SỞ GD&ĐT HÀ TĨNH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 4 trang, 50 câu)

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:...
Số báo danh:...

Mã đề thi 003

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 5i$ là
A. $\bar{z} = 2 + 5i$. **B.** $\bar{z} = 2 - 5i$. **C.** $\bar{z} = -2 + 5i$. **D.** $\bar{z} = -2 - 5i$.

Câu 2. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
A. 18π. **B.** 12π. **C.** 27π. **D.** 6π.

Câu 3. $\int \left(x^4 + x\right) \mathrm{d}x$ bằng
A. $4x^3 + 1 + C$. **B.** $\frac{1}{5}x^5 + x^2 + C$. **C.** $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$. **D.** $5x^5 + 2x^2 + C$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:
A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	2	↗	3	↘	$-\infty$

Câu 5. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Giá trị của $\int\limits_1^2 [3 + 2f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng
A. 5. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 6.

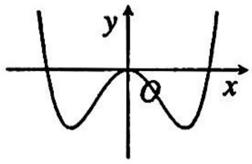
Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_2(2x - 1) = 2$ là
A. $x = 6$. **B.** $x = \frac{3}{2}$. **C.** $x = \frac{5}{2}$. **D.** $x = 10$.

Câu 7. Có bao nhiêu cách bốc cùng lúc 4 viên bi trong một hộp có 10 viên bi khác nhau?
A. 1. **B.** C_{10}^4. **C.** $4!$. **D.** A_{10}^4.

Câu 8. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
A. $3 + i$. **B.** $-3 + i$. **C.** $3 - i$. **D.** $-3 - i$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là
A. $x = 4$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = -2$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên.
A. $y = -x^3 + 3x^2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2$. **D.** $y = x^4 - 2x^2$.



Câu 11. Cho khối cầu có bán kính $r = 3$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng
A. 36π. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** $\frac{8\pi}{3}$. **D.** 16π.

Câu 12. Cho a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^4} b$ bằng
A. $4 + \log_a b$. **B.** $\frac{1}{4}\log_a b$. **C.** $4\log_a b$. **D.** $\frac{1}{4} + \log_a b$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng
A. 3. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 1)$ là
A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; +\infty)$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ là đường thẳng
A. $y = 1$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = \frac{1}{2}$.

Câu 16. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 6; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 15. **B.** 28. **C.** 14. **D.** 84.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(5;3;0)$. **B.** $(3;5;0)$. **C.** $(0;5;2)$. **D.** $(3;0;2)$.

Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2$ và thể tích khối chóp bằng 12. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. 18. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_3} = (3;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (4;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_4} = (4;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (3;1;2)$.

Câu 20. Trên mặt phẳng Oxy, biết $M(-2;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Môđun của z bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 2.

Câu 21. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1;+\infty)$ là

A. $2\ln(x+1) + \dfrac{1}{x+1} + C$. **B.** $\ln(x+1) - \dfrac{2}{x+1} + C$.

C. $2\ln(x+1) + \dfrac{2}{x+1} + C$. **D.** $2\ln(x+1) - \dfrac{1}{x+1} + C$.

Câu 22. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_3 bằng

A. 64. **B.** 81. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** 12.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{-3} = 0$. **B.** $\dfrac{x}{-1} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{3} = 1$. **C.** $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{-3} = 1$. **D.** $\dfrac{x}{-1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 1$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$; $BC = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) bằng

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(2x+1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 27. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 1 + i$. Môđun của số phức $z^2 \cdot \overline{w}$ bằng

A. 40. **B.** $20\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{10}$. **D.** 8.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 - 4t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z} - i) - (2+3i)z = 7 - 16i$. Môđun của số phức z bằng.

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 30. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tính $I = \int_1^3 [2 - f(x)]\,dx$

A. $I = 20$. B. $I = -26$. C. $I = -22$. D. $I = 28$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. B. -2. C. -1. D. 2.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Câu 32. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2, góc ở đỉnh bằng $60°$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

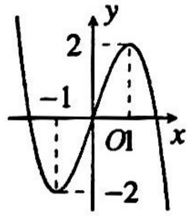
A. $6\sqrt{3}\pi$. B. 4π. C. $12\sqrt{3}\pi$. D. 8π.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 4$ và $f'(x) = e^x + x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{6e + 13}{6}$. B. $\dfrac{6e + 25}{6}$. C. $\dfrac{6e + 25}{3}$. D. $\dfrac{6e + 19}{6}$.

Câu 34. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.



Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. B. $\dfrac{a^3}{6}$. C. a^3. D. $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$. Gọi N là điểm thuộc (P) sao cho $S = 2NA^2 + NB^2 + NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài ON bằng

A. $\sqrt{5}$. B. $\dfrac{\sqrt{38}}{4}$. C. $\sqrt{35}$. D. $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Bất phương trình $f(x) < \sin^2 x + 3m$ đúng với mọi $x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

A. $m \geq \dfrac{1}{3}\left[f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) - 1\right]$. B. $m \geq \dfrac{1}{3}f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) - \dfrac{1}{6}$.

