31.

Câu 49: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{2}, b > 1$. Khi biểu thức $P = \log_{2a} b + \log_{\sqrt{b}}(a^4 - 4a^2 + 16)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a + b$ bằng

- A. 4. B. 20. C. 18. D. 14.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$ sao cho $2OA - OB + OC + 5\sqrt{OB^2 + OC^2} = 36$. Tính $a - b + c$ khi thể tích khối chóp $O.ABC$ đạt giá trị lớn nhất

- A. 1. B. 5. C. $\frac{-36 + 36\sqrt{2}}{5}$. D. 7.

----- **HẾT** -----

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	001	002	003	004
1	C	D	B	D
2	A	D	C	B
3	B	C	A	B
4	D	D	C	A
5	B	D	C	B
6	C	D	C	C
7	C	C	A	A
8	B	A	B	D
9	D	A	A	C
10	C	B	A	A
11	D	B	D	B
12	D	D	D	A
13	A	A	A	D
14	D	D	D	B
15	C	D	C	C
16	A	D	B	D
17	D	C	B	C
18	A	D	B	D
19	D	D	D	C
20	D	A	C	C
21	C	C	B	A
22	A	D	B	D
23	C	D	D	B
24	D	B	A	B
25	A	A	C	B
26	A	D	B	B
27	C	C	A	C
28	B	A	B	B
29	C	C	D	B
30	C	C	A	D
31	A	B	C	B
32	A	B	A	A
33	C	C	D	B
34	D	A	D	D
35	A	A	C	B
36	B	D	B	C
37	A	A	A	A
38	D	A	D	C
39	A	C	A	A
40	B	B	D	A

41	B	D	D	B
42	B	C	A	D
43	D	A	A	A
44	D	A	C	B
45	A	D	A	A
46	C	C	D	C
47	A	A	A	A
48	A	A	A	C
49	C	A	D	A
50	B	B	D	B

TRƯỜNG THPT CÙ HUY CẬN

Tổ: Toán-Tin

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ LỄ

NHẬN BIẾT

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

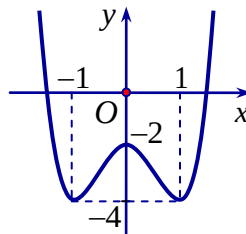
- A. $y = -3$. B. $y = 1$. C. $y = 3$. D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-1}{x+1} = 3$. Suy ra tiệm cận ngang $y = 3$

Câu 2. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

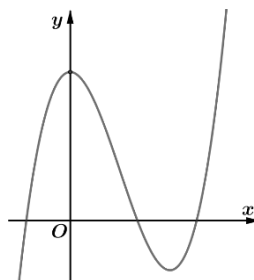


- A. $x=1$. B. $x=-1$. C. $x=-2$. D. $x=0$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 3. Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 3$ C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy: đây dạng đồ thị của hàm số bậc 3, nét cuối đi lên nên hệ số $a > 0$ nên hàm số cần tìm là $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		-5		$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = 1$; $x = 3$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$?

- A. Điểm $M(1; 1)$. B. Điểm $P(1; 2)$. C. Điểm $Q(1; 3)$. D. Điểm $N(1; 0)$

Lời giải

Chọn A.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là:

- A. $y' = x \cdot 3^{x-1}$. B. $y' = 3^x \ln 3$. C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $y' = -3^x \ln 3$.

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y = 3^x \Rightarrow y' = 3^x \ln 3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 2) = 3$ là

- A. $x = 11$. B. $x = 6$. C. $x = 10$. D. $x = 8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, $\log_2(x - 2) = 3 \Leftrightarrow x - 2 = 8 \Leftrightarrow x = 10$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $5^x = 25$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, $5^x = 25 \Leftrightarrow x = \log_5 25 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 10. Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

- A. $\{5; 3\}$ B. $\{4; 3\}$ C. $\{3; 3\}$ D. $\{3; 4\}$

Lời giải

Chọn D

Do các mặt của bát diện đều là tam giác và mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của 4 mặt nên bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$.

Câu 11. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $2a^3$. B. a^3 . C. $4a^3$. D. $8a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = (2a)^3 = 8a^3$

Câu 12. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, công thức nào sau đây đúng ?

- A. $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. B. $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. C. $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$.. D. $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \Rightarrow C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng bằng

- A. -4 . B. 8 . C. 3 . D. 4 .

