

Họ và tên thí sinh:

MÃ ĐỀ THI 101

Số báo danh:

Câu 1. Số cách chọn 4 học sinh từ 15 học sinh là

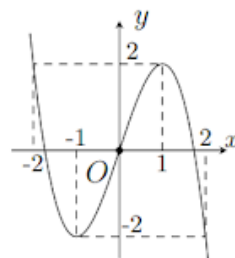
- A. C_{15}^4 . B. A_{15}^4 . C. 4^{15} . D. 15^4 .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = -9$, $u_4 = \frac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. -3 . D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 2)$. D. $(1; +\infty)$.

**Câu 4.** Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sau đây ?

- A. $y = \frac{3x-3}{-x+2}$. B. $y = \frac{3x-3}{x+2}$. C. $y = \frac{-3x+2}{x+1}$. D. $y = \frac{1+x}{1-3x}$.

Câu 5. Với a, b là các số thực dương, khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$. B. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.
C. $\log(ab) = \log a + \log b$. D. $\log \frac{a}{b} = \log_b a$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $2^x = 16$ là

- A. $x = -\frac{1}{4}$. B. $x = \frac{1}{4}$. C. $x = -4$. D. $x = 4$.

Câu 7. Phương trình $\log_2(x-3) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = 5$. B. $x = 9$. C. $x = 11$. D. $x = 8$.

Câu 8. Thể tích khối chóp có chiều cao bằng 5, diện tích đáy bằng 6 là

- A. $\frac{15}{2}$. B. 10. C. 11. D. 30.

Câu 9. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(1-x)$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$. D. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Câu 10. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 4$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 11. Thể tích khối cầu có bán kính $r = 2$ bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. $\frac{33\pi}{2}$. C. 16π . D. 32π .

Câu 12. Số cạnh của hình tứ diện là

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 5.

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$ là

- A. $\ln|2x+2| + C$. B. $-\frac{1}{2}\ln(x+1)^2 + C$.
C. $-\frac{1}{(x+1)^2} + C$. D. $-\ln|x+1| + C$.

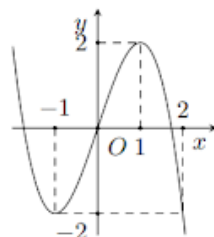
Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

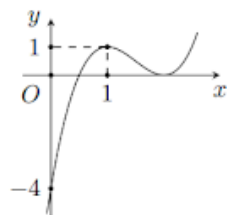
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. -2 . B. 1 . C. 2 . D. 0 .



Câu 16. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây ?

- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = -2x^3 + 9x^2 - 12x - 4$.
C. $y = x^4 - 3x + 2$. D. $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.



Câu 17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. B. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^x + C$.
C. $e^x + x^2 + C$. D. $e^x + 1 + C$.

Câu 18. Thể tích V của khối nón có chiều cao h và đáy có bán kính r là

- A. $V = \pi rh$. B. $V = \frac{2}{3}\pi rh$. C. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. D. $V = \pi r^2 h$.

Câu 19. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = -2$, $\int_0^1 g(x) dx = 5$ thì $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

- A. 1. B. -9 . C. -12 . D. 8.

Câu 20. Cho khối chóp có thể tích $V = 36 \text{ cm}^3$ và diện tích mặt đáy $B = 6 \text{ cm}^2$. Chiều cao của khối chóp là

- A. $h = 72 \text{ cm}$. B. $h = 18 \text{ cm}$. C. $h = 6 \text{ cm}$. D. $h = \frac{1}{2} \text{ cm}$.

Câu 21. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 3x^2$ và trục hoành là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 22. Với $a > 0$, đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng

- A. $4b + 7$. B. $4b + 3$. C. $4b$. D. $4b - 1$.

Câu 23. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 5 và bán kính đường tròn đáy bằng 4. Thể tích khối nón tạo bởi hình nón bằng

- A. $\frac{80\pi}{3}$. B. 48π . C. $\frac{16\pi}{3}$. D. 16π .

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x - 1) < 3$ là

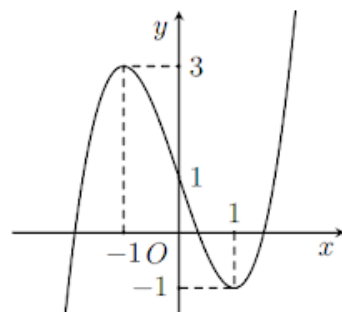
- A. $(-\infty; 3)$. B. $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$. C. $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 25. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{3x - 1}{x + 1}$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = x^4 - 4x^2$. D. $y = x^3 + x$.

Câu 26. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có dạng như đường cong trong hình vẽ bên. Gọi M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $P = M - 2m$.

- A. $P = 3$. B. $P = 4$. C. $P = 1$. D. $P = 5$.

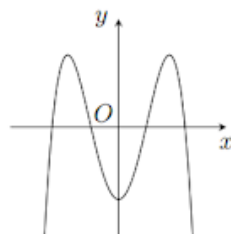


Câu 27. Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Tính $F'(25)$.

- A. 5. B. 25. C. 625. D. 125.

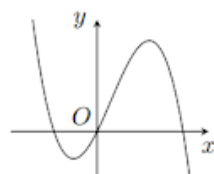
Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c < 0$.
C. $a > 0, b < 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.



Câu 29. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.



Câu 30. Cho mặt cầu $S(I, R)$ và mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Thiết diện của (P) và (S) là một đường tròn có bán kính bằng

- A. R . B. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. C. $R\sqrt{3}$. D. $\frac{R}{2}$.

Câu 31. Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2} = 5^{x+1}$.

