

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG NAI

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 THPT
NĂM HỌC 2024-2025

ĐỀ THAM KHẢO (DỰ THẢO)

Môn Toán học

Thời gian làm bài 180 phút

(Đề thi gồm hai trang có mười câu trắc nghiệm và ba bài tự luận).

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (10 điểm)

Câu	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c	6d
Trả lời												
Câu	7				8				9			
Trả lời												

Học sinh kẻ bảng trên vào giấy làm bài thi và trả lời các câu hỏi trắc nghiệm bằng cách:

Ghi một ký tự **A** hoặc **B** hoặc **C** hoặc **D** vào ô trả lời tương ứng với đáp án của mỗi câu từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a, b, c, d ở câu 5, câu 6 ghi vào ô trả lời Đ nếu đúng hoặc S nếu sai. Chỉ ghi đáp số vào ô trả lời của mỗi câu từ câu 7 đến câu 10.

1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (2 điểm)

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4, mỗi câu chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 3}{x + 2}$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 0. B. 1, 8. C. 1. D. 5.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x+1}{1} = \frac{y+7}{5} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y + z = 0$. Đường thẳng đối xứng của d qua (P) có phương trình là

- A. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{1}$. B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$.
C. $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$. D. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 3. Bảng dưới đây ghi tốc độ của một số xe ô tô khi đi qua điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/giờ)	[50 ; 52)	[52 ; 54)	[54 ; 56)	[56 ; 58)	[58 ; 60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 55, 675. B. 52, 26. C. 54, 87. D. 55, 74.

Câu 4. Một công ty có 55% thành viên là nam và tỷ lệ thành viên nam, thành viên nữ có bằng đại học lần lượt là 25%, 30%. Chọn ngẫu nhiên 1 thành viên của công ty đó, xác suất để thành viên này có bằng đại học là

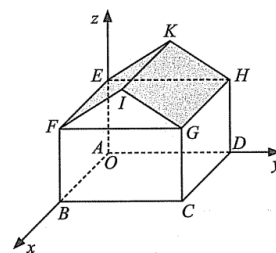
- A. 0, 2725. B. 0, 25. C. 0, 1375. D. 0, 2775.

2. Câu trắc nghiệm đúng, sai (4 điểm)

Trong mỗi ý a, b, c, d của câu 5, câu 6, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ Cho biết tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

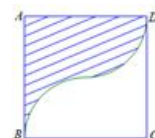
- a) Hàm số đó có đạo hàm là $y' = f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$ (với $x \neq 1$).
- b) Đường thẳng $y = x - 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đó.
- c) Giá trị cực tiểu của hàm số đó bằng 1.
- d) Phương trình $|f(x)| = \frac{1}{x}$ có đúng 1 nghiệm.



Câu 6. Một nhà kho được minh họa như hình bên, trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), biết nhà kho có chiều cao bằng 9 m, hai mái $EFIK$, $HGIK$ là hai hình chữ nhật có kích thước bằng nhau, các bức tường tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$, $AB = 10$ m, $AC = 24$ m, $AE = 7$ m. Cho biết tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

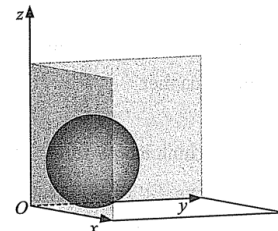
- a) Tọa độ của các điểm $E(0; 0; 7)$, $F(10; 0; 7)$, $I(10; 12; 9)$.
- b) Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình là $y - 6z + 42 = 0$.
- c) Mặt phẳng $(HGIK)$ có phương trình là $x + 2y - 34 = 0$.
- d) Đường thẳng AG có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (4 điểm, học sinh chỉ ghi đáp số ở mỗi câu từ câu 7 đến câu 10)



Câu 7. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo ở hình bên) quanh trục AB . Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB , AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh BC , AD . Tính thể tích của vật trang trí đó, làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Câu 8. Hai quả bóng có dạng hình cầu, có bán kính khác nhau. Nếu lần lượt đặt hai quả bóng đó vào góc một căn phòng sao cho quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền căn phòng thì trên bề mặt mỗi quả bóng đó tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường và nền căn phòng lần lượt là 2 dm, 3 dm, 1 dm (xem hình bên). Tính tổng độ dài các bán kính của hai quả bóng đó.



Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{5}{x^3} + \ln\left(\frac{x+2}{x-2}\right)$.

Có bao nhiêu số nguyên $a \in (-\infty; 2100)$ thỏa mãn $f(a - 2025) + f(5a - 29) = 0$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = 3a$, $BC = 4a$, với $a > 0$, biết đáy ABC là tam giác vuông tại C và góc giữa đường thẳng $B'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Tính sin của góc giữa đường thẳng $B'C$ và mặt phẳng (ABC') .

II. PHẦN TỰ LUẬN (10 điểm, học sinh viết đầy đủ lời giải các bài từ bài 1 đến bài 3)

Bài 1. (5 điểm)

1) Tìm tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 9$ và tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị đó.

2) Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2\sin^2 x - \sin 2x + \sin x - \cos x - 1 = 0$.

Bài 2. (3 điểm)

1) Cho hàm số $f(x) = \ln\left(\frac{2024x}{x+2}\right)$. Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số đã cho.

Chứng minh $f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2024) < \frac{3}{2}$.

2) Hỏi có bao nhiêu cách sắp 6 quyển sách khác nhau vào 3 ngăn tủ khác nhau sao cho mỗi ngăn tủ

có ít nhất một quyển sách? (Biết mỗi ngăn tủ có thể chứa được từ 1 đến 6 quyển sách và không kể thứ tự các quyển sách trong mỗi ngăn tủ).

Bài 3. (2 điểm)

1) Chứng minh C_{2n}^n là số chẵn, với mọi số nguyên dương n .

2) Cho hàm số $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ thỏa mãn $f(f(2a) + f(b)) = 2a + b$, với mọi số hữu tỷ a, b (ký hiệu tập hợp các số hữu tỷ là $\mathbb{Q}$). Chứng minh f là hàm số lẻ.

HẾT

(Các học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay, không được sử dụng tài liệu).

Họ và tên học sinh: Số báo danh: Trường, trung tâm: