

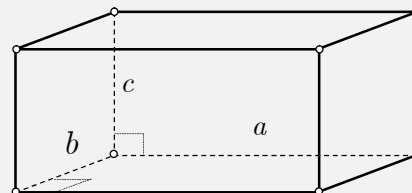
THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

① Thể tích khối chóp $V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}.$

② Thể tích khối lăng trụ $V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}.$

Thể tích khối lập phương $V = a^3$ với a là cạnh.

Thể tích khối hộp chữ nhật $V = abc$ với a, b, c lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao.



③ Xác định diện tích đáy:

• $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} ab \sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$ với $p = \frac{a+b+c}{2}.$

• $S_{\text{tam giác vuông}} = \frac{1}{2} \times (\text{tích hai cạnh góc vuông}).$ • $S_{\text{tam giác đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2 \times \sqrt{3}}{4}.$

• $S_{\text{tam giác vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4}.$ • $S_{\text{hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \times \text{chiều cao}}{2}.$

• $S_{\text{hình chữ nhật}} = \text{dài} \times \text{rộng}.$ • $S_{\text{hình vuông}} = (\text{cạnh})^2.$

④ Xác định chiều cao:

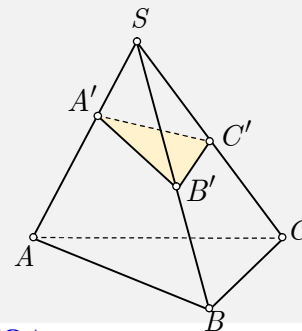
- **Hình chóp có 1 mặt bên vuông góc với mặt đáy:** Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.
- **Hình chóp có 2 mặt bên vuông góc với mặt đáy:** Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với mặt phẳng đáy.
- **Hình chóp có các cạnh bên bằng nhau:** Chân đường cao của hình chóp là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Cần nhớ: Tỷ số thể tích khối chóp có đáy là tam giác

Cho khối chóp $S.ABC$, trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' khác S . Khi đó ta luôn có tỷ số thể tích:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

Chỉ có tỷ số thể tích khối chóp đáy tam giác, không có tỷ số khối chóp đáy tứ giác. Khi tính tỷ số khối tứ giác, ta cần chia ra những hình chóp có đáy là tam giác.

CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ VỚI ĐỀ MINH HỌA
DẠNG CÂU HỎI NHẬN BIẾT

Câu 1. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B , chiều cao bằng h là

- A. $V = \frac{1}{3} Bh.$ B. $V = \frac{2}{3} Bh.$ C. $V = Bh.$ D. $V = 3Bh.$

Câu 2. Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 216. B. 18. C. 36. D. 72.

Câu 3. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 4. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. B. 12. C. 36. D. 4.

Câu 5. Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng $2a^2$, chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ là

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = 2a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 6. Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng a^2 , chiều cao bằng $2a$ là

A. $V = 6a^3$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 7. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a là

A. $V = 3a^3$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 8. Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 3, 4, 5 bằng

A. $V = 120$. B. $V = 20$. C. $V = 30$. D. $V = 60$.

Câu 9. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. B. 18. C. 9. D. 36.

Câu 10. Thể tích khối lập phương cạnh 5 bằng

A. 15. B. 25. C. 125. D. 75.

Câu 11. Cho khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $6\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đó bằng

A. $81\sqrt{3}$. B. 216. C. $24\sqrt{3}$. D. $162\sqrt{6}$.

Câu 12. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = a\sqrt{3}$ bằng

A. a^3 . B. a^2 . C. $2a$. D. $3a$.

Câu 13. Cho khối lập phương có tổng diện tích các mặt bằng 294. Thể tích của khối lập phương đó bằng

A. $\frac{147}{2}\sqrt{\frac{147}{2}}$. B. 49. C. 343. D. $\frac{147}{2}$.

Câu 14. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = a\sqrt{6}$ bằng

A. $8a^3$. B. $6a^3\sqrt{6}$. C. $2a^3\sqrt{2}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 15. Khối chóp $S.ABC$ có thể tích $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ và diện tích đáy $B = \sqrt{3}$. Chiều cao của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{6}}{27}$.

Câu 16. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 3; 5; 7. Thể tích của khối hộp đó bằng

A. 35. B. $\frac{105}{2}$. C. 105. D. 15.

Câu 17. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB' = \sqrt{2}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 18. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3 , đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết chiều cao của khối chóp là $h = 3a$. Cạnh hình vuông $ABCD$ bằng

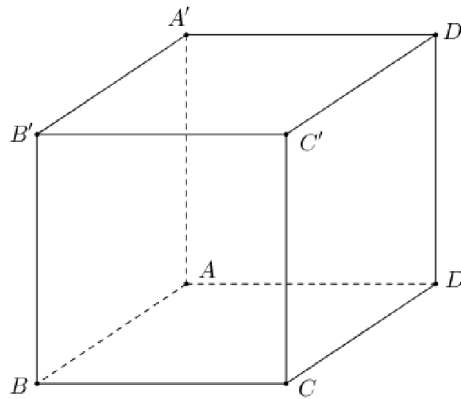
A. a . B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 19. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC = 6\sqrt{2}$. Thể tích của khối lập phương đó bằng

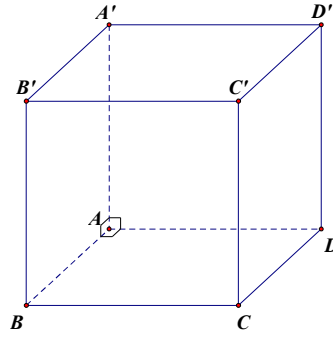
- A. $432\sqrt{2}$. B. 108. C. 216. D. $48\sqrt{6}$.
- Câu 20.** Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB' = 2$ bằng
A. 8. B. $2\sqrt{2}$. C. $16\sqrt{2}$. D. $\sqrt{6}$.
- Câu 21.** Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $AC = 3$, $AB = 4$, $BC = 5$ và $SA = 3$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
A. $V = 18$. B. $V = 6$. C. $V = 12$. D. $V = 20$.
- Câu 22.** Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB' = a\sqrt{2}$ bằng:
A. a^3 . B. $2a^3$. C. $4a^3$. D. $6a^3$.
- Câu 23.** Thể tích khối lập phương có cạnh $\sqrt{2}a$ bằng
A. $8a^3$. B. $2a^3$. C. $2\sqrt{2}a^3$. D. $6a^3$.
- Câu 24.** Thể tích khối hộp chữ nhật có độ dài các cạnh lần lượt là $a, 2a, 3a$ bằng:
A. $2a^3$. B. $6a^3$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $3a^3$.
- Câu 25.** Thể tích khối tứ diện đều có cạnh $2a$ bằng
A. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.
- Câu 26.** Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao a là
A. $V = 3a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 9a^3$. D. $V = 6a^3$.

DẠNG CÂU HỎI THÔNG HIỂU

- Câu 27.** Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Biết $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $AA' = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 28.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Biết $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AA' = 2$ cm. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A. $6\sqrt{3}$ (cm²). B. $2\sqrt{3}$ (cm³). C. $6\sqrt{3}$ (cm³). D. 6 (cm³).
- Câu 29.** Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



- A. $2\sqrt{3}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.
- Câu 30.** Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$. (minh họa như hình vẽ bên).



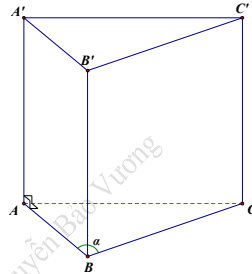
Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 31. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Biết góc giữa $A'B$ với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $2a^3\sqrt{6}$.

Câu 32. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A . Biết $2AB = AA' = 2a$, $\widehat{ABC} = \alpha$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $a^3 \sin \alpha$. B. $\frac{a^3}{3} \cdot \tan \alpha$. C. $a^3 \tan \alpha$. D. $\frac{a^3}{2} \tan \alpha$.

Câu 33. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ biết $ABCD$ là hình thoi có $AC = 10\text{cm}$, $BD = 8\text{cm}$ và diện tích hình chữ nhật $ACC'A'$ bằng 50cm^2 .

- A. 400cm^3 . B. 2000cm^3 . C. 4000cm^3 . D. 200cm^3 .

Câu 34. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng a , SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 35. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết ABC là tam giác vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$ và $AC' = a\sqrt{5}$.

- A. $2a^3$. B. $2a^3$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. a^3 .

Câu 36. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết ABC là tam giác đều cạnh a và $AC' = a\sqrt{5}$.

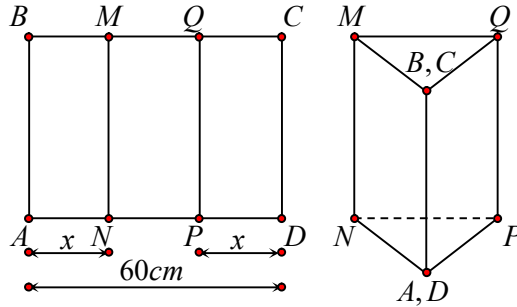
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. a^3 .

Câu 37. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết $AB = 5\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$ và $CC' = 7\text{cm}$.

- A. 210cm^3 . B. 70cm^3 . C. 105cm^3 . D. 35cm^3 .

- Câu 38.** Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết $AB = 13cm, AC = 14cm, BC = 15cm$ và $CC' = 10cm$.
 A. $420cm^3$. B. $840cm^3$. C. $420cm^3$. D. $140cm^3$.
- Câu 39.** Cho khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
 A. $\frac{8a^3}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.
- Câu 40.** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , các cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
 A. $\frac{\sqrt{14}a^3}{3}$. B. $\frac{4a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.
- Câu 41.** Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , các cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
 A. $\frac{\sqrt{33}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{11}a^3}{6}$.
- Câu 42.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. $SB = 2a$; Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:
 A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.
- Câu 43.** Cho khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đó bằng:
 A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{9}$.
- Câu 44.** Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$. Thể tích của khối chóp đó bằng
 A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.
- Câu 45.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AC = a, \widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc bằng 30° Tính thể tích của khối lăng trụ theo a .
 A. $a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 46.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.
 A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.
- Câu 47.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.
 A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.
- Câu 48.** Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a , góc nhọn 60° và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của khối hộp đó là
 A. a^3 . B. $\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Câu 49. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60\text{cm}$, $AB = 40\text{cm}$. Ta gấp tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Khi đó có thể tạo được khối lăng trụ với thể tích lớn nhất bằng

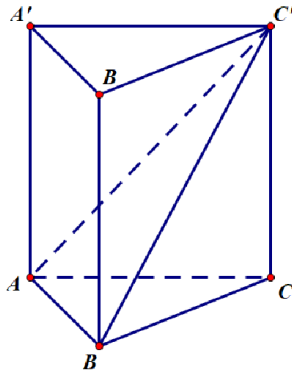


- A. $4000\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$ B. $2000\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$ C. $400\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$ D. $4000\sqrt{2} \text{ (cm}^3\text{)}$

Câu 50. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và AB' vuông góc với BC' . Thể tích của lăng trụ đã cho là.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Câu 51. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ (tham khảo hình dưới đây). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



- A. $\frac{9a^3\sqrt{15}}{20}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{20}$. C. $\frac{9a^3\sqrt{15}}{10}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{10}$.

DẠNG CÂU HỎI VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 52. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm E, F lần lượt là trung điểm của $C'B'$ và $C'D'$. Mặt phẳng (AEF) cắt khối lập phương đã cho thành 2 phần, gọi V_1 là thể tích khối chứa điểm A' và V_2 là thể tích khối chứa điểm C' . Khi đó $\frac{V_1}{V_2}$ là:

- A. $\frac{25}{47}$. B. 1. C. $\frac{8}{17}$. D. $\frac{17}{25}$.

Câu 53. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng CC' và BB' . Đường thẳng $A'E$ cắt đường thẳng AC tại K , đường thẳng $A'F$ cắt đường thẳng AB tại H . Tính tỉ số thể tích khối đa diện lồi $BFHCEK$ và khối chóp $A'ABC$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. 1.

- Câu 54.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm ba cạnh $A'B', BB'$ và $D'D$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'A$ tại I . Biết thể tích khối tứ diện $IANP$ là V . Thể tích khối hộp đã cho $ABCD.A'B'C'D'$ bằng
A. $2V$. **B.** $4V$. **C.** $6V$. **D.** $12V$.
- Câu 55.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích của khối đã cho bằng
A. a^3 . **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.
- Câu 56.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P và Q lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', BCC'B', CDD'C'$ và $DAA'D'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, M, N, P và Q bằng
A. 27. **B.** 30. **C.** 18. **D.** 36.
- Câu 57.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AC và $B'C'$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng $(A'NC)$. Mặt phẳng (P) chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối đa diện, gọi (H) là khối đa diện chứa đỉnh A . Thể tích của khối đa diện (H) bằng
A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 58.** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm $A'D', A'B'$. Tính thể tích của khối đa diện $ABDMN$.
A. $\frac{3a^3}{16}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\frac{9a^3}{16}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.
- Câu 59.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P, Q, R và S lần lượt là tâm của các mặt $ABB'A', BCC'B', CDD'C', DAA'D', ABCD$ và $A'B'C'D'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm M, N, P, Q, R và S bằng
A. 3. **B.** 24. **C.** 9. **D.** $\frac{1}{3}$.
- Câu 60.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy là tam giác vuông cân tại A , G là trọng tâm $\triangle ABC$, khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{3}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất thì $\cos \alpha$ bằng
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 61.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = k \cdot \overrightarrow{BB'} (k > 1)$, $\overrightarrow{CN} = l \cdot \overrightarrow{CC'} (l < 0)$. Thể tích của tứ diện $AA'MN$ bằng
A. $\frac{l+k-1}{72}$. **B.** 24. **C.** 72. **D.** $\frac{l+k-1}{210}$.
- Câu 62.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = \sqrt{6}$, $BC = \sqrt{3}$, $SC = 3$ và mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt đáy (ABC) . Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $V = 8$. B. $V = \frac{4}{3}$. C. $V = \frac{8}{3}$. D. $V = 4$.