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức $d = u_{n+1} - u_n \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 6 - 2 = 4$

Câu 14. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.** $S_{xq} = \pi r l$. **B.** $S_{xq} = 2\pi r l$. **C.** $S_{xq} = 4\pi r l$. **D.** $S_{xq} = \frac{4}{3}\pi r l$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có diện tích xung quanh hình nón tính theo công thức: $S_{xq} = \pi r l$.

Câu 15. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.** 15π **B.** 25π . **C.** 30π . **D.** 75π .

Lời giải

Chọn C.

$$S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot 5 \cdot 3 = 30\pi$$

Câu 16. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \cos x$.

- A.** $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$ **B.** $\int f(x) dx = 1 - \sin x + C$
C. $\int f(x) dx = x \sin x + \cos x + C$ **D.** $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \sin x + C$

Câu 17. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 5$, $\int_3^5 f(x) dx = -2$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A.** -7 **B.** -2 **C.** 3 **D.** 7

Lời giải

Chọn C

$$\int_1^5 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = 5 - 2 = 3$$

Câu 18. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$. **B.** $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.
C. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. **D.** $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, (a < c < b)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a}$ biểu diễn của các vector đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(-2; 3; -1)$. **B.** $(2; -3; 1)$. C. $(2; 1; -3)$. D. $(2; -3; -1)$

Lời giải:

Chọn B

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 4)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-4; -2; -3)$. B. $(4; 2; 3)$. C. $(-4; 2; -3)$. **D.** $(4; -2; 3)$.

Lời giải:

Chọn D

THÔNG HIỂU

Câu 21. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = x^4 - 4x^2$. **D.** $y = x^3 + 3x$.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số $y = x^3 + 3x$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 22. Trên đoạn $[1; 4]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A.** $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 4$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = 4x^3 - 16x$. Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \notin [1; 4] \\ x = 0 \notin [1; 4] \\ x = 2 \in [1; 4] \end{cases}$.

Khi đó $y(4) = 141; y(1) = 6$ và $y(2) = -3$.

Vậy $\min_{[1;4]} y = -3$ tại $x = 2$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. **B. 2.** C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = -1$; $x = 1$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$-$		$-$	0	$+$
y	2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 1. C. 3. **D. 2.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$. Suy ra tiệm cận ngang $y = 2$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$. Suy ra tiệm cận đứng $x = 0$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$ là:

- A. $(0; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. **C. $(1; +\infty)$.** D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Vậy tập xác định: $D = (1; +\infty)$.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 2)$ là:

- A. $(-\infty; 2)$. B. $[2; +\infty)$. **C. $(2; +\infty)$.** D. $\mathbb{R}$.

Chọn C

Hàm số xác định khi: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy tập xác định: $D = (2; +\infty)$.

Câu 27. Số nghiệm của phương trình $4^x + 3.2^x - 4 = 0$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 4^x + 3.2^x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = -4 \end{cases} \text{ (VN)} \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy phương trình có đúng 1 nghiệm.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 1 > 0$ là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $[1; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x > 1$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 1 > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > -1 \Leftrightarrow x-1 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow x-1 < 2 \Leftrightarrow x < 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 3)$.

Câu 29. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. a^3 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} . 3a^2 . 2a = 2a^3$$

Câu 30. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để tổng số ghi trên 3 tấm thẻ ấy là một số lẻ bằng

- A. $\frac{16}{33}$. B. $\frac{4}{33}$. C. $\frac{12}{33}$. D. $\frac{17}{33}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn ba thẻ trong 11 thẻ có số cách chọn là $C_{11}^3 \Rightarrow n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$

YCBT suy ra có hai trường hợp:

TH1: Cả ba thẻ đều số lẻ, có $C_6^3 = 20$

TH2: Ba thẻ có hai chẵn và một lẻ, có $C_5^2.C_6^1 = 60 \Rightarrow n(A) = 20 + 60 = 80$

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{80}{165} = \frac{16}{33}$

Câu 31. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên bằng a . Góc giữa đường thẳng BB' và AC' bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn D

Ta có: Vì

$$BB' \parallel AA' \Rightarrow (BB', AC') = (AA', AC') = A'AC' \Rightarrow \tan(A'AC') = \frac{A'C'}{AA'} = \sqrt{3} \\ \Rightarrow (BB', AC') = 60^\circ$$

Câu 32. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+2}$ và $F(-1) = 1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3) = \ln 5 - 1$.

