

Họ tên thí sinh:.....

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 5 = 0$. Một vector pháp tuyến của mp (P) là:

- A. $(1; 1; 0)$. B. $(1; 0; -1)$. C. $(1; -1; 5)$. D. $(-1; 1; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên tập $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 0)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{5}$ có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{5}$. B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{5}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{5}$. D. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+5}{5}$.

Câu 4. Cho a là một số thực dương khác 1. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- Hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định là $D = (0; +\infty)$.
- Hàm số $y = \log_a x$ đơn điệu trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và đồ thị hàm số $y = a^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
- Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nhận trục Ox là một tiệm cận.

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

- A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $D = [3; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 6. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ và $\int_a^b f(x) dx = 1$; $F(b) = 2$. Tính $F(a)$

- A. 2. B. 1. C. 3. D. -1.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, vector $\vec{u} = 2\vec{j} - \vec{k}$ có tọa độ là:

- A. $(0; 2; -1)$. B. $(2; -1; 0)$. C. $(0; 2; 1)$. D. $(0; -1; 2)$.

Câu 8. Gọi α là góc giữa hai vector $\vec{u}(2; 1; -2)$, $\vec{v}(-3; 4; 0)$. Tính $\cos \alpha$

- A. $\frac{-2}{\sqrt{15}}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{-2}{15}$. D. $\frac{2}{\sqrt{15}}$.

Câu 9. Quay tam giác ABC vuông tại B với $AB=2; BC=1$ quanh trục AB . Tính thể tích khối tròn xoay thu được

- A. $\frac{4\sqrt{5}\pi}{5}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{5}\pi}{15}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=2a, BC=a$, tam giác đều SAB nằm trên mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa BC và SD là

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. C. $\sqrt{3}a$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}a$.

Câu 11. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có hệ số góc nhỏ nhất là đường thẳng

- A. $y=x$. B. $y=0$. C. $y=-3x+2$. D. $y=-3x-2$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mp(P) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm $G(3;2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng(P):

- A. $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}+\frac{z}{3}=1$. B. $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}+\frac{z}{3}=0$. C. $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}-\frac{z}{3}=0$. D. $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}-\frac{z}{3}=1$.

Câu 13. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2020^{2x}-3.2020^x+1=0$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. Không tồn tại.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;4)$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z+5=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mp (P) là:

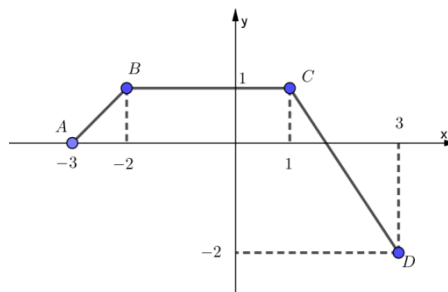
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{9}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

- A. $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.

Tính $\int_{-3}^3 f(x)dx$



- A. $\frac{-5}{2}$. B. $\frac{35}{6}$. C. $\frac{-35}{6}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 17. Cho hình nón có đường cao bằng 3, bán kính đường tròn đáy bằng 2. Hình trụ (T) nội tiếp hình nón (một đáy của hình trụ nằm trên đáy của hình nón). Biết hình trụ có chiều cao bằng 1, tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. $\frac{2\pi}{3}$.

B. $\frac{8\pi}{3}$.

C. $\frac{4\pi}{9}$.

D. $\frac{2\pi}{9}$.

Câu 18. Hệ số của x^4 trong khai triển $(2x+1)^{10}$ thành đa thức là:

A. $2^4 C_{10}^4$.

B. $2^6 C_{10}^4$.

C. $2^6 A_{10}^4$.

D. $2^4 A_{10}^4$.

Câu 19. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$ là:

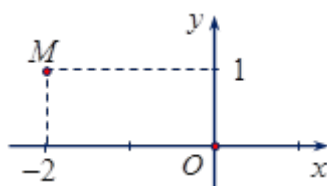
A. $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 3)$.

D. $S = (1; 3)$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tính $(1+z)^2$



A. $(1+z)^2 = -8i$.

B. $(1+z)^2 = -2+2i$.

C. $(1+z)^2 = -1+i$.

D. $(1+z)^2 = -2i$.

Câu 21. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=1; OB=2; OC=12$. Tính thể tích tứ diện $OABC$

A. 12.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 23. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{4-x^2}}{x+3}$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$.

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 75° .

Câu 25. Cho số phức $z=a+bi$ với $a; b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $(1+i)z+(2-i)\bar{z}=13+2i$. Tính tổng $a+b$

A. $a+b=1$.

B. $a+b=2$.

C. $a+b=0$.

D. $a+b=-2$.

Câu 26. Phương trình $\log_2(x-5)=4$ có nghiệm là

A. $x=11$.

B. $x=3$.

C. $x=13$.

D. $x=21$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+y^2+(z-4)^2=9$. Từ điểm $A(4;0;1)$ nằm ngoài mặt cầu, kẻ một tiếp tuyến bất kỳ đến (S) với tiếp điểm M . Tập hợp điểm M là đường tròn có bán kính bằng:

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 28. Giả sử $F(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2e^x$. Tính tích $P=abc$.

A. $P=-4$.

B. $P=1$.

C. $P=-5$.

D. $P=-3$.

Câu 29. Một nhóm có 2 bạn nam và 3 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 bạn trong nhóm đó, tính xác suất để trong cách chọn đó có ít nhất 2 bạn nữ.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{7}{10}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{3}{10}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;4)$ và điểm $B(3;0;-6)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là:

- A.** $(4;-2;-10)$. **B.** $(-4;2;10)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(2;2;-2)$.

Câu 31. Biết $\log_{15} 20 = a + \frac{2\log_3 2 + b}{\log_3 5 + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b + c$

- A.** $T = -1$. **B.** $T = -3$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = 1$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

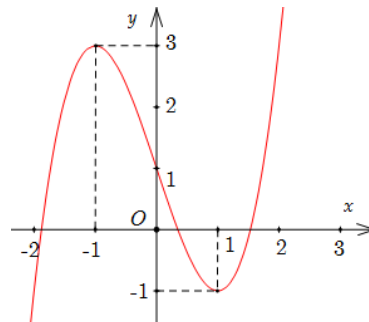
Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Câu 33. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[0;2]$ là

- A.** $\min_{[0;2]} y = 4$. **B.** $\min_{[0;2]} y = -1$. **C.** $\min_{[0;2]} y = 2$. **D.** $\min_{[0;2]} y = 6$.

Câu 34. Hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hàm số đó là



- A.** $y = -x^3 + 3x - 1$. **B.** $y = -x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 35. Tính $I = \int 2^x dx$

- A.** $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. **B.** $2^x \ln 2 + C$. **C.** $2^x + C$. **D.** $\frac{2^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 36. Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A.** $\ln x$. **B.** $\ln(x+1)$. **C.** $\ln 2x$. **D.** $\frac{1}{2} \ln x^2$.

Câu 37. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có tọa độ là

- A.** $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 38. Biết $\int_0^1 f(x) dx = -1$ và $\int_1^2 f(2x-1) dx = 3$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$.

- A.** 5. **B.** 2. **C.** 7. **D.** -4.

