

Câu 1(2,5 điểm).

1. Cho hàm số : $y = \frac{2x-3}{x+1}$ (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1.

2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-2; 2]$.

Câu 2 (0,5 điểm). Giải phương trình: $4\sin x + \cos x = 2 + \sin 2x$

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Giải phương trình: $5^{2x} - 24.5^{x-1} - 1 = 0$

b) Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{4x^2 + 4x + 3}{2x+1}$ và $f(0) = 1$.

Câu 4 (1,0 điểm). Trong không gian tọa độ Oxyz cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O, đỉnh $B(1;1;0)$, $D(1;-1;0)$. Tìm tọa độ đỉnh A' biết A' có cao độ dương và viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Câu 5 (0,5 điểm). Trường trung học phổ thông Thuận Thành số 1 có tổ Toán gồm 15 giáo viên trong đó có 8 giáo viên nam, 7 giáo viên nữ; Tổ Lý gồm 12 giáo viên trong đó có 5 giáo viên nam, 7 giáo viên nữ. Chọn ngẫu nhiên mỗi tổ 2 giáo viên đi dự tập huấn chuyên đề dạy học tích hợp. Tính xác suất sao cho trong các giáo viên được chọn có 2 nam và 2 nữ.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD biết góc giữa SC và mặt phẳng chứa đáy là α với $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có chân đường phân giác hạ từ đỉnh A là $D(1;-1)$. Phương trình tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x + 2y - 7 = 0$. Giả sử điểm $M\left(\frac{13}{5}; -\frac{1}{5}\right)$ là trung điểm của BD . Tìm tọa độ các điểm A, C biết A có tung độ dương.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x - 2\sqrt{x^2 - 2x + 4} = y + 1 - 2\sqrt{y^2 + 3} \\ \sqrt{4x^2 + x + 6} - 5\sqrt{y + 2} = \sqrt{xy - 2y - x + 2} - 1 - 2y - |x - 2| \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab \geq 1$; $c(a + b + c) \geq 3$.

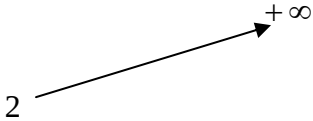
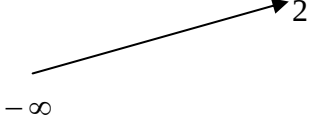
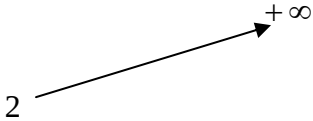
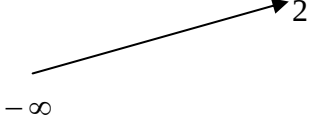
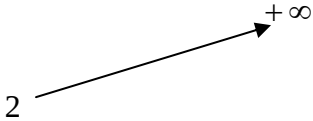
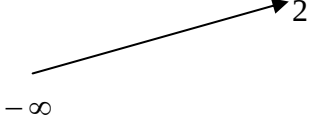
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{b+2c}{1+a} + \frac{a+2c}{1+b} + 6\ln(a+b+2c)$.

----- **Hết** -----

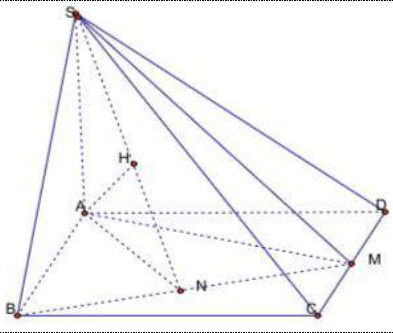
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN I, NĂM 2015-2016
Môn thi: Toán 12

Câu	Ý	Nội dung	Điểm												
Câu 1 (2,5 điểm)	1.Cho hàm số : $y = \frac{2x-3}{x+1}$ (C)														
	a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C)														
	b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1														
	a)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).	1,0												
		TXĐ: $R \setminus \{-1\}$ $y' = \frac{5}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ Hàm số không có cực trị	0,25												
		$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2 \Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận ngang $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$	0,25												
		- Bảng biến thiên. <table><tr><td>X</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>'</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>Y</td><td> 2  </td><td></td><td>  $-\infty$ </td></tr></table>	X	$-\infty$	-1	$+\infty$	'	+		+	Y	2 		 $-\infty$	0,25
	X	$-\infty$	-1	$+\infty$											
'	+		+												
Y	2 		 $-\infty$												
	* Đồ thị:	0,25													
b) 0,75	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1														
	Với $y = 1 \Rightarrow 2x - 3 = x + 1 \Rightarrow x = 4; y'(4) = \frac{1}{5}$		0,5												
	Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(4;1)$ là: $y = \frac{1}{5}(x - 4) + 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$		0,25												
2. (0,75 điểm)	Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-2;2]$														
	Xét trên đoạn $[-2;2]$ ta có: $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$		0,25												
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 (l) \\ x = 1 \end{cases}$		0,25												

