

Câu I (3.0 điểm) Giải các phương trình sau:

1) $2 \sin^2 x + \sin x - 3 = 0$

2) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$

3) $4 \sin x \cos 2x + \sqrt{3} = 2 \cos 2x + 2\sqrt{3} \sin x$

Câu II (1.0 điểm) Tìm công sai d và số hạng đầu u_1 của cấp số cộng (u_n) , biết:
$$\begin{cases} u_2 + u_3 = -7 \\ u_1 + u_5 = -10 \end{cases}$$

Câu III (3.0 điểm)

1) Tìm hệ số của x^{15} trong khai triển $(2x^3 + 3)^{10}$.

2) Một hộp đựng 8 quả cầu màu đỏ, 7 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu vàng (chúng chỉ khác nhau về màu). Lấy ngẫu nhiên 4 quả cầu từ hộp. Tính xác suất để trong 4 quả cầu đó phải có đủ 3 màu khác nhau?

3) Một nhóm học sinh gồm 18 nam và 6 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ.

Câu IV (3.0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là điểm nằm trên cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{4}SC$.

1) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (SAC)

2) Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng AO và (α) là mặt phẳng qua AM và song song với BD và lần lượt cắt SB, SD tại E, F . Chứng minh rằng $MN \parallel (ABE)$

3) Tính tỉ số diện tích $\frac{S_{\triangle SEM}}{S_{\triangle SBC}}$

---Hết---

Câu I (3.0 điểm) Giải các phương trình sau:

1) $2 \cos^2 x + \cos x - 3 = 0$

2) $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1$

3) $4 \sin x \cos 2x - \sqrt{3} = 2 \cos 2x - 2\sqrt{3} \sin x$

Câu II (1.0 điểm) Tìm công sai d và số hạng đầu u_1 của cấp số cộng (u_n) , biết:
$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 16 \\ u_3 + u_4 = 19 \end{cases}$$

Câu III (3.0 điểm)

1) Tìm hệ số của x^{12} trong khai triển $(3x^3 + 2)^{12}$.

2) Một hộp đựng 8 quả cầu màu đỏ, 6 quả cầu màu xanh và 5 quả cầu màu vàng (chúng chỉ khác nhau về màu). Lấy ngẫu nhiên 4 quả cầu từ hộp. Tính xác suất để trong 4 quả cầu đó phải có đủ 3 màu khác nhau?

3) Một nhóm học sinh gồm 17 nam và 7 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ.

Câu IV (3.0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I là

điểm nằm trên cạnh SC sao cho $SI = \frac{1}{4}SC$.

1) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC)

2) Gọi J là trung điểm của đoạn thẳng AO và (β) là mặt phẳng qua AI và song song với BD và lần lượt cắt SB, SD tại P, Q . Chứng minh rằng $IJ \parallel (ADQ)$

3) Tính tỉ số diện tích $\frac{S_{\Delta SIQ}}{S_{\Delta SCD}}$

---Hết---

ĐỀ 1

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu I	1	$2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{-3}{2} \text{ (Loại)} \end{cases}$	0.5
		+) $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$	0.5
	2	$Pt \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$	0.5
		Vậy nghiệm của phương trình: $x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi, x = \frac{\pi}{12} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$	0.5
	3	Ta có phương trình tương đương với pt sau: $(2\cos 2x - \sqrt{3})(2\sin x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi. \\ x = \pm \frac{\pi}{12} + l\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z})$	0.5
Câu II		Gọi d và u_1 lần lượt là công sai và số hạng đầu của CSC (u_n). Ta có: $\begin{cases} u_2 + u_3 = -7 \\ u_1 + u_5 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = -7 \\ 2u_1 + 4d = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = -3 \end{cases}$	1.0
Câu III	1	Số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức $(2x^3 + 3)^{10}$ là: $C_{10}^k 2^{10-k} 3^k x^{30-3k}$	0.5
		Hệ số của x^{15} ứng với k thỏa mãn: $30 - 3k = 15 \Leftrightarrow k = 5$	0.25
		Vậy hệ số của x^{15} là $C_{10}^5 2^5 3^5 = 1959552$	0.25
	2	- Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{21}^4 = 5985$ - Gọi A là biến cố “Chọn 4 quả cầu phải có đủ 3 màu khác nhau từ hộp đựng 8 quả cầu màu đỏ, 7 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu vàng” ta có các trường hợp sau: +) Chọn được 1 quả cầu màu đỏ, 1 quả cầu màu xanh và 2 quả cầu màu vàng có số cách chọn là:	0.5