B. $F(3) = \ln 5 + 1$.

C. $F(3) = \frac{1}{5}$.

D. $F(3) = \ln 5 + 2$.

Lời giải

Chọn B

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{x+2} dx = \ln|x+2| + C. F(-1) = 1 \Leftrightarrow \ln 1 + C = 1 \Leftrightarrow C = 1.$$

Vậy $F(x) = \ln|x+2| + 1$. Suy ra $F(3) = \ln 5 + 1$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^2 xf(x) dx = 2$. Tích phân $\int_0^1 xf(3x) dx$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 18.

C. $\frac{2}{9}$

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Xét tích phân $I = \int_0^1 xf(3x) dx$.

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow \frac{1}{3}dt = dx$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 1 \Rightarrow t = 3$.

Khi đó: $I = \int_0^3 \frac{t}{3} f(t) \frac{1}{3} dt = \frac{1}{9} \int_0^3 t f(t) dt = \frac{1}{9} \int_0^3 x f(x) dx = \frac{2}{9}$.

Câu 34. Nếu $\int_{-2}^1 f(x) dx = 5$ thì $\int_{-2}^1 [f(x) + 3] dx$ bằng

A. 8.

B. 14.

C. 15.

D. 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_{-2}^1 [f(x) + 3] dx = \int_{-2}^1 f(x) dx + 3 \int_{-2}^1 dx = 5 + 3x \Big|_{-2}^1 = 14$.

Câu 35. Cho $\vec{a} = (-2; 2; -3)$, $\vec{b} = (1; m; 2)$. Vectơ $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ khi

A. $m = 2$

B. $m = -8$

C. $m = -4$

D. $m = 4$

Lời giải:

Chọn D

$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow -2 + 2m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 4$

Câu 36. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 1)$ và đi qua điểm $M(2; 1; -1)$

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 3$

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 3$

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$

Lời giải:

Chọn C

$R = \sqrt{(2-1)^2 + (1+1)^2 + (-1-1)^2} = 3 \Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$

VẬN DỤNG

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x) = 2022^x - 2022^{-x} + x + \sin x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để

phương trình $f(x+3) + f(x^3 - 4x + m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. 4 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 5 .

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số

$$y = f(x) = 2022^x - 2022^{-x} + x + \sin x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2022^x \ln 2022 + 2022^{-x} \ln 2022 + 1 + \cos x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\text{Ta có } f(-x) = 2022^{-x} - 2022^x - x - \sin x = -(2022^x - 2022^{-x} + x + \sin x) = -f(x)$$

Xét phương trình

$$f(x+3) + f(x^3 - 4x + m) = 0 \Leftrightarrow f(x^3 - 4x + m) = -f(x+3) = f(-x-3). \quad \text{Vì } f(x)$$

đồng biến nên

$$f(x^3 - 4x + m) = f(-x-3) \Leftrightarrow x^3 - 4x + m = -x - 3 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 3 = -m \quad (1)$$

YCBT phương trình (1) phải có ba nghiệm phân biệt

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 3$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

$$\text{Dựa vào BBT suy ra } 1 < -m < 5 \Leftrightarrow -5 < m < -1 \Rightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = -3 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy có ba giá trị nguyên của m .

Câu 38. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$+) \text{ TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$+) y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9.$$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3(4m+9) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \in [-9; -3] \Rightarrow \text{có 7 giá trị nguyên của } m \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{17}{6}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m > 4$

B. $2 < m \leq 4$

C. $m \leq 0$

D. $0 < m \leq 2$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}$.

☒ Nếu $m = 1 \Rightarrow y = 1, \forall x \neq -1$. Không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

☒ Nếu $m \neq 1$

Khi đó: $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{17}{6} \Leftrightarrow y(2) + y(1) = \frac{17}{6} \Leftrightarrow \frac{2+m}{3} + \frac{1+m}{2} = \frac{17}{6} \Leftrightarrow m = 2$ (t/m)

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left[\log_2(x-1) + x - 2 \right] (4^x - 2^{x+3} + m - 1) = 0$ có ba nghiệm phân biệt

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

+ Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x-1) + x - 2 = 0 & (1) \\ 4^x - 2^{x+3} + m - 1 = 0 & (2) \end{cases}$