Câu 63. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', BC . D là điểm thỏa mãn $\overline{AD} = 2\overline{AN}$. Mặt phẳng (P) qua M, D và song song với BC cắt BB', CC' lần lượt tại E, F . Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A', B', C', M, E và F bằng

- A. 36. B. 24. C. 48. D. 39.

Câu 64. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa điểm A có thể tích V . Thể tích V bằng

- A. $V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. B. $V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{8}$. D. $V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$.

Câu 65. Cho hình chóp $SABC$ có diện tích đáy bằng 10, chiều cao bằng 9. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB, SBC, SCA . Thể tích của khối đa diện $ABCMNP$.

- A. 60 B. $\frac{175}{3}$. C. $\frac{560}{9}$. D. $\frac{160}{9}$.

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $AB \perp SB, AC \perp SC$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

Câu 67. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$ là:

- A. $\frac{V}{27}$. B. $\frac{V}{18}$. C. $\frac{V}{108}$. D. $\frac{V}{81}$.

Câu 68. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân ($AD \parallel BC$), khoảng cách giữa AD và BC bằng $a, BC = a, SA \perp (ABCD), SA = 2a$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $MC = x$ ($0 < x \leq a$). Thể tích khối chóp $S.CDM$ lớn nhất khi độ dài MC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a}{2}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là V . Điểm M thay đổi trong tam giác BCD . Các đường thẳng qua M và song song với AB, AC, AD lần lượt cắt các mặt phẳng $(ACD), (ABD), (ABC)$ tại N, P, Q . Giá trị lớn nhất của khối $MNPQ$ là

- A. $\frac{V}{27}$. B. $\frac{V}{18}$. C. $\frac{V}{81}$. D. $\frac{2V}{27}$.

Câu 70. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AA' và N là điểm nằm trên cạnh BB' sao cho $BN = 2B'N$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

- A. $\frac{7}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{13}{9}$.

Câu 71. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AA' và BB' . Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $CMNC'$ với khối lăng trụ đã cho.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

- Câu 72.** Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng $A'D'$ và $C'D'$. Mặt phẳng (BMN) chia khối lập phương thành hai phần, gọi V là thể tích phần chứa đỉnh B' . Tính V ?
- A. $\frac{25a^3}{72}$. B. $\frac{7a^3}{24}$. C. $\frac{25a^3}{24}$. D. $\frac{7a^3}{72}$.
- Câu 73.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 6. Gọi điểm I là trung điểm AA' và điểm N thuộc cạnh BB' sao cho $B'N = 2BN$. Đường thẳng $C'I$ cắt đường thẳng CA tại P , đường thẳng $C'N$ cắt đường thẳng CB tại Q . Tính thể tích khối đa diện lồi $AIPBNQ$
- A. $\frac{7}{9}$. B. $\frac{11}{18}$. C. $\frac{11}{9}$. D. $\frac{7}{3}$.
- Câu 74.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi điểm M là trung điểm AA' và điểm N thuộc cạnh BB' sao cho $BN = \frac{1}{3}BB'$. Đường thẳng $C'M$ cắt đường thẳng CA tại D , đường thẳng $C'N$ cắt đường thẳng CB tại E . Tỉ số thể tích khối đa diện lồi $AMDBNE$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là
- A. $\frac{13}{18}$. B. $\frac{7}{18}$. C. $\frac{7}{12}$. D. $\frac{8}{15}$.
- Câu 75.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Điểm M là thuộc cạnh $A'B'$ sao cho $A'M = \frac{1}{3}A'B'$. Mặt phẳng (BCM) cắt đường thẳng AA' tại F , và cắt đường thẳng $A'C'$ tại G . Thể tích khối chóp $FA'MG$ bằng
- A. $\frac{5}{24}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{5}{36}$. D. $\frac{1}{54}$.
- Câu 76.** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , điểm A' cách đều ba điểm A, B, C và diện tích tam giác ABA' bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$. Thể tích khối đa diện $A'B'C'BC$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.
- Câu 77.** Cho lăng trụ đều $ABC.EFH$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi S là điểm đối xứng của A qua BH . Thể tích khối đa diện $ABC.SFH$ bằng
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.
- Câu 78.** Cho khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có thể tích bằng 30. Gọi O là tâm của hình bình hành ABB_1A_1 và G là trọng tâm tam giác $A_1B_1C_1$. Tính thể tích khối tứ diện $COGB_1$.
- A. $\frac{7}{3}$. B. $k = \frac{16}{81}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{10}{3}$.
- Câu 79.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các mặt bên $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$. Gọi k là tỉ số thể tích của khối chóp $S.MNPQ$ và phần còn lại là. Khi đó:
- A. $k = \frac{16}{81}V$. B. $k = \frac{15}{4}V$. C. $k = \frac{4}{23}V$. D. $k = \frac{4}{23}V$.

Vấn đề 8

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

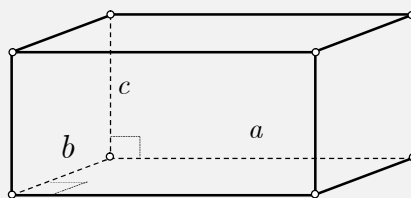
THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

① **Thể tích khối chóp** $V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}.$

② **Thể tích khối lăng trụ** $V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}.$

Thể tích khối lập phương $V = a^3$ với a là cạnh.

Thể tích khối hộp chữ nhật $V = abc$ với a, b, c lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao.

③ **Xác định diện tích đáy:**

• $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} ab \sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$ với $p = \frac{a+b+c}{2}.$

• $S_{\text{tam giác vuông}} = \frac{1}{2} \times (\text{tích hai cạnh góc vuông}) \cdot$ • $S_{\text{tam giác đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2 \times \sqrt{3}}{4}.$

• $S_{\text{tam giác vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4} \cdot$ • $S_{\text{hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \times \text{chiều cao}}{2}.$

• $S_{\text{hình chữ nhật}} = \text{dài} \times \text{rộng} \cdot$ • $S_{\text{hình vuông}} = (\text{cạnh})^2.$

④ **Xác định chiều cao:**

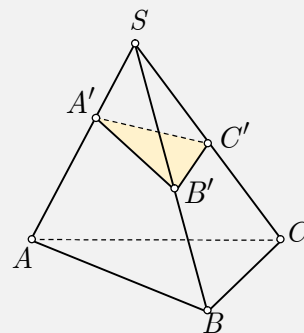
- **Hình chóp có 1 mặt bên vuông góc với mặt đáy:** Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.
- **Hình chóp có 2 mặt bên vuông góc với mặt đáy:** Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với mặt phẳng đáy.
- **Hình chóp có các cạnh bên bằng nhau:** Chân đường cao của hình chóp là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Cần nhớ: Tỉ số thể tích khối chóp có đáy là tam giác

Cho khối chóp $S.ABC$, trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' khác S . Khi đó ta luôn có tỉ số thể tích:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

Chỉ có tỉ số thể tích khối chóp đáy tam giác, không có tỉ số khối chóp đáy tứ giác. Khi tính tỉ số khối tứ giác, ta cần chia ra những hình chóp có đáy là tam giác.



CÂU HỎI CÙNG MỨC ĐỘ VỚI ĐỀ MINH HỌA DẠNG CÂU HỎI NHẬN BIẾT

Câu 1. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B , chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{3} Bh.$

B. $V = \frac{2}{3} Bh.$

C. $V = Bh.$

D. $V = 3Bh.$

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B , chiều cao bằng h là $V = Bh$.

- Câu 2.** Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng
A. 216. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 72.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 6 là $V = 6^3 = 216$.

- Câu 3.** Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng
A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh 2 là: $V = 2^3 = 8$.

- Câu 4.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.3.4 = 4$.

- Câu 5.** Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng $2a^2$, chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ là
A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng $B = 2a^2$, chiều cao bằng $h = a\sqrt{3}$ là

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.2a^2.a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

- Câu 6.** Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng a^2 , chiều cao bằng $2a$ là

A. $V = 6a^3$. **B.** $V = \frac{a^3}{3}$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng a^2 , chiều cao bằng $2a$ là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.a^2.2a = \frac{2a^3}{3}$.

- Câu 7.** Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a là

A. $V = 3a^3$. **B.** $V = \frac{a^3}{3}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a là $V = 3a^2.a = 3a^3$.

- Câu 8.** Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 3,4,5 bằng

A. $V = 120$. **B.** $V = 20$. **C.** $V = 30$. **D.** $V = 60$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng 3,4,5 là $V = 3.4.5 = 60$.

- Câu 9.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6.**B.** 18.**C.** 9.**D.** 36.**Lời giải****Chọn A**

Ta có công thức thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.3.6 = 6$ nên chọn đáp án **A.**

Câu 10. Thể tích khối lập phương cạnh 5 bằng**A.** 15.**B.** 25.**C.** 125.**D.** 75.**Lời giải****Chọn C**

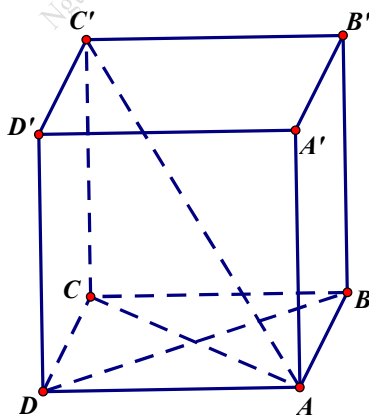
Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh 5 là: $V = 5^3 = 125$.

Câu 11. Cho khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $6\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đó bằng**A.** $81\sqrt{3}$.**B.** 216.**C.** $24\sqrt{3}$.**D.** $162\sqrt{6}$.**Lời giải****Chọn B**

Gọi d là đường chéo của khối lập phương và a là cạnh của nó, ta có $d^2 = 3a^2 \Rightarrow a = \frac{d}{\sqrt{3}}$.

Suy ra cạnh bằng $a = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$. Do đó $V = a^3 = 216$.

Câu 12. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = a\sqrt{3}$ bằng**A.** a^3 .**B.** a^2 .**C.** $2a$.**D.** $3a$.**Lời giải****Chọn A**

$ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = a\sqrt{3} \Rightarrow$ cạnh hình lập phương bằng a .

Vậy thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Câu 13. Cho khối lập phương có tổng diện tích các mặt bằng 294. Thể tích của khối lập phương đó bằng**A.** $\frac{147}{2}\sqrt{\frac{147}{2}}$.**B.** 49.**C.** 343.**D.** $\frac{147}{2}$.**Lời giải****Chọn C**

Hình lập phương có 6 mặt là 6 hình vuông bằng nhau. Gọi a là cạnh của khối lập phương

Ta có diện tích một mặt là $S = \frac{294}{6} = 49 = 7^2 \Rightarrow a = 7$. Do đó $V = a^3 = 343$.

Câu 14. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = a\sqrt{6}$ bằng

A. $8a^3$.

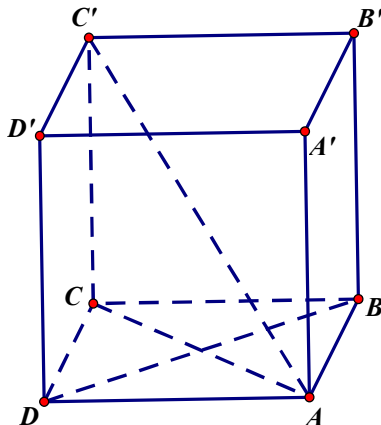
B. $6a^3\sqrt{6}$.

C. $2a^3\sqrt{2}$.

D. $3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



$ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = a\sqrt{6} \Rightarrow$ cạnh hình lập phương bằng $a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh $a\sqrt{2}$ là: $V = (a\sqrt{2})^3 = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 15. Khối chóp $S.ABC$ có thể tích $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ và diện tích đáy $B = \sqrt{3}$. Chiều cao của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{6}}{27}$.

Lời giải

Chọn B

Chiều cao của khối chóp $h = \frac{3V}{B} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ nên chọn đáp án **B**.

Câu 16. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 3; 5; 7. Thể tích của khối hộp đó bằng

A. 35.

B. $\frac{105}{2}$.

C. 105.

D. 15.

Lời giải

Chọn C

Công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c là $V = abc$.

Do đó $V = a.b.c = 3.5.7 = 105$.

Câu 17. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB' = \sqrt{2}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

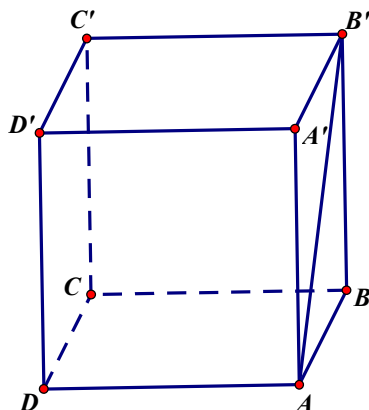
B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C



$ABCD.A'B'C'D'$ có $AB' = \sqrt{2} \Rightarrow$ cạnh hình lập phương bằng 1.

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh 1 là: $V = 1^3 = 1$.

Câu 18. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3 , đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết chiều cao của khối chóp là $h = 3a$. Cạnh hình vuông $ABCD$ bằng

A. a .

B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi cạnh hình vuông là x . Ta có $\frac{1}{3}x^2 \cdot 3a = a^3 \Rightarrow x = a$ nên chọn đáp án **A**.

Câu 19. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC = 6\sqrt{2}$. Thể tích của khối lập phương đó bằng

A. $432\sqrt{2}$.

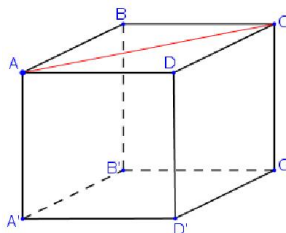
B. 108.

C. 216.

D. $48\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AC = 6\sqrt{2} \Rightarrow AB = 6 \Rightarrow V = 6^3 = 216$.

