

Câu 1. (3.0 điểm) . Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 4 - m$; (P_m) .

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với $m = 1$.

b) Tìm m để (P_m) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ cùng thuộc đoạn $[-1;4]$

Câu 2. (3.0 điểm) Cho x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + a = 0$; x_3 và x_4 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 12x + b = 0$. Biết rằng $\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_3}{x_2} = \frac{x_4}{x_3}$. Tìm a và b .

Câu 3. (6.0 điểm)

a) Giải phương trình: $(x^2 - x - 2)\sqrt{x-1} = 0$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 + 4x + 2 = y^3 + y \\ 4x + 6\sqrt{x-1} + 7 = (4x-1)y \end{cases}$$

Câu 4. (3.0 điểm)

a) Cho tam giác OAB . Đặt $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Gọi C, D, E là các điểm sao cho $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$. Hãy biểu thị các vector $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}$ theo các vector $\vec{a}, \vec{b}$. Từ đó chứng minh C, D, E thẳng hàng.

b) Cho tam giác ABC vuông cân tại A , có trọng tâm G . Gọi E, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC ; D là điểm đối xứng với H qua A . Chứng minh $EC \perp ED$

Câu 5. (3.0 điểm) Trên mặt phẳng tọa độ cho hai điểm $A(-1;1); B(2;4)$.

a) Tìm điểm C trên trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại B .

b) Tìm điểm D sao cho tam giác ABD vuông cân tại A .

Câu 6. (2.0 điểm) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y = 2019$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức
$$P = \frac{x}{\sqrt{2019-x}} + \frac{y}{\sqrt{2019-y}}$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh :..... Số báo danh

Họ và tên, chữ ký: Giám thị 1:.....

Họ và tên, chữ ký: Giám thị 2:.....

Câu	ĐÁP ÁN	Điểm
1	Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 4 - m$; (P_m) .	3.0
	a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với $m = 1$	
	b) Tìm m để (P_m) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ cùng thuộc đoạn $[-1;4]$	
	a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với $m = 1$	2.0
	Với $m=1$ thì $y = x^2 - 4x + 3$	0.5
	TXĐ: R. Đồ thị là 1 parabol, có:Đỉnh $I(2;-1)$. hệ số $a = 1 > 0$ parabol có bề lõm hướng lên trên	0.5
	Lập BBT	0.5
	Tìm giao của parabol với trục hoành, trục tung và vẽ.	0.5
2	b) Tìm m để (P_m) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ cùng thuộc đoạn $[-1;4]$	1.0
	Xét pt hoành độ giao điểm $x^2 - 4x + 4 - m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = m - 1$	0.5
	Dựa vào đồ thị tìm được $-1 < m - 1 \leq 3 \Leftrightarrow 0 < m \leq 4$	0.5
	Chú ý: HS có thể dùng bảng biến thiên cho hàm $y = x^2 - 4x + 3$ hoặc $y = x^2 - 4x + 4 \dots$	
	Cho x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + a = 0$; x_3 và x_4 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 12x + b = 0$. Biết rằng $\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_3}{x_2} = \frac{x_4}{x_3}$. Tìm a và b .	3.0
	Điều kiện có nghiệm $\begin{cases} \Delta_1 = 9 - 4a \geq 0 \\ \Delta_2 = 36 - b \geq 0 \end{cases}$	0.5
	Đặt $k = \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_3}{x_2} = \frac{x_4}{x_3} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = kx_1 \\ x_3 = kx_2 = k^2x_1 \\ x_4 = kx_3 = k^3x_1 \end{cases}$	0.5
	Theo định lý viet ta có hệ $\begin{cases} x_1(1+k)=3 \\ x_1k^2(1+k)=12 \\ x_1^2k=a \\ x_1^2k^5=b \end{cases}$	0.5
3	$\Rightarrow k = \pm 2$	0.5
	Với $k = 2$ thì $x_1 = 1$ ta được $a = 2, b = 32$ (tm)	0.5
	Với $k = -2$ thì $x_1 = -3$ ta được $a = -18, b = -288$ (tm)	0.5
3	1. Giải phương trình: $(x^2 - x - 2)\sqrt{x-1} = 0$	2.0
	Điều kiện: $x \geq 1$	0.5

	Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ \sqrt{x-1} = 0 \end{cases}$	0.5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$	0.5
	Đổi chiều điều kiện, ta được nghiệm $x = \{1; 2\}$	0.5
	2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + 3x^2 + 4x + 2 = y^3 + y \\ 4x + 6\sqrt{x-1} + 7 = (4x-1)y \end{cases}$	4.0
	Phương trình thứ nhất $\Leftrightarrow (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + x + 1 = y^3 + y \Leftrightarrow (x+1)^3 + (x+1) = y^3 + y$	0.5
	Đặt $a = x+1$ ta được $a^3 + a = y^3 + y \Leftrightarrow (a-y)(a^2 + ay + y^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow a - y = 0$.	0.5
	Vì $a^2 + ay + y^2 + 1 = \left(a + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} + 1 > 0; \forall a, y$	0.5
	Ta được $y = x+1$ thay vào pt thứ hai ta được $6\sqrt{x-1} + x + 8 = 4x^2$. ĐK: $x \geq 1$	0.5
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x-1} + 3)^2 = (2x)^2$ $\Leftrightarrow \sqrt{x-1} + 3 = 2x$	0.5
	$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 2x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x - 1 = (2x - 3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 3$ Kết luận: Hệ pt có nghiệm $(x; y) = (2; 3)$	0.5 0.5 0.5
Chú ý: +) pt thứ nhất của hệ, hs có thể dùng máy tính, phân tích nhân tử đưa về tích +) pt $6\sqrt{x-1} + x + 8 = 4x^2$, hs có thể chuyển về và bình phương, đưa về tích.		
4	a) Cho tam giác OAB . Đặt $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Gọi C, D, E là các điểm sao cho $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$. Hãy biểu thị các vector $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}$ theo các vector $\vec{a}, \vec{b}$. Từ đó chứng minh C, D, E thẳng hàng.	3.0
	b) Cho tam giác ABC vuông cân tại A , có trọng tâm G . Gọi E, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC ; D là điểm đối xứng với H qua A . Chứng minh $EC \perp ED$	
	a) Cho tam giác OAB . Đặt $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Gọi C, D, E là các điểm sao cho $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$. Hãy biểu thị các vector $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}$ theo các vector $\vec{a}, \vec{b}$. Từ đó chứng minh C, D, E thẳng hàng.	2.0
	$\overrightarrow{OC} = -\vec{a} + 2\vec{b}$	0.5
	$\overrightarrow{CD} = \vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$	0.5
	$\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$	0.5
	Ta được $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{DE}$. Vậy C, D, E thẳng hàng	0.5

	b) Cho tam giác ABC vuông cân tại A , có trọng tâm G . Gọi E, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC ; D là điểm đối xứng với H qua A . Chứng minh $EC \perp ED$	1.0
	Chọn hệ trục tọa độ thỏa mãn $O \equiv A$; $B \in Ox$; $C \in Oy$. Giả sử $AB = AC = 2$ thì $A(0;0)$; $B(0;2)$; $C(2;0)$ ta được $H(1;1)$; $E(0;1)$; $D(-1;-1)$.	0.5
	Khi đó $\overrightarrow{EC} = (2;-1)$; $\overrightarrow{ED} = (-1;-2)$. Nhận thấy $\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{ED} = 0$ chứng tỏ $EC \perp ED$	0.5
5	Trên mặt phẳng tọa độ cho hai điểm $A(-1;1)$; $B(2;4)$. a) Tìm điểm C trên trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại B . b) Tìm điểm D sao cho tam giác ABD vuông cân tại A .	3.0
	a) Gọi $C(x;0)$.	0.5
	Sử dụng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow C(6;0)$	0.5
	b) Gọi $D(x;y)$. Giải hệ $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \\ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} \end{cases}$	1.0
	Tìm được $D(2;-2)$ hoặc $D(-4;4)$	1.0
6	Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y = 2019$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{2019-x}} + \frac{y}{\sqrt{2019-y}}$	2.0
	$P = \frac{2019-y}{\sqrt{y}} + \frac{2019-x}{\sqrt{x}} = 2019 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) - (\sqrt{x} + \sqrt{y})$. Áp dụng $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}, \forall a, b > 0$ $P \geq 2019 \frac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} + \sqrt{y})$	1.0
	Lại có $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 \leq 2.(x + y) = 4038 \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{4038}$	0.5
	Ta được $P \geq 2019 \cdot \frac{4}{\sqrt{4038}} - \sqrt{4038} = \sqrt{4038}$. Dấu "=" xảy ra khi $x = y = \frac{2019}{2}$	0.5

- Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Bài làm của học sinh phải **chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác** mới được tính điểm tối đa.
- Với các cách giải đúng nhưng khác đáp án, tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết nhưng không được vượt quá số điểm dành cho bài hoặc phần đó. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.
- Điểm toàn bài là tổng số điểm của các phần đã chấm, **không làm tròn điểm**