

ĐỀ 01
(Đề thi có 01 trang)

Môn thi: Toán

Thời gian: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi:...../4/2017

Câu 1: (3 điểm) Giải phương trình sau: $\sin 2x + 2 \cos 2x = 1 + \sin x - 4 \cos x$.

Câu 2: (3 điểm) Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện: $C_n^{n-3} - C_{n-1}^2 = C_{n-1}^1 C_{n+3}^{n+2}$.

Tìm hệ số của số hạng chứa x^{11} trong khai triển $x^3 \left(x^{n-8} - \frac{n}{3x} \right)^n$ với $x \neq 0$.

Câu 3: (4 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAD là một tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC và CD . Biết góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° .

a) Chứng minh rằng $BP \perp (AMN)$.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

Câu 4: (4 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2} - y = 5y + 4 \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = x - 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 5: (3 điểm) Cho dãy số $\{u_n\}$ xác định như sau:
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2017} + u_n, \quad n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

Tính: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{u_1}{u_2} + \frac{u_2}{u_3} + \dots + \frac{u_n}{u_{n+1}} \right)$.

Câu 6: (3 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = \frac{3}{4}$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}} \geq 3$.

.....**HẾT**.....

- Thí sinh không sử dụng tài liệu

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

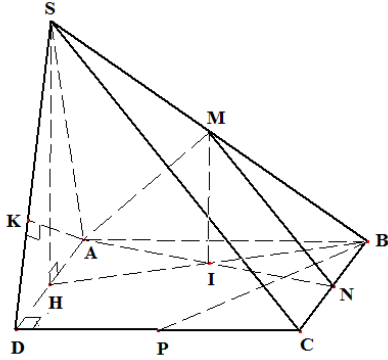
HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI SỐ 1
(Gồm có 05 trang)

Môn thi: Toán
Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 4/2017

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Thang điểm
Câu 1 (3 điểm)	$\sin 2x + 2 \cos 2x = 1 + \sin x - 4 \cos x$	0,5
	$\Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - 1 + 4 \cos^2 x - 2 - \sin x + 4 \cos x = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \sin x(2 \cos x - 1) + 4 \cos^2 x + 4 \cos x - 3 = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \sin x(2 \cos x - 1) + (2 \cos x - 1)(2 \cos x + 3) = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow (2 \cos x - 1)(\sin x + 2 \cos x + 3) = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \sin x + 2 \cos x + 3 = 0(VN) \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$	0,5

Câu	Đáp án	Thang điểm
Câu 2 (3 điểm)	$C_n^{n-3} - C_{n-1}^2 = C_{n-1}^1 \cdot C_{n+3}^{n+2}$ ĐK: $\begin{cases} n \in \mathbb{Z}^+ \\ n \geq 3 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!3!} - \frac{(n-1)!}{(n-3)!2!} = \frac{(n-1)!}{(n-2)!1!} \cdot \frac{(n+3)!}{(n+2)!1!}$	0,5
	$\Leftrightarrow (n-2)(n-1)n-3(n-2)(n-1) = 6(n-1)(n+3)$	0,5
	$\Leftrightarrow n^2 - 11n - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1 (L) \\ n = 12 (TM) \end{cases}$	0,5
	Với $n = 12 \Rightarrow x^3 \left(x^4 - \frac{4}{x} \right)^{12} = x^3 \sum_{k=1}^{12} C_{12}^k (x^4)^{12-k} \left(\frac{-4}{x} \right)^k = \sum_{k=1}^{12} C_{12}^k (-4)^k x^{51-5k}$	0,5
	Theo bài ra ta có: $51 - 5k = 11 \Leftrightarrow k = 8$	0,5
	Vậy hệ số cần tìm là: $C_{12}^8 (4)^8$	0,5

Câu	Đáp án	Thang điểm
Câu 3 (4 điểm)		
	a) Gọi H là trung điểm của AD Ta có: $\left. \begin{array}{l} (SAD) \perp (ABCD) \\ SH \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD) \quad (*)$ Gọi $I = AN \cap BH$ Ta có ABNH là hình chữ nhật nên I là trung điểm của BH $\Rightarrow MI \parallel SH \Rightarrow MI \perp (ABCD) \Rightarrow MI \perp BP \quad (1)$	1,0
	Mặt khác $\widehat{PBC} + \widehat{BNA} = \widehat{BAN} + \widehat{BNA} = 90^\circ \Rightarrow BP \perp AN \quad (2)$	0,5
	Từ (1), (2) và $MI, AN \subset (AMN) \Rightarrow BP \perp (AMN)$	0,5
	b) Kẻ $AK \perp SD, K \in SD$ Ta có $\left. \begin{array}{l} DC \perp AD \\ DC \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp AK \Rightarrow AK \perp (SDC)$ Vì $\left. \begin{array}{l} AB \parallel (SDC) \\ SC \subset (SDC) \end{array} \right\} \Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SDC)) = d(A, (SDC)) = AK$	1,0
	Ta có $\widehat{(SB, (ABCD))} = \widehat{SBH} = 30^\circ$ $\Rightarrow SH = BH \cdot \tan \widehat{SBH} = \sqrt{AB^2 + AH^2} \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{15}}{6}$ $\Rightarrow SD = \sqrt{SH^2 + HD^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{15}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$	0,5
	Ta có $SH \cdot AD = AK \cdot SD \Rightarrow AK = \frac{SH \cdot AD}{SD} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot a}{\frac{a\sqrt{6}}{3}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ Vậy $d(AB, SC) = \frac{a\sqrt{10}}{4}$	0,5

Câu	Đáp án	Thang điểm
Câu 4 (4 điểm)	$\text{ĐK: } \begin{cases} xy + x - y^2 - y \geq 0 \\ 4y^2 - x - 2 \geq 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$ $(1) \Leftrightarrow x - y + 3\sqrt{(x-y)(y+1)} - 4(y+1) = 0$ $\text{Đặt } \sqrt{x-y} = u \geq 0, \quad \sqrt{y+1} = v \geq \sqrt{2}$ $\Rightarrow u^2 + 3uv - 4v^2 = 0 \Leftrightarrow (u-v)(u+4v) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u = -4v(L) \end{cases}$	0,5
	Với $u = v \Rightarrow \sqrt{x-y} = \sqrt{y+1} \Rightarrow x = 2y+1$	0,5
	Thay vào phương trình (2) ta được:	
	$\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + \sqrt{y-1} = 2y \quad \text{ĐK: } y \geq \frac{1+\sqrt{13}}{4}$	0,5
	$\Leftrightarrow \sqrt{4y^2 - 2y - 3} - (2y-1) + (\sqrt{y-1} - 1) = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{2(y-2)}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + (2y-1)} + \frac{y-2}{\sqrt{y-1} + 1} = 0$	0,5
	$(y-2) \left(\frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + (2y-1)} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} \right) = 0(*)$	0,5
	Ta có: $\frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + (2y-1)} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} > 0, \forall y \geq \frac{1+\sqrt{13}}{4}$	0,5
	$\Rightarrow$ PT (*) có nghiệm duy nhất là $y = 2 \Rightarrow x = 5$ Vậy tập nghiệm của hệ PT là: $S = \{(2;5)\}$	0,5

Câu	Đáp án	Thang điểm
Câu 5 (3 điểm)	Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n^2}{2017}, n = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow \frac{u_n}{u_{n+1}} = 2017 \left(\frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_{n+1}} \right)$	0,5
	$\Rightarrow \frac{u_1}{u_2} + \frac{u_2}{u_3} + \dots + \frac{u_n}{u_{n+1}}$ $= 2017 \left[\left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} \right) + \left(\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} \right) + \dots + \left(\frac{1}{u_{n-1}} - \frac{1}{u_n} \right) + \left(\frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_{n+1}} \right) \right]$	0,5

	$= 2017 \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{n+1}} \right) = 2017 \left(1 - \frac{1}{u_{n+1}} \right)$	
	Từ công thức xác định của dãy $\{u_n\}$, ta có: $1 = u_1 < u_2 < \dots < u_{n+1} < \dots$	0,25
	Vậy dãy $\{u_n\}$ là dãy tăng.	0,25
	Giả sử dãy $\{u_n\}$ bị chặn trên. Khi đó tồn tại giới hạn hữu hạn Đặt: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 1$ Ta có: $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2017} + u_n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{u_n^2}{2017} + u_n \right)$ $\Leftrightarrow a = \frac{a^2}{2017} + a \Leftrightarrow a = 0$ (vô lý)	0,5
	Do đó $\{u_n\}$ không bị chặn trên, mà nó lại đơn điệu tăng, nên $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{u_n} = 0$	0,5
	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{u_1}{u_2} + \frac{u_2}{u_3} + \dots + \frac{u_n}{u_{n+1}} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2017 \left(1 - \frac{1}{u_{n+1}} \right) = 2017$	0,5

Câu	Đáp án	Thang điểm
Câu (6 điểm)	Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 3 số dương ta có $(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 3 \sqrt[3]{xyz} \cdot \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}} = 9$ $\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x + y + z} (*)$ Áp dụng (*) ta có $P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}} \geq \frac{9}{\sqrt[3]{a+3b} + \sqrt[3]{b+3c} + \sqrt[3]{c+3a}}$	1,0
	Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có $\sqrt[3]{(a+3b) \cdot 1 \cdot 1} \leq \frac{a+3b+1+1}{3} = \frac{1}{3}(a+3b+2)$ $\sqrt[3]{(b+3c) \cdot 1 \cdot 1} \leq \frac{b+3c+1+1}{3} = \frac{1}{3}(b+3c+2)$ $\sqrt[3]{(c+3a) \cdot 1 \cdot 1} \leq \frac{c+3a+1+1}{3} = \frac{1}{3}(c+3a+2)$	1,0
	Suy ra $\sqrt[3]{a+3b} + \sqrt[3]{b+3c} + \sqrt[3]{c+3a} \leq \frac{1}{3} [4(a+b+c) + 6]$	1,0

	$\leq \frac{1}{3} \left[4 \cdot \frac{3}{4} + 6 \right] = 3$ Do đó $P \geq 3$ Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a+b+c = \frac{3}{4} \\ a+3b = b+3c = c+3a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c = \frac{1}{4}$	
--	---	--

Lưu ý:

- Điểm bài thi là tổng điểm của các câu thành phần. Thang điểm toàn bài là 20 điểm, không được làm tròn (điểm lẻ từng ý trong một câu nhỏ nhất là 0,25)
- Thí sinh làm bài bằng cách khác, lập luận chặt chẽ, logic, ra kết quả đúng vẫn cho điểm tối đa.

.....Hết.....