		Ta có: $f(-2) = 23$, $f(1) = -4$, $f(2) = 3$ Vậy: $\max_{[-2;2]} f(x) = f(-2) = 23$, $\min_{[-2;2]} f(x) = f(1) = -4$	0,25
Câu 2 (0,5 điểm)	Giải phương trình: $4\sin x + \cos x = 2 + \sin 2x$		
		Phương trình tương đương: $\Leftrightarrow 4\sin x + \cos x = 2 + 2\sin x \cdot \cos x \Leftrightarrow 2\sin x(2 - \cos x) - (2 - \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow (2 - \cos x)(2\sin x - 1) = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - \cos x = 0 \text{ (VN)} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
Câu 3 (1,5 điểm)			1,5
		Ta có: $5^{2x} - 24 \cdot 5^{x-1} - 1 = 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - \frac{24}{5} \cdot 5^x - 1 = 0$ Đặt $t = 5^x$, ($t > 0$)	0,25
	a)	Phương trình trở thành: $\Leftrightarrow t^2 - \frac{24}{5}t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -\frac{1}{5} \text{ (l)} \end{cases}$	0,25
		Với $t = 5$ ta có $x = 1$. Vậy phương trình có nghiệm là $x = 1$	0,25
	b)	Ta có $f(x) = \int \frac{4x^2 + 4x + 3}{2x + 1} dx = \int \left(2x + 1 + \frac{2}{2x + 1} \right) dx = x^2 + x + \ln 2x + 1 + c$	0,5
		Mà $f(0) = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + x + \ln 2x + 1 + 1$	0,25
Câu 4 (1 điểm)	Ta có: $AB = \sqrt{2}$ Gọi $A'(x; y; z)$, Vì ABCD.A'B'C'D' là hình lập phương ta có $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$; $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$		0,25
		Và $AA' = \sqrt{2}$ nên ta có hệ $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow A'(0; 0; \sqrt{2})$ Do A' có tung độ dương	0,25
	Lại có đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là AC' mà $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow C'(2; 0; \sqrt{2}) \Rightarrow I\left(1; 0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ là trung điểm của AC' và bán kính mặt cầu là $R = AI = \frac{\sqrt{6}}{2}$		0,25

		Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3}{2}$	0,25
Câu 5 (0,5 điểm)		Số phần tử của của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^2 C_{12}^2$ Gọi A là biến cố: “Các giáo viên được chọn có 2 nam và 2 nữ” $n(A) = C_8^2 C_7^2 + C_5^2 C_7^2 + C_8^1 C_7^1 C_5^1 C_5^1$	0,25
		$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{197}{495}$	0,25
Câu 6 (1,0 điểm)	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD.		1,00
		Ta có hình chiếu của SC trên mặt phẳng đáy là AC vậy góc SCA là góc giữa SC và mặt phẳng đáy $\Rightarrow SA = AC \tan \alpha = a$	0,25
		Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a^2$ Do đó: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{2a^3}{3}$ (đvtt)	0,25
		Ta có $d(D, (SBM)) = d(C, (SBM)) = \frac{1}{2} d(A, (SBM))$ Dựng $AN \perp BM$ (N thuộc BM) và $AH \perp SN$ (H thuộc SN) Ta có: $BM \perp AN$, $BM \perp SA$ suy ra: $BM \perp AH$. Và $AH \perp BM$, $AH \perp SN$ suy ra: $AH \perp (SBM)$. Do đó $d(A, (SBM)) = AH$	0,25
		Ta có: $S_{ABM} = S_{ABCD} - 2S_{ADM} = a^2$; $S_{ABM} = \frac{1}{2} AN \cdot BM = a^2 \Rightarrow AN = \frac{2a^2}{BM} = \frac{4a}{\sqrt{17}}$ Trong tam giác vuông SAN có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \frac{4a}{\sqrt{33}}$ Suy ra $d(D, (SBM)) = \frac{2a}{\sqrt{33}}$	0,25
Câu 7 (1,0 điểm)			1,00
		Gọi E là giao của tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC với BC, PT BC: $x-2y-3=0 \Rightarrow E(5;1)$ và chứng minh được $ED = EA$	0,25
		Từ $A(7-2a;a) \in d$ $x+2y-7=0$. Từ $EA=ED$ ta có $(2-2a)^2 + (a-1)^2 = 20 \Rightarrow A(1;3)$ (do tung độ A dương)	0,25
		M là trung điểm của BD $\Rightarrow B\left(\frac{21}{5}; \frac{3}{5}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB}\left(\frac{16}{5}; -\frac{12}{5}\right)$	0,25
		Gọi $C(2c+3;c)$ ta có $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) = \cos(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}) \Rightarrow C(-15; -9)$ (Học sinh có thể sử dụng phương tích $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{EC} = EA^2$)	0,25
	Giải hệ phương trình sau		1,00

