SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI OLYMPIC THÁNG 4 TP.HCM
CẤP THPT MỞ RỘNG NĂM HỌC 2020 - 2021
MÔN TOÁN LỚP 10
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (6 *điểm*)

1. Giải phương trình: $(x+4)\sqrt{2x-1}=6x-2$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+7=5y-6z \\ y^2+7=10z+3x \\ z^2+7=-x+3y \end{cases}$.

Bài 2. (4 *điểm*)

1. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi D là điểm chính giữa cung $\overset{\frown}{BC}$ (không chứa điểm A). Trên tia DA lấy điểm I sao cho $DB=DI$. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

2. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;2)$, tâm đường tròn ngoại tiếp $O(0;0)$, tâm đường tròn nội tiếp $I(0;1)$. Viết phương trình đường thẳng BC.

Bài 3. (4 *điểm*)

1. Cho a, b là hai số thực bất kỳ. Chứng minh rằng: $(a+b+3)^2+3\geq ab$.

2. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho parabol (C) có phương trình là $y=x^2-2x+3$ với đỉnh I. Xét các điểm $A\in(C)$ và B,C lần lượt thuộc các tia Ox, Oy sao cho tam giác ABC nhận I là trọng tâm. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác OBC.

Bài 4. (3 *điểm*)

Cho tứ giác $ABCD$ có $AD=\sqrt{3}$, $\widehat{ABD}=\widehat{ACD}=60^0$. Gọi E, F lần lượt là tâm các đường tròn nội tiếp các tam giác ABD, ACD. Giả sử $EF=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$, tính BC.

Bài 5. (3 *điểm*)

Có 16 học sinh gồm 8 học sinh nam và 8 học sinh nữ được mời lên sân khấu để nhận giấy khen của ban tổ chức Kỳ thi Olympic Tháng Tư, họ cùng đứng trên một hàng ngang. Khi đó, mỗi học sinh nam đếm số người đứng bên phải mình và mỗi học sinh nữ đếm số người đứng bên trái mình. Chứng minh rằng tổng các số được đếm bởi các học sinh nam bằng tổng các số được đếm bởi các học sinh nữ.

HẾT