



KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

BÀI 1. SỰ ĐỒNG BIẾN NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

A KIẾN THỨC CƠ BẢN

1 Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$. Khi đó

☑ Hàm số đồng biến trên $(a; b)$ nếu

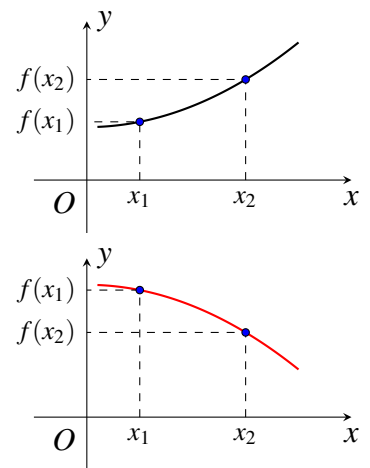
$$\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

- Trên khoảng $(a; b)$, đồ thị là một "đường đi lên" khi xét từ trái sang phải.

☑ Hàm số nghịch biến trên $(a; b)$ nếu

$$\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

- Trên khoảng $(a; b)$, đồ thị là một "đường đi xuống" khi xét từ trái sang phải.



2 Các tính chất thường dùng cho hàm đơn điệu

☑ Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Xét $m, n \in (a; b)$.

- ① Nếu $f(m) = f(n)$ thì $m = n$.
- ③ Nếu $f(m) < f(n)$ thì $m < n$.

② Nếu $f(m) > f(n)$ thì $m > n$.

④ Với k là một số thực cho trước, phương trình $f(x) = k$ có không quá 1 nghiệm thực trên $(a; b)$.

☑ Cho hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$. Xét $m, n \in (a; b)$.

- ① Nếu $f(m) = f(n)$ thì $m = n$.
- ③ Nếu $f(m) < f(n)$ thì $m > n$.

② Nếu $f(m) > f(n)$ thì $m < n$.

④ Với k là một số thực cho trước, phương trình $f(x) = k$ có không quá 1 nghiệm thực trên $(a; b)$.

3 Liên hệ giữa đạo hàm và tính đơn điệu

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$.

- ① Nếu $y' \geq 0, \forall x \in (a; b)$ thì $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
- ② Nếu $y' \leq 0, \forall x \in (a; b)$ thì $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$.

Chú ý: Dấu bằng xảy ra chỉ tại các điểm "rời nhau".

B CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

BUỔI SỐ 1

▢ DẠNG 1. Ứng dụng đạo hàm để tìm khoảng đơn điệu của một hàm cho trước

Phương pháp giải.

- ① Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số.
- ② Tính y' , giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i (nếu có).
- ③ Lập bảng xét dấu y' trên miền $\mathcal{D}$. Từ dấu y' , ta suy ra chiều biến thiên của hàm số.
 - ☑ Khoảng y' mang dấu $-$: Hàm nghịch biến.
 - ☑ Khoảng y' mang dấu $+$: Hàm đồng biến.

 **Ví dụ 1.** Hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.
-
-

 **Ví dụ 2.** Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
-
-

 **Ví dụ 3.** Hàm số $y = -x^4 + 2x^3 - 2x - 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -\frac{1}{2})$. B. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; +\infty)$.
-
-

 **Ví dụ 4.** Hàm số $y = x^4 + 8x^3 + 5$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; -6)$. C. $(-6; 0)$. D. $(-\infty; +\infty)$.
-
-

Ví dụ 5. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = \frac{3-x}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến với mọi $x \neq 1$.
- C. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Ví dụ 8. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
- B. $y = \frac{2x+1}{x-3}$.
- C. $y = \frac{x-2}{2x-1}$.
- D. $y = \frac{x+5}{-x-1}$.

Ví dụ 9. Hàm số $y = \sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau?

- A. $(0; 1)$.
- B. $(0; 2)$.
- C. $(1; 2)$.
- D. $(1; +\infty)$.

Ví dụ 10. Cho hàm số $y = \sqrt{3x^2-x^3}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$, $(2; 3)$.
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$, $(2; 3)$.

DẠNG 2. Đọc khoảng đơn điệu của hàm số bằng hình ảnh đồ thị cho trước

Phương pháp giải.

☑ Nếu đề bài cho đồ thị $y = f(x)$, ta chỉ việc nhìn các khoảng mà đồ thị "đi lên" hoặc "đi xuống".

- ① Khoảng mà đồ thị "đi lên": hàm đồng biến;
- ② Khoảng mà đồ thị "đi xuống": hàm nghịch biến.

☑ Nếu đề bài cho đồ thị $y = f'(x)$. Ta tiến hành lập bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$ theo các bước:

- ① Tìm nghiệm của $f'(x) = 0$ (hoành độ giao điểm với trục hoành);
- ② Xét dấu $f'(x)$ (phần trên Ox mang dấu dương; phần dưới Ox mang dấu âm);
- ③ Lập bảng biến thiên của $y = f(x)$, suy ra kết quả tương ứng.

Ví dụ 11.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

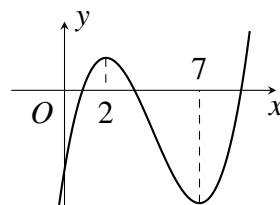
- A. $(-\infty; 5)$. B. $(0; 2)$.
C. $(2; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 5 \searrow$		3	$\nearrow +\infty$	

Ví dụ 12.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; 6)$.



Ví dụ 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y					

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1; 1)$. B. $(\frac{1}{2}; 1)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Ví dụ 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

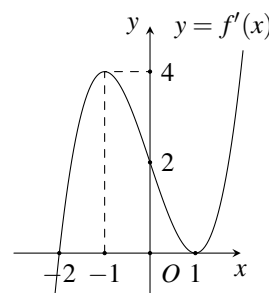
- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	$2 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow 2$

Ví dụ 15.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau

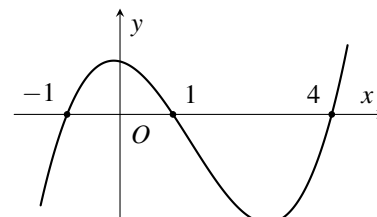
- A. $(-\infty; 2); (1; +\infty)$.
 B. $(-2; +\infty) \setminus \{1\}$.
 C. $(-2; +\infty)$.
 D. $(0; 4)$.



Ví dụ 16.

Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến?

- A. 5.
 B. 3.
 C. 4.
 D. 2.



DẠNG 3. Tìm m để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đơn điệu trên $\mathbb{R}$

Phương pháp giải.

- ① Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$ hoặc suy biến $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c > 0 \end{cases}$.
- ② Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$ hoặc suy biến $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c < 0 \end{cases}$.

Ví dụ 17. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + 4x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 2. B. vô số. C. 3. D. 4.

Ví dụ 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq -3, m \geq 1$. B. $-3 < m < 1$. C. $-3 \leq m \leq 1$. D. $m \leq 1$.

Ví dụ 19. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m-1)x^3 - 3(m-1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $1 < m \leq 2$. B. $1 < m < 2$. C. $1 \leq m \leq 2$. D. $1 \leq m < 2$.

DẠNG 4. Tìm m để hàm $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đơn điệu trên từng khoảng xác định

Phương pháp giải.

- ① Tính $y' = \frac{ad - cb}{(cx + d)^2}$.
- ② Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow ad - cb > 0$.
- ③ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow ad - cb < 0$.

Ví dụ 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng mà nó xác định.

A. $m \leq 1$. B. $m \leq -3$. C. $m < -3$. D. $m < 1$.

Ví dụ 21. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m^2}{x+1}$ luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $m \in [-1; 1]$.
C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \in (-1; 1)$.

—HẾT—

DẠNG 5. Tìm khoảng đơn điệu khi biết đồ thị hàm $f'(x)$

Phương pháp giải.

☑ **Loại 1:** Cho đồ thị $y = f'(x)$, hỏi tính đơn điệu của hàm $y = f(x)$.

- ① Tìm nghiệm của $f'(x) = 0$ (hoành độ giao điểm với trục hoành);
- ② Xét dấu $f'(x)$ (phần trên Ox mang dấu dương; phần dưới Ox mang dấu âm);
- ③ Lập bảng biến thiên của $y = f(x)$, suy ra kết quả tương ứng.

☑ **Loại 2:** Cho đồ thị $y = f'(x)$, hỏi tính đơn điệu của hàm hợp $y = f(u)$.

- ① Tính $y' = u' \cdot f'(u)$;
- ② Giải phương trình $f'(u) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u' = 0 \\ f'(u) = 0 \end{cases}$ (Nhìn đồ thị, suy ra nghiệm.);
- ③ Lập bảng biến thiên của $y = f(u)$, suy ra kết quả tương ứng.

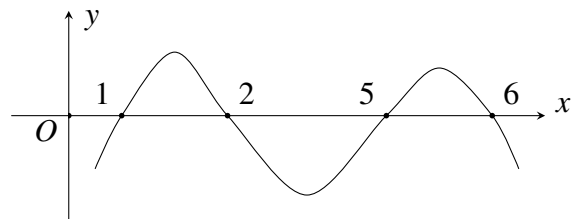
☑ **Loại 3:** Cho đồ thị $y = f'(x)$, hỏi tính đơn điệu của hàm $y = g(x)$, trong đó $g(x)$ có liên hệ với $f(x)$.

- ① Tính $y' = g'(x)$;
- ② Giải phương trình $g'(x) = 0$ (thường dẫn đến việc giải phương trình liên quan đến $f'(x)$. Loại này ta nhìn hình để suy ra nghiệm).
- ③ Lập bảng biến thiên của $y = g(x)$, suy ra kết quả tương ứng.

Ví dụ 1.

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ (đồ thị $f'(x)$ cắt Ox ở các điểm có hoành độ lần lượt là 1, 2, 5, 6). Chọn khẳng định đúng.

- A. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng (1;2).
- B. $f(x)$ đồng biến trên khoảng (5;6).
- C. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng (1;5).
- D. $f(x)$ đồng biến trên khoảng (4;5).



Ví dụ 2. (THPTQG–2019, Mã đề 101) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên dưới

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

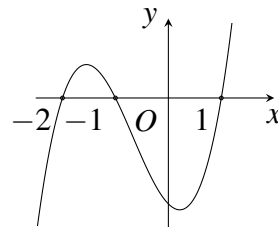
Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(4; +\infty)$.
- B. $(-2; 1)$.
- C. $(2; 4)$.
- D. $(1; 2)$.

Ví dụ 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $f(x^2 - 2)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(1; \sqrt{3})$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\sqrt{3}; 0)$.

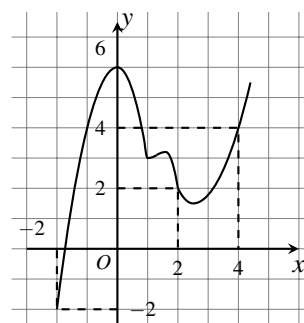


Ví dụ 4.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.

Đặt $h(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.
B. Hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.
C. Hàm số $y = h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
D. Hàm số $y = h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$.

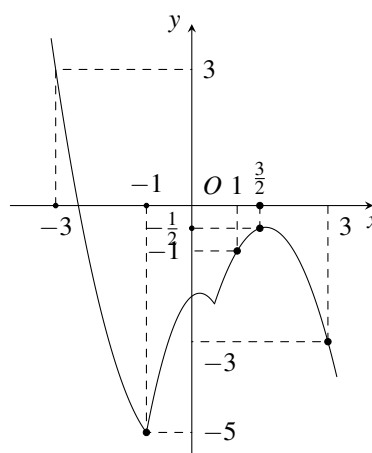


Ví dụ 5.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.

Hàm số $y = f(1 - x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; 1)$.
C. $(3; +\infty)$. D. $(1; 3)$.



DẠNG 6. Biện luận đơn điệu của hàm đa thức trên khoảng con của tập $\mathbb{R}$

Phương pháp giải.