		Ta có: $M \in SC \subset (SAC) \Rightarrow M \in (SAC) \Rightarrow M \in (MBD) \cap (SAC)$ (1)	0.5
		Lại có $O \in BD \subset (MBD) \Rightarrow O \in (MBD)$	0.5
		$O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC)$ Suy ra $O \in (MBD) \cap (SAC)$ (2)	0.5
		Từ (1) và (2), suy ra $OM = (MBD) \cap (SAC)$	
		Trong tam giác SAC	
		Ta có: $SM = \frac{1}{4}SC \Rightarrow \frac{CM}{CS} = \frac{3}{4}$ (1)	
	2	Do N là trung điểm của AO nên suy ra $\frac{CN}{CA} = \frac{3}{4}$ (2)	0.5
		Từ (1) và (2) suy ra $\frac{CM}{CS} = \frac{CN}{CA} \Rightarrow MN // SA$ mà $SA \subset (ABE)$	
		$\Rightarrow MN // (ABE)$	0.5
		Gọi K là giao điểm của (α) với đường thẳng SO , Trong $\triangle AMC$ từ O kẻ đường thẳng song song với AM cắt SC tại R .	
		Ta có: $\frac{SK}{SO} = \frac{SM}{SR} = \frac{\frac{1}{4}SC}{\frac{5}{8}SC} = \frac{2}{5}$	0.25
	3	Trong $\triangle SBD$ có $EF // BD \Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SK}{SO} = \frac{2}{5}$	
		Vậy, $\frac{S_{\triangle SEM}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{\frac{1}{2}SE \cdot SM \sin \widehat{ESM}}{\frac{1}{2}SB \cdot SC \sin \widehat{BSC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$	0.25

ĐỀ 2

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu I	1	$2 \cos^2 x + \cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -\frac{3}{2} \text{ (Loại)} \end{cases}$ +) $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$	0.5 0.5
	2	$Pt \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$	0.25 0.25 0.25
	3	Ta có phương trình tương đương với pt sau: $(2 \cos 2x + \sqrt{3})(2 \sin x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi. \\ x = \pm \frac{5\pi}{12} + l\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z})$	0.5 0.5
Câu II		Ta có: $\begin{cases} u_1 + u_5 = 16 \\ u_3 + u_4 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 4d = 16 \\ 2u_1 + 5d = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 3 \end{cases}$	1.0
Câu III		Số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức $(3x^3 + 2)^{12}$ là: $C_{12}^k 3^{12-k} 2^k x^{36-3k}$	0.5
	1	Hệ số của x^{12} ứng với k thỏa mãn: $36 - 3k = 12 \Leftrightarrow k = 8$ Vậy hệ số của x^{12} là $C_{12}^8 3^4 2^8 = 10264320$	0.25 0.25
	2	- Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{19}^4 = 3876$ - Gọi A là biến cố “Chọn 4 quả cầu phải có đủ 3 màu khác nhau từ hộp đựng 8 quả cầu màu đỏ, 6 quả cầu màu xanh và 5 quả cầu màu vàng” ta có các trường hợp sau: +) Chọn được 1 quả cầu màu đỏ, 1 quả cầu màu xanh và 2 quả cầu màu vàng có số cách chọn là: $C_8^1 C_6^1 C_5^2 = 480 \text{ (cách chọn)}$	0.5 0.25