C. $m \geq \dfrac{1}{3}f(0)$. D. $m > \dfrac{1}{3}\left[f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) - 1\right]$.

x	$-\infty$		0		$\dfrac{\pi}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa cạnh BC và vuông góc với (ABC). (C) là đường tròn đường kính BC và nằm trong mặt phẳng (P). Gọi S là một điểm bất kỳ nằm trên (C) khác B, C. Khi đó khoảng cách từ tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ đến mặt phẳng $(Q): 2x - 3y + z + 1 = 0$ là:

A. $\dfrac{1}{2\sqrt{14}}$. B. $\dfrac{2}{\sqrt{14}}$. C. $\dfrac{1}{\sqrt{14}}$. D. $\dfrac{3}{2\sqrt{14}}$.

Câu 39. Cho phương trình $4^x + 2m \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 8. B. 9. C. 7. D. 6.

Câu 40. Biết tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = \dfrac{3 + iz}{1 + z}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một đường thẳng. Khi đó môđun của z bằng?

A. 1. B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. C. 3. D. $\sqrt{2}$.

Câu 41. Cho tập hợp gồm các số tự nhiên từ 1 đến 100, chọn ba số bất kỳ. Xác suất để ba số được chọn lập thành cấp số cộng gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $0,027$. **B.** $0,015$. **C.** $0,116$. **D.** $0,067$.

Câu 42. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được là hình vuông có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $8\sqrt{6}\pi$. **B.** $24\sqrt{6}\pi$. **C.** $10\sqrt{6}\pi$. **D.** $12\sqrt{6}\pi$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-x) + 2021f(x) = x\sin x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2021}$. **B.** $\frac{1}{2022}$. **C.** $\frac{1}{1011}$. **D.** $\frac{2}{2019}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4mx + 2m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là

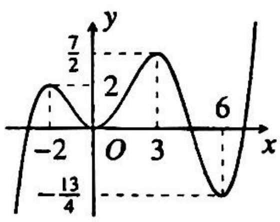
A. $-\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AD = a$, $AB = 2a$, $BC = 3a$, mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{66}}{22}$. **C.** $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f\left(2x^3 - 6x + 2\right) = 2m - 1$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.



Câu 47. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, $B'C'$, DD'. Gọi thể tích khối tứ diện $C'MNP$ là V', khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng:

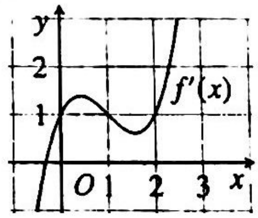
A. $\frac{1}{16}$. **B.** $\frac{3}{64}$. **C.** $\frac{3}{16}$. **D.** $\frac{1}{64}$.

Câu 48. Biết đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{13x - 9}{x^2 + 1}$ có hai điểm cực trị. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị bằng

A. $\frac{9}{\sqrt{173}}$. **B.** $\frac{9}{\sqrt{154}}$. **C.** $\frac{18}{\sqrt{173}}$. **D.** $\frac{18}{\sqrt{154}}$.

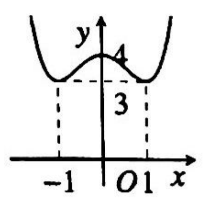
Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{9}x^3$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.



Câu 50. Cho hàm số bậc 4 có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m và $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình $\log \frac{f(x)}{mx^2} + x[f(x) - mx] = mx^3 - f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.



---------- HẾT----------

Câu hỏi	Mã đề 001	Mã đề 002	Mã đề 003	Mã đề 004	Mã đề 005	Mã đề 006	Mã đề 007	Mã đề 008
1	B	D	D	D	B	C	C	C
2	D	A	A	D	D	C	C	B
3	D	B	C	D	B	A	A	A
4	A	A	A	D	A	C	B	D
5	C	D	B	A	B	D	B	A
6	B	C	C	C	B	B	A	D
7	D	A	B	D	A	C	A	A
8	C	C	C	A	B	C	D	A
9	A	C	A	A	A	C	D	D
10	C	A	D	A	C	D	C	B
11	D	D	A	C	D	D	C	D
12	A	B	B	C	C	B	C	A
13	D	C	A	D	B	C	B	D
14	B	B	A	C	C	A	B	C
15	A	D	B	C	A	B	A	D
16	A	C	D	B	C	A	A	C
17	A	D	B	B	B	A	C	C
18	D	D	A	C	B	C	C	C
19	B	C	C	D	A	C	C	B
20	B	D	C	C	B	D	A	C
21	A	B	A	B	A	A	C	C
22	C	C	D	A	A	A	C	C
23	A	B	D	A	C	A	B	A
24	D	B	C	D	D	B	A	B
25	A	D	B	C	B	A	C	B
26	D	D	C	C	A	C	B	A
27	D	D	B	B	B	B	B	C
28	A	A	A	C	C	A	D	D
29	B	D	D	B	A	C	A	D
30	B	B	C	C	C	C	C	D
31	C	D	C	A	B	A	D	B
32	B	D	D	B	B	D	D	C
33	B	C	A	C	C	B	A	C
34	B	C	D	D	A	C	D	D
35	A	C	D	B	B	C	B	C
36	A	B	B	C	D	D	B	A
37	B	A	A	A	A	C	A	C
38	A	D	C	D	D	D	C	D
39	A	B	B	B	B	B	B	C
40	B	B	A	A	C	A	D	B
41	C	A	B	D	D	A	C	B
42	B	C	A	A	D	C	B	D
43	A	D	C	A	C	C	B	B
44	B	D	A	A	B	A	C	B
45	A	D	C	C	D	A	D	D
46	D	B	D	B	C	C	A	D
47	A	A	A	D	B	D	B	D
48	C	D	C	C	A	B	C	A
49	A	A	C	B	C	A	D	B
50	C	D	A	B	B	D	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn D.