Câu 20. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB' = 2$ bằng

A. 8.

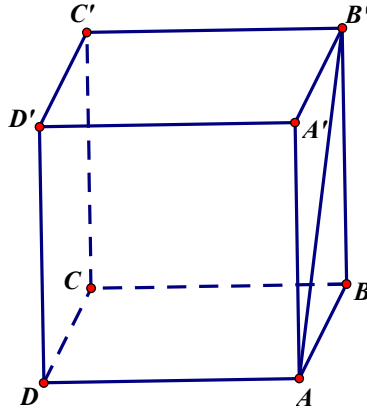
B. $2\sqrt{2}$.

C. $16\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B



$ABCD.A'B'C'D'$ có $AB' = 2 \Rightarrow$ cạnh hình lập phương bằng $\sqrt{2}$.

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh $\sqrt{2}$ là: $V = (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $AC = 3$, $AB = 4$, $BC = 5$ và $SA = 3$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 18$.

B. $V = 6$.

C. $V = 12$.

D. $V = 20$.

Lời giải

Chọn B

Tam giác ABC vuông tại A . $B = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{1}{2} 3.4 = 6 \Rightarrow V = \frac{1}{3} 6.3 = 6$ nên chọn đáp án

B.

Câu 22. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB' = a\sqrt{2}$ bằng:

A. a^3 .

B. $2a^3$.

C. $4a^3$.

D. $6a^3$.

Lời giải

Chọn A

$\Delta ABB'$ vuông cân tại B nên: $2AB^2 = AB'^2 \Rightarrow AB = a$.

Thể tích khối lập phương là a^3 .

Câu 23. Thể tích khối lập phương có cạnh $\sqrt{2}a$ bằng

A. $8a^3$.

B. $2a^3$.

C. $2\sqrt{2}a^3$.

D. $6a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lập phương có cạnh $\sqrt{2}a$ bằng $(\sqrt{2}a)^3 = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 24. Thể tích khối hộp chữ nhật có độ dài các cạnh lần lượt là $a, 2a, 3a$ bằng:

A. $2a^3$.

B. $6a^3$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $3a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích hộp chữ nhật: $a.2a.3a = 6a^3$.

Câu 25. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh $2a$ bằng

A. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3} a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3} a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối tứ diện đều bằng: $V = (2a)^3 \frac{\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 26. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao a là

A. $V = 3a^3$.

B. $V = a^3$.

C. $V = 9a^3$.

D. $V = 6a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp $V = Bh = 3a^2 \cdot a = 3a^3$.

DẠNG CÂU HỎI THÔNG HIỂU

Câu 27. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Biết $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $AA' = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

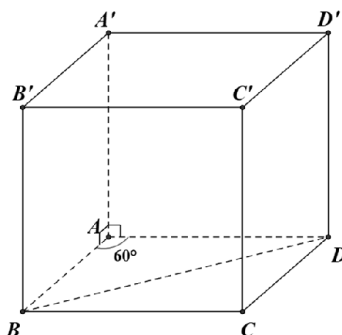
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$ABCD$ là hình thoi cạnh a có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên $\triangle BAD$ là tam giác đều cạnh

$$a \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Do khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA' = a$.

$$\text{Thể tích khối lăng trụ là } V = AA' \cdot S_{ABCD} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 28. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Biết $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AA' = 2$ cm. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}$ (cm²).

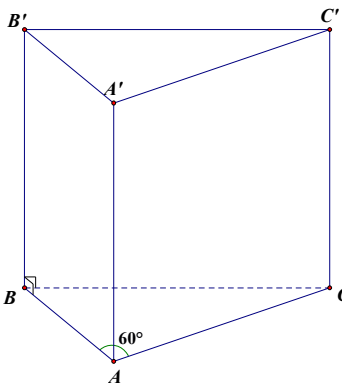
B. $2\sqrt{3}$ (cm³).

C. $6\sqrt{3}$ (cm³).

D. 6 (cm³).

Lời giải

Chọn C

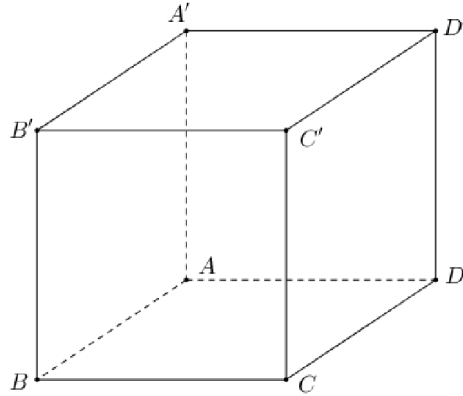


$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} 3 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA' = 2$ cm.

$$\text{Thể tích khối lăng trụ là } V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 29. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2\sqrt{3}a^3$.

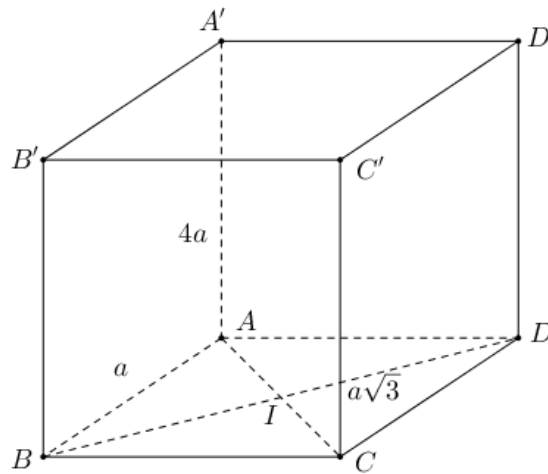
B. $4\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



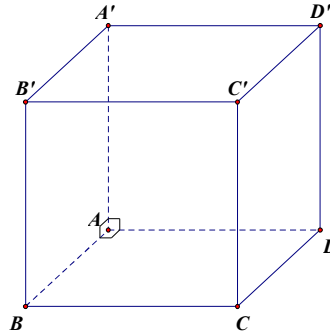
Gọi $I = AC \cap BD$. Ta có: $AC \perp BD$, $BI = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác vuông BAI vuông tại I :

$$AI^2 = BA^2 - BI^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{3a^2}{4} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow AI = \frac{a}{2} \Rightarrow AC = a.$$

Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} BI \cdot AC = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 4a = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 30. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$. (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{3}$.

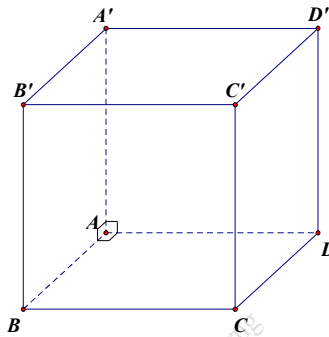
B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = a \cdot a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}.$$

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA' = 2a$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{ABCD} = 2a \cdot a^2\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 31. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Biết góc giữa $A'B$ với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

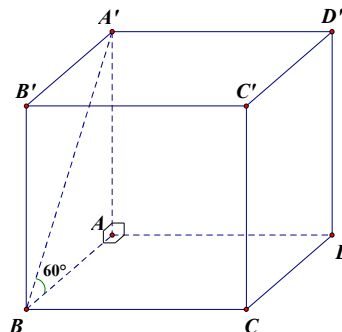
B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B



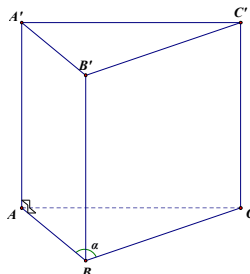
$$S_{ABCD} = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2.$$

$A'A \perp (ABCD) \Rightarrow$ góc giữa $A'B$ với mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{A'BA} = 30^\circ$.

Tam giác $A'AB$ vuông tại $A \Rightarrow A'A = AB \cdot \tan \widehat{A'BA} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S_{ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 32. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A . Biết $2AB = AA' = 2a$, $\widehat{ABC} = \alpha$ (minh họa như hình vẽ bên).

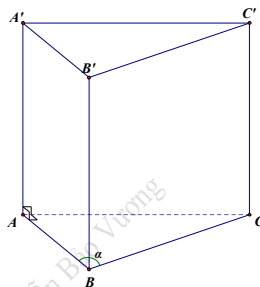


Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $a^3 \sin \alpha$. **B.** $\frac{a^3}{3} \cdot \tan \alpha$. **C.** $a^3 \tan \alpha$. **D.** $\frac{a^3}{2} \tan \alpha$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $\widehat{ABC} = \alpha$ nên $AC = AB \cdot \tan \alpha = a \cdot \tan \alpha$.

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \tan \alpha = \frac{a^2}{2} \cdot \tan \alpha.$$

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA' = 2a$

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 2a \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \tan \alpha = a^3 \cdot \tan \alpha$.

Câu 33. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ biết $ABCD$ là hình thoi có $AC = 10cm$, $BD = 8cm$ và diện tích hình chữ nhật $ACC'A'$ bằng $50cm^2$.

- A.** $400cm^3$. **B.** $2000cm^3$. **C.** $4000cm^3$. **D.** $200cm^3$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt đáy $B = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 = 40cm^2$

Diện tích hình chữ nhật $S_{ACC'A'} = AC \cdot CC' \Leftrightarrow CC' = \frac{S_{ACC'A'}}{AC} = \frac{50}{10} = 5cm$

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = B \cdot h = 40 \cdot 5 = 200cm^3$

Câu 34. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng a , SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Công thức thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là: $V = \frac{1}{3}.B.h$.

SA vuông góc với đáy nên $h = SA = 2a$.

Do đáy của hình chóp là tam giác ABC đều nên diện tích đáy của hình chóp là: $B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ nên chọn đáp án **D**.

Câu 35. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết ABC là tam giác vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$ và $AC' = a\sqrt{5}$.

- A. $2a^3$. B. $2a^3$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. a^3 .

Lời giải**Chọn D**

Ta có $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = 2a^2 \Leftrightarrow AB^2 = a^2 \Leftrightarrow AB = a$

Diện tích mặt đáy $B = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.a.a = \frac{1}{2}a^2$

$CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = \frac{1}{2}a^2.2a = a^3$.

Câu 36. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết ABC là tam giác đều cạnh a và $AC' = a\sqrt{5}$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. a^3 .

Lời giải**Chọn B**

Diện tích mặt đáy $B = \frac{1}{2}AB.AC \sin A = \frac{1}{2}.a.a \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết $AB = 5cm, AC = 12cm, BC = 13cm$ và $CC' = 7cm$.

- A. $210cm^3$. B. $70cm^3$. C. $105cm^3$. D. $35cm^3$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{5+12+13}{2} = 15$

Diện tích của tam giác là:

$S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 30.7 = 210cm^3$.

Câu 38. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết $AB = 13cm, AC = 14cm, BC = 15cm$ và $CC' = 10cm$.

- A. $420cm^3$. B. $840cm^3$. C. $420cm^3$. D. $140cm^3$.

Lời giải

Chọn B

Nửa chu vi: $p = \frac{13+14+15}{2} = 21..$

Diện tích: $S = \sqrt{p(p-13)(p-14)(p-15)} = 84..$

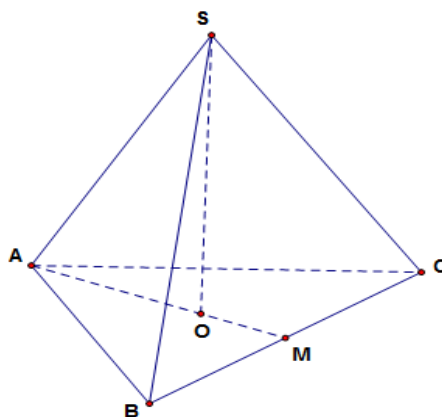
Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 84.10 = 840cm^3$.

Câu 39. Cho khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{8a^3}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $SO \perp (ABC)$ và $S_{ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$; $AO = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$,

$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

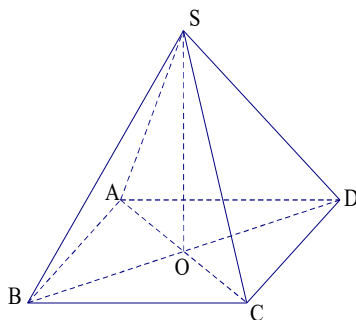
Vậy thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \sqrt{3} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3} a^3$.

Câu 40. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , các cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{14}a^3}{3}$. B. $\frac{4a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $SO \perp (ABCD)$ và $S_{ABCD} = a^2$; $AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$,

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} = \frac{\sqrt{14}}{6} a^3.$$

Câu 41. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , các cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{33}a^3}{12}$.