+ Xét hàm số $f(x) = \log_2(x-1) + x - 2 = 0$. Ta có $f'(x) = \frac{1}{(x-1)\ln 2} + 1 > \forall x > 1$

Lại có $f(2) = 0$ suy ra phương trình (1) có đúng 1 nghiệm $x = 2$

+ Yêu cầu bài toán PT (2) phải có hai nghiệm phân biệt khác 2. Suy ra phương trình

$t^2 - 8t - 1 = -m$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 4 thỏa mãn $2 < t_1 < t_2$

+ Xét hàm số $f(t) = t^2 - 8t - 1$ có bảng biến thiên:

+ Dựa vào BBT ta thấy

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	-13	-17	$+\infty$

$$-17 < -m < -13$$

$$\Leftrightarrow 13 < m < 17$$

Vậy $m = \{14, 15, 16\}$. Vậy có 3 giá trị của m

Câu 41. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $2^{x+3} + 2^{m-x} < 2^{m+3} + 1$ có nhiều nhất 20 nghiệm nguyên

A. 153.

B. 171.

C. 190.

D. 210.

Lời giải

Chọn B

Ta có BPT đã cho

$$\Leftrightarrow 2^{x+3} + \frac{2^m}{2^x} < 8 \cdot 2^m + 1 \Leftrightarrow 8 \cdot 2^{2x} + 2^m < 8 \cdot 2^{m+x} + 2^x \Leftrightarrow (2^x - 2^m)(2^x - 2^{-3}) < 0$$

Ta có

$$2^x = 2^m \Leftrightarrow x = m$$

$$2^x = 2^{-3} \Leftrightarrow x = -3$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		m		$+\infty$
VT		+	0	-	0	+	

Suy ra tập nghiệm của BPT là $(-3; m)$. Suy ra tập các nghiệm nguyên là $\{-2; -1; 0; 1; \dots; m-1\}$

YCBT suy ra $m-1 \leq 17 \Leftrightarrow m \leq 18$. Vậy có 18 giá trị nguyên dương của m là

$$m \in \{1, 2, 3, \dots, 18\} \Rightarrow S = 1 + 2 + 3 + \dots + 18 = (1 + 18) \cdot \frac{18}{2} = 171$$

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Tính khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$

A. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm của

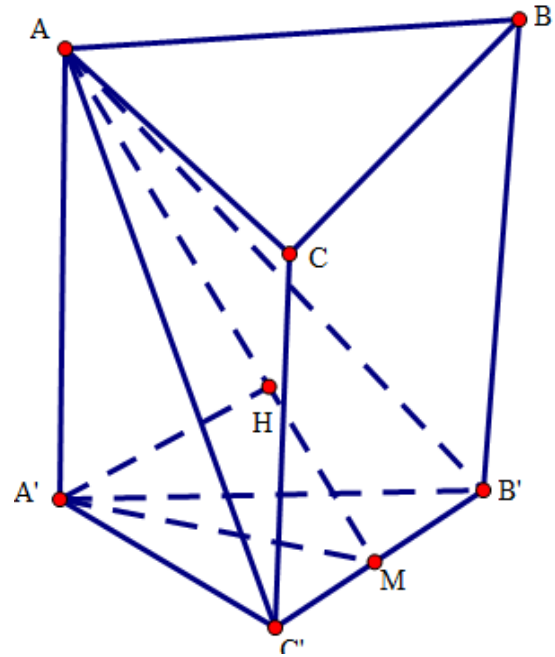
$$B'C' \Rightarrow \begin{cases} B'C' \perp A'M \\ B'C' \perp AA' \end{cases} \\ \Rightarrow B'C' \perp (AB'C')$$

Kẻ

$$A'H \perp AM \Rightarrow A'H \perp (AB'C') \\ \Rightarrow d(A', (AB'C')) = A'H$$

Ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{A'M^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} \\ AH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$



Câu 43. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.