		+) Chọn được 1 quả cầu màu đỏ, 2 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu vàng có số cách chọn là: $C_8^1 C_6^2 C_5^1 = 600 \text{ (cách chọn)}$ +) Chọn được 1 quả cầu màu đỏ, 2 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu vàng có số cách chọn là: $C_8^2 C_6^1 C_5^1 = 840 \text{ (cách chọn)}$ Suy ra số phần tử của biến cố A là: $n(A) = 480 + 600 + 840 = 1920$ Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{1920}{3876} = \frac{160}{323}$	0.25 0.25 0.25
		Vì trong 5 người được chọn phải có ít nhất 1 nữ và ít nhất phải có 2 nam nên số học sinh nữ gồm 1 hoặc 2 hoặc 3 nên ta có các trường hợp sau: • Chọn 1 nữ và 4 nam. +) Số cách chọn 1 nữ: 7 cách +) Số cách chọn 2 nam 1 làm đội trưởng và 1 làm đội phó: A_{17}^2 +) Số cách chọn 2 nam còn lại: C_{15}^2 Suy ra có $7A_{17}^2 \cdot C_{15}^2$ cách chọn cho trường hợp này. • Chọn 2 nữ và 3 nam. +) Số cách chọn 2 nữ: C_7^2 cách. +) Số cách chọn 2 nam 1 làm đội trưởng và 1 làm đội phó: A_{17}^2 cách. +) Số cách chọn 1 nam còn lại: 15 cách. Suy ra có $15C_7^2 A_{17}^2$ cách chọn cho trường hợp này. • Chọn 3 nữ và 2 nam. +) Số cách chọn 3 nữ: C_7^3 cách. +) Số cách chọn 2 nam 1 làm đội trưởng và 1 làm đội phó: A_{17}^2 cách. Suy ra có $C_7^3 \cdot A_{17}^2$ cách chọn cho trường hợp này. Vậy có $7A_{17}^2 C_{15}^2 + 15C_7^2 A_{17}^2 + C_7^3 A_{17}^2 = 295120$ cách.	0.25 0.25
Câu IV	1		

		Ta có: $I \in SC \subset (SAC) \Rightarrow I \in (SAC) \Rightarrow I \in (IBD) \cap (SAC)(1)$ Lại có $O \in BD \subset (IBD) \Rightarrow O \in (IBD)$ $O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC)$ Suy ra $O \in (IBD) \cap (SAC)(2)$ Từ (1) và (2), suy ra $OI = (IBD) \cap (SAC)$	0.5 0.5 0.5
	2	Trong tam giác SAC Ta có: $SI = \frac{1}{4}SC \Rightarrow \frac{CI}{CS} = \frac{3}{4}(1)$ Do J là trung điểm của AO nên suy ra $\frac{CJ}{CA} = \frac{3}{4}(2)$ Từ (1) và (2) suy ra $\frac{CI}{CS} = \frac{CJ}{CA} \Rightarrow IJ // SA$ mà $SA \subset (ADQ)$ $\Rightarrow IJ // (ADQ)$	0.5 0.5
	3	Gọi K là giao điểm của (β) với đường thẳng SO, Trong $\triangle AIC$ từ O kẻ đường thẳng song song với AI cắt SC tại R. Ta có: $\frac{SK}{SO} = \frac{SI}{SR} = \frac{\frac{1}{4}SC}{\frac{5}{8}SC} = \frac{2}{5}$ Trong $\triangle SBD$ có $PQ // BD \Rightarrow \frac{SP}{SB} = \frac{SQ}{SD} = \frac{SK}{SO} = \frac{2}{5}$ Vậy, $\frac{S_{\triangle SIQ}}{S_{\triangle SCD}} = \frac{\frac{1}{2}SQ.SI \sin \widehat{ISQ}}{\frac{1}{2}SD.SC \sin \widehat{CSD}} = \frac{SQ}{SD} \frac{SI}{SC} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$	0.25 0.25