Số phức liên hợp của số phức $z=-2+5i$ là $\overline{z}=-2-5i.$

Câu 2: Chọn A.

Ta có diện tích xung quanh của hình trụ bằng $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.3.3=18\pi.$

Câu 3: Chọn C.

$\int\left(x^4+x\right)dx=\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{2}x^2+C.$

Câu 4: Chọn A.

y' đổi dấu khi đi qua $x=-2,x=0,x=2$ nên hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 5: Chọn D.

$\int\limits_1^2\left[3+2f\left(x\right)\right]dx=3\int\limits_1^2 dx+2\int\limits_1^2 f\left(x\right)dx=3+2.2+7$

Câu 6: Chọn C.

$\log_2\left(2x-1\right)=2\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1>0\\2x-1=2^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\x=\frac{5}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}.$

Câu 7: Chọn B.

Số cách bốc cùng lúc 4 viên bi trong một hộp có 10 viên bi khác nhau là số tổ hợp chập 4 của 10 phần tử. Vậy số cách bốc là C_{10}^4.

Câu 8: Chọn C.

Ta có $z_1+z_2=1-2i+2+i=3-i.$

Câu 9: Chọn A.

Ta có $3^{x-1}=27\Leftrightarrow 3^{x-1}=3^3\Leftrightarrow x-1=3\Leftrightarrow x=4.$

Câu 10: Chọn D.

Đồ thị trên là của hàm số dạng $y=ax^4+bx^2+c,$ với $a>0.$ Do đó chọn đáp án D.

Câu 11: Chọn A.

Thể tích khối cầu là $V=\frac{4\pi r^3}{3}=\frac{4\pi.3^3}{3}=36\pi.$

Câu 12: Chọn B.

Ta có $\log_{a^4} b = \frac{1}{4}\log_a b.$

Câu 13: Chọn A.

Từ phương trình mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9,$ suy ra bán kính của nó là $R = \sqrt{9} = 3.$

Câu 14: Chọn A.

ĐKXĐ: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1.$ Tập xác định của hàm số là $(1; +\infty).$

Câu 15: Chọn B.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2x+1}{x+1} = 2.$ Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 2.$

Câu 16: Chọn D.

Thể tích khối hộp chữ nhật cần tìm là: $V = 2.6.7 = 84.$

Câu 17: Chọn B.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(3;5;0).$

Câu 18: Chọn A.

Gọi V, h lần lượt là thể tích và chiều cao của khối chóp.

Khi đó: $h = \frac{3V}{B} = \frac{3.12}{2} = 18.$

Vậy, chiều cao của khối chóp đã cho bằng 18.

Câu 19: Chọn C.

Vì $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (4;-1;3).$

Câu 20: Chọn C.

Điểm $M(-2;1)$ biểu diễn số phức $z = -2 + i.$

Vậy môđun của z bằng $|z| = |-2+i| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

Câu 21: Chọn A.

$$\int f(x)dx = \int \frac{2x+1}{(x+1)^2}dx = \int \frac{2(x+1)-1}{(x+1)^2}dx = \int \left[\frac{2}{(x+1)} - \frac{1}{(x+1)^2}\right]dx = 2\ln(x+1) + \frac{1}{x+1} + C$$

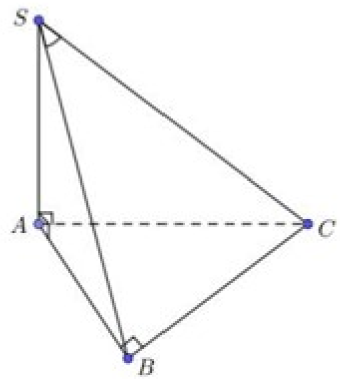
Câu 22: Chọn D.

Ta có $u_3 = q^2 u_1 = 2^2.3 = 12.$

Câu 23: Chọn D.