B. 32π .

C. $32\sqrt{5}\pi$.

D. $\frac{18\sqrt{5}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

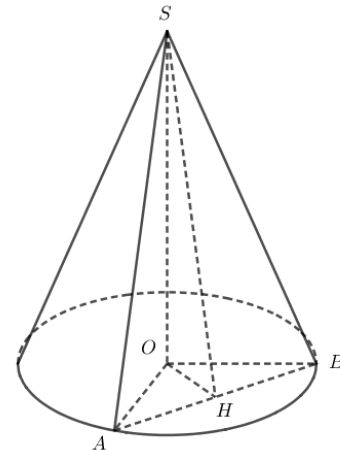
Theo giả thiết tam giác SAB đều, $S_{\Delta SAB} = 9\sqrt{3}$ và $SO = 2\sqrt{5}$.

$$S_{\Delta SAB} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow AB = 6.$$

ΔSAB đều $SA = AB = 6$.

Xét ΔSOA vuông tại O , theo định lý Pytago ta có:

$$OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4.$$



$$\text{Thể tích hình nón bằng } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}}{3}\pi.$$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$;

$f(-3) - f(3) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(1) - f(4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \ln 2$. B. $1 + \ln 80$. C. $\frac{1}{3} - \ln 2$. D. $1 + \frac{1}{3} \ln \frac{8}{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = \int \frac{dx}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{3} \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| + C.$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| + C = \begin{cases} \frac{1}{3} \ln \frac{x-2}{x+1} + C_1 & \text{khi } x > 2 \\ \frac{1}{3} \ln \left(\frac{2-x}{x+1} \right) + C_2 & \text{khi } -1 < x < 2. \\ \frac{1}{3} \ln \frac{x-2}{x+1} + C_3 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } f(-3) - f(-4) = \frac{1}{3} \ln \frac{5}{4}; \quad f(4) - f(3) = \frac{1}{3} \ln \frac{8}{5}$$

$$f(-3) - f(-4) + f(4) - f(3) = \frac{1}{3} \ln 2 \Rightarrow f(-4) - f(4) = -\frac{1}{3} \ln 2$$

$$\text{Mặt khác } f(1) - f(0) = \frac{1}{3} \ln \frac{1}{4} \Rightarrow f(1) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \ln \frac{1}{4}$$

$$\text{Do đó } f(-4) + f(1) - f(4) = \frac{1}{3} - \ln 2.$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $I(a; b; 0)$ và r lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu đi qua $A(2; 3; -3)$, $B(2; -2; 2)$, $C(3; 3; 4)$. Khi đó giá trị của $T = a + b + r^2$ bằng

- A. $T = 34$ B. $T = 35$. C. $T = 36$. D. $T = 37$.

Lời giải

Chọn A

Tâm $I(a; b; 0)$ và r là tâm và bán kính của mặt cầu (S) và đi qua

$$A(2; 3; -3), \quad B(2; -2; 2), \quad C(3; 3; 4)$$

Dựa vào BBT ta có $16 < m < 50$.

Vì m là số nguyên nên $m \in \{17; 18; 19; \dots; 49\}$ nên có 33 số nguyên.

Câu 47. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{2}, b > 1$. Khi biểu thức

$P = \log_{2a} b + \log_{\sqrt{b}} (a^4 - 4a^2 + 16)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a + b$ bằng

A. 4.

B. 18.

C. 14.

D. 20.

Lời giải

Chọn B

Do $a^4 - 4a^2 + 16 \geq 4a^2 \Leftrightarrow (a^2 - 4)^2 \geq 0$ đúng $\forall a > \frac{1}{2}$; Dấu bằng xảy ra khi $a = 2$

Suy ra

$$P \geq \log_{2a} b + 2 \log_b (2a)^2 = \log_{2a} b + 4 \log_b 2a = \log_{2a} b + \frac{4}{\log_{2a} b} \geq 2 \sqrt{\log_{2a} b \cdot \frac{4}{\log_{2a} b}} = 4$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a = 2 \\ \log_{2a} b = \frac{4}{\log_{2a} b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ \log_{2a} b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = (2a)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 16 \end{cases} \Rightarrow a + b = 18$$

Vậy, khi P đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + b = 18$

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông; mặt bên (SAB) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng $\frac{3\sqrt{5}a}{5}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3}{2} a^3$.

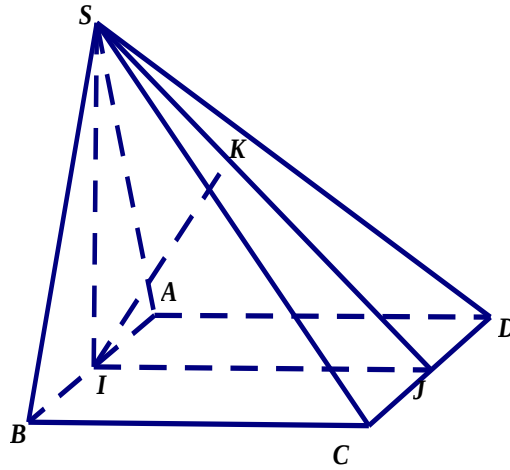
B. $V = \frac{6\sqrt{3}}{2} a^3$.

