

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (H): $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại $M(x_0; y_0) \in (H)$ có $y_0 = 5$.

Câu 3 (1,0 điểm). a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z - 1 = 3\bar{z} + i - 1 - i + 2$. Tính môđun của z .

b) Giải bất phương trình $\log^2 x - 5\log x + 6 \geq 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^4 x(4-x)^3 dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$ và $P(0; 0; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (MNP) và viết phương trình mặt cầu tâm O tiếp xúc với (MNP).

Câu 6 (1,0 điểm). a) Giải phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$.

b) Trong đợt ứng phó dịch Zika, WHO chọn 3 nhóm bác sĩ đi công tác (mỗi nhóm 2 bác sĩ gồm 1 nam và 1 nữ). Biết rằng WHO có 8 bác sĩ nam và 6 bác sĩ nữ thích hợp trong đợt công tác này. Hãy cho biết WHO có bao nhiêu cách chọn?

Câu 7 (1,0 điểm). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' , BC' .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường tròn có phương trình $C_1: x^2 + y^2 = 1$ và $C_2: x^2 + y^2 = 4$. Hãy viết các phương trình tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2).

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3^{y-1} + 1 - x \\ \sqrt{y^2 - 2y + 2} = 3^{x-1} + 1 - y \end{cases}$ trên tập số thực.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

$$\text{thức } P = \left(\frac{a + 2\sqrt{ab} + c}{a+1} \right)^2 + \left(\frac{b + 2\sqrt{bc} + a}{b+1} \right)^2 + \left(\frac{c + 2\sqrt{ca} + b}{c+1} \right)^2.$$

-----Hết-----

THOẠI NGỌC HẦU

Môn thi: TOÁN

ĐỀ THI thử CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM (gồm 05 trang)

Câu	Đáp án (trang 01)	Điểm																		
1 (1,0đ)	+Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ +Sự biến thiên: $y' = 4x^3 - 8x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y = -1 \end{cases}$	0,25																		
	.Các khoảng đồng biến: $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$; các khoảng nghịch biến: $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$.Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 3$; đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{2}, y_{CT} = -1$.Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - 4x^2 + 3) = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 4x^2 + 3) = +\infty$	0,25																		
	+Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\sqrt{2}$</td><td>0</td><td>$\sqrt{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>3</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table> 	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$	y'		0	0	0		y	$+\infty$		3		$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$														
y'		0	0	0																
y	$+\infty$		3		$+\infty$															
+Đồ thị: 	0,25																			
2 (1,0đ)	+ $M_o(x_o; y_o) \in (H): y = \frac{2x + 1}{x - 1}; y_o = 5 \Leftrightarrow \frac{2x_o + 1}{x_o - 1} = 5 \Leftrightarrow 2x_o + 1 = 5x_o - 5 \Leftrightarrow x_o = 2$	0,25																		
	+ $y' = \frac{-3}{(x - 1)^2} \Rightarrow y'(x_o) = y'(2) = \frac{-3}{(2 - 1)^2} = -3$	0,25																		
	+Phương trình tiếp tuyến tại $M_o(x_o; y_o)$ có dạng $y - y_o = y'(x_o) \cdot (x - x_o)$	0,25																		
	+Phương trình tiếp tuyến cần tìm: $y - 5 = -3(x - 2) \Leftrightarrow y = -3x + 11$	0,25																		