Mặt phẳng qua ba điểm trên ba trục tọa độ $A(-1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$ có phương trình $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1.$

Câu 24: Chọn C.



Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

B là hình chiếu của C lên mặt (SAB).

$\Rightarrow (SC;(SAB)) = (SC, SB) = \widehat{BSC}$

Xét ΔSAB vuông tại A có $SB = \sqrt{AB^2 + SA^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}.$

Xét ΔSBC vuông tại B có $\tan \widehat{BSC} = \frac{BC}{SB} = \frac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

Vậy $(SC,(SAB)) = \widehat{BSC} = 60^0$.

Câu 25: Chọn B.

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ của hàm số $f(x)$, ta thấy hàm số đổi dấu từ âm sang dương tại $x=-2$ và $x=2$ nhưng $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ nên hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 26: Chọn C.

Ta có $y' = 2.f'(2x+1)$, hàm số nghịch biến $\Rightarrow f'(2x+1) < 0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1<-3 \\ -1<2x+1<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ -1<x<0 \end{array}\right..$

Vậy hàm số $f(2x+1)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ và $(-1;0)$.

Câu 27: Chọn B.

Ta có $z^2.\overline{w} = (4+2i)^2(1-i) = (12+16i)(1-i) = 4i+28$

$\Rightarrow$ Môđun của số phức $z^2\overline{w}$ bằng $20\sqrt{2}$.

Câu 28: Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;0;-1),\overrightarrow{BD}=(0;-1;2)$

Gọi $\vec{n}$ là một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (BCD), khi đó $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(-1;-4;-2)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}=\vec{n}=(-1;-4;-2)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=1-t\\y=-4t\\z=2-2t\end{cases}$. So sánh với các đáp án ta được phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=2-t\\y=4-4t\\z=4-2t\end{cases}$.

Câu 29: Chọn D.

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-yi.$

Theo đề bài $3(\overline{z}-i)-(2+3i)z=7-16i\Leftrightarrow 3(x-yi-i)-(2+3i)(x+yi)=7-16i$

$\Leftrightarrow(x+3y)-(3x+5y+3)i=7-16i\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y=7\\3x+5y+3=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\Rightarrow z=1+2i.$

Vậy mô đun của số phức z là $|z|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

Câu 30: Chọn C.

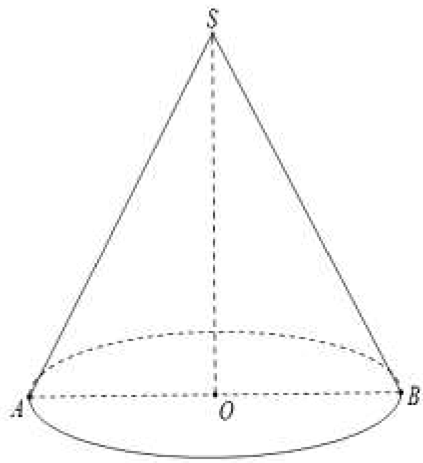
Do $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên

$I=\int_1^3\left[2-f(x)\right]dx=\left(2x-F(x)\right)\Big|_1^3=\left(2x-x^3\right)\Big|_1^3=-22$

Câu 31: Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -1.

Câu 32: Chọn D.



Ta có: $OA = r = 2 \Rightarrow AB = 4$.

Tam giác SAB có: $SA = SB, \widehat{ASB} = 60^0$ nên ΔSAB đều cạnh 4.

$\Rightarrow l = SA = SB = 4$.

Vậy diện tích xung quanh hình nón bằng: $S_{xq} = \pi rl = \pi.2.4 = 8\pi$.

Câu 33: Chọn A.

Theo giả thiết $f'(x) = e^x + x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên:

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (e^x + x)dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$$

Mà $f(0) = 4$ nên $e^0 + \frac{1}{2}0^2 + C = 4 \Leftrightarrow C = 3$

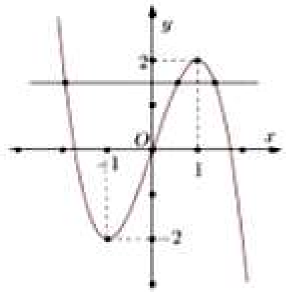
Suy ra $f(x) = e^x + \frac{1}{2}x^2 + 3$

Vậy $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \left(e^x + \frac{1}{2}x^2 + 3\right)dx = \frac{6e+13}{6}$

Câu 34: Chọn D.

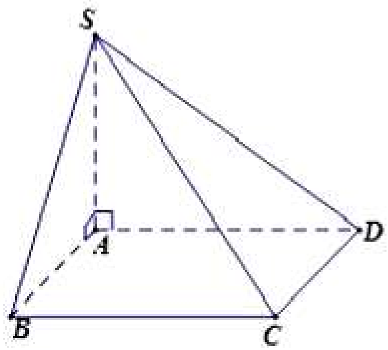
Ta có: $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$

Do đó số nghiệm của phương trình là số giao điểm giữa đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.



