

Dạng 1. Xác định đường tiệm cận thông qua bảng biến thiên

1

A. 3

B. 2

C. 4

D. 1

Câu 5. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	
y			$+\infty$	0

A. 3

B. 2

C. 4

D. 1

Câu 6. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'		-	0	+
y	0	$+\infty$	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 7. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 8. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	-5	1	-5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

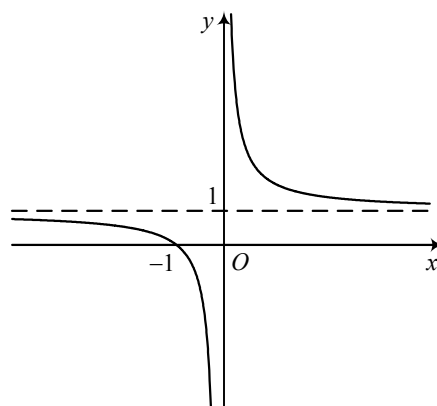
A. 4

B. 2

C. 3

D. 1

Câu 9. (THPT HÙNG VƯƠNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$.
- B. Hàm số có hai cực trị.
- C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
- D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		+	0	-
y	0	2	$-\infty$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4.
- B. 1.
- C. 3.
- D. 2.

Câu 11. (ĐỀ 01 ĐỀ PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4.
- B. 1.
- C. 3.
- D. 2.

Câu 12. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		-	+	-
y	$+\infty$	1	$-\infty$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 13. (THPT - YÊN ĐỊNH THANH HÓA 2018 2019- LẦN 2) Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	$+$	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Dạng 2. Xác định đường tiệm cận đồ thị hàm số thông hàm số cho trước

Câu 15. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$?

- A. $x = -1$ B. $y = -1$ C. $y = 2$ D. $x = 1$

Câu 16. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 17. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$ D. $y = \frac{x}{x + 1}$

Câu 18. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

- A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

Câu 19. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 20. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 21. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 22. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 23. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

- A. $x=3$ và $x=2$. B. $x=3$ C. $x=-3$ và $x=-2$. D. $x=-3$.

Câu 24. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 25. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 26. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 27. (THPT GANG THẾP THÁI NGUYÊN NĂM 2018-2019) Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất

cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 28. (ĐỀ 04 VTED NĂM 2018-2019) Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2}$ là?

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 29. (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

Câu 30. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 31. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2} + 1}{x^2 - 3x + 2}$ là

A. 4 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 32. (THPT THIẾU HÓA – THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = \frac{5\sqrt{x^2 + 6} + x - 12}{4x^3 - 3x - 1}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị (C) của hàm số không có tiệm cận.
 B. Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y = 0$.
 C. Đồ thị (C) của hàm số có một tiệm cận ngang $y = 0$ và hai tiệm cận đứng $x = 1; x = -\frac{1}{2}$.
 D. Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y = 0$ và một tiệm cận đứng $x = 1$

Câu 33. (THPT LÊ VĂN THỊNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Đồ thị hàm số $y = \frac{5x + 1 - \sqrt{x+1}}{x^2 + 2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3 B. 0 C. 2 D. 1

Dạng 3. Định m để đồ thị hàm số có đường tiệm cận thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 34. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang

A. $m < 0$
 B. $m = 0$
 C. $m > 0$
 D. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài

Câu 35. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. $m = -1$ B. $m \in \{1; 4\}$ C. $m = 4$ D. $m \in \{-1; -4\}$

Câu 36. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Có bao nhiêu giá trị

nguyên của m để đồ thị hàm số $y = \frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$ có đúng một đường tiệm cận?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. Vô số.

Câu 37. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của

tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng:

- A. 2021. B. 2018. C. 2019. D. 2020.

Câu 38. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tất cả các giá trị của tham số

m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{5x-3}{x^2-2mx+1}$ không có tiệm cận đứng.

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ B. $-1 < m < 1$ C. $m = -1$ D. $m = 1$

Câu 39. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số

$y = f(x) = \frac{x+1}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận

- A. $m > 2$ B. $\begin{cases} m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

Câu 40. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Biết rằng đồ thị của hàm số

$y = \frac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

- A. 0 B. -3 C. 3 D. 6

Câu 41. (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên

của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{mx^2-8x+2}}$ có đúng bốn đường tiệm cận?

- A. 8 B. 6 C. 7 D. Vô số

Câu 42. (TT HOÀNG HOA THÁM - 2018-2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số

$y = \frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$ có đúng một đường tiệm cận?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. Vô số.

Câu 43. (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02) Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số

$y = \frac{x^2-1}{x^2+2mx+2m^2-25}$ có ba đường tiệm cận?

- A. 9. B. 11. C. 5. D. 7.

Câu 44. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị m nguyên

thuộc khoảng $(-10; 10)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

- A. 12. B. 11. C. 0. D. 10.

Câu 45. (GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Với giá trị nào của hàm số m để đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang.

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = \pm 1$ D. Không có m

Câu 46. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x^2}{x-m}$ có tiệm cận đứng là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B. $\{0\}$ C. $\emptyset$ D. $\mathbb{R}$

Câu 47. (THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2 - 2x + 3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

- A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

Câu 48. (SỞ GD&ĐT BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6; 6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

- A. 8. B. 9. C. 12. D. 11.

Câu 49. (THPT NĂM 2018-2019 LẦN 04) Cho hàm số $y = \frac{12 + \sqrt{4x - x^2}}{\sqrt{x^2 - 6x + 2m}}$ có đồ thị (C_m) . Tìm tập S tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) có đúng hai tiệm cận đứng.

- A. $S = [8; 9)$. B. $S = \left[4; \frac{9}{2}\right)$. C. $S = \left(4; \frac{9}{2}\right)$. D. $S = (0; 9]$.

Câu 50. (CỤM LIÊN TRƯỜNG HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của hàm số thực m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng.

- A. 2019 B. 2021 C. 2018 D. 2020

Câu 51. (THPT NGÔ GIA TỰ VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - mx - m + 5}$ không có đường tiệm cận đứng?

- A. 8. B. 10. C. 11. D. 9.

Câu 52. (GKI NHÂN CHÍNH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Xác định m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng?

- A. $m < \frac{3}{2}$. B. $m > -\frac{3}{2}; m \neq 1$. C. $m < \frac{3}{2}; m \neq 1; m \neq -3$. D. $m > -\frac{3}{2}$.

Câu 53. Cho hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}}$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có 4 đường thẳng tiệm cận.

- A. $1 < m < 5$. B. $-1 < m < 2$. C. $m < 1$ hoặc $m > 5$. D. $m > 2$ hoặc $m < -1$.

Dạng 4. Xác định tiệm cận của đồ thị hàm số $g[f(x)]$ khi biết bảng biến thiên hàm số $f(x)$

Câu 54. (CHUYÊN HÙNG YÊN NĂM 2018-2019 LẦN 03) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

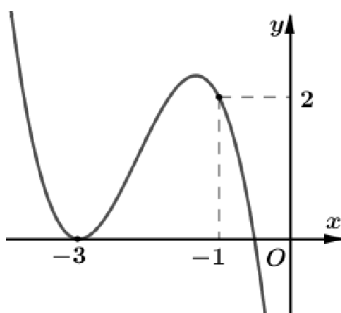
x	$-\infty$	$\frac{-1}{2}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	1	-3	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 55. (THPT BẠCH ĐẲNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như

hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 56. (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

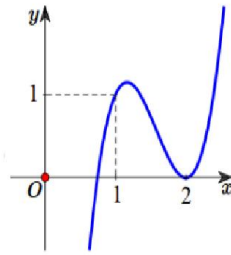
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 1}$ là:

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 57. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{(x+1)[f^2(x) - f(x)]}$$
 có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Câu 58. (CHUYÊN ĐHSP HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'		$-$	$+$
y	1	$-\infty$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là

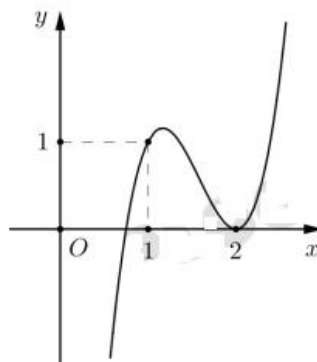
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 59. (THPT LÊ VĂN THỊNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 5

B. 4

C. 6

D. 3

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO**Dạng 1. Xác định đường tiệm cận thông qua bảng biến thiên**

Câu 1. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	3	

Arrows in the original image indicate limits: from $y=1$ to $-\infty$, from $y=2$ to $-\infty$, and from $y=3$ to $+\infty$.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x=0$ hàm số không xác định nên $x=0$ là TCD của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận

Câu 2. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	
y	0	2		$+\infty$

Arrows in the original image indicate limits: from $y=0$ to $-\infty$, from $y=2$ to $-\infty$, and from $y=+\infty$ to $+\infty$.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên đã cho ta có :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = 0$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 3. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-			-	0	+
y	2			$+\infty$		-2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ Không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ vậy hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 4. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	2		$+\infty$		5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$ nên đường thẳng $y = 2$ và $y = 5$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

Câu 5. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'				+		
y				$+\infty$	1	0

A. 3

B. 2

C. 4

D. 1

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 6. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	0	$+\infty$	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $y = 3$ và $y = 0$.

Và $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ nên hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 0$.

Câu 7. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ta được tiệm cận ngang $y = 3$

$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$ ta được tiệm cận đứng $x = -2$

Câu 8. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	-5	$-\infty$	-5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4

B. 2

C. 3

D. 1

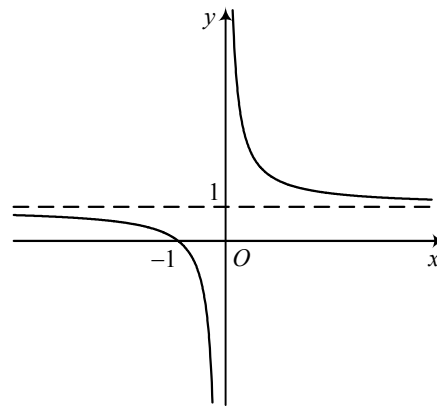
Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

+ Tiệm cận ngang $y = -5$

+ Tiệm cận đứng $x = 2$.

Câu 9. (THPT HÙNG VƯƠNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$.

B. Hàm số có hai cực trị.

C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	0	2	$-\infty$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \Rightarrow y = 5$ là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 3.

Câu 11. (ĐỀ 01 ĐỀ PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là một tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là một tiệm cận đứng}$$

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 2.

Câu 12. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$	1	$+\infty$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

Câu 13. (THPT - YÊN ĐỊNH THANH HÓA 2018 2019- LẦN 2) Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	$+$	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 4$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow$ TCD: $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị có 2 tiệm cận ngang là $y = \pm 1$

Vậy, đồ thị hàm số đã cho có tổng số TCD và TCN là 3.

Dạng 2. Xác định đường tiệm cận đồ thị hàm số thông hàm số cho trước

Câu 15. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$?

A. $x = -1$

B. $y = -1$

C. $y = 2$

D. $x = 1$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng.

Câu 16. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án D.

Câu 17. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$

D. $y = \frac{x}{x + 1}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x + 1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x + 1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 18. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

A. 2

B. 3

C. 0

D. 1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

Mặt khác:

$$\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-4)}{(x+1)} = -\frac{3}{2}$$

$\Rightarrow x = 1$ không là đường tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x-4)}{(x+1)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-4)}{(x+1)} = +\infty$$

$\Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

- Câu 19. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là
- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số: $D = [-4; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} y = \frac{1}{4}$.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = -\infty$$

$\Rightarrow$ TCD: $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

- Câu 20. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017)** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$
- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \frac{x+1}{x+4}$ (với điều kiện xác định), do đó đồ thị hàm có 1 tiệm cận đứng.

- Câu 21. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là
- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D = [-9; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty$.

$\Rightarrow$ TCD: $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow x = 0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 22. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \frac{1}{4}$ nên đường thẳng $x = 2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1}{x+2} = -\infty$, nên đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy có đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 23. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x = 3$ và $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = -3$ và $x = -2$.

D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x-1)^2 - (x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x-1)^2 - (x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = -\frac{7}{6}$$

Tương tự $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\frac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x=2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty$. Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

- Câu 24. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là
- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = [-25; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$. Biến đổi $f(x) = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)} = +\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng $x=-1$.

- Câu 25. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là
- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Lời giải

Chọn C

Tập xác định hàm số $D = [-16; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \frac{1}{8}.$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = +\infty.$$

vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (\sqrt{x+16}+4) = \sqrt{15}+4 > 0$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x+1) = 0$ và $x \rightarrow (-1)^+$ thì $x > -1 \Rightarrow x+1 > 0$.

Tương tự $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = -\infty$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 26. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} \text{ là}$$

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

TXĐ: $D = [-4; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = -\infty$

Nên đường thẳng $x = -1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+4}-2)(\sqrt{x+4}+2)}{x(x+1)(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+4}+2)} = \frac{1}{4}$$

Nên đường thẳng $x = 0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng $x = -1$.

Câu 27. (THPT GANG THẾP THÁI NGUYÊN NĂM 2018-2019) Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất

cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

TH1: $x < -1 \Rightarrow x+1 < 0$. Khi đó $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{-\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$.

Suy ra hàm số TCN $y = -1$, không có TCD.

TH2: $x > 1 \Rightarrow x+1 > 0$. Khi đó $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$.

Suy ra hàm số TCN $y = 1$, TCD $x = 1$.

Vậy hàm số có 2 TCN và 1 TCD

Câu 28. (ĐỀ 04 VTED NĂM 2018-2019) Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x(4x+6)} - 2}{x+2} \text{ là?}$$

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x(4x+6)} - 2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{6}{x}} - \frac{2}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x(4x+6)} - 2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{6}{x}} - \frac{2}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^{\pm}} \frac{\sqrt{x(4x+6)} - 2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2^{\pm}} \frac{(x+2)(4x-2)}{(x+2)(\sqrt{x(4x+6)} + 2)} = \lim_{x \rightarrow -2^{\pm}} \frac{4x-2}{\sqrt{x(4x+6)} + 2} = \frac{-5}{2}$$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang $y = \pm 2$.

Câu 29. (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$. Đồ thị

hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (-1; 1) \cup (\sqrt{2}; +\infty).$$

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}{\sqrt{1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^4}}} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là đường tiệm cận ngang}$$

của đồ thị hàm số.

Có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng.

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x+1)(x+2)}{\sqrt{(x+1)(x+\sqrt{2})(x-1)(x-\sqrt{2})}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{(x+1)(x+2)}}{\sqrt{(x+\sqrt{2})(x-1)(x-\sqrt{2})}} = 0 \text{ nên}$$

đường thẳng $x = -1$ không là đường tiệm cận đứng.

Có $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^+} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = \sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng.

Có $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{2})^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = -\sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận (1 tiệm cận ngang, 3 tiệm cận đứng).

Câu 30. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có

bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{x^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x^2} \cdot \frac{1 - \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x^2}} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{x^3 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x^2}} \right) = 0$$

$\Rightarrow$ TCN: $y = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow$ TCD: $x = 0$.

Câu 31. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Số đường tiệm cận

đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

A. 4

B. 1

C. 3

D. 2

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đkxđ: } \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x^2-3x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 2, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \right) = +\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \right) = 0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 32. (THPT THIẾU HÓA – THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số

$$y = \frac{5\sqrt{x^2+6}+x-12}{4x^3-3x-1} \text{ có đồ thị } (C). \text{ Mệnh đề nào sau đây là đúng?}$$

A. Đồ thị (C) của hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$.

C. Đồ thị (C) của hàm số có một tiệm cận ngang $y=0$ và hai tiệm cận đứng $x=1; x=-\frac{1}{2}$.

D. Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang $y=0$ và một tiệm cận đứng $x=1$

Lời giải

Chọn D

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ 1; -\frac{1}{2} \right\}$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một TCD là $x=1$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một TCN là $y=0$

Câu 33. (THPT LÊ VĂN THỊNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}$ có

tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3

B. 0

C. 2

D. 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} - \sqrt{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}}}{1 + \frac{2}{x}} = 0 \Rightarrow y=0 \text{ là đường tiệm cận ngang}$$

của đồ thị hàm số.

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow 0} y &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5x+1)^2 - x - 1}{(x^2+2x)(5x+1+\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25x^2+9x}{(x^2+2x)(5x+1+\sqrt{x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25x+9}{(x-2)(5x+1+\sqrt{x+1})} = \frac{-9}{4} \end{aligned}$$

$\Rightarrow x = 0$ **không** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 1 đường tiệm cận.

Dạng 3. Định m để đồ thị hàm số có đường tiệm cận thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 34. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ

thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang

A. $m < 0$

B. $m = 0$

C. $m > 0$

D. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài

Lời giải

Chọn C

Xét các trường hợp sau:

Với $m = 0$: hàm số trở thành $y = x + 1$ nên không có tiệm cận ngang.

Với $m < 0$:

hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \frac{x+1}{\sqrt{1-|m|x^2}}$ có tập xác định là $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{|m|}}; \frac{1}{\sqrt{|m|}}\right)$ suy ra không tồn tại

giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y$ hay hàm số không có tiệm cận ngang.

Với $m > 0$:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{-x\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}.$

và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}.$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là: $y = \frac{1}{\sqrt{m}}; y = -\frac{1}{\sqrt{m}}$ khi $m > 0$.

Câu 35. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số

$y = \frac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. $m = -1$

B. $m \in \{1; 4\}$

C. $m = 4$

D. $m \in \{-1; -4\}$

Lời giải

$y = \frac{x^2+m}{x^2-3x+2} = \frac{x^2+m}{(x-1)(x-2)}.$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ pt $x^2 + m = 0$ nhận nghiệm $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Khi đó: $\begin{cases} m = -1 \\ m = -4 \end{cases}$.

Với $m = -1$ có một tiệm cận đứng $x = 2$.

Với $m = -4$ có một tiệm cận đứng $x = 1$.

Vậy $m \in \{-1; -4\}$.

Câu 36. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = \frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải

Kí hiệu (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$.

* Trường hợp 1: $m = 0$.

Khi đó $y = \frac{6x-3}{(-6x+3)(9x^2+1)}$. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Do đó chọn $m = 0$.

* Trường hợp 2: $m \neq 0$.

Xét phương trình $(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1) = 0$ (1)

Nhận thấy: (C) luôn có một đường tiệm cận ngang $y = 0$ và phương trình (1) không thể có duy nhất một nghiệm đơn với mọi m .

Do đó (C) có đúng một đường tiệm cận khi và chỉ khi (C) không có tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ (1) vô

nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 9-3m < 0 \\ 9m^2-9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -1 < m < 1 \end{cases}$, (không tồn tại m).

Kết hợp các trường hợp ta được $m = 0$.

Câu 37. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4x+m}}$ có hai tiệm cận đứng:

A. 2021.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải

Chọn DHàm số có hai tiệm cận đứng khi $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -12 \\ m < 4 \end{cases} \Rightarrow m \in [-2017; 4) \setminus \{-12\}$$

Câu 38. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{5x-3}{x^2-2mx+1}$ không có tiệm cận đứng.

A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

B. $-1 < m < 1$

C. $m = -1$

D. $m = 1$

lời giải

Chọn Bđể hàm số không có tiệm cận đứng thì $x^2 - 2mx + 1 = 0$ vô nghiệm

$$\text{suy ra } m^2 - 1 < 0 \Rightarrow -1 < m < 1$$

Câu 39. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận

A. $m > 2$

B. $\begin{cases} m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn CĐể đồ thị có ba đường tiệm cận thì $x^2 - 2mx + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\neq -1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (-1)^2 - 2m(-1) + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Câu 40. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

A. 0

B. -3

C. 3

D. 6

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tìm nhanh tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ta có

Đồ thị hàm số nhận $x = -\frac{d}{c} = -m - 3 = 0$ làm TCD $\Rightarrow m = -3$

Đồ thị hàm số nhận $y = \frac{a}{c} = n - 3 = 0$ làm TCN $\Rightarrow n = 3$.

Vậy $m + n = 0$.

Câu 41. (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{mx^2-8x+2}}$ có đúng bốn đường tiệm cận?

A. 8

B. 6

C. 7

D. Vô số

Lời giải

TH1: $m < 0$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (x_1; x_2)$, ($x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$). Do đó $m < 0$ không thỏa yêu cầu của bài toán.

TH2: $m = 0 \Rightarrow y = \frac{x-1}{\sqrt{-8x+2}}$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 4)$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 4^-} y = -\infty$. Khi đó ta có $x = -4$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do đó $m = 0$ không thỏa yêu cầu của bài toán

TH3: $m > 0$ suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ ($x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$). Do đó đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận khi phương trình $mx^2 - 8x + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác

$$1 \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 2m > 0 \\ m > 0; m \in \mathbb{Z} \\ m - 8 + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 8 \\ m > 0; m \in \mathbb{Z} \\ m \neq 6 \end{cases} \Rightarrow m = \{1; 2; 3; 4; 5; 7\}. \text{ Suy ra có tất cả 6 giá trị nguyên của}$$

tham số m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 42. (TT HOÀNG HOA THÁM - 2018-2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = \frac{6x-3}{(mx^2-6x+3)(9x^2+6mx+1)}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải

Nhận thấy với mọi giá trị của m đồ thị luôn có 1 tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận thì đồ thị không có tiệm cận đứng.

Phương trình $mx^2 - 6x + 3 = 0$ (1) có $\Delta' = 9 - 3m$.

Phương trình $9x^2 + 6mx + 1 = 0$ (2) có $\Delta' = 9m^2 - 9$.

Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ta xét các trường hợp sau:

- TH1: Cả hai phương trình (1) và (2) đều vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 3m < 0 \\ 9m^2 - 9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < m \\ -1 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

- TH2: Phương trình (1) có nghiệm đơn $x = \frac{1}{2}$ và phương trình (2) vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 9m^2 - 9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ -1 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$$

Vậy với $m = 0$ thì đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

Câu 43. (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02) Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2mx + 2m^2 - 25} \text{ có ba đường tiệm cận?}$$

A. 9.

B. 11.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Điều kiện $x^2 + 2mx + 2m^2 - 25 \neq 0$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2mx + 2m^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{2m}{x} + \frac{2m^2 - 25}{x^2}} = 1 \text{ và}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2mx + 2m^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{2m}{x} + \frac{2m^2 - 25}{x^2}} = 1.$$

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (khi $x \rightarrow -\infty$ và $x \rightarrow +\infty$).

Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Yêu cầu bài toán trở thành tìm điều kiện của $m \in \mathbb{Z}$ để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2mx + 2m^2 - 25}$ có

2 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m^2 - 25 = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác ± 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - (2m^2 - 25) > 0 \\ 1 + 2m + 2m^2 - 25 \neq 0 \\ 1 - 2m + 2m^2 - 25 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < 5 \\ m \neq 3, m \neq -4 \\ m \neq -3, m \neq 4 \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 44. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị m nguyên

thuộc khoảng $(-10; 10)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(x-m)} - 1}{x+2}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 12.

B. 11.

C. 0.

D. 10.

Lời giải

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| \cdot \sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cdot \sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = 1 \Rightarrow \text{Tiệm cận ngang } y = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \cdot \sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \cdot \sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{x \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{m}{x}}}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)} = -1 \Rightarrow \text{Tiệm cận ngang } y = -1$$

Vậy ta luôn có 2 đường tiệm cận ngang với giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-10; 10)$.

Đồ thị hàm số đúng ba đường tiệm cận

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{-2 \cdot (-2 - m)} - 1 \neq 0 \\ -2 \cdot (-2 - m) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -\frac{3}{2} \\ m \geq -2 \end{cases}$$

Vậy $m \in [-2; 10)$; $m \in \mathbb{Z}$ nên có 12 giá trị nguyên m .

Câu 45. (GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Với giá trị nào của hàm số m để đồ thị hàm

số $y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$ có tiệm cận ngang.

A. $m = 1$

B. $m = -1$

C. $m = \pm 1$

D. Không có m

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

$\Rightarrow$ Hàm số xác định trên một trong các miền $(-\infty; a)$, $(-\infty; a]$, $(a; +\infty)$ hoặc $[a; +\infty)$

$m \geq 0$

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = x - \sqrt{-3x + 7}$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$ đồ thị không có tiệm cận ngang

TH2: $m > 0, y = x - \sqrt{mx^2 - 3x + 7}$

Khi $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - x\sqrt{m - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2}} \right) = \frac{3}{2}$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m = 1$.

Vậy $m = 1$

Cách trắc nghiệm:

Thay $m = 1 \Rightarrow y = x - \sqrt{x^2 - 3x + 7} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 3x + 7}) = \frac{3}{2}$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 - 3x + 7}) = -\infty$ không có tiệm cận ngang.

Thay $m = -1 \Rightarrow y = x - \sqrt{-x^2 - 3x + 7} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{-x^2 - 3x + 7})$ không xác định.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{-x^2 - 3x + 7})$ không xác định.

Vậy $m = 1$

Câu 46. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Tập hợp các giá trị của m để hàm

số $y = \frac{x^2}{x - m}$ có tiệm cận đứng là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

B. $\{0\}$

C. $\emptyset$

D. $\mathbb{R}$

Lời giải.

Chọn A

Điều kiện $x \neq m$.

Để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = m$ thì $x = m$ không là nghiệm của phương trình $x^2 = 0$

$\Rightarrow m^2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 0$

Câu 47. (THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2

B. 3

C. 0

D. 1

Lời giải

Chọn B

Nhận xét:

+ $f(x) = mx^2 - 2x + 3$ có bậc ≥ 1 nên đồ thị hàm số luôn có 1 tiệm cận ngang.

+ Do đó: Yêu cầu bài toán 9 đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng.

+ $m = 0$, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \frac{3}{2} \Rightarrow m = 0$ thỏa bài toán.

+ $m \neq 0$, đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2 - 2x + 3 = 0$ có

$$\text{ng nghiệm kép hoặc nhận } x = 1 \text{ làm nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_f = 0 \\ f(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ m = -1 \end{cases}$$

$$+ \text{KL: } m \in \left\{0; \frac{1}{3}; -1\right\}.$$

Câu 48. SỞ GD&ĐT BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-6; 6]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 8.

B. 9.

C. 12.

D. 11.

Lời giải

$$\text{Gọi } (C) \text{ là đồ thị hàm số } y = \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m}.$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m} = 0$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Do đó (C) có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi (C) có 3 đường tiệm cận đứng

$$\Leftrightarrow x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = 0(1) \text{ có 3 nghiệm phân biệt khác } 3.$$

$$\text{Ta có } (1) \Leftrightarrow (x-m)(x^2 - 2mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x^2 - 2mx + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khác } 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 - 1 > 0 \\ m^2 - 2m^2 + 1 \neq 0 \\ 3^2 - 6m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m < -1 \\ m > 1 \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup \left(1; \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; 3\right) \cup (3; +\infty).$$

Do $m \in [-6; 6]$, m nguyên nên $m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; 2; 4; 5; 6\}$.

Vậy có 9 giá trị m thỏa mãn.

Câu 49. (THPT NĂM 2018-2019 LẦN 04) Cho hàm số $y = \frac{12 + \sqrt{4x - x^2}}{\sqrt{x^2 - 6x + 2m}}$ có đồ thị (C_m) . Tìm tập S tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) có đúng hai tiệm cận đứng.

- A. $S = [8; 9)$. B. $S = \left[4; \frac{9}{2}\right)$. C. $S = \left(4; \frac{9}{2}\right)$. D. $S = (0; 9]$.

Lời giải

Điều kiện $4x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0; 4]$.

Dễ thấy $12 + \sqrt{4x - x^2} > 0, \forall x \in [0; 4]$.

Admin:

Nhận xét: Nếu phương trình $x^2 - 6x + 2m = 0$ có hai nghiệm $a, b, a < b$ thì

$$x^2 - 6x + 2m < 0, \forall x \in (a; b)$$

Do đó để đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - 6x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $(0; 4)$.