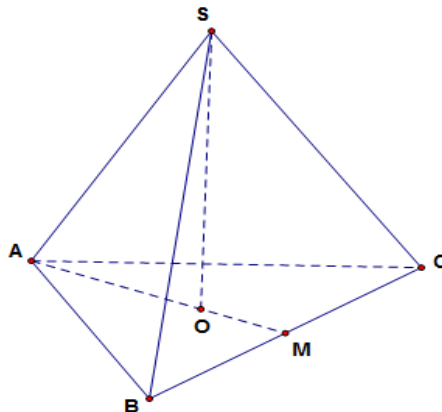
B. $\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{11}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $SO \perp (ABC)$ và $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$,

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} = \frac{\sqrt{11}}{12} a^3.$$

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. $SB = 2a$; Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

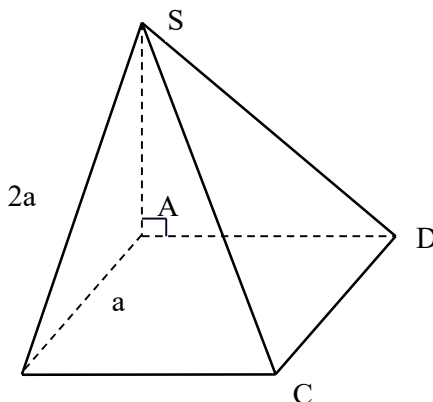
B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Theo giả thiết ta có
$$\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ AB = a \\ SB = 2a \end{cases}.$$

Do đó:

$$S_{ABCD} = a^2.$$

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Câu 43. Cho khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đó bằng:

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}.$

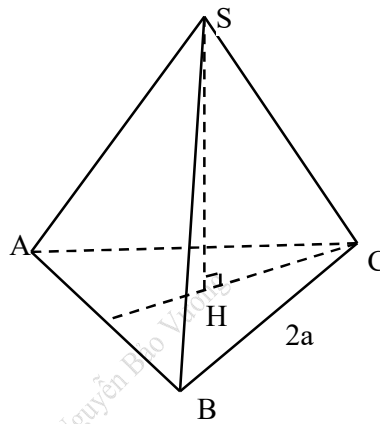
B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}.$

D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{9}.$

Lời giải

Chọn A



Gọi khối chóp đều là $S.ABC$, H là trọng tâm của $\triangle ABC$. Khi đó
$$\begin{cases} AB = 2a \\ SH \perp (ABC) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$$

$$HC = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}a}{\sqrt{3}} \quad V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}a}{\sqrt{3}} \cdot a^2 \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}.$$

Câu 44. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}.$

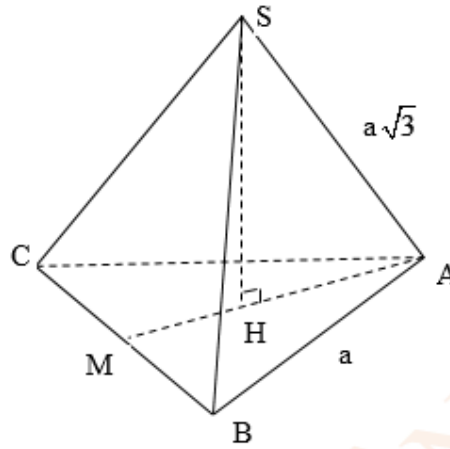
B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}.$

Lời giải

Chọn C



Gọi khối chóp đều là $SABC$. H là trọng tâm $\triangle ABC$ suy ra $\begin{cases} AB = a \\ SH \perp (ABC) \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} a.$$

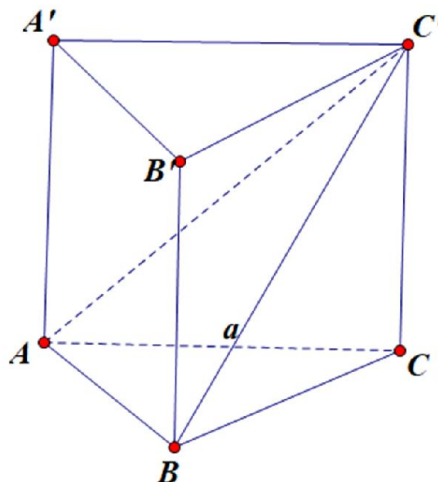
$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$$

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc bằng 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ theo a .

- A. $a^3 \sqrt{3}$. B. $a^3 \sqrt{6}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc bằng 30°

Nên $(\widehat{BC', (ACC'A')}) = (\widehat{BC', AC'}) = \widehat{BC'A} = 30^\circ$.

$$B'C' = \frac{AC}{\cos 60^\circ} = 2a; AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = a\sqrt{3}$$

$$C'B = AB : \sin 30^\circ = 2a\sqrt{3} \Rightarrow BB' = 2a\sqrt{2}$$

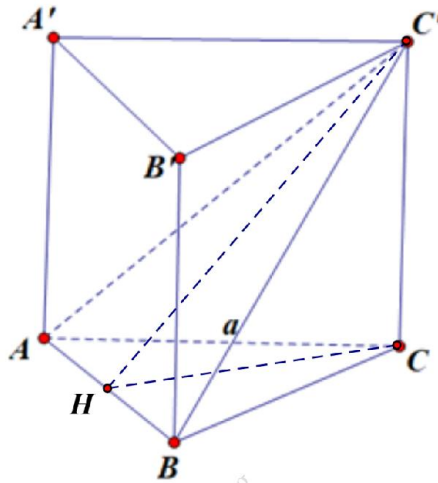
$$V = BB'.S_{ABC} = 2a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}a\sqrt{3} \cdot a = a^3\sqrt{6}.$$

Câu 46. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của AB . Ta có: $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$(\widehat{(ABC'), (ABC)}) = (\widehat{HC', HC}) = \widehat{CHC'} = 60^\circ.$$

Xét tam giác CHC' vuông tại C ta có: $\tan 60^\circ = \frac{CC'}{CH} \Rightarrow CC' = CH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$

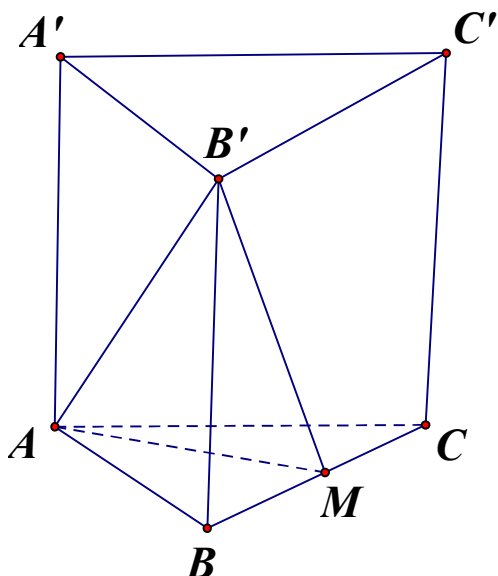
$$\text{Vậy } V = CC' \cdot S_{ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$

Câu 47. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC , do tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$, mà $AM \perp BB'$ nên $AM \perp (BCC'B')$. Suy ra hình chiếu vuông góc của AB' trên $(BCC'B')$ là $B'M$.

Vậy góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AB'M}$ và $\widehat{AB'M} = 30^\circ$.

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB' = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = a\sqrt{2}$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 48. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a , góc nhọn 60° và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của khối hộp đó là

A. a^3 .

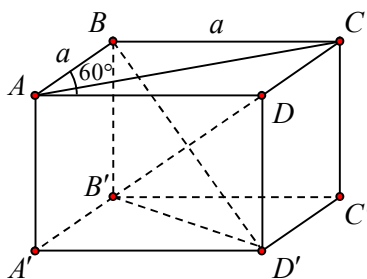
B. $\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

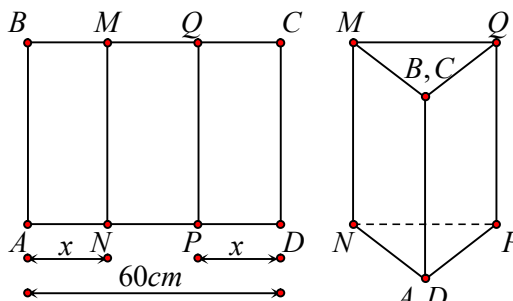


Ta có $AC = BD' = a\sqrt{3}$; $BB' = \sqrt{BD'^2 - BD^2} = a\sqrt{2}$

Vậy thể tích khối hộp đứng bằng

$$V = B.h = \frac{1}{2} a.a\sqrt{3}.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 49. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60\text{cm}$, $AB = 40\text{cm}$. Ta gập tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Khi đó có thể tạo được khối lăng trụ với thể tích lớn nhất bằng



- A.** $4000\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$ **B.** $2000\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$ **C.** $400\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$ **D.** $4000\sqrt{2} \text{ (cm}^3\text{)}$

Lời giải

Chọn A

Đáy của lăng trụ là tam giác cân có cạnh bên bằng x , cạnh đáy bằng $60 - 2x$

Đường cao tam giác đó là $AH = \sqrt{x^2 - \left(\frac{60-2x}{2}\right)^2} = \sqrt{60x-900}$, với H là trung điểm NP

Diện tích đáy là

$$S = S_{ANP} = \frac{1}{2} AH \cdot NP = \sqrt{60x-900} \cdot (30-x) = \frac{1}{30} \sqrt{(60x-900)(900-30x)(900-30x)}$$

$$\Rightarrow S \leq \frac{1}{30} \sqrt{\left(\frac{900}{3}\right)^3} = 100\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

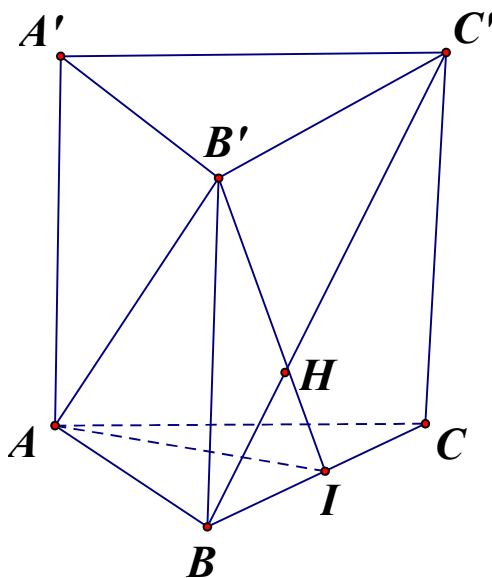
Diện tích đáy lớn nhất là $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$ nên thể tích lớn nhất là $V = 40 \cdot 100\sqrt{3} = 4000\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 50. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và AB' vuông góc với BC' . Thể tích của lăng trụ đã cho là.

- A.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm BC . Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên.

$$AI \perp (BB'C'C) \Rightarrow AI \perp BC'.$$

Lại có giả thiết $AB' \perp BC'$ nên suy ra $BC' \perp (AIB') \Rightarrow BC' \perp B'I$.

Gọi $H = B'I \cap BC'$.

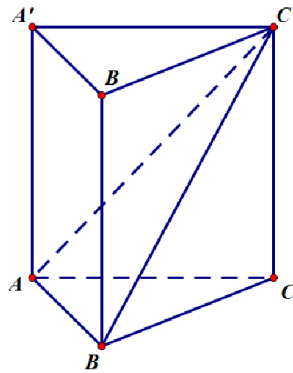
$$\text{Ta có } \triangle BHI \text{ đồng dạng } \triangle C'HB' \Rightarrow \frac{HI}{B'H} = \frac{BI}{B'C'} = \frac{1}{2} \Rightarrow B'H = 2HI \Rightarrow B'I = 3HI.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } B'BI \text{ có } BI^2 = HI \cdot B'I = 3HI^2 \Rightarrow HI = \sqrt{\frac{BI^2}{3}} = \sqrt{\frac{a^2}{12}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } BB' = \sqrt{B'I^2 - BI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{8}.$$

Câu 51. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ (tham khảo hình dưới đây). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



A. $\frac{9a^3\sqrt{15}}{20}$.

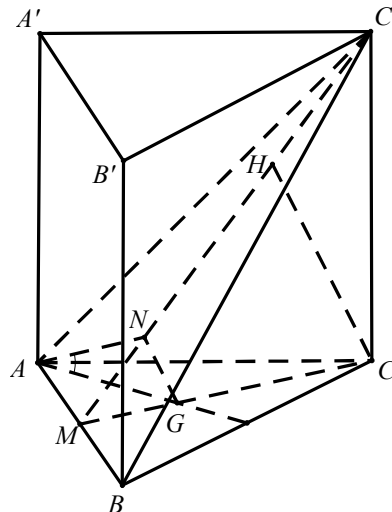
B. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{20}$.

C. $\frac{9a^3\sqrt{15}}{10}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{10}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của AB , G là trọng tâm tam giác ABC .

Ta có: $\begin{cases} CC' \perp AB \\ CM \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CC'M) \Rightarrow (CC'M) \perp (ABC')$. Mà $(CC'M) \cap (ABC') = C'M$

nên nếu gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên $C'M$ thì H là hình chiếu của C trên mặt phẳng $(ABC') \Rightarrow d(C; (ABC')) = CH = a$.

Dựng đường thẳng đi qua G và song song với CH , cắt $C'M$ tại điểm K .

Ta có $\begin{cases} GN \perp (ABC') \\ AG \perp (BCC'B') \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AGN} = \alpha$.

$$GN = \frac{1}{3}CH = \frac{a}{3}; AG = \frac{GN}{\cos \alpha} = a \Rightarrow AB = AG\sqrt{3} = a\sqrt{3}; \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2} = \frac{5}{9a^2}$$

$$\Rightarrow CC' = \frac{3a\sqrt{5}}{5}; S_{\triangle ABC} = \left(a\sqrt{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ bằng $V = CC' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{9a^3\sqrt{15}}{20}$.

DẠNG CÂU HỎI VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 52. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm E, F lần lượt là trung điểm của $C'B'$ và $C'D'$. Mặt phẳng (AEF) cắt khối lập phương đã cho thành 2 phần, gọi V_1 là thể tích khối chứa điểm A' và V_2 là thể tích khối chứa điểm C' . Khi đó $\frac{V_1}{V_2}$ là:

A. $\frac{25}{47}$.

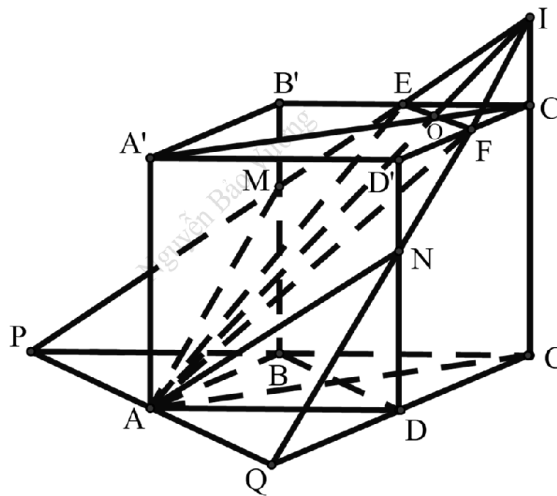
B. 1.

C. $\frac{8}{17}$.

D. $\frac{17}{25}$.

Lời giải

Chọn A



Dựng thiết diện: PQ qua A và song song với BD (vì $EF \parallel B'D' \parallel BD$)

PE cắt các cạnh BB', CC' tại M và I . Tương tự ta tìm được giao điểm N . Thiết diện là $AMEFN$.

Dựa vào đường trung bình BD và định lý Ta – lét cho các tam giác $IAC, DNQ, D'NF$ ta tính

được: $IC' = \frac{a}{3}, ND = \frac{2a}{3}$. Tương tự ta tính được: $MB = \frac{2a}{3}$. Và ta có: $QD = PB = a$

Ta có: $V_{IEFC'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{72}$. Dùng tỉ lệ thể tích ta có: $V_{IPQC} = 4^3 \cdot V_{IEFC'} = 64 \cdot \frac{a^3}{72} = \frac{8a^3}{9}$

$V_{NADQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{9} = V_{MPAB} \Rightarrow V_2 = \frac{8a^3}{9} - \frac{a^3}{72} - 2 \cdot \frac{a^3}{9} = \frac{47a^3}{72}$

Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là a^3 nên $V_1 = a^3 - \frac{47a^3}{72} = \frac{25a^3}{72} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{25}{47}$.