Suy ra phương trình $2f\left(x\right)-3=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 35: Chọn D.



Ta có: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a.a^2=\frac{a^3}{3}.$

Câu 36: Chọn B.

Chọn điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}.$

Gọi $I\left(a;b;c\right)$ suy ra:

$\overrightarrow{IA}=\left(1-a;1-b;1-c\right),\overrightarrow{IB}=\left(-a;1-b;2-c\right),\overrightarrow{IC}=\left(-2-a;-b;1-c\right).$

Do đó: $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}2\left(1-a\right)-a-2-a=0\\2\left(1-b\right)+1-b-b=0\\2\left(1-c\right)+2-c+1-c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=\frac{3}{4}\\c=\frac{5}{4}\end{cases}\Rightarrow I\left(0;\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right).$

Khi đó: $S=2NA^2+NB^2+NC^2=2\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$$=4NI^2+IA^2+IB^2+IC^2+2\overrightarrow{NI}\left(2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)$$

$$=4NI^2+IA^2+IB^2+IC^2.$$

Do I cố định nên $IA^2+IB^2+IC^2$ không đổi.

Do đó để $S_{\min}\Leftrightarrow NI_{\min}^2\Leftrightarrow NI_{\min}\Leftrightarrow N$ là hình chiếu của I lên $\left(P\right)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với $(P) \Rightarrow (\Delta): \begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{3}{4} - t \\ z = \dfrac{5}{4} + t \end{cases}.$

Suy ra $N = \Delta \cap (P)$.

Xét phương trình $t - \left(\dfrac{3}{4} - t\right) + \dfrac{5}{4} + t + 1 = 0 \Leftrightarrow 3t + \dfrac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{-1}{2}$.

$\Rightarrow N\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{5}{4}; \dfrac{3}{4}\right) \Rightarrow ON = \dfrac{\sqrt{38}}{4}$.

Câu 37: Chọn A.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \sin^2 x - 3m$ trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Do trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right), 1 < f'(x) < 6$ nên $g'(x) = f'(x) - \sin 2x > 0, \forall x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Như vậy hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ và $g(x) < g\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) - 1 - 3m$

Bất phương trình $f(x) < \sin^2 x + 3m, \forall x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi $g(x) < 0, \forall x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Hay $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) - 1 - 3m \le 0 \Leftrightarrow m \ge \dfrac{1}{3}\left[f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) - 1\right]$.

Câu 38: Chọn C.

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + y + z = 1$ và 1 vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1} = (1;1;1)$.

$\overrightarrow{BC} = (0;-1;1)$. Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{BC}\right] = (2;-1;-1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) là $2x - y - z + 1 = 0$.

Gọi H là trung điểm BC, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$, ta có $H\left(0; \dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$ và IH vuông góc với mặt phẳng (P). Như vậy phương trình đường thẳng IH là $\begin{cases} x = 2t \\ y = \dfrac{1}{2} - t \\ z = \dfrac{1}{2} - t \end{cases}.$

Gọi $I\left(2t;\frac{1}{2}-t;\frac{1}{2}-t\right)\in IH,$ ta có

$$IA=IB\Leftrightarrow\sqrt{(2t-1)^2+\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\left(t-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{(2t)^2+\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\left(t-\frac{1}{2}\right)^2}\Leftrightarrow t=\frac{1}{6}\Leftrightarrow I\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right).$$

Khi đó khoảng cách từ I đến mặt phẳng (Q) bằng $d\left(I,(Q)\right)=\dfrac{\left|2.\frac{1}{3}-3.\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+1\right|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{14}}.$

Câu 39: Chọn B.

Ta có $4^x+2m.6^x+3.9^x=0\Leftrightarrow 3\left(\frac{9}{4}\right)^x+2m\left(\frac{3}{2}\right)^x+1=0.$

Nhận thấy $a.c=3.1=3>0$ nên nếu phương trình có hai nghiệm thì hai nghiệm đó cùng dấu. Suy ra điều kiện để phương trình đã cho có nghiệm là $\begin{cases}\Delta'=m^2-3\geq 0\\ -\frac{b}{a}=-\frac{2m}{3}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m\geq\sqrt{3}\\ m\leq-\sqrt{3}\end{array}\right.\\ m<0\end{cases}\Leftrightarrow m\leq-\sqrt{3}.$

Như vậy trên đoạn $[-10;10]$ có $m\in\{-10;-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2\}$ thỏa mãn. Hay có 9 giá trị nguyên m thỏa mãn bài toán.

Câu 40: Chọn A.