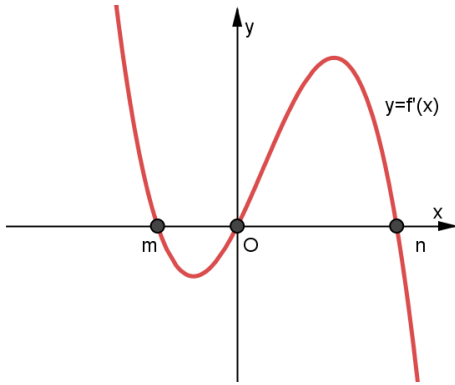
Câu 39. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 - 2020$ và trục hoành là:

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 40. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} - 3 + i = 0$. Modun của z bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. 10. C. $\sqrt{3}$. D. 4.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ



Phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

- A. $f(0) > 0$. B. $f(0) < 0 < f(m)$. C. $f(m) < 0 < f(n)$. D. $f(0) < 0 < f(n)$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và đồng biến trên $[1; 4]$, thỏa mãn $x + 2xf(x) = [f'(x)]^2$ với mọi $x \in [1; 4]$. Biết rằng $f(1) = \frac{3}{2}$, tính tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{9}{2}$. B. $I = \frac{1187}{45}$. C. $I = \frac{1188}{45}$. D. $I = \frac{1186}{45}$.

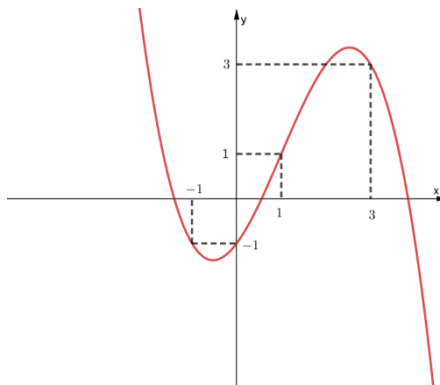
Câu 43. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2020$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$

- A. 3. B. 1. C. vô số. D. 2.

Câu 44. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó có đúng 3 chữ số chẵn

- A. 60000. B. 72000. C. 36000. D. 64800.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = 2f(|x-1|) - x^2 + 2x + 2020$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; 1)$. C. $(1; 3)$. D. $(0; 1)$.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx + 1}$ đồng biến trên $(1; 2)$.

- A. $m \geq -1$. B. $m > -8$. C. $m \leq -8$. D. $m < -1$.

Câu 47. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4, đáy ABC là tam giác cân tại A với $AB = AC = 2; BAC = 120^\circ$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ trên.

- A. 16π . B. 32π . C. $\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$. D. $\frac{32\sqrt{2}\pi}{3}$.

Câu 48. Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(1; 3)$?

A. 35.

B. 36.

C. 34.

D. vô số.

Câu 49. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 2$, đáy $ABCD$ là hình thoi với ABC là tam giác đều cạnh 4. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $B'C', C'D', DD'$ và Q thuộc cạnh BC sao cho $QC = 3QB$. Tính thể tích tứ diện $MNPQ$.

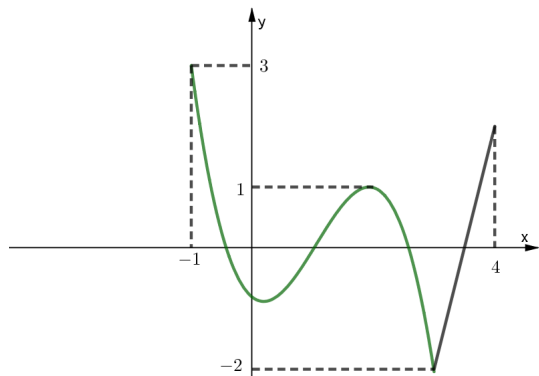
A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để bất phương trình $|f(x) + m| < 2m$ đúng với mọi x thuộc đoạn $[-1; 4]$?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

----- HẾT -----



Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên tập $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

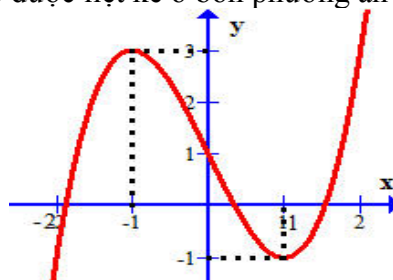
Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. $\min_{[0;2]} y = 4$.
- B. $\min_{[0;2]} y = 2$.
- C. $\min_{[0;2]} y = -1$.
- D. $\min_{[0;2]} y = 6$.

Câu 4. Hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là



- A. $y = -x^3 + 3x - 1$.
- B. $y = -x^3 - 3x + 1$.
- C. $y = x^3 - 3x + 1$.
- D. $y = x^3 + 3x + 1$.

Câu 5. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có tọa độ là

- A. $(-1; 1)$.
- B. $(1; -1)$.
- C. $(-1; 0)$.
- D. $(0; 1)$.

Câu 6. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x+3}$ là:

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

Câu 7. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có hệ số góc nhỏ nhất là đường thẳng

- A. $y = 0$.
- B. $y = -3x - 2$.
- C. $y = x$.
- D. $y = -3x + 2$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 0.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 2.

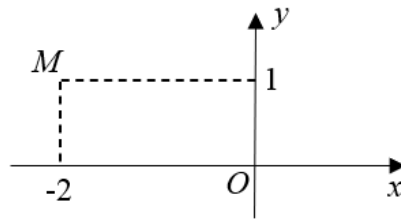
Câu 9. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 - 2020$ và trục hoành là:

- A. 2.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 1.

Câu 10. Phương trình $\log_2(x-5) = 4$ có nghiệm là

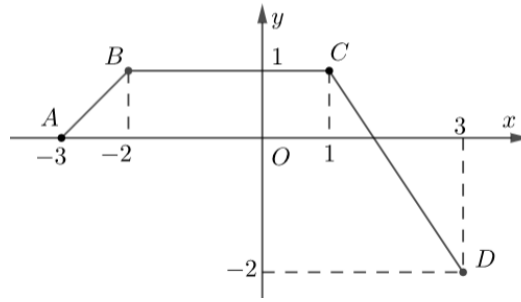
- A. $x = 3$.
- B. $x = 13$.
- C. $x = 21$.
- D. $x = 11$.

- Câu 11.** Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là
A. $D = (3; +\infty)$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = [3; +\infty)$.
- Câu 12.** Cho a là một số thực dương khác 1. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau ?
 1. Hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định $D = (0; +\infty)$.
 2. Hàm số $y = \log_a x$ đơn điệu trên khoảng $(0; +\infty)$.
 3. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và đồ thị hàm số $y = a^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
 4. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nhận trục Ox là một tiệm cận.
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 13.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx + 1}$ đồng biến trên $(1; 2)$.
A. $m > -8$. **B.** $m \geq -1$. **C.** $m \leq -8$. **D.** $m < -1$.
- Câu 14.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 4x} < 8$ là:
A. $S = (1; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 3)$. **D.** $S = (1; 3)$.
- Câu 15.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2020^{2x} - 3 \cdot 2020^x + 1 = 0$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Không tồn tại.
- Câu 16.** Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} - 3 + i = 0$. Modun của z bằng
A. 4. **B.** 10. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{10}$.
- Câu 17.** Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tính $(1+z)^2$.



- A.** $(1+z)^2 = -2i$. **B.** $(1+z)^2 = -8i$. **C.** $(1+z)^2 = -1+i$. **D.** $(1+z)^2 = -2+2i$.
- Câu 18.** Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13 + 2i$. Tính tổng $a + b$.
A. $a + b = 1$. **B.** $a + b = -2$. **C.** $a + b = 2$. **D.** $a + b = 0$.
- Câu 19.** Một nhóm học sinh có 2 bạn nam và 3 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 bạn trong nhóm đó, tính xác suất để trong cách chọn đó có ít nhất 2 bạn nữ.
A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{2}{5}$.
- Câu 20.** Hệ số của x^4 trong khai triển $(2x+1)^{10}$ thành đa thức là:
A. $2^6 A_{10}^4$. **B.** $2^6 C_{10}^4$. **C.** $2^4 C_{10}^4$. **D.** $2^4 A_{10}^4$.
- Câu 21.** Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó có đúng 3 chữ số chẵn
A. 72000. **B.** 64800. **C.** 36000. **D.** 60000.
- Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u} = 2\vec{j} - \vec{k}$ có tọa độ là
A. $(0; 2; -1)$. **B.** $(2; -1; 0)$. **C.** $(0; 2; 1)$. **D.** $(0; -1; 2)$.
- Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 4)$ và điểm $B(3; 0; -6)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là :
A. $(1; 1; -1)$. **B.** $(2; 2; -2)$. **C.** $(4; -2; -10)$. **D.** $(-4; 2; 10)$.
- Câu 24.** Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (2; 1; -2)$; $\vec{v} = (-3; 4; 0)$. Tính $\cos \alpha$
A. $-\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $-\frac{2}{\sqrt{15}}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{15}}$.

- Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+5=0$ khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là:
- A. $\frac{\sqrt{2}}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+5=0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là:
- A. $(-1;1;0)$. B. $(1;-1;5)$. C. $(1;1;0)$. D. $(1;0;-1)$.
- Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-1;0)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{5}$ có phương trình là
- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{5}$. B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{5}$.
C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{5}$. D. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+5}{5}$.
- Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm $G(3;2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) .
- A. $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 0$. C. $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 0$.
- Câu 29.** Trong không gian xyz , cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A vuông góc và cắt d .
- A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$. B. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.
C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
- Câu 30.** Tính $I = \int 2^x dx$
- A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. B. $2^x \ln 2 + C$. C. $2^x + C$. D. $\frac{2^{x+1}}{x+1}$.
- Câu 31.** Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$?
- A. $\frac{1}{2} \ln x^2$. B. $\ln x$. C. $\ln 2x$. D. $\ln(x+1)$.
- Câu 32.** Biết $F(x)$ là một họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ và $\int_a^b f(x) dx = 1$; $F(b) = 2$. Tính $F(a)$.
- A. 2. B. 3. C. -1. D. 1.
- Câu 33.** Biết $\int_0^1 f(x) dx = -1$ và $\int_1^2 f(2x-1) dx = 3$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$.
- A. 5. B. 2. C. 7. D. -4.
- Câu 34.** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ



Tính $\int_{-3}^3 f(x) dx$

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{35}{6}$. C. $\frac{-5}{2}$. D. $\frac{-35}{6}$.

Câu 35. Quay tam giác ABC vuông tại B với $AB = 2$, $BC = 1$ quay quanh trục AB . Tính thể tích khối tròn xoay thu được.

- A. $\frac{4\sqrt{5}\pi}{15}$. B. $\frac{4\sqrt{5}\pi}{5}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 36. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4, đáy ABC là tam giác cân tại A với $AB = AC = 2$; $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ trên

- A. $\frac{64\pi\sqrt{2}}{3}$. B. 16π . C. 32π . D. $\frac{32\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37. Cho hình nón có đường cao bằng 3, Bán kính đường tròn đáy bằng 2. Hình trụ T nội tiếp hình nón (một đáy của hình trụ nằm trên một đáy của hình nón). Biết hình trụ có chiều cao bằng 1. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{4\pi}{9}$. D. $\frac{2\pi}{9}$.

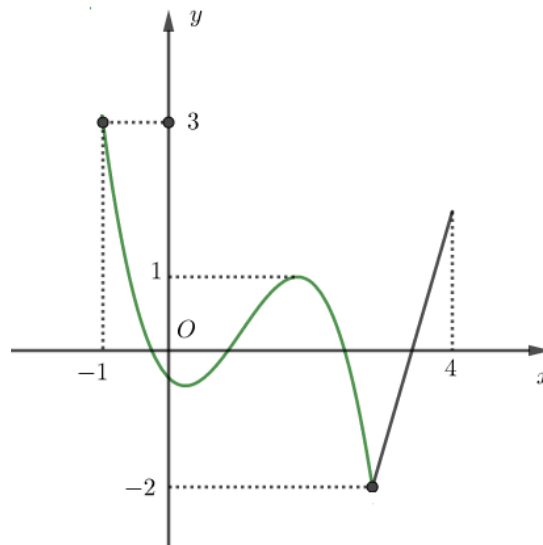
Câu 38. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 1, OB = 2, OC = 12$. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$.

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 12.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$.

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 75° .

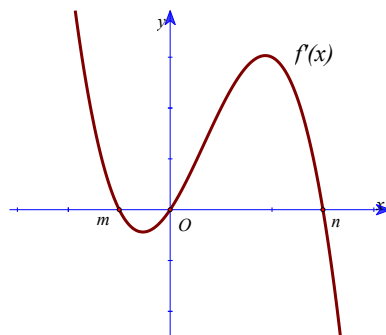
Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để bất phương trình $|f(x) + m| < 2m$ đúng với mọi x thuộc đoạn $[-1; 4]$.

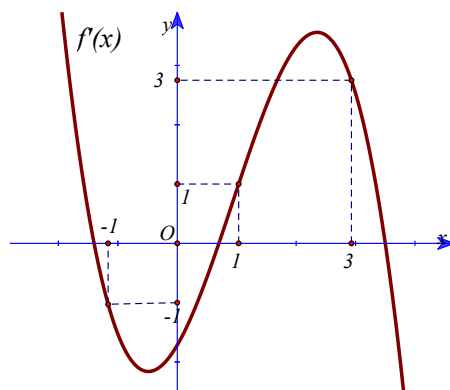
- A. 6. B. 5. C. 7. D. 8.

- Câu 41.** Cho biết $\log_{15} 20 = a + \frac{2\log_3 2 + b}{\log_3 5 + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b + c$
- A. $T = -3$. B. $T = 3$. C. $T = -1$. D. $T = 1$.
- Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 9$. Từ điểm $A(4;0;1)$ nằm ngoài mặt cầu, kẻ một tiếp tuyến bất kỳ tới (S) với điểm M . Tập hợp điểm M là đường tròn có bán kính
- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.
- Câu 43.** Giả sử $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^x$. Tính tích $P = abc$.
- A. $P = -4$. B. $P = 1$. C. $P = 5$. D. $P = -3$.
- Câu 44.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$, tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa BC và SD là
- A. $\sqrt{3}a$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}a$.
- Câu 45.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và đồng biến trên $[1;4]$, thỏa mãn $x + 2xf(x) = [f'(x)]^2$ với mọi $x \in [1;4]$. Biết $f(1) = \frac{3}{2}$, tính $I = \int_1^4 f(x) dx$
- A. $\frac{1188}{45}$. B. $\frac{1187}{45}$. C. $\frac{1186}{45}$. D. $\frac{9}{2}$.
- Câu 46.** Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình có tập nghiệm chứa khoảng $(1;3)$?
- A. 36. B. 34. C. 35. D. Vô số.
- Câu 47.** Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ



Phương trình $f(x) = 0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

- A. $f(0) < 0 < f(m)$. B. $f(0) > 0$. C. $f(m) < 0 < f(n)$. D. $f(0) < 0 < f(n)$.
- Câu 48.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho như hình vẽ



Hàm số $g(x) = 2f(|x-1|) - x^2 + 2x + 2020$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(0;1)$. B. $(-3;1)$. C. $(1;3)$. D. $(-2;0)$.

Câu 49. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2020$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 2.

B. 1.

C. Vô số.

D. 3.

Câu 50. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 2$, đáy $ABCD$ là hình thoi với ABC là tam giác đều cạnh 4. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $B'C', C'D', DD'$ và Q thuộc cạnh BC sao cho $QC = 3QB$. Tính thể tích tứ diện $MNPQ$.