Câu 53. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng CC' và BB' . Đường thẳng $A'E$ cắt đường thẳng AC tại K , đường thẳng $A'F$ cắt đường thẳng AB tại H . Tính tỉ số thể tích khối đa diện lồi $BFHCEK$ và khối chóp $A'ABC$.

A. $\frac{1}{3}$.

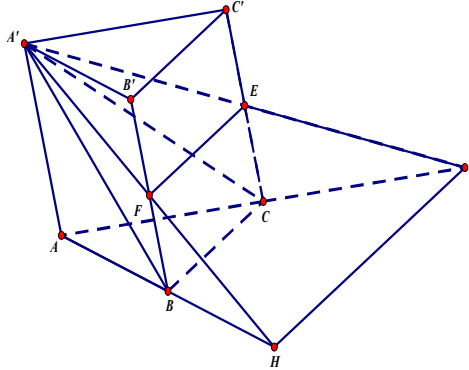
B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V_{A'.ABC} + V_{A'.BB'C'C} = V_{ABC.A'B'C'}$ và $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{A'.BB'C'C} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

Do đó $V_{A'.BFEC} = V_{A'.FB'C'E} = \frac{1}{3}V_{ACB.A'B'C'}$ (vì $S_{BFEC} = S_{FB'C'E}$) $\Rightarrow V_{A'.ABC} = V_{A'.BFEC}$.

Ta có: $\frac{V_{A'.ABC}}{V_{A'.AHK}} = \frac{V_{A'.ABC}}{V_{A'.AHK}} = \frac{AA'}{AA'} \cdot \frac{AB}{AH} \cdot \frac{AC}{AK} = \frac{1}{4}$.

$\Rightarrow V_{A'.ABC} = V_{A'.BFEC} = \frac{1}{4}V_{A'.AHK} \Rightarrow V_{BFHCEK} = \frac{1}{2}V_{A'.AHK}$. Do đó $\frac{V_{BFHCEK}}{V_{A'.ABC}} = 2$.

Câu 54. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm ba cạnh $A'B', BB'$ và $D'D$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'A$ tại I . Biết thể tích khối tứ diện $IANP$ là V . Thể tích khối hộp đã cho $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $2V$.

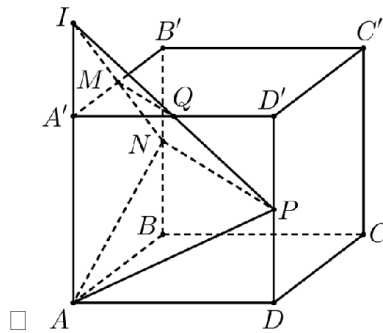
B. $4V$.

C. $6V$.

D. $12V$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $Q = (MNP) \cap A'D'$. Theo tính chất của giao tuyến suy ra $MQ \parallel NP$ nên Q là trung điểm của $A'D'$. Suy ra M, Q lần lượt là trung điểm IN, IP .

Ta có: $\frac{V_{I.A'MQ}}{V_{IANP}} = \frac{IA'}{IA} \cdot \frac{IM}{IN} \cdot \frac{IQ}{IP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \Rightarrow V_{I.A'MQ} = \frac{V}{12}$.

Mặt khác $V_{I.A'MQ} = \frac{1}{3}d[I, (A'B'C'D')] \cdot S_{\Delta A'MQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}d[A', (ABCD)] \cdot \frac{1}{8}S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{48}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

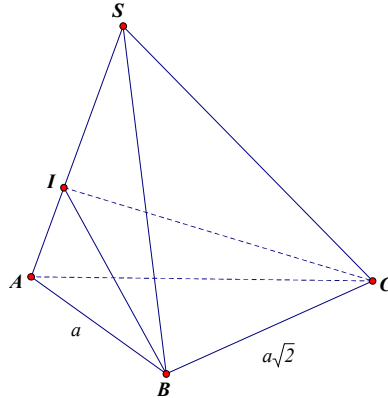
Từ đó suy ra $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4V$.

Câu 55. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích của khối đã cho bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Hai tam giác vuông SAB và SAC bằng nhau chung cạnh huyền SA .

Kẻ BI vuông góc với SA suy ra CI cũng vuông góc với SA và $IB = IC$.

$SA \perp IC, SA \perp IB \Rightarrow SA \perp (IBC)$ tại I .

$$V_{S.ABC} = V_{A.IBC} + V_{S.IBC} = \frac{1}{3} S_{\triangle IBC} AI + \frac{1}{3} S_{\triangle IBC} SI = \frac{1}{3} S_{\triangle IBC} (AI + SI) = \frac{1}{3} S_{\triangle IBC} SA.$$

$$((SAB), (SAC)) = (IB, IC) \Rightarrow (IB, IC) = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BIC} = 60^\circ \text{ hoặc } \widehat{BIC} = 120^\circ.$$

Ta có $IC = IB < AB = a$ mà $BC = a\sqrt{2}$ nên tam giác IBC không thể đều suy ra $\widehat{BIC} = 120^\circ$.

Trong tam giác IBC đặt $IB = IC = x (x > 0)$ có:

$$\cos 120^\circ = \frac{IB^2 + IC^2 - BC^2}{2IB.IC} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{2x^2 - (a\sqrt{2})^2}{2x^2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow IB = IC = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Trong tam giác } ABI \text{ vuông tại } I \text{ có: } AI = \sqrt{AB^2 - IB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Trong tam giác } SAB \text{ vuông tại } B \text{ đường cao } BI \text{ có: } AB^2 = IA.SA \Rightarrow SA = \frac{AB^2}{IA} = \frac{a^2}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = a\sqrt{3}.$$

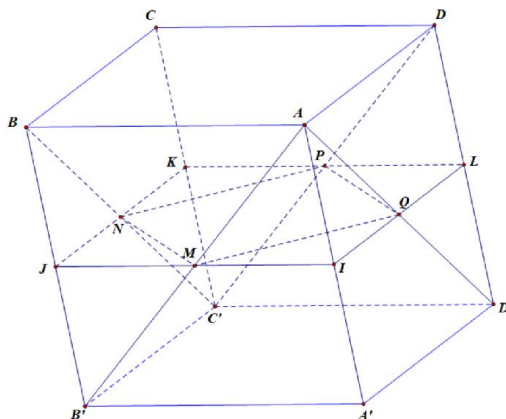
$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle IBC} SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} IB.IC.SA \sin \widehat{BIC} = \frac{1}{6} \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2 a\sqrt{3} \sin 120^\circ = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 56. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P và Q lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ và $DAA'D'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, D, M, N, P và Q bằng

- A. 27. B. 30. C. 18. D. 36.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 9.8 = 72$.

Gọi I, J, K, L lần lượt là trung điểm các cạnh AA', BB', CC', DD' suy ra $V_{ABCD.IJKL} = 36$.

Do hình chóp $AMIQ$ đồng dạng với hình chóp $A.B'A'D'$ theo tỉ số $\frac{1}{2}$ nên

$$V_{AMIQ} = \frac{1}{8} V_{A.B'A'D'} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot \frac{9}{2} = \frac{3}{2}.$$

$$V_{ABCD.MNPQ} = V_{ABCD.IJKL} - 4V_{AMIQ} = 36 - 4 \cdot \frac{3}{2} = 30.$$

Câu 57. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AC và $B'C'$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng $(A'NC)$. Mặt phẳng (P) chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối đa diện, gọi (H) là khối đa diện chứa đỉnh A . Thể tích của khối đa diện (H) bằng

A. $\frac{3}{5}$.

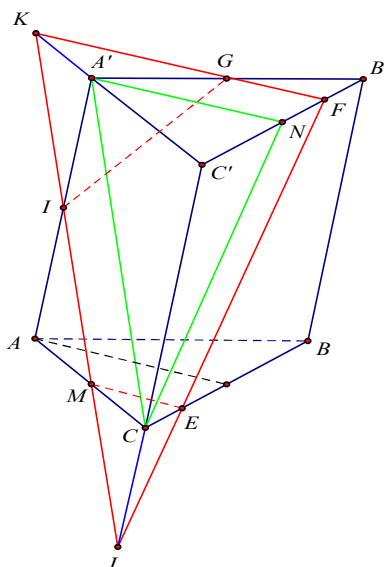
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V

- Mặt phẳng (P) qua M và song song với mặt phẳng $(A'NC)$ nên mặt phẳng (P) cắt các mặt phẳng $(ABC), (A'B'C')$ lần lượt theo các giao tuyến ME, GF ($(E \in BC, G \in A'B', F \in B'C')$) cùng song song $A'N$

- Mặt phẳng (P) cắt các mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(BB'C'C)$ lần lượt theo các giao tuyến MI ($I \in AA'$) song song $A'C$, EF song song CN . Ba đường thẳng MI , FG , $A'C'$ đồng quy tại K , ba đường thẳng MI , EF , CC' đồng quy tại J .
- Mặt phẳng (P) chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối đa diện, gọi (T) là khối đa diện không chứa đỉnh.

Thể tích của khối đa diện (T) bằng

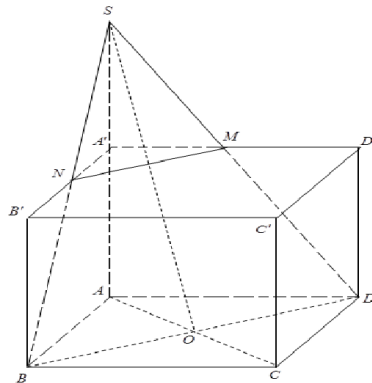
$$\begin{aligned} V_1 &= V_{J.C'FK} - V_{J.CEM} - V_{I.A'GK} = \frac{1}{3} S_{\Delta C'FK} \cdot JC' - \frac{1}{3} S_{\Delta CEM} \cdot JC - \frac{1}{3} S_{\Delta A'GK} \cdot IA' \\ &= \frac{9}{16} V - \frac{1}{48} V - \frac{1}{24} V = \frac{1}{2} V = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Câu 58. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm $A'D'$, $A'B'$. Tính thể tích của khối đa diện $ABDMN$.

- A.** $\frac{3a^3}{16}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\frac{9a^3}{16}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $S = BN \cap AA'$. Ta có: $\frac{SM}{SD} = \frac{A'M}{AD} = \frac{1}{2}$. Suy ra M là trung điểm của SD .

$$\text{Mà } \frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SBD}} = \frac{SM}{SD} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{MNBD} = \frac{3}{4} S_{\Delta SBD}.$$

Tam giác ABD có $AB = AD = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên tam giác ABD là tam giác đều.

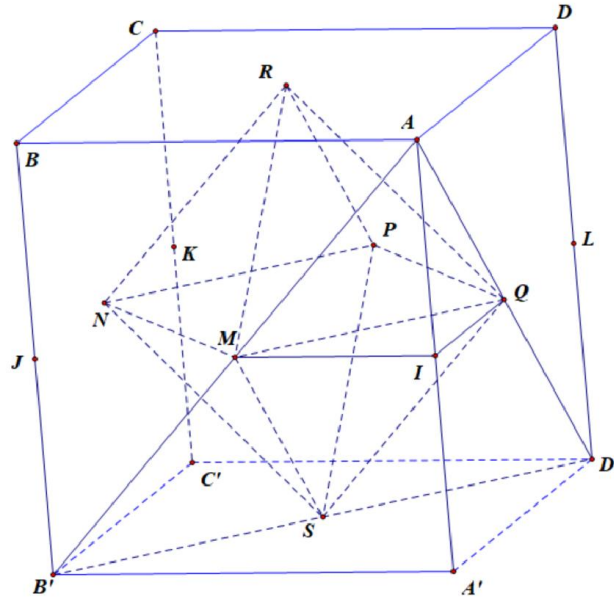
$$\begin{aligned} V_{A.BDMN} &= \frac{1}{3} d[A, (BDMN)] \cdot S_{BDMN} = \frac{1}{3} d[A, (SBD)] \cdot \frac{3}{4} S_{\Delta SBD} = \frac{3}{4} V_{S.ABD} \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} S_{\Delta ABD} \cdot SA = \frac{1}{4} a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16}. \end{aligned}$$

Câu 59. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P, Q, R và S lần lượt là tâm của các mặt $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$, $DAA'D'$, $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm M, N, P, Q, R và S bằng

- A.** 3. **B.** 24. **C.** 9. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, J, K, L lần lượt là trung điểm các cạnh AA', BB', CC', DD' .

Do tam giác MIQ đồng dạng với tam giác $B'A'D'$ theo tỉ số $\frac{1}{2}$ nên

$$S_{MIQ} = \frac{1}{4} S_{B'A'D'} = \frac{1}{8} S_{A'B'C'D'} = \frac{9}{8}. \text{ Suy ra } S_{MNPQ} = S_{IJKL} - 4S_{MIQ} = 9 - 4 \cdot \frac{9}{8} = \frac{9}{2}.$$

Gọi h_1, h_2 lần lượt là chiều cao của hai hình chóp $R.MNPQ, S.MNPQ \Rightarrow h_1 + h_2 = 8$.

Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm M, N, P, Q, R và S bằng

$$V = \frac{1}{3} (h_1 + h_2) S_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot \frac{9}{2} = 3.$$

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy là tam giác vuông cân tại A , G là trọng tâm ΔABC , khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{3}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất thì $\cos \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

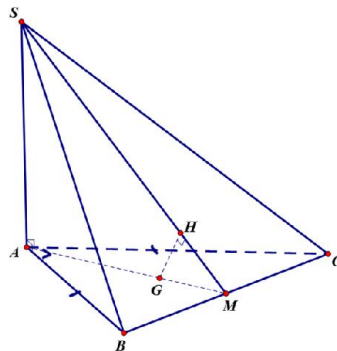
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC . Ta có:

$$\begin{cases} BM \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AM$$

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là: $\alpha = \widehat{SMA}$

$$BC \perp (SAM) \Rightarrow (SBC) \perp (SAM); (SBC) \cap (SAM) = SM.$$

$$\text{Kẻ } GH \perp SM \Rightarrow GH \perp (SBC).$$

$$d(G, (SBC)) = GH = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } GHM : GM = \frac{GH}{\sin \alpha} = \frac{a}{3 \sin \alpha} \Rightarrow AM = 3GM = \frac{a}{\sin \alpha}.$$

$$\text{Do tam giác } ABC \text{ vuông cân: } BC = 2AM = \frac{2a}{\sin \alpha}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SAM : SA = AM \cdot \tan \alpha = \frac{a}{\cos \alpha}$$

$$\text{Suy ra: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{3 \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất khi $\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha$ lớn nhất.

Đặt $x = \cos \alpha$.

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $x \in (0; 1)$.

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x(1 - x^2) \text{ ta có: } f'(x) = 1 - 3x^2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Từ bảng biến thiên ta có: Thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất khi $\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha$ lớn nhất khi $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 61. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N là hai điểm thỏa mãn $\overline{BM} = k \cdot \overline{BB'}$ ($k > 1$), $\overline{CN} = l \cdot \overline{CC'}$ ($l < 0$). Thể tích của tứ diện $AA'MN$ bằng

A. $\frac{l+k-1}{72}$.

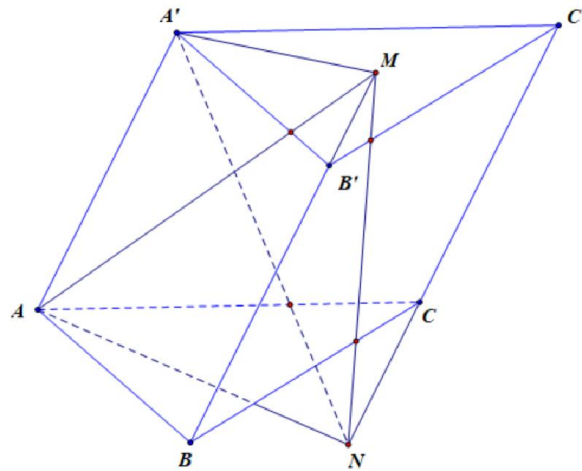
B. 24.

C. 72.

D. $\frac{l+k-1}{210}$.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết $\overline{BM} = k \cdot \overline{BB'}$ ($k > 1$), $\overline{CN} = l \cdot \overline{CC'}$ ($l < 0$) suy ra $M \in BB'$, $N \in CC'$ (như hình vẽ)

Do $BM \parallel (ACC'A') \Rightarrow d(M, (ANA')) = d(B, (ANA'))$.

Ta có $S_{\Delta ANA'} = S_{\Delta MCA'}$

Có

$$V_{AA'MN} = \frac{1}{3} d(M, (ANA')) \cdot S_{\Delta ANA'} = \frac{1}{3} d(B, (ANA')) \cdot S_{\Delta MCA'} = \frac{1}{3} d(B, (ACA')) \cdot S_{\Delta MCA'} = V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 8 = 24.$$

Câu 62. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = \sqrt{6}$, $BC = \sqrt{3}$, $SC = 3$ và mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt đáy (ABC) . Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V = 8$.

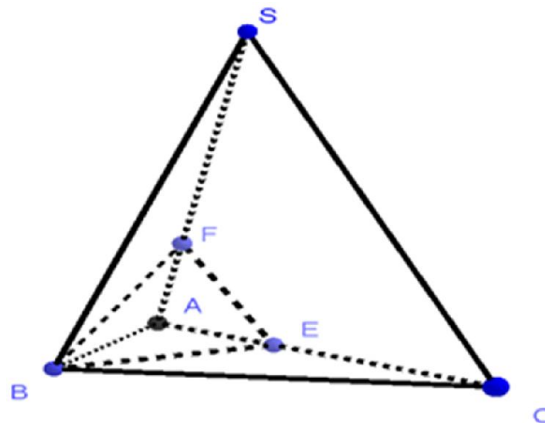
B. $V = \frac{4}{3}$.

C. $V = \frac{8}{3}$.

D. $V = 4$.

Lời giải

Chọn B



Dựng $BE \perp AC$, $EF \perp SA$.

Vì $(SAC) \perp (ABC)$ và $(SAC) \cap (ABC) = AC$ nên $BE \perp SA$

Khi đó $SA \perp (BEF) \Rightarrow \widehat{((SAB), (SAC))} = \widehat{BFE}$

$$\Rightarrow \tan \widehat{BFE} = \frac{BE}{EF} = \frac{3}{4} \Rightarrow EF = \frac{4}{3} BE = \frac{4}{3} \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Ta có } AE = \frac{AB^2}{AC} = 2 \Rightarrow \sin \widehat{FAE} = \frac{EF}{AE} = \frac{4}{3\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow d(C, SA) = AC \cdot \sin \widehat{SAC} = 2\sqrt{2} \text{ và } SA = 2AC \cdot \cos \widehat{SAC} = 2.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = V_{B.SAC} = \frac{1}{3} BE \cdot S_{SAC} = \frac{1}{3} \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} = \frac{4}{3}.$$

Câu 63. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', BC . D là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AN}$. Mặt phẳng (P) qua M, D và song song với BC cắt BB', CC' lần lượt tại E, F . Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A', B', C', M, E và F bằng

A. 36.

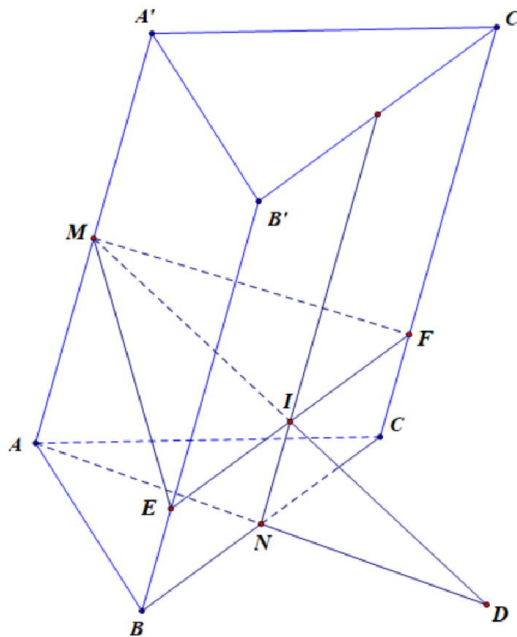
B. 24.

C. 48.

D. 39.

Lời giải

Chọn C



D là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AN}$ suy ra N là trung điểm AD . Gọi I là trung điểm MD suy ra $I \in (BCC'B')$. Mặt phẳng (P) qua M, D và song song với BC nên

$$(P) \cap (BCC'B') = l \parallel BC, l \cap BB' = E, l \cap CC' = F.$$

$$\text{Ta có } IN = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{4} AA' \Rightarrow EB = FC = \frac{1}{4} AA'.$$

$$\frac{V_{A'B'C'.MEF}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{A'M}{AA'} + \frac{B'E}{BB'} + \frac{C'F}{CC'} \right) \Rightarrow V_{A'B'C'.MEF} = 9 \cdot 8 \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \right) = 48.$$

Phương án nhiễu A: Học sinh không xác định được thiết diện, có yếu tố M là trung điểm AA' nên nghĩ mặt phẳng (P) sẽ chia đôi lăng trụ.

Phương án nhiễu B: áp dụng sai công

$$\text{thức } \frac{V_{A'B'C'.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BE}{BB'} + \frac{CF}{CC'} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \Rightarrow V_{A'B'C'.MNP} = 24.$$

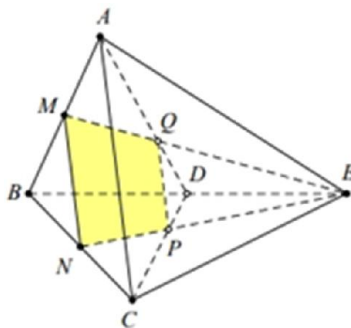
Phương án nhiễu D: Học sinh tính được $V_{M.A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 9 = 12$. Cho rằng $EFC'B'$ đồng dạng với

$$BCC'B' \text{ theo tỉ số } \frac{3}{4} \Rightarrow S_{EFC'B'} = \frac{9}{16} S_{BCC'B'} \Rightarrow V_{M.EFC'B'} = \frac{9}{16} V_{M.BCC'B'} = \frac{9}{16} \cdot \frac{2}{3} \cdot 8 \cdot 9 = 27.$$

- Câu 64.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa đỉnh A có thể tích V . Thể tích V bằng
- A.** $V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. **B.** $V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $Q = ME \cap AD$, $P = NE \cap CD \Rightarrow mp(MNE)$ chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện gồm $PQDBMN$ và khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V .

Dễ thấy P, Q lần lượt là trọng tâm của $\triangle BCE$ và $\triangle ABE$.

$$\text{Gọi } S \text{ là diện tích } \triangle BCD \Rightarrow S_{\triangle PDE} = \frac{1}{3}S_{\triangle CDE} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABE} = \frac{S}{3}.$$

$$\text{Gọi } h \text{ là chiều cao của tứ diện } ABCD \Rightarrow \begin{cases} d(M, (BCD)) = \frac{h}{2} \\ d(Q, (BCD)) = \frac{h}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } V_{M.BNE} = \frac{1}{3} \cdot d(M, (BCD)) \cdot S_{\triangle ABE} = \frac{S \cdot h}{6}; V_{Q.PDE} = \frac{S \cdot h}{27}.$$

$$\text{Mà } V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3.$$

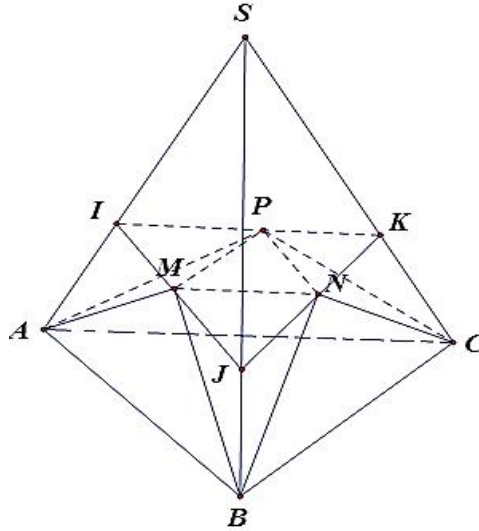
$$\text{Suy ra } V_{PQD.MNB} = V_{M.BNE} - V_{Q.PDE} = \frac{7}{18} \cdot \frac{S \cdot h}{3} = \frac{7}{18} V_{ABCD} \Rightarrow V = \frac{11}{18} V_{ABCD} = \frac{11\sqrt{2}}{216}a^3.$$

- Câu 65.** Cho hình chóp $SABC$ có diện tích đáy bằng 10, chiều cao bằng 9. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB, SBC, SCA . Thể tích của khối đa diện $ABCMNP$.

A. 60 **B.** $\frac{175}{3}$. **C.** $\frac{560}{9}$. **D.** $\frac{160}{9}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_{SIJK} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot V_{SABC} = \frac{8}{27} V_{SABC}$

$$\Rightarrow V_{IJKABC} = \frac{19}{27} V_{SABC} = \frac{19}{27} \cdot \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 10 = \frac{190}{9}$$

$$V_{ABC.MNP} = V_{ABCIJK} - (V_{B.MNJ} + V_{A.MIP} + V_{C.NPK}) \text{ mà } V_{B.MNJ} = V_{A.MIP} = V_{C.NPK}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.MNP} = V_{ABCIJK} - 3V_{B.MNJ}$$

Có $V_{BMNJ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNJ} \cdot h_b; h_b = d(B, (IJK))$

$$S_{\Delta IJK} = \frac{4}{9} S_{\Delta ABC} = \frac{4}{9} \cdot 10 = \frac{40}{9}$$

Mà $S_{\Delta MNJ} = \frac{1}{4} \cdot S_{\Delta IJK} = \frac{10}{9}; h_b = \frac{1}{3} h = 3$

$$\Rightarrow V_{BMNJ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{9} \cdot 3 = \frac{10}{9}$$

Vậy $V_{ABCMNP} = \frac{190}{9} - 3 \cdot \frac{10}{9} = \frac{160}{9}$

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $AB \perp SB, AC \perp SC$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{24}$.

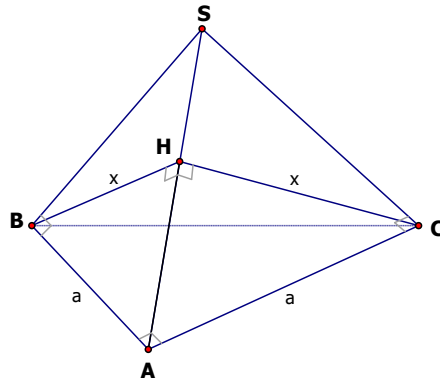
B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{36}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{36}$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết suy ra $\triangle SAB = \triangle SAC$ (1).

Gọi H là hình chiếu của B trên SA . Theo (1) ta có $CH \perp SA$ và $BH = CH$.

Đặt $BH = x$, ($0 < x < a$).

Theo giả thiết ta có góc $\widehat{BHC}$ bằng hoặc bù với 60° .