Ta có $w=\dfrac{3+iz}{1+z}\Leftrightarrow w+zw=3+iz\Leftrightarrow w-3=(i-w)z\Leftrightarrow|w-3|=|w-i||z|.$

Giả sử $w=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$

$$\Rightarrow(a-3)^2+b^2=|z|^2\left[a^2+(b-1)^2\right]\Leftrightarrow\left(1-|z|^2\right)\left(a^2+b^2\right)-6a+2|z|^2b+9-|z|^2=0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là một đường thẳng nên $\left(1-|z|^2\right)\left(a^2+b^2\right)=0.$ Vì $w=0$ không thỏa mãn bài toán, suy ra $|z|=1.$

Câu 41: Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{100}^3.$

Trong 100 số tự nhiên từ 1 đến 100 có 50 số chẵn và 50 số lẻ.

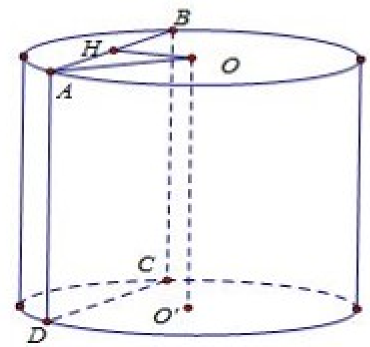
Giả sử 3 số được chọn theo thứ tự là a,b,c, ta có $a+c=2b,$ suy ra a và c có cùng tính chẵn lẻ. Ứng với mỗi cách chọn a,c có duy nhất cách chọn $b.$

Do đó số cách chọn 3 số được lập cấp số cộng bằng số cách chọn 2 số cùng chẵn hoặc 2 số cùng lẻ.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta có $n(A)=C_{50}^2+C_{50}^2.$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{2C_{50}^{2}}{C_{100}^{3}}\approx 0,015.$

Câu 42: Chọn A.



Theo giả thiết $ABCD$ có diện tích bằng $16\Rightarrow AB=4.$

Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow OH\perp(ABCD)$ và $OH=\sqrt{2}; AH=2$

$\Rightarrow OA=\sqrt{AH^{2}+OH^{2}}=\sqrt{6}$

$r=\sqrt{6}; l=4\Rightarrow S_{xq}=2\pi rl=2\pi.\sqrt{6}.4=8\sqrt{6}\pi.$

Câu 43: Chọn C.

Từ giả thuyết: $f(-x)+2021f(x)+x\sin x,\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x)dx+2021\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\sin xdx\ (*)$$

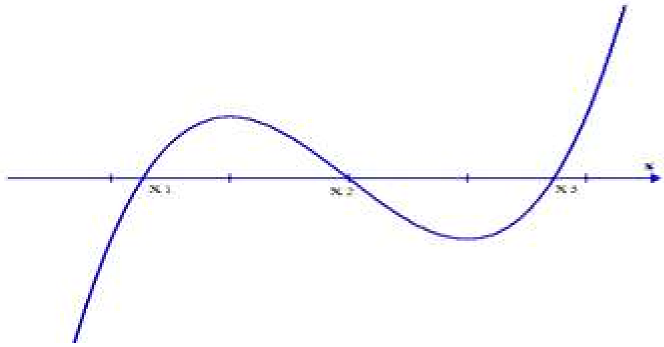
Tính: $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x)dx \overset{t=-x}{=} -\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} f(t)dt=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=I.$

Tính: $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\sin xdx$. Đặt $\begin{cases}u=x\\ dv=\sin xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=-\cos x\end{cases}$

$$\Rightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\sin xdx=-x\cos x\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos xdx=\sin x\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=2$$

$(*)\Leftrightarrow I+2021.I=2\Leftrightarrow I=\dfrac{1}{1011}.$

Câu 44: Chọn A.



Nhận xét: để diện tích phần phía trên trục Ox bằng diện tích phần phía dưới trục Ox. Nên đồ thị hàm số cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ x_1, x_2, x_3 lập thành cấp số cộng.

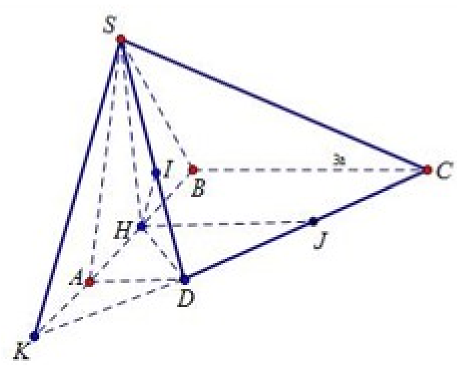
Nghĩa là phương trình $x^3 + 3x^2 - 4mx + 2m - 1 = 0$ $(*)$ có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1 + x_3 = 2x_2$.

Theo Viet: $x_1 + x_2 + x_3 = -3 \Leftrightarrow x_2 = -1$ thế vào phương trình $(*)$ ta được $m = -\dfrac{1}{6}$.

Thử lại: với $m = -\dfrac{1}{6} \Rightarrow x^3 + 3x^2 + \dfrac{2}{3}x - \dfrac{4}{3} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-3-\sqrt{21}}{3} \\ x = -1 \\ x = \dfrac{-3-\sqrt{21}}{3} \end{array}\right.$ là một cấp số cộng.