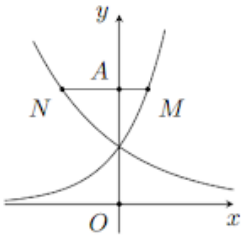
- A. 1. B. $2 - \log_3 5$. C. $-\log_3 45$. D. $\log_3 5$.

Câu 40. Ba số $a + \log_2 3$; $a + \log_4 3$; $a + \log_8 3$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân này bằng

- A. $\frac{1}{4}$.
- B. 1.
- C. $\frac{1}{3}$.
- D. $\frac{1}{2}$.

Câu 41. Cho số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục Ox mà cắt các đường $y = 4^x, y = a^x$, trục tung lần lượt tại M, N và A thì $AN = 2AM$ (hình vẽ bên). Giá trị của a bằng

- A. $\frac{1}{3}$.
- B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- C. $\frac{1}{4}$.
- D. $\frac{1}{2}$.



Câu 42. Cho $f\left(\frac{3x-4}{3x+4}\right) = x + 2$. Khi đó $I = \int f(x) \, dx$ bằng

- A. $I = e^{x+2} \ln \left| \frac{3x-4}{3x+4} \right| + C.$
- B. $I = -\frac{8}{3} \ln |1-x| + \frac{2}{3}x + C.$
- C. $I = \frac{8}{3} \ln |x-1| + \frac{x}{3} + C.$
- D. $I = \frac{8}{3} \ln |x-1| + x + C.$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	x_1	x_0	x_2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$				$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$				$-\infty$

Biết rằng phương trình $f(x) = g(x)$ có nghiệm $x_0 \in (x_1; x_2)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x) - g(x)|$ là

- A. 5.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 2.

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$								
	$-\infty$							$-\infty$

Số điểm cực đại của hàm số $y = f\left(\sqrt{x^2 - 2x + 2}\right)$ là

- A. 1.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 2.

Câu 45. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , M là trung điểm cạnh CC' biết hai mặt phẳng (MAB) và $(MA'B')$ tạo với nhau một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên n có 4 chữ số thỏa mãn $(2^n + 3^n)^{2020} < (2^{2020} + 3^{2020})^n$. Số phần tử của S là

- A. 8999. B. 2019. C. 1010. D. 7979.

Câu 47. Cho các hàm số $f(x) = |x|+1$, $g(x) = x^2+1$ và hàm số $h(x) = \begin{cases} \max\{f(x), g(x)\} & \text{nếu } x \leq 0 \\ \min\{f(x), g(x)\} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$.

Có bao nhiêu điểm để hàm số $y = h(x)$ không tồn tại đạo hàm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 48. Tính $a + b$ biết $[a; b]$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình

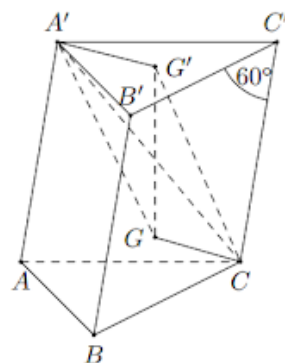
$$\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_4 (x^2 - 2x + m)} \leq 5$$

thỏa mãn với mọi $x \in [0; 2]$.

- A. $a + b = 4$. B. $a + b = 2$. C. $a + b = 0$. D. $a + b = 6$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Biết tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , các mặt bên là hình thoi, $\widehat{CC'B'} = 60^\circ$. Gọi G ; G' lần lượt là trọng tâm của tam giác BCB' và tam giác $A'B'C'$. Tính theo V thể tích của khối đa diện $GG'CA'$.

- A. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{6}$. B. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{8}$.
C. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{12}$. D. $V_{GG'CA'} = \frac{V}{9}$.



Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ sao cho $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \frac{f(x_1)}{f(x_2)}$ với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $f(x_2) \neq 0$. Biết $f'(1) = 2$, khi đó $f'(x)$ bằng

- A. $2f(x)$. B. $\frac{f(x)}{x}$. C. $2xf(x)$. D. $\frac{2f(x)}{x}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	B	C	D	C	B	C	D	A	A	A	C	C	D	A	C	D	B	A	B	D	C	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	B	B	C	A	B	C	B	B	A	B	B	C	D	B	A	D	A	C	D	D	D	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Số cách chọn 4 học sinh từ 15 học sinh là

A. C_{15}^4 .

B. A_{15}^4 .

C. 4^{15} .

D. 15^4 .

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 4 học sinh từ 15 học sinh là C_{15}^4 .

Câu 2. Cho cấp số nhân u_n , với $u_1 = -9$, $u_4 = \frac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. 3.

C. -3.

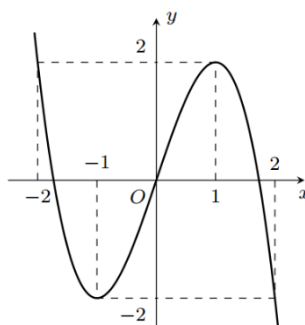
D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{u_4}{u_1}} = -\frac{1}{3}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $-\infty; 2$.

B. $-1; 1$.

C. $0; 2$.

D. $1; +\infty$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 4. Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{3x-3}{-x+2}$.