A. $3\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	B	C	A	A	D	D	A	C	A	A	B	B	C	D	A	A	C	C	B	A	A	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	C	D	A	D	D	A	A	C	C	A	A	A	C	D	B	A	A	C	B	A	A	D	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.** Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đã cho nghịch biến trên tập $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
D. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

Chọn A

$$D = \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

$$y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2 \text{ nên hàm số nghịch biến trên } (-\infty; 2), (2; +\infty).$$

Do đó hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy dấu của y' đổi từ dương sang âm tại $x = 2$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A.** $\min_{[0;2]} y = 4$.
B. $\min_{[0;2]} y = 2$.
C. $\min_{[0;2]} y = -1$.
D. $\min_{[0;2]} y = 6$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{TXĐ } D = \mathbb{R}$$

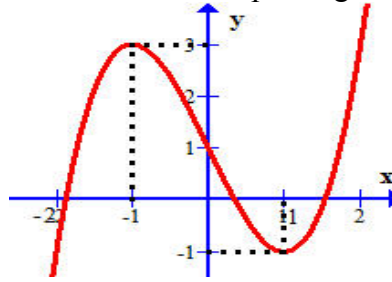
$$y' = 3x^2 - 3.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \end{cases}$$

$$y(0) = 4; y(1) = 2; y(2) = 6.$$

Suy ra $\min_{[0;2]} y = 2$.

Câu 4. Hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hàm số đó là



A. $y = -x^3 + 3x - 1$.

B. $y = -x^3 - 3x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy hệ số $a > 0$ nên $\Rightarrow$ loại **A, B**.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; -1) \Rightarrow$ loại **D**.

Câu 5. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có tọa độ là

A. $(-1; 1)$.

B. $(1; -1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ và tiệm cận ngang là $y = 1$.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị là $I(-1; 1)$.

Câu 6. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x+3}$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = [-2; 2]$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ không tồn tại $\Rightarrow$ Đồ thị không có tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow -3^-} y$ và $\lim_{x \rightarrow -3^+} y$ không tồn tại $\Rightarrow$ Đồ thị không có tiệm cận đứng.

Vậy số tiệm cận của đồ thị hàm số là 0.

Câu 7. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có hệ số góc nhỏ nhất là đường thẳng

A. $y = 0$.

B. $y = -3x - 2$.

C. $y = x$.

D. $y = -3x + 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x = 3(x-1)^2 - 3 \geq -3$. Dấu "=" xảy ra khi $x = 1 \Rightarrow y = -1$.

Do đó, tiếp tuyến của đồ thị có hệ số góc nhỏ nhất bằng -3 và là tiếp tuyến tại điểm $M(1; -1)$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = -3(x-1) - 1 \Leftrightarrow y = -3x + 2$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

- Câu 13.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx + 1}$ đồng biến trên $(1; 2)$.
A. $m > -8$. **B.** $m \geq -1$. **C.** $m \leq -8$. **D.** $m < -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 2^{x^3 - x^2 + mx + 1} \cdot (3x^2 - 2x + m) \cdot \ln 2$.

Để hàm số đồng biến trên $(1; 2)$ thì $y' \geq 0 \quad \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + m \geq 0 \quad \forall x \in (1; 2)$.

Hay $-m \leq 3x^2 - 2x \quad \forall x \in (1; 2)$

$$\Rightarrow m \geq 2x - 3x^2 \quad \forall x \in (1; 2) \Rightarrow m \geq \max_{[1; 2]} \{2x - 3x^2\} \Rightarrow m \geq -1.$$

- Câu 14.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 4x} < 8$ là:

- A.** $S = (1; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 3)$. **D.** $S = (1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 4x} < 8$.

$$\Leftrightarrow 2^{-x^2 + 4x} < 2^3 \Leftrightarrow -x^2 + 4x < 3 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty).$$

Vậy $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

- Câu 15.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2020^{2x} - 3 \cdot 2020^x + 1 = 0$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2020^x$ ($t > 0$). Khi đó phương trở thành: $t^2 - 3t + 1 = 0$

Do đó $t_1 \cdot t_2 = 1 \Leftrightarrow 2020^{x_1 + x_2} = 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0$.

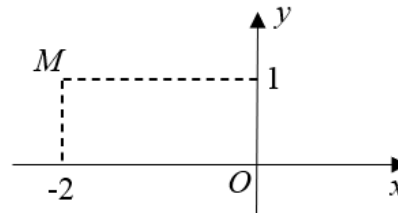
- Câu 16.** Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} - 3 + i = 0$. Modul của z bằng
A. 4. **B.** 10. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\bar{z} = 3 - i \Rightarrow z = 3 + i \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

- Câu 17.** Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tính $(1 + z)^2$.



- A.** $(1 + z)^2 = -2i$. **B.** $(1 + z)^2 = -8i$. **C.** $(1 + z)^2 = -1 + i$. **D.** $(1 + z)^2 = -2 + 2i$.

Lời giải

Chọn A

Điểm M biểu diễn số phức z có tọa độ $M(-2; 1)$, suy ra: $z = -2 + i$.

Do đó: $(1 + z)^2 = (1 - 2 + i)^2 = (-1 + i)^2 = -2i$.

- Câu 18.** Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $(1 + i)z + (2 - i)\bar{z} = 13 + 2i$. Tính tổng $a + b$.
A. $a + b = 1$. **B.** $a + b = -2$. **C.** $a + b = 2$. **D.** $a + b = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13 + 2i = (1+i)(a+bi) + (2-i)(a-bi) = 13 + 2i$$

$$\Leftrightarrow 3a - 2b - bi = 13 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 13 \\ -b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$$

Suy ra: $a + b = 3 + (-2) = 1$.

Câu 19. Một nhóm học sinh có 2 bạn nam và 3 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 bạn trong nhóm đó, tính xác suất để trong cách chọn đó có ít nhất 2 bạn nữ.

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{7}{10}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải**Chọn C**Chọn ngẫu nhiên 3 bạn trong nhóm có $C_5^3 = 10$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 10$ Gọi A là biến cố trong cách chọn đó có ít nhất 2 bạn nữ.TH1: Chọn 2 nữ và 1 nam có $C_3^2 \cdot C_2^1$ cách.TH2: Chọn 3 nữ có C_3^3 cách.

Suy ra $n(A) = C_3^2 \cdot C_2^1 + C_3^3 = 7$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{10}.$$

Câu 20. Hệ số của x^4 trong khai triển $(2x+1)^{10}$ thành đa thức là:

A. $2^6 A_{10}^4$.

B. $2^6 C_{10}^4$.

C. $2^4 C_{10}^4$.

D. $2^4 A_{10}^4$.

Lời giải**Chọn C**Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{10}^k a^{10-k} b^k = C_{10}^k (2x)^{10-k} = C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-k}$ Hệ số của x^4 có k thỏa $10-k=4 \Rightarrow k=6$

Suy ra hệ số của x^4 là $2^4 C_{10}^6 = 2^4 C_{10}^4$.

Câu 21. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó có đúng 3 chữ số chẵn

A. 72000.

B. 64800.

C. 36000.

D. 60000.

Lời giải**Chọn B**

TH1: 3 chữ số chẵn được chọn khác chữ số 0

Chọn 3 chữ số chẵn khác chữ số 0 là C_4^3 Chọn 3 chữ số lẻ là C_5^3 Số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau lập từ các số đã chọn là $C_4^3 \cdot C_5^3 \cdot 6! = 28800$.

TH3: 3 chữ số chẵn được chọn có 1 chữ số là chữ số 0

Chọn 2 chữ số chẵn khác chữ số 0 là C_4^2 Chọn 3 chữ số lẻ là C_5^3 Số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau lập từ các số đã chọn là $C_4^2 \cdot C_5^3 \cdot (6! - 5!) = 36000$.Số các số tự nhiên thỏa mãn là $28800 + 36000 = 64800$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, vector $\vec{u} = 2\vec{j} - \vec{k}$ có tọa độ là

A. $(0; 2; -1)$.

B. $(2; -1; 0)$.

C. $(0; 2; 1)$.

D. $(0; -1; 2)$.

Lời giải**Chọn A**Vector $\vec{u} = 2\vec{j} - \vec{k}$ có tọa độ là $(0; 2; -1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;4)$ và điểm $B(3;0;-6)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là :

- A.** $(1;1;-1)$. **B.** $(2;2;-2)$. **C.** $(4;-2;-10)$. **D.** $(-4;2;10)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trung điểm của đoạn AB là $I\left(\frac{-1+3}{2}; \frac{2+0}{2}; \frac{4-6}{2}\right) \Rightarrow I(1;1;-1)$

Câu 24. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (2;1;-2); \vec{v} = (-3;4;0)$. Tính $\cos \alpha$

- A.** $-\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $-\frac{2}{\sqrt{15}}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{15}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\cos \alpha = \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-3) + 1 \cdot 4 + (-2) \cdot 0}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2}} = -\frac{2}{15}$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+5=0$ khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là:

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{9}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức khoảng cách từ 1 điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng

$(P): Ax + By + Cz + D = 0$ ta có $d(M; (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

Suy ra $d(M; (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 + 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{3}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 5 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là:

- A.** $(-1;1;0)$. **B.** $(1;-1;5)$. **C.** $(1;1;0)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): x - y + 5 = 0 \Leftrightarrow -x + y - 5 = 0$.

Suy ra $\vec{n} = (-1;1;0)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-1;0)$ và song song với đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{5}$ có phương trình là

- A.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{5}$. **B.** $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{5}$.
C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{5}$. **D.** $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+5}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Δ có vector chỉ phương $\vec{u}(2;-1;5)$. Vì d song song với Δ nên loại phương án A và C.

Xét phương án B.

Với điểm $M(3;-2;5)$, ta có $\overrightarrow{AM} = (2;-1;5) = \vec{u}$ nên $M \in d$. Do đó chọn phương án B.

Xét đáp án D.

Với điểm $N(3; -2; -5)$, ta có $\overrightarrow{AM} = (2; -1; -5)$ không cùng phương với $\vec{u}$ nên $N \notin d$. Do đó loại phương án D.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm $G(3; 2; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 0$. C. $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 0$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử (P) cắt Ox tại $A(a; 0; 0)$; cắt Oy tại $B(0; b; 0)$; cắt Oz tại $C(0; 0; c)$.

$$\Rightarrow (P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Mà G là trọng tâm của tam giác ABC .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 6 \\ c = -3 \end{cases}. \text{ Suy ra } (P): \frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 1.$$

Câu 29. Trong không gian $oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A vuông góc và cắt d .

- A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$. B. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.
C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $B(t+1; t; 2t-1) \in d$ là giao điểm của Δ và d .

Vì Δ vuông góc với d nên ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow \overrightarrow{AB}(1; 1; -1)$

Đường thẳng Δ qua $A(1; 0; 2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}(1; 1; -1)$ làm véc tơ chỉ phương có phương trình là

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$$

Câu 30. Tính $I = \int 2^x dx$

- A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. B. $2^x \ln 2 + C$. C. $2^x + C$. D. $\frac{2^{x+1}}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 31. Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $\frac{1}{2} \ln x^2$. B. $\ln x$. C. $\ln 2x$. D. $\ln(x+1)$.

Lời giải

Chọn D

Với $x \in (0; +\infty)$.

Ta có họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ là $G(x) = \ln x + C$ (với C là hằng số).

Xét đáp án A có $\frac{1}{2} \ln x^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \ln x = \ln x$. Vậy hàm số $F(x) = \frac{1}{2} \ln x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ với $C = 0$. (Loại)

Xét đáp án B có hàm số $F(x) = \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ với $C = 0$. (Loại)

Xét đáp án C có $\ln 2x = \ln 2 + \ln x$. Vậy hàm số $F(x) = \ln 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ với $C = \ln 2$. (Loại)

Xét đáp án D có $\ln(x+1)$ không thể phân tích thành $\ln x + C$. Do đó hàm số $F(x) = \ln(x+1)$ không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ (thỏa yêu cầu bài toán).

Câu 32. Biết $F(x)$ là một họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ và $\int_a^b f(x) dx = 1$; $F(b) = 2$.

Tính $F(a)$.

A. 2.

B. 3.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_a^b f(x) dx = 1 \Leftrightarrow F(x) \Big|_a^b = 1 \Leftrightarrow F(b) - F(a) = 1 \Leftrightarrow 2 - F(a) = 1 \Leftrightarrow F(a) = 1$.

Câu 33. Biết $\int_0^1 f(x) dx = -1$ và $\int_1^2 f(2x-1) dx = 3$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$.

A. 5.

B. 2.

C. 7.

D. -4.

Lời giải

Chọn A

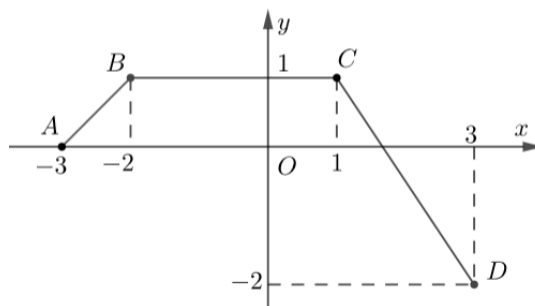
Ta có $\int_1^2 f(2x-1) dx = 3$, đặt $t = 2x-1 \Rightarrow dt = 2dx$

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=1$ và $x=2 \Rightarrow t=3$

Suy ra $\int_1^2 f(2x-1) dx = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = 3$. Hay $\int_1^3 f(t) dt = 6$.

Vậy $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = -1 + 6 = 5$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ



Tính $\int_{-3}^3 f(x) dx$

A. $\frac{5}{2}$.

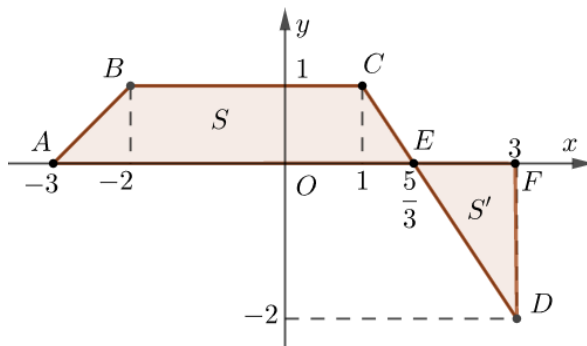
B. $\frac{35}{6}$.

C. $\frac{-5}{2}$.

D. $\frac{-35}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E là giao điểm của CD và trục Ox , ta có tọa độ $C(1;1)$ và $D(3;-2)$ nên phương trình đường thẳng (CD): $3x + 2y - 5 = 0$.

Suy ra tọa độ giao điểm của CD và trục Ox là $E\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

Diện tích hình thang $ABCE$ là $S = \frac{1}{2}(BC + AE) \cdot 1 = \frac{1}{2}\left(3 + \frac{14}{3}\right) \cdot 1 = \frac{23}{6}$.

Diện tích tam giác DEF là $S' = \frac{1}{2}FE \cdot DF = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$.

Suy ra $\int_{-3}^3 f(x) dx = \int_{-3}^{\frac{5}{3}} f(x) dx + \int_{\frac{5}{3}}^3 f(x) dx = S - S' = \frac{23}{6} - \frac{4}{3} = \frac{5}{2}$.

Câu 35. Quay tam giác ABC vuông tại B với $AB = 2$, $BC = 1$ quay quanh trục AB . Tính thể tích khối tròn xoay thu được.

A. $\frac{4\sqrt{5}\pi}{15}$.

B. $\frac{4\sqrt{5}\pi}{5}$.

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Từ đề bài, ta thu được một khối nón tròn xoay có các kích thước sau: chiều cao $h = 2$, bán kính đáy $r = 1$. Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 1^2 \cdot 2 = \frac{2\pi}{3}$ (đvtt).