Xét $g(x) = x^2 - 6x = -2m$ có $g'(x) = 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \in (0; 4)$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên đoạn $(0; 4)$:

x	0	3	4
g'	-	0	+
g	0	-9	-8

Từ đó ta thấy phương trình $x^2 - 6x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $(0; 4)$ khi

$$-9 < -2m < -8 \Leftrightarrow 4 < m < \frac{9}{2}.$$

Câu 50. (CỤM LIÊN TRƯỜNG HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của hàm số thực m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng.

- A. 2019 B. 2021 C. 2018 D. 2020

Lời giải

Chọn BĐiều kiện $x^2 - 4x + m > 0$ Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng khi $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2

$$\begin{cases} (-2)^2 - m > 0 \\ (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ 12 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \neq -12 \end{cases}$$

Vì m là số nguyên và thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ nên có 2021 giá trị của m **Câu 51. (THPT NGÔ GIA TỰ VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Có bao nhiêu giá trị nguyên củatham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - mx - m + 5}$ không có đường tiệm cận đứng?

A. 8.

B. 10.

C. 11.

D. 9.

Lời giải

Chọn B.Nhận xét: $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.Đặt $f(x) = x^2 - mx - m + 5$.

Hàm số đã cho không có đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta_f < 0 \\ \Delta_f > 0 \\ f(1) = 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m - 20 < 0 \\ m^2 + 4m - 20 > 0 \\ 1 - m - m + 5 = 0 \\ 4 - 2m - m + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 - 2\sqrt{6} < m < -2 + 2\sqrt{6} \\ m = 3 \end{cases}$$

Vì m là số nguyên nên $m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.**Câu 52. (GKI NHÂN CHÍNH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Xác định m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng?A. $m < \frac{3}{2}$.B. $m > -\frac{3}{2}; m \neq 1$.C. $m < \frac{3}{2}; m \neq 1; m \neq -3$.D. $m > -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $g(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2 = 0$ (1)

Để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\text{khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m+3 > 0 \\ m^2+2m-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m \neq 1; m \neq -3 \end{cases}$$

Câu 53. Cho hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}}$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có 4 đường thẳng tiệm cận.

A. $1 < m < 5$.

B. $-1 < m < 2$.

C. $m < 1$ hoặc $m > 5$. **D.** $m > 2$ hoặc $m < -1$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}} = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}}$ không tồn tại. Suy ra $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó, để đồ thị hàm số đã cho có 4 đường thẳng tiệm cận thì phương trình $x^3 - 3x^2 + m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x^2 + m - 1$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$g'(x) = 3x^2 - 6x; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$m-1$	$\searrow$		$+\infty$
		$\nearrow$		$m-5$	$\nearrow$		

Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình $x^3 - 3x^2 + m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m - 5 < 0 < m - 1 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Dạng 4. Xác định tiệm cận của đồ thị hàm số $g[f(x)]$ khi biết bảng biến thiên hàm số $f(x)$

Câu 54. (CHUYÊN HÙNG YÊN NĂM 2018-2019 LẦN 03) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	1	-3	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ đúng bằng số nghiệm thực của phương trình

$$2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}.$$

Mà số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=\frac{1}{2}$.

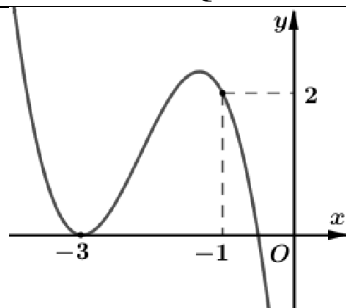
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ có 2 tiệm cận đứng.

Lại có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2f(x)-1} = 1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=1$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là 3.

Câu 55. (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị

như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2+4x+3)\sqrt{x^2+x}}{x[f^2(x)-2f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



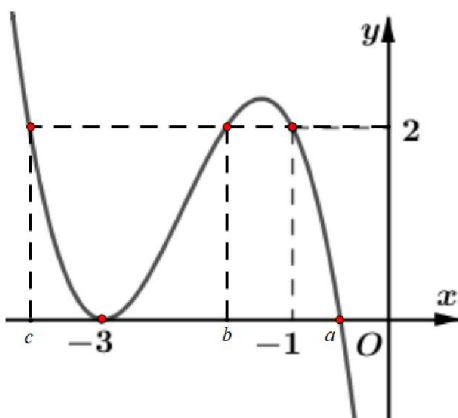
A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải



$$y = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]} = \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x \cdot f(x) \cdot [f(x) - 2]}$$

Điều kiện tồn tại căn $\sqrt{x^2 + x}$: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -1 \end{cases}$.

Xét phương trình $x[f^2(x) - 2f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases}$

Với $x = 0$ ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x \cdot f(x) \cdot [f(x) - 2]} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x+1}}{\sqrt{x} \cdot f(x) \cdot [f(x) - 2]} = +\infty$. Suy ra $x = 0$ là tiệm cận đứng.

Với $f(x) = 0 \Rightarrow x = -3$ (nghiệm bội 2) hoặc $x = a$ (loại vì $-1 < a < 0$).