B. $y = \frac{3x-3}{x+2}$.

C. $y = \frac{-3x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{1+x}{1-3x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-3}{x+2} \right) = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 5. Với a, b là các số thực dương, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}.$

B. $\log ab = \log a \cdot \log b.$

C. $\log ab = \log a + \log b.$

D. $\log \frac{a}{b} = \log_b a.$

Lời giải

Chọn C

Công thức $\log(ab) = \log a + \log b.$

Câu 6. Nghiệm của phương trình $2^x = 16$ là

A. $x = -\frac{1}{4}.$

B. $x = \frac{1}{4}.$

C. $x = -4.$

D. $x = 4.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^x = 16 \Leftrightarrow x = \log_2 16 \Leftrightarrow x = 4.$

Câu 7. Phương trình $\log_2(x-3) = 3$ có nghiệm là

A. $x = 5.$

B. $x = 9.$

C. $x = 11.$

D. $x = 8.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(x-3) = 3 \Leftrightarrow x-3 = 2^3 \Leftrightarrow x = 11.$

Câu 8. Thể tích khối chóp có chiều cao bằng 5, diện tích đáy bằng 6 là

A. $\frac{15}{2}.$

B. 10.

C. 11.

D. 30.

Lời giải

Chọn B

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_d = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 6 = 10.$$

Câu 9. Tập xác định D của hàm số $y = \ln(1-x)$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$

B. $D = \mathbb{R}.$

C. $D = (-\infty; 1).$

D. $D = (1; +\infty).$

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1.$

Câu 10. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 4$ là

A. $(0; +\infty).$

B. $(0; 2).$

C. $(-\infty; 0).$

D. $(-2; 0).$

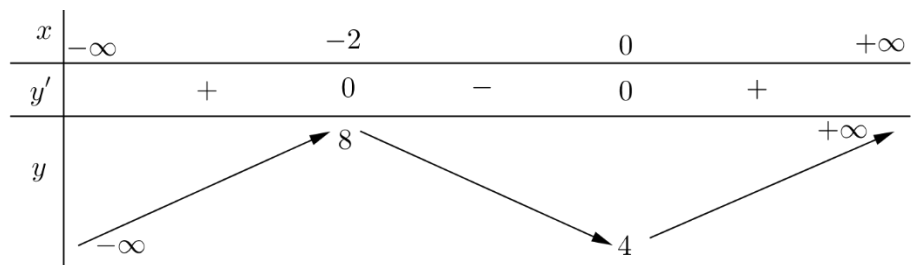
Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}.$

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên



Vậy hàm số đồng nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 11. Thể tích của khối cầu có bán kính $R = 2$ bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$.

B. $\frac{33\pi}{2}$.

C. 16π .

D. 32π .

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 12. Số cạnh của hình tứ diện là

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$ là

A. $\ln|2x+2| + C$.

B. $-\frac{1}{2}\ln(x+1)^2 + C$.

C. $-\frac{1}{(x+1)^2} + C$.

D. $-\ln|x+1| + C$.

Lời giải

Chọn A

Họ nguyên hàm của hàm số là $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C$.

Ở đây ta chọn đáp án A bởi vì $\ln|2x+2| + C = \ln|2(x+1)| + C = \ln|x+1| + \ln 2 + C = \ln|x+1| + C'$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

A. 3.

B. 4.

C. 2.

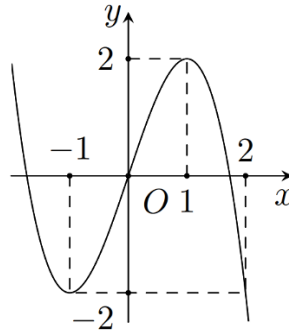
D. 1.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -3$ và $x = 3$ nên số điểm cực tiểu của hàm số là 2.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là



A. -2.

B. 1.

C. 2.

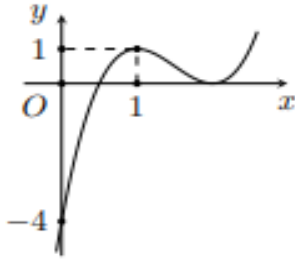
D. 0.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ là 2.

Câu 16. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x + 2$

B. $y = -2x^3 + 9x^2 - 12x - 4$.

C. $y = x^4 - 3x + 2$.

D. $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -4)$ nên loại các phương án A và **C.**

Từ đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ do đó loại phương án **B.**

Câu 17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

B. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}x + C$.

C. $e^x + x^2 + C$.

D. $e^x + 1 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int (e^x + x) dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 18. Thể tích V của khối nón có chiều cao h và đáy có bán kính r là

A. $V = \pi rh$.

B. $V = \frac{2}{3}\pi rh$.

C. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

D. $V = \pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn C

Câu 19. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = -2$, $\int_0^1 g(x) dx = 5$ thì $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

A. 1.

B. -9.

C. -12.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx + 2 \int_0^1 g(x) dx = -2 + 10 = 8.$$

Câu 20. Cho hình chóp có thể tích $V = 36 \text{ cm}^3$ và diện tích đáy $B = 6 \text{ cm}^2$. Chiều cao của khối chóp là

- A. $h = 72 \text{ cm}$. **B. $h = 18 \text{ cm}$.** C. $h = 6 \text{ cm}$. D. $h = \frac{1}{2} \text{ cm}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} B \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{3V}{B} \Leftrightarrow h = \frac{3 \cdot 36}{6} \Leftrightarrow h = 18 \text{ cm}.$$

Câu 21. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 3x^2$ và trục hoành là

- A. 3.** B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm } -x^4 + 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 3.

Câu 22. Với $a > 0$, đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng

- A. $4b + 7$. **B. $4b + 3$.** C. $4b$. D. $4b - 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2\left(\frac{16a^4}{2}\right) = \log_2\left(\frac{1}{2}\right) + \log_2((2a)^4) = -1 + 4\log_2(2a) = -1 + 4b$$

Câu 23. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 5 và bán kính đường tròn đáy bằng 4. Thể tích khối nón tạo bởi hình nón bằng

- A. $\frac{80\pi}{3}$. B. 48π . C. $\frac{16\pi}{3}$. **D. 16π .**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } l = 5, r = 4 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = 3$$

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$$

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) < 3$ là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$. **C. $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$.** D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐK: } x > \frac{1}{3}$$

$$\log_2(3x-1) < 3 \Leftrightarrow 3x-1 < 8 \Leftrightarrow x < 3$$

$$\text{KHDK: } x > \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} < x < 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$

Câu 25. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{3x-1}{x+1}$.

B. $y = x^3 - x$.

C. $y = x^4 - 4x^2$.

D. $y = x^3 + x$.

Lời giải

Chọn D

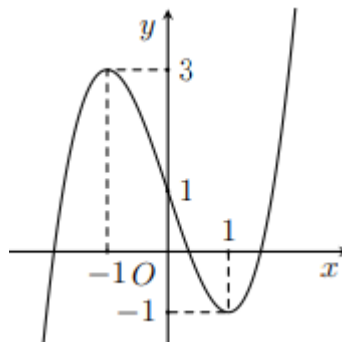
Xét hàm số $y = x^3 + x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Có $y' = 3x^2 + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy hàm số $y = x^3 + x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 26. Đồ thị của hàm số $f(x)$ có dạng đường cong trong hình vẽ bên. Gọi M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $P = M - 2m$.



A. $P = 3$.

B. $P = 4$.

C. $P = 1$.

D. $P = 5$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có: $M = 3, m = -1$

Vậy $P = M - 2m = 3 - 2(-1) = 5$.

Câu 27. Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Tính $F'(25)$.

A. 5.

B. 25.

C. 625.

D. 125.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F'(x) = f(x) \Rightarrow F'(25) = f(25) = 25^2 = 625$.

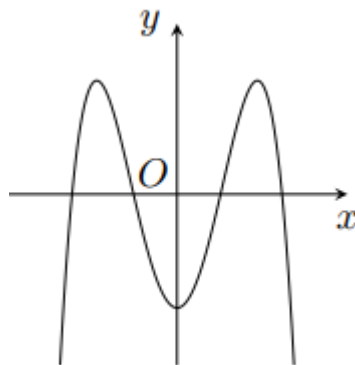
Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0$.



Lời giải

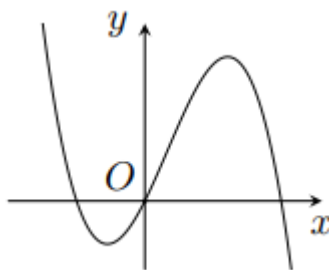
Chọn A

Từ hình dáng đồ thị hàm số ta được $a < 0$.

Từ giao điểm của đồ thị hàm số với trục Oy ta được $c < 0$

Vì hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2, (a, b, c \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$, từ đó ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+	-
$f(x)$			0		

Ta có: $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Câu 30. Cho mặt cầu $S(I, R)$ và mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Thiết diện của (P) và (S) là một đường tròn có bán kính bằng

A. R .

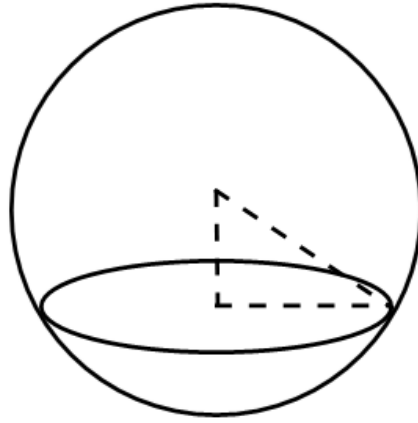
B. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.

C. $R\sqrt{3}$.

D. $\frac{R}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

- Câu 31.** Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2} = 5^{x+1}$
A. 1. **B.** $2 - \log_3 5$. **C.** $-\log_3 45$. **D.** $\log_3 5$.

Lời giải

Chọn C

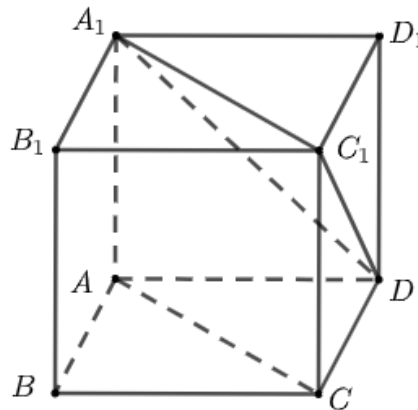
$$3^{x^2-2} = 5^{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 2 = (x+1)\log_3 5 \Leftrightarrow x^2 - x\log_3 5 - 2 - \log_3 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x\log_3 5 - \log_3 45 = 0$$

Theo định lý Viet ta được tích hai nghiệm bằng $-\log_3 45$.

- Câu 32.** Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA_1 bằng
A. 60° . **B.** 90° . **C.** 45° . **D.** 120° .

Lời giải

Chọn A



Ta có $AC \parallel A_1C_1$, do đó góc giữa $(AC, DA_1) = (A_1C_1, DA_1)$, bằng góc DA_1C_1 .

Do DA_1, A_1C_1, DC_1 là các đường chéo hình vuông nên bằng nhau. Vậy $\triangle DA_1C_1$ đều,

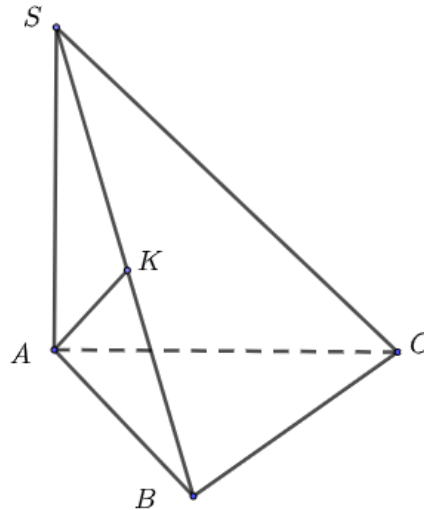
Vậy góc DA_1C_1 bằng 60° .