☑ **Loại 1:** Tìm điều kiện của tham số để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đơn điệu trên toàn miền xác định $\mathbb{R}$.

$$\textcircled{1} \text{ Đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases} \text{ hoặc suy biến } \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c > 0. \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{ Nghịch biến trên } \mathbb{R} \text{ thì } y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases} \text{ hoặc suy biến } \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c < 0. \end{cases}$$

☑ **Loại 2:** Tìm điều kiện của tham số để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đơn điệu trên khoảng con của tập $\mathbb{R}$.

Ta thường gặp hai trường hợp:

① Nếu phương trình $y' = 0$ giải được nghiệm "đẹp": Ta thiết lập bảng xét dấu y' theo các nghiệm vừa tìm (*xét hết các khả năng nghiệm trùng, nghiệm phân biệt*). Từ đó "ép" khoảng mà dấu y' không thỏa mãn ra khỏi khoảng đề bài yêu cầu.

② Nếu phương trình $y' = 0$ nghiệm "xấu": Ta sử dụng 1 trong 2 cách sau
Cách 1. Dùng định lý về so sánh nghiệm (*sẽ nói rõ hơn qua bài giải cụ thể*).
Cách 2. Cô lập tham số m , dùng đồ thị (*cách này xét sau*).

☑ **Loại 3:** Tìm điều kiện của tham số để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ đơn điệu trên khoảng con của tập $\mathbb{R}$.

① Giải phương trình $y' = 0$, tìm nghiệm.

② Biện luận các trường hợp nghiệm (*nghiệm trùng, nghiệm phân biệt*). Từ đó "ép" khoảng mà dấu y' không thỏa mãn ra khỏi khoảng đề bài yêu cầu.

 **Ví dụ 6.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x + 2m$, với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Tìm tập S .

A. $S = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| \geq 2\}$.

B. $S = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

C. $S = \{-1; 0; 1\}$.

D. $S = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| > 2\}$.

 **Ví dụ 7.** Giá trị m để hàm số $y = -x^3 + mx^2 - m$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ là

A. $0 < m < 3$.

B. $m \geq 3$.

C. $m \in [1; 3]$.

D. $m \leq 3$.

Ví dụ 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m+2)x^2 + 3(m^2 + 4m)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$?

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Ví dụ 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

- A. $m \in [-5; 2)$. B. $m \in (-\infty; -5)$. C. $m \in (2; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 2]$.

DẠNG 7. Biện luận đơn điệu của hàm phân thức

Phương pháp giải.

☒ **Loại 1.** Tìm điều kiện của tham số để hàm $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đơn điệu trên từng khoảng xác định.

① Tính $y' = \frac{ad - cb}{(cx + d)^2}$.

② Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow ad - cb > 0$.

③ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow ad - cb < 0$.

☒ **Loại 2.** Tìm điều kiện để hàm $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đơn điệu trên khoảng $(m; n) \subset \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$.

① Tính $y' = \frac{ad - cb}{(cx + d)^2}$.

② Hàm số đồng biến trên khoảng $(m; n)$:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (m; n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ad - cb > 0 \\ -\frac{d}{c} \leq m \text{ hoặc } -\frac{d}{c} \geq n \end{cases}$$

③ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(m; n)$:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (m; n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ad - cb < 0 \\ -\frac{d}{c} \leq m \text{ hoặc } -\frac{d}{c} \geq n \end{cases}$$

Ví dụ 10. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+m}$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

A. $m \leq 2$.

B. $m > 2$.

C. $m \geq 2$.

D. $m < 2$.

Ví dụ 11. Cho hàm số $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tìm số phần tử của S .

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 1.

Ví dụ 12. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-m}$. Tìm m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

A. $\frac{1}{2} < m \leq 1$.

B. $m > \frac{1}{2}$.

C. $m \geq 1$.

D. $m \geq \frac{1}{2}$.

—HẾT—

BẢNG TÔ ĐÁP ÁN TỰ LUYỆN – BUỔI 1

Học sinh làm BTTL xong, tô phương án đúng. Buổi học sau, cùng với GV kiểm tra kết quả.

1	(A) (B) (C) (D)	7	(A) (B) (C) (D)	13	(A) (B) (C) (D)	19	(A) (B) (C) (D)	25	(A) (B) (C) (D)
2	(A) (B) (C) (D)	8	(A) (B) (C) (D)	14	(A) (B) (C) (D)	20	(A) (B) (C) (D)	26	(A) (B) (C) (D)
3	(A) (B) (C) (D)	9	(A) (B) (C) (D)	15	(A) (B) (C) (D)	21	(A) (B) (C) (D)	27	(A) (B) (C) (D)
4	(A) (B) (C) (D)	10	(A) (B) (C) (D)	16	(A) (B) (C) (D)	22	(A) (B) (C) (D)	28	(A) (B) (C) (D)
5	(A) (B) (C) (D)	11	(A) (B) (C) (D)	17	(A) (B) (C) (D)	23	(A) (B) (C) (D)	29	(A) (B) (C) (D)
6	(A) (B) (C) (D)	12	(A) (B) (C) (D)	18	(A) (B) (C) (D)	24	(A) (B) (C) (D)	30	(A) (B) (C) (D)

Câu 1. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; 3)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = x^2(3 - x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(+\infty; 3)$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 3. Hàm số $y = 2x^4 + 3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 4. Hàm số $y = x^4 + 8x^3 + 5$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; -6)$. C. $(-6; 0)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 5. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-3; 8)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 6. Tìm tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 7$.

- A. $(-2; 0)$, $(2; +\infty)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-\infty; -2)$, $(2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = -x^3 - x + 3$. B. $y = -x^4 + 4x^2 - 2$. C. $y = x^3 + 4x^2 - 1$. D. $y = x^4 - 5x + 7$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 4$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ với $a < b$; $a, b \in \mathbb{R}$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty; a)$, $(b; +\infty)$. Tính $S = 3a + 3b$.

- A. $S = 6$. B. $S = 9$. C. $S = 10$. D. $S = 12$.

Câu 9. Tìm tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - x - 2017$.

- A. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 C. $(-\infty; +\infty)$. D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = -x^3 + 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+3}$. Tìm khẳng định đúng?

- A. Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
 B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.
 D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \frac{x-2}{x-1}$.
- B. $y = \frac{x-2}{x+1}$.
- C. $y = -x^4 + x^2$.
- D. $y = -x^3 + 1$.

Câu 14. Hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$.
- B. $(0; +\infty)$.
- C. $(-2; 0)$.
- D. $(-2; 2)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^4 - 4x^2 + 3$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -\sqrt{3})$, $(-1; 1)$ và $(\sqrt{3}; +\infty)$.
- B. $(-\sqrt{3}; -1)$ và $(1; \sqrt{3})$.
- C. $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.
- D. $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$.
- B. $(-1; 1)$.
- C. $(1; 2)$.
- D. $(-\infty; -1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'		+	0	-	

Câu 18.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

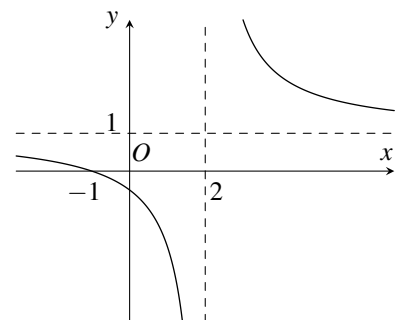
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Câu 19.

Đường cong của hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào sau đây đúng?

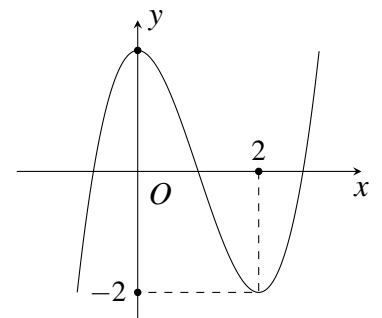
- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$.
- B. $y' > 0, \forall x \neq 1$.
- C. $y' > 0, \forall x \neq 2$.
- D. $y' < 0, \forall x \neq 2$.



Câu 20.

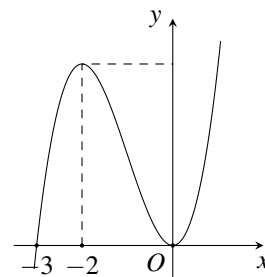
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.



Câu 21.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-3; +\infty)$.
C. $(-\infty; 4)$. D. $(-4; 0)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 23. Hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(\frac{1}{3}; 3)$.

Câu 24. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- A. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ D. $a > 0; b^2 - 3ac \leq 0$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có tính chất $f'(x) \geq 0 \forall x \in (0; 3)$ và $f'(x) = 0 \forall x \in (1; 2)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.
B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.
D. Hàm số $f(x)$ là hàm hằng (tức không đổi) trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 26. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên $(0; 2)$ thì hàm số $y = f(2x)$ luôn đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 4)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (2m + 1)x - 3m - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \in (-\infty; +\infty)$. B. $m \leq 0$. C. $m \geq -\frac{1}{2}$. D. $m < -\frac{1}{2}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 4.

Câu 29. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+m}$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

- A. $m \leq 2$. B. $m > 2$. C. $m \geq 2$. D. $m < 2$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{mx-2}{x+m-3}$. Các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó là

- A. $1 < m < 2$. B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}$. C. $1 < m \leq 2$. D. $m = 1$.

—HẾT—

D BÀI TẬP TỰ LUYỆN BUỔI 2

BẢNG TÔ ĐÁP ÁN TỰ LUYỆN – BUỔI 2

Học sinh làm BTTL xong, tô phương án đúng. Buổi học sau, cùng với GV kiểm tra kết quả.

1	(A)(B)(C)(D)	7	(A)(B)(C)(D)	13	(A)(B)(C)(D)	19	(A)(B)(C)(D)	25	(A)(B)(C)(D)
2	(A)(B)(C)(D)	8	(A)(B)(C)(D)	14	(A)(B)(C)(D)	20	(A)(B)(C)(D)	26	(A)(B)(C)(D)
3	(A)(B)(C)(D)	9	(A)(B)(C)(D)	15	(A)(B)(C)(D)	21	(A)(B)(C)(D)	27	(A)(B)(C)(D)
4	(A)(B)(C)(D)	10	(A)(B)(C)(D)	16	(A)(B)(C)(D)	22	(A)(B)(C)(D)	28	(A)(B)(C)(D)
5	(A)(B)(C)(D)	11	(A)(B)(C)(D)	17	(A)(B)(C)(D)	23	(A)(B)(C)(D)	29	(A)(B)(C)(D)
6	(A)(B)(C)(D)	12	(A)(B)(C)(D)	18	(A)(B)(C)(D)	24	(A)(B)(C)(D)	30	(A)(B)(C)(D)

Câu 1. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 2. Hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-3; 4)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây **không** đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^3 + 2$. B. $y = x^5 + x^3 - 1$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. D. $y = x + 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 5. Hàm số $y = (x^2 - 4x)^2$ nghịch biến khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 4)$. B. $(-1; 2)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; 4)$.

Câu 6. Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

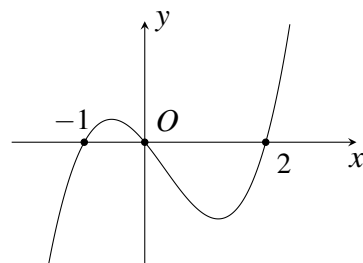
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 + 5x - 6$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -5f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 2)$ và $(3; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$.
 C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; 3)$.

Câu 8.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

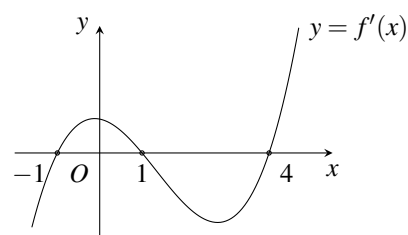
- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 0)$.
 C. $(0; 2)$. D. $(2; +\infty)$.



Câu 9.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

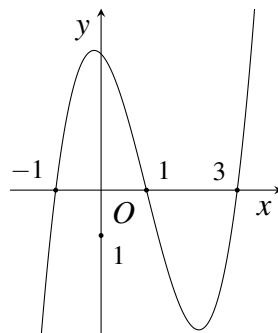
- A. $(1; 3)$. B. $(2; +\infty)$.
 C. $(-2; 1)$. D. $(-\infty; -2)$.



Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số $y = f(1-x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 2)$.
C. $(-1; 1)$. D. $(2; +\infty)$.



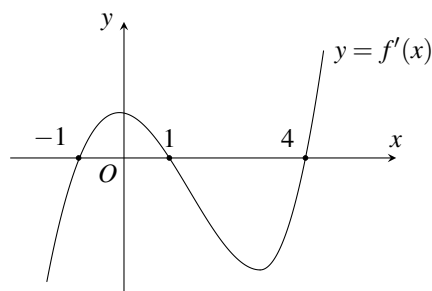
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0, \forall x > 0$. Biết $f(1) = 2$, hỏi khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

- A. $f(2) + f(3) = 4$. B. $f(-1) = 2$.
C. $f(2) = 1$. D. $f(2018) > f(2019)$.

Câu 12.

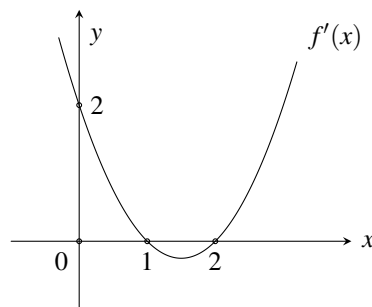
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 4]$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 + 1)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 1)$.
C. $(1; 4)$. D. $(\sqrt{3}; 4)$.

**Câu 13.**

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(\frac{-1}{2}; +\infty)$. B. $(\frac{-3}{2}; +\infty)$.
C. $(-\infty; \frac{3}{2})$. D. $(\frac{1}{2}; +\infty)$.



Câu 14. Tìm mối liên hệ giữa các tham số a và b sao cho hàm số $y = f(x) = 2x + a \sin x + b \cos x$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$?

- A. $a + 2b \geq \frac{1 + \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$. C. $a + 2b = 2\sqrt{3}$. D. $a^2 + b^2 \leq 4$.

Câu 15. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (8 + 2m)x + m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Câu 16. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m - 6)x + 3$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 4. B. 6. C. Vô số. D. 5.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m + 1)x^2 + 3x - 1$, với m là tham số. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2018; 2018]$ để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. 4035. B. 4037. C. 4036. D. 4034.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

- A. $m \geq \frac{1}{3}$ hoặc $m \leq -1$. B. $m > \frac{1}{3}$.
C. $m < -1$. D. $-1 < m < \frac{1}{3}$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

A. $m > \frac{1}{3}$.

B. $m < -1$.

C. $m > \frac{1}{3}$ hoặc $m \leq -1$.

D. $-1 < m < \frac{1}{3}$.

Câu 20. Tìm m để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. $m \geq 12$.

B. $m \leq 12$.

C. $m \geq 0$.

D. $m \leq 0$.

Câu 21. Gọi T là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tổng giá trị các phần tử của T .

A. 4.

B. 10.

C. 6.

D. 8.

Câu 22. Giá trị m để hàm số $y = -x^3 + mx^2 - m$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ là

A. $0 < m < 3$.

B. $m \geq 3$.

C. $m \in [1; 3]$.

D. $m \leq 3$.

Câu 23. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$. Giả sử $S = (-\infty; m_1) \cup (m_2; +\infty)$. Khi đó $m_1 + m_2$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 4.

D. 8.

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{4x+m}$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của hàm số.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+2}$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Câu 26. Tồn tại bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. Vô số.

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. Tìm số phần tử của S .

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+16}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 10)$.

A. $m \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; -10] \cup (4; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -10] \cup [4; +\infty)$.

Câu 29. Cho a, b là hai số nguyên dương sao cho cả hai hàm số $y = \frac{ax+b}{4x+a}$ (1) và $y = \frac{bx+a}{4x+b}$ (2) đồng biến trên từng khoảng xác định. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 2a + 3b$ bằng

A. 25.

B. 30.

C. 23.

D. 27.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	—	0	+	0	+	0	—	0	+

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 2)$.

—HẾT—