Phương án C được chọn.

Câu 36. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4, đáy ABC là tam giác cân tại A với $AB = AC = 2$; $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ trên

A. $\frac{64\pi\sqrt{2}}{3}$.

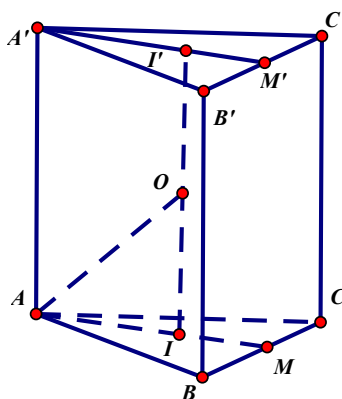
B. 16π .

C. 32π .

D. $\frac{32\pi\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Gọi I, I' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$. Khi đó, II' là trục đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$, suy ra tâm mặt cầu là trung điểm O của II' .

Ta có $BM = AB \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow BC = 2\sqrt{3}$.

$$\frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = 2 \cdot IA \Rightarrow IA = \frac{2\sqrt{3}}{2 \cdot \sin 120^\circ} = 2; \quad OI = 2 \Rightarrow OA = \sqrt{OI^2 + IA^2} = 2\sqrt{2}.$$

Bán kính mặt cầu $R = OA = 2\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi (2\sqrt{2})^2 = 32\pi$.

Phương án C được chọn.

Câu 37. Cho hình nón có đường cao bằng 3, Bán kính đường tròn đáy bằng 2. Hình trụ T nội tiếp hình nón (một đáy của hình trụ nằm trên một đáy của hình nón). Biết hình trụ có chiều cao bằng 1. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. $\frac{8\pi}{3}$.

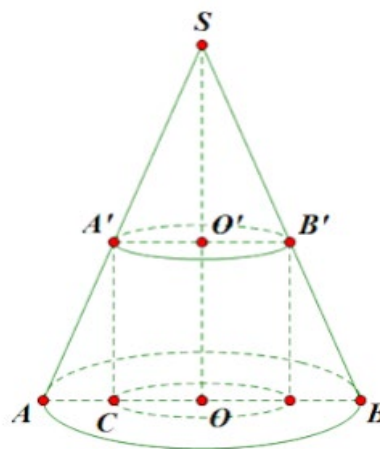
B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{4\pi}{9}$.

D. $\frac{2\pi}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\triangle SO'B' \sim \triangle SOB \Leftrightarrow \frac{SO'}{SO} = \frac{O'B'}{OB} \Leftrightarrow O'B' = \frac{OB \cdot SO'}{SO} = \frac{2 \cdot 2}{3} = \frac{4}{3}$.

Vậy diện tích xung quanh của khối trụ $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot \frac{4}{3} \cdot 1 = \frac{8\pi}{3}$.

Câu 38. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 1, OB = 2, OC = 12$. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. 4.

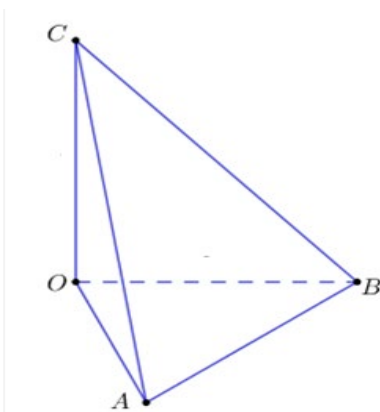
B. 6.

C. 8.

D. 12.

Lời giải

Chọn A



Thể tích khối tứ diện $V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 12 = 4 (\text{Đvtt})$

Câu 39. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$.

A. 30° .

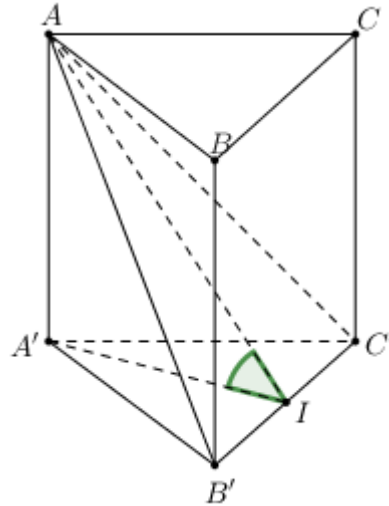
B. 60°

C. 45° .

D. 75°

Lời giải

Chọn A



Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều, nên ta có các mặt bên là những hình chữ nhật bằng nhau, đáy là tam giác đều và $\triangle AB'C'$ cân tại A . Gọi I là trung điểm của $B'C'$.

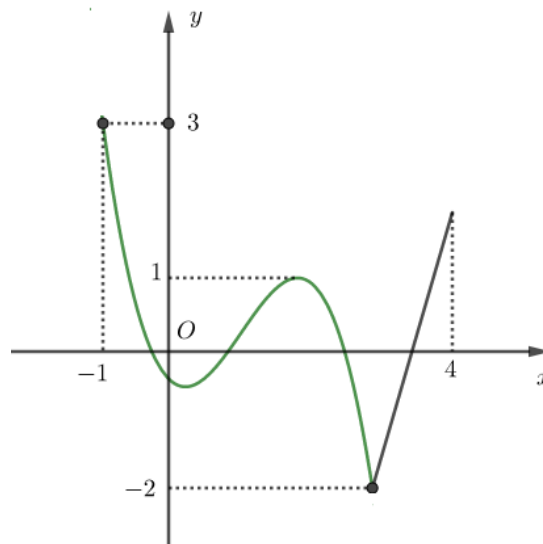
$$\text{Ta có: } \begin{cases} (AB'C') \cap (A'B'C') = B'C' \\ B'C' \perp AI \\ B'C' \perp A'I \end{cases}$$

Nên góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$ là góc giữa hai đường thẳng AI và $A'I$, đó là góc $\widehat{AIA'}$.

Xét tam giác $\triangle A'B'C'$ đều cạnh bằng $2a$, suy ra $A'I = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác $\triangle AA'I$ vuông tại A' , có $\tan \widehat{AIA'} = \frac{AA'}{A'I} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{AIA'} = 30^\circ$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để bất phương trình $|f(x) + m| < 2m$ đúng với mọi x thuộc đoạn $[-1; 4]$.

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Để bất phương trình $|f(x) + m| < 2m$ có nghiệm ta suy ra điều kiện $m > 0$.

$$|f(x) + m| < 2m \Leftrightarrow -2m < f(x) + m < 2m \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > -3m \\ f(x) < m \end{cases}.$$

Bất phương trình $|f(x) + m| < 2m$ đúng với mọi x thuộc đoạn $[-1; 4] \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > -3m \\ f(x) < m \end{cases}$ đúng

$$\text{với mọi } x \text{ thuộc đoạn } [-1; 4] \Leftrightarrow \begin{cases} -3m < \min_{[-1; 4]} f(x) \\ m > \max_{[-1; 4]} f(x) \end{cases}.$$

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta suy ra $\min_{[-1; 4]} f(x) = -2$; $\max_{[-1; 4]} f(x) = 3$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -3m < \min_{[-1; 4]} f(x) \\ m > \max_{[-1; 4]} f(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m < -2 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3 \text{ (thỏa mãn điều kiện } m > 0 \text{)}$$

Vậy trên đoạn $[-10; 10]$ có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 41. Cho biết $\log_{15} 20 = a + \frac{2\log_3 2 + b}{\log_3 5 + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b + c$