- Câu 33.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB=1$; $SA \perp (ABC)$, $SA=1$. Khoảng cách từ điểm A đến mp (SBC) bằng

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B



ΔSAB dựng $AK \perp SB$

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

Có $BC \perp AB$, suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AK$

Vậy $AK \perp (SBC), d(A, (SBC)) = AK$.

$$\text{Có } SA \cdot AB = AK \cdot SB \Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 34. Một hộp có chứa 3 viên bi đỏ, 2 viên bi xanh và n bi vàng (các viên bi kích thước như nhau và n là số nguyên dương). Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Biết xác suất để trong 3 viên bi lấy được có đủ ba màu là $\frac{9}{28}$. Xác suất để trong 3 viên bi lấy được có ít nhất một viên bi xanh bằng

A. $\frac{5}{14}$.

B. $\frac{25}{26}$.

C. $\frac{9}{14}$.

D. $\frac{31}{56}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có số phần tử của không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp: $n(\Omega) = C_{n+5}^3$

Gọi biến cố A: “Lấy được đủ ba màu”, ta có $n(A) = C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_n^1 = 6n$.

$$\text{Theo bài ra ta có: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6n}{C_{n+5}^3} = \frac{9}{28}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{6n \cdot 3! \cdot (n+2)!}{(n+5)!} = \frac{9}{28}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4n}{(n+3)(n+4)(n+5)} = \frac{1}{28}.$$

$$\Leftrightarrow n^3 + 12n^2 - 47n + 60 = 0 \Rightarrow n = 3$$

Gọi biến cố B: “Lấy được ít nhất một viên xanh”, ta có $n(B) = C_8^3 - C_6^3 = 36$.

$$\text{Suy ra: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{9}{14}.$$

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = (x+2a)(x+2b-a)(ax+1)$. Có bao nhiêu cặp $(a; b)$ để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. vô số.

Lời giải

Chọn B

TH1: $a = 0$, hàm số $f(x)$ là hàm số bậc hai, không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

TH2: $a \neq 0$, hàm số $f(x)$ là hàm bậc 3.

Để $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $a > 0$ và $f(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm trên $\mathbb{R}$.

Suy ra

$$-2a = a - 2b = -\frac{1}{a} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a = \frac{-1}{a} \\ a - 2b = -\frac{1}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ a = \frac{-1}{\sqrt{2}} \quad (l) \\ 2b = a + \frac{1}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ b = \frac{3}{2\sqrt{2}} \end{cases}.$$

Vậy chọn B

Câu 36. Một chiếc cốc dạng hình trụ, chiều cao $16cm$, đường kính là $8cm$, bề dày của thành cốc và đáy cốc bằng $1cm$. Nếu đổ một lượng nước vào cốc cách miệng cốc $5cm$ thì ta được khối nước có thể tích V_1 , nếu đổ đầy cốc ta được khối trụ (tính cả thành cốc và đáy cốc) có thể tích V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{245}{512}$.

C. $\frac{45}{128}$.

D. $\frac{11}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Khi đổ nước đầy cốc ta được khối trụ (tính cả thành cốc và đáy cốc) có $h_1 = 16cm, r_1 = 4cm$.

Khối nước khi đổ một lượng nước cách miệng cốc $5cm$ ta được khối trụ có

$$h_2 = 16 - 5 - 1 = 10cm, r_2 = \frac{8-1}{2} = \frac{7}{2}cm.$$

$$\text{Do đó: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 \cdot 10}{\pi \cdot 4^2 \cdot 16} = \frac{245}{512}.$$

Câu 37. Số người trong cộng đồng sinh viên đã nghe một tin đồn nào đó là $N = P(1 - e^{-0,15d})$ trong đó P là tổng số sinh viên của cộng đồng và d là số ngày trôi qua kể từ khi tin đồn bắt đầu. Trong một cộng đồng 1000 sinh viên, cần bao nhiêu ngày để 450 sinh viên nghe được tin đồn?

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$N = P(1 - e^{-0,15d}) \Leftrightarrow 450 = 1000 \cdot (1 - e^{-0,15d})$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,15d} = \ln \frac{11}{20} \Leftrightarrow d \approx 3,98$$

Vậy cần 4 ngày để 450 sinh viên nghe được tin đồn.

Câu 38. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A, B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\angle SAO = 30^\circ, \angle SAB = 60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng?

A. $2\pi a^2 \sqrt{3}$.

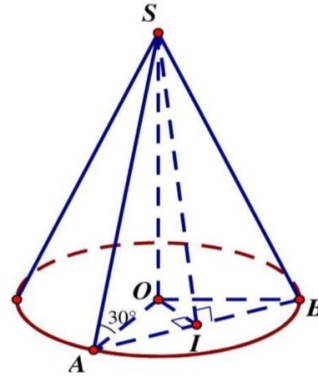
B. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của AB

Ta có:
$$\begin{cases} AO = SA \cdot \cos \angle SAO = SA \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} SA \\ AI = SA \cdot \cos \angle SAI = SA \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} SA \end{cases}$$

Nên: $\cos \angle IAO = \frac{AI}{AO} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin \angle IAO = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{OI}{OA} = \frac{a}{OA}$

$\Leftrightarrow OA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Tam giác SAO có:

$SA = \frac{OA}{\cos 30^\circ} = a\sqrt{2}$

Vậy: $S_{xq} = \pi \cdot OA \cdot SA = \pi \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a\sqrt{2} = \pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle ABC = 120^\circ$, $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $\frac{a\sqrt{41}}{6}$.