Câu	Đáp án (trang 02)	Điểm
3 (1,0đ)	a) + Đặt $z = a + bi$ $a, b \in \mathbb{R}$; điều kiện đã cho $\Leftrightarrow a - 1 + 1 - 5b i = 0 \Leftrightarrow a = 1; b = \frac{1}{5}$	0,25
	+ Vậy môđun của z là $ z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{26}}{5}$	0,25
	b) Giải bất phương trình $\log^2 x - 5\log x + 6 \geq 0$ (1). +Điều kiện xác định: $x > 0$. +Khi đó (1) $\Leftrightarrow \log x \leq 2 \vee \log x \geq 3 \Leftrightarrow x \leq 100 \vee x \geq 1000$	0,25
	+So với điều kiện ta có tập nghiệm của (1) là $S = (0; 100] \cup [1000; +\infty)$	0,25
4 (1,0đ)	+ Đặt $t = 4 - x \Rightarrow dt = -dx$ + Đổi cận: $\begin{cases} x = 4 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$	0,25
	+ Suy ra: $I = - \int_4^0 4 - t \ t^3 dt = \int_0^4 4t^3 - t^4 dt$	0,25
	$= \left(t^4 - \frac{t^5}{5} \right) \Big _0^4$	0,25
	$= \frac{256}{5}$. (CÁCH 2: $I = \int_0^4 x(4-x)^3 dx = \int_0^4 x(4^3 - 3.4^2 x + 3.4x^2 - x^3) dx = \dots$)	0,25
5 (1,0đ)	+ Phương trình mp (MNP): $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow (MNP): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$	0,25
	+Gọi (S) là mặt cầu tâm O bán kính R, (S) tiếp xúc (MNP) $\Leftrightarrow R = d(O, (MNP)) = \frac{6}{7}$	0,25
	Vậy (S): $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{36}{49}$	0,25
6 (1,0đ)	a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	0,25
	b) +Số cách chọn bác sĩ nam là $C_8^3 = 56$; +Số cách chọn bác sĩ nữ là $C_6^3 = 20$	0,25
	+Với 3 nam và 3 nữ được chọn, ghép nhóm có 3! cách. +Vậy có $56.20.3! = 6720$ cách. C2: +Chọn tổ hợp 3 nam có C_8^3 ; chọn chính hợp 3 nữ có A_6^3 . + Ghép cặp có $C_8^3 \cdot A_6^3 = 6720$. C3: +Chọn tổ hợp 3 nữ có C_6^3 ; chọn chính hợp 3 nam có A_8^3 . + Ghép cặp có $C_6^3 \cdot A_8^3 = 6720$.	0,25

Câu	Đáp án (trang 03)	Điểm
7 (1,0đ)	+Do lăng trụ đã cho là lăng trụ đứng nên BB' là đường cao của lăng trụ +Vì $BB'C'C$ là hình vuông nên $BB' = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$	0,25
	+Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{\triangle ABC} = 2a \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$	0,25
	+Vì $AA' \parallel BB'C'C$ nên $d(AA', BC') = d(A, BB'C'C)$ +Trong $\triangle ABC$, hạ $AH \perp BC$ (1); +Vì $BB' \perp ABC$ nên $AH \perp BB'$ (2) +Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp BB'C'C \Rightarrow AH = d(A, BB'C'C)$	0,25
	+Xét tam giác ABC ta có $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a \cdot a \cdot \sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $d(AA', BC') = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,25
8 (1,0đ)	+ C_1 có tâm $I_1(-1; 0)$, bán kính $R_1 = 1$; C_2 có tâm $I_2(1; 1)$, bán kính $R_2 = 2$ Vì $I_1I_2 = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} < 3$ nên C_1 cắt C_2. (Suy ra C_1 và C_2 có hai tiếp tuyến chung)	0,25
	+Xét đường thẳng $\Delta: y + 1 = 0$, ta có: $d(I_1; \Delta) = 1 = R_1$ & $d(I_2; \Delta) = 2 = R_2$ Suy ra $\Delta: y + 1 = 0$ là một tiếp tuyến chung của C_1 và C_2.	0,25

Đáp án (trang 04)		Điểm
	+Tiếp tuyến chung còn lại là đường thẳng đối xứng với Δ qua I_1I_2 Phương trình $I_1I_2 : x - 2y + 1 = 0$. Gọi $M = I_1I_2 \cap \Delta$, suy ra $M(-3; -1)$ Xét điểm $N(0; -1) \in \Delta$, gọi N' là điểm đối xứng của N qua I_1I_2 Phương trình đường thẳng d qua N và vuông góc I_1I_2 là $d : 2x + y + 1 = 0$ Tọa độ $H = d \cap I_1I_2$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right). \text{ Suy ra } N\left(-\frac{6}{5}; \frac{7}{5}\right)$	0,25
	+Phương trình tiếp tuyến chung còn lại là $MN' : 4x - 3y + 9 = 0$. CÁCH 2: Vì 2 đường tròn không có t/t chung vuông góc với Ox, nên t/t chung có dạng $\Delta : y = kx + b$ CÁCH 3: Đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$ tiếp xúc (C_1) và $(C_2) \Leftrightarrow \{...$	0,25
9 (1,0đ)	+Đặt $\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3^{y-1} + 1 - x & (1) \\ \sqrt{y^2 - 2y + 2} = 3^{x-1} + 1 - y & (2) \end{cases}$; +Điều kiện xác định: $x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$ +Đặt $\begin{cases} a = x - 1 \\ b = y - 1 \end{cases}; a, b \in \mathbb{R}$; hệ (1)(2) trở thành $\begin{cases} a + \sqrt{a^2 + 1} = 3^b & (3) \\ b + \sqrt{b^2 + 1} = 3^a & (4) \end{cases}$	0,25
	+Trừ theo vế (3) với (4), ta được: $a + \sqrt{a^2 + 1} - b - \sqrt{b^2 + 1} = 3^b - 3^a \Leftrightarrow a + \sqrt{a^2 + 1} + 3^a = b + \sqrt{b^2 + 1} + 3^b \quad (5)$ +Xét hàm $f(t) = t + \sqrt{t^2 + 1} + 3^t, t \in \mathbb{R}$; ta có $f'(t) = \frac{\sqrt{t^2 + 1} + t}{\sqrt{t^2 + 1}} + 3^t \ln 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.	0,25
	+Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, mà theo (5) có $f(a) = f(b)$ nên $a = b$ +Thay $a = b$ vào (3) được $a + \sqrt{a^2 + 1} = 3^a \quad (6)$. Vì 2 vế của (6) dương nên $(6) \Leftrightarrow \ln(a + \sqrt{a^2 + 1}) = \ln 3^a \Leftrightarrow \ln(a + \sqrt{a^2 + 1}) - a \ln 3 = 0 \quad (7)$	0,25
	+Xét hàm $g(a) = \ln(a + \sqrt{a^2 + 1}) - a \ln 3 \Rightarrow g'(a) = \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} - \ln 3 \leq 1 - \ln 3 < 0, \forall a \in \mathbb{R}$ +Suy ra hàm $g(a)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$, mà $g(0) = 0$; nên $a = 0$ là nghiệm duy nhất của (7) +Từ đó ta có hệ $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1$. Vậy $x = y = 1$ là nghiệm của hệ đã cho.	0,25

Câu	Đáp án (trang 05)	Điểm
10 (1,0đ)	+Ta có bất đẳng thức $\vec{u} \cdot \vec{v} \leq \vec{u} \cdot \vec{v}$; đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 1 \Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ cùng phương +Áp dụng bất đẳng thức trên cho 2 vector $\vec{u} = (a; \sqrt{2a}; 1), \vec{v} = (1; \sqrt{2b}; c)$ ta được: $(a + 2\sqrt{ab} + c)^2 = (a \cdot 1 + \sqrt{2a} \cdot \sqrt{2b} + 1 \cdot c)^2 \leq \left(\sqrt{a^2 + (\sqrt{2a})^2 + 1^2} \right)^2 \cdot \left(\sqrt{1^2 + (\sqrt{2b})^2 + c^2} \right)^2$ $\Rightarrow (a + 2\sqrt{ab} + c)^2 \leq (a+1)^2 (1+2b+c^2) \Rightarrow \left(\frac{a+2\sqrt{ab}+c}{a+1} \right)^2 \leq 1+2b+c^2 \quad (1)$	0,25
	+Tương tự có $\left(\frac{b+2\sqrt{bc}+a}{b+1} \right)^2 \leq 1+2c+a^2 \quad (2); \left(\frac{c+2\sqrt{ca}+b}{c+1} \right)^2 \leq 1+2a+b^2 \quad (3)$	0,25
	+Cộng theo vế (1),(2),(3) ta được $P \leq 3+2(a+b+c)+a^2+b^2+c^2 = 6+2(a+b+c) \leq$ $\leq 6+2\sqrt{3} \cdot \sqrt{a^2+b^2+c^2} = 6+2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 12 \quad (4)$	0,25
	+Đẳng thức ở (1) xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{2b}} = \frac{1}{c} \Leftrightarrow \frac{a^2}{1} = \frac{a}{b} = \frac{1}{c^2} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{1}{b} \wedge \frac{a}{1} = \frac{1}{c} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ +Tương tự ở (2), (3) nên đẳng thức (4): $P=12 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{1} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \wedge \frac{b}{1} = \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \wedge \frac{c}{1} = \frac{1}{a} = \frac{1}{b} \\ a > 0 \wedge b > 0 \wedge c > 0 \wedge a^2 + b^2 + c^2 = 3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b = c \wedge ab = 1; c = a \wedge bc = 1; a = b \wedge ca = 1 \\ a > 0; b > 0; c > 0; a^2 + b^2 + c^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c > 0 \\ c^2 = b^2 = a^2 = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 3 \end{cases}$ Vậy $\text{Max } P = 12 \Leftrightarrow a = b = c = 1$	0,25

-----Hết-----