A. $T = -3$.

B. $T = 3$.

C. $T = -1$.

D. $T = 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_{15} 20 = \frac{\log_3 20}{\log_3 15} = \frac{\log_3 (2^2 \cdot 5)}{\log_3 (3 \cdot 5)} = \frac{2\log_3 2 + \log_3 5}{\log_3 5 + 1} = 1 + \frac{2\log_3 2 - 1}{\log_3 5 + 1}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -1, c = 1 \Rightarrow T = a + b + c = 1.$$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 9$. Từ điểm $A(4; 0; 1)$ nằm ngoài mặt cầu, kẻ một tiếp tuyến bất kỳ tới (S) với điểm M . Tập hợp điểm M là đường tròn có bán kính

A. $\frac{3}{2}$.

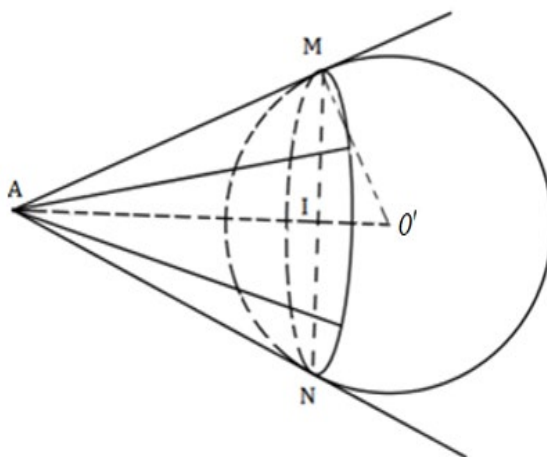
B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $O'(1; 0; 4)$ và bán kính $R = 3 = O'M$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{O'A} = (3; 0; -3) \Rightarrow O'A = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}.$$

Tập hợp điểm M là đường tròn tâm I có bán kính MI .

Áp dụng định lý Pitago vào tam giác vuông $O'AM$ ta có:

$$O'A^2 = AM^2 + O'M^2 \Rightarrow AM = \sqrt{O'A^2 - O'M^2} = \sqrt{18 - 9} = 3.$$

Mà $IM \perp O'A$, nên ta có: $MI.O'A = AM.O'M \Rightarrow MI = \frac{AM.O'M}{O'A} = \frac{3.3}{3\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43. Giả sử $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2e^x$. Tính tích $P = abc$.

A. $P = -4$.

B. $P = 1$.

C. $P = 5$.

D. $P = -3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F'(x) = (2ax + b)e^x + (ax^2 + bx + c)e^x = [ax^2 + (2a + b)x + b + c]e^x$.

Do $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có hệ:
$$\begin{cases} a = 1 \\ 2a + b = 0 \\ b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$$

Vậy $P = abc = -4$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$, tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa BC và SD là

A. $\sqrt{3}a$.

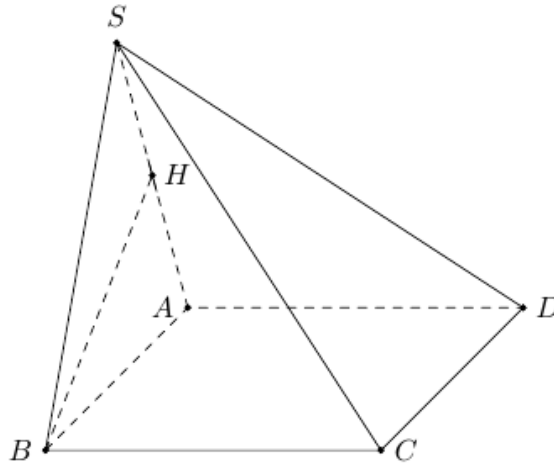
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}a$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} BC \parallel AD \\ AD \subset (SAD) \Rightarrow BC \parallel (SAD), \text{ do đó } d(BC, SD) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)). \\ BC \not\subset (SAD) \end{cases}$

Tam giác SAB đều, gọi H là trung điểm SA thì $BH \perp SA$ (1).

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow (SAB) \perp (SAD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BH \perp (SAD)$, do đó $d(B, (SAD)) = BH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và đồng biến trên $[1; 4]$, thỏa mãn $x + 2xf(x) = [f'(x)]^2$ với mọi $x \in [1; 4]$. Biết $f(1) = \frac{3}{2}$, tính $I = \int_1^4 f(x)dx$

A. $\frac{1188}{45}$.

B. $\frac{1187}{45}$.

C. $\frac{1186}{45}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Do $f(x)$ đồng biến trên $[1;4]$ nên $f(x) \geq f(1) = \frac{3}{2} > -\frac{1}{2}$, ngoài ra $f'(x) \geq 0, \forall x \in [1;4]$. Khi đó ta có biến đổi sau:

$$x+2xf(x)=\left[f'(x)\right]^2\Leftrightarrow\frac{f'(x)}{\sqrt{2f(x)+1}}=\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2f(x)+1}\right)' = \left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C\right)' \Leftrightarrow \sqrt{2f(x)+1} = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$$

$$\text{Mà } f(1) = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{\left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{4}{3}\right)^2 - 1}{2} = \frac{2}{9}x^3 + \frac{8}{9}\sqrt{x^3} + \frac{7}{18}.$$

$$\text{Vây } I = \int_1^4 f(x) dx = \left(\frac{1}{18} x^4 + \frac{16}{45} x^2 \sqrt{x} + \frac{7}{18} x \right) \Big|_1^4 = \frac{1186}{45}.$$

Câu 46. Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình có tập nghiệm chứa khoảng $(1; 3)$?

A. 36.

B. 34.

C. 35.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$$

$$\Leftrightarrow \log_7(7x^2 + 14x + 14) > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 6x + 5 + m > 0, \forall x \in (1; 3) \\ 6x^2 + 8x + 9 > m, \forall x \in (1; 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -(x^2 + 6x + 5), \forall x \in (1; 3) & (1) \\ 6x^2 + 8x + 9 > m, \forall x \in (1; 3) & (2) \end{cases}$$

Xét $g(x) = -(x^2 + 6x + 5), x \in (1; 3)$, có $g(x) = -(x+3)^2 + 4 < -(1+3)^2 + 4 = -12, \forall x \in (1; 3)$

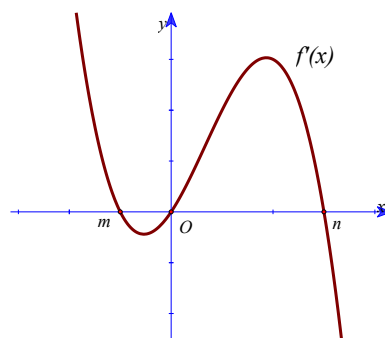
Do đó $(1) \Leftrightarrow m \geq -12$.

Xét $h(x) = 6x^2 + 8x + 9, x \in (1; 3)$, có $h(x) > 6.1^2 + 8.1 + 9 = 23, \forall x \in (1; 3)$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-12; 23]$ nên ta được tập các giá trị của m là $\{-12; -11; -10; \dots; 23\}$.

Vậy có tổng cộng 34 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ



Phương trình $f(x) = 0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $f(0) < 0 < f(m)$.

B. $f(0) > 0$.

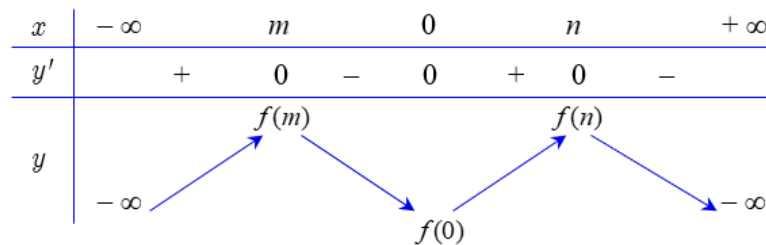
C. $f(m) < 0 < f(n)$.