$\widehat{BHC}$ không thể bằng 60° vì khi đó $x = a$ nên $\widehat{BHC} = 120^\circ$. Khi đó

$$BC = x\sqrt{3} = a \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Dễ thấy } \frac{V_{S.ABC}}{V_{H.ABC}} = \frac{SA}{HA}.$$

$$\text{Ta có } HA = \frac{a\sqrt{6}}{3}, SB = SC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SH = \frac{a\sqrt{6}}{6} \Rightarrow \frac{SA}{HA} = \frac{3}{2}.$$

$$V_{H.ABC} = \frac{1}{3} HA \cdot \frac{1}{2} x^2 \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^3 \sqrt{2}}{36} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{24}$$

Câu 67. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$ là:

A. $\frac{V}{27}$.

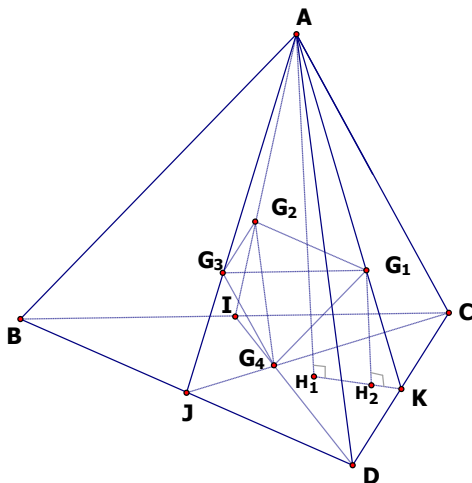
B. $\frac{V}{18}$.

C. $\frac{V}{108}$.

D. $\frac{V}{81}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, BD và DC .

Gọi h là khoảng cách từ A đến (BCD) , h_1 là khoảng cách từ G_4 đến $(G_1G_2G_3)$.

Vì $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$ nên $d(G_4, (G_1G_2G_3)) = d(G_1, (BCD)) = G_1H_2 = h'$, $h = AH_1$.

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h} = \frac{KG_1}{KA} = \frac{1}{3} \Rightarrow h_1 = \frac{h}{3}.$$

Gọi S , S' , S_1 lần lượt là diện tích các tam giác BCD , IJK và $G_1G_2G_3$.

Vì I, J, K lần lượt là trung điểm của BC , BD và DC nên:

$$S' = \frac{1}{2}JK \cdot d(I, JK) = \frac{1}{2} \cdot \frac{BC}{2} \cdot \frac{1}{2}d(D, BC) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot d(D, BC) = \frac{1}{4}S \quad (1).$$

Tam giác $G_1G_2G_3$ đồng dạng với tam giác KIJ với tỉ số đồng dạng là: $\frac{G_1G_2}{IK} = \frac{AG_1}{AK} = \frac{2}{3}$.

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S'} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_1 = \frac{4}{9}S' \quad (2) \quad (\text{Vì tỉ số diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng}).$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow S_1 = \frac{S}{9}.$$

$$\text{Thể tích khối tứ diện } G_1G_2G_3G_4 \text{ là: } V_1 = \frac{1}{3}S_1 \cdot h_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{S}{9} \cdot \frac{h}{3} = \frac{1}{27} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot S \cdot h\right) = \frac{V}{27}.$$

Câu 68. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân ($AD \parallel BC$), khoảng cách giữa AD và BC bằng a , $BC = a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $MC = x$ ($0 < x \leq a$). Thể tích khối chóp $S.CDM$ lớn nhất khi độ dài MC bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

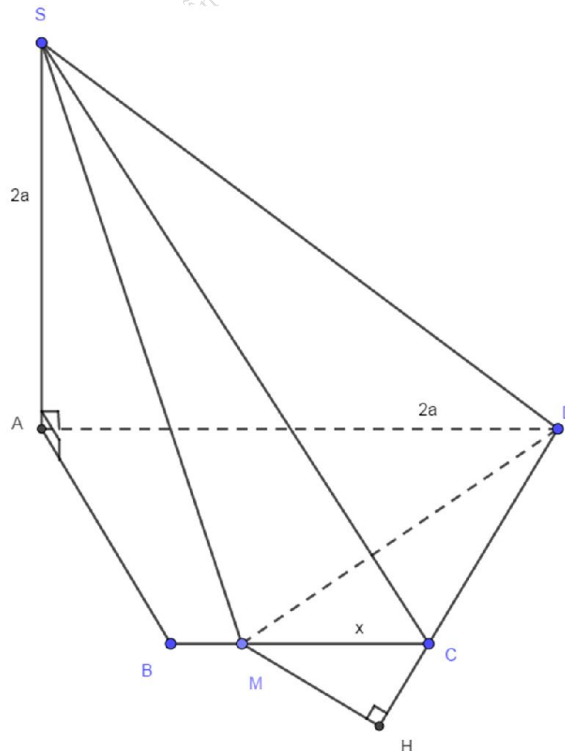
B. $\frac{a}{2}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



$$V_{S.CDM} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle CDM}$$

Ta có: $SA = 2a$.

$$\begin{aligned} \text{Và } S_{\triangle CDM} &= \frac{1}{2} \cdot CM \cdot CD \cdot \sin \widehat{MCD} \\ &= \frac{1}{2} x \cdot CD \cdot \sin \widehat{MCD}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_{S.CDM} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot x \cdot CD \cdot \sin \widehat{MCD}$$

Vì $V_{S.CDM}$ chỉ thay đổi khi x thay đổi, để thấy thể tích cần tìm lớn nhất khi x lớn nhất

$$\Leftrightarrow x = a \Rightarrow M \equiv B \Rightarrow MC = a.$$

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là V . Điểm M thay đổi trong tam giác BCD . Các đường thẳng qua M và song song với AB , AC , AD lần lượt cắt các mặt phẳng (ACD) , (ABD) , (ABC) tại N , P , Q . Giá trị lớn nhất của khối $MNPQ$ là

A. $\frac{V}{27}$.

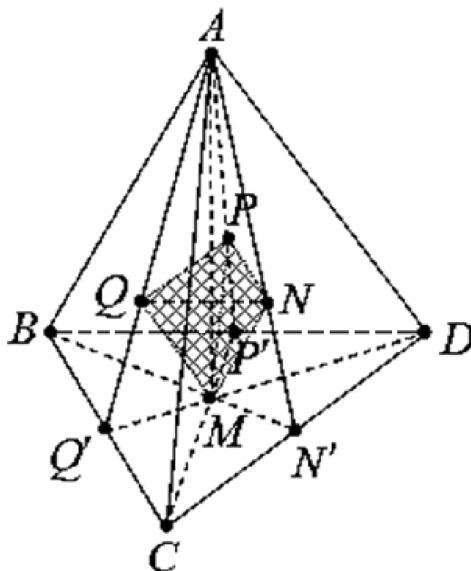
B. $\frac{V}{18}$.

C. $\frac{V}{81}$.

D. $\frac{2V}{27}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $N' = BM \cap CD$, $P' = CM \cap BD$, $Q' = MD \cap BC$.

□ Tam giác ABN' có $MN \parallel AB \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{N'M}{N'B}$.

□ Tam giác ACP' có $MP \parallel AC \Rightarrow \frac{MP}{AC} = \frac{P'M}{P'C}$.

□ Tam giác ADQ' có $QM \parallel AD \Rightarrow \frac{MQ}{AD} = \frac{Q'M}{Q'D}$.

Khi đó: $\frac{MN}{AB} + \frac{MP}{AC} + \frac{MQ}{AD} = \frac{N'M}{N'B} + \frac{P'M}{P'C} + \frac{Q'M}{Q'D}$

Mà $\frac{N'M}{N'B} + \frac{P'M}{P'C} + \frac{Q'M}{Q'D} = \frac{S_{MCD}}{S_{BCD}} + \frac{S_{MBD}}{S_{BCD}} + \frac{S_{MBC}}{S_{BCD}} = 1$ nên $\frac{MN}{AB} + \frac{MP}{AC} + \frac{MQ}{AD} = 1$

Lại có $1^3 = \left(\frac{MN}{AB} + \frac{MP}{AC} + \frac{MQ}{AD} \right)^3 \geq \left(3 \sqrt[3]{\frac{MN}{AB} \cdot \frac{MP}{AC} \cdot \frac{MQ}{AD}} \right)^3$ (Cauchy)

$\Leftrightarrow MN \cdot MP \cdot MQ \leq \frac{1}{27} AB \cdot AC \cdot AD \Rightarrow MN \cdot MP \cdot MQ$ lớn nhất khi $\frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = \frac{MQ}{AD}$

$$\Rightarrow M \text{ là trọng tâm tam giác } BCD \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = \frac{MQ}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow (NPQ) \parallel (BCD),$$

$$\frac{S_{NPQ}}{S_{N'P'Q'}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2, \text{ Mà } S_{N'P'Q'} = \frac{1}{4} S_{BCD} \text{ nên } S_{NPQ} = \frac{1}{9} S_{BCD} \text{ và } d(M, (NPQ)) = \frac{1}{3} d(A, (BCD))$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của khối tứ diện } MNPQ \text{ là } V_{MNPQ} = \frac{1}{3} S_{NPQ} \cdot d(M, (NPQ))$$

$$\Leftrightarrow V_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} S_{BCD} \cdot \frac{1}{3} d(A, (BCD)) = \frac{V}{27}, \text{ với } V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot d(A, (BCD)) = V$$

Câu 70. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AA' và

N là điểm nằm trên cạnh BB' sao cho $BN = 2B'N$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A. $\frac{7}{9}$.

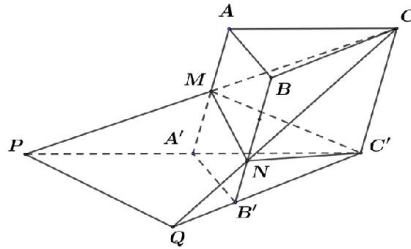
B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{13}{9}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có: } \frac{V_{ABC.MNC'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CC'}{CC'} \right) = \frac{13}{18} \Rightarrow V_{ABC.MNC'} = \frac{13}{9}.$$

$$\text{Lại có: } \frac{V_{ABC.MNC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CC}{CC'} \right) = \frac{7}{18} \Rightarrow V_{ABC.MNC} = \frac{7}{9}.$$

$$\text{Suy ra: } V_{C.MNC'} = V_{ABC.MNC'} - V_{ABC.MNC} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Mà: } \frac{V_{C.MNC'}}{V_{C.PQC'}} = \frac{CM}{CP} \cdot \frac{CN}{CQ} \cdot \frac{CC'}{CC'} \quad (*)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \Delta CMA \sim \Delta PMA' \\ \Delta CNB \sim \Delta QNB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{CM}{PM} = \frac{AM}{A'M} = 1 \\ \frac{CN}{QN} = \frac{BN}{B'N} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{CM}{CP} = \frac{1}{2} \\ \frac{CN}{CQ} = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Thay vào } (*) \text{ ta có: } \frac{V_{C.MNC'}}{V_{C.PQC'}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow V_{C.PQC'} = 3V_{C.MNC'} = 2.$$

$$\text{Có: } V_{A'B'C'.MNC} = V_{LT} - V_{ABC.MNC} = \frac{11}{9}.$$

$$\Rightarrow V_{A'MPB'NQ} = V_{C.PQC'} - V_{A'B'C'.MNC} = \frac{7}{9}.$$

Câu 71. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AA' và BB' . Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $CMNC'$ với khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{1}{3}$.

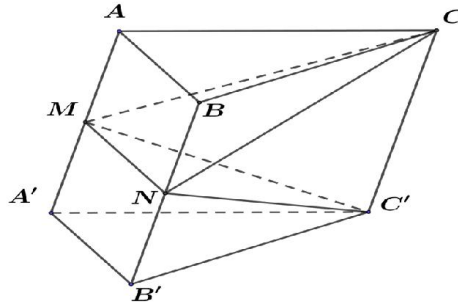
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\frac{V_{ABC.MNC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CC'}{CC'} \right) = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{ABC.MNC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$.

Tương tự ta có: $\frac{V_{A'B'C'.MNC'}}{V_{A'B'C'.ABC}} = \frac{1}{3} \left(\frac{A'M}{A'A} + \frac{B'N}{B'B} + \frac{C'C'}{C'C} \right) = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{A'B'C'.MNC'} = \frac{1}{3} V_{A'B'C'.ABC}$.

$$\Rightarrow V_{CMNC'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} \Leftrightarrow \frac{V_{CMNC'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 72. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng $A'D'$ và $C'D'$. Mặt phẳng (BMN) chia khối lập phương thành hai phần, gọi V là thể tích phần chứa đỉnh B' . Tính V ?

A. $\frac{25a^3}{72}$.

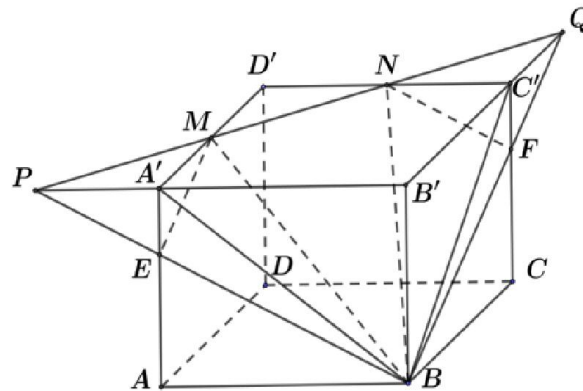
B. $\frac{7a^3}{24}$.

C. $\frac{25a^3}{24}$.

D. $\frac{7a^3}{72}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có thể tích cần tính là $V_{BB'EAMNC'F}$.

Mà $V_{BB'EAMNC'F} = V_{B.EAM} + V_{B.B'A'MNC'} + V_{B.FC'N}$.

Ta có: $\begin{cases} \triangle PA'M = \triangle ND'M \\ \triangle QC'N = \triangle MD'N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} PA' = ND' \\ QC' = MD' \end{cases}$.

Lại có: $MD' = ND' \Rightarrow PA' = ND' = MD' = QC' = \frac{a}{2}$.

Mà: $\begin{cases} \triangle PA'E \sim \triangle BAE \\ \triangle QC'F \sim \triangle BCF \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{A'E}{AE} = \frac{PA'}{BA} = \frac{1}{2} \\ \frac{C'F}{CF} = \frac{QC'}{BC} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow A'E = QC' = \frac{a}{3}$.

$$\text{Vậy ta có: } V_{B.EA'M} = \frac{1}{3}BA.S_{EA'M} = \frac{1}{3}BA.\frac{1}{2}A'M.A'E = \frac{a^3}{36}.$$

$$\text{Để thấy: } V_{B.FC'N} = V_{B.EA'M} = \frac{a^3}{36}.$$

$$\text{Có: } V_{B.B'A'MNC'} = \frac{1}{3}.BB'.S_{B'A'MNC'} = \frac{1}{3}BB'(S_{A'B'C'D'} - S_{MD'N}) = \frac{7a^3}{24}.$$

$$\text{Vậy: } V_{BB'EA'MNC'F} = \frac{25a^3}{72}.$$

Câu 73. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 6. Gọi điểm I là trung điểm AA' và điểm N thuộc cạnh BB' sao cho $B'N = 2BN$. Đường thẳng $C'I$ cắt đường thẳng CA tại P , đường thẳng $C'N$ cắt đường thẳng CB tại Q . Tính thể tích khối đa diện lồi $AIPBNQ$

A. $\frac{7}{9}$.

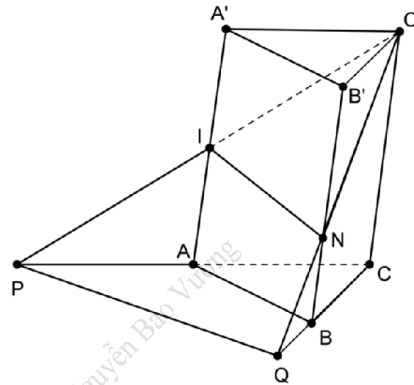
B. $\frac{11}{18}$.

C. $\frac{11}{9}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn D



$$\frac{V_{ABC.INC'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{AI}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CC'}{CC'} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{11}{18}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.INC'} = \frac{11}{18}V = \frac{11}{3}$$

$$\frac{S_{\Delta CPQ}}{S_{\Delta CAB}} = \frac{CP}{CA} \cdot \frac{CQ}{CB} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3 \Rightarrow S_{\Delta CPQ} = 3S_{\Delta CAB}$$

$$\Rightarrow V_{C'CPQ} = 3V_{C'.ABC} = 3 \cdot \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = 6$$

$$\Rightarrow V_{AIPBNQ} = V_{C'PQ} - V_{ABC.INC'} = \frac{7}{3}.$$

Câu 74. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi điểm M là trung điểm AA' và điểm N thuộc cạnh BB' sao cho $BN = \frac{1}{3}BB'$. Đường thẳng $C'M$ cắt đường thẳng CA tại D , đường thẳng $C'N$ cắt đường thẳng CB tại E . Tỉ số thể tích khối đa diện lồi $AMDDBNE$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{13}{18}$.

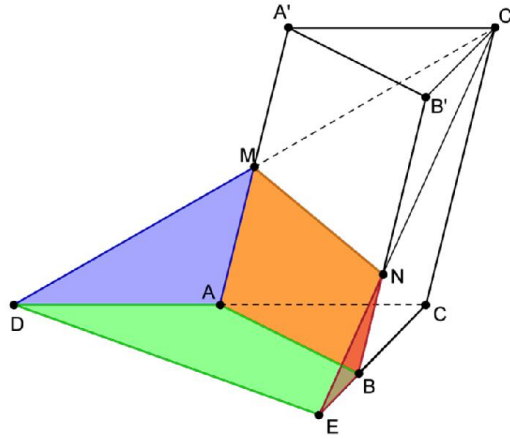
B. $\frac{7}{18}$.

C. $\frac{7}{12}$.

D. $\frac{8}{15}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi V_1 là thể tích khối đa diện lồi $AMDBNE$, V_2 là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

$$\frac{V_{ABC.MNC'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CC'}{CC'} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{11}{18} \Rightarrow V_{ABC.MNC'} = \frac{11}{18} V$$

$$\frac{S_{\triangle CAB}}{S_{\triangle CDE}} = \frac{CA}{CD} \cdot \frac{CB}{CE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{\triangle CDE} = 3S_{\triangle CAB}$$

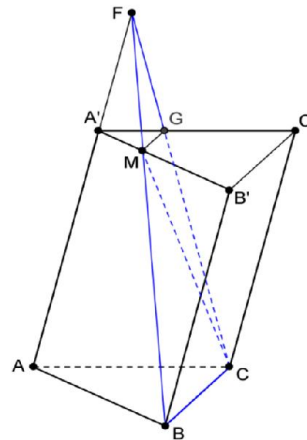
$$\Rightarrow V_{C'DE} = 3V_{C'.ABC} = 3 \cdot \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = V$$

$$\Rightarrow \frac{V_{AMDBNE}}{V} = \frac{V_{C'DE} - V_{ABC.C'MN}}{V} = \frac{7}{18}.$$

- Câu 75.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Điểm M là thuộc cạnh $A'B'$ sao cho $A'M = \frac{1}{3} A'B'$. Mặt phẳng (BCM) cắt đường thẳng AA' tại F , và cắt đường thẳng $A'C'$ tại G . Thể tích khối chóp $FA'MG$ bằng
- A. $\frac{5}{24}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{5}{36}$. D. $\frac{1}{54}$.

Lời giải

Chọn D



Đường thẳng AA' cắt BM tại $F \Rightarrow AA' \cap (BCM) = \{F\}$,

Đường thẳng FC cắt $A'C'$ tại $G \Rightarrow A'C' \cap (BCM) = \{G\}$

$$A'M \parallel AB \Rightarrow \frac{FA'}{FA} = \frac{FM}{FB} = \frac{A'M}{AB} = \frac{1}{3}; \quad A'G \parallel AC \Rightarrow \frac{FG}{FC} = \frac{FA'}{FA} = \frac{1}{3};$$

$$\Rightarrow \frac{V_{FA'MG}}{V_{FABC}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \Rightarrow V_{FA'MG} = \frac{1}{27} V_{FABC}$$

$$V_{FABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} d[F, (ABC)] = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot \frac{3}{2} d[A', (ABC)] = \frac{1}{2}$$

$$\text{Nên } V_{FA'MG} = \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{54}.$$

Câu 76. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , điểm A' cách đều ba điểm A, B, C và diện tích tam giác ABA' bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$. Thể tích khối đa diện $A'B'C'BC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

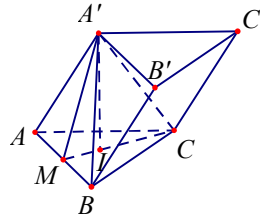
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Do điểm A' cách đều ba điểm A, B, C nên chân đường cao hạ từ A' là trọng tâm I của tam giác đều ABC . Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow A'M \perp AB$.

$$\text{Có } MI = \frac{1}{3} CM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Ta có: } S_{\Delta ABA'} = \frac{1}{2} AB \cdot A'M \Rightarrow A'M = \frac{2S_{\Delta ABA'}}{AB} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } A'IM \text{ có } A'I = \sqrt{A'M^2 - IM^2} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24} \text{ và } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{Do đó } V_{A'B'C'BC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8} - \frac{a^3\sqrt{3}}{24} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 77. Cho lăng trụ đều $ABC.EFH$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi S là điểm đối xứng của A qua BH . Thể tích khối đa diện $ABC.SFH$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

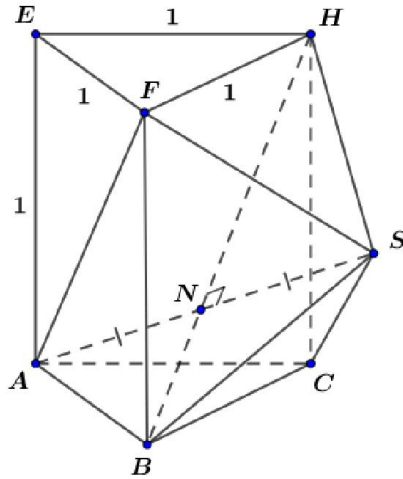
B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{ABC.SFH} = V_{A.BCHF} + V_{S.BCHF}$.

$$V_{A.BCHF} = \frac{2}{3} V_{ABC.EFH} = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Vì S là điểm đối xứng của A qua BH nên $AS \perp BH$ tại trung điểm N của AS.

Mà $BH \subset (BCHF)$ suy ra khoảng cách từ A đến $(BCHF)$ bằng khoảng cách từ S đến $(BCHF)$

$$\Rightarrow V_{A.BCHF} = V_{S.BCHF} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.SFH} = V_{A.BCHF} + V_{S.BCHF} = \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 78. Cho khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có thể tích bằng 30. Gọi O là tâm của hình bình hành ABB_1A_1 và G là trọng tâm tam giác $A_1B_1C_1$. Tính thể tích khối tứ diện $COGB_1$.

A. $\frac{7}{3}$.

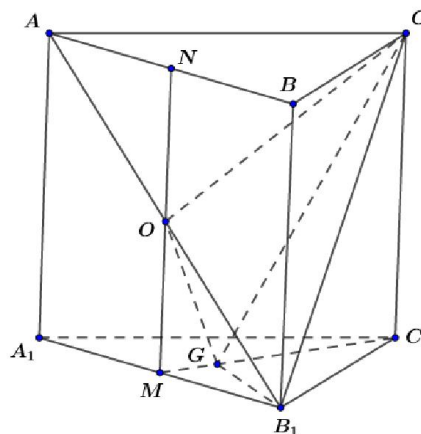
B. $k = \frac{16}{81}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và A_1B_1

$$\text{Ta có } V_{BCN.B_1C_1M} = \frac{1}{2} V_{ABC.A_1B_1C_1} = 15$$

$$V_{B_1.CNMC_1} = \frac{2}{3} V_{BCN.B_1C_1M} = 10$$

Mặt khác ta lại có: $V_{B_1.CGO} = \frac{1}{3} S_{\Delta CGO} \cdot d(B_1, (CGO))$.

$$\text{Mà } S_{\Delta CGO} = S_{CNC_1} - S_{\Delta CNO} - S_{\Delta CGC_1} - S_{\Delta OMG} = S_{CNC_1} - \frac{1}{4} S_{CNC_1} - \frac{1}{12} S_{CNC_1} - \frac{1}{3} S_{CNC_1} = \frac{1}{3} S_{CNC_1}$$

$$\Rightarrow V_{B_1.CGO} = \frac{1}{3} S_{\Delta CGO} \cdot d(B_1, (CGO)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} S_{CNC_1} d(B_1, (CGO)) = \frac{1}{3} V_{B_1.CNMC_1} = \frac{10}{3}.$$

Câu 79. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các mặt bên $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$. Gọi k là tỉ số thể tích của khối chóp $S.MNPQ$ và phần còn lại là. Khi đó:

A. $k = \frac{16}{81} V$.

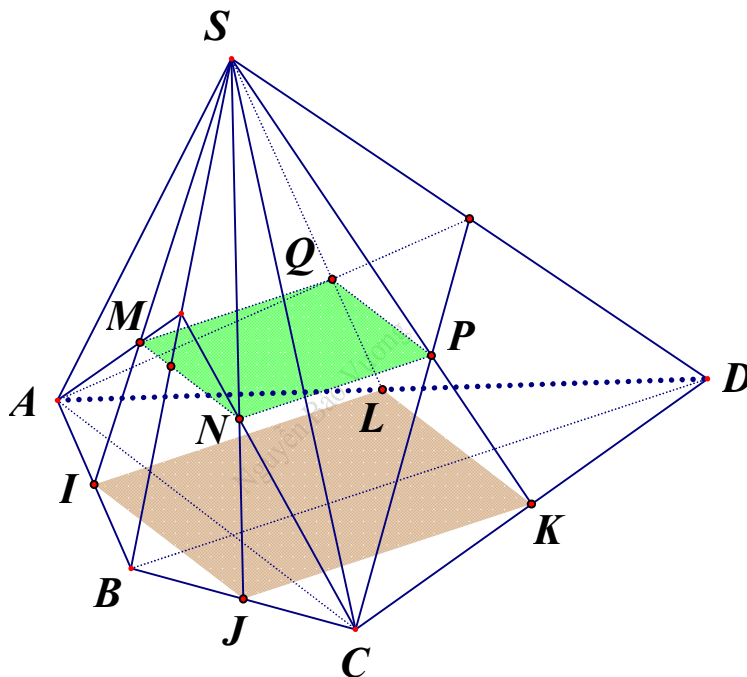
B. $\frac{15}{4}$.

C. $k = \frac{4}{23}$.

D. $k = \frac{4}{23} V$.

Lời giải

Chọn C



Gọi trung điểm các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA lần lượt là I, J, K, L .

Ta có: $MN \parallel AC$; $QP \parallel AC$; $MQ \parallel BD$; $NP \parallel BD$

Vậy $MNPQ$ là hình bình hành.

$$S_{AIL} = \frac{1}{4} S_{ABD}; S_{BIJ} = \frac{1}{4} S_{BAC}; S_{CJK} = \frac{1}{4} S_{CBD}; S_{DKL} = \frac{1}{4} S_{DCA}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{AIL} + S_{CJK} = \frac{1}{4} S_{ABD} + \frac{1}{4} S_{CBD} = \frac{1}{4} S_{ABCD} \\ S_{BIJ} + S_{DKL} = \frac{1}{4} S_{BAC} + \frac{1}{4} S_{DCA} = \frac{1}{4} S_{ABCD} \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } S_{IJKL} = \frac{1}{2} S_{ABCD}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{SMNPQ} = 2V_{SMNP} \text{ mà } \frac{V_{SMNP}}{V_{SIJK}} = \frac{SM}{SI} \cdot \frac{SN}{SJ} \cdot \frac{SP}{SK} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

$$V_{SIJK} = \frac{1}{3} h \cdot S_{IJK} = \frac{1}{3} h \cdot \left(\frac{1}{2} S_{IJKL} \right) = \frac{1}{3} h \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} S_{ABCD} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} h \cdot S_{ABCD} \right) = \frac{1}{4} V_{SABCD} = \frac{1}{4} V$$

$$\text{Suy ra } V_{SMNPQ} = 2 \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{4} \cdot V = \frac{4}{27} V.$$

$$\text{Khi đó, thể tích phần còn lại: } V' = V - V_{S.MNPQ} = V - \frac{4}{27} V = \frac{23}{27} V.$$

$$\text{Vậy, tỉ số cần tìm } k = \frac{V_{S.MNPQ}}{V'} = \frac{4}{23}.$$

----- HẾT -----

Nguyễn Bảo Vương