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x \cdot f(x) \cdot [f(x) - 2]} = -\infty$ nên $x = -3$ là tiệm cận đứng.

Với $f(x) = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = b \ (-3 < b < -1) \text{ (nghiệm bội 1)} \\ x = c \ (c < -3) \end{cases}$. Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow b^+} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x \cdot f(x) \cdot [f(x)-2]} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x \cdot f(x) \cdot [f(x)-2]} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x \cdot f(x) \cdot [f(x)-2]} = 0 \end{array} \right. \quad \text{nên } x = -1 \text{ không là tiệm cận}$$

đúng.

$$\lim_{x \rightarrow b^+} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x \cdot f(x) \cdot [f(x)-2]} = +\infty \quad (\text{do } x \rightarrow b^+ \text{ thì } f(x) \rightarrow 2^+) \text{ nên } x = b \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow c^+} \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x \cdot f(x) \cdot [f(x)-2]} = +\infty \quad (\text{do } x \rightarrow c^+ \text{ thì } f(x) \rightarrow 2^-) \text{ nên } x = c \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số có 4 tiệm cận đứng.

Câu 56. (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là:

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Đặt } h(x) = \frac{1}{2f(x)-1}.$$

*) Tiệm cận ngang:

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2f(x)-1} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2f(x)-1} = 0.$$

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = 0$.

*) Tiệm cận đứng:

$$\text{Xét phương trình: } 2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}.$$

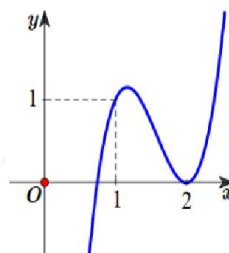
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ có ba nghiệm phân biệt a, b, c thỏa mãn $a < 1 < b < 2 < c$.

Đồng thời $\lim_{x \rightarrow a^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow b^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} h(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = h(x)$ có ba đường tiệm cận đứng là $x = a$, $x = b$ và $x = c$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = h(x)$ là bốn.

Câu 57. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{(x+1)[f^2(x) - f(x)]}$$
 có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $x \geq 1$

Số tiệm cận đứng của $y = g(x)$ tương ứng số nghiệm của phương trình

$$(x+1)[f^2(x) - f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(l) \\ f^2(x) - f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(l) \\ f(x) = 1(1) \\ f(x) = 0(2) \end{cases}$$

+) Xét phương trình (1) $f(x) = 1$, theo hình vẽ ta thấy phương trình sẽ có 3 nghiệm:

$$\begin{cases} x_1 = 1(l) \\ 1 < x_2 < 2(tm) \Rightarrow \text{có 2 tiệm cận đứng} \\ 2 < x_3 < 2(tm) \end{cases}$$

+) Xét phương trình (2) $f(x) = 0$, theo hình vẽ ta thấy phương trình sẽ có 2 nghiệm: $\begin{cases} x_4 < 1(l) \\ x_5 = 2(tm) \end{cases}$

. Do nghiệm $x_5 = 2$ là nghiệm kép và trên tử là nghiệm đơn nên $x_5 = 2$ vẫn là một tiệm cận đứng $\Rightarrow$ có 1 tiệm cận đứng

Vậy tổng cộng $g(x)$ có tất cả 3 tiệm cận đứng

Câu 58. (CHUYÊN ĐHSPT HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	1	-3	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2f(x)-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2f(x)-1} = 1$. Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ có 1 đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

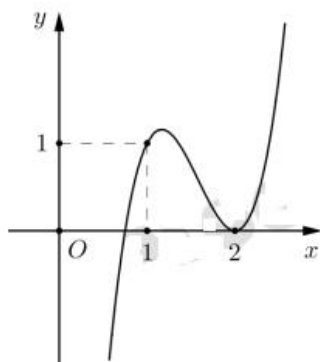
Ta có $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=a \\ x=b \end{cases}$, trong đó $a > -\frac{1}{2}$, $b < -\frac{1}{2}$.

$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{1}{2f(x)-1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{2f(x)-1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} \frac{1}{2f(x)-1} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow b^-} \frac{1}{2f(x)-1} = +\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ có 2 đường tiệm cận ngang là đường thẳng $x = a$ và đường thẳng $x = b$.

Kết luận: Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ có tất cả 3 đường tiệm cận.

Câu 59. (THPT LÊ VĂN THỊNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2x - 1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 5

B. 4

C. 6

D. 3

Lời giải

Chọn B

ĐK $x \geq \frac{1}{2}; f(x) \neq 0; f(x) \neq 1$.

Xét phương trình $x[f^2(x) - f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 1 \\ x = a \left(a \in \left(\frac{1}{2}; 1 \right) \right) \\ x = b \left(b \in (1; 2) \right) \\ x = c \left(c \in (2; 3) \right) \end{cases}$

Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận đứng $x = a; x = b; x = c; x = 2$