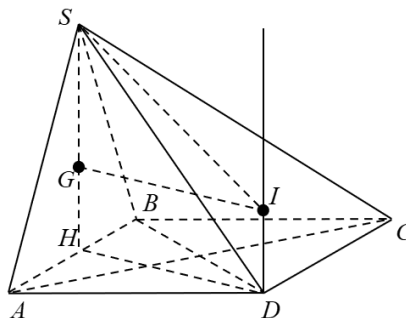
B. $\frac{a\sqrt{39}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{37}}{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{35}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Tam giác ABD đều nên $DA = DB = AB$

Mà $AB = BC = DC$

Nên $DA = DB = DC$

Suy ra D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Dựng trục $Dx \perp (ABCD)$

Gọi G là tâm của tam giác SAB . Dựng trục Gy

Gọi I là giao điểm Dx và Gy

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Tam giác ABD đều nên $DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Tam giác SAB đều nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SG = \frac{2}{3}SH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

$$R = IS = \sqrt{IG^2 + SG^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}.$$

Câu 40. Ba số $a + \log_2 3$; $a + \log_4 3$; $a + \log_8 3$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân này bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

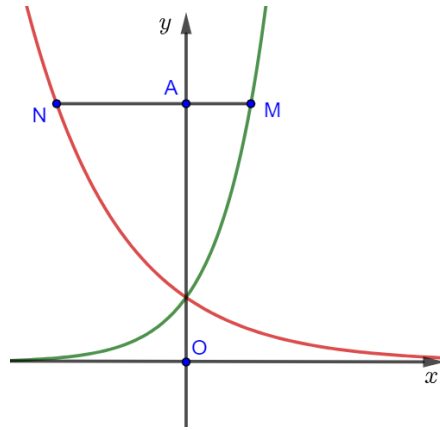
Chọn C

Theo giả thiết, ta có:

$$\begin{aligned}(a + \log_4 3)^2 &= (a + \log_2 3)(a + \log_8 3) \Leftrightarrow a \log_2 3 + \left(\frac{1}{2} \log_2 3\right)^2 = \frac{4}{3} a \log_2 3 + \frac{1}{3} (\log_2 3)^2 \\&\Leftrightarrow \frac{1}{3} a \log_2 3 = -\frac{1}{12} (\log_2 3)^2 \\&\Leftrightarrow a = -\frac{1}{4} \log_2 3\end{aligned}$$

$$\text{Vậy: } q = \frac{a + \log_4 3}{a + \log_2 3} = \frac{-\frac{1}{4} \log_2 3 + \frac{1}{2} \log_2 3}{-\frac{1}{4} \log_2 3 + \log_2 3} = \frac{1}{3}$$

Câu 41. Cho số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục Ox mà cắt các đồ thị $y = 4^x$, $y = a^x$, trục tung lần lượt tại M, N và A thì $AN = 2AM$ (hình vẽ bên). Giá trị của a bằng



A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử: $A(0;t)$, $N(\log_a t;t)$, $M(\log_4 t;t)$. Thì: $AN = -\log_a t$, $AM = \log_4 t$.

Theo giả thiết: $AN = 2AM \Rightarrow -\log_a t = 2\log_4 t \Leftrightarrow \log_{a^{-1}} t = \log_2 t \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

Câu 42. Cho $f\left(\frac{3x-4}{3x+4}\right) = x+2$. Khi đó $I = \int f(x)dx$ bằng

A. $I = e^{x+2} \ln \left| \frac{3x-4}{3x+4} \right| + C$.

B. $I = -\frac{8}{3} \ln |1-x| + \frac{2}{3}x + C$.

C. $I = \frac{8}{3} \ln |x-1| + \frac{x}{3} + C$. D. $I = \frac{8}{3} \ln |x-1| + x + C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt: $\frac{3x-4}{3x+4} = t \Leftrightarrow 1 - \frac{8}{3x+4} = t \Leftrightarrow \frac{1}{3x+4} = \frac{1-t}{8} \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \cdot \frac{1+t}{1-t}$

Theo giả thiết: $f(t) = \frac{4}{3} \cdot \frac{1+t}{1-t} + 2 = \frac{10-2t}{3(1-t)} = \frac{2}{3} + \frac{8}{3(1-t)}$

Nên: $f(x) = \frac{2}{3} + \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{1-x} \Rightarrow \int f(x)dx = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3} \ln |1-x| + C$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	x_1	x_0	x_2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$+$	$+$	$+$	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$-$	$-$	$-$	$-\infty$

Biết rằng phương trình $f(x) = g(x)$ có nghiệm $x_0 \in (x_1; x_2)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x) - g(x)|$ là

A. 5.

B. 3.

C. 4.

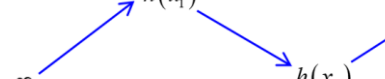
D. 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $h(x) = f(x) - g(x)$, với $x \in \mathbb{R}$. Khi đó, $h'(x) = f'(x) - g'(x)$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = h(x)$ như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$g'(x)$		-	0	+	0	-
$h'(x)$		+	0	-	0	+
$h(x)$						

Vậy hàm số $y = h(x) = f(x) - g(x)$ có hai điểm cực trị.

Mà phương trình $f(x) - g(x) = 0$ có nghiệm $x_0 \in (x_1; x_2)$ nên $h(x_0) = 0$. Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = h(x)$, ta thấy phương trình $h(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y = |f(x) - g(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$								

$-\infty$

$\nearrow$

$\searrow$

$-\infty$

$\nearrow$

$\searrow$

$-\infty$

$-\infty$

Số điểm cực đại của hàm số $y = f(\sqrt{x^2 - 2x + 2})$ là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 - 2x + 2})$. Ta có $g'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}} f'(\sqrt{x^2 - 2x + 2})$.

Nhận xét: $\sqrt{x^2 - 2x + 2} \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ f'(\sqrt{x^2 - 2x + 2}) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \sqrt{x^2 - 2x + 2} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 1 + 2\sqrt{2} \\ x < 1 - 2\sqrt{2} \end{cases}.$$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$	$1-2\sqrt{2}$	1	$1+2\sqrt{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Vậy theo Bảng xét dấu ta thấy $g(x)$ có hai điểm cực đại.

Câu 45. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , M là trung điểm cạnh CC' biết hai mặt phẳng MAB , $MA'B'$ tạo với nhau một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

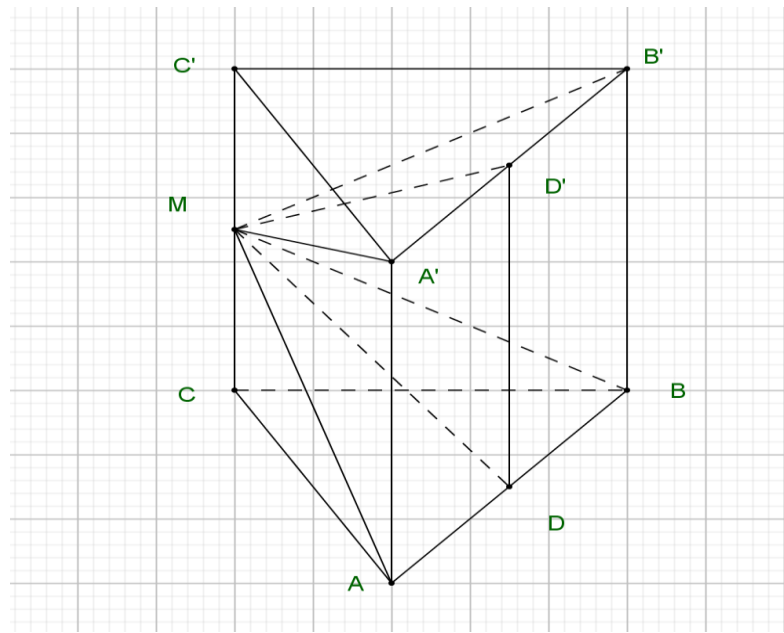
B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi D, D' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$.

Vì $AB \perp CC$; $AB \perp CM$ (do $\triangle ABC$ đều) $\Rightarrow AB \perp CDD'C'$.

Mà $A'B' \parallel AB \Rightarrow A'B' \perp CDD'C'$.

Suy ra $MAB \perp CDD'C'$, $MA'B' \perp CDD'C'$.

Ta có $MAB \cap CDD'C' = MD$, $MA'B' \cap CDD'C' = MD'$.

$$\Rightarrow MAB, MA'B' = MD, MD' = DMD' = 60^\circ \Rightarrow CMD = C'MD' = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\tan CMD = \frac{CD}{CM} \Rightarrow CM = \frac{CD}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a}{2} \Rightarrow CC' = a.$$

$$\text{Thể tích của khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V = Bh = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

- Câu 46.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên n có 4 chữ số thỏa mãn $2^n + 3^n < 2^{2020} + 3^{2020}$. Số phần tử của S là
- A. 8999. B. 2019. **C. 1010.** D. 7979.

Lời giải

Chọn C

$$2^n + 3^n < 2^{2020} + 3^{2020} \Leftrightarrow 2020 \ln 2^n + 3^n < n \ln 2^{2020} + 3^{2020} \quad (\text{lấy } \ln \text{ hai vế})$$

$$\Leftrightarrow f(n) = 2020 \ln 2^n + 3^n - n \ln 2^{2020} - 3^{2020} < 0 \quad (*)$$

Khảo sát hàm số $y = f(n)$, có

$$\begin{aligned} f'(n) &= \frac{2020}{2^n + 3^n} (2^n \ln 2 + 3^n \ln 3 - \ln 2^{2020} + 3^{2020}) \\ &= \frac{2^n (2020 \ln 2 - \ln 2^{2020}) + 3^n (2020 \ln 3 - \ln 3^{2020})}{2^n + 3^n} \\ &= \frac{2^n \ln \frac{2^{2020}}{2^{2020} + 3^{2020}} + 3^n \ln \frac{3^{2020}}{2^{2020} + 3^{2020}}}{2^n + 3^n} = \frac{2^n \ln 3^{-2020} + 3^n \ln 2^{-2020}}{2^n + 3^n} \\ &= \frac{-2020 \ln 3 \cdot 2^n - 2020 \ln 2 \cdot 3^n}{2^n + 3^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}. \end{aligned}$$

Suy ra, $f(n)$ là hàm nghịch biến.

Ta có $f(2020) = 0$. Khi đó $(*) \Leftrightarrow f(n) < f(2020) \Leftrightarrow n < 2020$

mà $n \geq 1000, n \in \mathbb{N} \Rightarrow 1000 \leq n < 2020$.

Vậy có 1010 số tự nhiên n thỏa mãn yêu cầu bài toán.

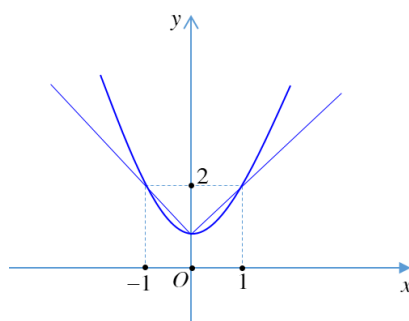
- Câu 47.** Cho các hàm số $f(x) = |x| + 1$, $g(x) = x^2 + 1$ và hàm số $h(x) = \begin{cases} \max\{f(x), g(x)\} & \text{nếu } x \leq 0 \\ \min\{f(x), g(x)\} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$.