Vậy $m = -\dfrac{1}{6}$ nhận.

Câu 45: Chọn C.



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Trong $(ABCD)$, gọi $K = BA \cap CD$ suy ra $KA = AH = HB = a$.

Gọi J là trung điểm của CD suy ra $HJ = 2a$.

Ta có $d\left(A;(SCD)\right) = \dfrac{1}{2}.d\left(H;(SCD)\right)$

ΔKHJ vuông cân tại H nên $HD \perp KJ$, đồng thời $SH \perp KJ$ suy ra $KJ \perp (SHD)$.

Trong (SHD), dựng $\begin{cases} HI \perp SD \\ I \in SD \end{cases} \Rightarrow HI \perp (SCD) \Rightarrow HI = d(H;(SCD))$.

$SH = a\sqrt{3}, HD = a\sqrt{2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$. Vậy $d(S;(SCD)) = \frac{1}{2}.HI = \frac{a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 46: Chọn D.

Đặt $t = 2x^3 - 6x + 2$ $(*)$

x	-1		1		2
t'	0	$-$	0	$+$	
t	6	$\searrow$	-2	$\nearrow$	6

Với một giá trị $t \in (-2;6]$ thì phương trình $(*)$ có 2 nghiệm $x \in [-1;2]$.

Với một giá trị $t = -2$ thì phương trình $(*)$ có 1 nghiệm $x \in [-1;2]$.

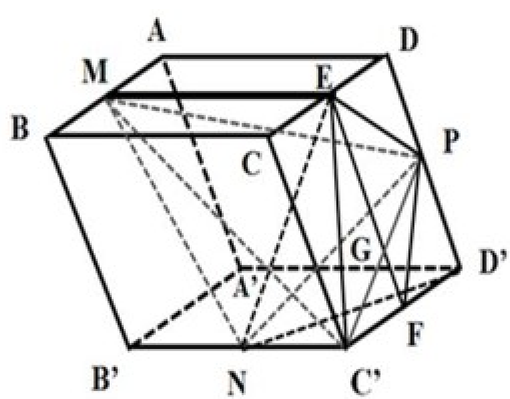
Với một giá trị $t \in (-\infty;-2) \cup (6;+\infty)$ thì phương trình $(*)$ không có nghiệm $x \in [-1;2]$.

Phương trình $f(2x^3 - 6x + 2) = 2m - 1$ có 6 nghiệm phân biệt x thuộc đoạn $[-1;2]$.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $f(t) = 2m - 1$ có 3 nghiệm phân biệt $t \in (-2;6]$.

$\Leftrightarrow 0 < 2m - 1 < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$. Vậy có một giá trị nguyên $m = 1$ thỏa bài toán.

Câu 47: Chọn A.



Gọi E, F là trung điểm $CD, C'D'; G$ là giao điểm của $C'P$ và EF.

Do $ME // C'N \Rightarrow ME // (C'NP) \Rightarrow d(M,(C'NP)) = d(E,(C'NP)) \Rightarrow V_{MCNP} = V_{EC'NP}$

Ta có: $V'=V_{C'MNP}=V_{EC'NP}=3V_{FC'NP}$ (do $EG=3FG$)

Mà $C'D=2C'F$ nên $V_{FC'NP}=\frac{1}{2}V_{D'C'NP}$ suy ra $V'=\frac{3}{2}V_{D'C'NP}$.

Lại có:

$$V_{D'C'NP}=\frac{1}{3}.d\left(P,\left(C'D'N\right)\right).S_{\Delta C'D'N}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}d\left(D,\left(C'D'N\right)\right).\frac{1}{4}S_{A'B'C'D'}$$

$$=\frac{1}{24}D\left(D,\left(A'B'C'D'\right)\right).S_{A'B'C'D'}=\frac{V}{24}$$

Nên $V'=\frac{3}{2}V_{D'C'NP}=\frac{3}{2}.\frac{V}{24}=\frac{V}{16}\Leftrightarrow\frac{V'}{V}=\frac{1}{16}$.

Câu 48: Chọn C.

Ta có: $y'=\frac{-13x^2+18x+13}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Giả sử đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A\left(x_1;y_1\right),B\left(x_2;y_2\right)$. Khi đó x_1,x_2 là nghiệm của phương trình $y'=0\Leftrightarrow-13x^2+18x+13=0$.