C. $V = \frac{27}{2} a^3$.

D. $V = \frac{9}{2} a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I ; J lần lượt là trung điểm của AB ; CD ; K là hình chiếu của I lên SJ

Đặt cạnh đáy bằng $AB = x$ khi đó $SI = \frac{x}{2}$, $IJ = x$.

Vì $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB, SD) = d(I, (SCD)) = IK$. Suy ra

$$d(I, (SCD)) = IK = \frac{IS \cdot IJ}{\sqrt{IS^2 + IJ^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3a\sqrt{5}}{5} = \frac{x \cdot \frac{x}{2}}{\sqrt{x^2 + \frac{x^2}{4}}} \Leftrightarrow x = 3a$$

$$\text{Từ đó suy ra } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{2} \cdot x^2 = \frac{9a^3}{2}.$$

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\begin{cases} e^{3x} (4f(x) + f'(x)) = 2\sqrt{f(x)}, \forall x \geq 0 \text{ và } f(0) = 1. \\ f(x) > 0 \end{cases}$ Tính

$$I = \int_0^{\ln 2} f(x) dx.$$

A. $I = \frac{11}{24}.$

B. $I = -\frac{1}{12}.$

C. $I = \frac{209}{640}.$

D. $I = \frac{201}{640}.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } e^{3x} (4f(x) + f'(x)) = 2\sqrt{f(x)} \Leftrightarrow 2e^{2x} \sqrt{f(x)} + e^{2x} \cdot \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} = \frac{1}{e^x} \Leftrightarrow \left(e^{2x} \cdot \sqrt{f(x)} \right)' = \frac{1}{e^x}.$$

Do đó $e^{2x} \cdot \sqrt{f(x)}$ là một nguyên hàm của $\frac{1}{e^x}$, tức $e^{2x} \cdot \sqrt{f(x)} = -\frac{1}{e^x} + C$.

Thay $x = 0$ vào ta được $C = 2$. Tìm được $f(x) = \left(\frac{2}{e^{2x}} - \frac{1}{e^{3x}}\right)^2$.

$$I = \int_0^{\ln 2} f(x) dx = \int_0^{\ln 2} \left(\frac{2}{e^{2x}} - \frac{1}{e^{3x}}\right)^2 dx = \int_0^{\ln 2} \left(\frac{4}{e^{4x}} - \frac{4}{e^{5x}} + \frac{1}{e^{6x}}\right) dx = \frac{209}{640}.$$

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$ sao cho $2OA - OB + OC + 5\sqrt{OB^2 + OC^2} = 36$. Tính $a - b + c$ khi thể tích khối chóp $O.ABC$ đạt giá trị lớn nhất

- A. 1. **B.** 5. C. $\frac{-36 + 36\sqrt{2}}{5}$. D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Từ } 2OA - OB + OC + 5\sqrt{OB^2 + OC^2} = 36 \Rightarrow 2a - b + c + 5\sqrt{b^2 + c^2} = 36$$

Ta có

$$\begin{aligned} 36 &= 2a - b + c + 5\sqrt{b^2 + c^2} = 2a - b + c + 5\sqrt{\frac{(4b)^2}{16} + \frac{(3c)^2}{9}} \geq 2a - b + c + 5\sqrt{\frac{(4b + 3c)^2}{16 + 9}} = 2a - b + c + 4b \\ &= 2a + 3b + 4c \geq 3\sqrt[3]{2a \cdot 3b \cdot 4c} = 3\sqrt[3]{24abc} \Rightarrow 36^3 \geq 27 \cdot 24abc \Rightarrow abc \leq 72 \Rightarrow \frac{1}{6}abc \leq 12 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_{\max} = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4b}{16} = \frac{3c}{9} \\ 2a = 3b = 4c \\ 36 = 2a - b + c + 5\sqrt{b^2 + c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \\ c = 3 \end{cases}$$

Vậy $a - b + c = 5$

-----**HẾT**-----