Có bao nhiêu điểm để hàm số $y = h(x)$ không tồn tại đạo hàm?

- A. 0. B. 1. C. 2. **D. 3.**

Lời giải

Chọn D



Ta có $h(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{nếu } x \leq -1 \\ -x + 1 & \text{nếu } -1 < x \leq 0 \\ x^2 + 1 & \text{nếu } 0 < x \leq 1 \\ x + 1 & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$, vậy có 3 vị trí đồ thị hàm số bị “gãy” nên tại đó không tồn tại đạo hàm.

Câu 48. Tính $a+b$ biết $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_4 (x^2 - 2x + m)} \leq 5$ thỏa mãn với mọi $x \in [0;2]$.

A. $a+b=4$.

B. $a+b=2$.

C. $a+b=0$.

D. $a+b=6$.

Lời giải

Chọn D

Xét bất phương trình $\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_4 (x^2 - 2x + m)} \leq 5$ (1)

Ta có (1) $\Leftrightarrow \log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m}} \leq 5$ (2)

Điều kiện $\begin{cases} x^2 - 2x + m > 0 \\ \log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} \geq 0 \end{cases}$ (*)

Đặt $t = \sqrt{\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m}}$, bất phương trình (2) trở thành

$$t^2 + 4t - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq t \leq 1.$$

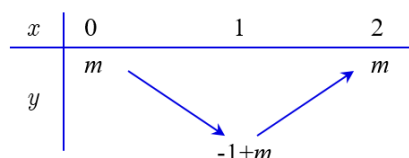
Do

đó

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m}} \leq 1 \\ \sqrt{\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m}} \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} \leq 1 \\ \log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + m} \leq 2 \\ \sqrt{x^2 - 2x + m} \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + m \leq 4 \\ x^2 - 2x + m \geq 1 \end{cases} \quad (3)$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 2x + m$ trên $[0;2]$, ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

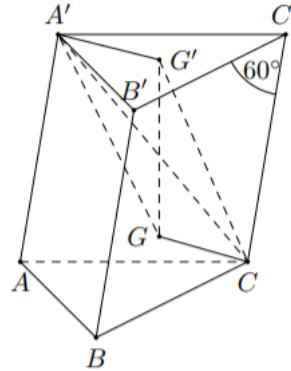


Từ bảng biến thiên ta có, hệ (3) nghiệm đúng với mọi $x \in [0;2]$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \max_{[0;2]} f(x) = m \leq 4 \\ \min_{[0;2]} f(x) = -1 + m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 4.$$

Suy ra $\begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}$, vậy $a+b=6$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Biết tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , các mặt bên là hình thoi, $CC'B' = 60^\circ$. Gọi $G; G'$ lần lượt là trọng tâm của tam giác BCB' và tam giác $A'B'C'$. Tính theo V thể tích của khối đa diện $GG'CA$.



A. $V_{GG'CA} = \frac{V}{6}$.

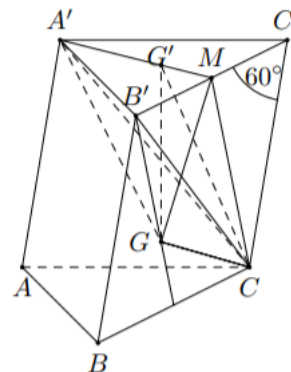
B. $V_{GG'CA} = \frac{V}{8}$.

C. $V_{GG'CA} = \frac{V}{12}$.

D. $V_{GG'CA} = \frac{V}{9}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $BCC'B'$ là hình thoi và $CC'B' = 60^\circ$ nên $\triangle CC'B'$ đều.

Gọi M trung điểm $B'C'$, ta có

$$S_{\triangle GMC} = S_{\triangle B'MC} = \frac{1}{2} S_{\triangle CC'B'} = \frac{1}{4} S_{BCC'B'}$$

Khi đó

$$V_{A'.G'GC} = V_{A'.MGC} - V_{G'.MGC} = \frac{2}{3} V_{A'.MGC}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} V_{A'.BCC'B'}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{V}{9}$$

Chọn đáp án D

- Câu 50.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ sao cho $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \frac{f(x_1)}{f(x_2)}$ với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $f(x_2) \neq 0$. Biết $f'(1) = 2$, khi đó $f'(x)$ bằng
- A. $2f(x)$. B. $\frac{f(x)}{x}$. C. $2xf(x)$. **D. $\frac{2f(x)}{x}$.**

Lời giải

Chọn D

Theo giả thuyết, suy ra

$$f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \frac{f(x_1)}{f(x_2)} \Rightarrow f(1) = \frac{f(1)}{f(1)} = 1$$

Xét với mỗi $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, suy ra rằng $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{f(1)}{f(x)} = \frac{1}{f(x)}$.

Điều này chứng tỏ rằng $\forall x \neq 0$ thì $f(x) \neq 0$. Khi đó, theo định nghĩa của đạo hàm của hàm số $y = f(x)$, với mỗi $x \neq 0$ suy ra

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f(x) \times \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{\frac{f(x+h)}{f(x)} - 1}{\frac{h}{x}} \right\}$$

$$= f(x) \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{x+h}{x}\right) - 1}{\frac{h}{x}}$$

$$= \frac{f(x)}{x} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(1 + \frac{h}{x}\right) - f(1)}{\frac{h}{x}}$$

$$= \frac{f(x)}{x} \times f'(1) = \frac{2f(x)}{x}$$

$$\text{Vậy } f'(x) = \frac{2f(x)}{x}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Có thể chọn $f(x) = x^2$

Chọn đáp án D