Mặt khác, ta có nếu $f\left(x\right)=\frac{u\left(x\right)}{v\left(x\right)}\Rightarrow f'\left(x\right)=\frac{u'\left(x\right).v\left(x\right)-u\left(x\right).v'\left(x\right)}{v^2\left(x\right)}$

$$\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Rightarrow u'\left(x\right).v\left(x\right)-u\left(x\right).v'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\frac{u\left(x\right)}{v\left(x\right)}=\frac{u'\left(x\right)}{v'\left(x\right)}$$

Có $y_{CT}=\frac{u\left(x_{CT}\right)}{v\left(x_{CT}\right)}=\frac{u'\left(x_{CT}\right)}{v'\left(x_{CT}\right)}$

Áp dụng lý thuyết trên ta có hai điểm cực trị của đồ thị hàm số thuộc đường cong $y=\frac{\left(13x-9\right)'}{\left(x^2+1\right)'}=\frac{13}{2x}$.

Do đó: $y_1=\frac{13}{2x_1}=\frac{13-\left(-13x_1^2+18x_1+13\right)}{2x_1}=\frac{13x_1^2-18x_1}{2x_1}=\frac{13}{2}x_1-9$

Tương tự: $y_2=\frac{13}{2}x_2-9$

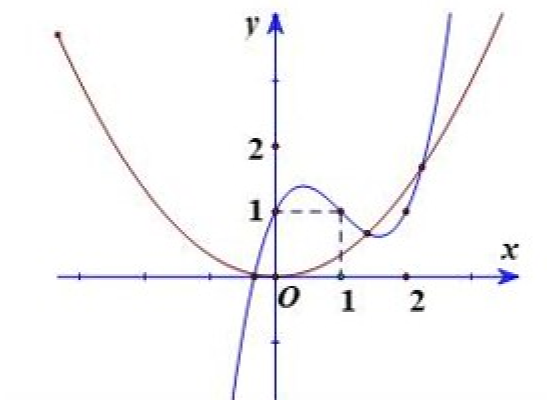
Nên A,B thuộc đường thẳng $\left(d\right):y=\frac{13}{2}x-9$ hay đường thẳng đi qua hai điểm cực trị A,B là $\left(d\right):y=\frac{13}{2}x-9\Leftrightarrow13x-2y-18=0$

Vậy $d\left(O,AB\right)=\dfrac{\left|-18\right|}{\sqrt{13^2+2^2}}=\dfrac{18}{\sqrt{173}}$.

Câu 49: Chọn C.

Ta có $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-\frac{1}{3}x^2, g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=\frac{1}{3}x^2$.

Số nghiệm của $f'\left(x\right)=\frac{1}{3}x^2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ (như hình vẽ) và đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^2$.



Theo hình vẽ ta có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^2$ tại 3 điểm phân biệt a,b,c. Lập bảng biến thiên ta có

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$g'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g\left(x\right)$	$+\infty$	↘	CT	↗	CĐ	↘	CT	↗	$+\infty$

Vậy số điểm cực tiểu của hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{1}{9}x^3$ là 2.

Câu 50: Chọn A.

Từ đồ thị hàm số, ta có $y=f\left(x\right)$ có 3 điểm cực trị là $-1,0,1$ nên hàm số có dạng

$f'(x) = ax(x^2-1) \Rightarrow f(x) = \frac{a}{4}x^4 - \frac{a}{2}x^2 + b$ và đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua hai điểm $(0;4),(1;3)$ nên $f(x) = x^4 - 2x^2 + 4 \geq 3, \forall x.$

Điều kiện $\frac{f(x)}{mx^2} > 0$ suy ra $m > 0.$

Ta có

$$\log\left(\frac{f(x)}{mx^2}\right) + x\left(f(x) - mx\right) = mx^3 - f(x) \Leftrightarrow \log f(x) + x.f(x) + f(x) = \log\left(mx^2\right) + x.mx^2 + mx^2$$

$$\Leftrightarrow \log(x+1)f(x) + x.f(x) + f(x) = \log\left((x+1)mx^2\right) + x.mx^2 + mx^2 \text{ do } x+1>0 \ (*)$$

Xét hàm số $g(t) = \log t + t$ với $t > 0.$ Ta có $g'(t) = \frac{1}{t.\ln 10} + 1 > 0.$

Từ $(*)$ ta có $(x+1)f(x) = (x+1)mx^2 \Leftrightarrow m = \frac{f(x)}{x^2} = \frac{x^4 - 2x^2 + 4}{x^2} = \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 6.$

Đặt $u = x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{2},$ khi đó $m = u^2 - 6, \forall u \geq 2\sqrt{2}.$

Dễ thấy với mỗi giá trị của u cho ta hai giá trị của $x > 0,$ nên yêu cầu bài toán đưa về điều kiện là tìm m để phương trình $m = u^2 - 6$ có đúng một nghiệm $u > 2\sqrt{2}.$ Đặt $h(u) = u^2 - 6$ với $u > 2\sqrt{2}.$

u	$-\infty$	0	$2\sqrt{2}$	$+\infty$
$h(u)$	$+\infty$	-6	2	$+\infty$

Do $m \in \mathbb{Z}, m \in [-2021; 2021], m > 2$ nên có 2019 giá trị thỏa mãn.

HẾT

https://toanmath.com/