D. $f(0) < 0 < f(n)$.

Lời giải

Chon A

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau



Gọi S_1 là diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = m, x = 0. \text{ Ta có } S_1 = -\int_m^0 f'(x)dx = f(m) - f(0).$$

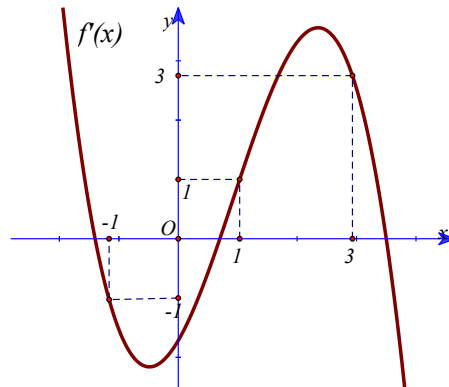
Gọi S_2 là diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = 0, x = n. \text{ Ta có } S_2 = \int_0^n f'(x)dx = f(n) - f(0).$$

Theo hình vẽ ta có $S_2 > S_1 \Leftrightarrow f(n) - f(0) > f(m) - f(0) \Leftrightarrow f(n) > f(m)$.

Từ đó suy ra phương trình $f(x) = 0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $f(0) < 0 < f(m)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho như hình vẽ



Hàm số $g(x) = 2f(|x-1|) - x^2 + 2x + 2020$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;1)$.

B. $(-3;1)$.

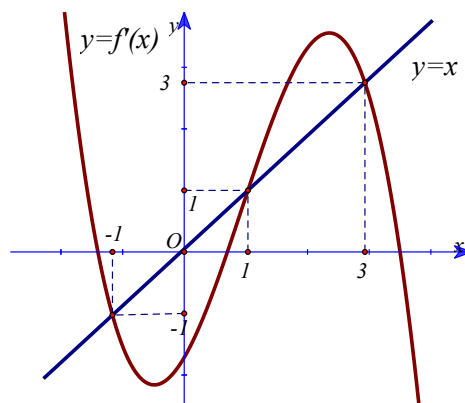
C. $(1;3)$.

D. $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đường thẳng $y = x$ cắt đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tại các điểm $x = -1$; $x = 1$; $x = 3$ như hình vẽ sau:



Dựa vào đồ thị của hai hàm số trên ta có $f'(x) > x \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 3 \end{cases}$ và $f'(x) < x \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$.

+ Trường hợp 1: $x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$, khi đó ta có $g(x) = 2f(1-x) - x^2 + 2x + 2020$.

Ta có $g'(x) = -2f'(1-x) + 2(1-x)$.

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow -2f'(1-x) + 2(1-x) > 0 \Leftrightarrow f'(1-x) < 1-x \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 1-x < 1 \\ 1-x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x < -2 \end{cases}.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta có } g'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x < -2 \end{cases}.$$

+ Trường hợp 2: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$, khi đó ta có $g(x) = 2f(x-1) - x^2 + 2x + 2020$.

$$g'(x) = 2f'(x-1) - 2(x-1)$$

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow 2f'(x-1) - 2(x-1) > 0 \Leftrightarrow f'(x-1) > x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 < -1 \\ 1 < x-1 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 2 < x < 4 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện ta có $g'(x) > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 4$.

Vậy hàm số $g(x) = 2f(|x-1|) - x^2 + 2x + 2020$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 49. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2020$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 2.

B. 1.

C. Vô số.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m-1 \\ x_2 = m+1 \end{cases}.$$

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ thì $x_1 \leq 0 < x_2$ hoặc $0 < x_1 < x_2$.

TH1: $x_1 \leq 0 < x_2 \Leftrightarrow m-1 \leq 0 < m+1 \Leftrightarrow -1 < m \leq 1$. Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1\}$.

BBT của hàm số:

x	0	$m+1$	$+\infty$
y'		- 0 +	
y			

TH2: $0 < x_1 < x_2$.

BBT của hàm số

x	0	$m-1$	$m+1$	$+\infty$
y'		+ 0 - 0 +		
y				

Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m-1 > 0 \\ y(m+1) \leq y(0) \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m+1)^3 - 3m(m+1)^2 + 3(m^2-1)(m+1) + 2020 \leq 2020 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m+1)^2(m-2) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq 2 \Leftrightarrow 1 < m \leq 2. \\ m = -1 \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 2$.

Vậy $m \in \{0; 1; 2\}$.

Câu 50. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 2$, đáy $ABCD$ là hình thoi với ABC là tam giác đều cạnh 4. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $B'C', C'D', DD'$ và Q thuộc cạnh BC sao cho $QC = 3QB$. Tính thể tích tứ diện $MNPQ$.

- A. $3\sqrt{3}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.**

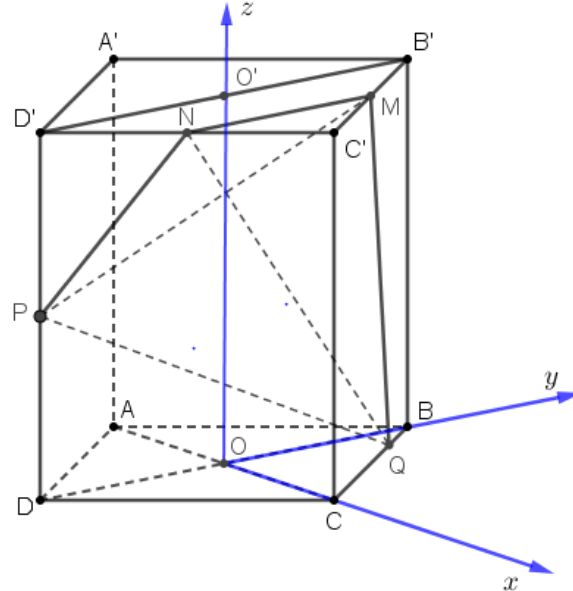
Lời giải

Chọn D

Gọi O và O' lần lượt là tâm đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

$\triangle ABC$ đều cạnh 4, O là trung điểm $BC \Rightarrow OB = 2\sqrt{3}$, $OC = 2$.

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$, tia Ox trùng tia OC , tia Oy trùng tia OB , tia Oz trùng tia OO' .



Khi đó: $C(2;0;0)$, $B(0;2\sqrt{3};0)$, $B'(0;2\sqrt{3};2)$, $C'(2;0;2)$, $D(0;-2\sqrt{3};0)$, $D'(0;-2\sqrt{3};2)$

M là trung điểm $B'C' \Rightarrow M(1;\sqrt{3};2)$.

N là trung điểm $C'D' \Rightarrow N(1;-\sqrt{3};2)$.

P là trung điểm $DD' \Rightarrow P(0;-2\sqrt{3};1)$.

$$Q \text{ thuộc cạnh } BC \text{ sao cho } QC = 3QB \Rightarrow \overrightarrow{CQ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CB} \Rightarrow \begin{cases} x_Q - 2 = \frac{3}{4}(0 - 2) \\ y_Q - 0 = \frac{3}{4}(2\sqrt{3} - 0) \\ z_Q - 0 = \frac{3}{4}(0 - 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_Q = \frac{1}{2} \\ y_Q = \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ z_Q = 0 \end{cases}$$

Suy ra $Q\left(\frac{1}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{2}; 0\right)$.

Ta có: $V_{MNPQ} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] \cdot \overrightarrow{MQ}|$

$$\overrightarrow{MN} = (0; -2\sqrt{3}; 0), \overrightarrow{MP} = (-1; -3\sqrt{3}; -1) \Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (2\sqrt{3}; 0; -2\sqrt{3})$$

$$\overrightarrow{MQ} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; -2\right).$$

$$\Rightarrow V_{MNPQ} = \frac{1}{6} \left| 2\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + (-2\sqrt{3}) \cdot (-2) \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

----- HẾT -----