Câu 8 (1,0 điểm)	ĐK: $y \geq -2; (x-2)(y-1) \geq 0$ Phương trình (1) $\Leftrightarrow x - 2\sqrt{(x-1)^2 + 3} = y - 2\sqrt{y^2 + 3}$ Xét hàm $f(t) = t - 2\sqrt{t^2 + 3}$ có $f'(t) = 1 - \frac{2t}{\sqrt{t^2 + 3}}, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ $f'(t) < 0, \forall t > 1; f'(t) > 0, \forall t < 1$		0,25
	Từ điều kiện ta có -Nếu $x - 2 \geq 0 \Rightarrow y - 1 \geq 0$ hay $x - 1 \geq 1 \Rightarrow y \geq 1$ mà pt (1) có dạng $f(x-1)=f(y) \Rightarrow y = x - 1$ -Nếu $x - 2 \leq 0 \Rightarrow y - 1 \leq 0$ hay $x - 1 \leq 1 \Rightarrow y \leq 1$ pt(1) $\Rightarrow y = x - 1$ Vậy ta có $y=x-1$ thế vào pt (2) ta có:		0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{4x^2 + x + 6} - (1 - 2x) = 5\sqrt{x+1} \quad (3) \Leftrightarrow \frac{x+1}{\sqrt{4x^2 + x + 6} + 1 - 2x} = \sqrt{x+1}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ \sqrt{4x^2 + x + 6} + 1 - 2x = \sqrt{x+1} \end{cases} \quad (4)$		0,25
	Kết hợp (3) và (4) ta được $2\sqrt{x+1} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 8x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2+\sqrt{7}}{2}$ Thử lại ta có: Phương trình đã cho có 2 nghiệm: $x = -1; x = \frac{2+\sqrt{7}}{2}$. Vậy hệ có nghiệm là $(x;y) = (-1;-2)$ và $\left(\frac{2+\sqrt{7}}{2}; \frac{\sqrt{7}}{2}\right)$ (học sinh có thể bình phương để giải pt ẩn x)		0,25
Câu 9 (1,0 điểm)	Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab \geq 1; c(a+b+c) \geq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{b+2c}{1+a} + \frac{a+2c}{1+b} + 6\ln(a+b+2c)$.		1,00
	$P + 2 = \frac{a+b+2c+1}{1+a} + \frac{a+b+2c+1}{1+b} + 6\ln(a+b+2c)$ $= (a+b+2c+1) \left(\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} \right) + 6\ln(a+b+2c)$		0,25
	Ta chứng minh được các BĐT quen thuộc sau: +) $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} \geq \frac{2}{1+\sqrt{ab}} \quad (1)$ +) $\sqrt{ab} \leq \frac{ab+1}{2} \quad (2)$ Thật vậy, +) $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} \geq \frac{2}{1+\sqrt{ab}} \Leftrightarrow (2+a+b)(1+\sqrt{ab}) \geq 2(1+a)(1+b)$ $\Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2(\sqrt{ab}-1) \geq 0$ luôn đúng vì $ab \geq 1$. Dấu “=” khi $a=b$ hoặc $ab=1$ +) $\sqrt{ab} \leq \frac{ab+1}{2} \Leftrightarrow (\sqrt{ab}-1)^2 \geq 0$. Dấu “=” khi $ab=1$.		0,25

	Do đó, $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} \geq \frac{2}{1+\sqrt{ab}} \geq \frac{2}{1+\frac{ab+1}{2}} = \frac{4}{3+ab}$ $\geq \frac{4}{ab+bc+ca+c^2} = \frac{4}{(a+c)(b+c)} \geq \frac{16}{(a+b+2c)^2}$. Đặt $t = a+b+2c, t > 0$ ta có:	0,25								
	$P+2 \geq f(t) = \frac{16(t+1)}{t^2} + 6\ln t, t > 0;$ $f'(t) = \frac{6}{t} - \frac{16(t+2)}{t^3} = \frac{6t^2 - 16t - 32}{t^3} = \frac{(t-4)(6t+8)}{t^3}$ BBT <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'(t)</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table> f(t) $5+6\ln 4$ Vậy, GTNN của P là $3+6\ln 4$ khi $a=b=c=1$.	t	0	4	$+\infty$	f'(t)	-	0	+	0,25
t	0	4	$+\infty$							
f'(t)	-	0	+							

Chú ý:

**Đây chỉ là hướng dẫn chấm, một số bài học sinh phải giải chi tiết
Mọi cách giải đúng khác đều cho điểm tương ứng.**